

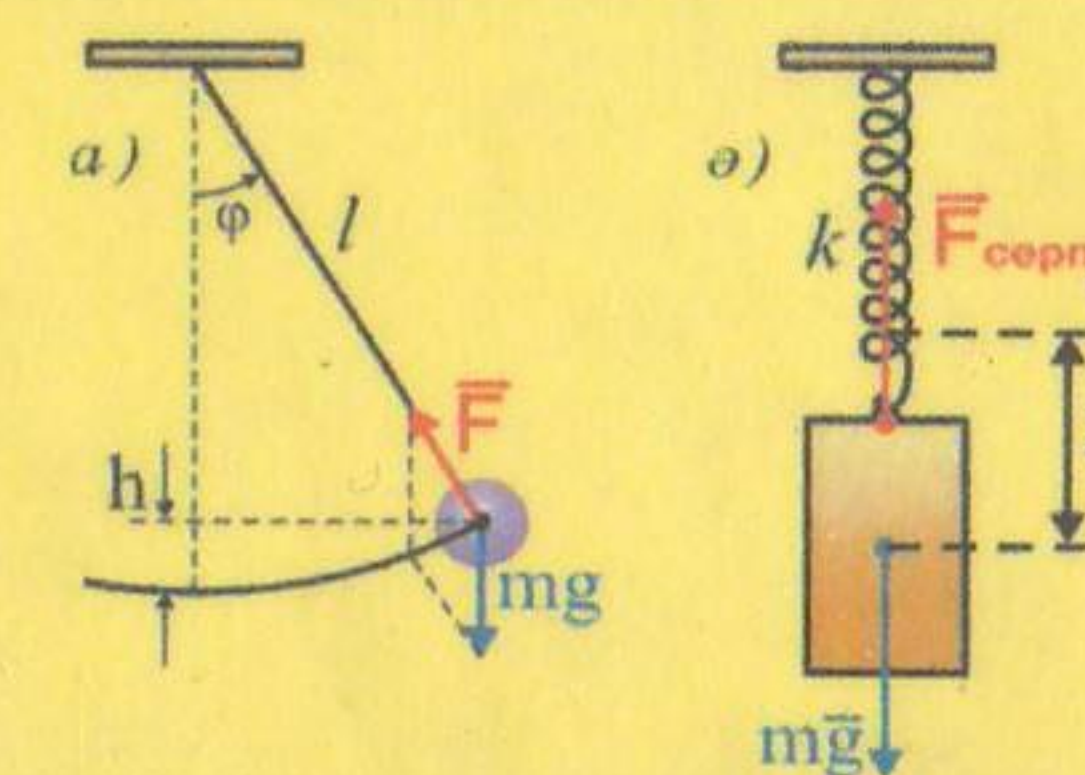
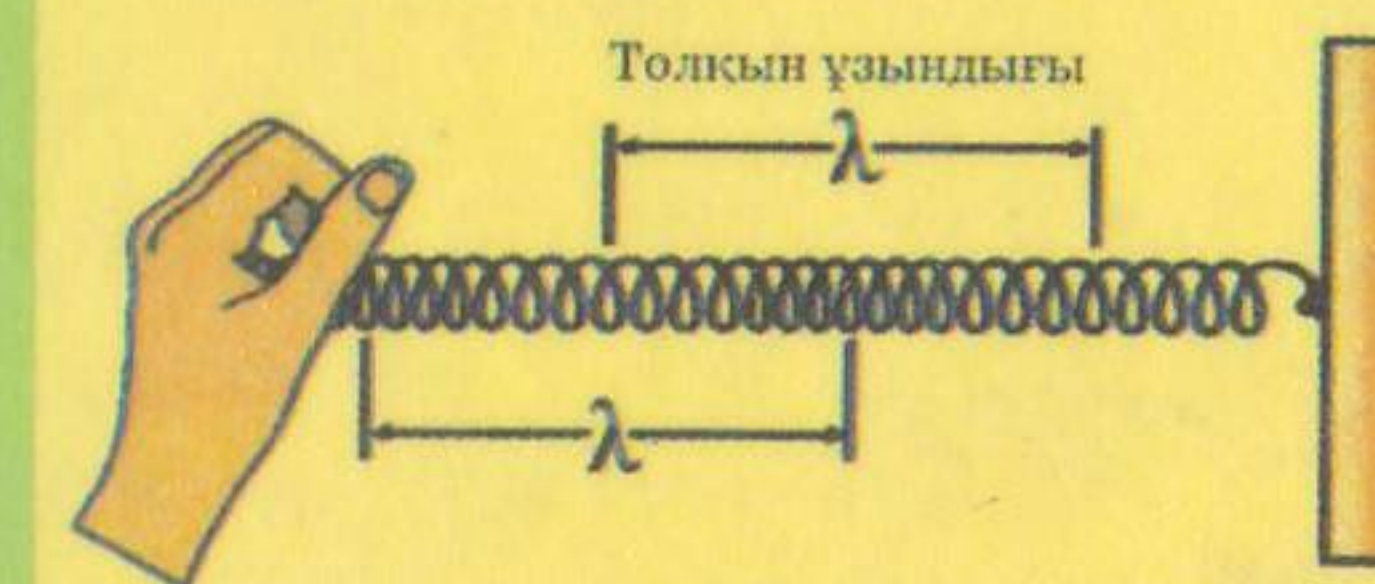
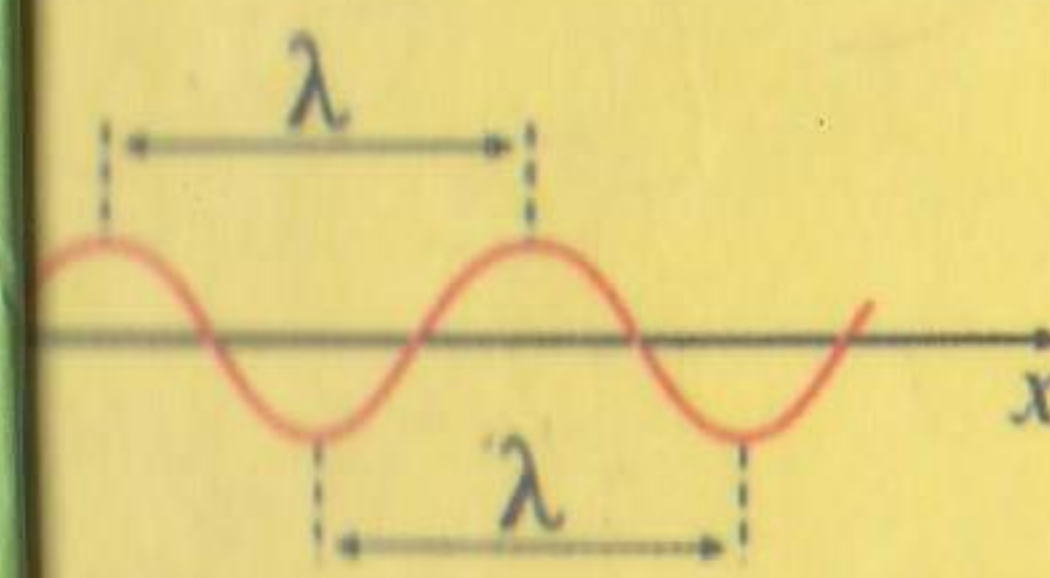
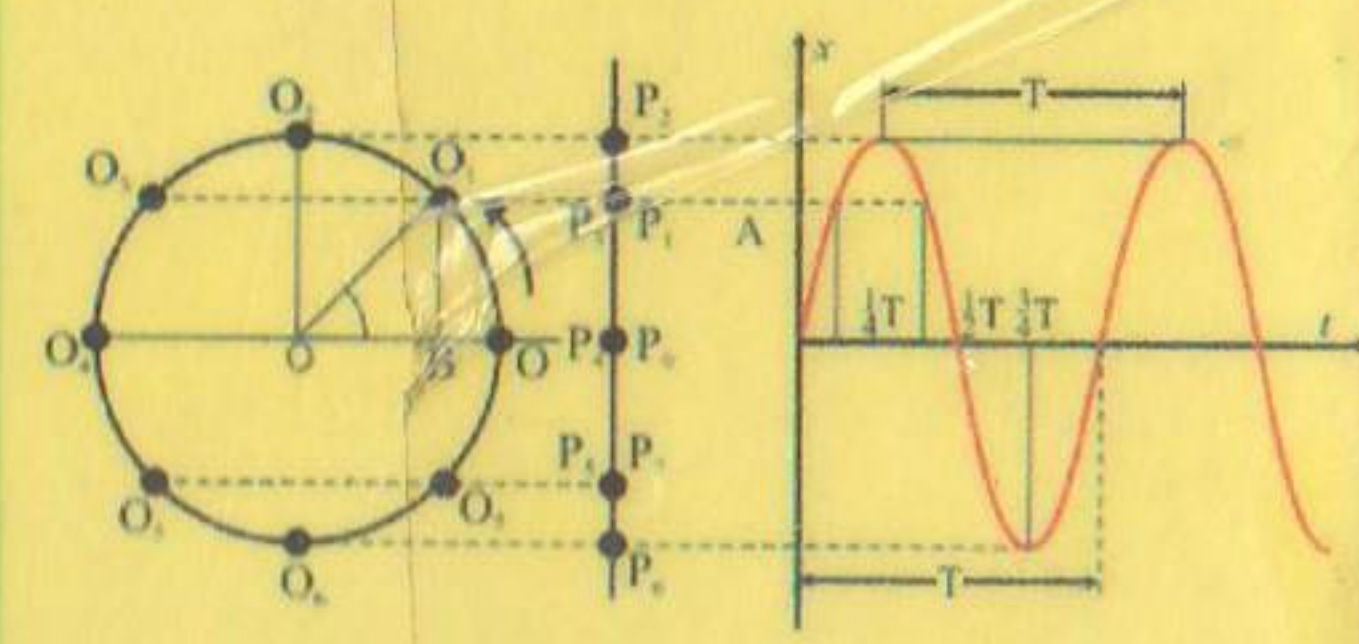
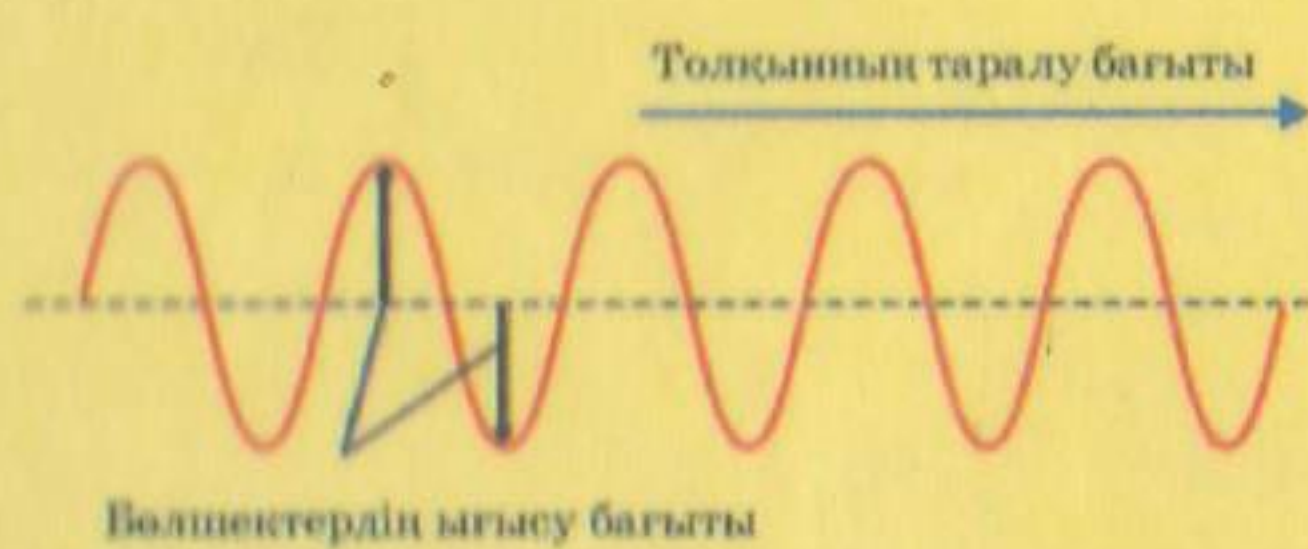
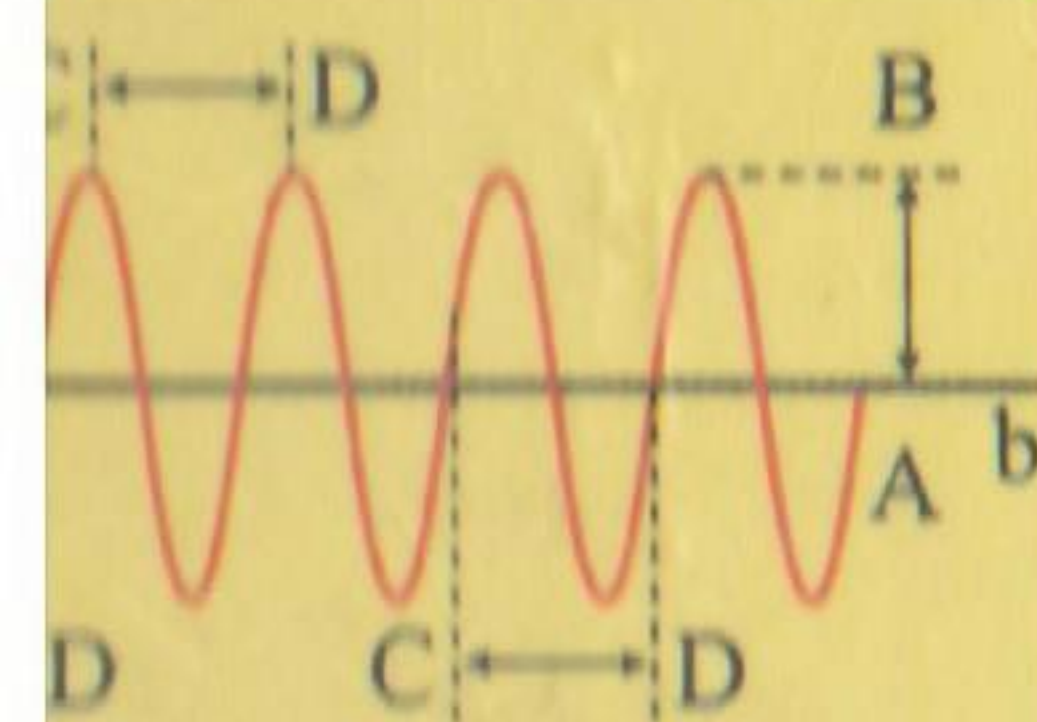
2005

ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ

Пірмаг Ш., Көшеров Ә.,
Олжатаев Б., Абдираманова Қ.

ФИЗИКА
ЕСЕПТЕРІ

Шымкент, 2005



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

М.О. Әуезов атындағы
Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік университеті

Пірмағам Ш., Көшеров Ә., Олжатаев Б., Абдираманова Қ.

ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ

I том

Механика. Молекулалық физика

Оқу құралы

Шымкент - 2005

ӘОЖ 530.(075.8)
ББК 22.397
Ф 49

Пірмағ Ш., Көшерев Ә., Олжатаев Б., Абдираманова Қ.
ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ. I бөлім - Механика. II бөлім - Молекулалық физика.
Оқу құралы. - Шымкент, 2005. - 460 бет.

ISBN 9965-737-40-1

Пікір жазғандар:

Аманкүлов Т.П. - М.Әуезов атындағы ОҚМУ доценті,
педагогика ғылымдарының кандидаты,

Орманов Н.К. - Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық Қазақ-Түрік
университетінің доценті, физика-математика
ғылымдарының кандидаты

*Бұл әдістемелік құралда теория элементтері мен типтік есептерді
шығару әдістері көрсетілген. Берілген есептер студенттерге өз бетінше
шығаратын үй тапсырмасы ретінде беріледі. Бұл әдістемелік құрал
барлық мамандық студенттері үшін арналған.*

Жаратылыстану педагогикалық факультеті физика кафедрасының
мәжілісінде қаралған (хаттама N8, 29.02.05.ж.), факультеттің әдістемелік
бюросы мәжілісінде қаралған (хаттама N9, 15.03.05ж.).

М.О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік
университетінің Оқу-әдістемелік Кеңесі баспаға ұсынған.

ISBN 9965-737-40-1

ББК 22.397

Ф $\frac{4310020000}{00(05)-05}$

© Пірмағ Ш., Көшерев Ә., Олжатаев Б., Абдираманова Қ., 2005

© М.Әуезов атындағы ОҚМУ, 2005

Алғы сөз

“Физика есептерінің” I томы екі бөлімнен тұрады: механика және
молекулалық физика. Әрбір бөлім тарауларға, ал тараулар
тараушаларға бөлінген. Тарауша кіріспесінде оның мазмұнына сай
құбылыстар мен заңдарға қысқаша түсініктер беріліп, негізгі
формулалары келтірілген.

Физика есептерін дайын формуланы пайдаланып қана шығару
мүмкін бола бермейді, оларды алдын-ала қисынды талдаулар мен
қосымша түрлендірулер жүргізу арқылы ғана формулаларды
пайдаланатындай түрге келтіруге болады. Мұндай есептер кітапта
шығарылып көрсетілген. Ал, шығарылған есептерге ұқсас түрлерінің
жауаптары ғана берілген.

Кітаптағы есептердің қиындық дәрежесі түрлі деңгейде,
сондықтан біршама күрделі деген топқа жататындары
жұлдызша таңбасымен белгіленген.

Есеп шығаруға аса қажет деп табылған анықтамалық материалдар
кітап соңында көрсетілген.

“Физика есептері” жинағы жоғары оқу орындарының
студенттеріне, орта мектеп мұғалімдеріне және де пән бойынша
білімін жетілдірем деушілерге арналған.

Қосымшалар

1. Физикалық және астрономиялық іргелі тұрақты шамалардың жуық мәндері

Тұрақты шаманың аталуы	Белгіленуі	Шаманың сан мәні
Жердің радиусы	R _ж	$6,37 \cdot 10^6$ м
Жердің массасы	M _ж	$5,97 \cdot 10^{24}$ кг
Күннің массасы	M _о	$1,97 \cdot 10^{30}$ кг
Айдың массасы	M _а	$7,3 \cdot 10^{22}$ кг
Жерден Күнге дейінгі қашықтық	R _о	$1,5 \cdot 10^{11}$ м
Қалыпты еркін түсу үдеуі	g	$9,81$ м/с ²
Гравитациялық тұрақты	γ	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /кг·с ²
Вакуумдағы жарық жылдамдығы	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Элементар заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Электрон массасы	m _e	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Протон массасы	m _p	$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Авагадро саны	N _а	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Планк тұрақтысы	h	$6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Больцман тұрақтысы	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Әмбебап газ тұрақтысы	R	$8,31$ Дж/моль·К
Қалыпты жағдайдағы 1 моль идеал газ көлемі	V _о	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Стефан-Больцман тұрақтысы	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м ² ·К ⁴
Ридберг тұрақтысы	R _∞	$1,09 \cdot 10^7$ 1/м
Бор радиусы	a _о	$0,53 \cdot 10^{-10}$ м
Фарадей тұрақтысы	F	$96,5 \cdot 10^3$ Кл/моль
Қалыпты атмосфералық қысым	P _о	$1,01 \cdot 10^5$ Па

2. Кейбір қатты денелердің негізгі сипаттамалары

Зат	Тығыздығы (кг/м ³)	Балку температурасы (°C)	Жылу сыйымдылығы (Дж/кг·°C)	Меншікті балку жылуы (Дж/кг)	Жылулық ұлғаю коэффициенті (1/°C)	Беріктік шегі (Н/м ²)	Юнг модулі (Н/м ²)
Алюминий	2600	659	896	$3,8 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^8$	$6,9 \cdot 10^{10}$
Темір	7900	1530	500	$2,72 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,94 \cdot 10^8$	$19,6 \cdot 10^{10}$
Мыс	8600	1100	395	$1,76 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$2,45 \cdot 10^8$	$11,8 \cdot 10^{10}$
Қорғасын	11300	327	126	$2,26 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$0,2 \cdot 10^8$	$1,57 \cdot 10^{10}$
Күміс	10500	960	234	$8,8 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^8$	$7,4 \cdot 10^{10}$
Болат	7700	1300	460	$0,82 \cdot 10^5$	$1,06 \cdot 10^{-5}$	$7,85 \cdot 10^8$	$21,6 \cdot 10^{10}$
Мүз	900	0	2100	$3,30 \cdot 10^5$	$0,6 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^8$	$0,28 \cdot 10^{10}$
Мырыш	7000	420	391	$1,17 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{10}$

3. Кейбір сұйықтардың негізгі сипаттамалары

Зат	Тығыздығы (кг/м ³)	қайнау температурасы (°C)	Беттік керілуі (Н/м)	Меншікті булану жылуы (Дж/кг)	Меншікті жылу сыйымдылығы (Дж/кг·°C)	Жылулық ұлғаю коэффициенті (1/°C)
Су	1000	100	$72,8 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^6$	$4,18 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
Сынап	13600	357	$510 \cdot 10^{-3}$	$0,29 \cdot 10^6$	$0,14 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
Спирт	790	78	$22 \cdot 10^{-3}$	$0,85 \cdot 10^6$	$2,51 \cdot 10^3$	$11 \cdot 10^{-4}$
Керосин	800	200	$24 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^6$	$2,14 \cdot 10^3$	$10 \cdot 10^{-4}$

4. Кейбір газдардың негізгі сипаттамалары

Зат	Тығыздығы (кг/м ³)	Конденсация температурасы (°C)	Салыстырмалы молекулалық массасы	Меншікті жылу сыйымдылық (Дж/кг·°C)	Жылулық ұлғаю коэффициенті (1/°C)	Молекула массасы (кг)
Ауа	1,29		28,96	$1,01 \cdot 10^3$	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$48,1 \cdot 10^{-4}$
Оттегі	1,43	-183	31,99	$0,91 \cdot 10^3$	$3,67 \cdot 10^{-3}$	$26,6 \cdot 10^{-4}$
Сутегі	0,09	-253	2,01	$14,3 \cdot 10^3$	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$
Азот	1,25	-196	28,01	$1,05 \cdot 10^3$	$3,67 \cdot 10^{-3}$	$46,5 \cdot 10^{-4}$

5. Үлкейту және кішірейту жалғаулары

Аталуы	Белгіленуі	Негізгі бірлікке қатынасы	Аталуы	Белгіленуі	Негізгі бірлікке қатынасы
анто	а	10^{-18}	дека	да	10^1
фемто	ф	10^{-15}	гекта	г	10^2
пико	п	10^{-12}	кило	к	10^3
нано	н	10^{-9}	Мега	М	10^6
микро	мк	10^{-6}	Гига	Г	10^9
милли	м	10^{-3}	Тера	Т	10^{12}
сант	с	10^{-2}	Пета	П	10^{15}
деци	д	10^{-1}	Экса	Э	10^{18}

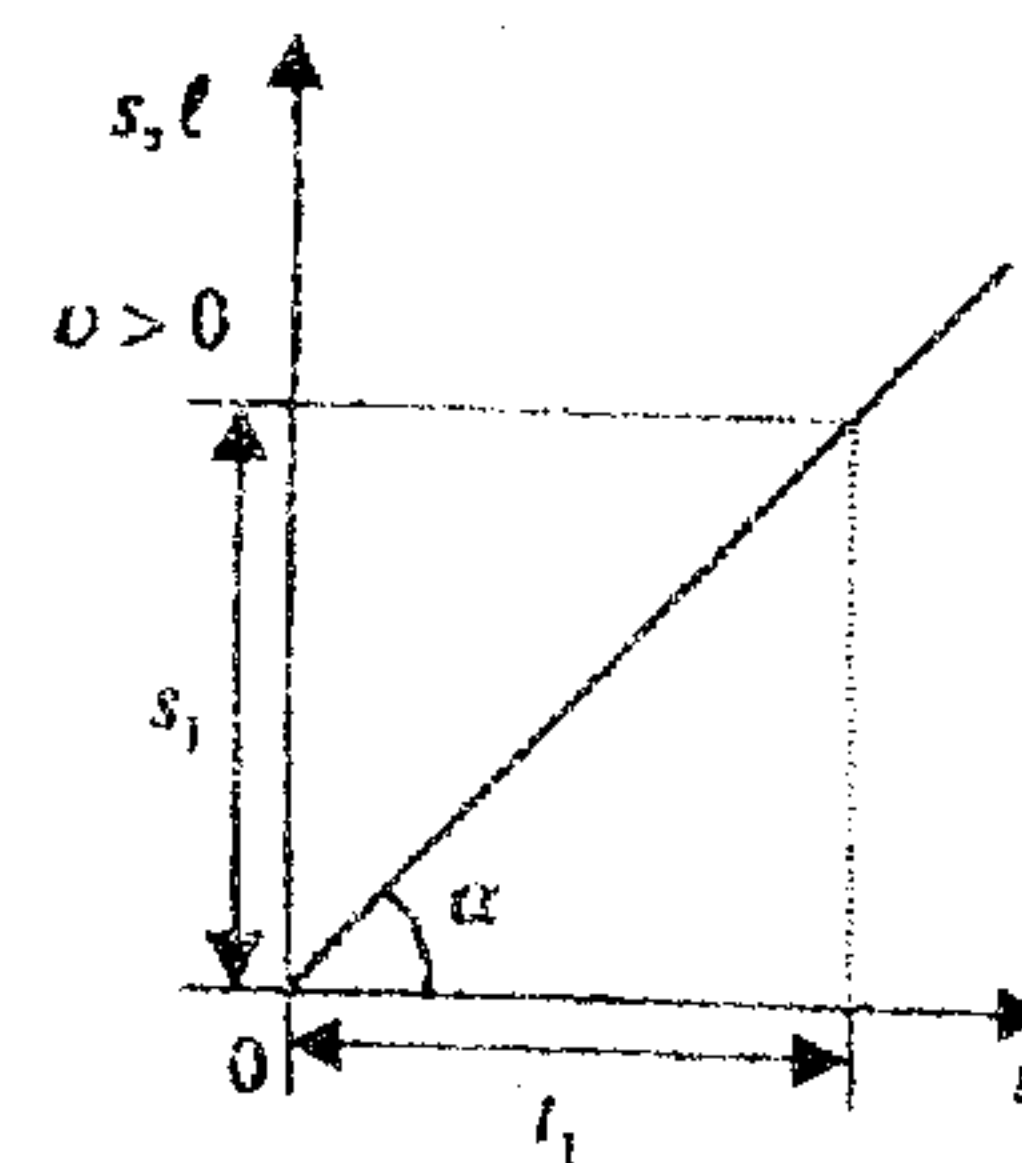
1. Кинематика

1.1. Бірқалыпты түзу сызықты қозғалыс

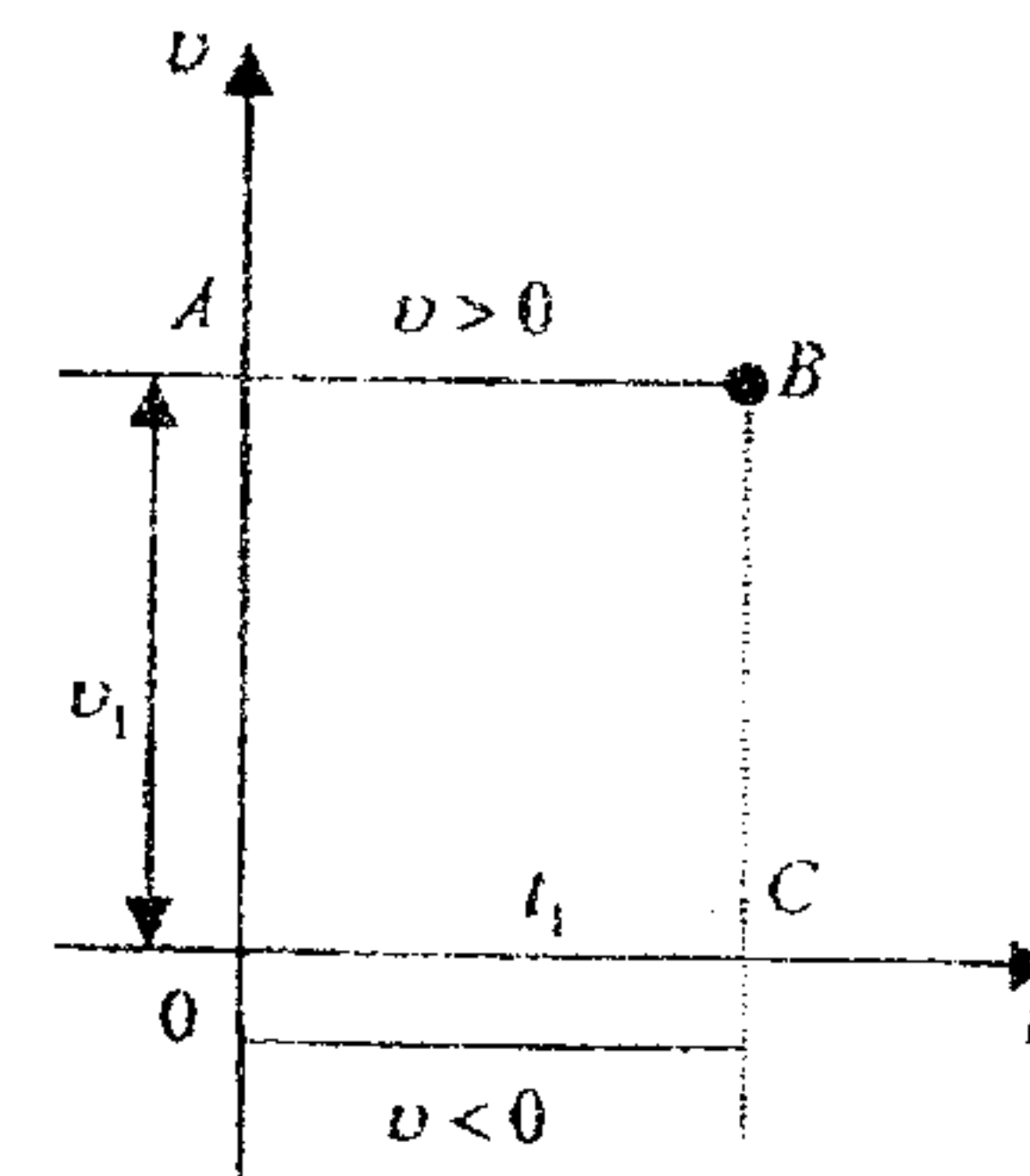
Материалдық нүкте түзу сызық бойымен қозғала отырып, бірдей уақыт аралығында бірдей шамаға орын ауыстыратын болса, мұндай қозғалысты бірқалыпты түзу сызықты қозғалыс деп атайды. Нүктенің бірқалыпты түзу сызықты қозғалысы кезінде Δl жүрген жолының шамасы Δx орын ауыстыру векторының модуліне тең, яғни $\Delta l = |\Delta x|$ (1). Нүкте белгілі бір ос бойымен (мысалы ox өсі) қозғалған жағдайда, оның жылдамдығы $v_x = \frac{s_x}{t}$ немесе $v = \frac{l}{t}$ (2) формуласымен анықталады.

Ал, $s_x = (x - x_0)$ екендігін ескерсек, онда $v_x = \frac{x - x_0}{t}$ (3). Мұндағы x және x_0 нүкте координаттары.

Бірқалыпты түзу сызықты қозғалыста оның жылдамдығы тұрақты шама, яғни $v = const$ (4). Бірқалыпты түзу сызықты қозғалыстағы дененің қозғалыс және жылдамдық графиктерінің кескіні түзу сызық болады (1 және 2 суреттер).



1-сурет

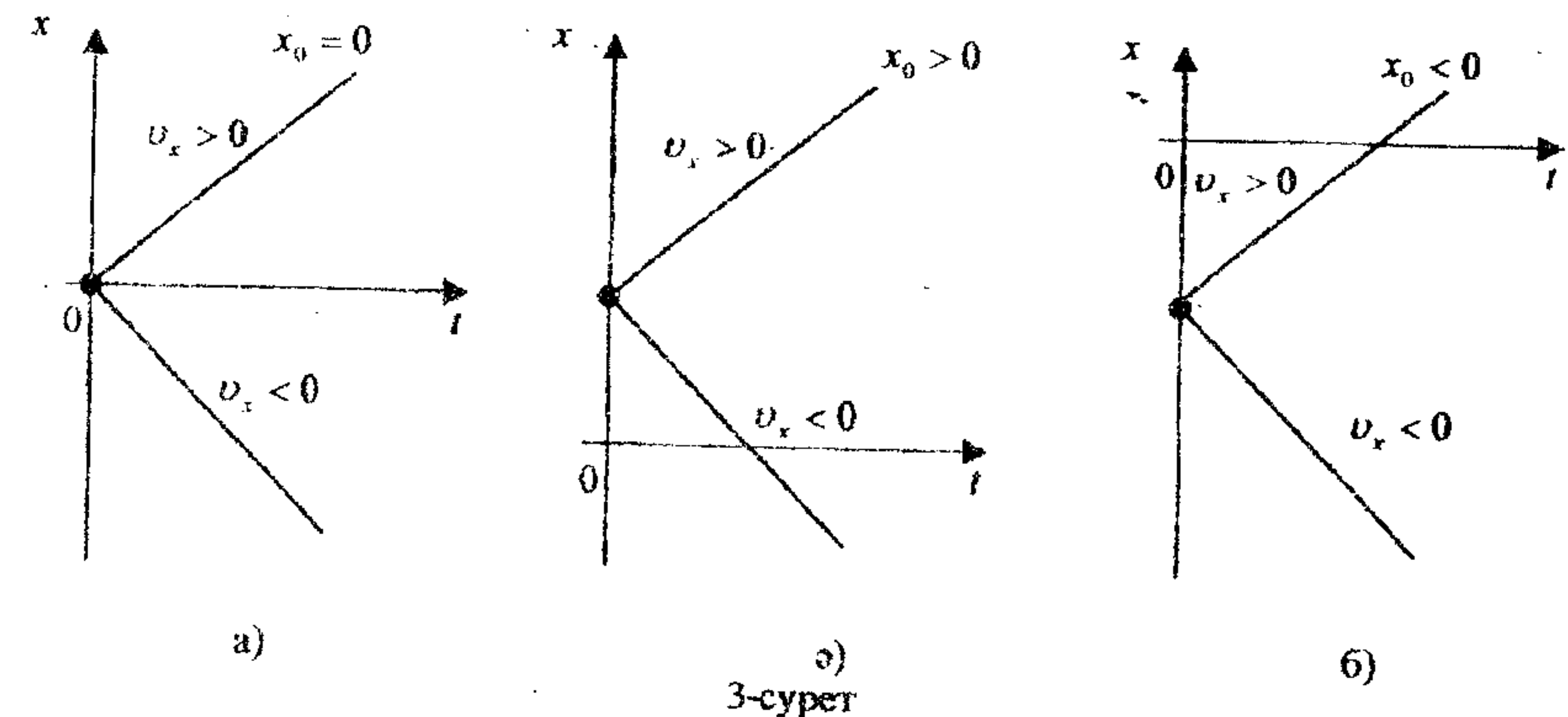


2-сурет

Сонда: 1-суретте $v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \tan \alpha$; 2-суретте $s_1 = |s_{\text{---}}| = v_1 \cdot t_1$.

Қозғалыстағы материалдық нүкте координатасының уақытқа тәуелділігі мына формуламен анықталады $x = x_0 \pm v_x t$ (5).

Бұл тәуелділіктің x_0 және v_x таңбаларына байланысты анықталатын графиктерінің түрі 3-суретте көрсетілген.



3-сурет

1.1.1. Координаталары $x_0 = -3\text{ м}$ және $y_0 = 1\text{ м}$ болатын бастапқы нүктеден дене орын ауыстыру векторының x өсіндегі проекциясы $5,2\text{ м}$, ал y өсіндегі проекциясы 3 м болатындай қандайда бір жол жүрді. Дененің соңғы орнының координаталарын табыңдар. Орын ауыстыру векторын сызыңдар. Оның модулін анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Дененің координаталары бойынша A нүктесін саламыз (4-сурет). Орын ауыстыру векторының x және y өстеріндегі проекциялары бойынша B нүктесін табамыз,

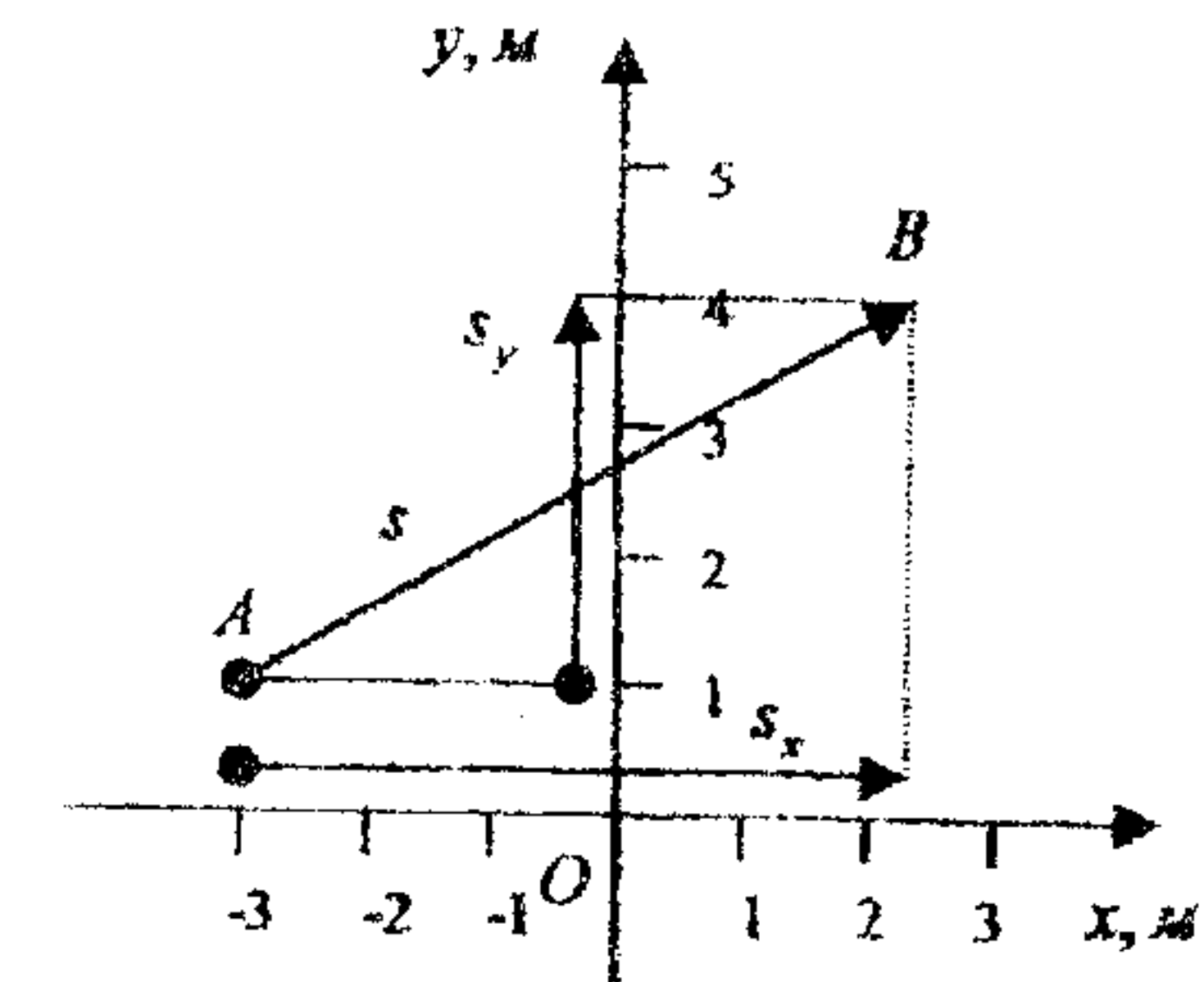
$x_0 = -3\text{ м}$
 $y_0 = 1\text{ м}$
 $s_x = 5,2\text{ м}$
 $s_y = 3\text{ м}$

$x - ?$; $y - ?$; $x = 2,2\text{ м}$; $y = 4\text{ м}$.

Ал, орын ауыстыру векторының модуль.

$$|s| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{(5,2\text{ м})^2 + (-3\text{ м})^2} \approx 6\text{ м}.$$

Жауабы: $x = 2,2\text{ м}$; $y = 4\text{ м}$; $|s| \approx 6\text{ м}$.

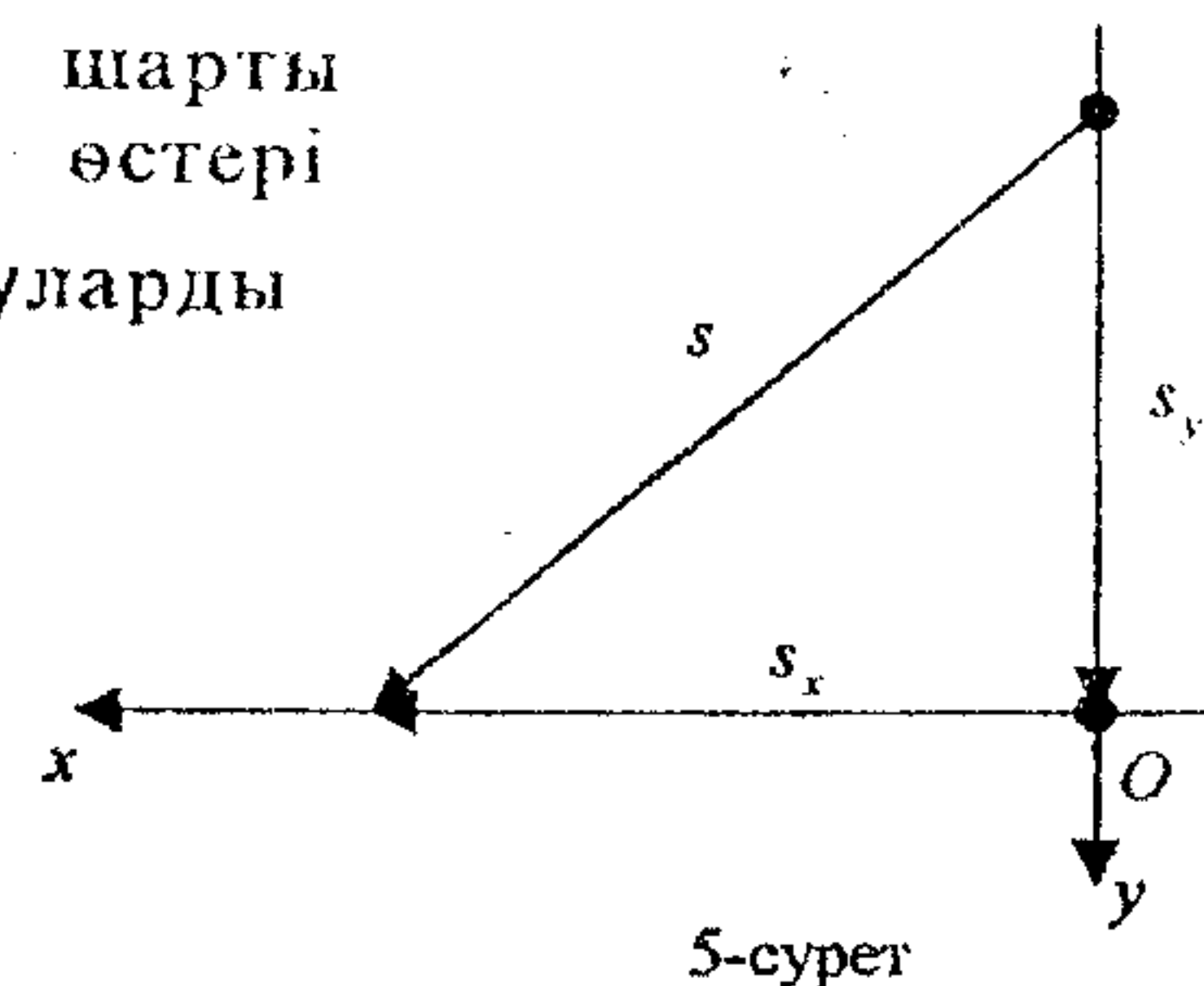


4-сурет

1.1.2. Серуендеуші адам алдымен оңтүстік бағытта 5 км , содан соң шығысқа қарай тағы да 12 км жүрді. Оның жасаған орын ауыстыруының модулі неге тең?

Берілгені: $s_y = 5 \text{ км}$
 $s_x = 12 \text{ км}$
 $s = ?$

Шешуі: Есептің берілу шарты бойынша координата өстері ойынша орын ауыстыруларды саламыз (5 - сурет).



Осы салулар бойынша s -ті табамыз, $|s| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$
 $|s| = \sqrt{(5 \text{ км})^2 + (12 \text{ км})^2} = 13 \text{ км}.$

Жауабы: $|s| = 13 \text{ км}.$

1.1.3. Қаладан әуелі жүк поезі, ал бір сағаттан кейін екінші жолмен жүрдек поезі шықты. Егер де бірінші поезд жылдамдығы 40 км/сағ ал екіншісі 60 км/сағ болса, жүрдек поезі жүк поезін қанша уақытта және қай жерде қуып жетеді?

Берілгені: $v_1 = 40 \text{ км/сағ}$
 $v_2 = 60 \text{ км/сағ}$
 $\Delta t = 1 \text{ сағ}$

Шешуі: Бұл есепті екі тәсілмен шығарып көрсетейік. Графиктік тәсіл. Поезд қозғалыстарын деп есептесек, онда қозғалыс теңдеулері: жүк поезі үшін $s_1 = v_1 t = 40t$, жүрдек поезі үшін

$t - ?$ $s - ?$ $s_2 = v_2(t - \Delta t) = 60(t - 1)$ болады.

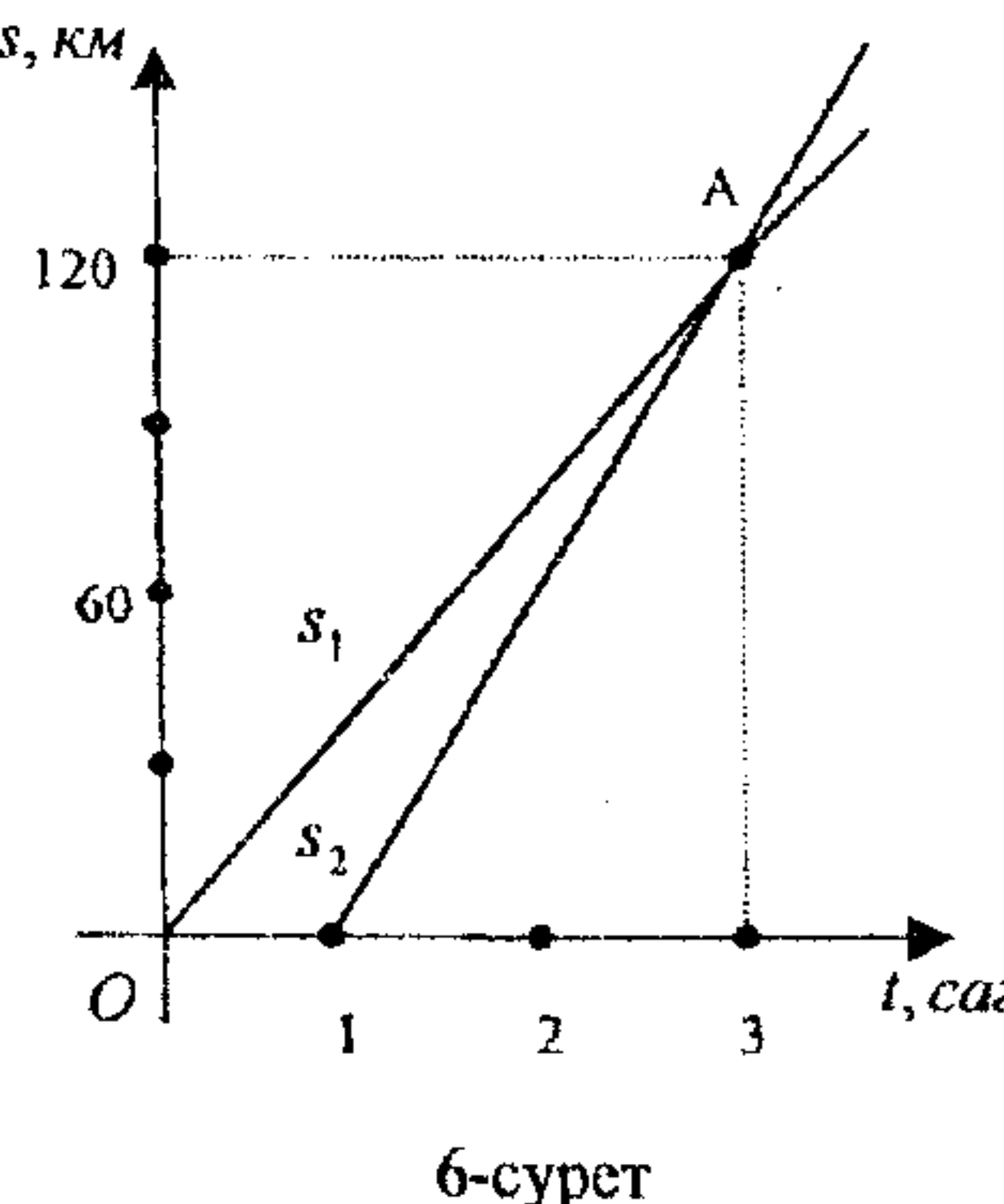
Екі поезддің қозғалыс графиктерін бір координата жазықтығына салайық, сонда 6-суреттегідей сызба аламыз. Графиктердің қиылысу A нүктесінің координаталары ізделінді шамалардың мәнін анықтайды.

Демек, жүрдек поезі 2 сағаттан кейін қаладан 120 км қашықтықта жүк поезін қуып жетеді.

Аналитикалық тәсіл. Екі поезд кездескен кезде, олардың жүрген жолдары өзара тең болады, яғни $s_1 = s_2 = s$, демек

$v_1 t = v_2(t - \Delta t)$ немесе $40t = 60(t - 1) \Rightarrow t = 3(\text{сағ}).$ $t_2 = t_1 - 1$ екендігін ескерсек, онда $t_2 = 2 \text{ сағ}.$ Ал $s = v_1 t = 40 \text{ км/сағ} \cdot 3 \text{ сағ} = 120 \text{ км}.$

Жауабы: Жүрдек поезі 2 сағаттан кейін 120 км қашықтықта жүк поезін қуып жетеді.



1.1.4. Қайықтың суға салыстырғандағы жылдамдығы $v = 7 \text{ м/с}$, ал ағыс жылдамдығы $u = 3 \text{ м/с}$. Қайық ағысқа қарсы жүзгенде, одан суға қалтқы тасталды. Ағысқа қарсы $4,2 \text{ км}$ жүзгеннен соң қайық кейін оралын қалтқыны қуып жетті. Қайық барлығы қанша уақыт қозғалған еді?

Берілгені: $4,2 \text{ км} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ м}$
 $v = 7 \text{ м/с}$
 $u = 3 \text{ м/с}$
 $\ell = 4,2 \text{ км}$

Шешуі: 1-тәсіл. Санақ денесін жағамен байланыстырайық, сонда қайық ағысқа қарсы жүзгенде, ℓ қашықтықты $(v - u)$ жылдамдықпен, ал ағыспен жүзгенде $\ell + ut$ қашықтықты $(v + u)$ жылдамдықпен жүріп өтеді.

Сонда $t - ?$

қайықтың барлық қозғалыс уақыты $t = \frac{\ell}{v - u} + \frac{\ell + ut}{v + u} \Rightarrow t = \frac{2\ell}{v - u}.$

2-тәсіл. Санақ денесін сумен байланыстырайық. Сонда қалтқы суға салыстырғанда тыныштықта, ал қайықтың жылдамдығы үнемі v болады. Қайық ℓ қашықтықты жүзіп өту үшін $\frac{\ell}{v}$ уақыт жұмсайды, демек $\frac{\ell}{v} = \frac{\ell}{v - u} \Rightarrow t = \frac{2\ell}{v - u}.$ $t = \frac{2 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \text{ м}}{7 \text{ м/с} - 3 \text{ м/с}} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ с}.$

Жауабы: $t = 2,1 \cdot 10^3 \text{ с}.$

1.1.5. Метрополитеннің көтергіш сатысы, қозғалмай тұрған жолаушыны 1 минутта шығарады. Сол жолаушы қозғалмай тұрған сатымен 3 минутта көтерілді. Қозғалған сатымен жолаушы қанша уақытта жүріп шығар еді?

Берілгені: $t_1 = 1 \text{ мин}$
 $t_2 = 3 \text{ мин}$

Шешуі: Баяндалған үш жағдай үшін қозғалыс теңдеулерін жазайық. Сонда $s = v_1 t_1$; $s = v_2 t_2$ және $s = (v_1 + v_2) t$. Мұндағы s сатының ұзындығы.

$t - ?$

Бұл теңдеулер жүйесін t бойынша шешетін болсақ, онда $t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2},$

$$t = \frac{1 \text{ мин} \cdot 3 \text{ мин}}{1 \text{ мин} + 3 \text{ мин}} = 0,75 \text{ мин}$$

Жауабы: $t = 0,75 \text{ мин}.$

1.1.6. Қайықшы қайықпен өзеннен өткенде, қайықты су ағысына перпендикуляр бағытта ұстауға тырысты. Егерде су ағысының жылдамдығы $v_1 = 0,4 \text{ м/с}$, қайықтың суға салыстырғанда жылдамдығы $v_2 = 0,6 \text{ м/с}$, ал өзен арнасының кеңдігі $s = 60 \text{ м}$ болса, онда жағамен салыстырғандағы қайықтың жылдамдығы және оның өзеннен өту уақыты неге тең болар еді?

Берілгені: $v_1 = 0,4 \text{ м/с}$
 $v_2 = 0,6 \text{ м/с}$
 $s = 60 \text{ м}$

Шешуі: Векторлық шамаларды қосудың параллелограмм ережесін қолданып, қайықтың жағамен салыстырғандағы жылдамдығын анықтаймыз (7 – сурет).

Сонда, Пифагор теоремасы бойынша $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

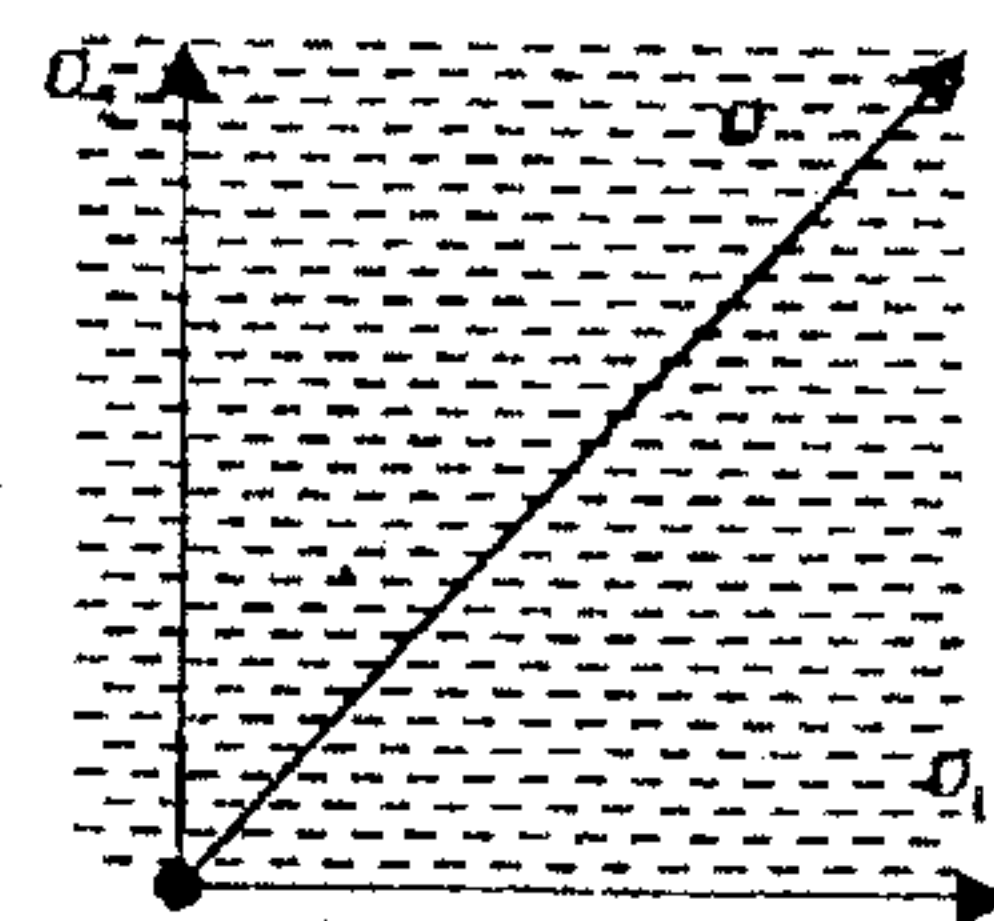
$v = ?$ $t = ?$

Ал, қайықтың өзеннен өту уақыты

$$t = \frac{s}{v} \text{ немесе } t = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$v = \sqrt{(0,4 \text{ м/с})^2 + (0,6 \text{ м/с})^2} \approx 0,72 \text{ м/с}.$$

$$t = \frac{60 \text{ м}}{\sqrt{(0,4 \text{ м/с})^2 + (0,6 \text{ м/с})^2}} \approx 83 \text{ с}.$$



7-сурет

Жауабы: $v \approx 0,72 \text{ м/с}$; $t \approx 83 \text{ с}$.

1.1.7. Бірінші поезд s жолдың жартысын $v_1 = 80 \text{ км/сағ}$, екінші жартысын $v_1^1 = 40 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен; ал екінші поезд осы жолға жұмсалған t уақыттың жартысын $v_2 = 80 \text{ км/сағ}$ екінші жартысын $v_2^1 = 40 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен жүріп өткен болса, әрбір поездің орташа жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$v_1 = 80 \text{ км/сағ}$$

$$v_1^1 = 40 \text{ км/сағ}$$

$$v_2 = 80 \text{ км/сағ}$$

$$v_2^1 = 40 \text{ км/сағ}$$

$$v_{\text{орт}} = ? \quad v_{2\text{орт}} = ?$$

Шешуі: 1 – поезд үшін:

$$v_{\text{орт}} = \frac{s}{t}, \text{ мұндағы } s \text{ барлық жүрілген жол,}$$

$$t \text{ – жүрілген уақыт. Сонда } t = t_1 + t_2 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_1^1}.$$

$$\text{Демек, } v_{\text{орт}} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_1^1}} = \frac{2v_1 v_1^1}{v_1 + v_1^1}$$

$$2\text{-поезд үшін. } v_{2\text{орт}} = \frac{s}{t},$$

$$\text{демек } v_{2\text{орт}} = \frac{v_2 \cdot \frac{t}{2} + v_2^1 \cdot \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_2 + v_2^1}{2}$$

$$v_{1\text{орт}} = \frac{2 \cdot 80 \text{ км/сағ} + 40 \text{ км/сағ}}{2} = 53 \frac{1}{3} \text{ км/сағ}.$$

$$v_{2\text{орт}} = \frac{80 \text{ км/сағ} + 40 \text{ км/сағ}}{2} = 60 \text{ км/сағ}.$$

Жауабы: $v_{1\text{орт}} = 53 \frac{1}{3} \text{ км/сағ}$; $v_{2\text{орт}} = 60 \text{ км/сағ}$.

1.1.8. 8(a)-суреттегі қозғалыс графигі бойынша нүктенің жылдамдық графигін салыңдар.

Есептің шешімі 8 (ә) - суретте көрсетілген.

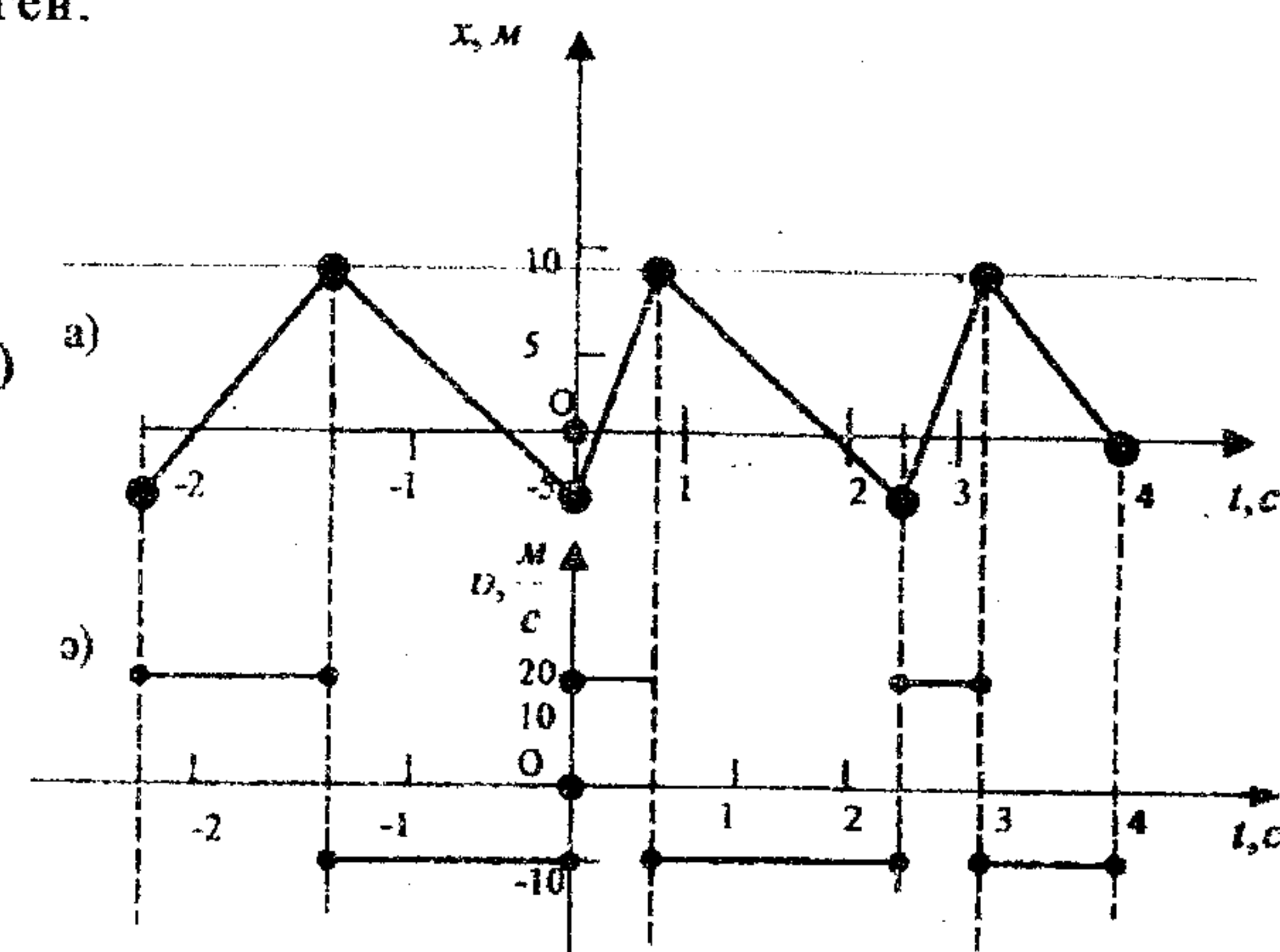
Расында да,

$$v = \frac{x - x_0}{\Delta t}$$

Сонда бірінші

аралық үшін:

(0 – нүктесінен оңға)



8-сурет ә)

$$x_1 = 10 \text{ м}; x_{10} = -5 \text{ м}; \Delta t = 0,75 \text{ с екендігін ескерсек } v_1 = \frac{10 - (-5)}{0,75} = 20 \text{ (м/с)}.$$

Ал, екінші аралық үшін $x_2 = -5 \text{ м}; x_{20} = 10 \text{ м}; \Delta t = 1,5 \text{ с}$, демек

$$v_2 = \frac{-5 - 10}{1,5} = -10 \text{ (м/с)}. \text{ Тағы осы сияқты басқа аралықтар үшін } v \text{ мәнін табуға болады.}$$

1.1.9. 0 Нүктесінен С нүктесіне жету үшін бала ОВ бағытымен қандай β бұрыш жасай жүзуі керек (9 – сурет)? Ағын судың жылдамдығы u , баланың жүзу жылдамдығы v .

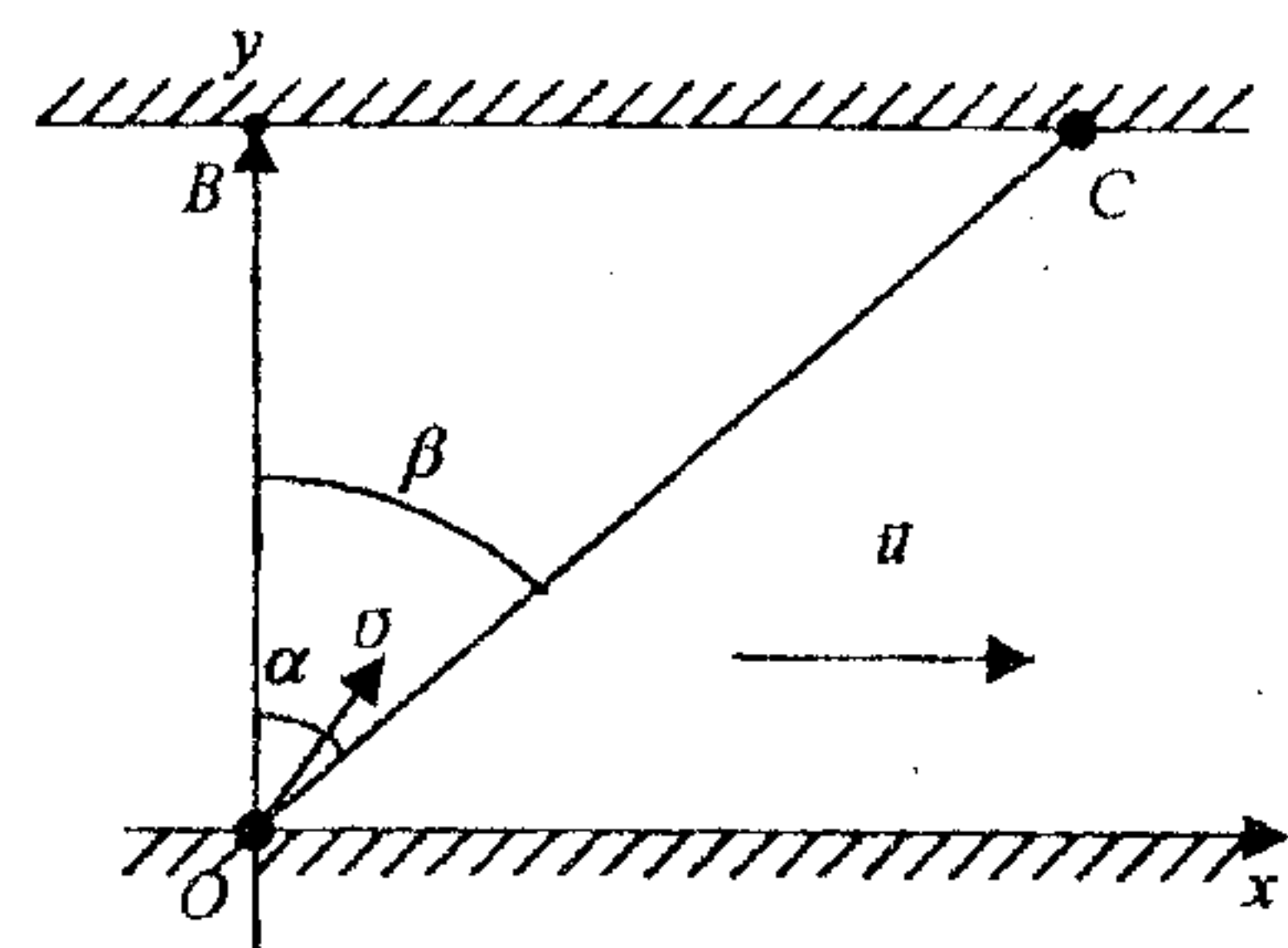
Берілгені: u және v
 β -?

Шешуі: Бала ордината өсімен α бұрыш жасай жүзетін болсын, сонда оның Ox және Oy өстері бойынша жылдамдық проекциялары $v_x = v \sin \alpha + u$ және $v_y = v \cos \alpha$.

Демек, ізделінді β бұрышы $\operatorname{tg} \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v \sin \alpha + u}{v \cos \alpha}$ қатынасынан табылады.

Бұдан $\beta = \arctg \left(\frac{v \sin \alpha + u}{v \cos \alpha} \right)$.

Жауабы: $\beta = \arctg \left(\frac{v \sin \alpha + u}{v \cos \alpha} \right)$.

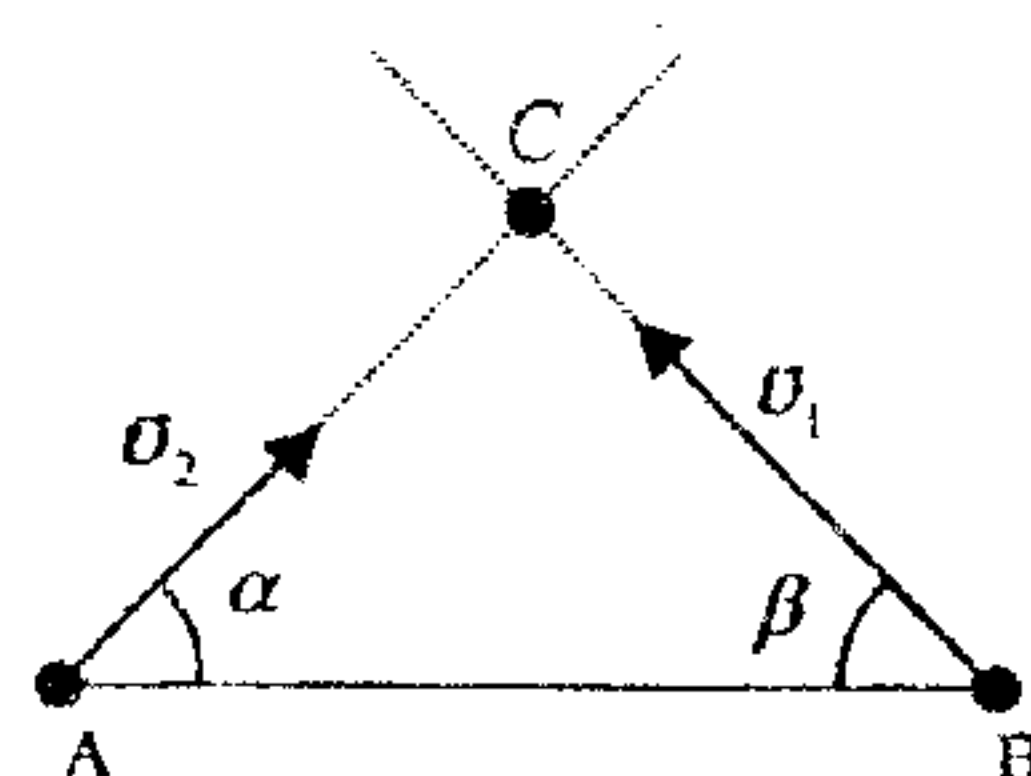


9-сурет

1.1.10. AB түзуімен $\beta = 30^\circ$ бұрыш жасай $v_1 = 50 \text{ км/с}$ жылдамдықпен қозғалған B нүктесіндегі кемеге, A нүктесінен $v_2 = 100 \text{ км/с}$ жылдамдықпен торпедо жіберілді. Торпедо нысанаға дәл тиюі үшін, ол AB түзуімен қандай α бұрыш жасауы керек?

Берілгені: $v_1 = 50 \text{ км/с}$
 $v_2 = 100 \text{ км/с}$
 $\beta = 30^\circ$
 α -?

Шешуі: 10-суретті пайдаланайық. Сонда жіберілген торпедо кемеге C нүктесінде тиетін болсын.



10-сурет

ACB үшбұрышы үшін синустар теоремасын жазайық, сонда $\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha}$, ал $AC = v_2 t$ және $BC = v_1 t$, демек $\frac{v_2 t}{\sin \beta} = \frac{v_1 t}{\sin \alpha}$.

Осыдан, $\sin \alpha = \frac{v_1}{v_2} \sin \beta$ немесе $\alpha = \arcsin \left(\frac{v_1}{v_2} \sin \beta \right)$.

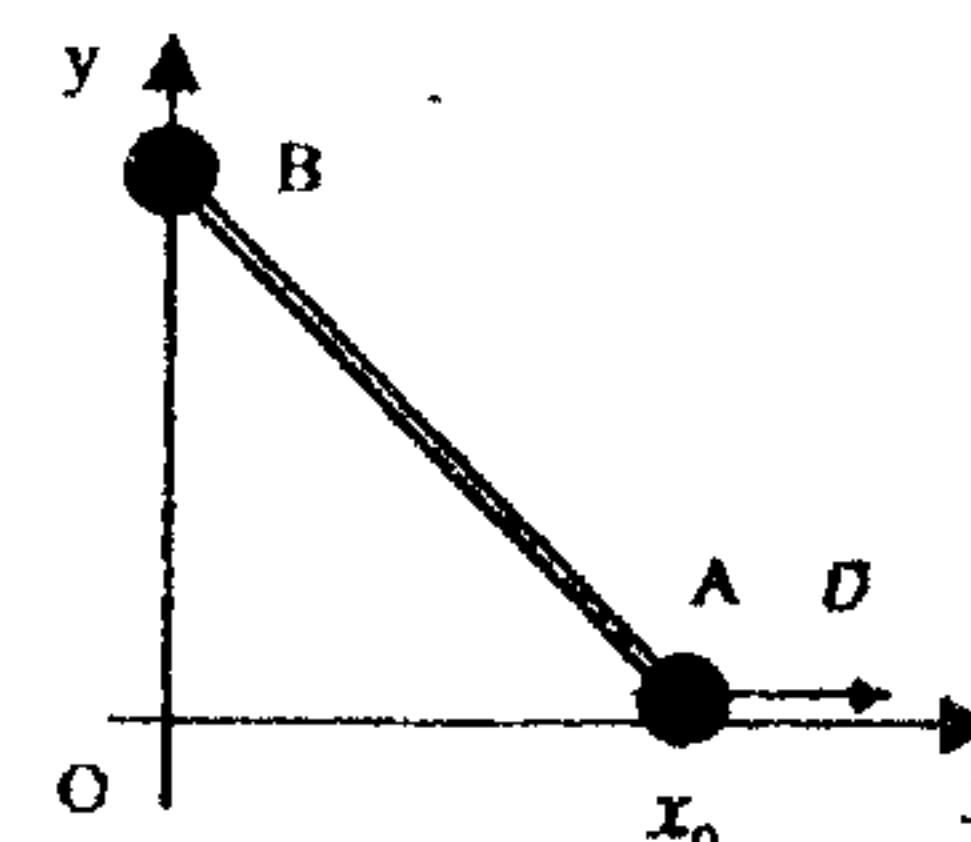
$\alpha = \arcsin \left(\frac{50}{100} \sin 30^\circ \right) \approx 14^\circ 30'.$

Жауабы: $\alpha \approx 14^\circ 30'.$

1.1.11. Ұзындығы ℓ -ге тең AB білеушенің ұштары еден және қабырғамен үйкеліссіз сырғиды. Егер A ұшының бастапқы орны x_0 және ол Ox бағытында v жылдамдықпен сырғитын болса, білеушенің B ұшының Oy бағытындағы қозғалыс теңдеуін жазыңдар (11-сурет).

Берілгені: $AB = \ell$
 x_0, v
 $y = f(t)$.

Шешуі: A ұшының Ox өсі бойымен қозғалысы $x = x_0 + vt$ (1) теңдеуімен анықталады.
 B ұшының Oy өсі бойымен қозғалыс



11-сурет

теңдеуін жазу үшін $\triangle BOA$ -ны пайдаланайық ($\angle O = 90^\circ$). Сонда B ұшының y координатасы үшін

$y = \sqrt{\ell^2 - x^2}$, ал (1)-де ескерсек, онда

$y = \sqrt{\ell^2 - (x_0 + vt)^2}$ немесе $y = \sqrt{\ell^2 - x_0^2 - 2x_0vt - v^2t^2}$.

Жауабы: $y = \sqrt{\ell^2 - x_0^2 - 2x_0vt - v^2t^2}$.

(*) 1.1.12. Ұшақтың ауамен салыстырғандағы жылдамдығы 900 км/с . Батыстан шығысқа қарай 15 м/с жылдамдықпен жел соғып тұр. Егер ауысу тура а) оңтүстікке ә) солтүстікке б) батысқа в) шығысқа қарай болу керек болса, ұшақ жерге салыстырғанда қандай бағытта және қандай жылдамдықпен ұша алады?

Берілгені: $v_1 = 900 \text{ км/с}$
 $v_2 = 15 \text{ м/с}$
 v -? φ -?

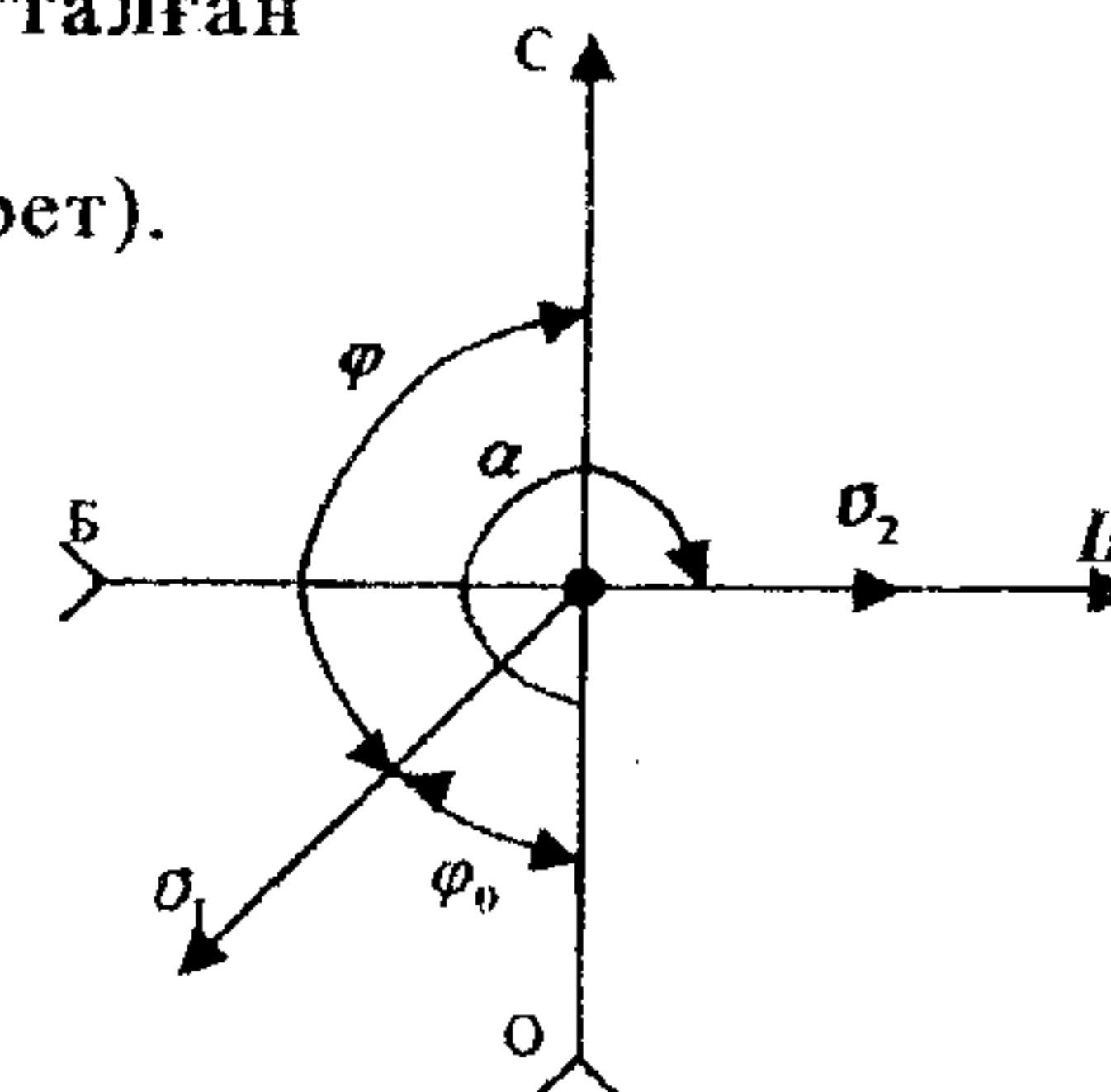
Шешуі: $900 \text{ км/с} = 250 \text{ м/с}$. Ұшақтың жермен салыстырғандағы жылдамдығы $v = v_1 + v_2$. Ұшақты оң бағыты меридиан а) $\alpha = 270^\circ$; ә) $\alpha = 90^\circ$ бойымен оңтүстіктен солтүстікке бағытталған б) $\alpha = 180^\circ$; в) $\alpha = 0^\circ$ деп алайық (12-сурет).

Сонда: а) $v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{250^2 - 15^2} \approx 249 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$,

ал $\varphi = 180^\circ - \arcsin \frac{v_2}{v_1} = 180^\circ - 0^\circ 21' = 179^\circ 39'.$

Ұшақ оңтүстік-батыс бағытында меридианмен $\varphi_0 = 180^\circ - \varphi = 180^\circ - 179^\circ 39' = 21'$ ұшу керек.

ә) $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \approx 249 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right),$



12-сурет

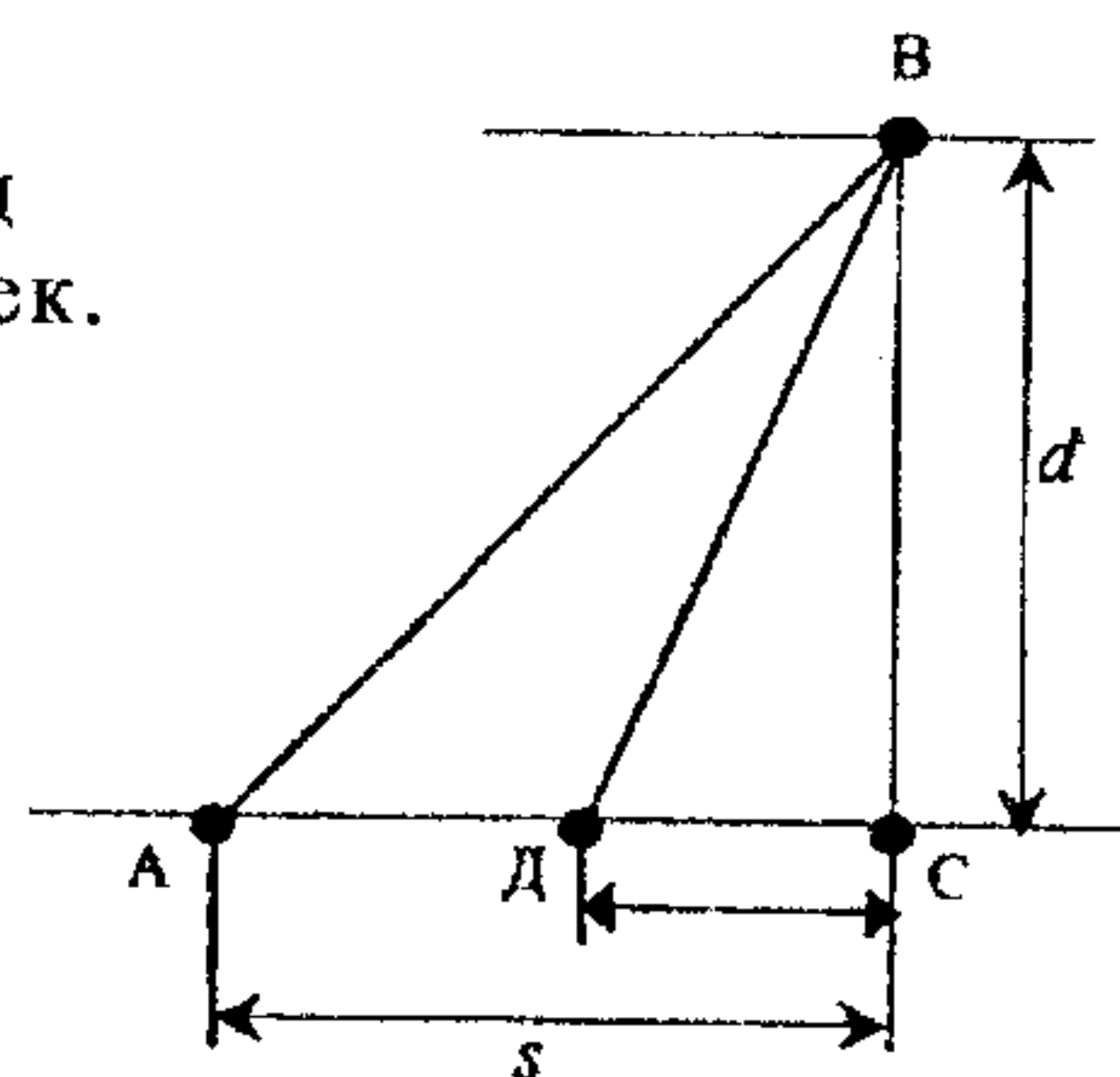
ал $\varphi = \arcsin \frac{v_2}{v_1} = 21'$, демек ұшақ 249 м/с жылдамдықпен солтүстік-батыс бағытында меридианмен $\varphi_0 = \varphi = 21'$ бұрыш жасай ұшу керек.

б) $v = v_1 - v_2 = 235 (\text{м/с})$, $\varphi = 90^\circ$, онда ұшақ батысқа қарай 265 м/с жылдамдықпен ұшу керек. в) $v = v_1 - v_2 = 235 \text{ м/с}$, $\varphi = 270^\circ$, демек ұшақ шығысқа қарай 235 м/с жылдамдықпен ұшу керек.

1.1.13. Адам өзен жағасындағы А нүктесінде тұр (13-сурет). Оған өзеннің арғы бетіндегі В нүктесіне баруы керек.

Ол қандай жағдайда ең аз уақыт жұмсап В нүктесіне жетеді?

АВ бағытында жүзгенде ме, әлде АС бағытында біраз жүгіріп содан кейін В нүктесі бағытында жүзгенде ме? Адамның судағы жылдамдығы v_1 , ал жағамен жүгіру жылдамдығы v_2 ($v_2 > v_1$). Өзен ені d , ал $AC = s$.



13-сурет

Берілгені: $v_2 > v_1$, деген сөз, адам әуелі А-дан С-ға дейін жүгіріп, С нүктесінен В-ға дейін жүзу керек дегенді білдірмейді, сондықтан ол Д нүктесіне дейін жүгірсін дейік.

$t_{\min} - ?$

Сонда адам АДВ сынығы бойымен қозғалады. Қозғалыс уақытын ДСВ үшбұрышын пайдаланып табуға болады, сонда

$$t = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1} + \frac{s - x}{v_2} = \frac{v_2 \sqrt{d^2 + x^2} - v_1 x + v_1 s}{v_1 v_2}.$$

Ал, t -ның ең аз мәніне, $y = v_2 \sqrt{d^2 + x^2} - v_1 x$ болғанда ғана жетеді. Мұндағы x -ті анықтау үшін, оны y арқылы өрнектейміз, сонда біршама түрлендіруден кейін мынадай квадрат теңдеуді аламыз.

$$x^2 = \frac{2yv_1}{v_2^2 - v_1^2} x + \frac{v_2^2 d^2 - y^2}{v_2^2 - v_1^2} = 0$$

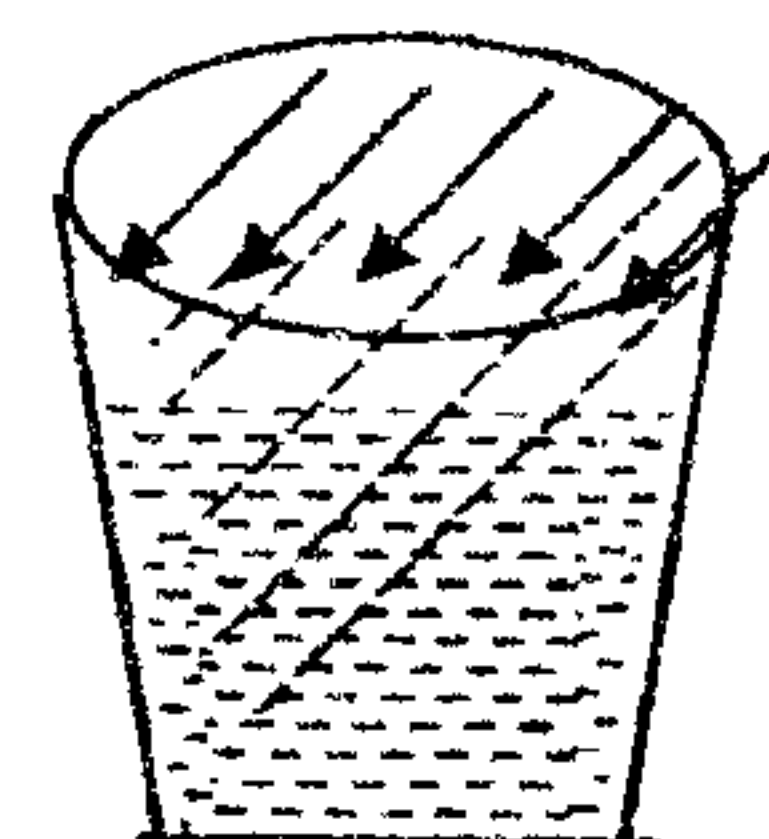
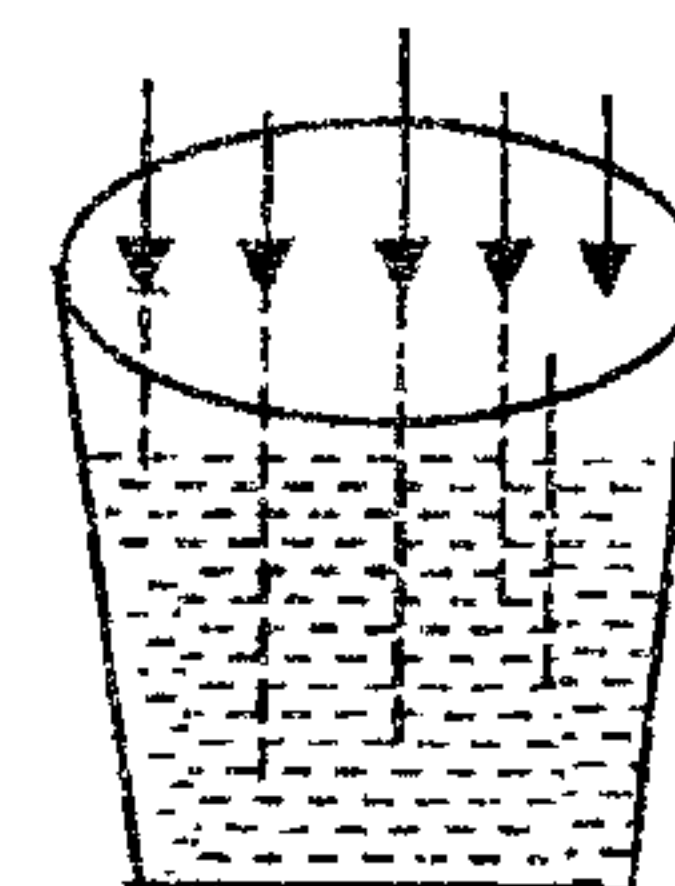
Бұл теңдеудің шешімі $x_{1,2} = \frac{v_2 y \pm \sqrt{v_2^2 y^2 + d^2 v_1^2 - v_2^2 d^2}}{v_2^2 - v_1^2}$. Мұндағы x -комплекс сан болмауы үшін $y^2 + d^2 v_1^2 \geq v_2^2 d^2$ шарты орындалуы тиіс, сонда y -ң ең аз мәні $y_{\min} = d \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$. Ал $y_{\min}$ -ң бұл мәніне

сәйкес келетін x -ң мәні $y_{\min} = \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$. Сонымен: Егер, $s \leq \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ болса, онда адам АВ түзуімен тіке бірден жүзуі керек, ал басқа жағдайларда, әуелі $AD = s - \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ қашықтыққа жүгіріп барып содан кейін В нүктесіне қарай жүзу керек.

$$\text{Жауабы: } t_{\min} \leq \frac{v_2^2 d - v_1 (s \sqrt{v_2^2 - v_1^2} - dv_1)}{v_1 v_2 \sqrt{v_2^2 - v_1^2}}.$$

1.1.14. Көшеде жауын жауып тұр. Машина шанағындағы шелек қай жағдайда тез толады: машина тыныш тұрғанда ма, әлде жүргенде ме?

Жауабы: Екі жағдайда да бірдей толады. Оны 14 - суреттен оңай түсінуге болады.



14-сурет

1.1.15. Жүріп бара жатқан велосипед доңғалағының жоғарғы жағына қарағанда төменгі шабақтары біріне-бірі бітіспей анық көрінеді. Себебін түсіндіріңдер.

Жауабы: Өйткені доңғалақтың жоғарғы бөлігі жерге салыстырғанда велосипед жылдамдығынан екі есе артық жылдамдықпен, ал төменгі бөлігі жерге салыстырғанда тыныштықта болады, сондықтан оның төменгі шабақтары анық көрінеді.

1.1.16. Автобус әйнегіне тіке түсіп жатқан жауын тамшылары оның бетінде қисық із қалдырады. Неге?

Жауабы: Автобус әйнегіне түскен жауын тамшысы екі бірдей қозғалысқа қатысады. Бірі ауырлық күші әсерінен төмен, ал екіншісі автобуспен бірге (көкжиек) бағыттағы қозғалыстар. Тамшы осы қозғалыстардың геометриялық қосындысы болатын қисық сызық бойымен қозғалады. Қисық көлбеулігі машина жылдамдығына, үйкеліске т.б. байланысты болады.

Қосымша есептер

1.1.17. Дене А (1;4) нүктеден В (5;1) нүктесіне орын ауыстырады. Нүктенің орын ауыстыру векторының модулін және осы орын ауыстырудың координата өстеріндегі проекцияларын табыңдар.

Жауабы: $s_x = 4$; $s_y = 3$; $|s| = 5$.

1.1.18. Мотоциклші жолдың бірінші жартысын 72 км/сағ жылдамдықпен, ал екінші жартысын 54 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Мотоциклшінің орташа жылдамдығын табыңдар.

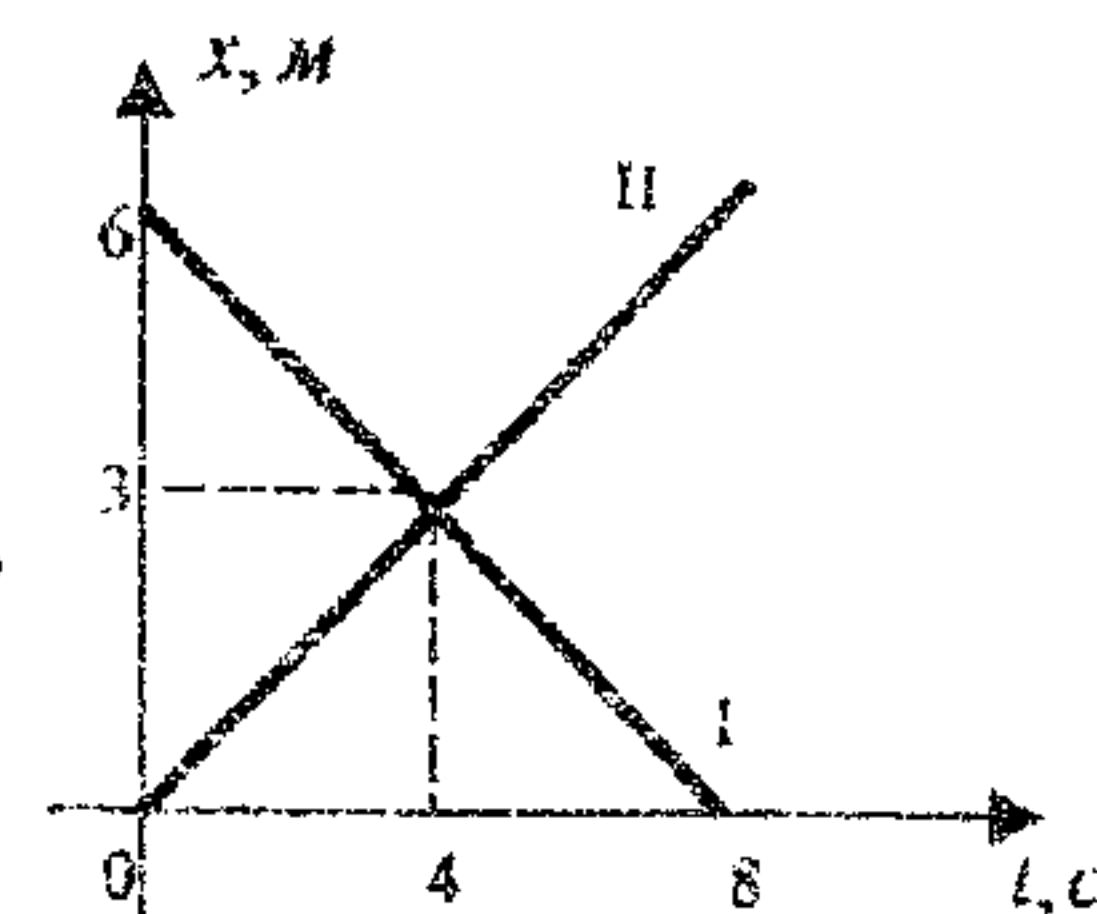
Жауабы: $v_{\text{орт}} = 17,1 \text{ м/с}$.

1.1.19. Екі қаланың арасы 100 км . Егер кемеңің тынық судағы жылдамдығы $21,6 \text{ км/сағ}$ ал су ағысының жылдамдығы 2 м/с болса, онда кеме осы екі қаланың бірінен екіншісіне барып қайтуы үшін қанша уақыт қажет етеді?

Жауабы: $t = 14 \text{ сағ}$.

1.1.20. 15-суретте екі дененің қозғалыс графигі көрсетілген. Қозғалған дене жылдамдықтарын табыңдар. Кездескенге дейін әрбір дене қанша жол жүрген? Уақыттың қандай мәнінде денелер кездескен? Қозғалыс түрлерін анықтаңдар.

Жауабы: $v_1 = -0,75 \text{ м/с}$; $v_2 = 0,75 \text{ м/с}$;
 $t = 3 \text{ с}$; $\ell_1 = 3 \text{ м}$; $\ell_2 = 3 \text{ м}$.



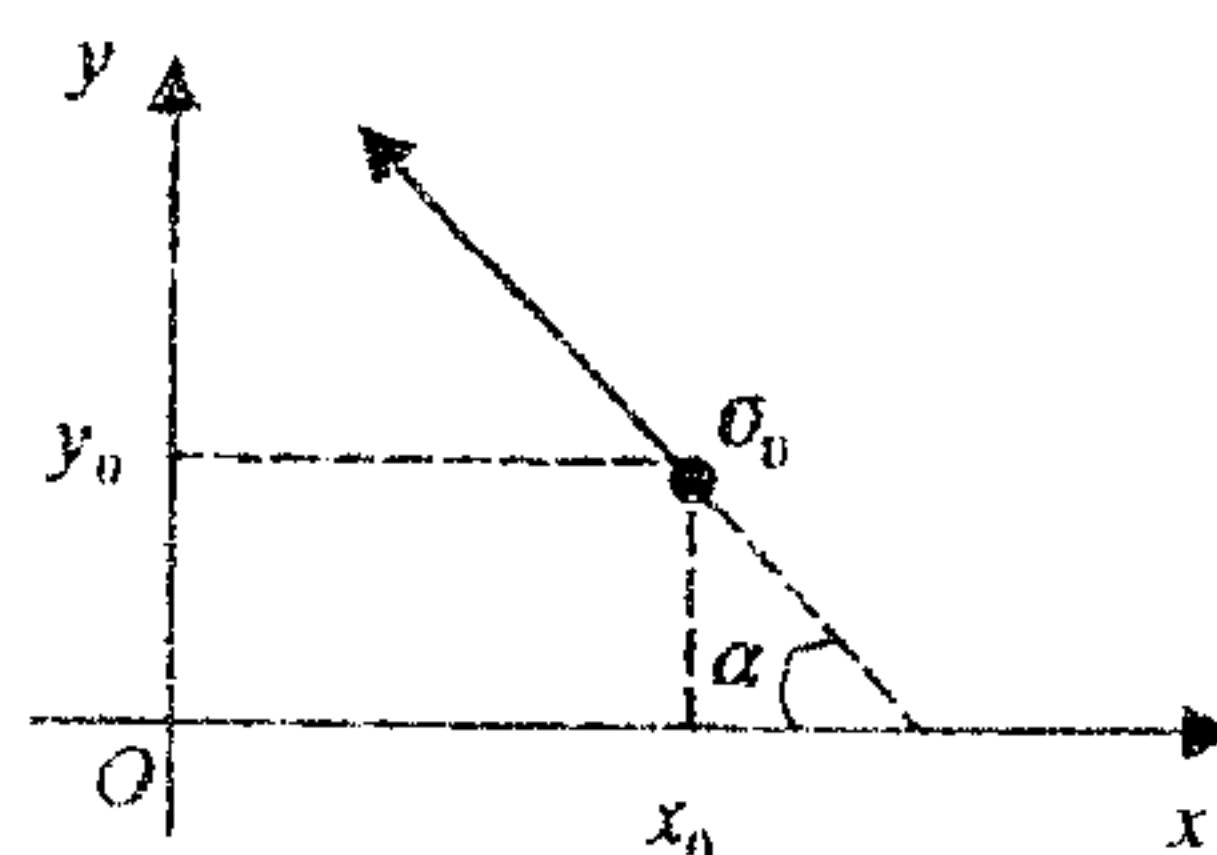
15-сурет

1.1.21. Нүкте x өсіне α бұрыш жасай тұрақты v_0 жылдамдықпен қозғалады (16-сурет). Уақыттың $t=0$ бастапқы сәтінде нүкте координаталары (x_0, y_0) .

Нүктенің қозғалыс теңдеуін және оның траекториясының теңдеуін жазыңдар.

Жауабы: $\begin{cases} x = x_0 - v_0 \cos \alpha t \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha t \end{cases}$

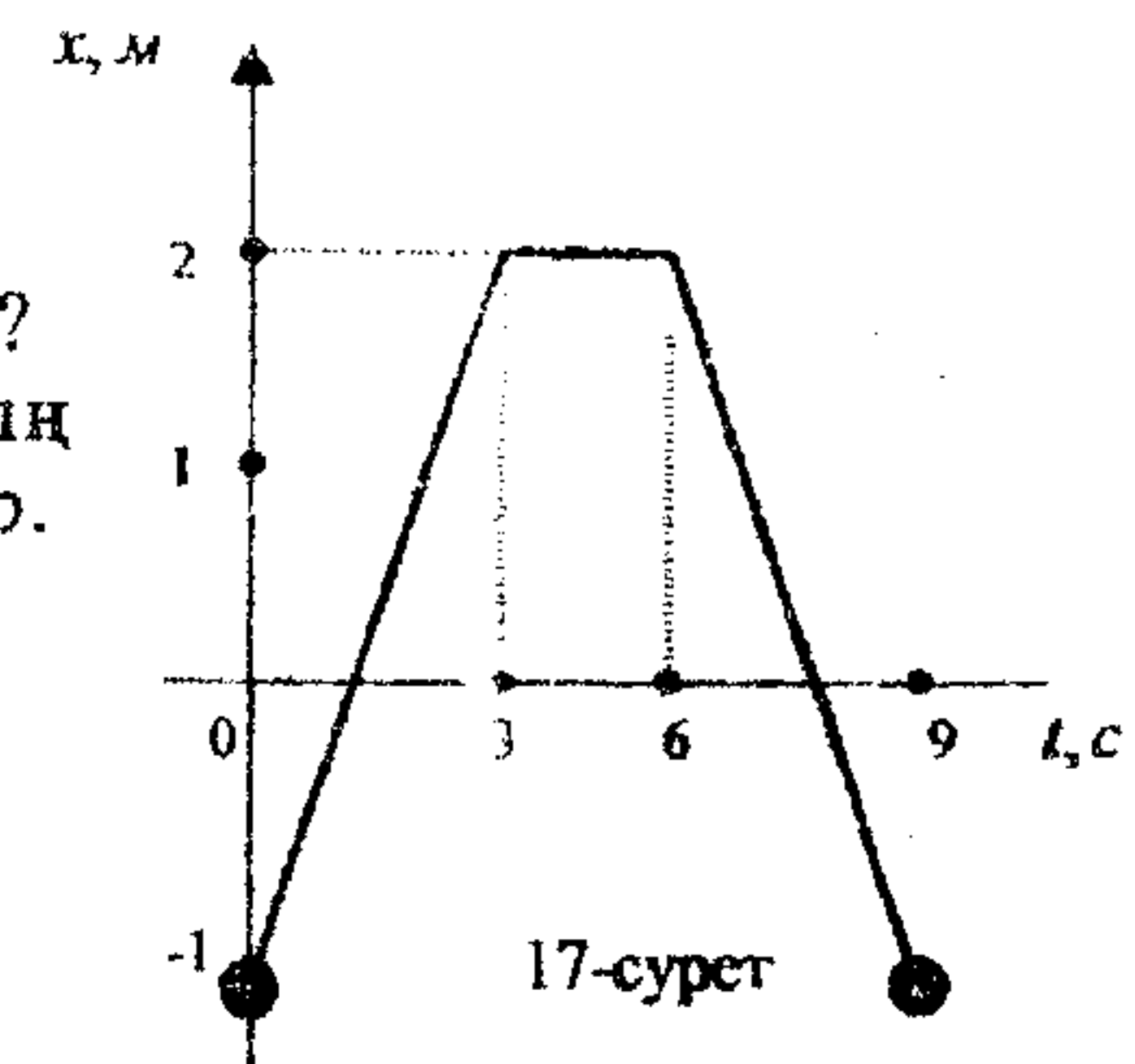
$y = y_0 + x_0 \operatorname{tg} \alpha - x \operatorname{tg} \alpha$.



16-сурет

1.1.22. 17-суретте дене координатасының уақытқа тәуелділігінің графигі берілген. Дене қанша уақыт қозғалыста болған? Жылдамдықтың және жүрілген жолдың уақытқа тәуелділік графигін салыңдар.

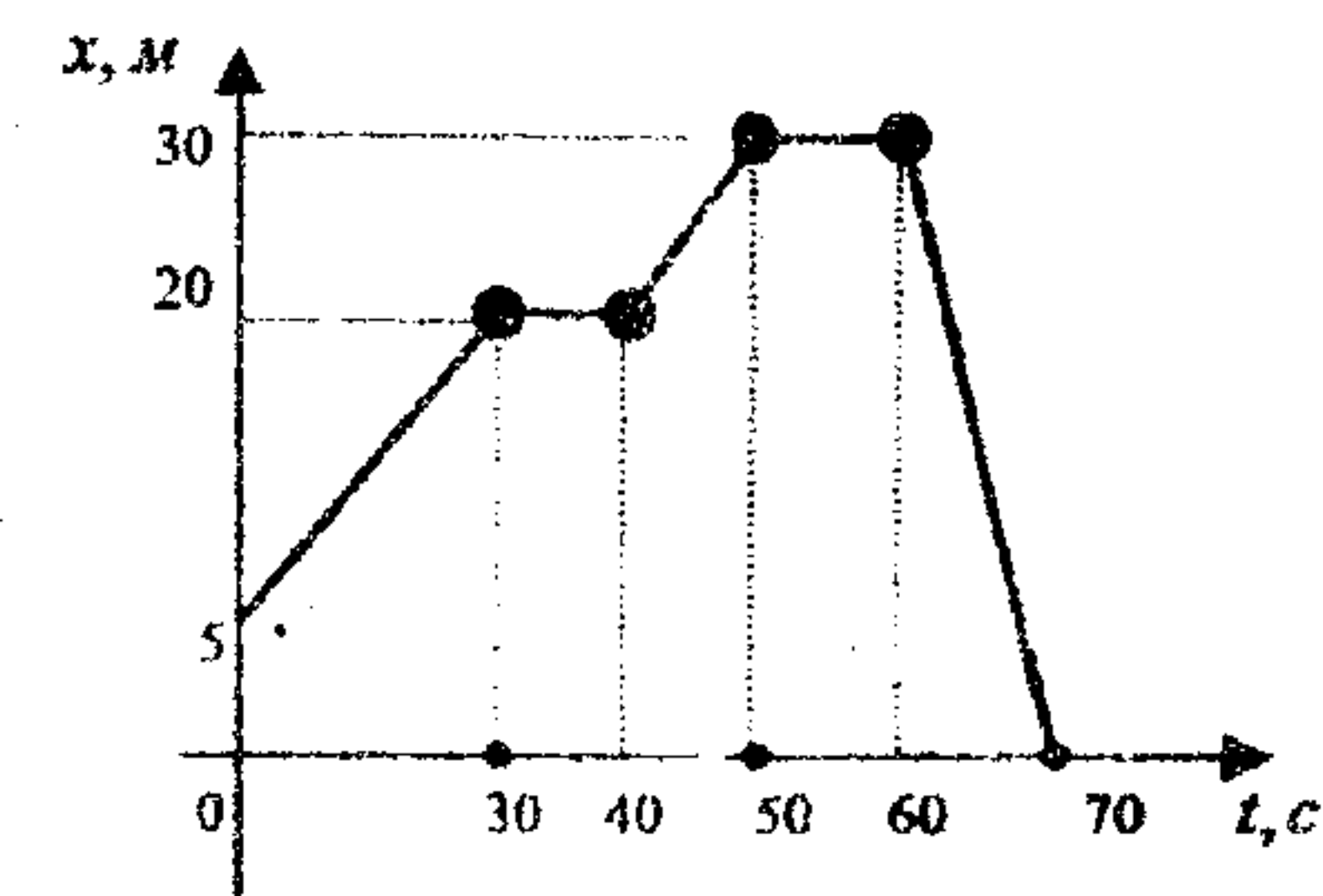
Жауабы: $t = 6 \text{ с}$.



1.1.23. Жүк тік бағытта орын ауыстырады. 18-суреттегі графикті пайдаланып жүктің 70 с -те жүрген жолын, оның көтерілу және төмен түсу жылдамдығын табыңдар. Жүк қозғалысының орташа жылдамдығы неге тең? Жылдамдықтың уақытқа тәуелділік графигін салыңдар.

Жауабы: $s = 55 \text{ м}$; $v_1 = 0,5 \text{ м/с}$;

$v_m = 3 \text{ м/с}$; $v_{\text{орт}} = -1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



18-сурет

1.1.24. Арақашықтығы ℓ болатын А және В мекендерінен бір бағытта екі дене v_1 және v_2 жылдамдықпен қозғалып келеді және де В мекенінен шыққан дене қозғалысты t_0 уақыт кейін бастаған еді. Денелер қанша уақыттан кейін кездеседі?

Жауабы: $t = \frac{\ell - v_2 t_0}{v_1 - v_2}$.

1.1.25. $v_1 = 15 \text{ м/с}$ жылдамдықпен келе жатқан ені $s = 3,6 \text{ м}$ вагонды оқ тесіп өтті. Егер атылған оқ бағыты вагонның қозғалыс бағытына перпендикуляр және оқ вагон қабырғасынан $s = 9,0 \text{ см}$ ығысып өткен болса, онда оқтың жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v = 600 \text{ м/с}$.

1.1.26. Аңшы $v_1 = 15 \text{ м/с}$ жылдамдықпен түзу ұшына бара жатқан құсты атады. Егер ату кезінде құсқа дейінгі арақашықтық $s = 30 \text{ м}$ болса, аңшы құсты қандай қашықтықта нысанаға алуы керек? Оқ жылдамдығы $v_2 = 375 \text{ м/с}$.

Жауабы: $s = 12 \text{ м}$.

1.1.27. Поезд $v = 36 \text{ км/сғ}$ жылдамдықпен жүріп келеді. Егер поездің қозғалыс бағытына перпендикуляр $u = 10 \text{ м/с}$ жылдамдықпен жел соғып тұрса, локомотив төбесіне орнатылған жалаудың желбіреу бағытын табыңдар.

Жауабы: $\alpha = 135^\circ$.

1.1.28. Жаңбырлы күні $v = 36 \text{ км/сғ}$ жылдамдықпен поезде кетіп бара жатқан адам, терезеден жаңбыр тамшыларының тік түсін жатқанын байқады. Желдің жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $u = 36 \text{ км/сғ}$.

1.1.29. Моторлы қайық жағаға перпендикуляр бағытта $v = 10 \text{ км/сғ}$ жылдамдықпен қозғалады. Табаны су бетімен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайтын осы қайық, көлеңкесі қандай жылдамдықпен жылжиды? Күн тас төбеде түр деп есептеңдер.

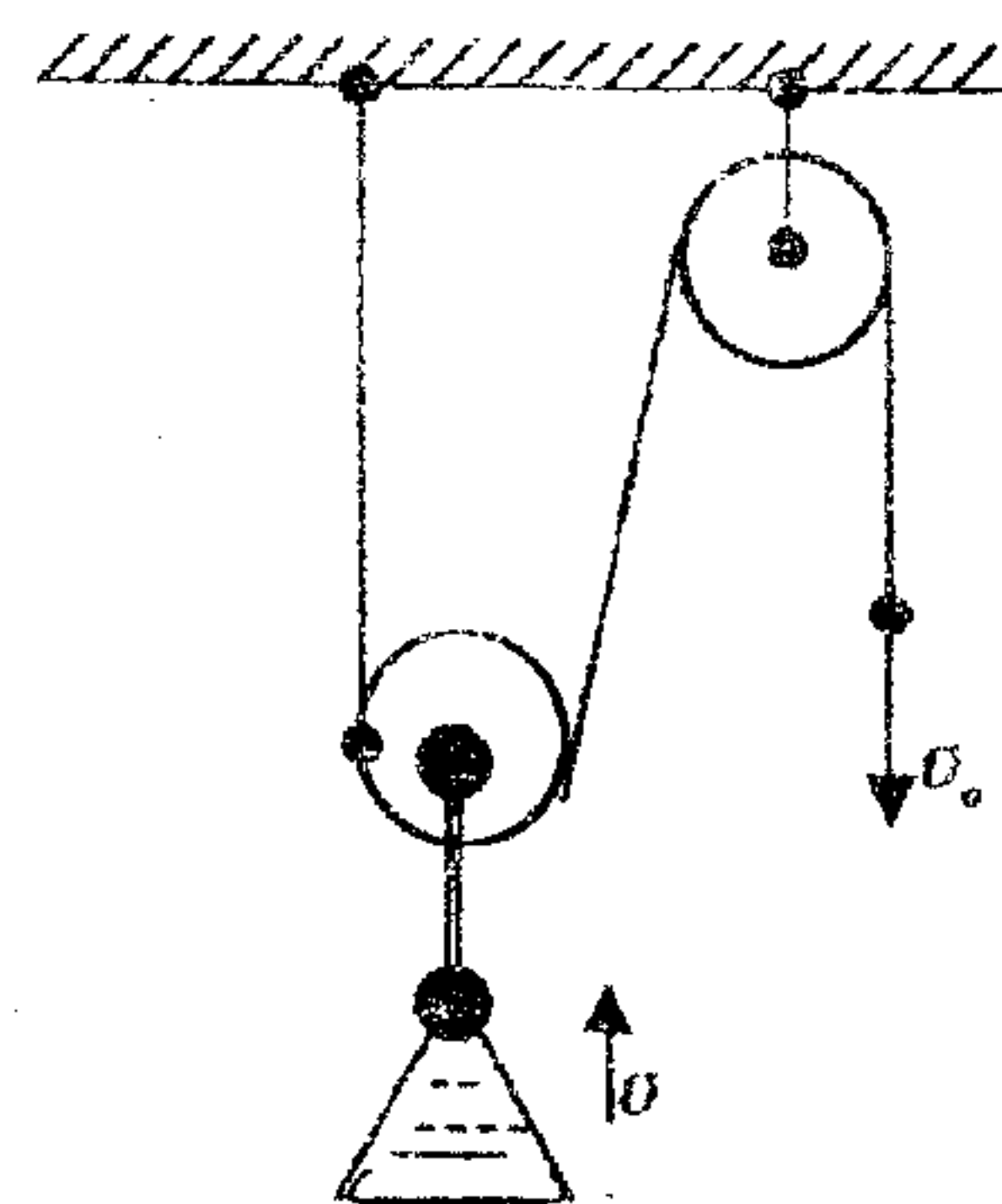
Жауабы: $u = \frac{v}{\cos \alpha} = 3,2 \text{ (м/с)}$.

1.1.30. Қайық қарсы жағаға перпендикуляр бағытта жүзе отырып ағыс бағытында $s = 25 \text{ м}$ төменгі нүктеден $t = 1 \text{ мин } 40 \text{ с}$ кейін шықты. Өзен ені $l = 100 \text{ м}$ болса қайықтың және өзеннің жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v_x = 1 \text{ м/с}$; $v_o = 0,25 \text{ м/с}$.

1.1.31. Жүк екі блок арқылы 19-суреттегідей етіп ілінген. Егер жіптің ұшы v_o жылдамдықпен тартсақ жүк қандай жылдамдықпен көтеріледі?

Жауабы: $v = \frac{v_o}{2}$.



19-сурет

1.1.32. Катер жолдың бірінші бөлігін екінші бөлігіне қарағанда $n = 2$ есе артық орташа жылдамдықпен жүріп өтті. Жолдың

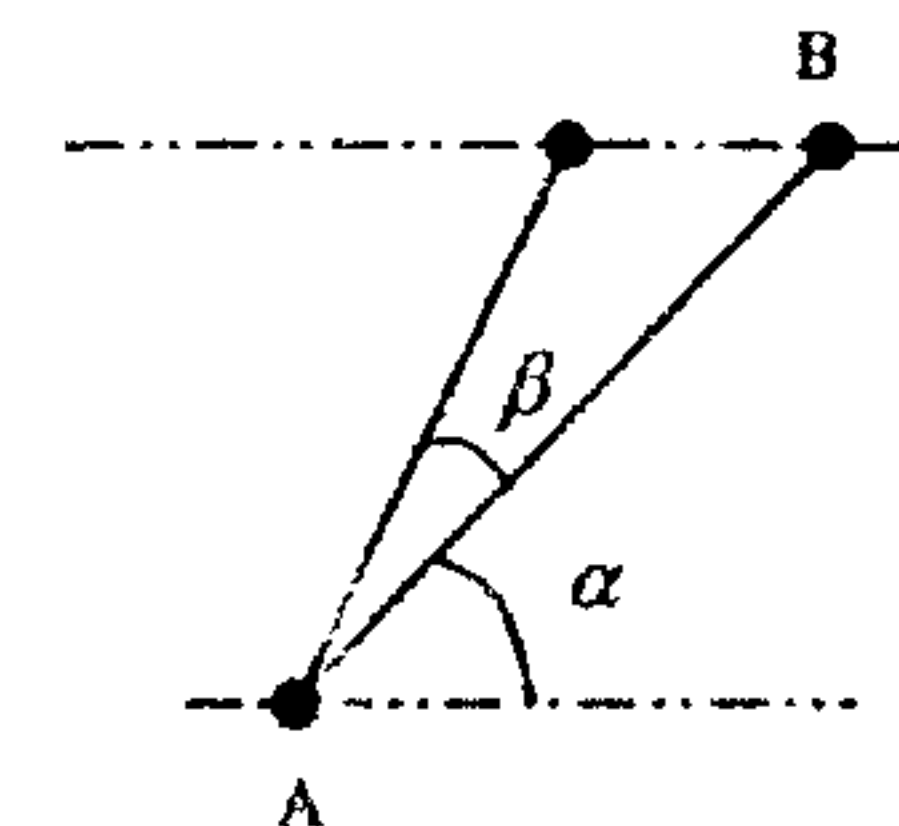
барлық бойындағы орташа жылдамдығы $v_{\text{орт}} = 4 \text{ км/сғ}$. Жолдың әрбір бөлігіндегі катер жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v_1 = \frac{(n+1)v_{\text{орт}}}{2} = 6 \text{ (км/сғ)}$; $v_2 = \frac{(n+1)v_{\text{орт}}}{2n} = 3 \text{ (км/сғ)}$

1.1.33. Катер A мекенінен B мекеніне β курсымен жүзеді (20-сурет). Өзен ағысының жылдамдығы $u = 2 \text{ м/с}$. Егер $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$ болса, катердің жағаға және өзенге салыстырғандағы жылдамдығын анықтаңдар.

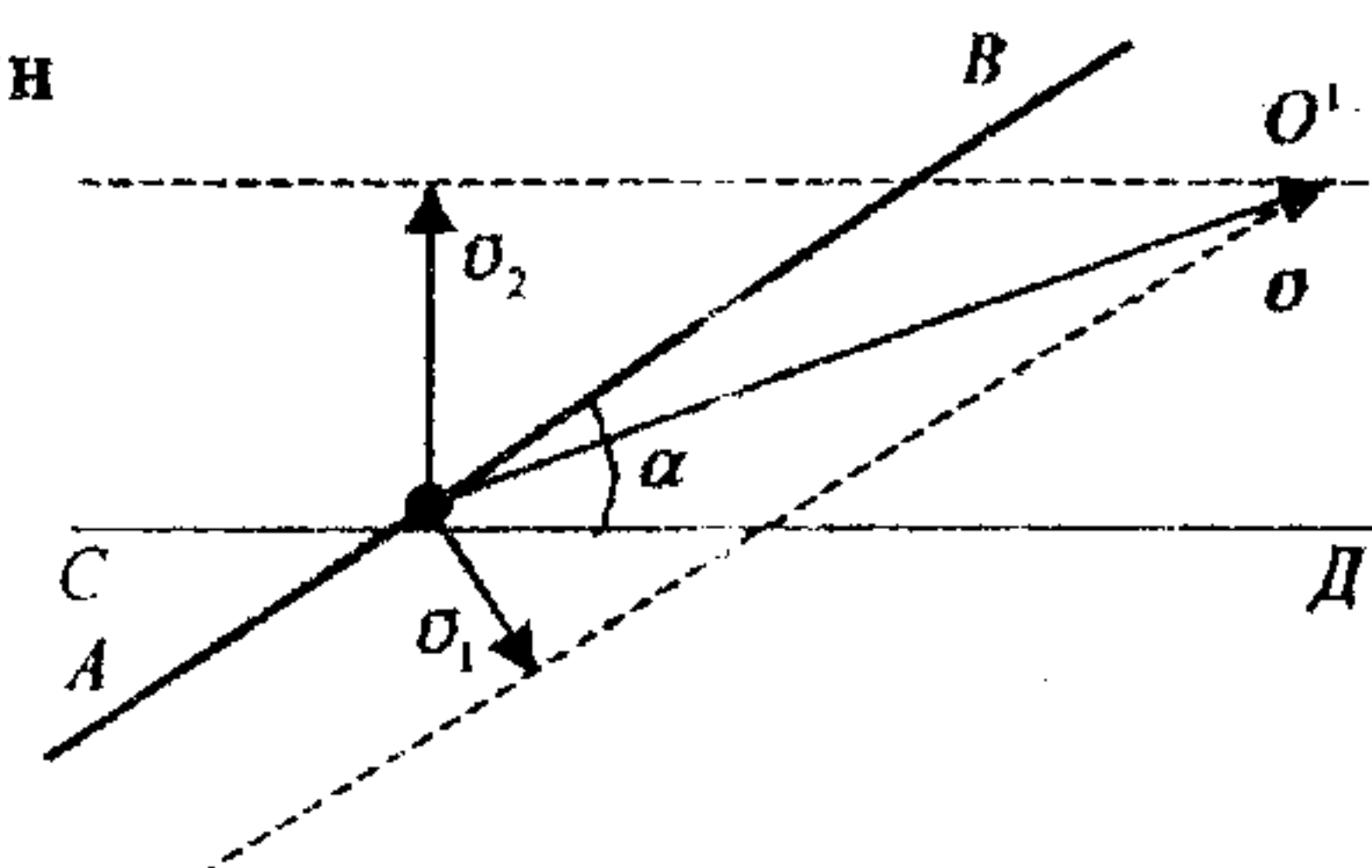
Жауабы: $v_1 = \frac{u \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \approx 3,9 \text{ (м/с)}$;

$v_2 = \frac{u \sin \alpha}{\sin \beta} \approx 2,8 \text{ (м/с)}$.



20-сурет

1.1.34. Өзара α бұрыш жасап қиылысатын AB және CD екі түзулері түрлі бағытта v_1 және v_2 жылдамдықпен ілгерілемелі қозғала бастайды. Түзулердің қиылысу нүктесінің жылдамдығын табыңдар. Қозғалыс бағыты сәйкес түзулерге перпендикуляр. Мұндағы: v_1 - бірінші түзудің v_2 - екінші түзудің, ал v екі түзудің қиылысу нүктелерінің қозғалыс жылдамдықтарының бағыттары.



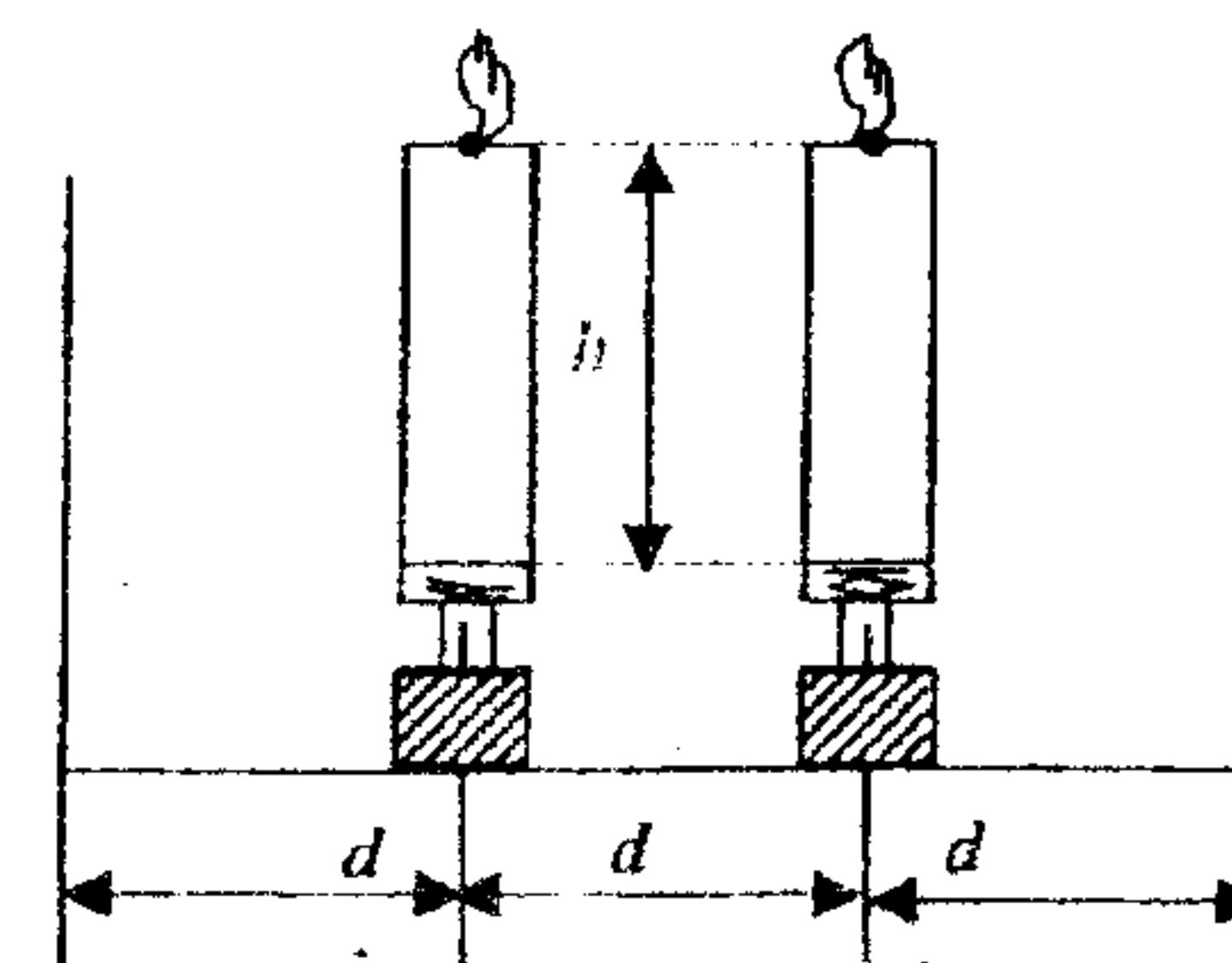
21-сурет

Жауабы: $v = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha}$

1.1.35. Биіктіктері h болатын екі балауыз шам бір-бірінен d қашықтықта тұр. Шамдардың жақын тұрған қабырғаларына дейінгі арақашықтығы да d -ға тең (22-сурет). Егер бірінші шам t_1 , ал екінші шам t_2 уақытта жанып бітетін болса, шамдардың қабырғадағы көлеңкелері қандай жылдамдықпен жылжиды?

Жауабы: $v_1 = \frac{h}{t_1 t_2} (2t_2 - t_1)$; $v_2 = \frac{h}{t_1 t_2} (2t_1 - t_2)$.

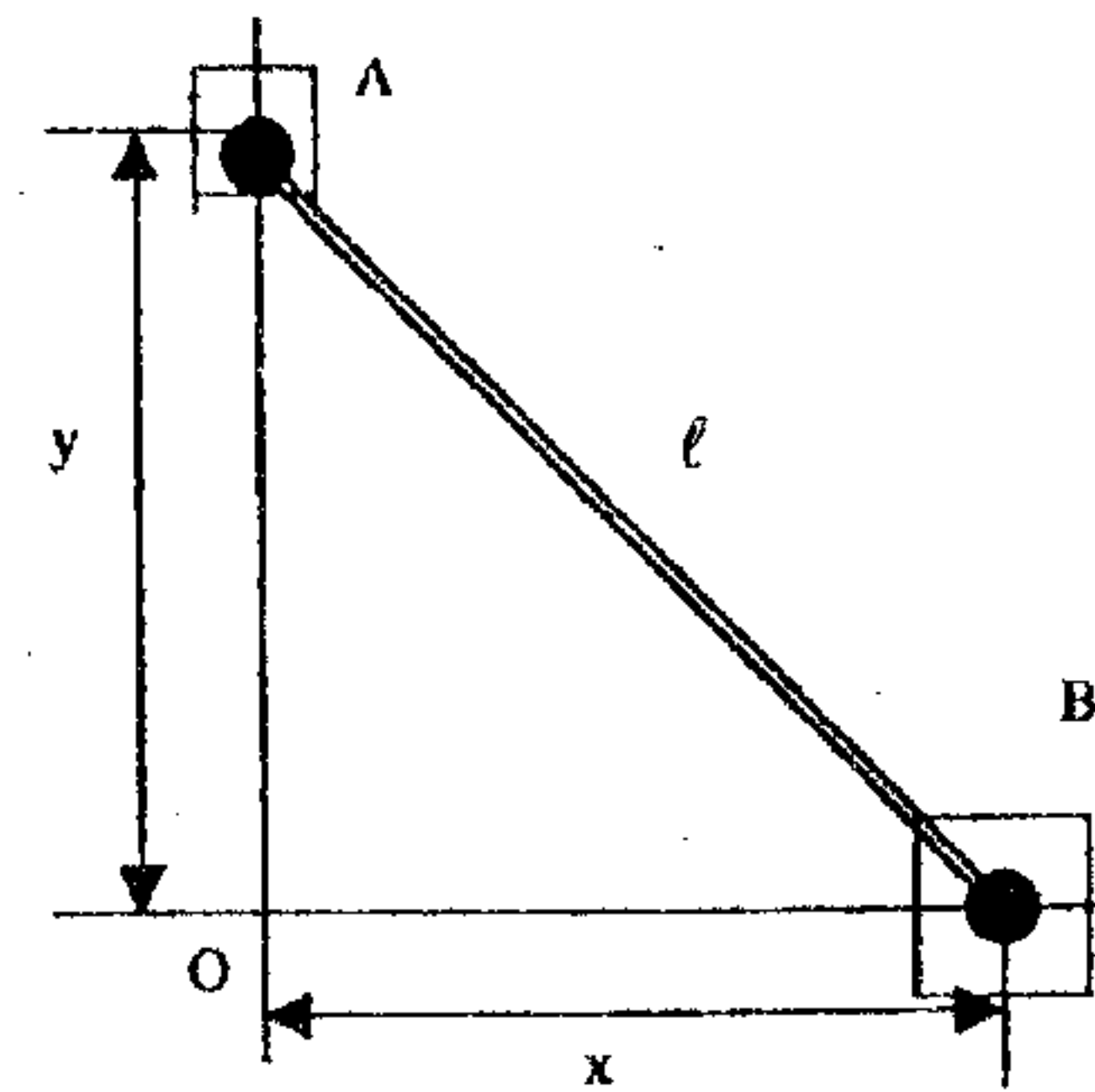
Ескерту: Егер $t_2 > t_1$ болса, онда $v_1 > 0$;



22-сурет

ал $v_2 < 0$ (теріс сан болады), Демек, оң жақ қабырғадағы көлеңке жоғары қарай жылжиды.

1.1.36. Екі рельс біріне-бірі тік бұрыш жасап бекітілген. Осы рельстер бойымен ұзындығы ℓ шыбықша ұштарына байланған екі арбаша қозғалады (23 – сурет). А арбаша 0 нүктесінен бастап тік бағытта v жылдамдықпен бірқалыпты қозғалады. В арбашаның қозғалыс теңдеуін ($x = x(t)$) және u жылдамдығын анықтайтын өрнектерді жазыңдар. Жауабы: $x = \sqrt{\ell^2 - v^2 t^2}$;



23-сурет

$$u = \frac{-v^2 t}{\sqrt{\ell^2 - v^2 t^2}}.$$

1.2. Бірқалыпты айнымалы қозғалыс

Өзара тең уақыт аралығында жылдамдығы бірдей шамаға өзгеріп отыратын қозғалысты бірқалыпты айнымалы қозғалыс деп атайды. Жылдамдықтың уақыт бірлігінде өзгерісін сипаттайтын шаманы үдеу дейді. Сонда a әрпімен белгіленген үдеу былай анықталады.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (1)$$

Мұндағы, v_0 дененің бастапқы, ал v t -уақыт өткеннен кейінгі жылдамдық векторлары. Үдеу векторлық шама, ол жылдамдық өзгерісімен бағыттас.

Бірқалыпты айнымалы қозғалыстың үдеуі тұрақты болады. Жылдамдықтың уақыт бірлігіндегі өзгеріс сипатына қарай қозғалыс бірқалыпты үдемелі және бірқалыпты баяу болып бөлінеді.

Егер, $v_0 < v$ болса, онда бірқалыпты үдемелі ($a > 0$).

Егер, $v_0 > v$ болса, онда бірқалыпты баяу ($a < 0$).

Бірқалыпты үдемелі қозғалыстың ақырғы жылдамдығы (2) $v = v_0 + at$; егер $v_0 = 0$ болса, онда $v = at$ (2а).

Бірқалыпты үдемелі қозғалыстағы дененің орын ауыстыруы

$$(3) \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \text{ егер } v_0 = 0 \text{ болса, онда } s = \frac{at^2}{2} \quad (3а).$$

Қозғалыс уақыты белгісіз болғанда, орын ауыстырудың және ақырғы жылдамдықтың модулін былай табуға болады.

$$(4) \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \text{ немесе } s = \frac{v^2}{2a} \quad (4а).$$

$$(5) \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2as} \text{ немесе } v = \sqrt{2as} \quad (5а).$$

Бірқалыпты айнымалы қозғалған дененің кез келген уақыт мезетіндегі координатасы былай табылады

$$x = x_0 \pm |v_0|t \pm \frac{|a|t^2}{2} \quad (6)$$

Ауасыз кеңістікте дененің ауырлық күші әсерінен болатын қозғалыс еркін түсу деп аталады. Еркін түсу үдеуі барлық денелер үшін бірдей және шамасы $a = g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$.

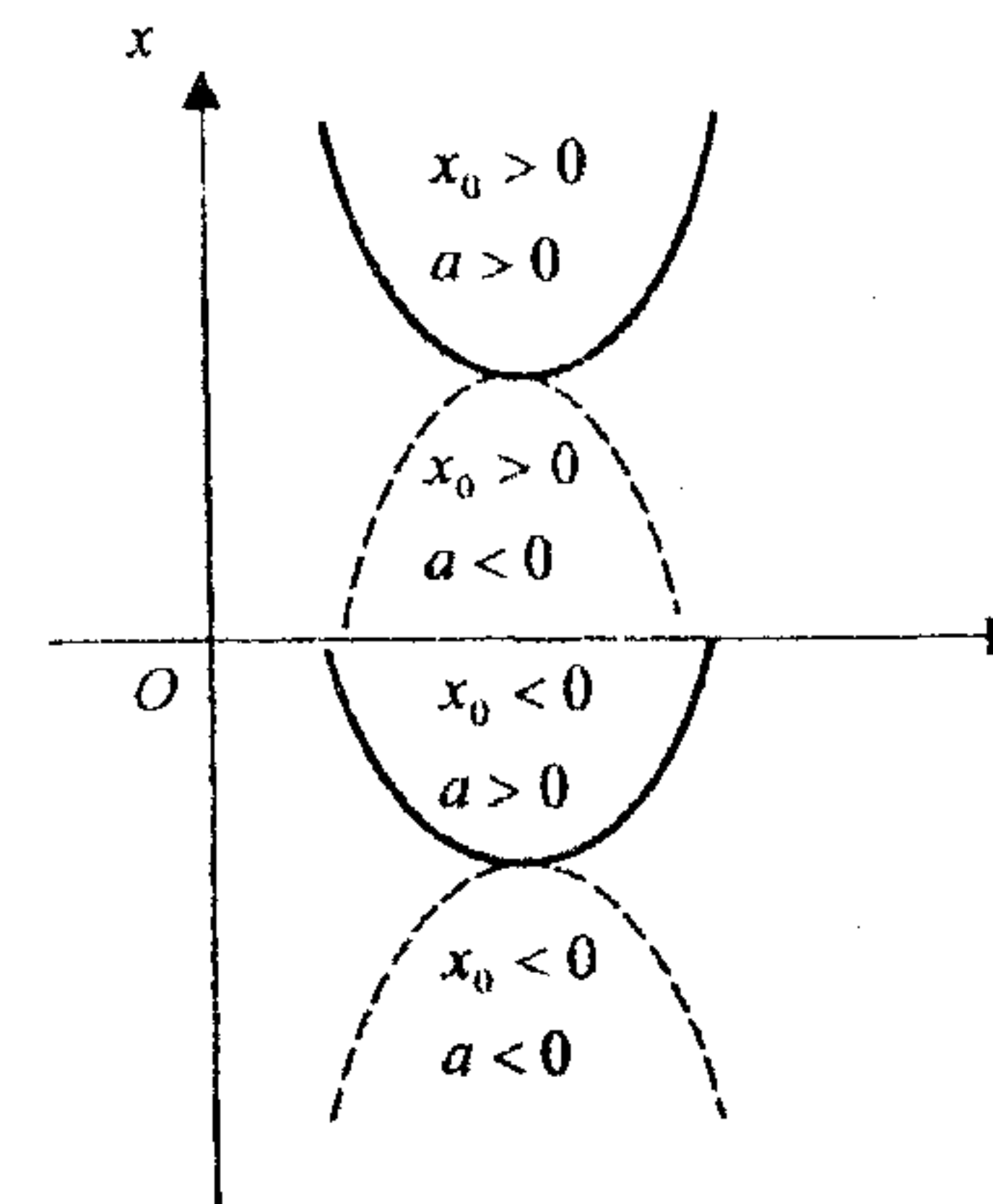
Еркін түскен дене үшін мына формулалар дұрыс болады.

$$\text{Дене координатасы } x = x_0 \pm |v_0|t \pm \frac{|g|t^2}{2}.$$

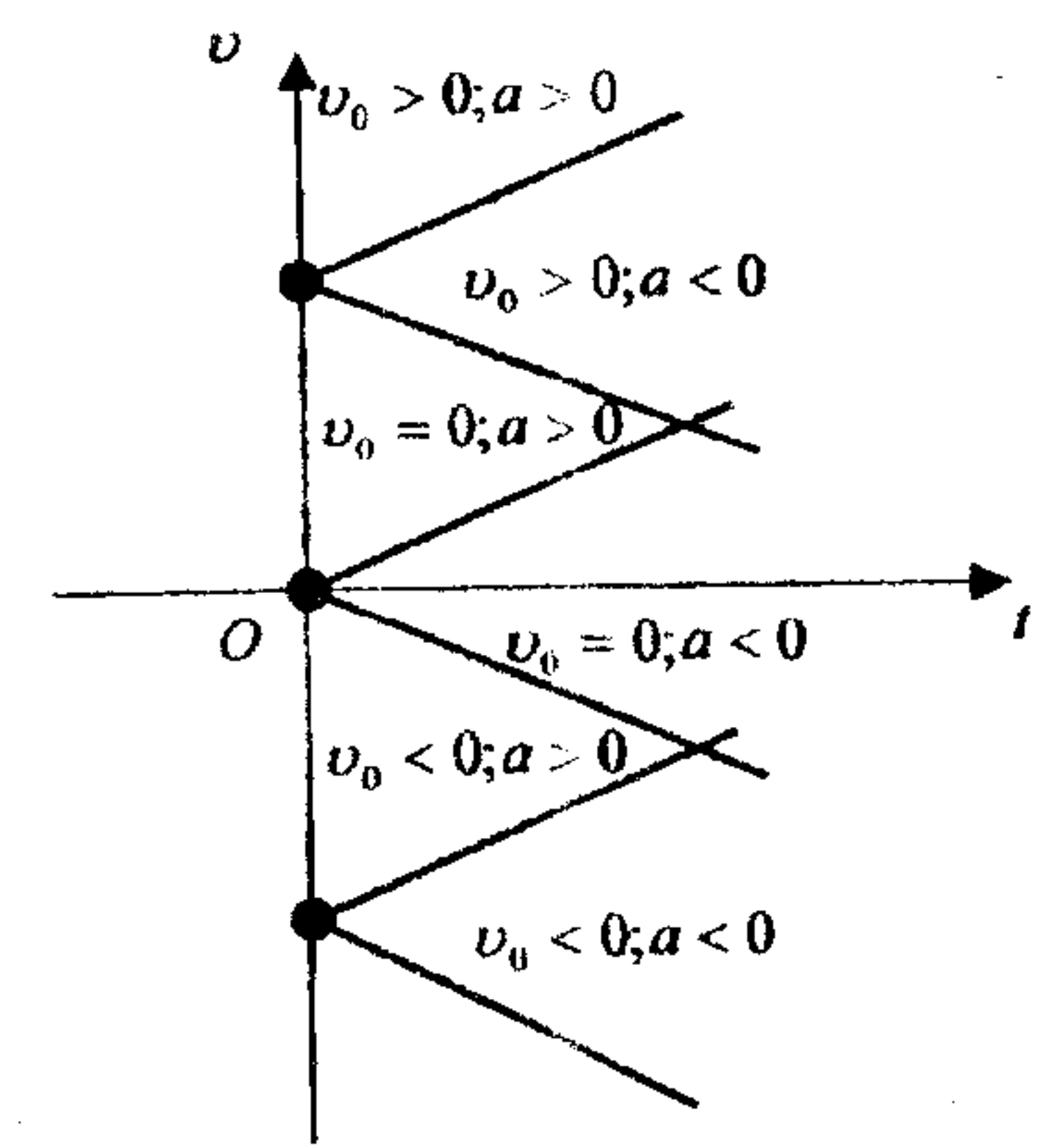
$$\text{Орын ауыстыруы } h = |v_0|t \pm \frac{|g|t^2}{2}, \quad h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}.$$

$$\text{Ақырғы жылдамдық } v = v_0 + gt, \quad |v| = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Бірқалыпты айнымалы қозғалатын нүктенің қозғалыс графиктері мен жылдамдық графиктері 1-суретте және 2-суретте көрсетілген.



1-сурет



2-сурет

Жылдамдық графигін пайдаланып, бірқалыпты айнымалы қозғалыстағы нүктенің жүрген жолының модулін есептеуге болады (3 – сурет), сонда жүрілген жолдың модулі $v_0 t_0$ фигурасының (трапецияның) ауданына тең, расында да

$$s = [50v_0 At_0] = \frac{[0v_0 + At_0] \cdot [0t_0]}{2},$$

$$\text{ал } [0v_0 = v_0; \quad At_0 = v_0 + at; \quad [0t_0] = t,$$

$$\text{демек } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Нүктенің Δt уақыт ішіндегі орташа жылдамдығын табу үшін оның Δs жүрген жолын осы Δt уақыт аралығына бөлу керек

$$v_{\text{орт}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (7).$$

Лездік жылдамдық сан жағынан Δt уақыт аралығын шексіз азайтқанда орташа жылдамдықтың ұмтылатын шегіне тең, яғни

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) \quad (8).$$

1.2.1. 54 км/с жылдамдықпен келе жатқан поезд тежеліп 30 с кейін тоқтайды. Поездің үдеуін және тоқтағанға дейінгі жүрген жолын анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: $50 \text{ км/с} = 15 \text{ м/с}$.

$v_0 = 54 \text{ км/с}$ Поездің үдеуін $a = \frac{v - v_0}{t}$ формуласынан

$t = 30 \text{ с}$ табамыз, $v = 0$ екендігін ескерсек $a = -\frac{v_0}{t}$ (i).

$a = ?$ $s = ?$

Ал, поездің тоқтағанға дейінгі жүрген жолын табу үшін $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

формуласын пайдаланамыз, сонда (i)-ді ескерсек, онда $s = \frac{v_0 t}{2}$ (2).

$$a = -\frac{15 \text{ м/с}}{30 \text{ с}} = -0,5 \text{ м/с}^2; \quad s = \frac{15 \text{ м/с} \cdot 30 \text{ с}}{2} = 225 \text{ м}.$$

Жауабы: $a = -0,5 \text{ м/с}^2$; $s = 225 \text{ м}$.

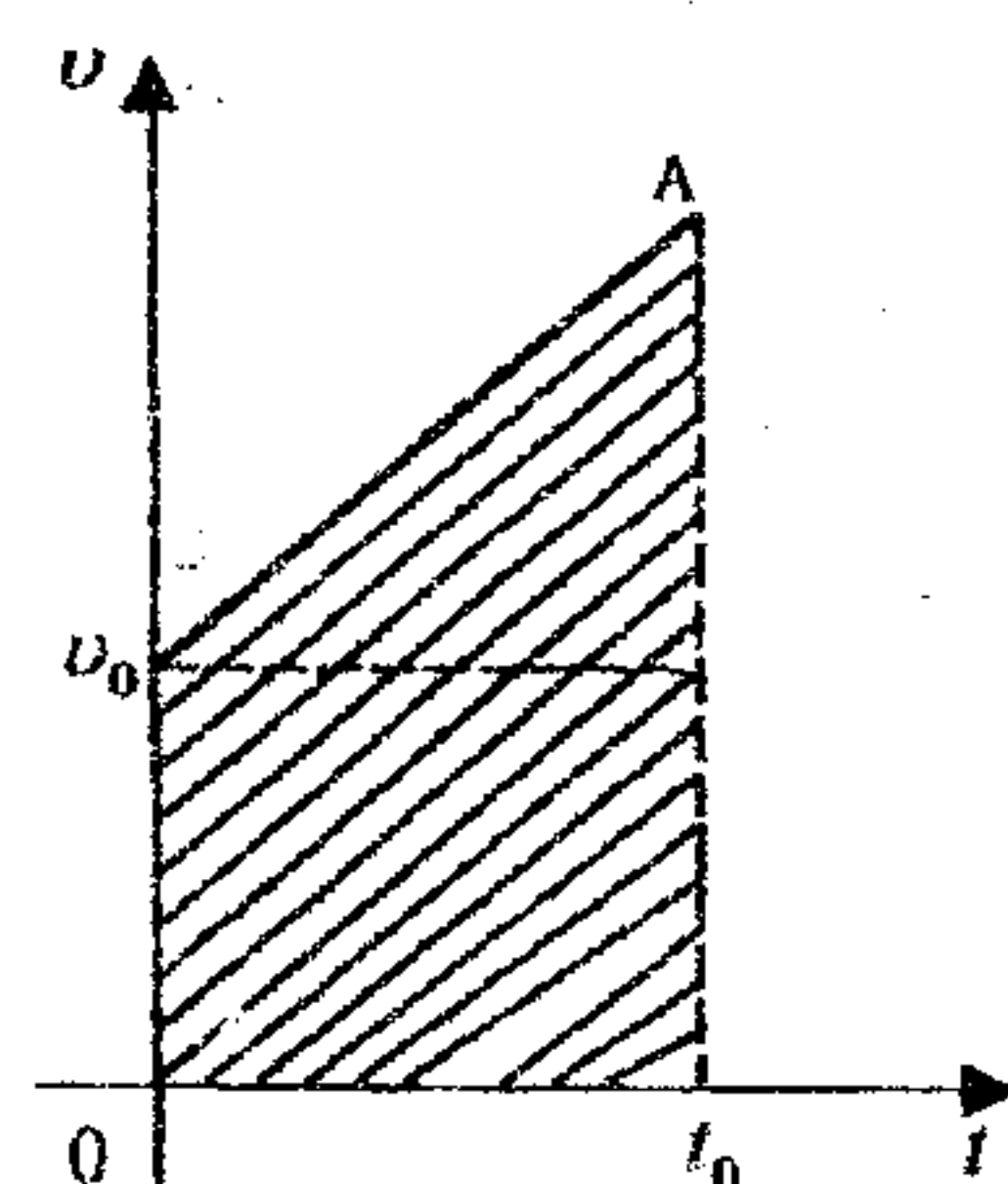
1.2.2. Машина $64,8 \text{ км/с}$ жылдамдықпен келе жатып тежеле бастады. Соңда ол 50 м жерге барып тоқтады. Машинаның тежелгеннен кейінгі үдеуін және тоқтау уақытын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $64,8 \text{ км/с} = 18 \text{ м/с}$.

$v_0 = 64,8 \text{ км/с}$ Машинаның ақырғы жылдамдығы нөлге тең

$s = 50 \text{ м}$ болғандықтан оның үдеуі мен тоқтау уақытын

$a = ?$; $t = ?$ мына формулалардан табамыз $a = -\frac{v_0^2}{2s}$; $t = \frac{2s}{v_0}$



3-сурет

$$\text{Сонда } a = -\frac{(18 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 50 \text{ м}} = -3,24 \text{ м/с}^2; \quad t = \frac{2 \cdot 50 \text{ м}}{18 \text{ м/с}} \approx 5,5 \text{ с}.$$

Жауабы: $a = -3,24 \text{ м/с}^2$; $t \approx 5,5 \text{ с}$.

(*) 1.2.3. Дене бірқалыпты үдемелі қозғала отырып $s_1 = 60 \text{ м}$ және $s_2 = 90 \text{ м}$ жолды теңдей $t_1 = t_2 = 10 \text{ с}$ уақытта өтеді. Осы жалпы жолдың бірінші және екінші жартысын жүріп өткендегі дененің орташа жылдамдығын анықтаңдар. Жолдың орташа ұзындығы $s_{\text{орт}} = 75 \text{ м}$.

Берілгені:

$$s_1 = 60 \text{ м}; \quad s_2 = 90 \text{ м}$$

$$t_1 = t_2 = 10 \text{ с}$$

$$s_{\text{орт}} = 75 \text{ м}$$

$$v'_{\text{орт}} = ?; \quad v''_{\text{орт}} = ?$$

Шешуі: Қозғалыс теңдеулерін жазайық,

$$\text{сонда екі жағдай үшін } \begin{cases} s_1 = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} \\ s_2 = v_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2} \end{cases} \quad (1)$$

мұнда $v_0 \neq 0$ яғни $v_0 = v_0 + at$ және $t_1 = t_2$

$$\text{екендігін ескерсек, онда } \begin{cases} s_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2} \\ s_2 = v_0 t + \frac{3}{2} at^2 \end{cases} \quad (2).$$

$$(2)\text{-ден } s_2 - s_1 = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow a = \frac{2(s_2 - s_1)}{t^2}; \quad a = 0,6 \text{ м/с}^2.$$

(2)-ден v_0 -ды табуға болады, демек $v_0 = \frac{s_1}{t} - \frac{at}{2}$, онда

$$v_0 = \frac{60 \text{ м}}{10 \text{ с}} - \frac{0,6 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ с}}{2} = 3 \text{ м/с}; \quad v_0 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Енді дененің бірінші жарты жолды жүруге кеткен уақытын

табайық, сонда $s_{\text{орт}} = v_0 t_3 + \frac{at_3^2}{2} \Rightarrow at_3^2 + 2v_0 t_3 - 2s_{\text{орт}} = 0$ немесе

$$t_3 = \frac{-2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 + 8as_{\text{орт}}}}{2a}; \quad t_3 = \frac{-2 \cdot 3 + \sqrt{4 \cdot (3)^2 + 8 \cdot 0,6 \cdot 75}}{2 \cdot 0,6} \approx 11,5 \text{ (с)}.$$

Сонда бірінші жарты жолдағы дененің жылдамдығы

$$v'_{\text{орт}} = \frac{s_{\text{орт}}}{t_3} = \frac{75 \text{ м}}{11,5 \text{ с}} \approx 6,4 \text{ м/с}. \quad \text{Екінші жарты жолды жүруге кеткен}$$

уақыт $t_4 = t_1 + t_2 - t_3$, сонда $t_4 \approx 8,5 \text{ с}$. Бұдан екінші жарты жолдағы

дененің орташа жылдамдығы $v_{\text{орт}} = \frac{s_{\text{орт}}}{t_1} = \frac{75\text{м}}{8,5\text{с}} \approx 9\text{м/с}$.

Жауабы: $v_{\text{орт}} \approx 6,4\text{м/с}$; $v_{\text{орт}} \approx 9\text{м/с}$.

1.2.4. Жылдамдығы 1000м/с оқ кедергінің қабырғасын 10^{-3}с тесіп өтеді және одаң кейін 200м/с жылдамдықпен қозғалады. Оқтың қабырғаны тесіп өтердегі қозғалысын бірқалыпты үдемелі қозғалыс деп есептеп, қабырғаның қалыңдығын табыңыздар.

Берілгені: Шешуі: Қозғалыс теңдеулерін жазайық

$$\begin{cases} v_1 = 1000\text{м/с} \\ v_2 = 200\text{м/с} \\ t = 10^{-3}\text{с} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{v_2 - v_1}{t} \\ s = v_1 t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

Сонда $s = (v_1 - v_2) \frac{t}{2}$. $s = (1000\text{м/с} - 200\text{м/с}) \cdot \frac{10^{-3}\text{с}}{2} = 0,6\text{м}$.

Жауабы: $s = 0,6\text{м}$.

1.2.5. Зымыран 45м/с^2 үдеумен қозғалады және қайсыбір уақыт мезетінде оның жылдамдығы 900м/с -ке жетеді. Ол келесі $2,5\text{с}$ уақыт ішінде қанша жол жүреді?

Берілгені: Шешуі: Қозғалыс теңдеуін қолданамыз, сонда

$$\begin{cases} a = 45\text{м/с}^2 \\ v_1 = 900\text{м/с} \\ t = 2,5\text{с} \end{cases} \quad \begin{cases} s = v_1 t + \frac{at^2}{2} \\ s = 900\text{м/с} \cdot 2,5\text{с} + \frac{45\text{м/с}^2 \cdot (2,5\text{с})^2}{2} = 2400\text{м} \end{cases}$$

Жауабы: $s = 2400\text{м}$.

1.2.6. Егер ғарыш кемесі үнемі $9,8\text{м/с}^2$ үдеумен тік жоғары қозғалатын болса, ол ұшып шыққаннан 30мин өткен соң Жер бетінен қандай қашықтықта болар еді?

Берілгені: Шешуі: $30\text{мин} = 1800\text{с}$.

$$\begin{cases} a = 9,8\text{м/с}^2 \\ t = 30\text{мин} \end{cases} \quad \begin{cases} s = \frac{at^2}{2} \text{ формуласын пайдаланамыз, сонда} \\ s = 9,8\text{м/с}^2 \cdot \frac{(1800\text{с})^2}{2} \approx 1,6 \cdot 10^7\text{м} \end{cases}$$

Жауабы: $s \approx 1,6 \cdot 10^7\text{м}$.

1.2.7. Жүк тиелген поезд, қашықтығы 20км стансаға $43,2\text{км/сағ}$ жылдамдықпен барды да, онда 10мин тоқтап тұрды. Содан соң тағы да 30мин бойы $57,6\text{км/сағ}$ жылдамдықпен одан әрі жүрді. Поездің бүкіл жол бойындағы орташа жылдамдығын табыңыздар.

Берілгені: Шешуі: $43,2\text{км/сағ} = 12\text{м/с}$; $20\text{км} = 2 \cdot 10^4\text{м}$;

$$v_1 = 43,2\text{км/сағ} \quad 10\text{мин} = 6 \cdot 10^2\text{с}; \quad 57,6\text{км/сағ} = 16\text{м/с};$$

$$s_1 = 20\text{км} \quad 30\text{мин} = 1,8 \cdot 10^3\text{с}.$$

$t_2 = 10\text{мин}$ Орташа жылдамдықты табу үшін поездің барлық жүріп өткен жолын қозғалыс

$v_3 = 57,6\text{км/сағ}$ уақытына бөлу керек, сонда $v_{\text{орт}} = \frac{s}{t}$

$$t_3 = 30\text{мин}$$

$$v_{\text{орт}} = ?$$

Мұндағы: $s = s_1 + s_2 + s_3$, ал $t = t_1 + t_2 + t_3$ және де $s_1 = v_1 t_1$; $s_2 = v_2 t_2$; $s_3 = v_3 t_3$.

Есептің шарты бойынша $v_2 = 0$, демек $s_2 = 0$, ал $t_1 = \frac{s_1}{v_1}$. Онда

$$v_{\text{орт}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{s_1 + v_3 t_3}{\frac{s_1}{v_1} + t_2 + t_3}$$

$$v_{\text{орт}} = \frac{2 \cdot 10^4\text{м} + 1,8 \cdot 10^3\text{с} \cdot 16\text{м/с}}{\frac{2 \cdot 10^4}{12\text{м/с}} + 6 \cdot 10^2\text{с} + 1,8 \cdot 10^3\text{с}} = 12\text{м/с}.$$

Жауабы: $v_{\text{орт}} = 12\text{м/с}$.

1.2.8. Жеңіл машина 60км/сағ жылдамдықпен бірқалыпты қозғала отырып, жүк машинасының қасынан өге берген кезде жүк машинасы да орнынан қозғалды. Жүк машинасы үдей қозғала отырып бірнеше уақыттан кейін жеңіл машинаны қуып жетті. Осы кездегі жүк машинасының жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $60\text{км/сағ} = \frac{50}{3}\text{м/с}$.

$$v_1 = 60\text{км/сағ} \quad \text{Жүк машинасының жүрген жолы } s_2 = \frac{at^2}{2}$$

$v_2 = ?$ өйткені $v_0 = 0$), ал жеңіл машинаның жүрген жолы $s_1 = v_1 t$. Машиналар кездескен кезде $s_1 = s_2$ немесе

$$\frac{at^2}{2} = v_1 t \quad (1). \text{ Ал, жүк машинасы үшін } a = \frac{v_2}{t} \text{ екендігін ескерсек, онда (1)-ден } v_2 = 2v_1.$$

$$v_2 = 2 \cdot \frac{50 \text{ м}}{3 \text{ с}} = \frac{100 \text{ м}}{3 \text{ с}} = 120 \frac{\text{км}}{\text{сак}}$$

$$\text{Жауабы: } v_2 = 120 \frac{\text{км}}{\text{сак}}$$

1.2.9. Мұхиттің кейбір бөлігіндегі сүңгуір қайықтың түзу сызықты қозғалысы мынадай теңдеумен сипатталады.

$$s = 5t + 0,05t^2$$

Мұндағы s -метрмен, t -секундпен өлшенеді. Сүңгуір қайықтың 30 с кейінгі жылдамдығын, үдеуін және бастапқы жылдамдығын анықтаңдар.

$$\begin{aligned} \text{Берілгені:} \\ s = 5t + 0,05t^2 \\ t = 30 \text{ с} \end{aligned}$$

Шешуі: Сүңгуір қайықтың қозғалыс теңдеуін ($s = 5t + 0,05t^2$) бірқалыпты айнымалы қозғалыс теңдеуімен

$$v = ?; a = ?; v_0 = ?$$

$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ салыстырамыз. Сонда $v_0 = 5 \text{ м/с}$; $a = 0,1 \text{ м/с}^2$ екендігін көруге болады.

Сүңгуір қайықтың ақырғы жылдамдығын $v = v_0 + at$ формуласынан табамыз, сонда $v = 5 \text{ м/с} + 0,1 \text{ м/с}^2 \cdot 30 \text{ с} = 8 \text{ м/с}$

$$\text{Жауабы: } v_0 = 5 \text{ м/с}; a = 0,1 \text{ м/с}^2; v = 8 \text{ м/с}.$$

1.2.10. 4-суретте бір дененің жылдамдық графигі берілген. Қозғалыс сипатын анықтаңдар. Дененің бастапқы жылдамдығын, үдеуін тауып дене жолының теңдеуін жазыңдар. В нүктесіндегі денеде не өзгеріс байқалады?

$$\begin{aligned} \text{Берілгені:} \\ v = v(t) \\ s = s(t); \\ v_0 = ?; a = ? \end{aligned}$$

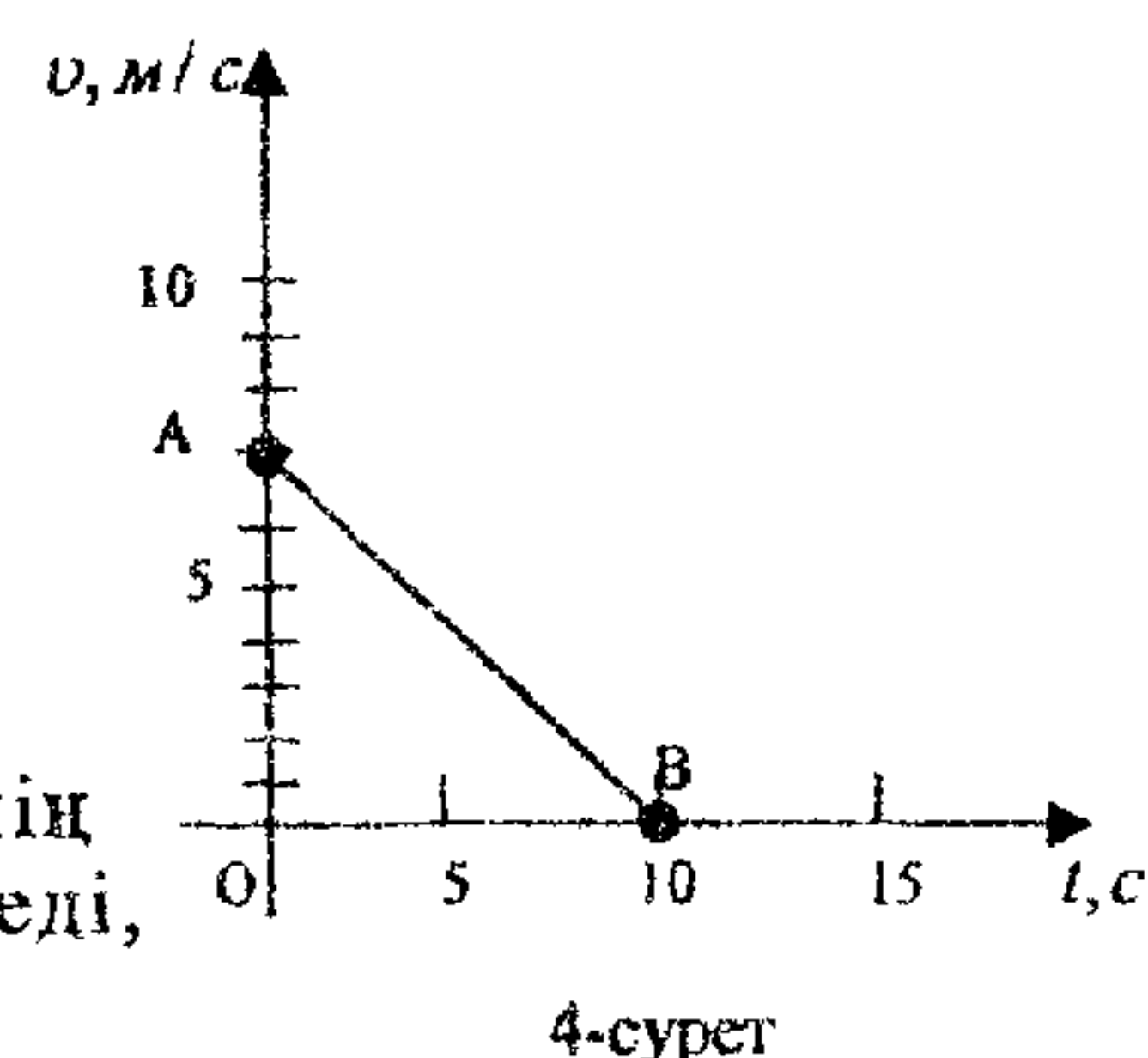
Шешуі: Дене В нүктесіне дейін бірқалыпты баяу, ал одан кейін бірқалыпты үдемелі қозғалады, В нүктесінде

($t = 10 \text{ с}$) дене бір сәтке тоқтайды.

Ойымен графиктің қиылысу нүктесінің координатасы, v_0 модуліне сәйкес келеді, демек $v_0 = 7 \text{ м/с}$.

$$\text{Ал, } a = \frac{v - v_0}{t} \text{ формуласынан } a = \frac{0 - 7 \text{ м/с}}{10 \text{ с}} = -0,7 \text{ м/с}^2.$$

Енді, қозғалыс теңдеуінің жалпы түрін пайдаланамыз,



4-сурет

$$\text{сонда } s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \text{ немесе } s = 7t - \frac{0,7t^2}{2}.$$

$$\text{Жауабы: } s = 7t - 0,35t^2; v_0 = 7 \text{ м/с}; a = -0,7 \text{ м/с}^2.$$

1.2.11. Мотоциклетші орнынан қозғалысымен 20 с бойы $1,5 \text{ м/с}^2$ үдеумен, кейін 2 мин бірқалыпты қозғалады. 15 с тежелістен кейін ол тоқтаған болса, мотоциклетшінің ең үлкен жылдамдығын, үдеуін және орын ауыстыруын табыңдар.

$$\begin{aligned} \text{Берілгені:} \\ t_1 = 20 \text{ с} \\ a_1 = 1,5 \text{ м/с}^2 \\ t_2 = 2 \text{ мин} \\ t_3 = 15 \text{ с} \\ v_{\text{max}} = ? \end{aligned}$$

$$\text{Шешуі: } 2 \text{ мин} = 120 \text{ с}.$$

Есепті жылдамдық графигін сызып шығарған

ыңғайлы. OA-аралығы: $v = v_0 + at$ теңдеуінен,

$v_0 = 0$ сонда $v = a_1 t = 1,5t$. $t = 20 \text{ с}$ болғанда, $v = 30 \text{ м/с}$.

BC-аралығы: Мұнда $v_0 = 30 \text{ м/с}$; $v = 0$, демек

$$a_3 = \frac{0 - 30}{15} = -2 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Сонда, жылдамдық графигі, 5-суреттегідей болады.

График бойынша ізделінді шамаларды анықтаймыз,

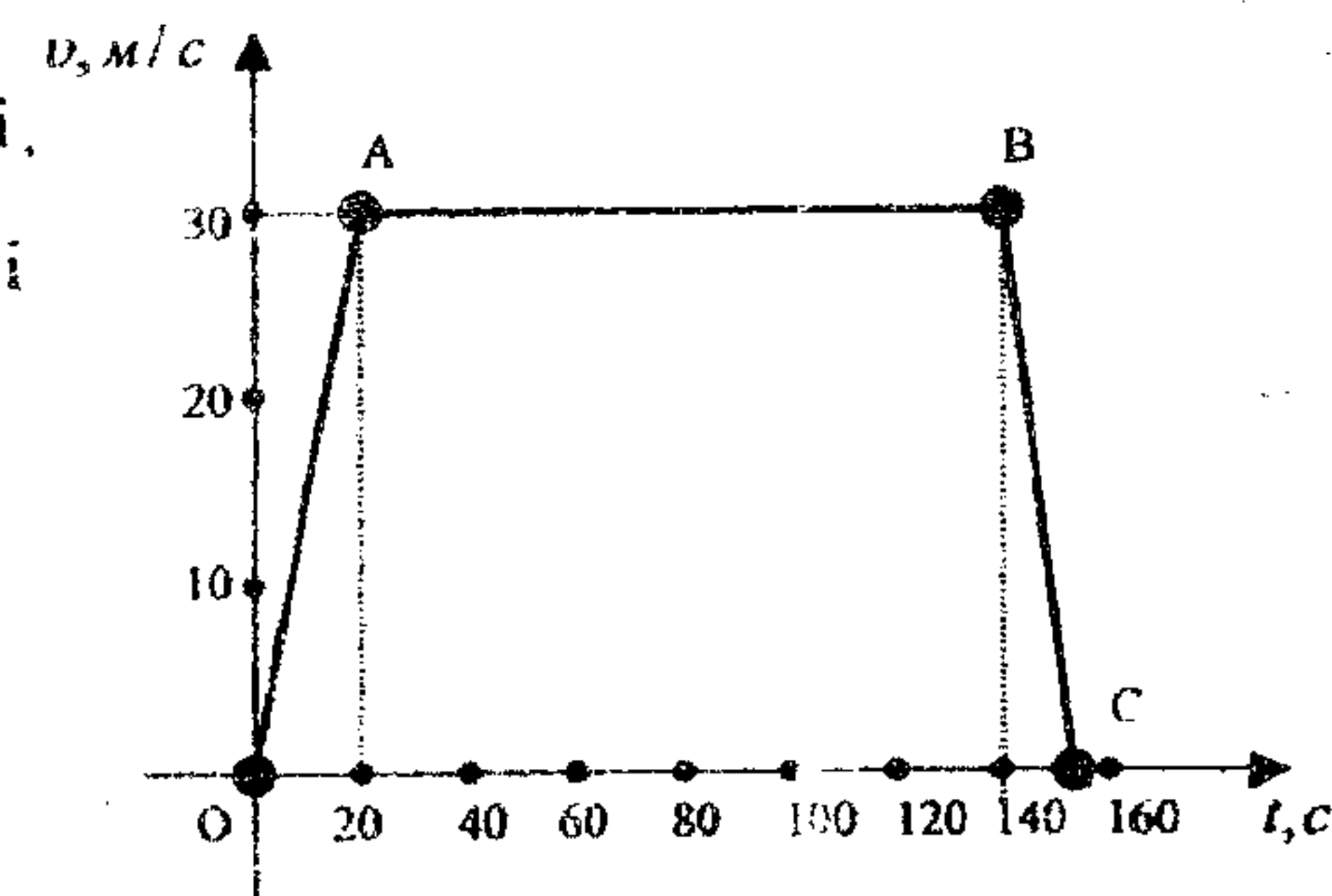
$$v_{\text{max}} = 30 \text{ м/с},$$

$$a_{\text{max}} = -2 \text{ м/с}^2,$$

$$s = |s_{\text{np}}| = \frac{AB + OC}{2} \cdot h.$$

Сонда

$$s = \frac{120 + 155}{2} \cdot 30 = 4125 \text{ (м)}$$



5-сурет

$$\text{Жауабы: } v_{\text{max}} = 30 \text{ м/с}; a_{\text{max}} = -2 \text{ м/с}^2; s = 4125 \text{ м}.$$

1.2.12. Биіктігі $H = 25 \text{ м}$ мұнарадан көкжиек бағытында $v_0 = 15 \text{ м/с}$ жылдамдықпен тас лақтырылды. Үйкелісті ескермей табу керек: тас қанша уақыт қозғалыста болатынын; тас мұнара табанынан қандай қашықтыққа түсетінін; тастың жерге түсер кездегі жылдамдығын; тастың түсер кездегі көкжиекпен жасайтын бұрышын.

$$\begin{aligned} \text{Берілгені:} \\ H = 25 \text{ м} \\ v_0 = 15 \text{ м/с} \end{aligned}$$

Шешуі: хоу координата жазықтығын

пайдаланайық (6-сурет). Тастың жерге

түскенге дейінгі жасаған орын ауыстыруын

екі құраушыға (s_x және s_y) жіктеуге болады.

Қозғалыстың тәуелсіздік заңын пайдалансақ,

$$\begin{aligned} t = ?; s_y = ?; \\ v = ?; \varphi = ? \end{aligned}$$

сонда $s_x = v_0 t$ және $s_y = H = \frac{gt^2}{2}$,

осылардан $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ және $s_x = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Көкжиек бағытындағы тас жылдамдығы өзгермейді, сонда $v_x = v_0$. Ал $v_y = gt$,

демек $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$ немесе

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}.$$

6-суреттегі жылдамдықтар үшбұрышынан

$$\sin \varphi = \frac{v_y}{v} \text{ немесе } \sin \varphi = \frac{2gH}{v_0^2 + 2gH}.$$

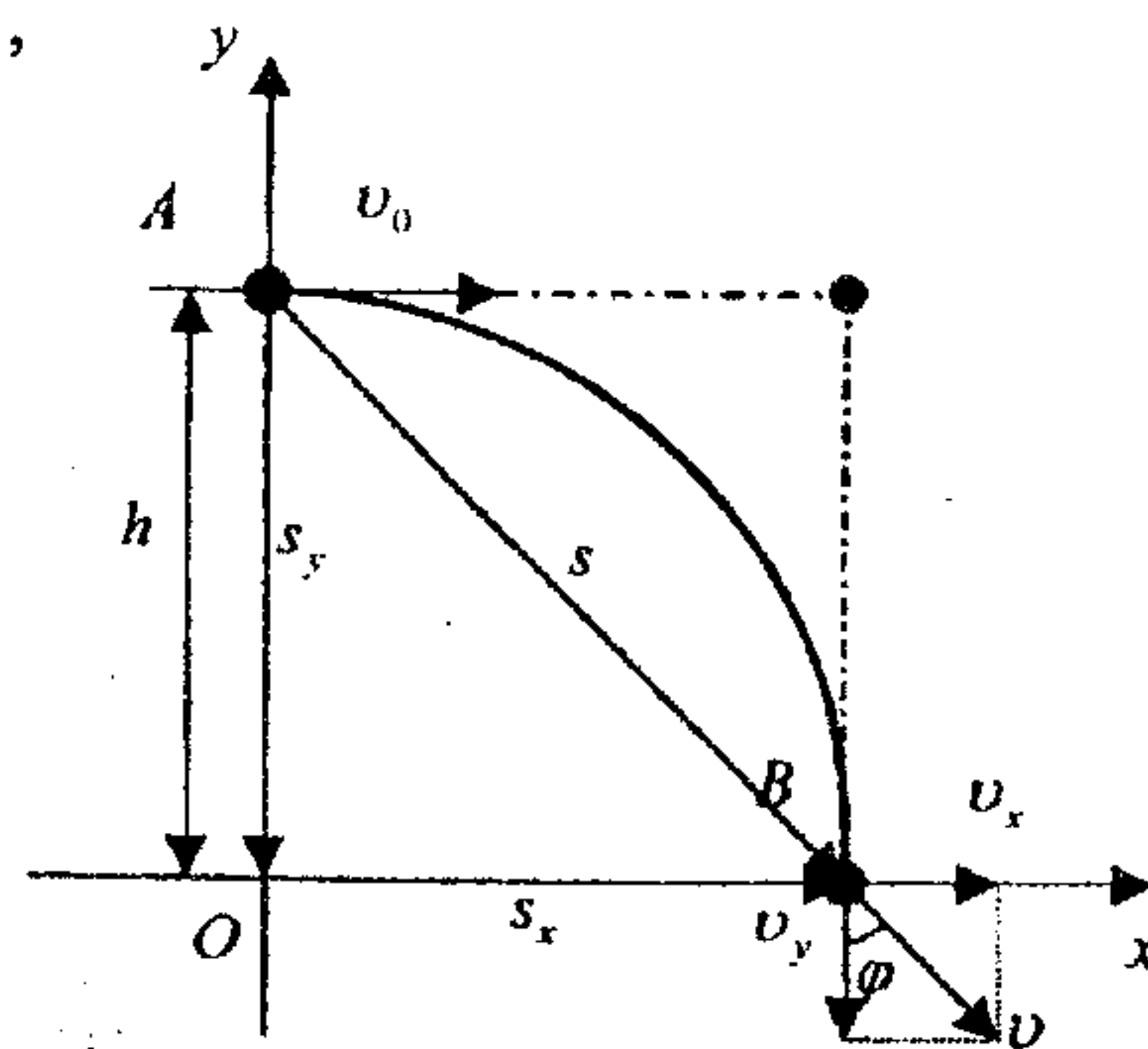
$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{9,8 \text{ м/с}^2}} \approx 2,26 \text{ с};$$

$$s_x = 15 \text{ м/с} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{9,8 \text{ м/с}^2}} \approx 33,9 \text{ м}.$$

$$v = \sqrt{(15 \text{ м/с})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 25} \approx 26,7 \text{ м/с}.$$

$$\sin \varphi = \frac{2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 25}{(15 \text{ м/с})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 25} \approx 0,8273 \text{ бұдан } \varphi \approx 55^\circ 48'.$$

Жауабы: $t \approx 2,26 \text{ с}$; $s_x \approx 33,9 \text{ м}$; $v \approx 26,7 \text{ м/с}$; $\varphi \approx 55^\circ 48'$.



6-сурет

1.2.13. Еркін құлаған тастың 6с өткеннен кейін шахтаның түбіне соғылған дыбысы естіледі. Дыбыстың таралу жылдамдығын 332 м/с деп есептеп, шахтаның тереңдігін анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Шахта тереңдігін мына формуламен

$v = 332 \text{ м/с}$ анықтауға болады. $h = \frac{gt_1^2}{2}$ немесе $h = v t_2$,

$t_1 + t_2 = 6 \text{ с}$ мұндағы, t_1 тастың шахта түбіне түсу уақыты,

$h - ?$ t_2 - дыбыстың сыртқа келіп жету уақыты.

Сонымен, $2v t_2 = gt_1^2$, ал есеп шартынан $t_2 = 6 - t_1$, онда $v(6 - t_1) = \frac{gt_1^2}{2}$

немесе $gt_1^2 + 2v t_1 - 12v = 0$. Бұл теңдеудің шешімі $t_1 = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 48gv}}{2g}$,

демек $t \approx 5,5 \text{ с}$.

Шахта тереңдегі $h = \frac{gt_1^2}{2}$. $h = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot (5,5 \text{ с})^2}{2} \approx 151 \text{ м}$.

Жауабы: $h \approx 151 \text{ м}$.

1.2.14. Егерде еркін түскен дене соңғы 3 секундта 225 м жол жүрсе, онда дене жерге қандай биіктіктен және қанша уақытта түскен болар еді?

Берілгені:

$$\Delta h = 225 \text{ м}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$H - ?; t - ?$$

Шешуі: Есепті шешу үшін дененің H биіктіктен түсуіне тоқталайық (7-сурет).

Дененің AC және AB

бөлігіндегі жүрген

жолдары $H = \frac{gt^2}{2}$ және $h = \frac{g(t-3)^2}{2}$,

мұндағы h дененің 3с бұрынғы түсу биіктігі.

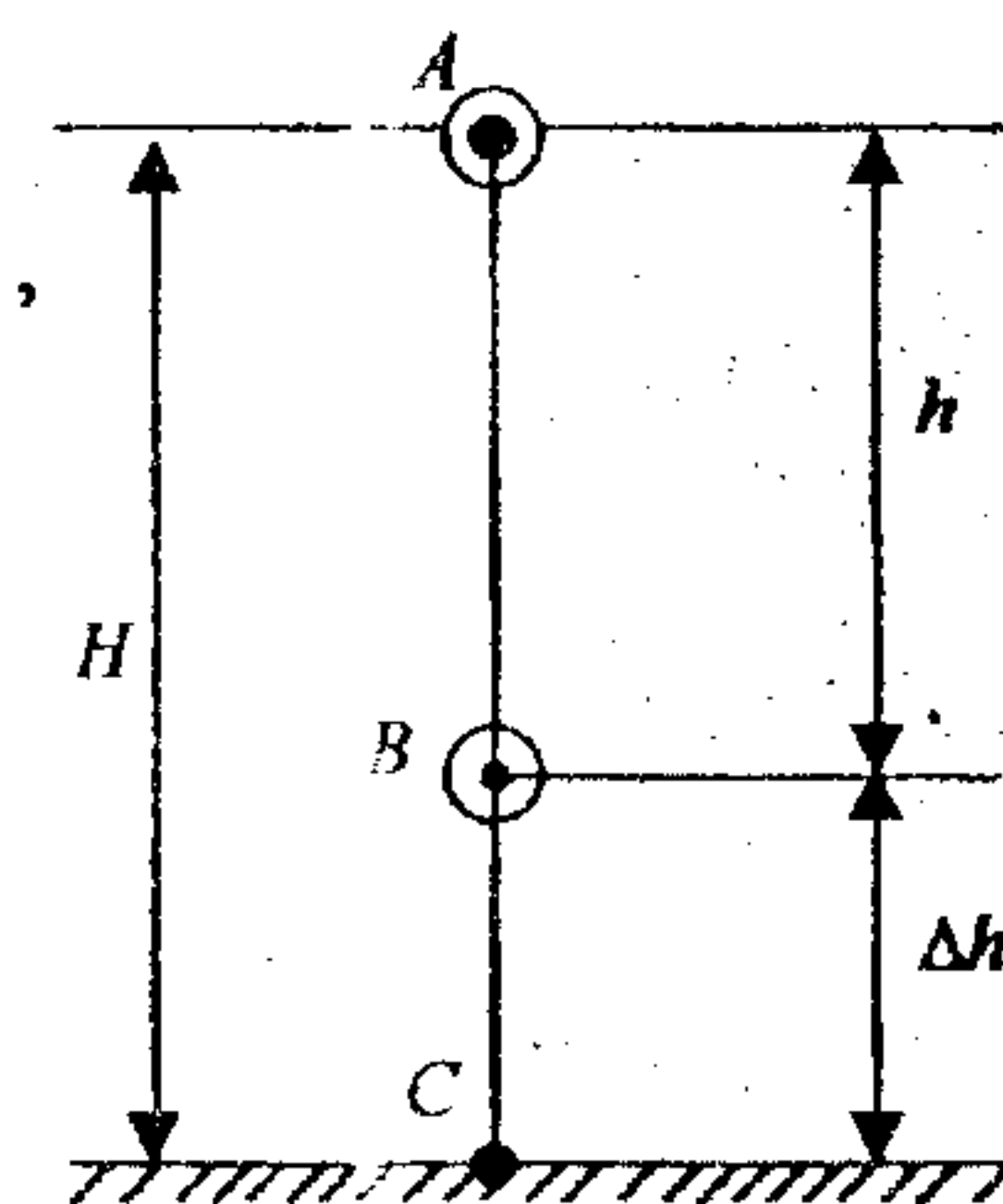
Сонда $\Delta h = H - h = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-3)^2}{2} = \frac{g}{2}(6t - g)$ демек

$$\Delta h = \frac{g}{2}(6t - g) \Rightarrow t = \frac{2\Delta h}{6g} + 1,5, \text{ онда } H = \frac{g}{2} \left(\frac{2\Delta h}{6g} + 1,5 \right)^2.$$

$$t = \frac{2 \cdot 225}{6 \cdot 9,8} + 1,5 \approx 9 \text{ с}.$$

$$H = \frac{9,8}{2} \left(\frac{2 \cdot 225}{6 \cdot 9,8} + 1,5 \right)^2 \approx 397 \text{ м}.$$

Жауабы: $t \approx 9 \text{ с}$; $H \approx 397 \text{ м}$.



7-сурет

1.2.15. Жерден тік жоғары лақтырылған дене 1,95 м биіктіктегі A нүктесінен 1с ішінде екі рет өтеді. Дененің лақтыру жылдамдығын анықтаңдар.

Берілгені:

$$h_2 = 1,95 \text{ м}$$

$$\Delta t = 1 \text{ с}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 - ?$$

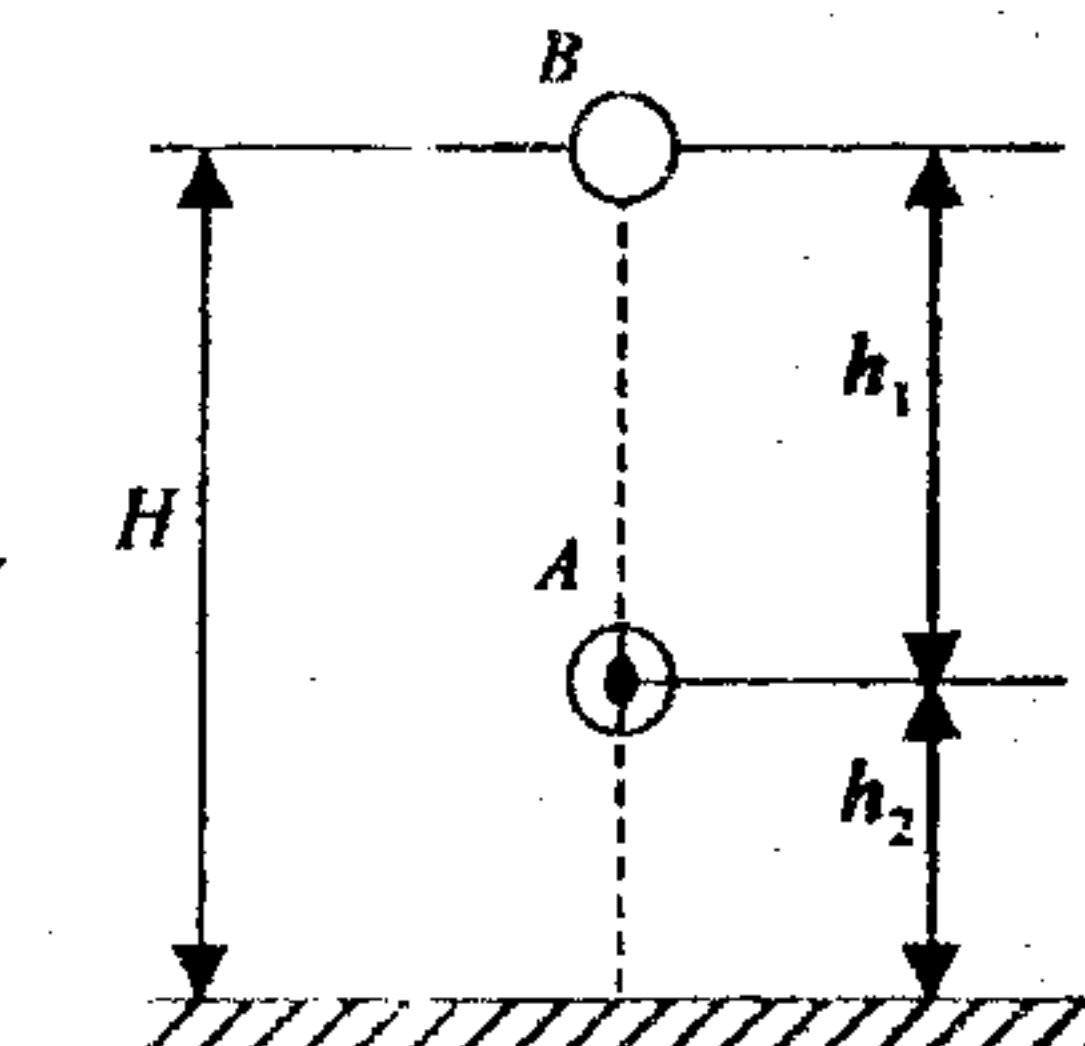
Шешуі: 8-суретті пайдаланайық.

Тік жоғары лақтырылған дененің бастапқы жылдамдығын мына формуламен табуға болады

$$v_0 = \sqrt{2gH}.$$

Мұндағы $H = h_1 + h_2$. Енді h_1 және h_2 шамаларын табайық. Дененің

A нүктесінен B нүктесіне дейінгі көтерілу уақыты $t_1 = \frac{\Delta t}{2}$, ал



8-сурет

дененің осы уақыттағы жүрген жолы $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ немесе $h_1 = \frac{g}{8} \Delta t^2$.

Сонымен $v_0 = \sqrt{2g\left(\frac{g}{8} \Delta t^2 + h_2\right)}$. $v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \left(\frac{9,8 \text{ м/с}^2}{8} (t)^2 + 1,95 \text{ м}\right)} \approx 7,8 \text{ м/с}$

Жауабы: $v_0 \approx 7,8 \text{ м/с}$.

1.2.16. Екі дененің қозғалысы сәйкесінше $x = 10 + 4t$ және $x_2 = 200 + 10t - 2t^2$ теңдеулерімен беріледі. Бұлар қандай қозғалыстар?

Әрбір дененің бастапқы орнын, бастапқы жылдамдығын және үдеуін анықтаңдар. Мұнда координаттар метрмен, жылдамдық м/с-пен, үдеу м/с²-пен өрнектеледі.

Берілгені:

$$x = 10 + 4t$$

$$x_2 = 200 + 10t - 2t^2$$

$$x_{01} - ? \quad v_{01} - ? \quad a_1 - ?$$

$$x_{02} - ? \quad v_{02} - ? \quad a_2 - ?$$

Шешуі: Берілген теңдеулерді қозғалыс

теңдеуі $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ мен салыстырамыз.

1-ші дене үшін: $x_{01} = 10 \text{ м}$; $v_{01} = 4 \text{ м/с}$; $a_1 = 0$.

2-ші дене үшін: $x_{02} = 200 \text{ м}$; $v_{02} = 10 \text{ м/с}$;

$a_2 = -4 \text{ м/с}^2$.

Демек, бірінші дене бірқалыпты, ал екіншісі бірқалыпты баяу қозғалады екен.

Жауабы: $x_{01} = 10 \text{ м}$; $v_{01} = 4 \text{ м/с}$; $a_1 = 0$; $x_{02} = 200 \text{ м}$;

$v_{02} = 10 \text{ м/с}$; $a_2 = -4 \text{ м/с}^2$.

1.2.17. Бастапқыда 54 км/сағ жылдамдықпен келе жатқан электровоз стансаға 500 м қалғанда тежеліп бірқалыпты баяу қозғалды. Егер электровоз стансаға 52 м қалғанда тоқтаған болса, оның үдеуі қандай болғаны? Ол қанша уақытта тоқтады?

Берілгені:

$$v_0 = 54 \text{ км/сағ}$$

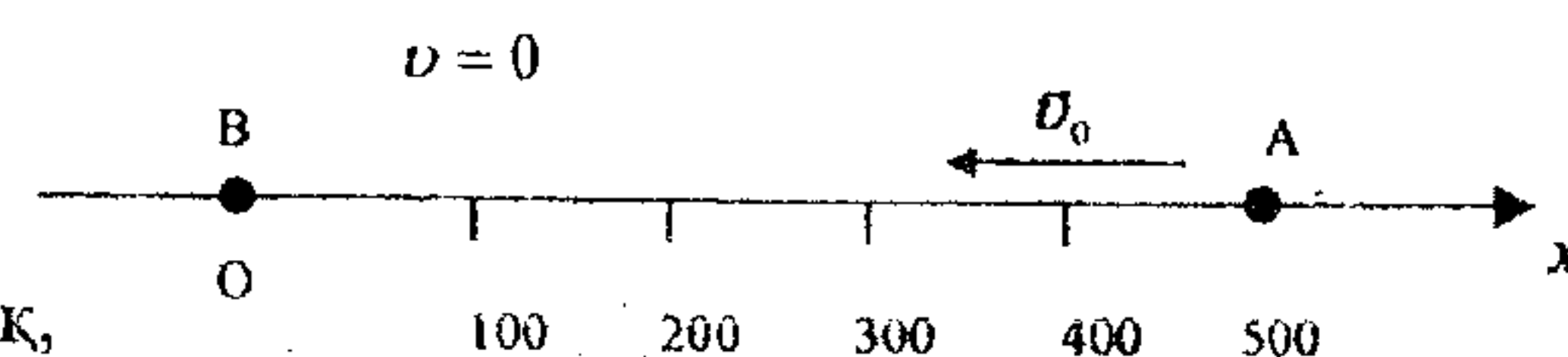
$$x_0 = 500 \text{ м}$$

$$x = 52 \text{ м}$$

$$a - ?; t - ?$$

Шешуі: $54 \text{ км/сағ} = 15 \text{ м/с}$.

Қозғалысты Ox өсі бойымен бағыттадық, сонда қозғалыс сызбасы 9-суреттегідей болады.



9-сурет

Қозғалыс теңдеуі жазайық,

$$\text{сонда } \begin{cases} v = v_0 + at \\ s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

Ox өсіндегі проекцияларын жазсақ

$$\begin{cases} -v_x = -v_0 - a_x t \\ s_x = -v_0 t - \frac{a_x t^2}{2} \end{cases}$$

Мұндағы $v_x = 0$ және $s_x = (x - x_0)$ екендігін ескерсек

$$\begin{cases} v_0 = -at \\ 2(x - x_0) = -2v_0 t - at^2 \Rightarrow t = \frac{2(x_0 - x)}{v_0}; a = -\frac{v_0}{t} \end{cases}$$

$$t = \frac{2(500 \text{ м} - 50 \text{ м})}{15 \text{ м/с}} = 60 \text{ с}; a = -\frac{15 \text{ м/с}}{60 \text{ с}} = -0,25 \text{ м/с}^2.$$

Жауабы: $t = 60 \text{ с}$; $a = -0,25 \text{ м/с}^2$.

1.2.18. 10-суреттегі B нүктесінен көкжиекке α бұрыш жасап лақтырылған дене, A нүктесінен еркін түскен екінші денемен C нүктесінде кездеседі. Лақтыру бұрышы α -ның лақтыру жылдамдығы v_0 -ге тәуелді болмайтындығын дәлелдеңдер.

$H = \sqrt{3}$ болса, α бұрышын табыңдар.

Берілгені:

$$v_0; \frac{H}{\ell} = \sqrt{3}$$

$$\alpha - ?$$

Шешуі: v_0 бастапқы жылдамдықты v_{0x} және

v_{0y} құраушыларға жектейміз, сонда

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad \text{және} \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

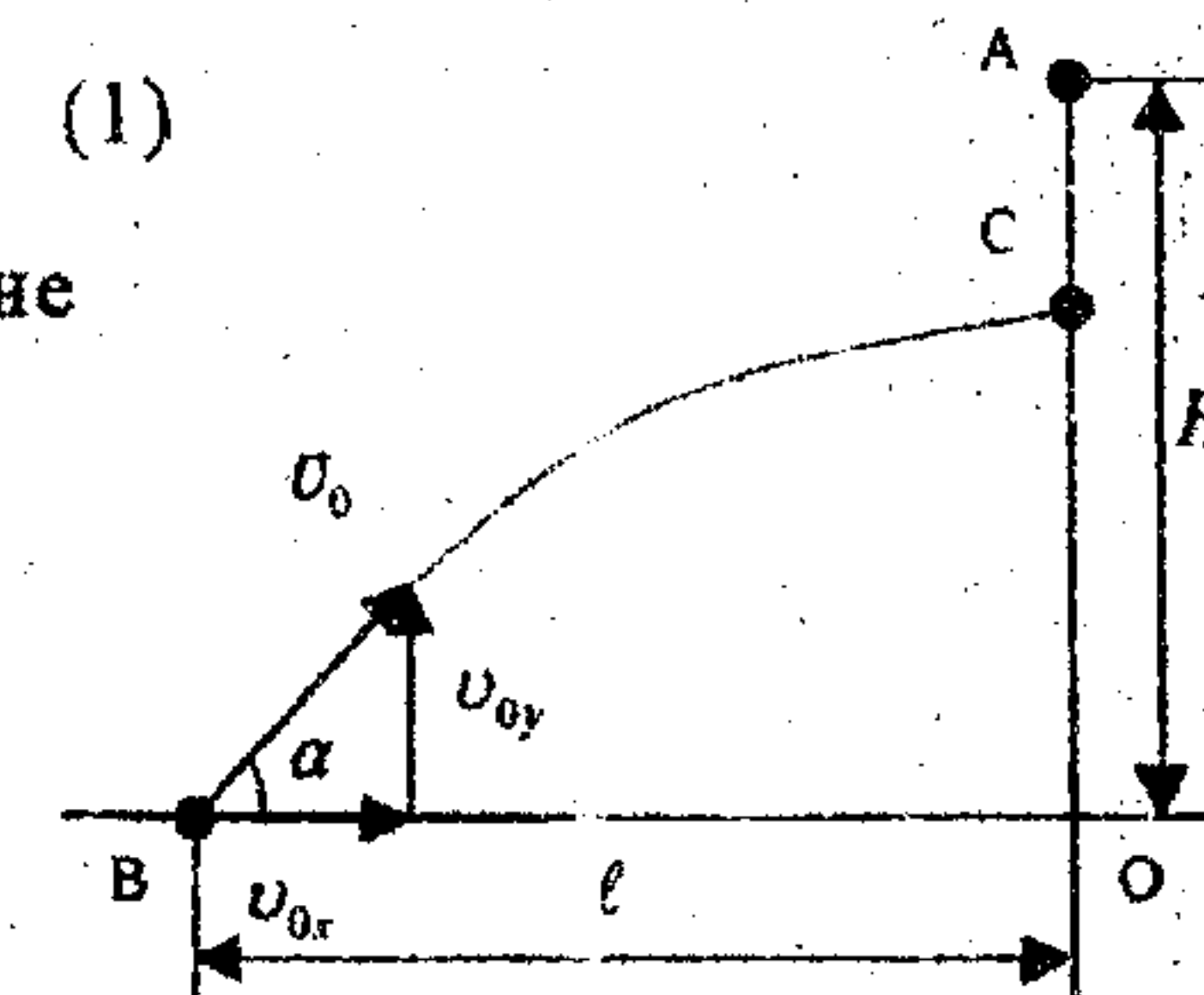
Денелердің кездесу уақыты $t = \frac{\ell}{v_0 \cos \alpha}$ (1)

Осы уақыт ішінде A нүктесіндегі дене

$H - h = \frac{gt^2}{2}$ қашықтыққа төмен түссе,

B нүктесіндегі дене $h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

биіктікке жоғары көтеріледі. Осы екі өрнекті пайдаланып, H -ты табамыз, сонда $H = v_0 \sin \alpha \cdot t$ (2).



10-сурет

(1) және (2)-ден

$$\begin{cases} t = \frac{\ell}{v_0 \cos \alpha} \\ H = v_0 \sin \alpha \cdot t \Rightarrow H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{\ell}{v_0 \cos \alpha} = \ell \cdot \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{H}{\ell} \end{cases}$$

(3) өрнегіне v_0 шамасы енген, ендеше α бұрышы v_0 -ға тәуелді

емес. Есеп шартын және (3) ескерсек

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \arctg \sqrt{3} = 60^\circ.$$

Жауабы: $\alpha = 60^\circ$.

1.2.19. Тас $v_0 = 10 \text{ м/с}$ бастапқы жылдамдықпен лақтырылды. $t = 0,5 \text{ с}$ өткеннен кейін оның жылдамдығы $v = 7 \text{ м/с}$ болды. Осы уақыт ішінде ол қандай ең жоғары биіктікке көтеріледі?

Берілгені: $v_0 = 10 \text{ м/с}$
 $t = 0,5 \text{ с}$
 $v = 7 \text{ м/с}$
 Шешуі: Тас көкжиекке белгілі бір бұрыш жасай лақтырылған, өйткені ол тік лақтырылған болса, $t = 0,5 \text{ с}$ уақыттағы жылдамдығы $v = v_0 - gt = 10 - 9,8 \cdot 0,5 \approx 5,1 \text{ (м/с)}$ болар еді. Ендеше v_0 мен v -ы екі құраушыларға жіктейік.

$H_{\max} = ?$

Сонда (1) $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$ және $v^2 = v_x^2 + v_y^2$, ал $v_y = v_{0y} - gt$ екендігін ескерсек $v^2 = v_x^2 + (v_{0y} - gt)^2$ (2)

$$(2)\text{-ден (1)-ді шегерсек } v_{0y} = \frac{v_0^2 - v^2 - g^2 t^2}{2gt}.$$

Ал, дененің ең жоғары көтерілу биіктігі $H_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$ немесе

$$H_{\max} = \frac{(v_0^2 - v^2 - g^2 t^2)^2}{8g^3 t^2} = \frac{[(10 \text{ м/с})^2 - (7 \text{ м/с})^2 - (9,8 \text{ м/с}^2)^2 \cdot (0,5)^2]}{8 \cdot (9,8 \text{ м/с}^2)^3 \cdot (0,5)^2} \approx 2,8 \text{ м.}$$

Жауабы: $H_{\max} \approx 2,8 \text{ м.}$

1.2.20. Биік құбырдан сыздықтап төгілген су жер бетіне жақындаған сайын жеке тамшыларға бөлінетіндігі неліктен?

Жауабы: Жерге жақындаған сайын тамшының жылдамдығы артады (бірқалыпты үдемелі қозғалыс), демек төменгі тамшы өзінен жоғарыдағы тамшыдан алшақтай береді, сөйтіп екеуінің арасы ашылады.

1.2.21. Еркін түсіп келе жатқан ыдыстың түбіндегі тесіктен сұйық төгіле ме?

Жауабы: Жоқ, өйткені ыдыс та оның ішіндегі сұйық та ауырлық күшінің әсерінен бірдей үдеу (жер кіндігіне бағытталған) алады.

1.2.22. Дене H биіктіктен еркін түседі (11-сурет). Осы кезде жер бетінен екінші дене лақтырылады да, олар $h = \frac{H}{2}$ биіктікте көкжиек бетімен ℓ қашықтықта бірімен екіншісі соқтығысады. Екінші дененің лақтырылу бұрышы мен жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $H; h; \ell$
 Шешуі: Екі дене үшін қозғалыс заңдарын жазайық,

$v_0 = ?; \alpha = ?$

$$\text{сонда } \begin{cases} x_1 = \ell \\ y_1 = H - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \text{ және } \begin{cases} x_2 = v_0 t \cos \alpha \\ y_2 = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Екі дене кездескен кезде $x_1 = x_2 = \ell$

$$\text{және } y_1 = y_2 = y = \frac{H}{2}$$

Бұлардан $\ell = v_0 t \cos \alpha$;

$$\frac{H}{2} = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

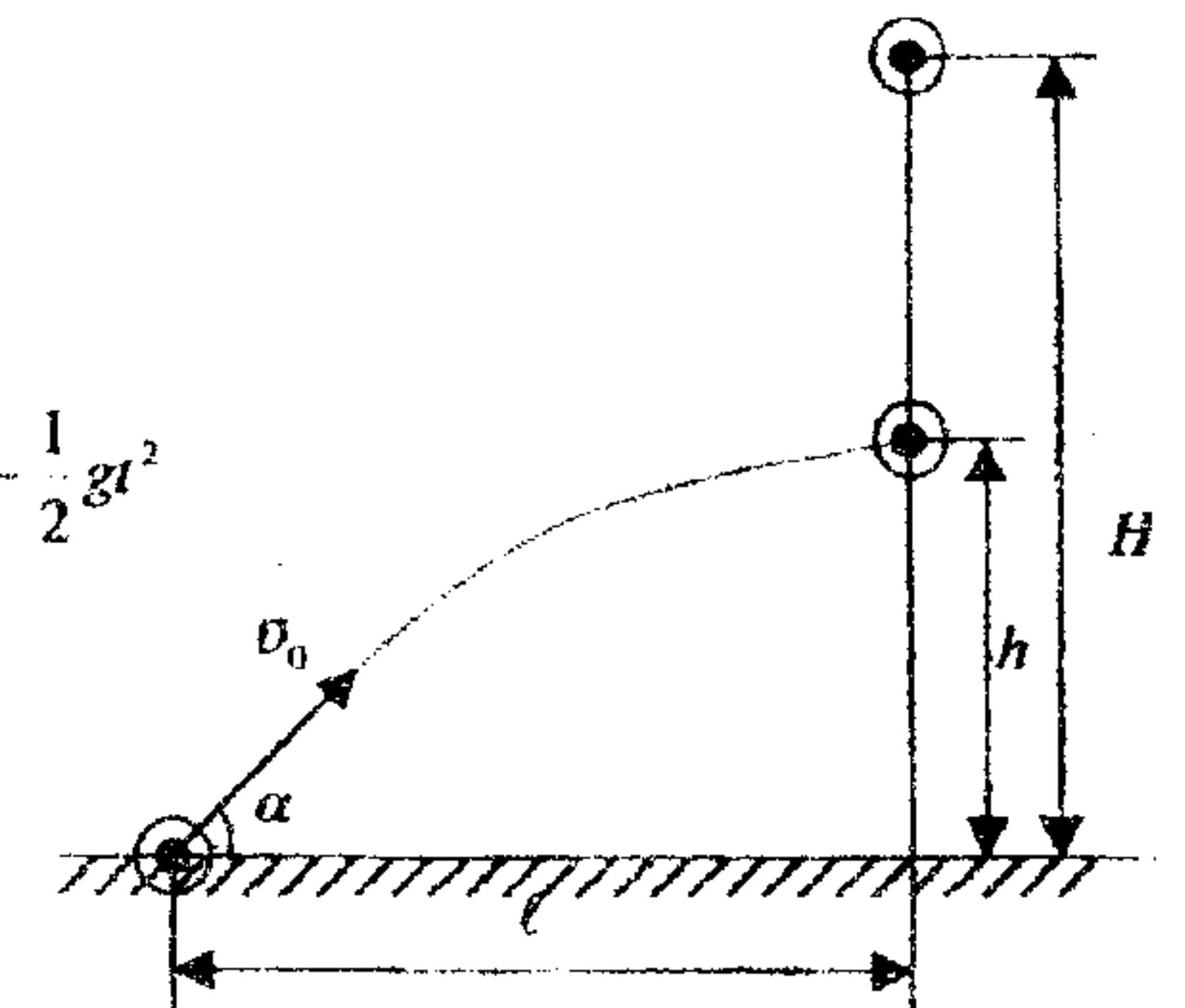
$$\text{және } \frac{H}{2} = H - \frac{1}{2}gt^2.$$

Өрнектерді біршама түрлендіргеннен

кейін α және v_0 табуға болады, сонда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{\ell} \Rightarrow \alpha = \arctg \frac{H}{\ell}$ және

$$v_0 = \frac{g(\ell^2 + H^2)}{H}.$$

$$\text{Жауабы: } \alpha = \arctg \frac{H}{\ell}; v_0 = \frac{g(\ell^2 + H^2)}{H}.$$



11-сурет

1.2.23. Нүкте $x = 2 - 12t + 2t^2$ (x — метрмен, t — секундпен алынған) заңы бойынша қозғалады. Нүкте координатасының, жолының, жылдамдығының және үдеуінің уақытқа тәуелділігі графиктерін салып көрсетіндер.

Берілгені: $x = 2 - 12t + 2t^2$
 Шешуі: Ізделінді тәуелділіктердің жалпы түрлері мынадай болады:

$$x = x(t); v = v(t); \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad v = v_0 + at;$$

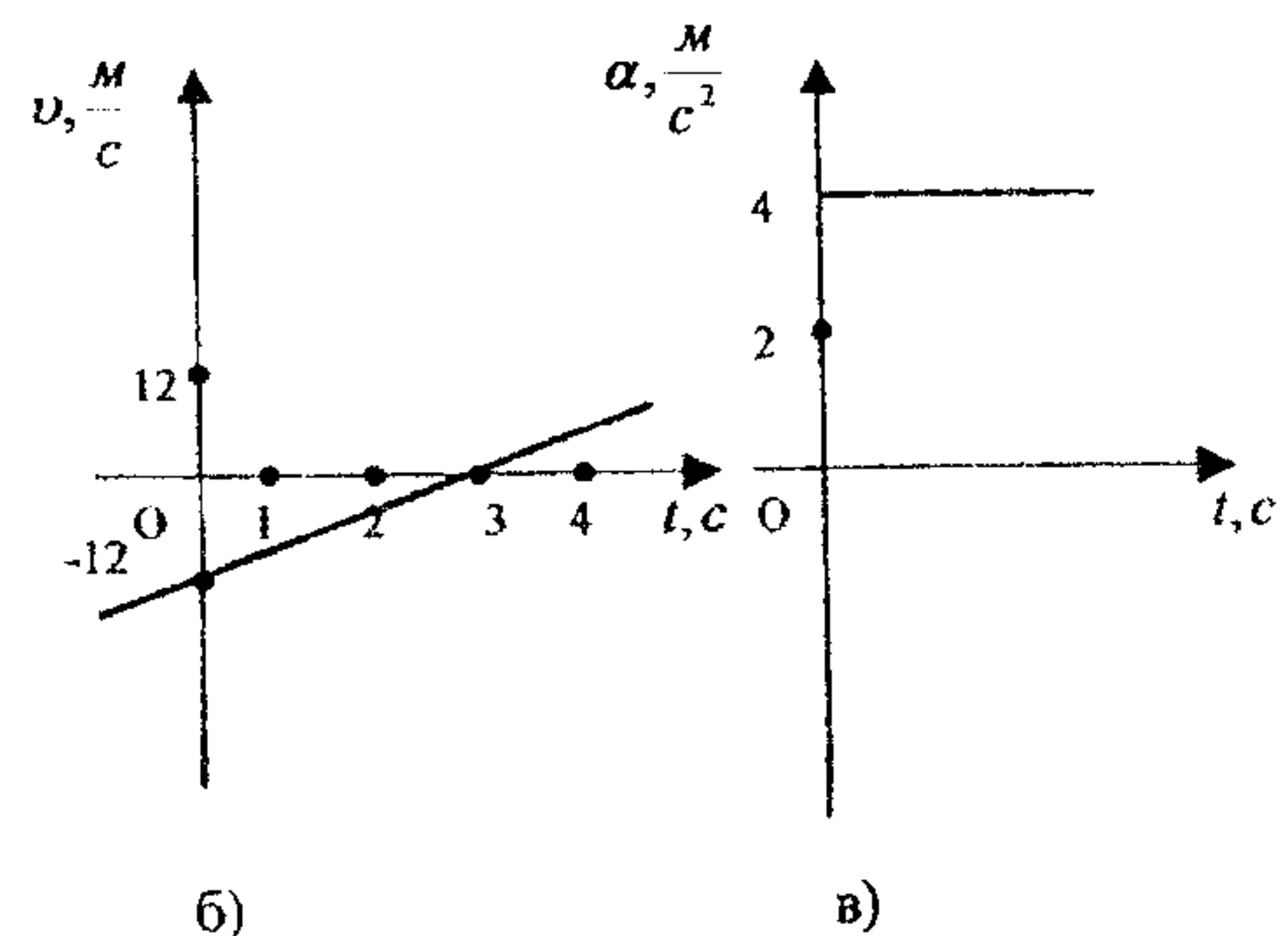
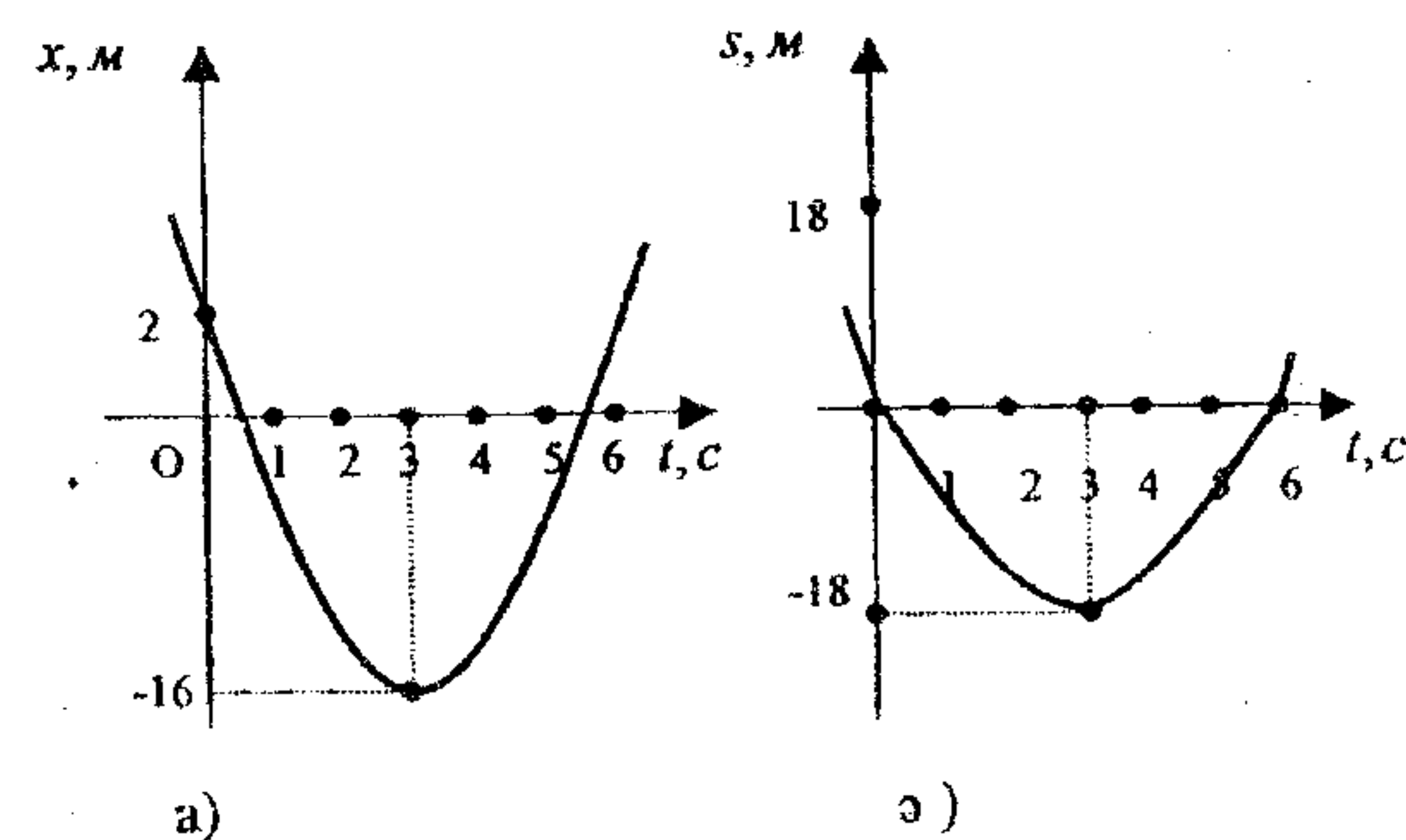
$$s = s(t); a = a(t); \quad a = \text{const.}$$

Мұндағы x_0 ; v_0 ; a шамаларын анықтау үшін $x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$ тәуелділігін $x = 2 - 12t + 2t^2$ өрнегімен салыстырамыз, сонда: $x_0 = 2\text{ м}$; $v_0 = -12\text{ м/с}$; $a = 4\text{ м/с}^2$.

Демек ізделінді тәуелділіктер мынадай түрлерде жазылады:

$$x = 2 - 12t + 2t^2; s = -12t + 2t^2; v = -12 + 4t; a = 4.$$

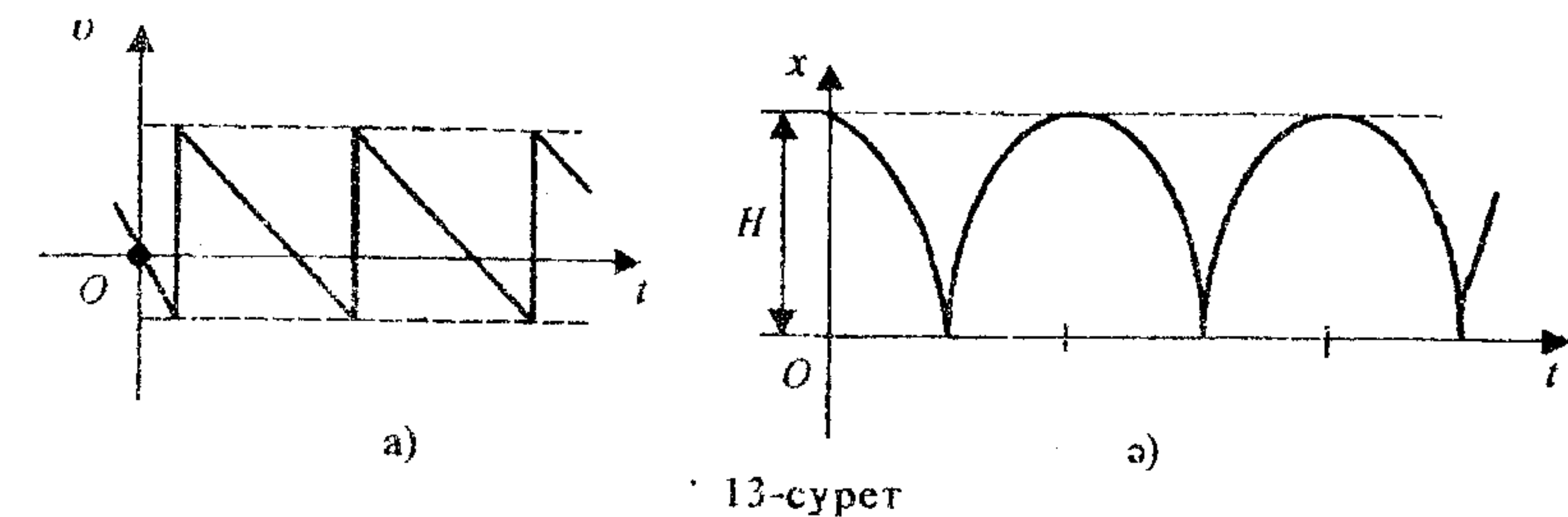
Енді бұл тәуелділіктің графиктерін саламыз, олар 12-суретте көрсетілген.



12-сурет

1.2.24. H биіктіктен серпінді төсенішке болат шарик еркін түседі. Соғылу ұзақтығын ескермей, шарик жылдамдығымен оның координатасы өзгерісінің уақытқа тәуелділік графигін салыңдар.

Берілгені: H
Шешуі: Болат шариктің ең үлкен жылдамдығы оның төсенішке соғылуы кезіне сәйкес келеді, яғни $v_{\max} = \sqrt{2gH}$.
 $x = x(t)$; Ал, соқтығысу кезінде оның
 $v = v(t)$ жылдамдығының модулі тұрақты болып, тек бағыты ғана өзгереді. Осы айтылғандарды ескеріп $x = x(t)$ және $v = v(t)$ тәуелділігінің графигін сызамыз, сонда оның көрінісі 13-суреттегідей болады.



13-сурет

1.2.25. Дене 490 м биіктіктен еркін түседі. Түсудің соңғы секундындағы дененің орын ауыстыруын анықтаңдар.

Берілгені: $h = 490\text{ м}$
 $\Delta t = 1\text{ с}$
 $\Delta y = ?$
Шешуі: y өсін тік төмен бағыттап, санақ басы үшін жер бетінен h биіктіктегі O нүктесін алайық (14-сурет). Сонда қозғалыс теңдеуі былай жазылады $y = \frac{gt^2}{2}$.

Дене жер бетіне түскенде $t = t_2$, $y = y_2 = h$.

$$\text{Онда, } h = \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ал $(t_2 - \Delta t)$ уақыт мезетіндегі дене

координатасы $y_1 = \frac{g(t_2 - \Delta t)^2}{2}$ өрнегімен

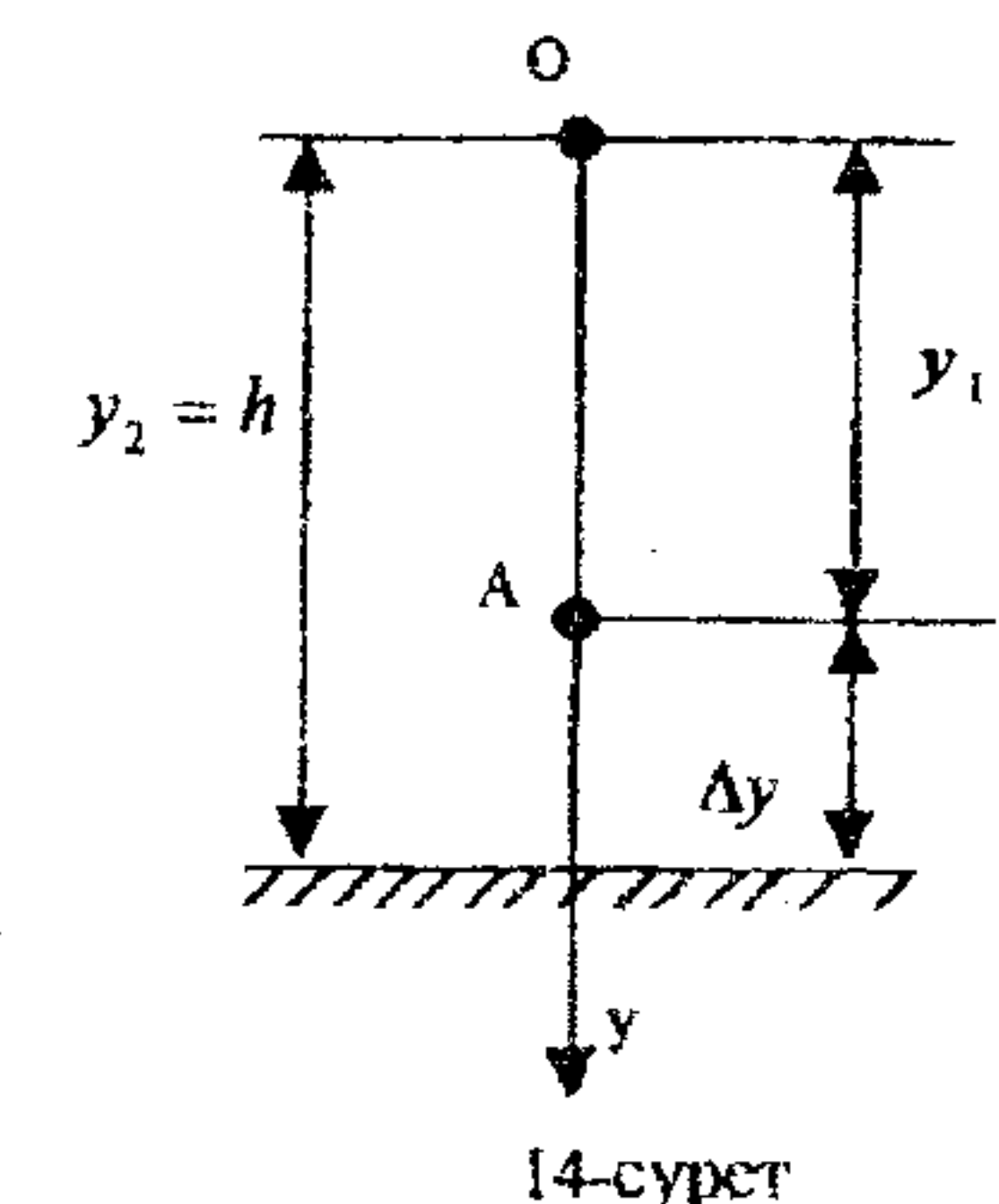
анықталатын A нүктесінде болады.

Сонда, $\Delta y = y_2 - y_1 =$

$$= \frac{g}{2} [t_2^2 - (t_2 - \Delta t)^2] = \frac{g\Delta t}{2} (2t_2 - \Delta t) = \frac{g\Delta t}{2} \left(2\sqrt{\frac{2h}{g}} - \Delta t \right).$$

$$\Delta y = \frac{9,8\text{ м/с}^2 \cdot 1\text{ с}}{2} \left(2\sqrt{2 \cdot \frac{490\text{ м}}{9,8\text{ м/с}^2}} - 1\text{ с} \right) = 93\text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta y = 93\text{ м}$.



14-сурет

1.2.26. Дөңгелектің D тік диаметріндегі A нүктесінен шығатын хордалар бойымен науашалар үш түрлі қойылған (15-сурет). Егер A нүктесінен біртегізде үш шарикті хордалар бойы мен сырғытсақ, олар қандай

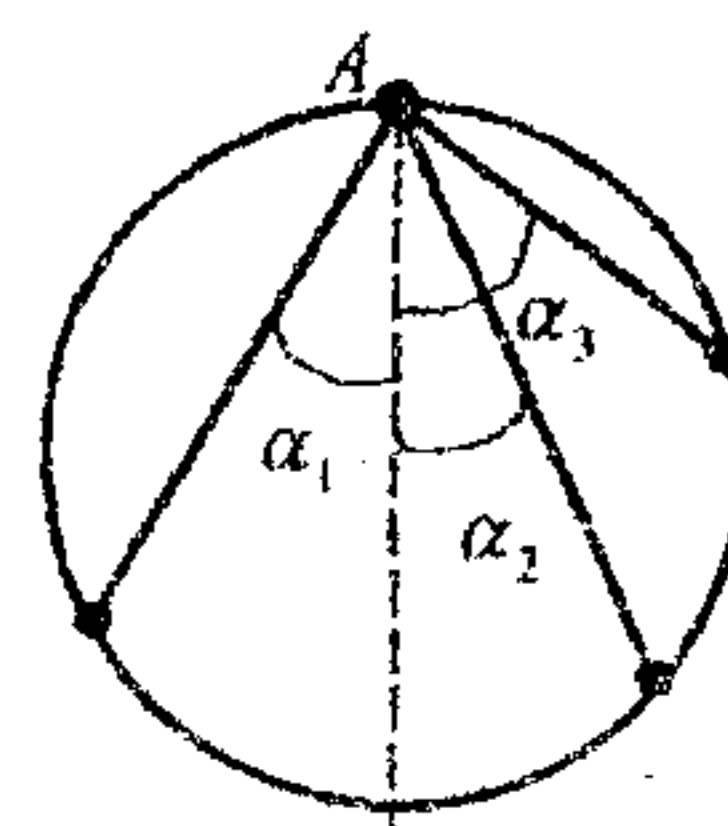
уақытқа шеңбер нүктелеріне жетеді?

Бұл уақыт хорда мен тік

бағыт арасындағы

α бұрышқа қандай

тәуелділікте болады?



15-сурет

Берілгені: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, D$ Шешуі: Шариктердің хорда бойымен қозғалыс уақыты

$t_1 - ?; t_2 - ?;$ $t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}$

$t_3 - ?$

Мұндағы, a — шарик үдеуі, ℓ — хорда ұзындығы. Ал, хорда тік диаметрмен (D) α бұрыш жасайтын болғандықтан: $a = g \cos \alpha$ және $\ell = D \cos \alpha$. Осы мәндерді t -ны анықтайтын өрнекке апарып қойсақ

$$t = \sqrt{\frac{2D \cos \alpha}{g \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{2D}{g}}. \text{ Демек, } t = \sqrt{\frac{2D}{g}}.$$

Сонымен шариктің тік қозғалу уақытын анықтайтын өрнекте D және g шамалары ғана бар және α -ға тәуелді емес. Онда қозғалу уақыты барлық шариктер үшін бірдей, яғни

$$t = t_1 = t_2 = t_3 = \sqrt{\frac{2D}{g}}.$$

$$\text{Жауабы: } t = \sqrt{\frac{2D}{g}} = \text{const}.$$

1.2.27. Көтерілу биіктігі ұшу алыстығына тең болуы үшін тасты көкжиекке қандай бұрышпен лақтыру керек?

Берілгені: $H_{\max} = L$ Шешуі: Лақтырылған дененің көтерілу биіктігімен ұшу алыстығы мына өрнектермен анықталады.

$$\alpha - ? \quad H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \text{ және } L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Есеп шарты бойынша $H_{\max} = L$, демек

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 2 \sin 2\alpha.$$

Ал, $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ екендігін ескерсек, онда $\sin^2 \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha$ немесе $\sin \alpha = 4 \cos \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4$. $\alpha = \operatorname{arctg} 4 \approx 76^\circ$.

Жауабы: $\alpha \approx 76^\circ$.

1.2.28. Тыныштық күйінен бірқалыпты үдей қозғалған дене бесінші секундта 90 см жол жүреді. Ол дененің жетінші секундтағы орын ауыстыруын анықтаңдар.

Берілгені:

$s_5 = 90 \text{ см}$

Шешуі: $90 \text{ см} = 0,9 \text{ м}$.

Қозғалыс Ox өсінің бойымен бағыттталсын дейік (16-сурет).

$s_7 - ?$

Сонда, қозғалыс теңдеуі бойынша

$$x_4 = \frac{at_4^2}{2} \text{ және } x_5 = \frac{at_5^2}{2}$$

мұндағы $t_4 = 4 \text{ с}; t_5 = 5 \text{ с}$.

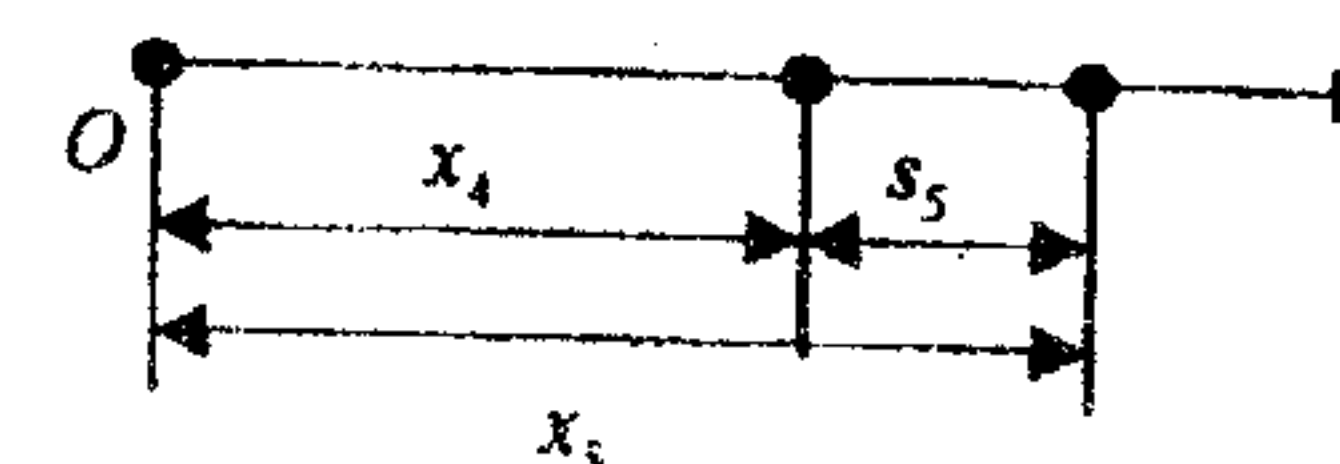
Демек, дененің бесінші секундтағы

орын ауыстыруы $s_5 = x_5 - x_4$, сонда $s_5 = \frac{a}{2}(t_5^2 - t_4^2)$, осыдан $a = \frac{2s_5}{t_5^2 - t_4^2}$.

Осыған ұқсас $s_7 = \frac{a}{2}(t_7^2 - t_6^2)$ немесе $s_7 = s_5 \cdot \frac{(t_7^2 - t_6^2)}{(t_5^2 - t_4^2)}$, мұндағы $t_7 = 7 \text{ с};$

$$t_6 = 6 \text{ с} \quad s_7 = 0,9 \text{ м} \cdot \frac{(7 \text{ с})^2 - (6 \text{ с})^2}{(5 \text{ с})^2 - (4 \text{ с})^2} = 1,3 \text{ м}.$$

Жауабы: $s_7 = 1,3 \text{ м}$.



16-сурет

1.2.29. 17-суретте бастапқы шарттары бірдей, бір түзу бойымен қозғалатын екі нүктенің жылдамдық графиктері берілген t_1 және t_2 уақыт мәндері белгілі деп, нүктелердің қанша уақыттан кейін кездесетіндігін анықтаңдар.

Берілгені:

t_1, t_2

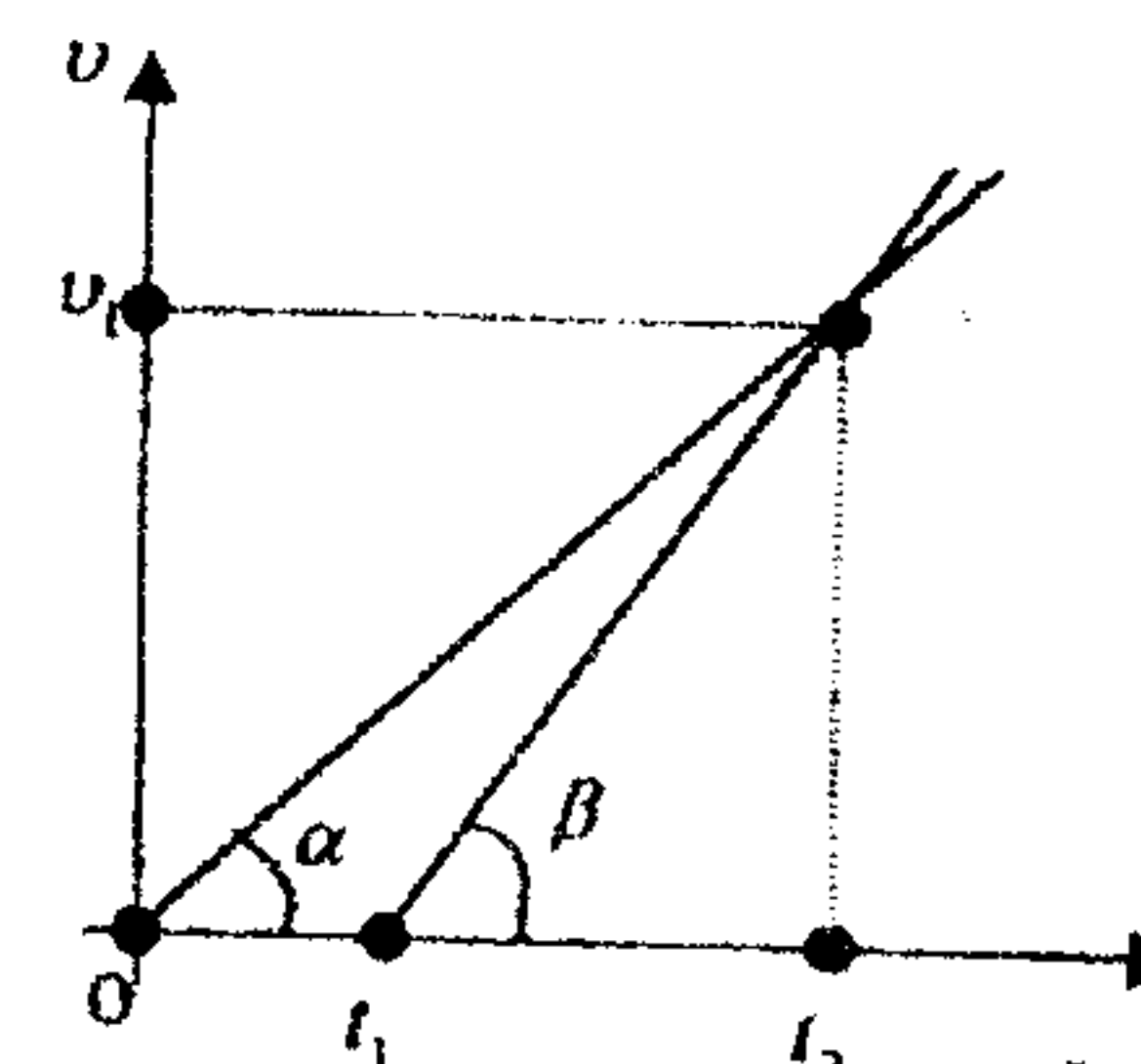
Шешуі: Әрбір нүктенің t уақыт ішінде жүрген жолдарын тауып теңестіреміз, сонда $s_1 = s_2$.

$t - ?$

$$\text{немесе } \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{a_2 (t - t_1)^2}{2}, \text{ бұдан}$$

$$a_1 = \left(\frac{t - t_1}{t} \right)^2 \quad (1).$$

Ал, суреттен $a_1 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{t_2}$ және



17-сурет

$$a_2 = \lg \beta = \frac{v_0}{t_2 - t_1}$$

Кейінгі екі теңдіктерден $\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2 - t_1}{t_2}$ (2).

(1) және (2)-ден t -ны табуға болады, сонда $t = t_2 + t_2(t_2 - t_1)$.

$$\text{Жауабы: } t = t_2 + t_2(t_2 - t_1).$$

1.2.30. Көлбеу тақтайдың бойымен төменнен жоғары қарай шарик домалатылды. Қозғалыс басталғаннан $t_1 = 1\text{с}$ және $t_2 = 2\text{с}$ кейін ол бастапқы орнынан $\ell = 30\text{см}$ қашықтықта екі рет болды. Шариктің бастапқы жылдамдығы мен үдеуі тұрақты деп, осы шамаларды анықтаңдар.

Берілгені:	Шешуі: $30\text{см} = 0,3\text{м}$.
$\ell = 30\text{см}$	Көлбеу жазықтық бойымен қозғалған
$t_1 = 1\text{с}$	шариктің қозғалыс теңдеуі $x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$.
$t_2 = 2\text{с}$	Ал, $x = \ell$ екендігін ескерсек,

$$v_0 - ?; a - ? \quad \text{онда } \ell = v_0 t - \frac{at^2}{2} \Rightarrow t^2 - \frac{2v_0}{a}t + \frac{2\ell}{a} = 0.$$

Бұл t -ға салыстырғанда квадрат теңдеу. Виет теоремасы бойынша $t_1 + t_2 = \frac{2v_0}{a}$ және $t_1 t_2 = \frac{2\ell}{a}$.

Бұл екі өрнектен $v_0 = \frac{\ell}{t_1} + \frac{\ell}{t_2}$ және $a = \frac{2\ell}{t_1 t_2}$.

$$v_0 = \frac{0,3\text{м}}{1\text{с}} + \frac{0,3\text{м}}{2\text{с}} = 0,45\text{м/с}; \quad a = \frac{2 \cdot 0,3\text{м}}{1\text{с} \cdot 2\text{с}} = 0,3\text{м/с}^2.$$

$$\text{Жауабы: } v_0 = 0,45\text{м/с}; \quad a = 0,3\text{м/с}^2.$$

1.2.31. Қырат көкжиекпен φ бұрыш жасайды. Қыраттың O нүктесіндегі зеңберек оқты v_0 жылдамдықпен α бұрыш жасай ата алады (18-сурет). Оқ көкжиек бағытында қандай қашықтыққа түседі?

Берілгені:	Шешуі: Оқтың түсетін A нүктесінің
$\varphi; v_0; \alpha$	координаттары x және y болсын.

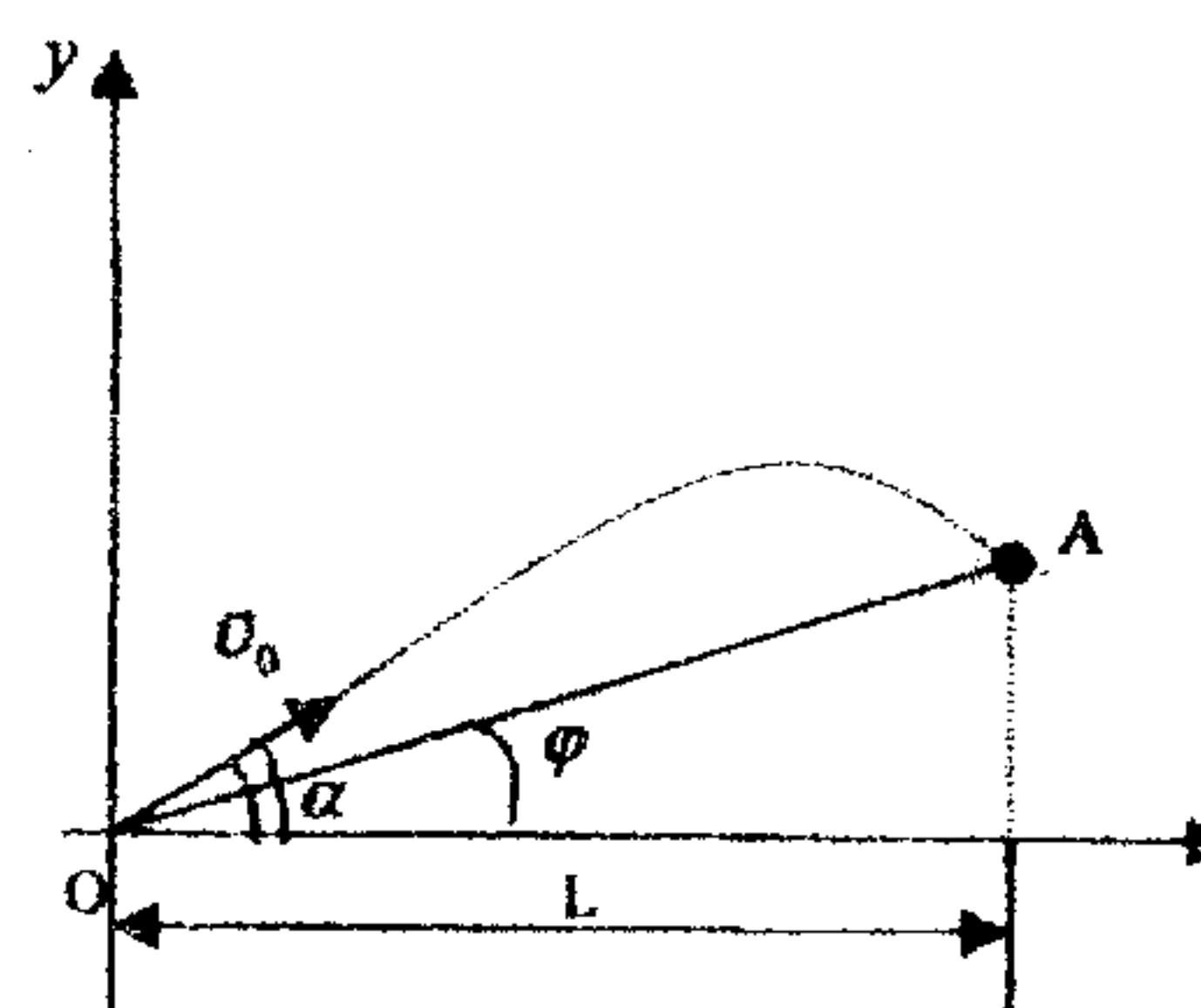
$L - ?$	Сонда (1) $\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{at^2}{2} \end{cases}$
---------	---

Екінші жағынан (2) $y = x \lg \varphi$. (1) және

$$(2)\text{-ден } x = \frac{2v_0^2}{g} \cos^2 \alpha (\lg \alpha - \lg \varphi), \text{ ал } x = L$$

$$\text{болғандықтан } L = \frac{2v_0^2}{g} \cos^2 \alpha (\lg \alpha - \lg \varphi).$$

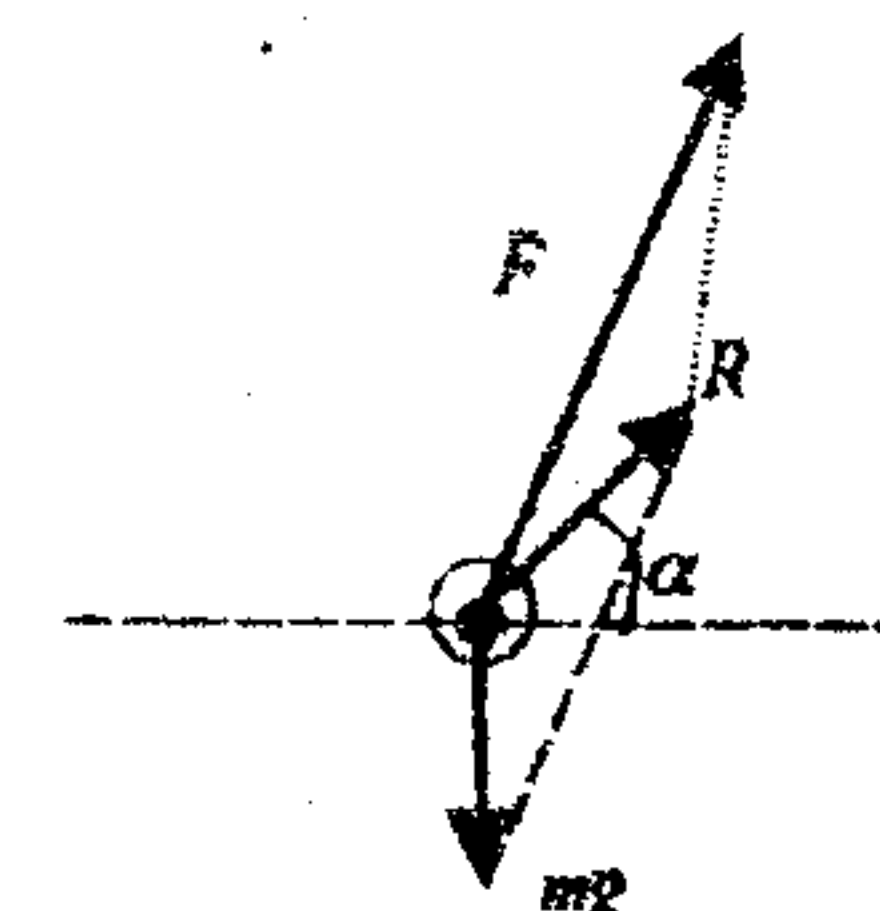
$$\text{Жауабы: } L = \frac{2v_0^2}{g} \cos^2 \alpha (\lg \alpha - \lg \varphi).$$



18-сурет

1.2.32. Массасы m зымыран қозғалтқышының F тарту күші t секунд бойы жұмыс істеп, оның көкжиек бағытымен α бұрыш жасай ұшуын қамтамасыз етеді. Қозғалтқыш шығара алатын h биіктікті табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: Зымыранға әсер ететін күштер
$m; F; t; \alpha$	19-суретте көрсетілген.
$h - ?$	Мұндағы $R = F + mg$
	(R - теңәсерлі күш).



19-сурет

R - күштің әсерінен зымыран h биіктікке көтеріледі, сонда (1) $h = s \sin \alpha$,

мұндағы (2) $s = \frac{at^2}{2}$ (зымыранның

ұшу қашықтығы). Екінші жағынан (3) $a = \frac{R}{m}$

және косинустар теоремасына

$$F^2 = (mg)^2 + R^2 - 2mgR \cos(\alpha + 90^\circ) = m^2 g^2 + R^2 + 2mgR \sin \alpha \Rightarrow$$

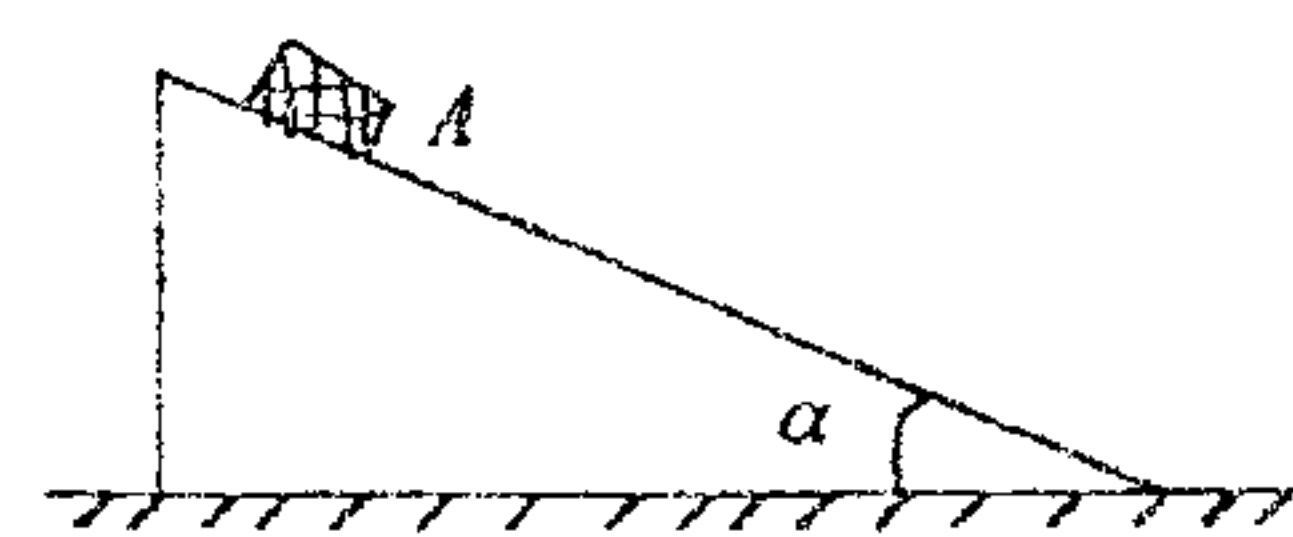
$\Rightarrow R = \sqrt{F^2 - m^2 g^2 \cos^2 \alpha - mg \sin \alpha}$ екендігін ескерсек, онда (1), (2) және

$$(3) \text{ пайдаланып } h = \left(\sqrt{\frac{F^2}{m^2} - g^2 \cos^2 \alpha - g \sin \alpha} \right) \frac{t^2}{2} \sin \alpha.$$

$$\text{Жауабы: } h = \left(\sqrt{\frac{F^2}{m^2} - g^2 \cos^2 \alpha - g \sin \alpha} \right) \frac{t^2}{2} \sin \alpha.$$

(*) 1.2.33. Көкжиекпен α бұрыш жасайтын сына тәрізді жазықтықта A денесі жатыр (20-сурет). A денесі тік бағытта еркін түсу үшін сынаны көкжиек бағытында қандай үдеумен жылжыту керек?

Берілгені: Шешуі: A денесі еркін түсудің t уақытында
 α
 $a = ?$ (1) $s_1 = \frac{gt^2}{2}$ жолын жүреді



20-сурет

(21-сурет).

Ал, осы уақыт ішінде сына көкжиек

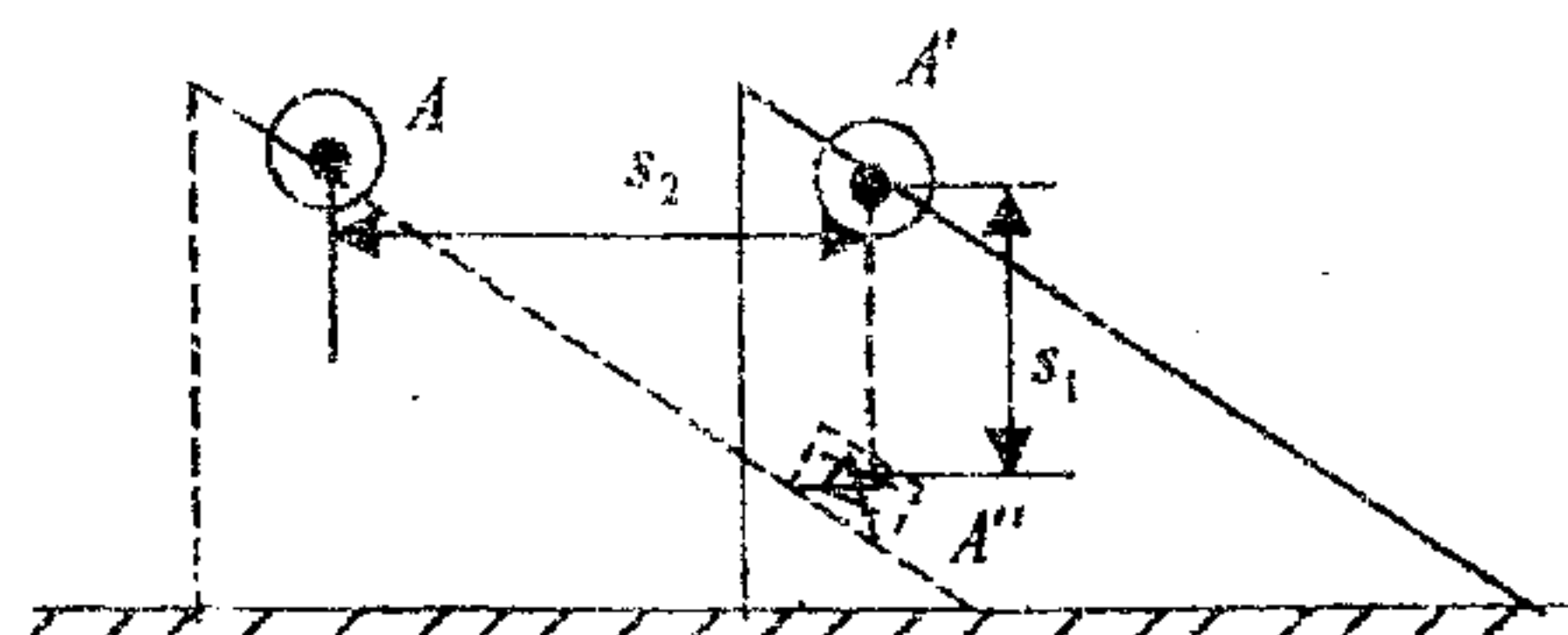
бағытында (2) $s_2 = \frac{at^2}{2}$ қашықтыққа

жылжуы тиіс. Егер дене сына бетімен үнемі жанасатын болса, онда

$\Delta AA'A''$ -дан $\frac{s_2}{s_1} = \operatorname{ctg} \alpha$ немесе

$\frac{a}{g} = \operatorname{ctg} \alpha$. Осыдан ізделінді

үдеу $a = g \operatorname{ctg} \alpha$.



21-сурет

Жауабы: $a = g \operatorname{ctg} \alpha$.

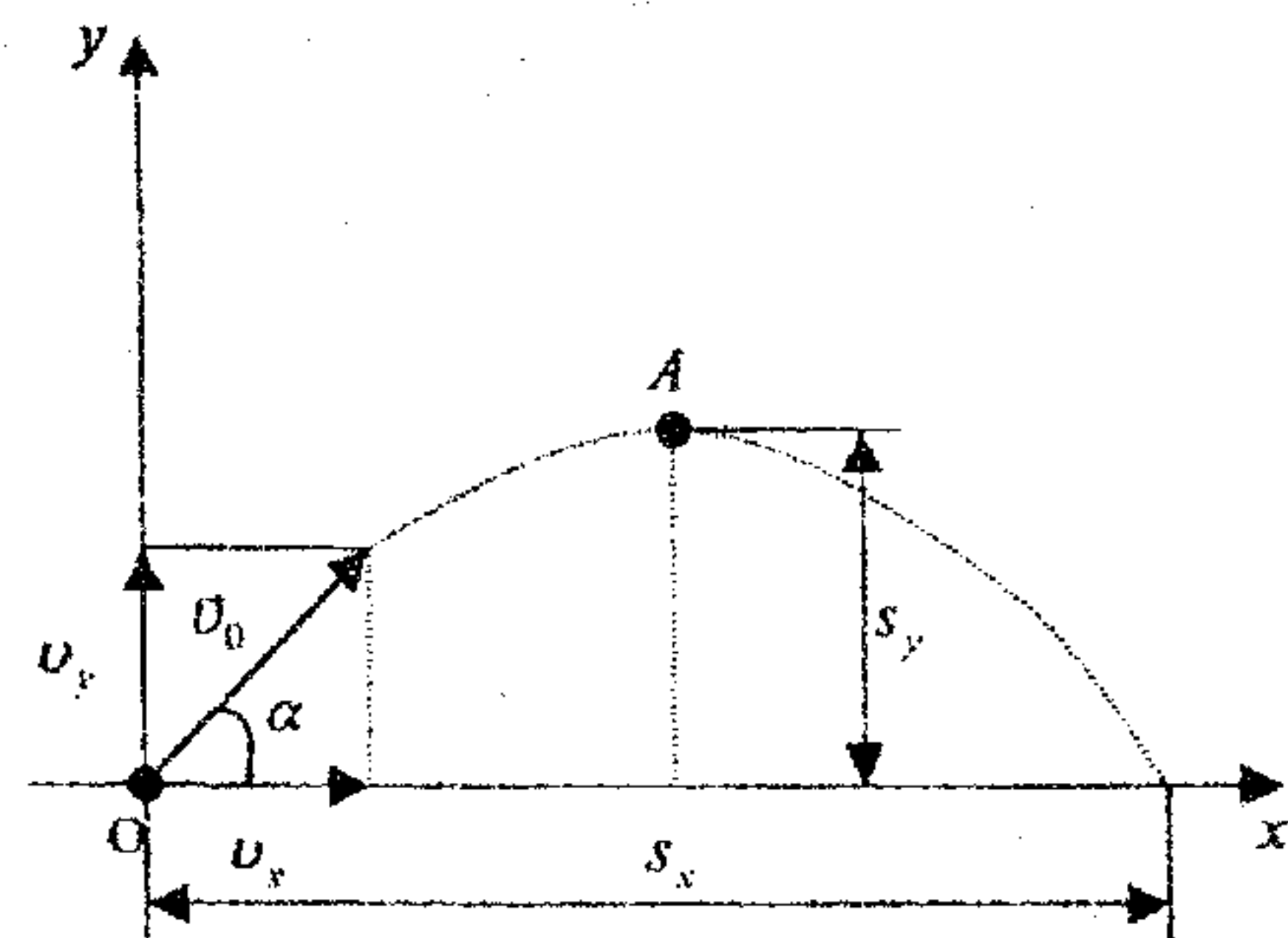
1.2.33. Доп көкжиекке $\alpha = 40^\circ$ бұрыш жасай $v_0 = 10 \text{ м/с}$ жылдамдықпен лақтырылған. Үйкелісті ескермей мыналарды анықтаңдар: доптың қандай биіктікке көтерілетінін; лақтырылған жерден қандай қашықтыққа түскенін; оның қанша уақыт ұшқанын.

Берілгені: Шешуі: Лақтырылған доптың қозғалыс траекториясының xOy жазықтықтағы кескіні 22-суретте көрсетілген.
 $\alpha = 40^\circ$
 $v_0 = 10 \text{ м/с}$
 $s_y = ?$; $s_x = ?$;
 $t = ?$ Қозғалыс теңдеулерінің Ox және Oy өстеріндегі проекцияларын жазайық.

Сонда $\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ s_x = v_0 t \cos \alpha \end{cases}$

және $\begin{cases} v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ s_y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$

Көтерілудің ең жоғарғы нүктесінде $v_y = 0$,



22-сурет

осыдан $t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, мұндағы t_1 -доптың көтерілу уақыты. Егер

үйкелісті ескермесек $t_1 = \frac{t}{2}$. Сонда $s_y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Ал, $s_x = v_0 t \cos \alpha$ өрнегіне $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ мәнін қойсақ

$s_x = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$. Ал, $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ екендісін ескерсек, онда

$s_x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ болады.

$t_1 = \frac{2 \cdot 10 \text{ м/с} \cdot \sin 40^\circ}{9,8 \text{ м/с}^2} \approx 1,3 \text{ с}$; $s_y = \frac{(10 \text{ м/с})^2 \cdot (\sin 40^\circ)^2}{2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} \approx 2,1 \text{ м}$;

$s_x = \frac{(10 \text{ м/с})^2 \cdot \sin(2 \cdot 40^\circ)^2}{9,8 \text{ м/с}^2} \approx 10 \text{ м}$.

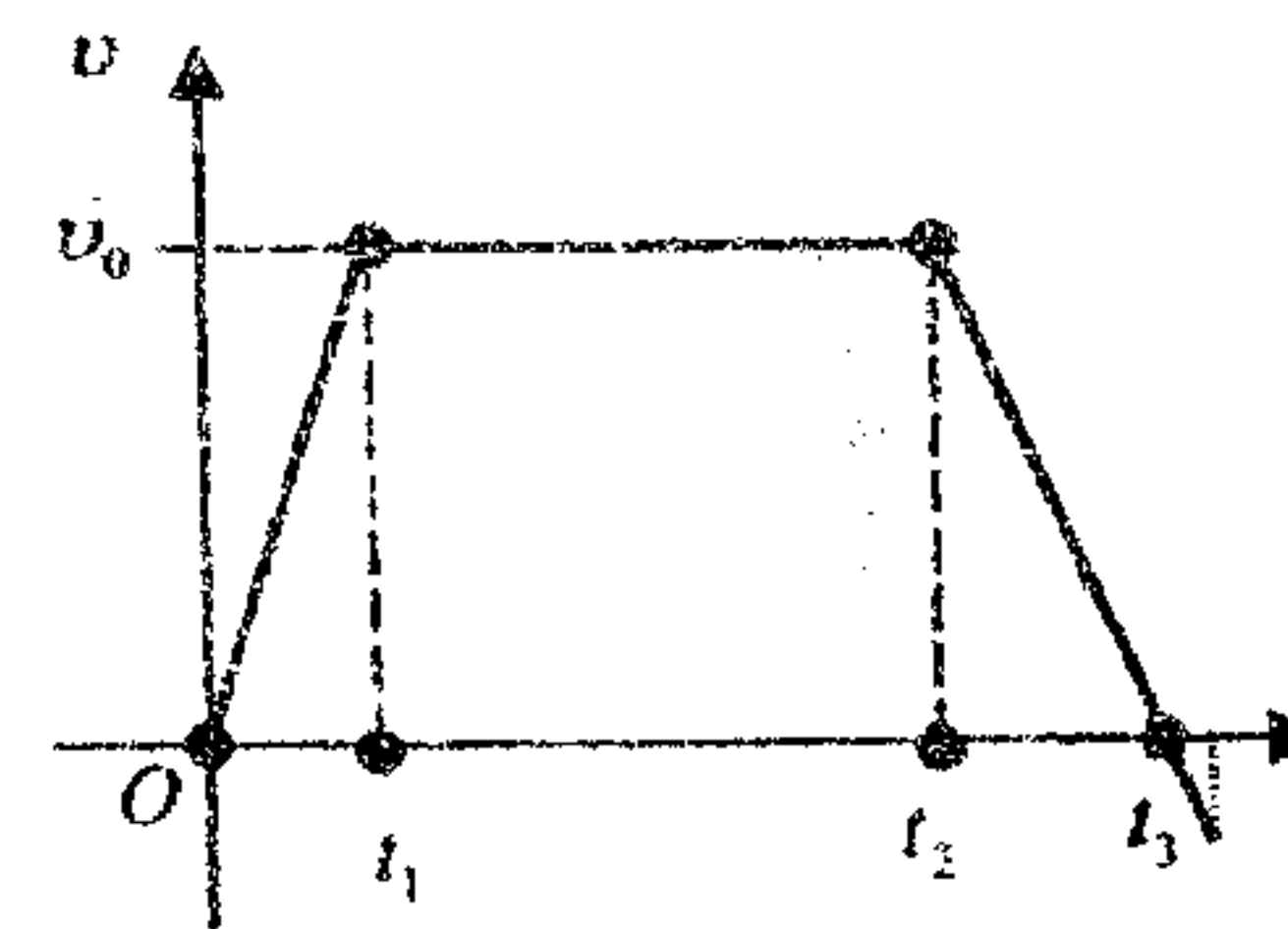
Жауабы: $s_y \approx 2,1 \text{ м}$; $s_x \approx 10 \text{ м}$; $t_1 \approx 1,3 \text{ с}$.

(*) 1.2.35. Дене жылдамдығының графигі 23-суретте берілген. Осы дене үдеуінің, координатасының және жүрген жолының уақытқа тәуелділік графиктерін сызыңдар.

Берілгені: Шешуі:
 $v = v(t)$
 $a = a(t)$;
 $x = x(t)$;
 $\ell = \ell(t)$
 1. $0, t_1$ уақыт аралығында дене бірқалыпты үдемелі қозғалыста болған, оның үдеуі тұрақты және

$a_1 = \frac{v_0}{t_1}$. Координатасы мен жүрген

жолы $x(t) = \ell(t) = \frac{a_1 t^2}{2}$



23-сурет

2. t_1, t_2 уақыт аралығында дене бірқалыпты қозғалыста болған, демек үдеуі $a_2 = 0$. Ал, координатасы мен жүрген жолы $x(t) = \ell(t) = v_0 \left(t - \frac{t_1}{2} \right)$.

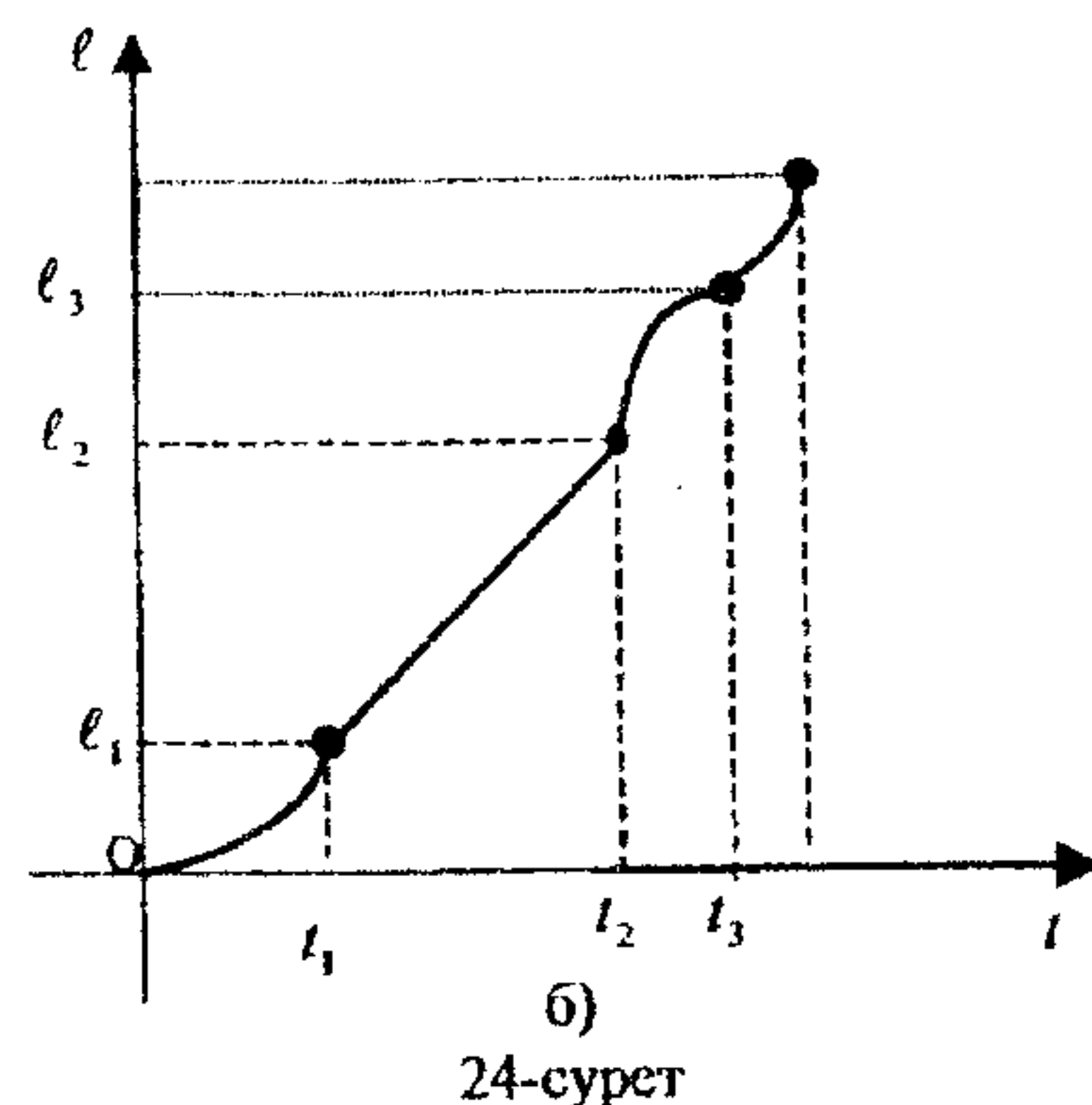
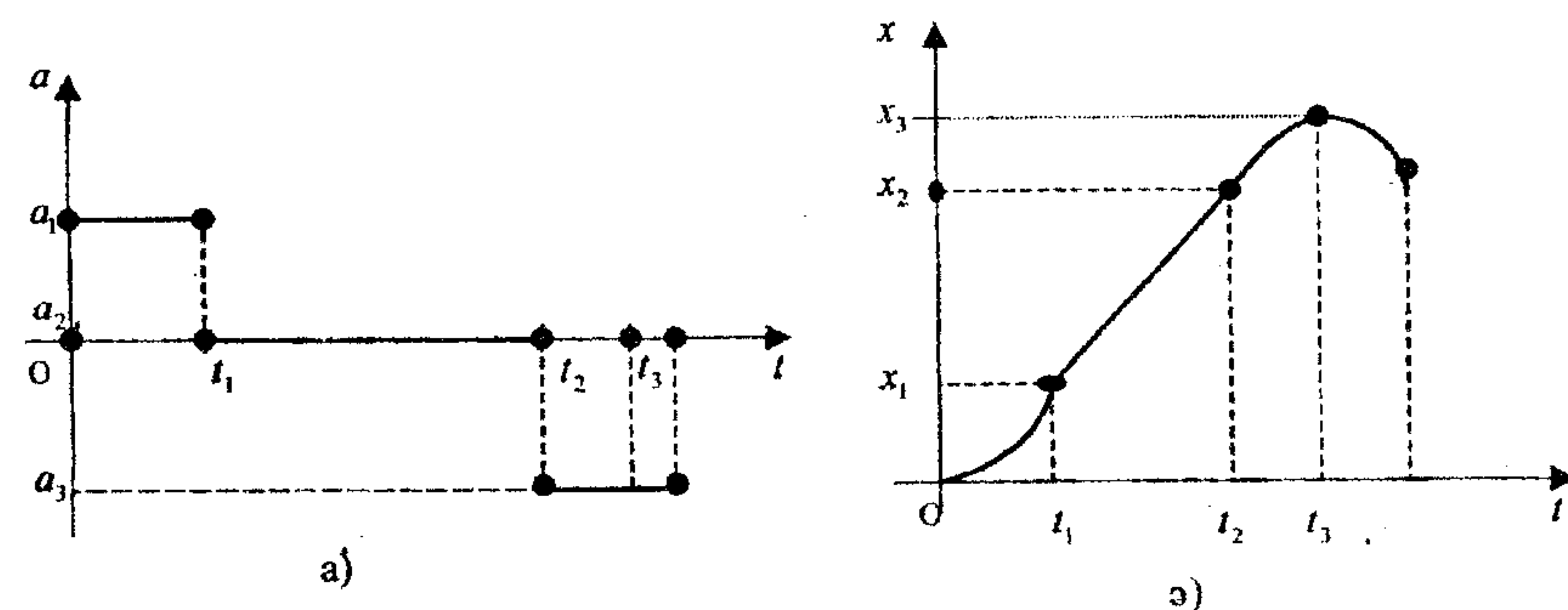
3. $[t_2; t_3]$ -уақыт аралығында дене үдеуі $a_3 = \frac{v_0}{t_2 - t_3}$, ол бірқалыпты баяу қозғалады.

Координатасы мен жүрген жолы $x(t) = \ell(t) = v_0 \left(t - \frac{t_1}{2} \right) - \frac{a_3 (t - t_2)^2}{2}$.

4. t_3 уақыттан кейінгі дененің координатасы

$x(t) = \frac{1}{2} [v_0(t_3 + t_2 - t_1) - a_3(t - t_3)^2]$, ал жүрген жолы
 $\ell(t) = \frac{1}{2} [v_0(t_3 + t_2 - t_1) + a_3(t - t_3)^2]$ тәуелділіктерімен беріледі. Бұлардың
 графиктері 24-суретте берілген.

Мұндағы: а-үдеу, а-координата, б-жүрілген жолдың графиктері



1.2.36. $v_1 = 108 \text{ км/сғ}$ жылдамдықпен келе жатқан жолаушы
 поезінің жүргізушісі $\ell_0 = 180 \text{ м}$ қашықтықта $v_2 = 32,4 \text{ км/сғ}$
 жылдамдықпен бара жатқан жүк поезін көрді. Машинист поезді
 $a = -1,2 \text{ м/с}^2$ үдеумен тежеген болса, бұл поездердің соқтығысуын
 болдырмауға мүмкіндік бере ме?

Берілгені:
 $v_1 = 108 \text{ км/сғ}$
 $\ell_0 = 180 \text{ м}$
 $v_2 = 32,4 \text{ км/сғ}$
 $a = -1,2 \text{ м/с}^2$
 $x - ?$

Шешуі: $108 \text{ км/сғ} = 30 \text{ м/с}$; $32,4 \text{ км/сғ} = 9 \text{ м/с}$.
 Жүк поезі бірқалыпты қозғалатын
 болғандықтан, оның t уақыттағы
 орны $x_2 = \ell_0 + v_2 t$, ал жолаушы
 поезі бірқалыпты баяу қозғалғандықтан
 оның орны $x_1 = v_1 t - \frac{at^2}{2}$ өрнектерімен

анықталады.

(Координата басы үшін тежелген мезеттегі жолаушы
 поезі алынады). Егер поездер соқтығысатын болса, онда $x_1 = x_2$
 шарты орындалуы тиіс. Осы шарттан соқтығысу болатын
 уақытты есептеп табамыз, сонда

$$\ell_0 + v_2 t = v_1 t - \frac{at^2}{2} \Rightarrow at^2 + (2v_2 - 2v_1)t + 2\ell_0 = 0.$$

$$t_{1,2} = \frac{-(2v_2 - 2v_1) \pm \sqrt{(2v_2 - 2v_1)^2 - 8\ell_0 a}}{2a}$$

Шамалардың сан мәндерін орнына қойып табатынымыз $t_1 = 15 \text{ с}$
 және $t_2 = 20 \text{ с}$.

Жауабы: $t = 15 \text{ с}$ кейін поездер соқтығысуы мүмкін.

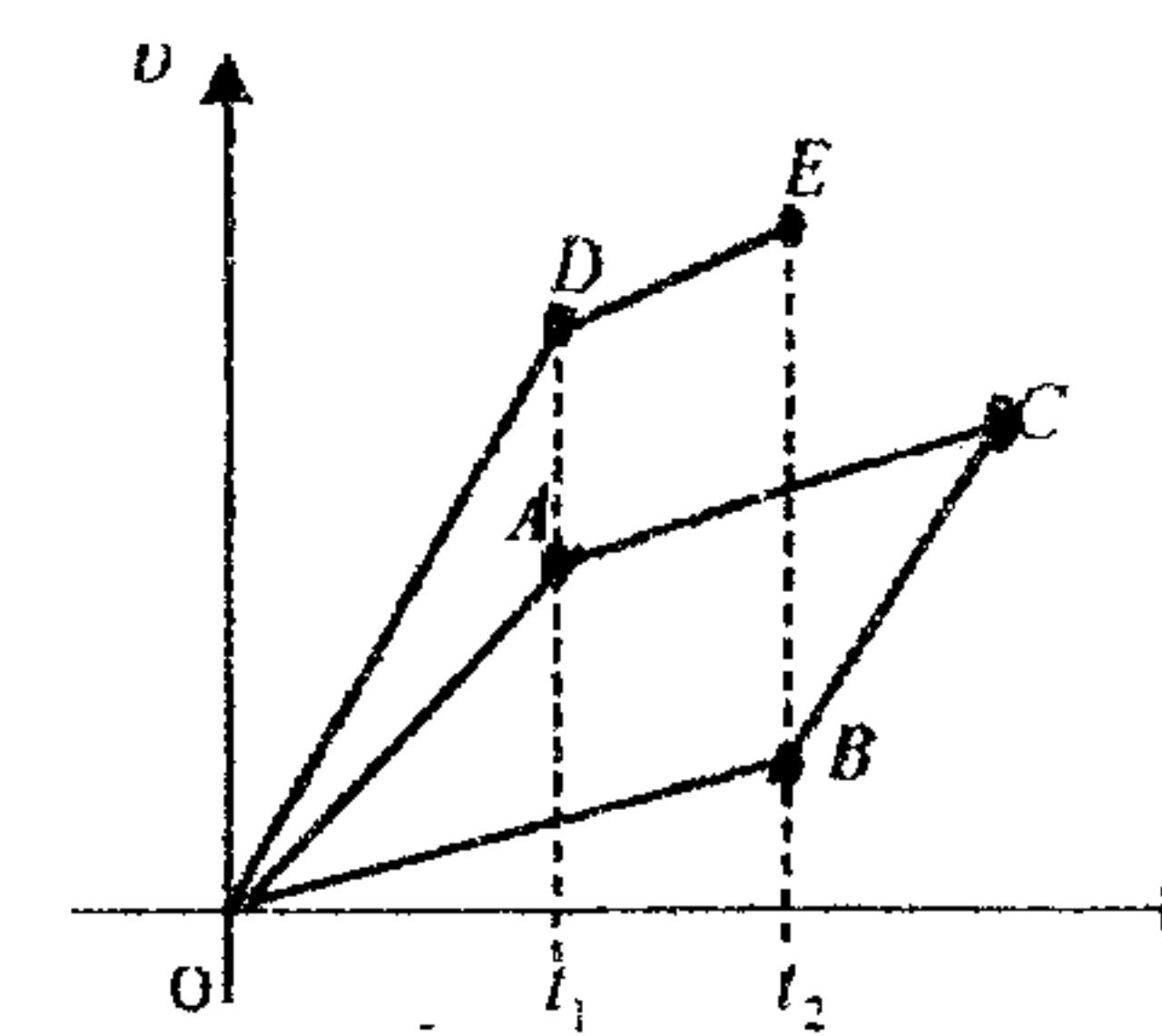
1.2.37. Зымыранға тұрақты a_1 және a_2 үдеулер бере алатын екі
 қозғалтқышы бар. Бірінші қозғалтқышы t_1 , ал екіншісі t_2 уақыт
 жұмыс істей алады және де $a_1 > a_2$; $t_1 < t_2$. Қозғалтқыштарды бірге
 қосуға да немесе бірінен кейін бірін қосуға да болады. Зымыран
 ең биіктікке көтерілу үшін қозғалтқыштарды қосудың қандай
 жолын таңдау керек?

Берілгені:
 a_1 және a_2 ($a_1 > a_2$)
 t_1 және t_2 ($t_1 < t_2$)

Шешуі: Зымыран жылдамдығының
 қозғалтқыштарды қосылу уақытына
 тәуелділігінің графигін сызайық.

$h_{\text{max}} - ?$

Ол 25-суретте берілген.
 Қозғалтқыштарды бірінен кейін
 бірін қосқанда жылдамдық
 $OAC(a_1)$ және $OBC(a_2)$ сынық сызықта-
 рымен, екеуін бірге қосқанда ODE
 сынығымен өрнектеледі.
 Зымыранның көтерілу биіктігінің
 шамасы осы сынықтармен
 шектелген фигуралардың
 аудандарымен анықталады.



25-сурет

$OAC(a_1)$ жағдайында көтерілу биіктігі $OBC(a_2)$ жағдайына қарағанда жоғары екендігі графиктен көрініс тұр. Енді ODE жағдайына бұлармен салыстырайық.

Сонда:

$$OAC \text{ үшін } h_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 + a_1t_1t_2;$$

$$ODE \text{ үшін } h = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t_1^2 + (a_1 + a_2)(t_2 - t_1)t_1 + \frac{1}{2}a_2^2(t_2 - t_1)^2 \text{ немесе}$$

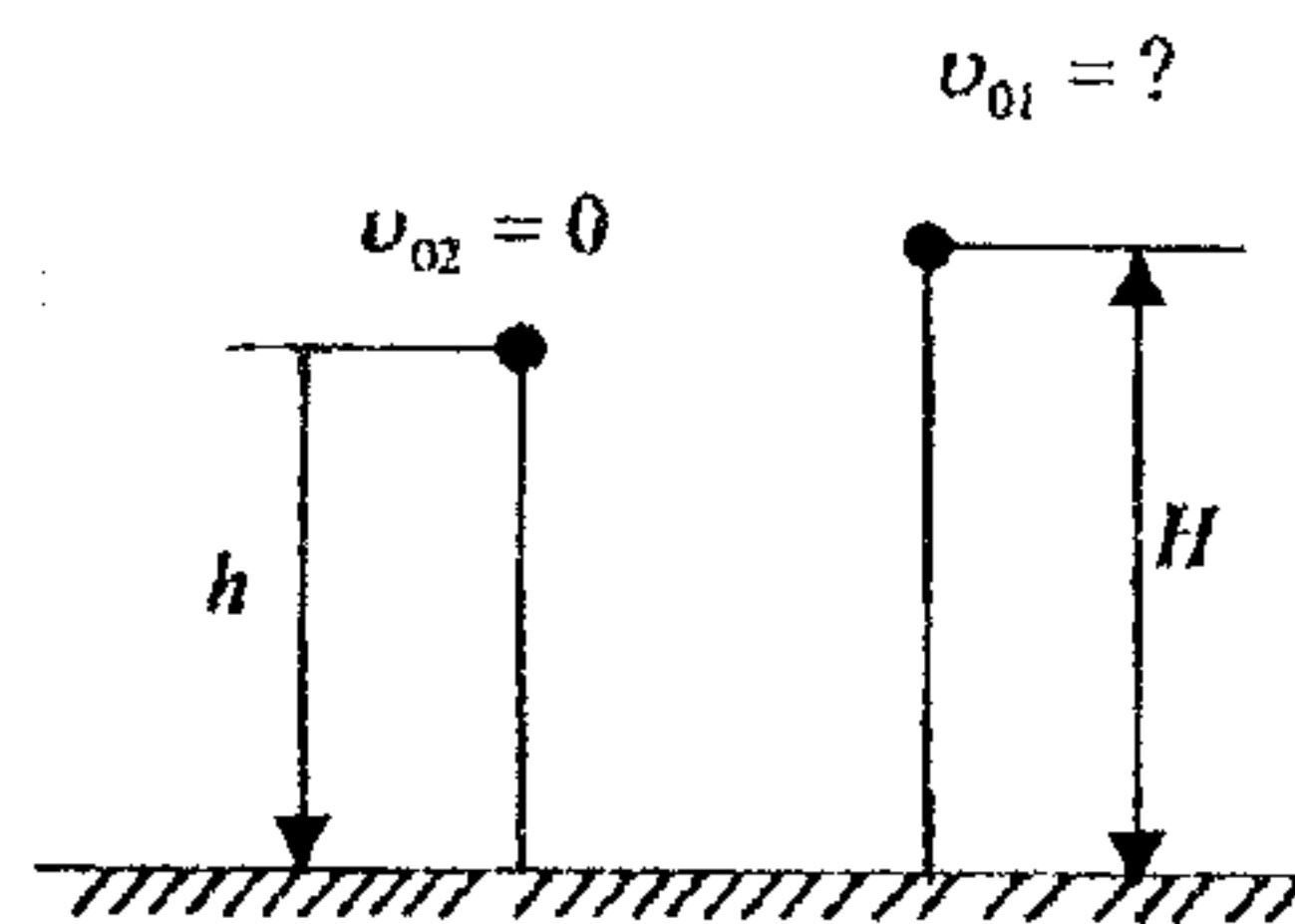
$$h = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 + (a_1 - a_2)t_1t_2. \text{ Демек, } h_1 > h.$$

Жауабы: Зымыран ең жоғары биіктікке көтерілуі үшін әуелі көп үдеу беретін қозғалтқышты қосып $(a_1)t_1$ уақыттан кейін (бірінші қозғалтқыш жұмысын тоқтатқасын) екінші қозғалтқышты (a_2) қосу керек екен.

1.2.38. Екі дене әртүрлі H және h биіктіктерден құлап жер бетіне бір мезгілде жетеді. Егер төменгі дене бастапқы жылдамдықсыз түскен болса, жоғарғы дене қандай жылдамдықпен төмен лақтырылған?

Берілгені: $H, h (H > h);$
 $t_1 = t_2 = t;$
 $v_{01} = ?$

Шешуі: Денелердің құлау сызбасы 26-суретте берілген. Есеп шартын қолданып, әрбір дене үшін $v_{02} = 0$ қозғалыс теңдеуін жазайық.



26-сурет

$$\text{Сонда } H = v_{01} \cdot t - \frac{gt^2}{2} \text{ және } h = \frac{gt^2}{2}.$$

$$\text{Осы теңдеулерден } v_{01} = (H - h) \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_{01} = (H - h) \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

1.2.39. Бастапқы жылдамдықсыз еркін түскен дене өзінің n -інші метр жолын қанша уақытта жүреді?

Берілгені: g, n
 $\Delta t = ?$

Шешуі: n -ші метр жолды жүруге кеткен уақыт $\Delta t'$ болсын. Сонда еркін түскен дененің n жолы

$$(1) \ n = \frac{gt^2}{2} \text{ ал } \Delta t \text{ уақыт аралығындағы жүрген}$$

$$\text{жолы } (n-1) = \frac{g}{2}(t - \Delta t)^2 \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \Delta t = \frac{2}{g}(n - \sqrt{n-1}).$$

$$\text{Жауабы: } \Delta t = \sqrt{\frac{2}{g}(n - \sqrt{n-1})}.$$

Қосымша есептер

1.2.40. Автобус 25 м/с^2 үдеумен қозғалып, 8 секундта 200 м жол жүрді. Автобустың бастапқы жылдамдығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } v_0 = 15 \text{ м/с}.$$

1.2.41. Жолаушы поезі стансадан шығысымен $0,02 \text{ м/с}^2$ үдеумен бірқалыпты қозғалады. Поездің жылдамдығы 64 км/сағ болуы үшін қанша уақыт керек және сол уақыт ішінде ол қандай жол жүрді?

$$\text{Жауабы: } t = 600 \text{ с}; \ s = 5,4 \text{ км}.$$

1.2.42. Бірқалыпты үдемелі қозғалған дене 50 метрлік екі аралықты 6 және 3 секундта жүріп өтті. Дененің екінші аралықтағы үдеуін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } a_2 = 0.$$

1.2.43. Поез стансадан 20 см/с^2 үдеумен қозғалады. Жылдамдығы 37 км/сағ -қа жеткеннен кейін 2 мин бойы бірқалыпты қозғалды, содан соң тежеліп тоқтағанға дейін 100 м жол жүрді. Поездің орташа жылдамдығын табыңдар. Осы жылдамдықтың графигін салыңдар.

$$\text{Жауабы: } v_{\text{орт}} \approx 8,2 \text{ м/с}.$$

1.2.44. Автоматтан оқ 715 м/с жылдамдықпен атылып шыққан. Автомат ұңғысының ұзындығы 45 см болып, ұңғыда оқ бірқалыпты үдемелі қозғалған болса, оқтың үдеуі қандай болғаны?

$$\text{Жауабы: } a = 5,68 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2.$$

1.2.45. Үш дененің қозғалыс теңдеулері $X_1 = 10 + 4t$; $X_2 = t + t^2$ және $X_3 = 20 - 2t^2 - 20$ түрінде берілген. Денелер өзара кездесе ме? Кездесе қанша уақыттан кейін және қандай қашықтықта? Есепті екі тәсілмен шығарыңдар (x - метрмен, t - секундпен берілген).

$$\text{Жауабы: Кездеседі. } t = 5 \text{ с}; \ s = 10 \text{ м}.$$

1.2.46. Түзу сызық бойымен қозғалатын нүктенің координатасы $x = 11 + 35t + 4t^2$ заңымен өзгереді. (x - сантиметрмен, t - секундпен өлшенген). Нүктенің бастапқы орнын, жылдамдығын және үдеуін табыңдар.

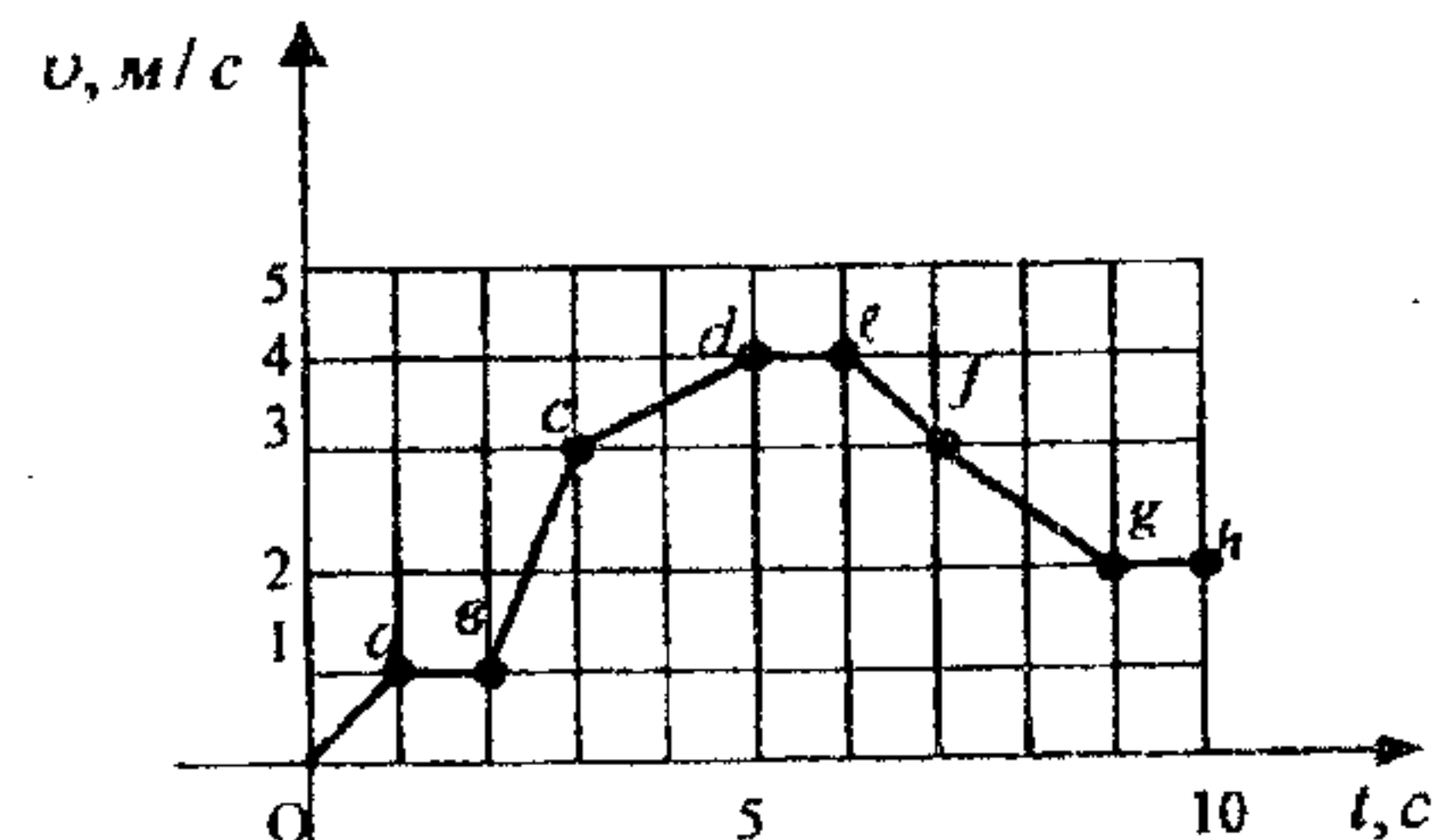
$$\text{Жауабы: } x_0 = 11 \text{ см}; \ v_0 = 35 \frac{\text{см}}{\text{с}}; \ a = \frac{82 \text{ см}}{\text{с}^2}.$$

1.2.47. Нүкте қозғалысы $x = 12t - 2t^2$ (x -метрмен, t -секундпен өлшенген) теңдеуімен берілген. $t_1 = 1c$ пен $t_2 = 4c$ уақыт аралығындағы нүкте қозғалысының орташа жылдамдығын есептеп табыңдар.

Жауабы: $v_{\text{орт}} = 2m/c$.

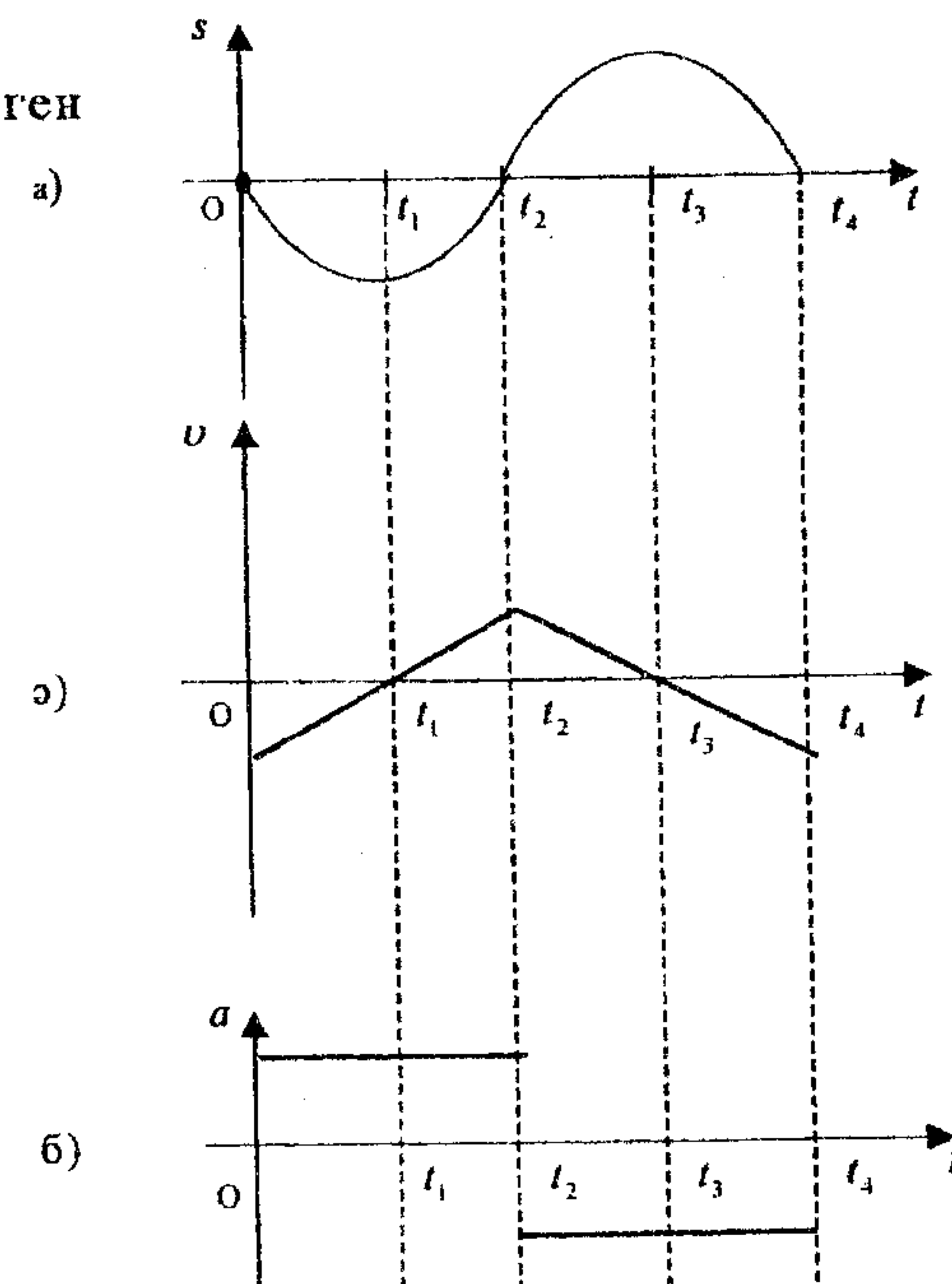
1.2.48. 27-суретте берілген жылдамдық графигін пайдаланып нүктенің $t_1 = 5c$ пен $t_2 = 10c$ уақыт мезетіндегі орташа жылдамдықтары мен үдеулерін табыңдар.

Жауабы: $v_1 = 2,1m/c$;
 $a_1 = 0,8m/c^2$;
 $v_2 = 2,5m/c$;
 $a_2 = 0,2m/c^2$.



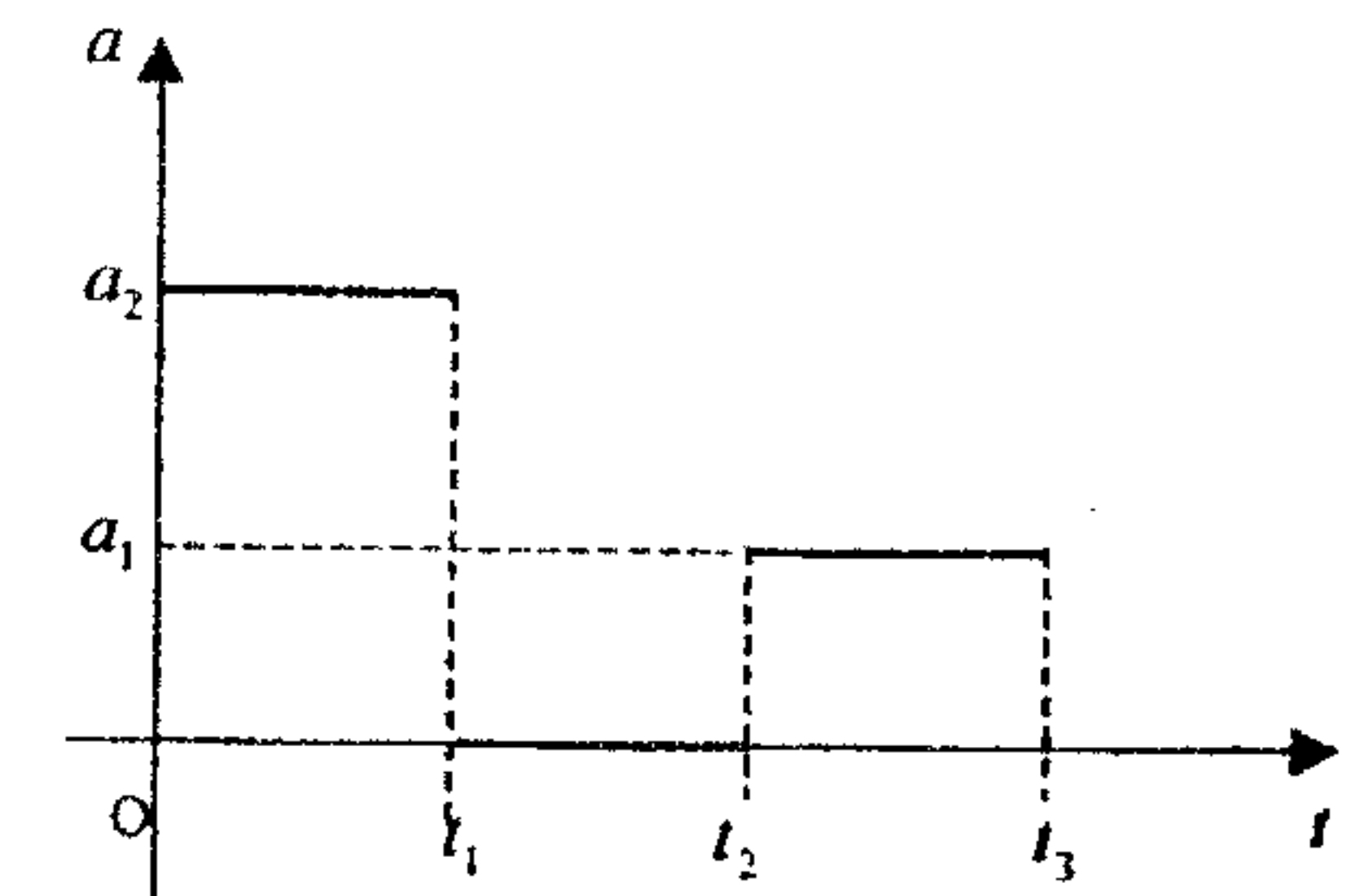
27-сурет

1.2.49. 28 (а) -суретте берілген орын ауыстыру графигін пайдаланып осы дененің жылдамдық және үдеу графиктерін салыңдар. Есептің жауаптары 28 (ә) және 28 (б) суреттерде көрсетілген.



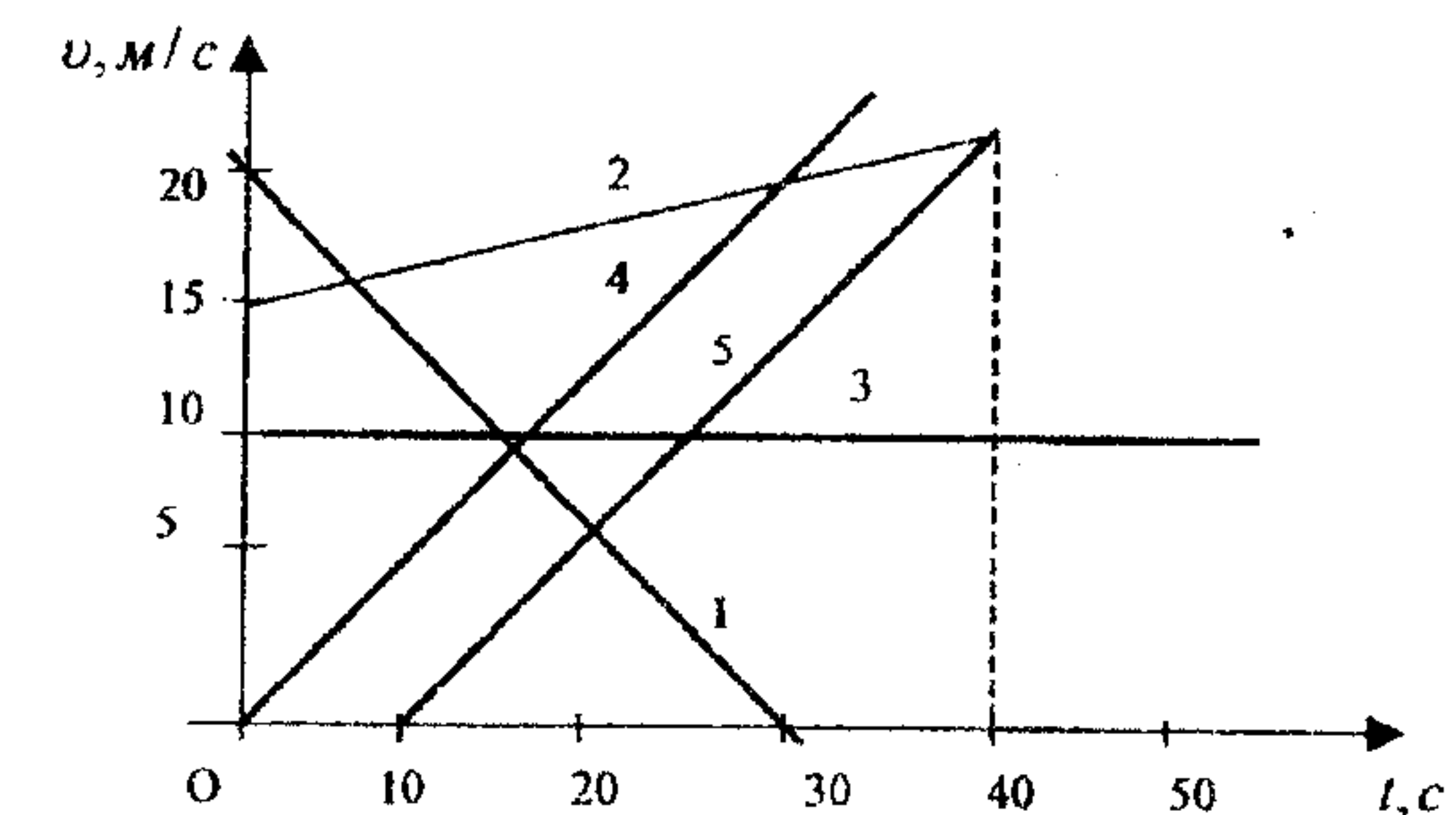
28-сурет

1.2.50. Дене үдеуінің графигі 29-суретте берілген. Дене жылдамдығы мен жолының графигін сызыңдар. Бастапқы жылдамдық нөлге тең деп алыңдар.



29-сурет

1.2.51. 30-суретте бес дененің жылдамдық графиктері салынған. Әрбір дененің қозғалысына сипаттама беріңдер.



30-сурет

Жауабы: Мысалы, екінші дене үшін: Дененің бастапқы жылдамдығы $v_0 = 15m/c$ және айнымалы қозғалыс, үдеуі

$$a = 0,125 \frac{m}{c^2} \cdot \left(a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5m/c}{40c} = 0,125m/c^2 \right).$$

Дене қозғалысы таңдалып алынған ос бойымен бағытталған.

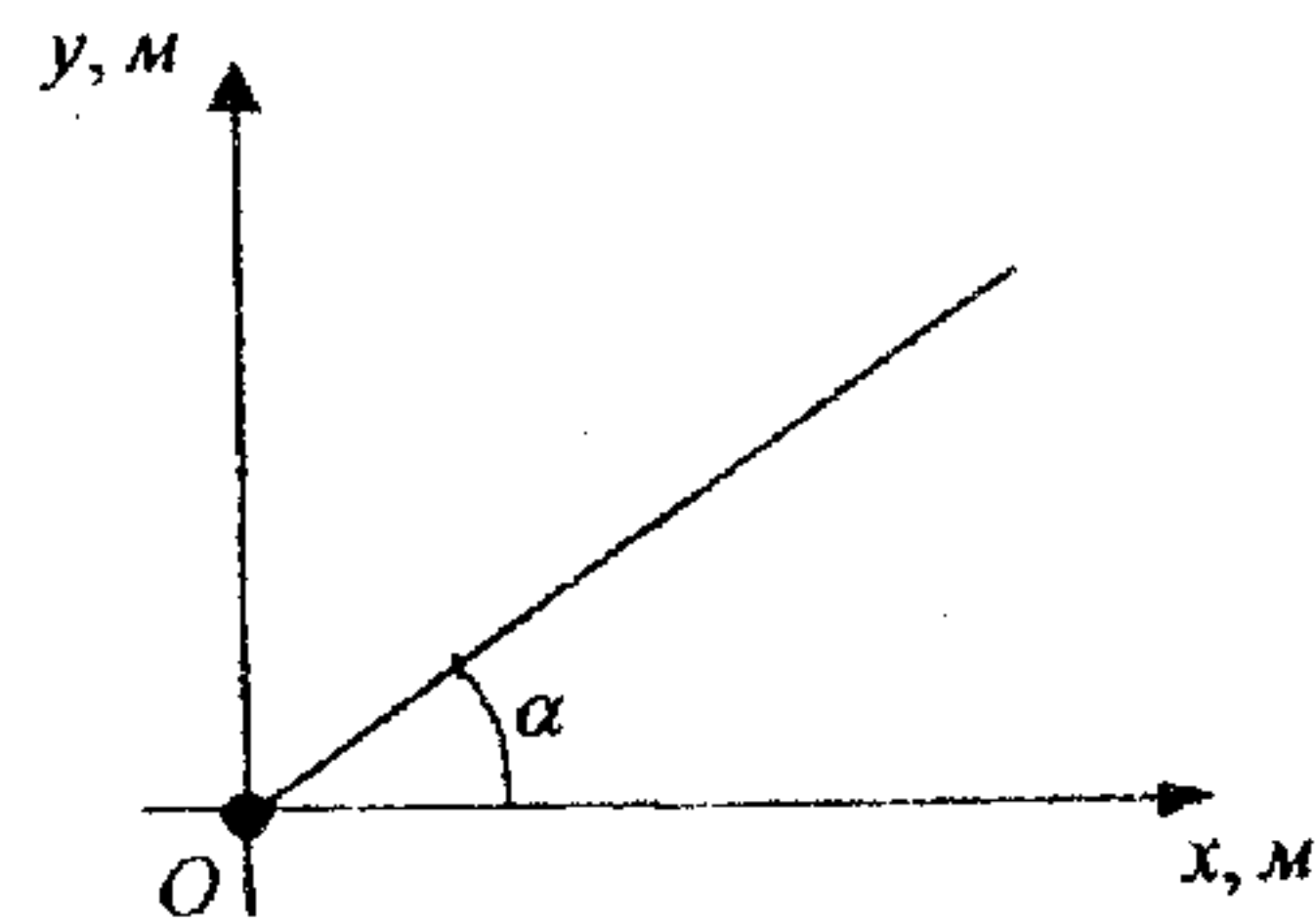
1.2.52. Жер бетінен h биіктікте, көкжиек бағытымен α бұрыш жасай v_0 жылдамдықпен дене лақтырылған. Дене жер бетіне қандай жылдамдықпен түседі?

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{2gh + v_0^2}.$$

1.2.53. Дененің қозғалыс траекториясы 31-суретте көрсетілген. y осіндегі қозғалыс теңдеуі

$$y = \frac{a_x t^2}{2} \text{ түрінде жазылады,}$$

мұндағы $a_x = 2 \text{ м/с}^2$. Егер $\alpha = 30^\circ$ болса дененің үдеуін табыңдар. қозғалыс басталғаннан $t = 5 \text{ с}$ өткеннен кейін дененің жылдамдығы және координатасы қандай болады?



1-сурет

Жауабы: $a = 4 \text{ м/с}^2$; $v = 20 \text{ м/с}$; $x_5 = 42 \text{ м}$; $y_5 = 25 \text{ м}$.

1.2.54. Көлбеулігі $\alpha = 45^\circ$ секіртпенің ұшар басынан секірген шаңғышы, оның төбесінен $s = 29 \text{ м}$ қашықтыққа түскен. Шаңғышының бастапқы жылдамдығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{sg \cos \alpha}{2 \lg \alpha}} = 10 (\text{м/с}).$$

1.2.55. Бастапқы жылдамдығы бар дене бірқалыпты үдемелі қозғалады. Ол t уақытта s жол жүріп жылдамдығын n есе арттырды. Дененің үдеуін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } a = \frac{2(n-1)s}{(n+1)t^2}.$$

1.2.56. Екі поезд t уақытта бірдей s жол жүрген. Бірақ бірінші поезд барлық жолын бастапқы жылдамдықсыз $a = 3 \text{ см/с}^2$ үдеумен, ал екінші поезд жолдың бірінші жартысын $v_1 = 18 \text{ км/сағ}$ ал қалған жартысын $v_2 = 54 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен жүріп өткен. Поездің жүрген жолдарын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } s = \frac{8v_1^2 v_2^2}{a(v_1 + v_2)^2} = 3750 (\text{м}).$$

1.2.57. Тік жоғары лақтырылған доп жерге 3 с түсті. Доп қандай жылдамдықпен лақтырылған және ол қандай биіктікке көтерілген?

$$\text{Жауабы: } v_0 = 14,7 \text{ м/с}; H_{\max} = 11 \text{ м}.$$

1.2.57. Екі дене әртүрлі биіктіктен құлап жерге түседі. Бірінші дене жерге $t_1 = 2 \text{ с}$, ал екіншісі $t_2 = 1 \text{ с}$ жететін болса, екінші дене түсе бастағанда бірінші дене қандай биіктікте болған еді?

$$\text{Жауабы: } h_1 = 14,7 \text{ м}.$$

1.2.59. Дене 2000 м биіктіктен еркін түседі. Ол соңғы 100 м орын ауыстыруды қанша уақытта жасайды?

$$\text{Жауабы: } t \approx 0,5 \text{ с}.$$

1.2.60. Алысқа ататын зеңберектің ұңғысын неліктен ұзын етіп жасайды?

1.2.61. Доп тік жоғары лақтырылған. Қайсысы көп: доптың жоғары көтерілу уақыты ма, әлде төмен түсу уақыты ма?

1.2.62. Тікұшақтан бастапқы жылдамдықсыз бірін екіншісінен $t = 1 \text{ с}$ кешіктіріп екі жүк тасталды. Тасталғаннан $t_1 = 2 \text{ с}$ және $t_2 = 4 \text{ с}$ өткеннен кейінгі жүктердің арақашықтығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \Delta h = gt - \frac{gt^2}{2}; \Delta h_1 = 15 \text{ м}; \Delta h_2 = 34 \text{ м}.$$

1.2.63. Аэростат жер бетінен $a = 2 \text{ м/с}^2$ үдеумен көтеріледі. $t = 5 \text{ с}$ уақыттан кейін одан бір дене құлайды. Бұл дене жер бетіне қанша уақытта жетеді?

$$\text{Жауабы: } t \approx 3,4 \text{ с}.$$

1.2.64. Еркін түсетін дененің n -ші секундта өткен жолы, оның осыған дейінгі секундта өткен жолынан қанша артық болады?

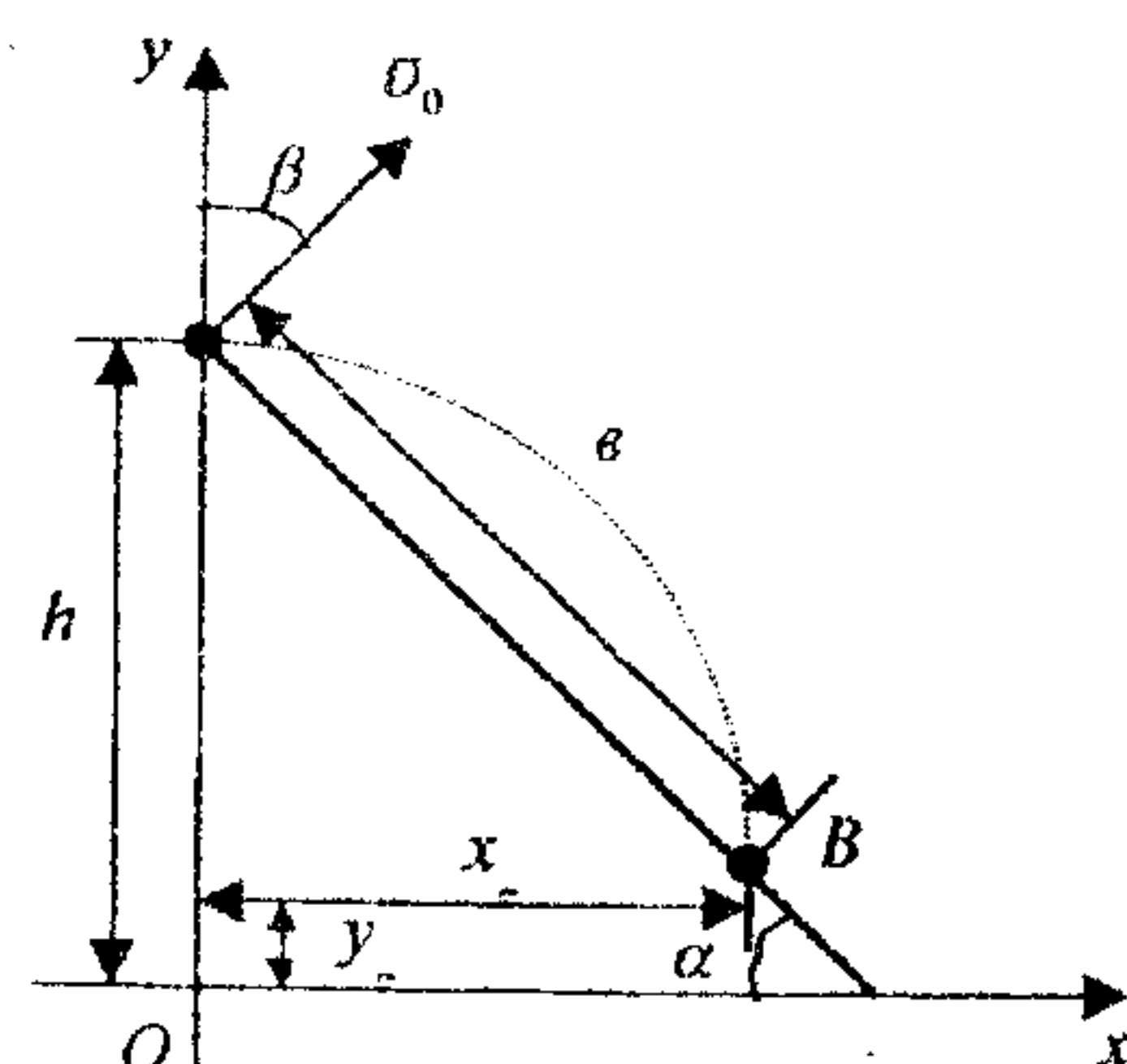
$$\text{Жауабы: } \frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{2n-1}{2(n-2)}.$$

1.2.65. Бала допты көкжиек сызығына $\alpha = 45^\circ$ бұрыш жасай $v_0 = 10 \text{ м/с}$ жылдамдықпен лақтырады. Сонда доп баладан $s = 3 \text{ м}$ қашықтықтағы қабырғаға соғылып ұшады. Доп қабырғаға қай кезде соққан: жоғары көтерілгенде ме, әлде төмен түскен де? Доп қабырғаға қандай биіктікте соғылған? Доптың қабырғаға соғылған кезіндегі жылдамдығын табыңдар. Үйкелісті ескерудің қажеті жоқ.

$$\text{Жауабы: } h = 2,1 \text{ м}; v = 7,6 \text{ м/с}.$$

1.2.66. Қырат беті көкжиекке α бұрыш жасап көлбейді (32-сурет). Қырат төбесінен тік бағытпен β бұрыш жасай бастапқы жылдамдығы v_0 тас лақтырылды. Лақтырылған тас төбеден қандай қашықтыққа түседі?

Жауабы: $s = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \alpha}$.



32-сурет

(*) 1.2.67. Дене бастапқы v_0 жылдамдықпен тік жоғары лақтырылады. Ол траекторияның ең жоғарғы нүктесіне жеткенде бастапқы нүктеден сондай v_0 жылдамдықпен екінші дене лақтырылады. Сонда, бастапқы орыннан қандай қашықтықта екі дене кездеседі?

Жауабы: $h = \frac{3v_0^2}{8g}$ немесе $h = \frac{3}{4}h_{\max}$.

1.2.68. Биіктігі $H=10\text{ м}$ тік жардан көкжиек бағытында лақтырылған тас $s=14\text{ м}$ қашықтыққа түсті (жардың табанынан есептегенде). Тастың қозғалыс теңдеуін жазыңдар және осы бойынша оның бастапқы жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$; $v_0 = s \sqrt{\frac{g}{2H}} \approx 9,8(\text{м/с})$.

1.2.69. Көкжиекке $\alpha=60^\circ$ бұрыш жасап $v_0=30\text{ м/с}$ жылдамдықпен лақтырылған тас $t=2\text{ с}$ кейін үй шатырына түсті. Үйге дейінгі қашықтықты және үйдің биіктігін табыңдар.

Жауабы: $H = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = 32(\text{м})$; $s = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha = 30(\text{м})$.

1.2.70. Дене көкжиекке $\alpha=60^\circ$ бұрыш жасап $v_0=10\text{ м/с}$ жылдамдықпен лақтырылған. Осы дене жылдамдығының бағыты көкжиекпен $\beta=45^\circ$ бұрыш жасап қозғалатын уақыт мезетін табыңдар.

Жауабы: $t = \frac{v_0 \sin \alpha \pm v_0 \cos \alpha \tan \beta}{g}$; $t_1 = 0,37\text{ с}$; $t_2 = 1,39\text{ с}$.

1.2.71. Радиусы R автомашина доңғалағына жабысқан лай v_0 жылдамдықпен бөлініп ұшты. Ол қандай H биіктікке көтерілер еді? Ұшқан лай көкжиекпен α бұрышын жасайды.

Жауабы: $H = R(1 - \cos \alpha) + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

1.2.72. Екі бала біріне-бірі доп лақтырып ойнайды. Егер доп біреуінен екіншісіне дейін $2s$ ұшатын болса, оның ең жоғары көтерілу биіктігін табыңдар.

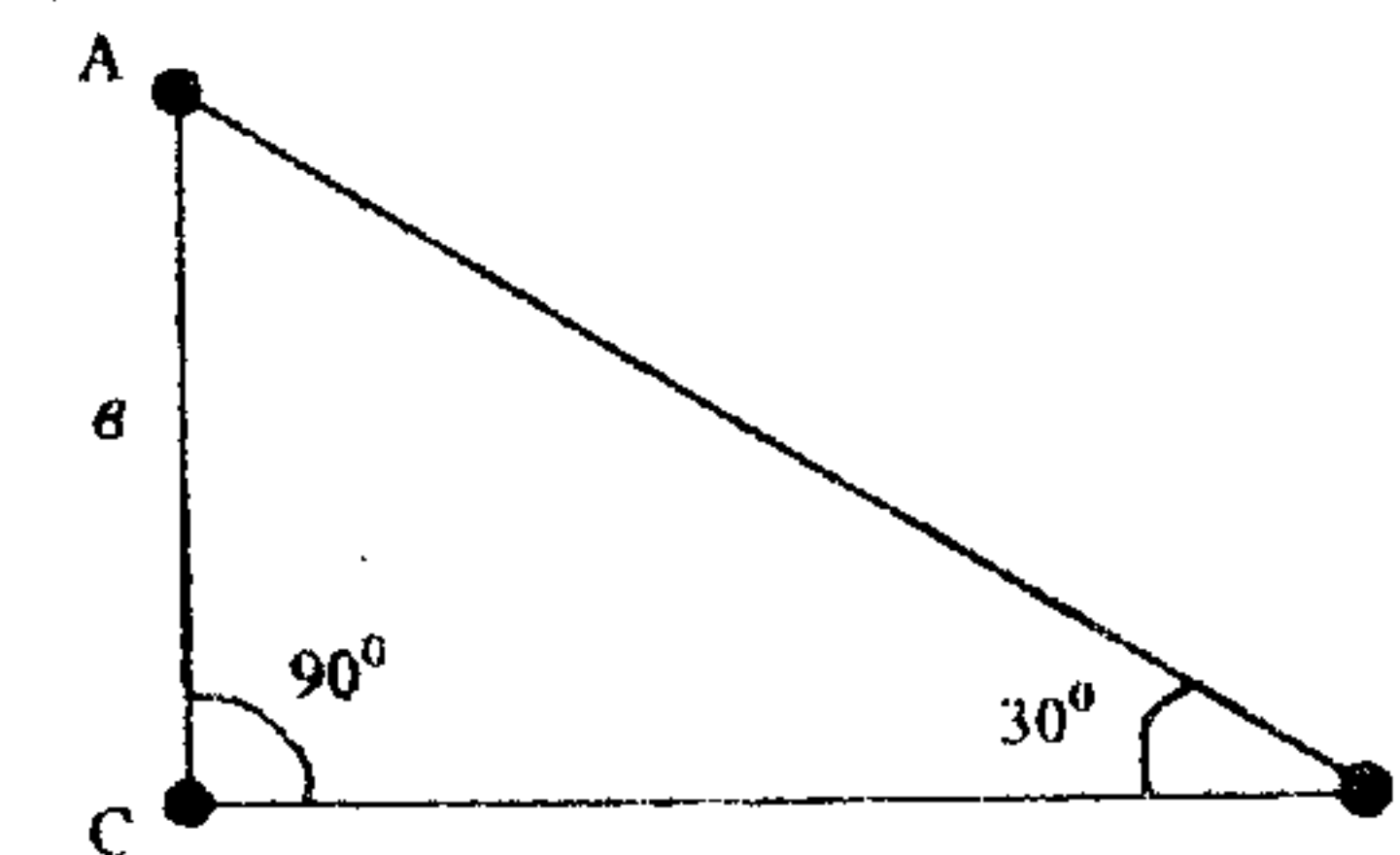
Жауабы: $H_{\max} = 4,9\text{ м}$.

1.2.73. Екі дене көкжиекке α_1 және α_2 бұрыш жасай лақтырылған. Егер екі дене де бірдей қашықтыққа түскен болса, оларға берілген бастапқы жылдамдықтардың қатынасы қандай болғаны?

Жауабы: $\frac{v_{01}}{v_{02}} = \sqrt{\frac{\sin 2\alpha_2}{\sin 2\alpha_1}}$.

1.2.74. C нүктесінен CA бағытында тұрақты жылдамдықпен бірінші дене қозғала бастады. Осы кезде B нүктесінен BA бағытында бастапқы жылдамдықсыз екінші дене үдей қозғалды (33-сурет). Егер екі

дене A нүктесінде кездескен болса, екінші дененің үдеуі қандай болғаны? Екі дененің орташа жылдамдықтарының қатынасын және олардың қанша уақыттан кейін кездесетіндігін анықтаңдар. $s=10\text{ м}$



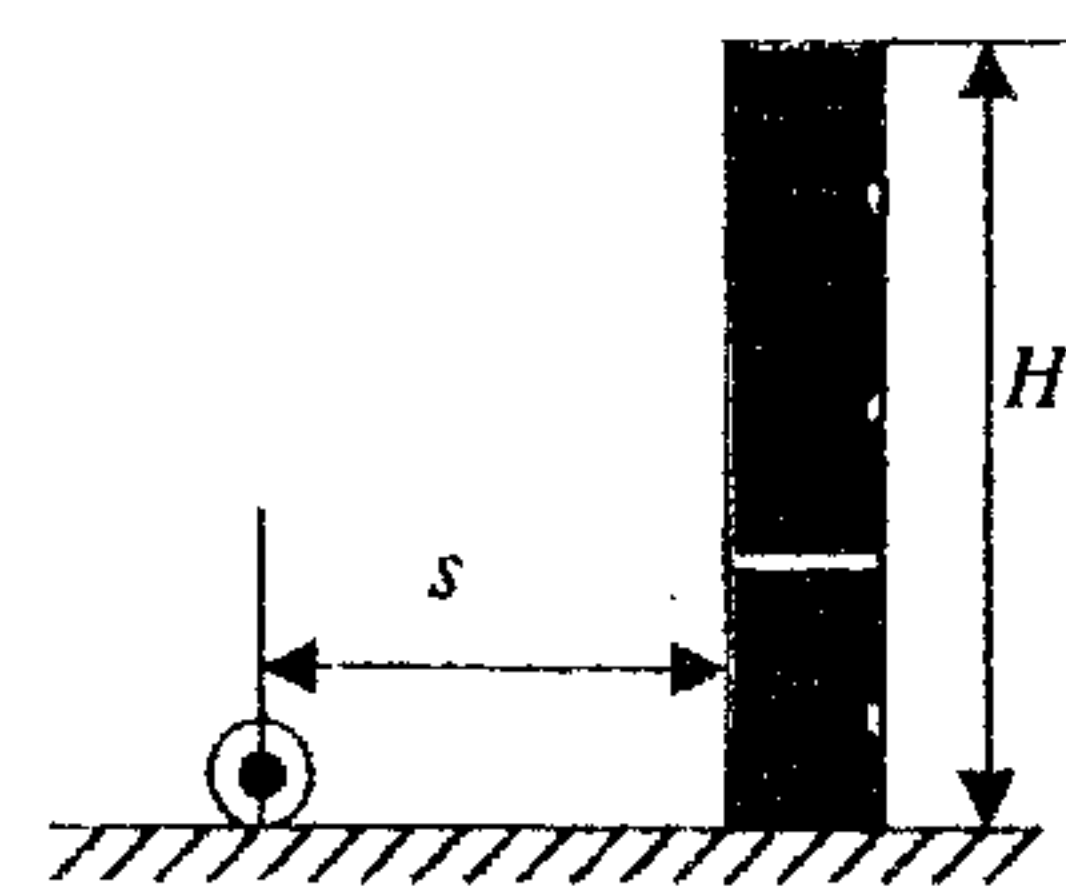
33-сурет

Жауабы: $a = \frac{4v_0^2}{s} = 2,5(\text{м/с}^2)$; $\frac{v_{\text{орт}1}}{v_{\text{орт}2}} = \frac{1}{2}$; $t = \frac{s}{v} = 4(\text{с})$.

1.2.75. Ұшу алыстығы көтерілу биіктігінен үш есе артық болуы үшін денені көкжиек сызығына қандай бұрыш жасай лақтыру керек?

Жауабы: $\alpha \approx 53^\circ$

1.2.76. Лақтыру нүктесінен s қашықтықтағы биіктігі H тік қабырғадан допты асырып жіберу үшін қажетті лақтыру жылдамдығының ең аз мәнін табыңдар (34-сурет).
Бастапқы лақтыру жылдамдығының бағыты көкжиекпен қандай бұрыш жасайды?



34-сурет

Жауабы: $(v_0)_{\min} = \sqrt{g(s^2 + H^2 + H)}$, $\alpha = \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}$ мұндағы $\operatorname{tg} \varphi = \frac{H}{s}$.

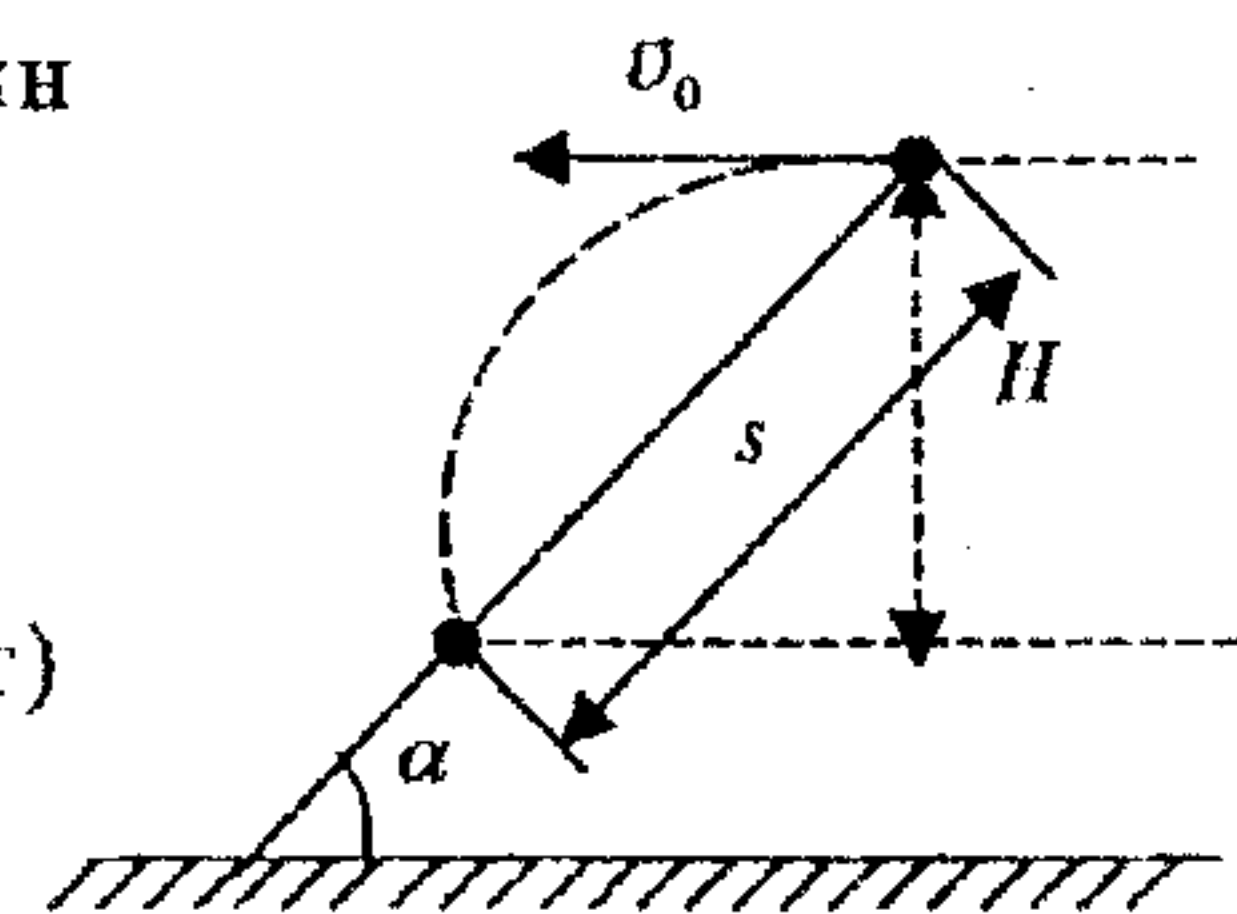
1.2.77. Бала $v_0 = 6,7 \text{ м/с}$ жылдамдықпен жүгіріп келіп биіктігі $H = 5 \text{ м}$ тік жағадан суға секіреді. Бала суға қандай жылдамдықпен сүңгиді? Сүңгу кезінде ол көкжиекпен қандай бұрыш жасайды?

Жауабы: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH} = 12 \text{ (м/с)}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2gH}}{v}$.

1.2.78. Көлбеулігі $\alpha = 30^\circ$ болатын төбешікті бойлай, көкжиекпен $\beta = 60^\circ$ бұрып жасап доп лақтырылады. Сонда ол лақтыру нүктесінен $s = 30 \text{ м}$ қашықтыққа түседі. Доптың бастапқы жылдамдығын және ұшу уақытын есептеп табыңдар.

Жауабы: $v_0 = \sqrt{\frac{gs \cos \alpha}{2 \sin(\beta - \alpha)}} = 21 \text{ (м/с)}$; $\Delta t = 1,24 \text{ с}$.

1.2.79. Көлбеулік бұрышы $\alpha = 45^\circ$ болатын жазықтың жоғарғы нүктесінен көкжиек бағытында $v_0 = 14 \text{ м/с}$ жылдамдықпен доп лақтырылған. Доп қандай қашықтыққа түседі? Қандай биіктікке төмендейді? (35-сурет)



35-сурет

Жауабы: $s = \frac{2v_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{g \cos \alpha} = 57 \text{ (м)}$;

$H = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2g} = 7,1 \text{ (м)}$.

1.2.80. Поез қисықтық радиусы $R = 1 \text{ км}$ болатын бұрылысқа $v_0 = 54 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен келіп $s = 600 \text{ м}$ жолды $t = 30 \text{ с}$ уақытта өтеді. Бұрылыстағы қозғалысты бірқалыпты үдемелі деп есептеп, жолдың аяғында поездің жылдамдығы мен үдеуін есептеп табыңдар.

Жауабы: $\dot{v} = \frac{2s}{t} - v_0 = 90 \text{ (км/сағ)}$; $a = \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + \left(\frac{v - v_0}{t}\right)^2} = 0,7 \text{ (м/с}^2\text{)}$.

1.2.81. Үй төбесінен көкжиек бағытында $v_0 = 15 \text{ м/с}$ жылдамдықпен лақтырылған тас жерге $\alpha = 60^\circ$ бұрыш жасап

түседі. Үй биіктігі қандай?

Жауабы: $h = \frac{(v_0 \operatorname{tg} \alpha)^2}{2g} \approx 34,4 \text{ (м)}$.

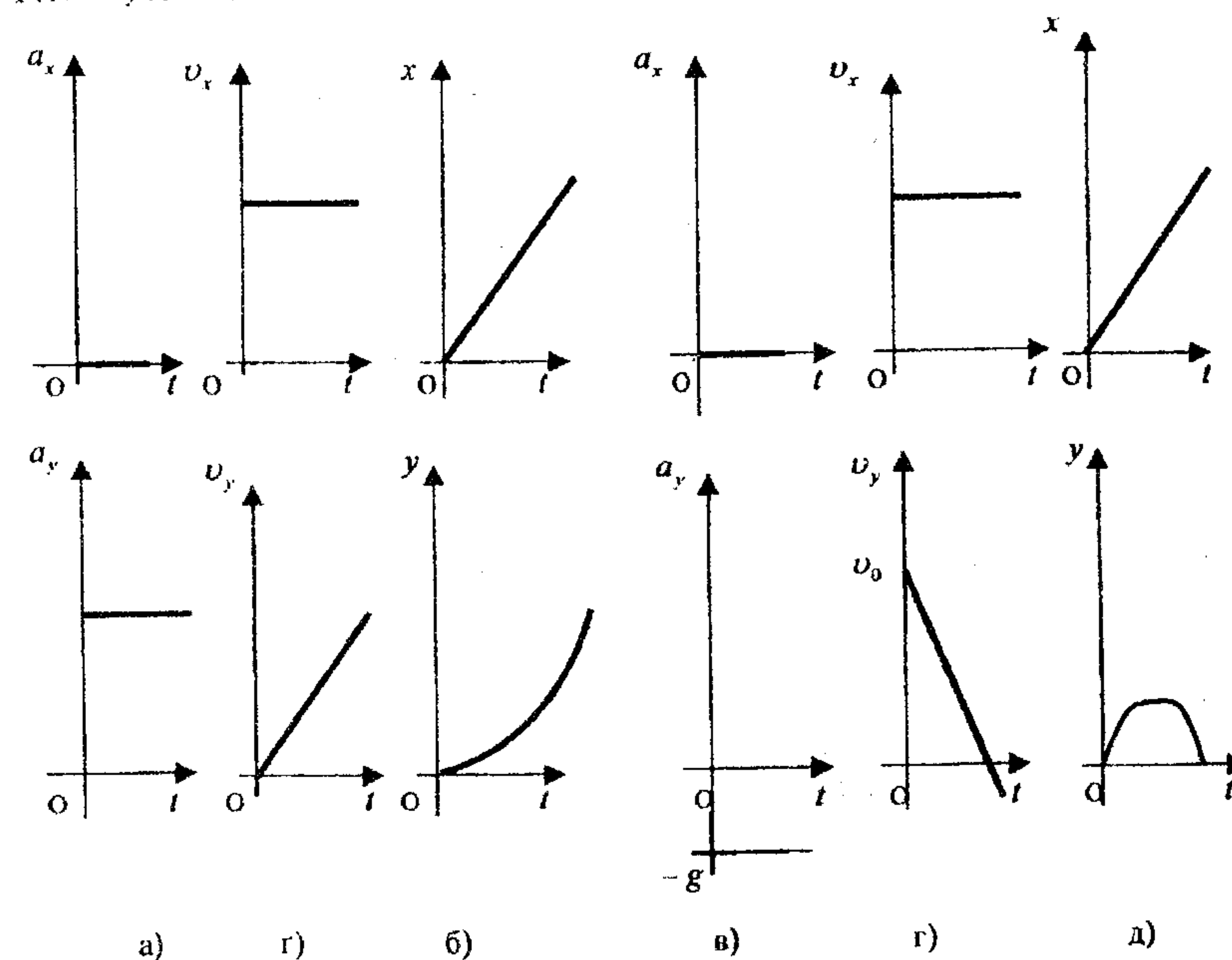
(*) 1.2.82. Дыбыстан озатын ұшақ көкжиек бағытында $v = 1440 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен $h = 20 \text{ км}$ биіктікте ұшып барады. Ұшақ дәл төбеден өткенде зенит қондарғысы оған оқ атты. Снаряд ұшаққа дәл тиюі үшін оның көлбеулік бұрышы және атылу жылдамдығы қандай болуы керек?

Жауабы: $v_0 = \sqrt{v^2 + 2gh} \approx 749 \text{ (м/с)}$. $\alpha = \arctg \frac{\sqrt{2gh}}{v} \approx 87^\circ 24'$.

1.2.83. Екі дене бірдей бастапқы жылдамдықпен көкжиекке α және $(90 - \alpha)$ бұрыш жасап лақтырылған. Денелердің ең жоғары көтерілу биіктіктерінің қатынасын табыңдар.

Жауабы: $\frac{H_1}{H_2} = \operatorname{tg}^2 \alpha$.

1.2.84. v_0 бастапқы жылдамдықпен 1) көкжиек бағытында, 2) көкжиекке α бұрышын жасай лақтырылған дененің $a_x(t)$; $a_y(t)$; $v_x(t)$; $v_y(t)$; $x(t)$; $y(t)$ тәуелділіктерінің графиктерін салыңдар.



36-сурет

Дененің бастапқы орны координата басына сәйкес келеді. Жауаптары 36-суретте көрсетілген.

1.3. Айналмалы қозғалыс

Айналмалы қозғалыс мына шамалармен сипатталады. φ – бұрылу бұрышы (рад); ω – бұрыштық жылдамдық (рад/с); v – сызықтық жылдамдық (м/с); ν – айналу жиілігі (c^{-1}); T – айналу периоды (с); ε – бұрыштық үдеу (рад/с²). Бұл шамалар арасындағы байланыстар:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad \omega = 2\pi\nu \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{\nu} \text{ немесе } \nu = \frac{1}{T} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad (3)$$

Қозғалыс бірқалыпты айналмалы ($\varepsilon = \text{const}$) болған жағдайда:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon^2}{2} t^2 \quad (\varepsilon > 0) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{\varepsilon^2}{2} t^2 \quad (\varepsilon < 0) \\ \omega &= \omega_0 + \varepsilon t \quad (\varepsilon > 0) \\ \omega &= \omega_0 - \varepsilon t \quad (\varepsilon < 0) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{немесе } \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon} \text{ және } \omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi} \quad (5a)$$

Бұрыштық шамалар өзімізге таныс сызықтық шамалар мен өзара байланысты болады. Ол байланыстар былай анықталады.

(6) $\ell = \varphi R$; $v = \omega R$; $a = \varepsilon R$, мұндағы R – қисықтық радиусы.

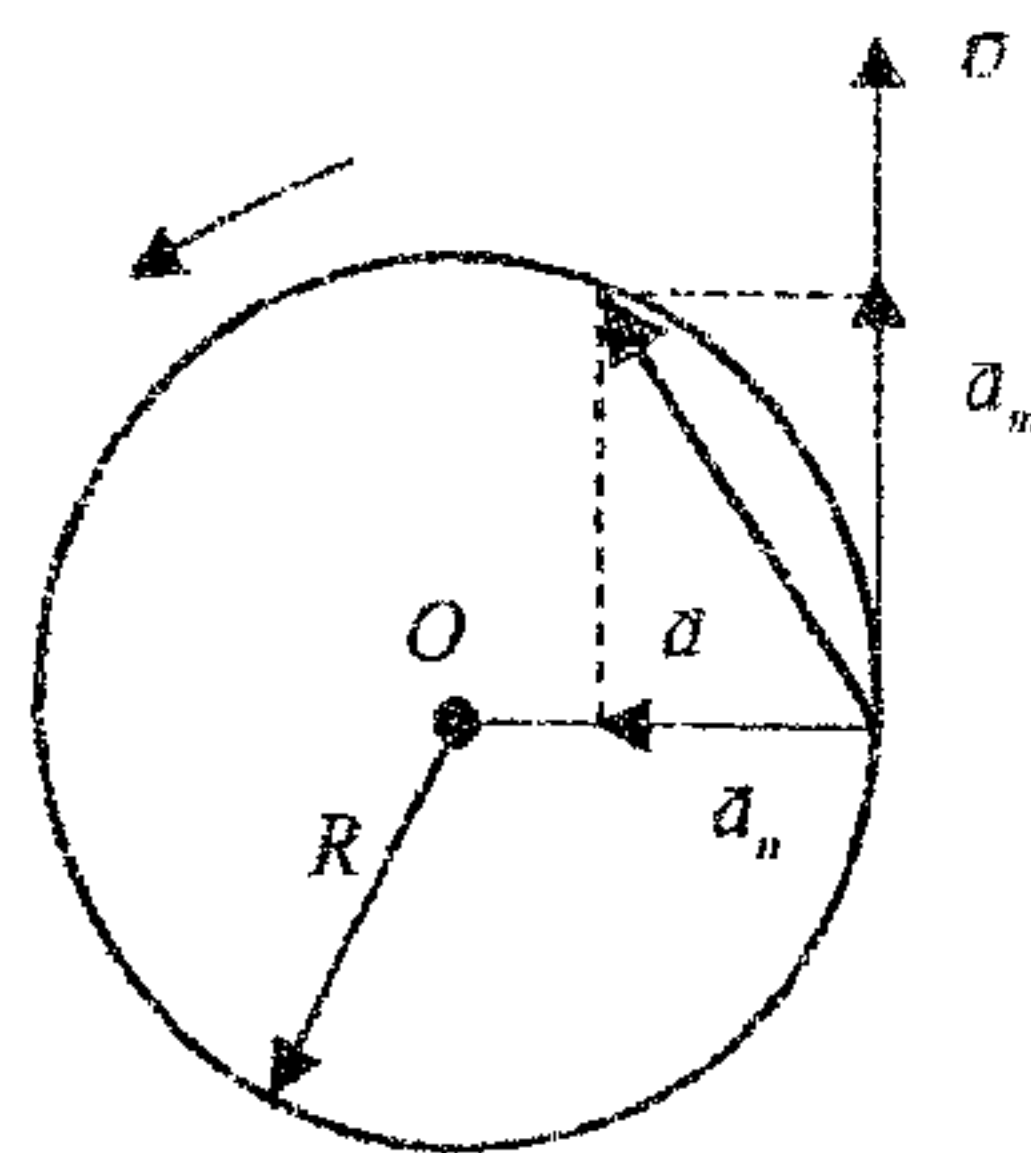
Айналмалы қозғалыстың негізгі түрі дененің шеңбер бойымен қозғалысы болып табылады (1 – сурет).

Дене шеңбер бойымен қозғалғанда оның сызықтық жылдамдығы (v) жанама бойымен бағытталады да үдеуін екі құраушыға жіктеп қарастыруға болады. Сонда $a_n = \varepsilon R$ – тангенциал үдеу, ол жанама бойымен бағытталады. $a_n = \omega^2 R$ – нормал үдеу, ол шеңбер центріне қарай бағытталады. Сонда толық үдеу былай анықталады

(суретте) $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ немесе $a = \sqrt{(\varepsilon^2 + \omega^4)R^2}$ (7)

Егер дене бірқалыпты қозғалса, онда $a_n = 0$ болады да толық үдеу былай анықталады.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R^2} = \omega^2 R = 4\pi^2 \nu^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (7a)$$



1-сурет

1.3.1 Автомашина радиусы 100м айналмада 54км/сағ жылдамдықпен қозғалады. Автомашинаның центрге тартқыш үдеуінің шамасы қандай?

Берілгені:

$$R = 100\text{м}$$

$$v = 54\text{км/сағ}$$

$a = ?$

Шешуі: $54\text{км/сағ} = 15\text{м/с}$.

$a = \frac{v^2}{R}$ формуласын пайдаланамыз,

$$\text{сонда } a = \frac{(15\text{м/с})^2}{100\text{м}} = 2,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Жауабы: } a = 2,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

1.3.2. Жердің бірінші жасанды серігі “Востоктың” айналу периоды 90мин. Серіктің жер бетіндегі орташа биіктігі 320км. Егер жер радиусы $R = 6400\text{км}$ болса жасанды серіктің жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$T = 90\text{мин}$$

$$h = 320\text{км}$$

$$R = 6400\text{км}$$

$v = ?$

Шешуі: $90\text{мин} = 5,4 \cdot 10^2\text{с}$; $320\text{км} = 3,2 \cdot 10^5\text{м}$

$$6400\text{км} = 6,4 \cdot 10^6\text{м}.$$

$v = \frac{2\pi L}{T}$ формуласын пайдаланамыз,

$$\text{мұндағы } L = R + h. \text{ Демек } v = 2\pi \frac{(R + h)}{T}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 (6,4 \cdot 10^6\text{м} + 0,32 \cdot 10^6\text{м})}{5,4 \cdot 10^2\text{с}} \approx 7,8 \cdot 10^3\text{м/с}.$$

$$\text{Жауабы: } v \approx 7,8 \cdot 10^3\text{м/с}.$$

1.3.3. Егер автомашинаның радиусы 30см доңғалағы 1с ішінде 10 айналым жасайтын болса, оның шеткі нүктесінің сызықтық жылдамдығы қандай?

Берілгені:

$$R = 30\text{см}$$

$$t = 1\text{с}$$

$$n = 10$$

$v = ?$

Шешуі: $30\text{см} = 0,3\text{м}$.

$v = 2\pi R\nu$ формуласын пайдаланамыз және

$$\text{де } \nu = \frac{n}{t} \text{ екендігін ескерсек } v = \frac{2\pi Rn}{t}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,3\text{м} \cdot 10}{1\text{с}} = 18,84\text{м/с}$$

$$\text{Жауабы: } v = 18,84\text{м/с}.$$

1.3.4. Ай 27,3 тәулікте бір айналым жасап, Жерді одан 384000 км қашықтықта қозғалады. Айдың центрге тартқыш үдеуін табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: 27,3 тәулік = $2,36 \cdot 10^6$ с;
$T = 27,3$	тәулік $384000 \text{ км} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$.
$R_0 = 384000 \text{ км}$	$a = \frac{4\pi^2 R_0}{T^2}$ формуласын пайдаланамыз,
$a = ?$	

сонда $a = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}}{(2,36 \cdot 10^6 \text{ с})^2} \approx 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

Жауабы: $a \approx 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$.

1.3.5. Радиусы 1 м шеңбер бойымен қозғалған дененің айналу периоды 0,1 с болса, онда оның 3 с жүрген жолы неге тең болады?

Берілгені:	Шешуі: Шеңбер бойымен қозғалған дененің
$R = 1 \text{ м}$	сызықтық жылдамдығы $v = \frac{2\pi R}{T}$, ал жүрілген жол
$T = 0,1 \text{ с}$	$s = vt$, сонда $s = \frac{2\pi R t}{T}$, $s = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ м} \cdot 3 \text{ с}}{0,1 \text{ с}} = 188,4 \text{ м}$
$t = 3 \text{ с}$	

$s = ?$ Жауабы: $s = 188,4 \text{ м}$.

1.3.6. Жеңіл машина 90 км/сағ жылдамдықпен жүріп келе жатса, онда оның доңғалағы секундына қанша айналым жасайды? Доңғалақтың диаметрі 60 см болса, оның сыртқы нүктесінің центрге тартқыш үдеуі қандай болады?

Берілгені:	Шешуі: 90 км/сағ = 25 м/с; 60 см = 0,6 м.
$v = 90 \text{ км/сағ}$	$\omega = 2\pi n$ формуласынан $n = \frac{\omega}{2\pi}$ екендігін
$D = 60 \text{ см}$	ескерсек $v = \frac{2\pi R n}{t} \Rightarrow \frac{n}{t} = \frac{v}{2\pi R}$ немесе $\frac{n}{t} = \frac{v}{\pi D}$.
$a = ?; \frac{n}{t} = ?$	Ал, центрге тартқыш үдеу $a = \frac{v^2}{R}$ немесе $a = \frac{2v^2}{D}$

$\frac{n}{t} = \frac{25 \text{ м/с}}{3,14 \cdot 0,6 \text{ м}} \approx 13,3 \frac{1}{\text{с}}$. $a = \frac{2 \cdot (25 \text{ м/с})^2}{0,6 \text{ м}} \approx 2083 \text{ м/с}^2$.

Жауабы: $\frac{n}{t} \approx 13,3 \frac{1}{\text{с}}$; $a \approx 2083 \text{ м/с}^2$.

1.3.7. Ұшқан оқтың жылдамдығын былай анықтауға болады. Арақашықтығы 0,5 м екі дөңгелек бірдей $v = 1600 \text{ айн/мин}$ жылдамдықпен айналдырылады. Сонда атылған оқ екі дөңгелектің тесіп өтеді, бірақ екінші дөңгелектегі оқтың орны біріншідегіден 12° — қа ығысқан болып шықты. Осы мәліметтер бойынша оқтың жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $1600 \frac{\text{айн}}{\text{мин}} = \frac{80 \text{ айн}}{3 \text{ с}}$. $\varphi = \frac{\pi}{15}$ (радианмен
$s = 0,5 \text{ м}$	алғанда) Оқтың жылдамдығы $v = \frac{s}{t}$
$v = 1600 \text{ айн/мин}$	формуласымен анықталады. Мұндағы
$\varphi = 12^\circ$	t — оқтың екінші дөңгелекке дейін
	жүруге кеткен уақыты.

$v = ?$

Сонда $t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{2\pi v}$, демек $v = \frac{2\pi s}{\varphi}$. $\varphi = \frac{\pi}{15}$ екендігін ескерсек,

$v = \frac{2\pi s}{\varphi} = 30v$. $v = 30 \cdot \frac{80}{3 \text{ с}} \cdot 0,5 \text{ м} = 400 \text{ м/с}$.

Жауабы: $v = 400 \text{ м/с}$.

1.3.8. Дөңгелек $\varphi = 4 + 5t - t^2$ заңымен айналады. Дөңгелек радиусы 20 см болса, айналу басталғаннан 1 с өткеннен кейінгі дөңгелектің бұрыштық және сызықтық жылдамдығын, толық үдеуін табыңдар.

Берілгені:	Шешуі 20 см = 0,2 м.
$\varphi = 4 + 5t - t^2$	$\varphi = 4 + 5t - t^2$ теңдеуін $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
$t = 1 \text{ с}$	формуласымен салыстырамыз, сонда
$R = 20 \text{ см}$	$\varphi_0 = 4 \text{ рад}$; $\omega_0 = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon = -2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.
$\omega = ?; v = ?$	
$\varepsilon = ?$	

$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ формуласынан $\omega = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}} - 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с} = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

$v = \omega R$ формуласынан $v = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 0,2 \text{ м} = 0,6 \text{ м/с}$. Ал, $a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}$, мұндағы $a_n = \varepsilon R$ және $a_{\tau} = \omega^2 R$, демек $a = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2}$ немесе $a = R \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

$a = 0,2 \text{ м} \left[\left(-2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right)^2 + \left(3 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^4 \right] \approx 9,2 \text{ м/с}^2$.

Жауабы: $\omega = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $a = 9,2 \text{ м/с}^2$; $v = 0,6 \text{ м/с}$.

1.3.9. Поез $v_0 = 54 \text{ км/сғ}$ бастапқы жылдамдықпен бірқалыпты үдемелі қозғала отырып $s = 600 \text{ м}$ жолды $t = 30 \text{ с}$ уақытта жүріп өтеді. Қисықтық радиусы 1 км болса, жолдың ақырындағы поездің жылдамдығы мен үдеуін табыңдар.

Берілгені: $v_0 = 54 \text{ км/сғ}$
 $s = 600 \text{ м}$
 $t = 30 \text{ с}$

Шешуі: $54 \text{ км/сғ} = 15 \text{ м/с}$; $1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$.
 $a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}$. Мұндағы: a_n – тангенциал,
 a_{τ} – нормал үдеулер.
 Қозғалыс теңдеулерін жазайық,

$$v - ?; a - ? \quad \text{сонда} \quad \begin{cases} s = v_0 t + a_{\tau} \frac{t^2}{2} \\ v = v_0 + a_{\tau} t \end{cases} \Rightarrow$$

$$a_{\tau} = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2} \quad \text{және} \quad v = \frac{(2s - v_0 t)}{t}. \quad \text{Ал, } a_n = \frac{v^2}{R} \quad \text{онда } a_n = \frac{(2s - v_0 t)^2}{R t^2}. \quad \text{Енді, толық}$$

$$\text{үдеуді табуға болады, сонда } a = \sqrt{\frac{(2s - v_0 t)^4}{R^2 t^4} + \frac{4(s - v_0 t)^2}{t^4}}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 600 \text{ м} - 15 \text{ м/с} \cdot 30 \text{ с}}{30 \text{ с}} = 25 \text{ м/с}.$$

$$a = \sqrt{\frac{(2 \cdot 600 \text{ м} - 15 \text{ м/с} \cdot 30 \text{ с})^4}{(10^3 \text{ м})^2 \cdot (30 \text{ с})^4} + \frac{4(600 \text{ м} - 15 \text{ м/с} \cdot 30 \text{ с})^2}{(30 \text{ с})^4}} \approx 0,708 \text{ м/с}^2.$$

Жауабы: $v = 25 \text{ м/с}$; $a \approx 0,708 \text{ м/с}^2$.

1.3.10. Дөңгелектің бастапқы жылдамдығы $\omega_0 = 2\pi \frac{1}{c}$. Ол 10 айналым жасағаннан кейін үйкеліс әсерінен тоқтады. Дөңгелектің бұрыштық үдеуін табыңдар.

Берілгені: Шешуі $\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$ формуласын пайдаланайық,

$\omega_0 = 2\pi \frac{1}{c}$ сонда $\varphi = 2\pi N$ және $\omega = 0$ екендігін ескерсек

$$N = 10 \quad \varepsilon = -\frac{\omega_0^2}{4\pi N}.$$

$\varepsilon - ?$

$$\varepsilon = \frac{(2\pi/c)^2}{4\pi \cdot 10} = -0,1\pi \text{ рад/с}^2.$$

Жауабы: $\varepsilon = -0,1\pi \text{ рад/с}^2$.

1.3.11. Бастапқы жиілігі $v_0 = 5 \frac{1}{c}$ дөңгелек тежелгеннен кейін $v = 3 \frac{1}{c}$ жиілікпен айнала бастады. Осы уақыт ішінде дөңгелек қанша айналым жасады, оның бұрыштық үдеуі қандай?

Берілгені: Шешуі: Айналымды қозғалыстың теңдеулерін

$$v_0 = 5 \frac{1}{c} \quad \text{жазамыз, сонда} \quad \begin{cases} \varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} \\ \omega = \omega_0 - \varepsilon t \end{cases}$$

$$v = 3 \frac{1}{c} \quad \text{Енді, } \varphi = 2\pi N; \quad \omega_0 = 2\pi v_0 \quad \text{және} \quad \omega = 2\pi v$$

$$N - ?; \varepsilon - ? \quad \text{екендігін ескерсек} \quad 2\pi v = 2\pi v_0 - \varepsilon t \Rightarrow \varepsilon = \frac{2\pi(v_0 - v)}{t};$$

$$2\pi N = 2\pi v_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} \Rightarrow N = v_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{4\pi} \quad \text{немесе} \quad N = \frac{(v_0 + v)t}{2}.$$

$$\varepsilon = 2 \cdot 3,14 \frac{\left(5 \frac{1}{c} - 3 \frac{1}{c}\right)}{60 \text{ с}} \approx 0,21 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}. \quad N = \frac{\left(5 \frac{1}{c} + 3 \frac{1}{c}\right) 60 \text{ с}}{2} = 240 \text{ айн}.$$

Жауабы: $\varepsilon \approx 0,21 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $N = 240 \text{ айн}$.

1.3.12. Сағаттың минуттік көрсеткіші секундтік көрсеткішінен үш есе ұзын. Бұл көрсеткіштердің бұрыштық жылдамдықтарының қатынасын анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Айналымды қозғалыстағы сызықтық жылдамдық $v = \omega R$ формуласымен анықталады, мұндағы ω – бұрыштық жылдамдық,

$$R_m = 3R_c$$

$$v_c - ?$$

$$v_m$$

ол былай табылады $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T – айналу периоды, минуттік көрсеткіш үшін $T_m = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$, ал секундтік үшін $T_c = 6 \cdot 10^1 \text{ с}$.

Сонда, $\frac{v_c}{v_m} = \frac{\omega_c R_c}{\omega_m R_m} = \frac{T_m \cdot R_c}{T_c \cdot R_m}$ есеп шартындағы $R_m = 3R_c$ қатынасын ескерсек

$$\frac{v_c}{v_m} = \frac{T_m \cdot R_c}{T_c \cdot 3R_c} = \frac{T_m}{3T_c} = \frac{3,6 \cdot 10^3 \text{ с}}{3 \cdot 6 \cdot 10^1 \text{ с}} = 20.$$

Жауабы: $\frac{v_c}{v_m} = 20$.

1.3.13. Нүкте радиусы $R=20\text{см}$ шеңбер бойында тұрақты $a_t = 5\text{см}/\text{с}^2$ тангенциал үдеумен қозғалады. Қозғалыс басталғаннан қанша уақыт өткесін a_n нормал үдеу тангенциал үдеуге (модулі) тең болады?

Берілгені: $R=20\text{см}$, $a_t = 5\text{см}/\text{с}^2$, $a_n = a_t$, $t=?$
 Шешуі: $20\text{см} = 0,2\text{м}$; $5\text{см}/\text{с}^2 = 0,05\text{м}/\text{с}^2$.
 Дене үдеуі қозғалыс басталысымен тұрақты болып отырса, онда $a_n = \frac{v}{t}$ (1). Екінші жағынан нормал үдеу $a_n = \frac{v^2}{R}$ (2).
 (1) және (2)-ден $t = \frac{\sqrt{a_n \cdot R}}{a_n}$.

Есең шарты бойынша $a_n = a_t$ онда $t = \frac{\sqrt{a_n \cdot R}}{a_n} = \frac{\sqrt{a_t \cdot R}}{a_t} = \sqrt{\frac{R}{a_t}}$
 $t = \sqrt{\frac{0,2\text{м}}{0,05\text{м}/\text{с}^2}} = 2\text{с}$.

Жауабы: $t=2\text{с}$.

1.3.14. Дене тыныштық күйінен $\varepsilon = 0,04 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ тұрақты бұрыштық үдеумен айнала бастады. Осы дене қанша уақыттан кейін жылдамдық бағытына 45° бұрыш жасай бағытталған үдеу алады? (2 – сурет).

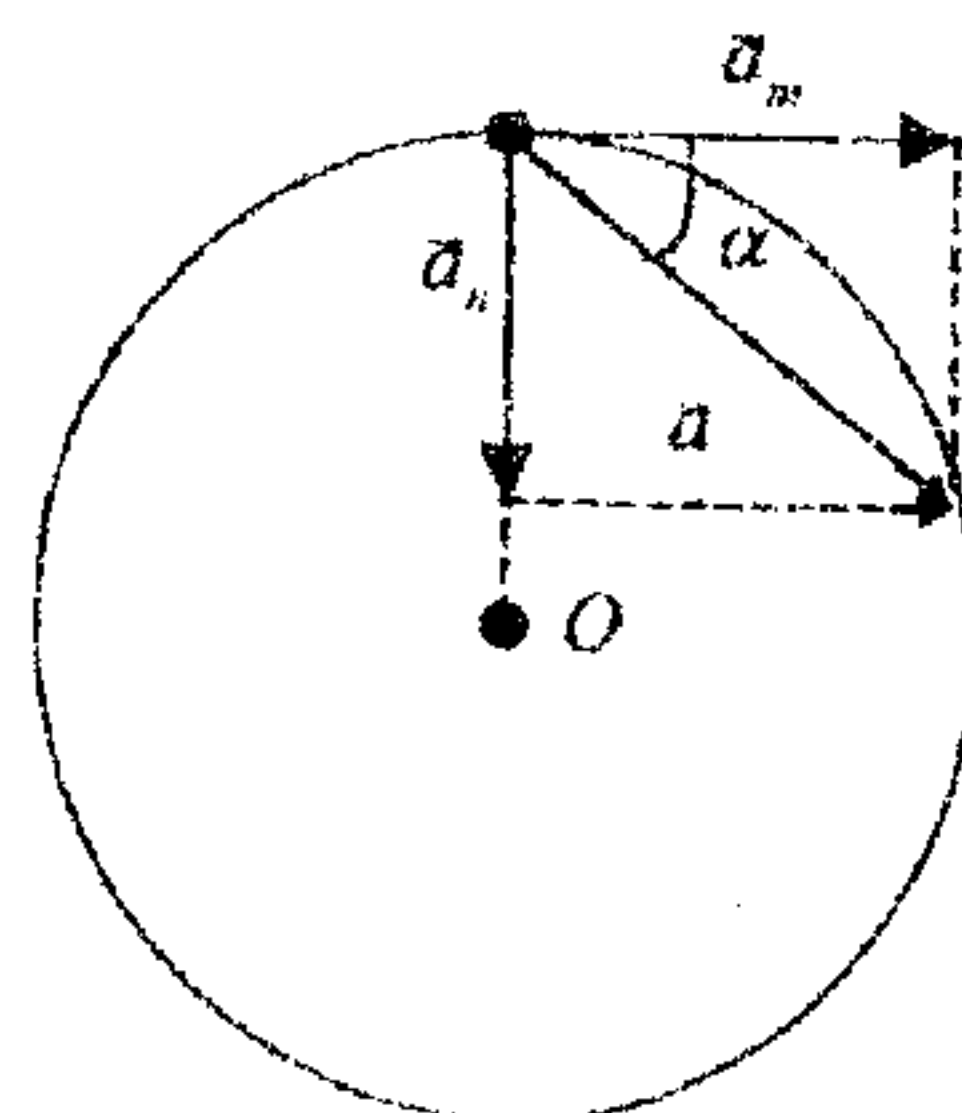
Берілгені: $\varepsilon = 0,04 \text{рад}/\text{с}^2$, $\alpha = 45^\circ$, $t=?$
 Суреттегі үдеу үшбұрышын найдалансақ $\text{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_t}$
 ал, $a_n = \omega^2 R$ және

$$a_n = \varepsilon R \text{ екендігін ескеріп } \text{tg} \alpha = \frac{\omega^2 R}{\varepsilon R} = \frac{\omega^2}{\varepsilon}$$

Екінші жағынан $\omega = \varepsilon t$,

$$\text{онда } \text{tg} \alpha = \frac{\varepsilon^2 t^2}{\varepsilon} = \varepsilon t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{\text{tg} \alpha}{\varepsilon}}$$

$$t = \sqrt{\frac{\text{tg} 45^\circ}{0,04 \frac{1}{\text{с}^2}}} = 5\text{с}$$



2-сурет

Жауабы: $t=5\text{с}$.

1.3.15. Арба батпақ жолмен келе жатыр. Сонда арба доңғалағы да, арба да, және ат та бірдей жылдамдықпен қозғалады. Бірақ доңғалақтан ұшқан балшық арба алдында отырған адамға жетіп жатады. Қалайша?

Жауабы: Арба доңғалағынан ұшқан батпақтың жылдамдығы $v = \omega R$ өрнегімен анықталатындықтан, бұл жылдамдық шамасы арбаның ілгермелі қозғалыс жылдамдығынан артық болады. Мұндағы: ω – арба доңғалағының бұрыштық жылдамдығы, R – доңғалақтың радиусы.

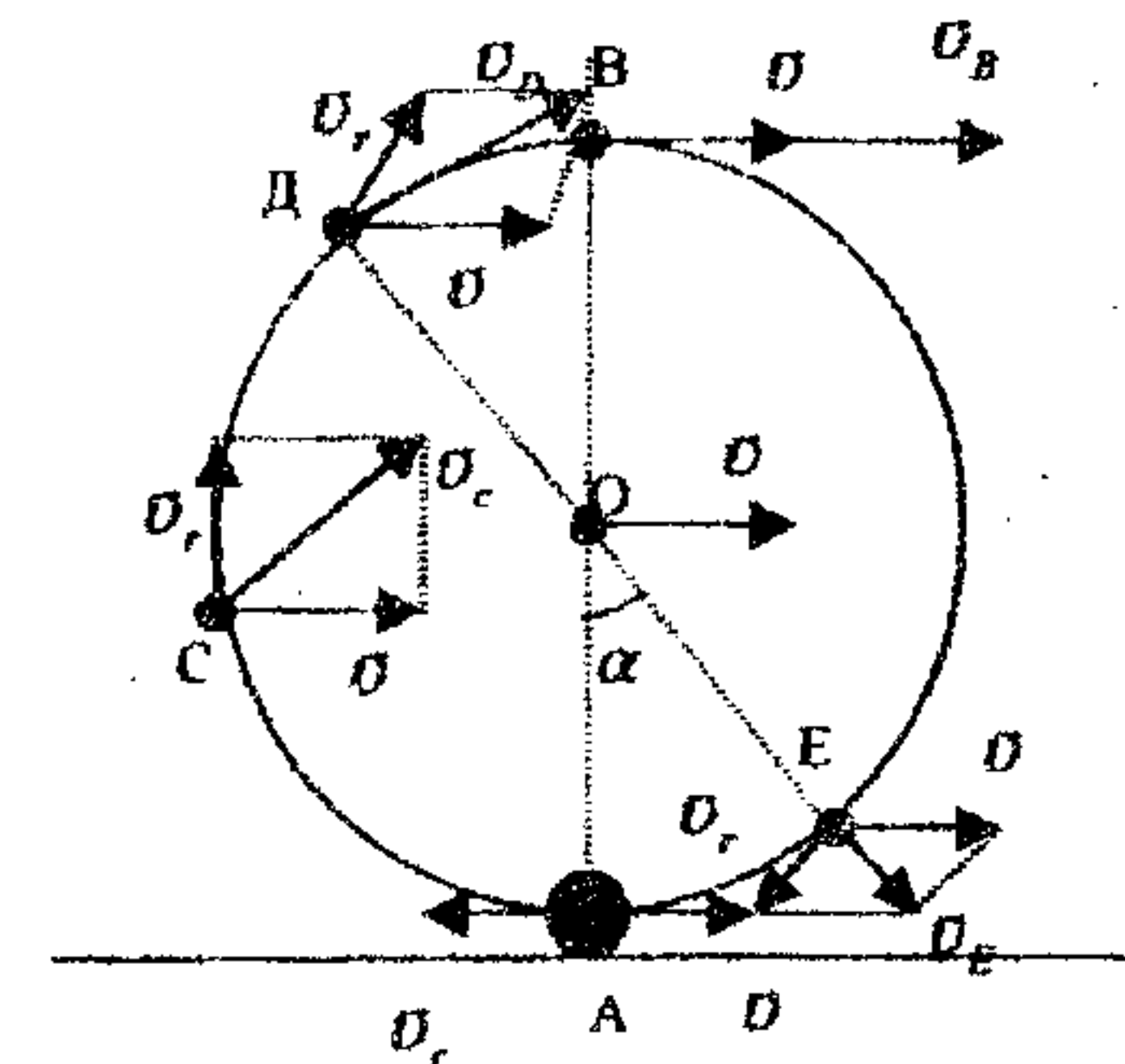
1.3.16. Жолдың түзу сызықты бөлігінде велосипед тұрақты v жылдамдықпен қозғалады. Велосипед доңғалағы бойында жатқан А, В, С, Д, және Е нүктелерінің жер бетіне салыстырғандағы лездік сызықтық жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$v; \angle EOA = \alpha; |v| = |v_r|$$

$$v_A = ?; v_B = ?; v_C = ?; v_D = ?; v_E = ?$$

Шешуі: Велосипед доңғалағы айналған кезде, оның әрбір нүктесі бір мезгілде екі қозғалысқа қатысады: жер бетіне параллел тұрақты v жылдамдықпен және жанама бойымен бағытталған модулі тұрақты v_r жылдамдықпен. Сонда бұл жылдамдықтардың векторлық қосындысы суретте көрсетілген (А; В; С; Д; Е нүктелері үшін). Ескерту: Ox өсі көкжиек бағытындағы



3-сурет

жылдамдық бағытымен алған қолайлы, сонда $v_A = v + v_r$, $v_B = v + v_r$; $v_C = v + v_r$; $v_D = v + v_r$, $v_E = v + v_r$. Векторлардың O_x өсі бойындағы проекциялары арқылы жазатын болсақ, онда: $v_A = v - v_r = 0$; $v_B = v - v_r = v + v = 2v$; $v_C = \sqrt{v^2 + v_r^2} = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2}$; $v_D = v + v_r$, мұнда $\beta = (180^\circ - \alpha)$, онда косинустар теоремасынан $v_D = \sqrt{v_r^2 + v^2 - 2v_r \cdot v \cos \beta} = \sqrt{v^2 + v^2 + 2v^2 \cos \alpha} = v\sqrt{2(1 + \cos \alpha)}$.

$$\text{Ал, } (1 + \cos \alpha) = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \text{ екендігін ескерсек } v_D = v\sqrt{2 \cdot 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = 2v \cos \frac{\alpha}{2}$$

Сонымен $v_D = 2v \cos \frac{\alpha}{2}$. $v_E = v + v_r$. Тағыда косинустар теоремасын пайдалансақ $v_r = \sqrt{v^2 + v^2 - 2v \cdot v \cos \alpha} = \sqrt{2v^2 - 2v^2 \cos \alpha} = v \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$.

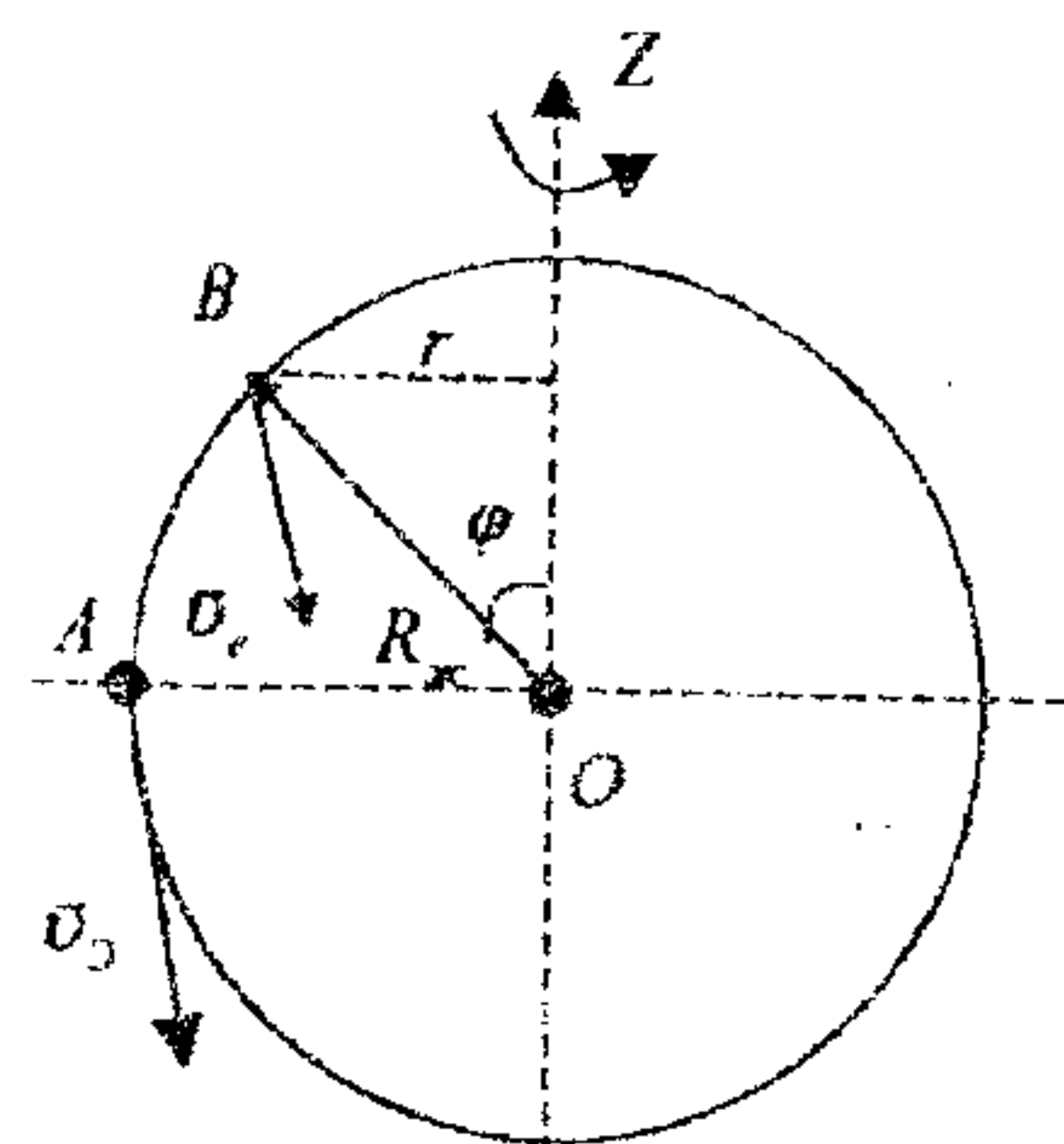
Ал $(1 - \cos \alpha) = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ екендігін ескерсек $v_r = v \sqrt{2 \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 2v \sin \frac{\alpha}{2}$. Сонымен $v_E = 2v \sin \frac{\alpha}{2}$.

Жауабы: $v_A = 0$; $v_B = 2v$; $v_C = v/2$; $v_D = 2v \cos \frac{\alpha}{2}$; $v_E = 2v \sin \frac{\alpha}{2}$.

(*) 1.3.17. Жердің өз өсінен айналуына байланысты экватордағы және 50° ендіктегі (Қазақстан) денелердің қозғалыс жылдамдықтары қандай болады?

Берілгені: $R_\pi = 6400 \text{ км}$
 $\varphi = 50^\circ$
 $v_\varphi = ?$; $v_r = ?$

Шешуі: Жер OZ өсі арқылы айналатын болсын. Сонда Жер бетіндегі кез-келген нүкте 24 сағат ішінде



4-сурет

OZ өсін бір рет айналып шығатын болады.

Экватордағы дене үшін айналу радиусы R_π , сондықтан оның сызықтық жылдамдығы $v_\pi = \omega R_\pi$.

Ал, $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)}{24 \left(\frac{\text{с}}{\text{с}} \right)}$ болғандықтан $v_\pi = 2\pi \frac{R_\pi}{24}$.

φ -ендіктегі дене үшін OZ өсінен айналу радиусы.

$r = R_\pi \cos \varphi$, демек $v_r = \frac{2\pi R_\pi}{24} \cos \varphi$.

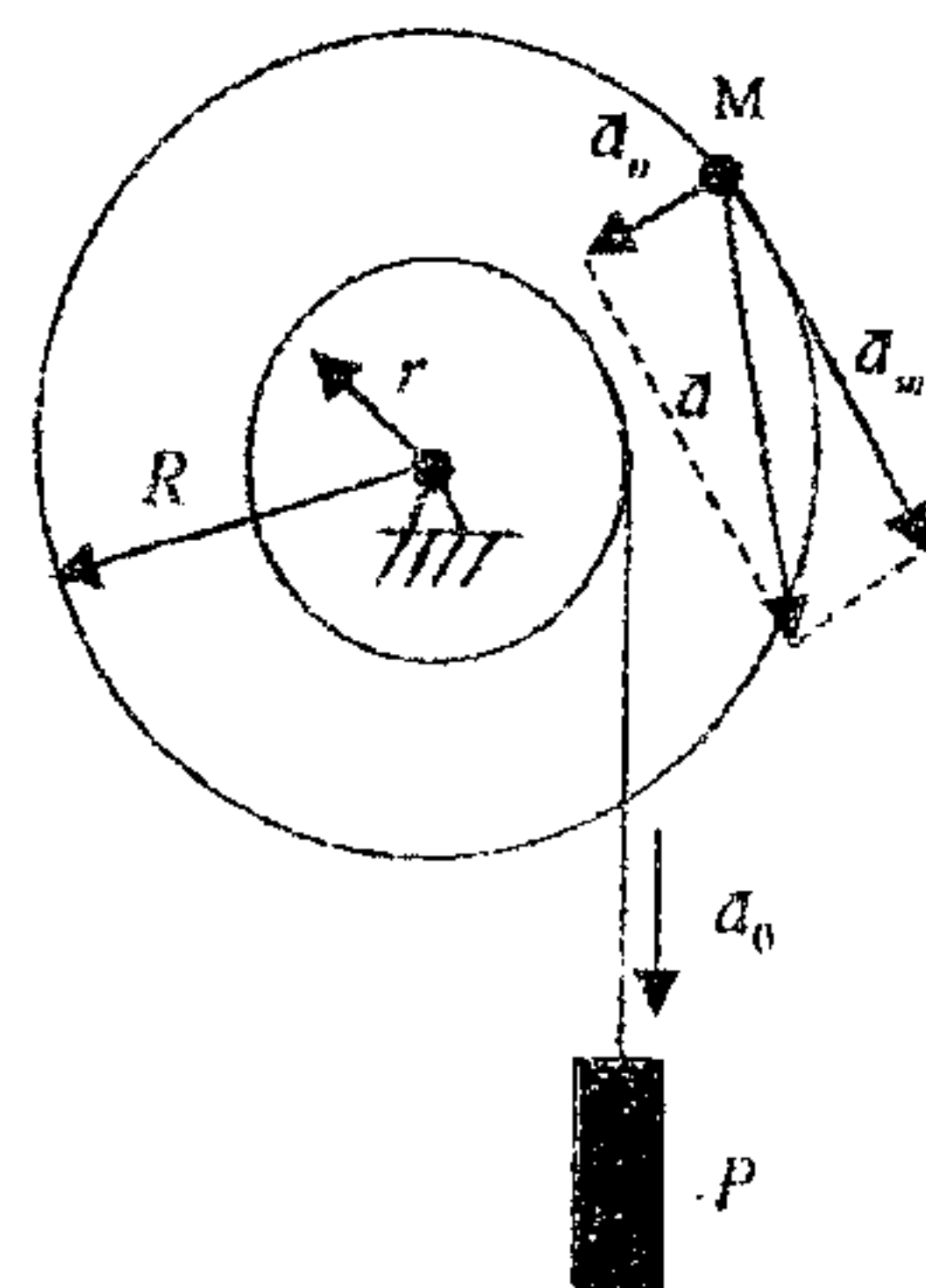
$v_\pi = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400 \text{ км}}{24 \text{ с}} \approx 1600 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$

$v_r = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400 \text{ км} \cdot \cos 50^\circ}{24 \text{ с}} \approx 1024 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$

Жауабы: $v_\pi \approx 1600 \frac{\text{км}}{\text{с}}; v_r \approx 1024 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$

(*) 1.3.18. P жүгі $a_0 = 2 \text{ м/с}^2$

үдеумен бірқалыпты төмен түсіп, радиустары $r = 0,25 \text{ м}$ және $R = 0,5 \text{ м}$ сатылы дөңгелекті қозғалысқа келтіреді (5-сурет). $t = 0,5 \text{ с}$ кейін M нүктесінің үдеуі қандай болады?



5-сурет

Берілгені:

$$a_0 = 2 \text{ м/с}^2$$

$$r = 0,25 \text{ м}$$

$$R = 0,5 \text{ м}$$

$$t = 0,5 \text{ с}$$

Шешуі: t уақыттан кейін жүктің жылдамдығы $v = a_0 t$ ал дөңгелектің бұрыштық жылдамдығы

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{a_0 t}{r}$ болады. Демек, сатылы дөңгелек

тұрақты бұрыштық жылдамдықпен айналады екен.

Сонда, $\varepsilon = \frac{a_0}{r}$, ал M нүктесі үшін $a_m = \varepsilon R = a_0 \frac{R}{r}$

$a = ?$

және $a_n = \omega^2 R = \left(\frac{a_0 t}{r} \right)^2 R$. Ал, $a = \sqrt{a_m^2 + a_n^2}$ болғандықтан,

$$a = \sqrt{\left(a_0 \frac{R}{r} \right)^2 + R^2 \left(\frac{a_0 t}{r} \right)^4} = \frac{a_0 R}{r} \sqrt{1 + \frac{a_0^2 t^4}{r^2}}.$$

$$a = \frac{2 \text{ м/с}^2 \cdot 0,5 \text{ м}}{0,25 \text{ м}} \sqrt{1 + \frac{(2 \text{ м/с}^2)^2 \cdot (0,5 \text{ с})^4}{(0,25 \text{ м})^2}} \approx 8,9 \text{ м/с}^2.$$

Жауабы: $a \approx 8,9 \text{ м/с}^2$.

(*) 1.3.19. Үш қалақшалы электр желдеткіші 200 айн/мин жылдамдықпен айналады. Егер оны электр шамымен жарықтандырылатын бөлмеде айналдырсақ, айналу жылдамдығы басқаша көрінеді. Неге?

Берілгені:

$$v = 200 \text{ айн/мин}$$

$v = ?$

Шешуі: $200 \frac{\text{айн}}{\text{мин}} = \frac{100 \text{ айн}}{3 \text{ с}}$.

Электр шамы көректендіретін өнеркәсіптік токтың периоды $t = 0,01 \text{ с}$ болғандықтан, шам 1 секундта 100 рет өшіп жанады. Ал, осы уақыт ішінде желдеткіштің бір қалақшасының

бұрылу бұрышы $\varphi = 2\pi v t$ өрнегімен анықталады.

Сонда $\varphi = 360^\circ \cdot \frac{100}{3} \cdot \frac{1}{\text{с}} \cdot 0,01 \text{ с} = 120^\circ$.

Ал, желдеткіштің үш қалақшасы болғандықтан әрбір қалақша $0,01 \text{ с}$ бұрын қандай жерде болса екінші жану кезінде сол жерде тұрады екен. Демек, әрбір қалақша, мұндай жағдайда бізге бір орнында тыныш тұрғандай көрінеді.

1.3.20. Шикі және піскен жұмыртқалар араласып жатыр. Оларды жармай піскенін шикісінен қалай ажыратуға болады?

Жауабы: Анықтаудың бір тәсілі, оларды айналдыру арқылы.

Сонда:

а) піспеген жұмыртқа, піскен жұмыртқаға салыстырғанда баяу айналады, өйткені піскен жұмыртқа тұтас бір дене құрайды;

ә) айналып тұрған жұмыртқаларға саусағымызды тигізсек (аз сәтке), онда піскен жұмыртқа, піспегенге қарағанда тез тоқтап қалады, өйткені піспеген жұмыртқа сұйық болғандықтан оның әрбір нүктесі түрліше жылдамдықпен қозғалады да тұтас дене бірден жылдамдығын кеміте алмайды.

Қосымша есептер

1.3.21. Білік алғашқы $t=10\text{с}$ $N=50$ айналым жасайды. Білік айналуын бірқалыпты үдемелі деп есептеп, оның бұрыштық үдеуін және ақырғы бұрыштық жылдамдығын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2} = 6,28 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right); \quad \omega = \frac{2\pi N}{t} = 62,8 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

1.3.22. Дөңгелек тұрақты $\varepsilon = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ бұрыштық үдеумен айналады. $t = 0,5\text{с}$

өткеннен кейін оның толық үдеуі $\alpha = 13,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ болды. Дөңгелек радиусы R - ді табыңдар.

$$\text{Жауабы: } R \approx 6,1\text{м}.$$

1.3.23. Бастапқы жылдамдығы $v_0 = 19,6\text{м/с}$ болатын дене көкжиек бағытында лақтырылған. Уақыттың қандай мәнінде дененің нормал үдеуі оның тангенциал үдеуіне тең болады?

$$\text{Жауабы: } t = \frac{v_0}{g} = 2(\text{с}).$$

1.3.24. Кішкентай шарик көкжиек бағытында v_0 бастапқы жылдамдықпен лақтырылады. Қозғалыс басталғаннан t уақыт өткеннен кейін шариктің нормал және тангенциал үдеулерін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } a_n = g \frac{v_0}{v_0^2 + g^2 t^2}; \quad a_m = g^2 \frac{t}{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

1.3.25. Ұзындығы $\ell = 0,5\text{м}$ жіпке байланған тасты, бала тік жазықтықта $v = 3 \frac{1}{\text{с}}$ жиілікпен айналдырады. Егер тастың жылдамдығы тік жоғары бағытталған кезде жіп үзілген болса, ол қандай биіктікке көтерілер еді?

$$\text{Жауабы: } h = \frac{2\pi^2 v^2 \ell^2}{g} \approx 4,5(\text{м}).$$

1.3.26. $v = 2 \frac{1}{\text{с}}$ жиілікпен айналып дөңгелек $t = 1,5$ минутта тоқтады.

Қозғалыстың бірқалыпты баяу екендігін ескеріп, дөңгелек толық тоқтағанға дейін қанша айналым жасайтынын және оның бұрыштық үдеуін анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } N = 90 \text{ айналым}; \quad \varepsilon = 0,14 \text{ рад/с}^2.$$

1.3.27. Дөңгелек $\varphi = 4 + 5t - 2t^2$ заңымен айналып қозғалыс жасайды. Егер дөңгелек радиусы $R = 10\text{см}$ болса, онда бір секундтың ішінде оның шеткі нүктесінің бұрыштық және сызықтық жылдамдығын, толық үдеуін анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } \omega = 1 \text{ рад/с}; \quad v = 0,1 \text{ м/с}; \quad a \approx 4,12 \text{ м/с}^2.$$

1.3.28. $n = 60 \text{ айн/с}$ жиілікпен айналып зырылдауық $h = 80\text{см}$ биіктіктен еркін түседі. Ол жерге жеткенше қанша айналым жасайды?

$$\text{Жауабы: } N = n \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 24.$$

1.3.29. Нүкте радиусы $R = 1\text{м}$ шеңбер бойымен бірқалыпты қозғала отырып $t_1 = 10\text{с}$ -та $s = 50\text{м}$ жол жүрді. Қозғалыс басталғаннан $t_2 = 5\text{с}$ өткеннен кейінгі нүктенің центрге тартқыш үдеуі қандай болған еді?

$$\text{Жауабы: } a_n = 25 \text{ м/с}^2.$$

1.3.30. Радиусы $R = 20\text{см}$ дөңгелек $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$ бұрыштық үдеумен айналады. Дөңгелектің ең шетінде жатқан нүктенің үдеуі қанша уақыттан кейін $a = 0,75 \text{ м/с}^2$ болады?

$$\text{Жауабы: } t = 0,5\text{с}.$$

1.3.31. Дене шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалған кезде оның толық үдеуі сызықтық жылдамдық бағытымен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайды. Нормал үдеудің тангенциал үдеуге қатынасын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{a_n}{a_m} = 0,58.$$

1.3.32. Нүкте 2 минутта 3600 айналым жасайды. Нүктенің бұрыштық үдеуін анықтаңдар.

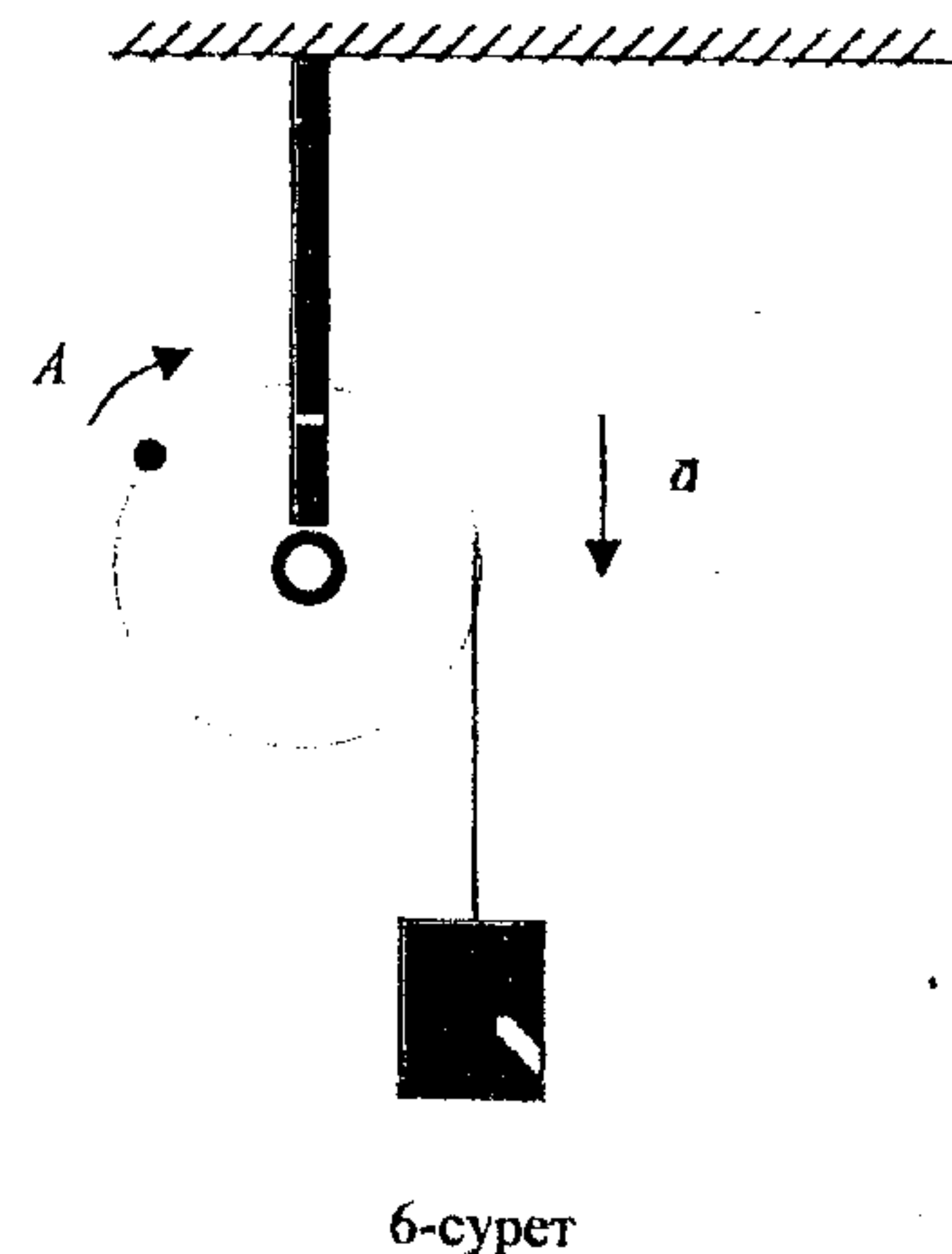
$$\text{Жауабы: } \varepsilon = \pi \text{ рад/с}^2.$$

1.3.33. Айналмалы қозғалыс неліктен сызықтық жылдамдық емес бұрыштық жылдамдықпен сипатталады?

1.3.34. Бұрылыста қозғалған автокөліктің оң жағындағы және сол жағындағы доңғалақтары бірдей қашықтықты жүріп өте ме?

1.3.35. Радиусы $R=23\text{ см}$ дөңгелекке жіп оралған. Үшкіне жүк байланған жіп біртіндеп төмен түскенде дөңгелек айналмалы қозғалыс жасайды (6-сурет). Байланған жүк $a_1=3,5\text{ см/с}^2$ үдеумен $h=150\text{ см}$ түскендегі А нүктесінің үдеу шамасы мен бағытын анықтаңдар.

Жауабы: $a_2=45,7\text{ см/с}^2$.



(*) 1.3.36. Радиусы R жылтыр дөңгелек көкжиек жазықтығында $n=40\text{ айн/мин}$ жиілікпен тік өстен айналады. Дөңгелектің ортасынан $\frac{R}{2}$ қашықтықта кішкене дене бөлініп, оның бетімен үйкеліссіз сырғанап бастайды. Кішкене дене қанша уақыттан кейін дөңгелектен ажырап кетеді?

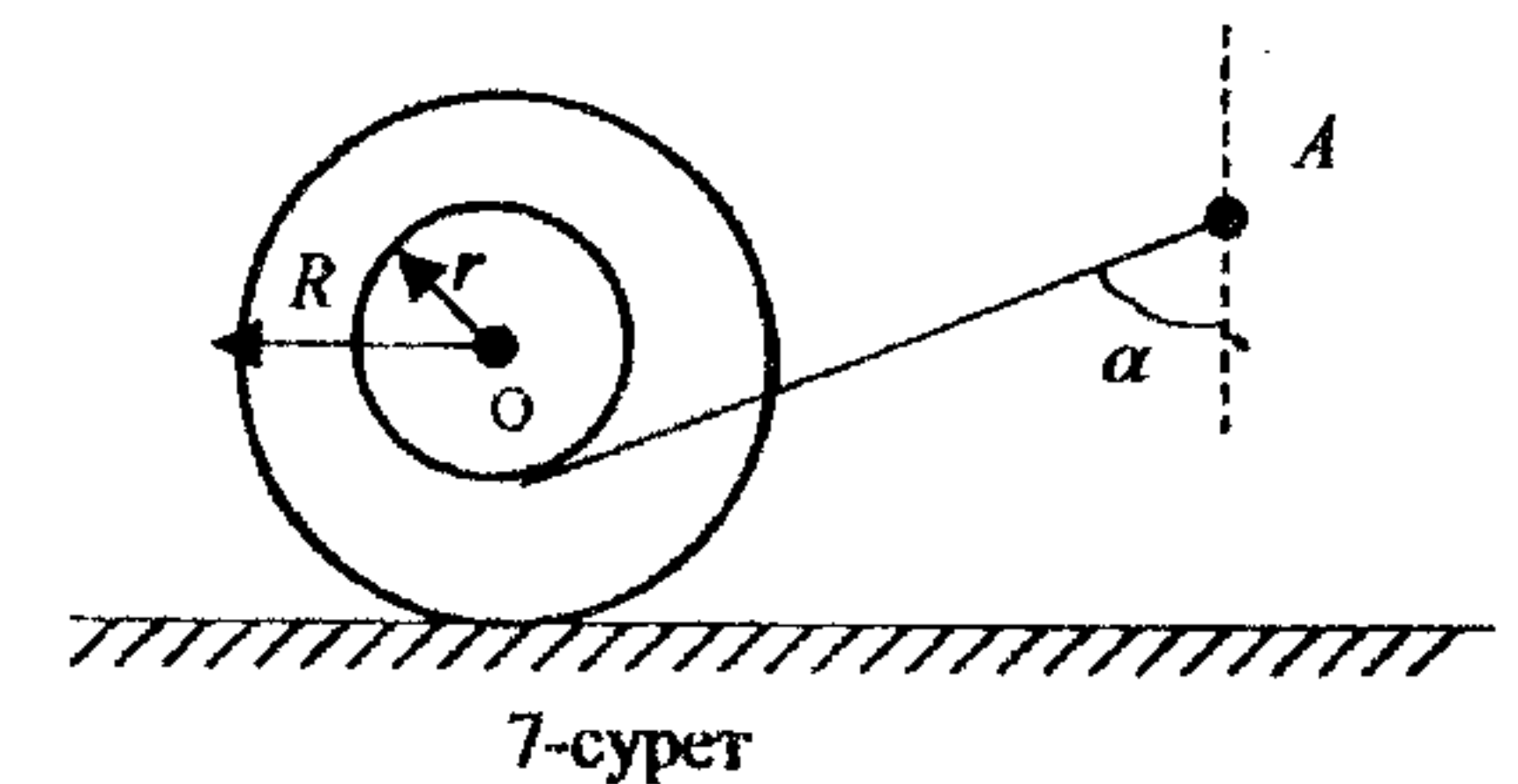
Жауабы: $t=\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0,41(\text{с})$.

1.3.37. Радиусы $R=20\text{ см}$ цилиндр өз өсінен $n=20\text{ айн/мин}$ жиілікпен айналады. Оның бетімен салыстырғанда $v=30\text{ см/с}$ жылдамдықпен, цилиндр жасаушысы бойында кішкене дене қозғалады. Осы дененің толық жылдамдығы мен үдеуін табыңдар.

Жауабы: $u=\sqrt{v^2+(2\pi nR)^2} \approx 0,5(\text{м/с})$; $a=4\pi^2 n^2 R \approx 0,8(\text{м/с}^2)$.

(*) 1.3.38. Сыртқы радиусы R , ал ішкі радиусы r болатын орауышқа оралған жіптің ұшы А нүктесіндегі шеге арқылы өткізіліп төмен тұрақты v жылдамдықпен тартылады (7-сурет). Жіппен тік бағыт арасындағы бұрыш α болған кезіндегі орауыш центрінің v_0 жылдамдығын табыңдар.

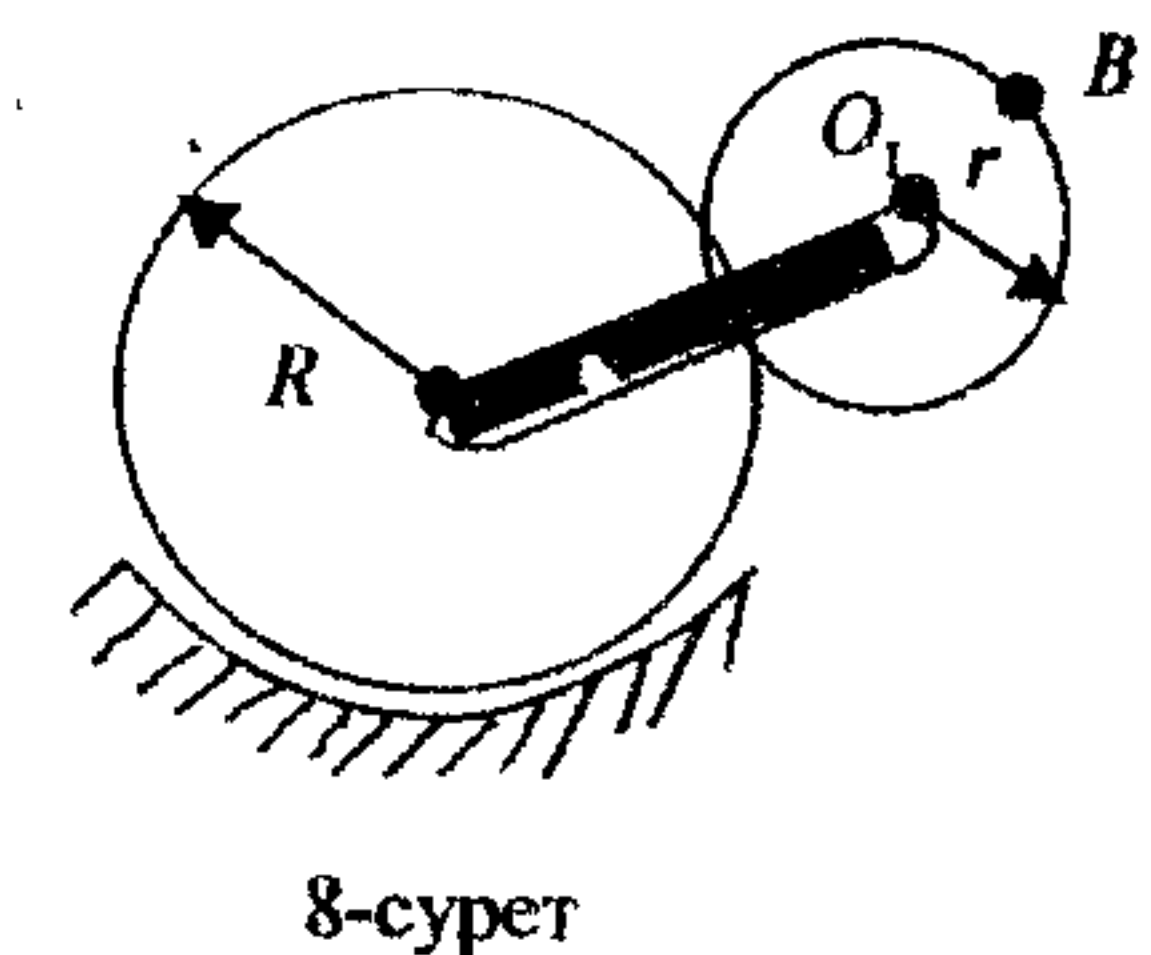
Жауабы: $v_0=\frac{vR}{R\sin\alpha-r}$



1.3.39. Жел доңғалағы қалақшалары ұшының сызықтық жылдамдығы 6 м/с , ал қалақшаның доңғалақпен түйісетін нүктесінің сызықтық жылдамдығы 3 м/с . Егер қалақша ұзындығы 1 м болса, онда жел доңғалағының қалақшаларымен қоса есептегенде радиусы неше метр болғаны?

Жауабы: $R=2\text{ м}$.

(*) 1.3.40. OO' шыбықша $\omega=2,5\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ бұрыштық жылдамдықпен айналып, радиусы $R=15\text{ см}$ қозғалмайтын дөңгелектің бойымен сырғанайтын радиусы $r=5\text{ см}$ кішкене дөңгелекшені қозғалысқа келтіреді (8-сурет). В нүктесінің сызықтық жылдамдығын табыңдар.



Жауабы: $v_B=2\omega(R+r)$.

1.4. Қозғалыстарды қосу

Көп жағдайда кинематика есептерін шығару, қозғалыстарды қосу ережелерін дұрыс орындай білуді талап етеді.

Шартты түрде алынған: абсолют, салыстырмалы және тасымал деген қозғалыс түрлерін ажырата білу, осыларға байланысты қолданылатын абсолют жылдамдық, салыстырмалы жылдамдық т.б. шамаларын дұрыс есептеу дағдыларын қалыптастыруға мүмкіндік береді.

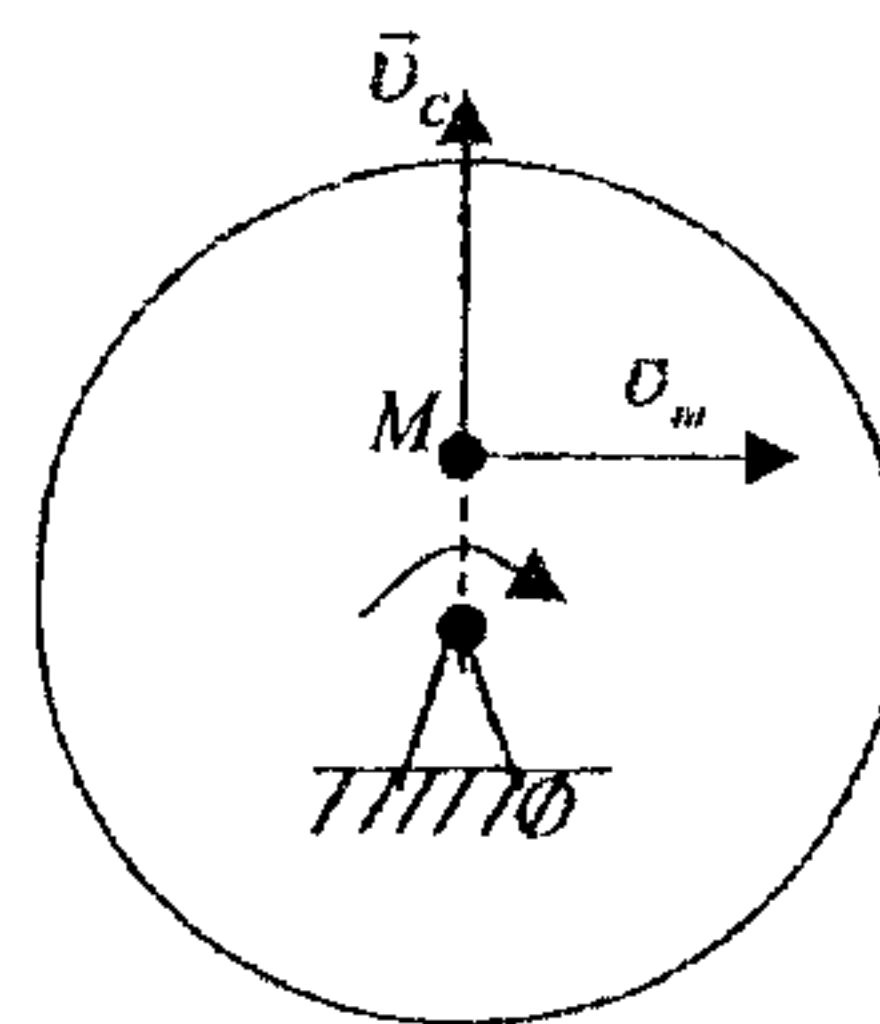
Мысалы, айналып тұрған дөңгелек диаметріндегі М нүктесінің жылдамдығын қарастырайық (1-сурет).

Мұнда М нүктесінің v_c және v_m жылдамдықтарының бағыттары көрсетілген. Үш жылдамдық арасындағы векторлық байланыс былай анықталады.

$$\vec{v}_{ac} = \vec{v}_c + \vec{v}_m \quad (1)$$

Қозғалыстарды қосу кезінде қарастырылып отырған дененің (нүктенің) қандай қозғалысқа қатысатынын ескере отырып (ілгерлемелі, айналмалы) (1) өрнекті пайдалану керек.

Сол сияқты үдеулерді қосқанда да тиісті ережелерді дұрыс қолданылуы тиіс. Айталық ілгермелі қозғалыста $a_{abs} = a_c + a_m$ (2) ережесін қолдануға болғанымен, айналмалы қозғалыста мұны пайдалану дұрыс нәтиже бере бермейді. Физикада векторлық шамалар геометриялық тәсілдермен қосылады.



1-сурет

1.4.1. M нүктесі O нүктесіне салыстырғанда $v_c = 30 \text{ см/с}$ жылдамдықпен қозғалады (1-сурет). Ал дөңгелек $4 \frac{1}{c}$ бұрыштық жылдамдықпен айналады. $OM = 10 \text{ см}$ болған кездегі M нүктесінің абсолют жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $30 \text{ см/с} = 0,3 \text{ м/с}$; $10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$.
$v_c = 30 \text{ см/с}$	Суреттен көрінгендей v_c және v_m
$\omega = 4 \frac{1}{c}$	жылдамдықтарының бағыттары
$OM = 10 \text{ см}$	өзара тік бұрыш құрайды.
$v_{abs} - ?$	

Сондықтан v_{abs} -үшін Пифагор теорамасын пайдаланамыз, демек $v_{abs} = \sqrt{v_c^2 + v_m^2}$. Ал, $v_m = \omega \cdot |OM|$ болғандықтан $v_{abs} = \sqrt{v_c^2 + \omega^2 |OM|^2}$.

$$v_{abs} = \sqrt{\left(0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(4 \frac{1}{\text{с}}\right)^2 \cdot (0,1 \text{ м})^2} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Жауабы: $v_{abs} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1.4.2. $v = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен қозғалған тұғыр B қалыңқа келгенде, оған қозғалмайтын A нысанадан оқ атылды (2-сурет). Оқтың жылдамдығы $u = 80 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, ол тұғырға тиісі үшін оны AB бағытымен қандай α бұрышын жасай ату керек?

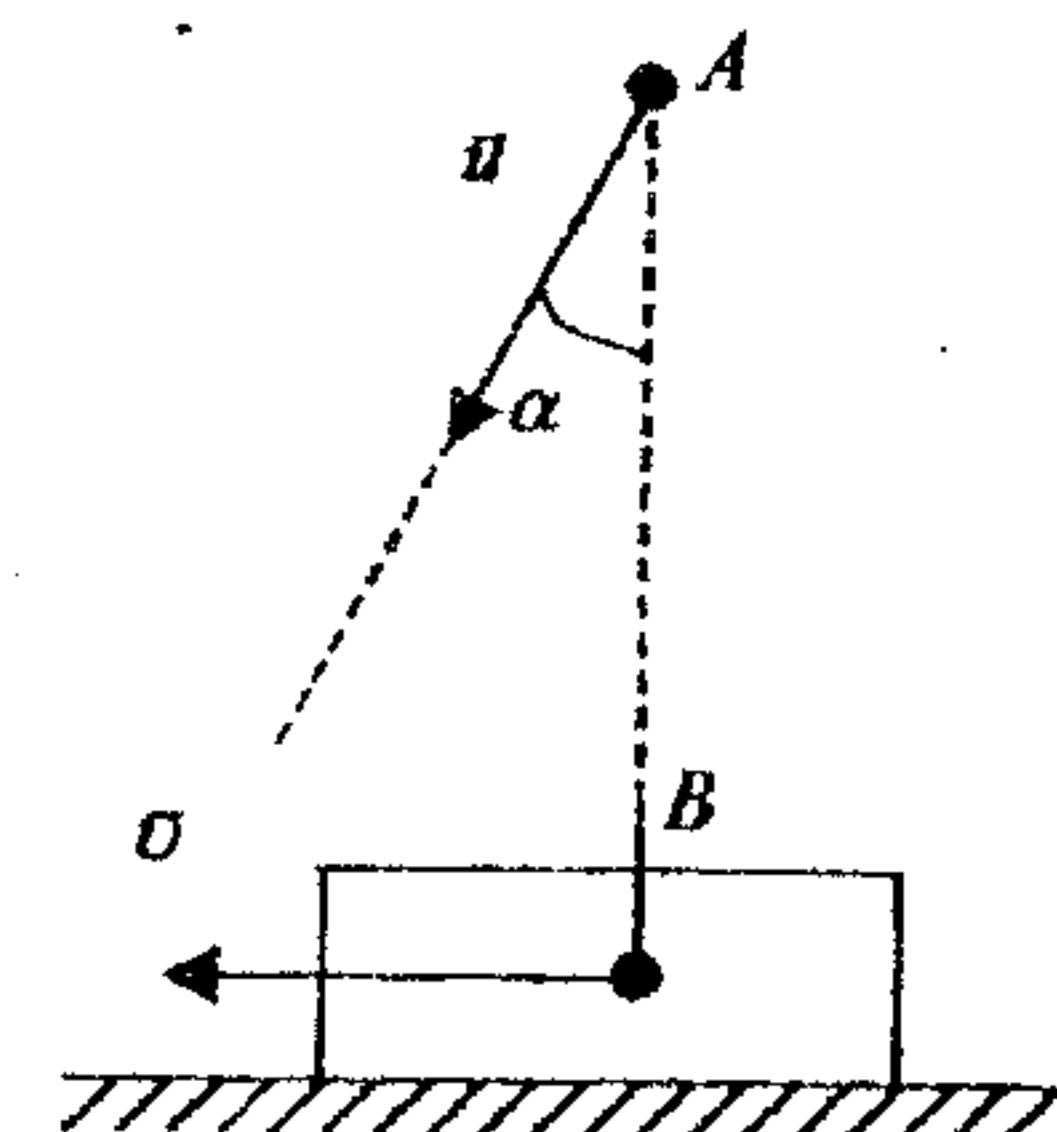
Берілгені:	Шешуі: Мұндағы тасымал
$v = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	жылдамдық - тұғыр
$u = 80 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	жылдамдығы болып
$\alpha - ?$	табылады, ал абсолют

жылдамдық оқтың u жылдамдығына тең.

Суреттен $\sin \alpha = \frac{v}{u}$.

$$\sin \alpha = \frac{30 \text{ м/с}}{80 \text{ м/с}} = 0,3750. \quad \alpha = \arcsin 0,3750 \approx 22^\circ.$$

Жауабы: $\alpha \approx 22^\circ$.



2-сурет

1.4.3. 40 км/сағ жылдамдықпен жүріп келе жатқан поезддегі адам, ұзындығы 75 м қарсы келе жатқан поездді 4 с бойы көріп отырды. Қарсы келе жатқан поезд қандай жылдамдықпен қозғалған?

Берілгені:	Шешуі: $40 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = \frac{100 \text{ м}}{9 \text{ с}}$.
$v_1 = 40 \text{ км/сағ}$	Қозғалыстар бір түзудің бойымен қарама-қарсы
$\ell_0 = 75 \text{ м}$	бағытталғандықтан (1) $v_{abs} = v_1 + v_2$, мұндағы
$t_0 = 4 \text{ с}$	(2) $v_{abs} = \frac{\ell_0}{t_0}$, яғни қарсы келе жатқан поезддің
$v_2 - ?$	жолаушыға салыстырғандағы жылдамдығы.

Сонда қарсы келе жатқан поезддің жер бетіне салыстырғандағы v_2 жылдамдығын (1) және (2)-ден табуға болады.

$$v_2 = \frac{\ell_0}{t_0} - v_1$$

$$v_2 = \frac{75 \text{ м}}{4 \text{ с}} - \frac{100 \text{ м}}{9 \text{ с}} = \frac{125 \text{ м}}{9 \text{ с}} = 50 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}.$$

Жауабы: $v_2 = 50 \text{ км/сағ}$.

1.4.4. Ауаға салыстырғанда ұшақ 50 м/с жылдамдықпен қозғалады. Желдің жылдамдығы 15 м/с . Ұшақ желдің ығына, желге қарсы ұшатын болса оның жылдамдығы қандай болады? Желдің бағытына перпендикуляр ұшатын болса ше?

Берілгені: $v_c = 50 \text{ м/с}$
 $v_m = 15 \text{ м/с}$

Шешуі: Мұнда ізделінде, абсолют жылдамдық векторлық түрде былай өрнектеледі $v = v_c + v_m$

1-жағдай: $v_1 = v_c + v_m$

2-жағдай: $v_2 = v_c - v_m$

3-жағдай: $v_3 = \sqrt{v_c^2 + v_m^2}$

$v_1 - ?$; $v_2 - ?$

$v_3 - ?$

$$v_1 = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 65 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 35 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_3 = \sqrt{\left(50 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(15 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} \approx 52 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = 65 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = 35 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_3 \approx 52 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

1.4.5. Дөңгелек тұғыр $\omega = 3 \frac{1}{\text{с}}$ жылдамдықпен өз өсінен айналады (тұғырдың үстінен қарағандағы кескіні 3-суретте көрсетілген). Ал, А шары $7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен $AO = 8 \text{ м}$ бағытында қозғалады. Шардың тұғырға салыстырғандағы жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $\omega = 3 \frac{1}{\text{с}}$
 $v = 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $AO = 8 \text{ м}$

Шешуі: $v_{\text{абс}}$ – шардың абсолют жылдамдығы
 А – дан солға қарай бағытталған, шамасы

жағынан $v_{\text{абс}} = v$. Тұғыр айналуы тасымал қозғалыс болғандықтан, А нүктесі тұғырдың А' нүктесіне қатаң бекітілген деп қарастырайық,

$v_0 - ?$

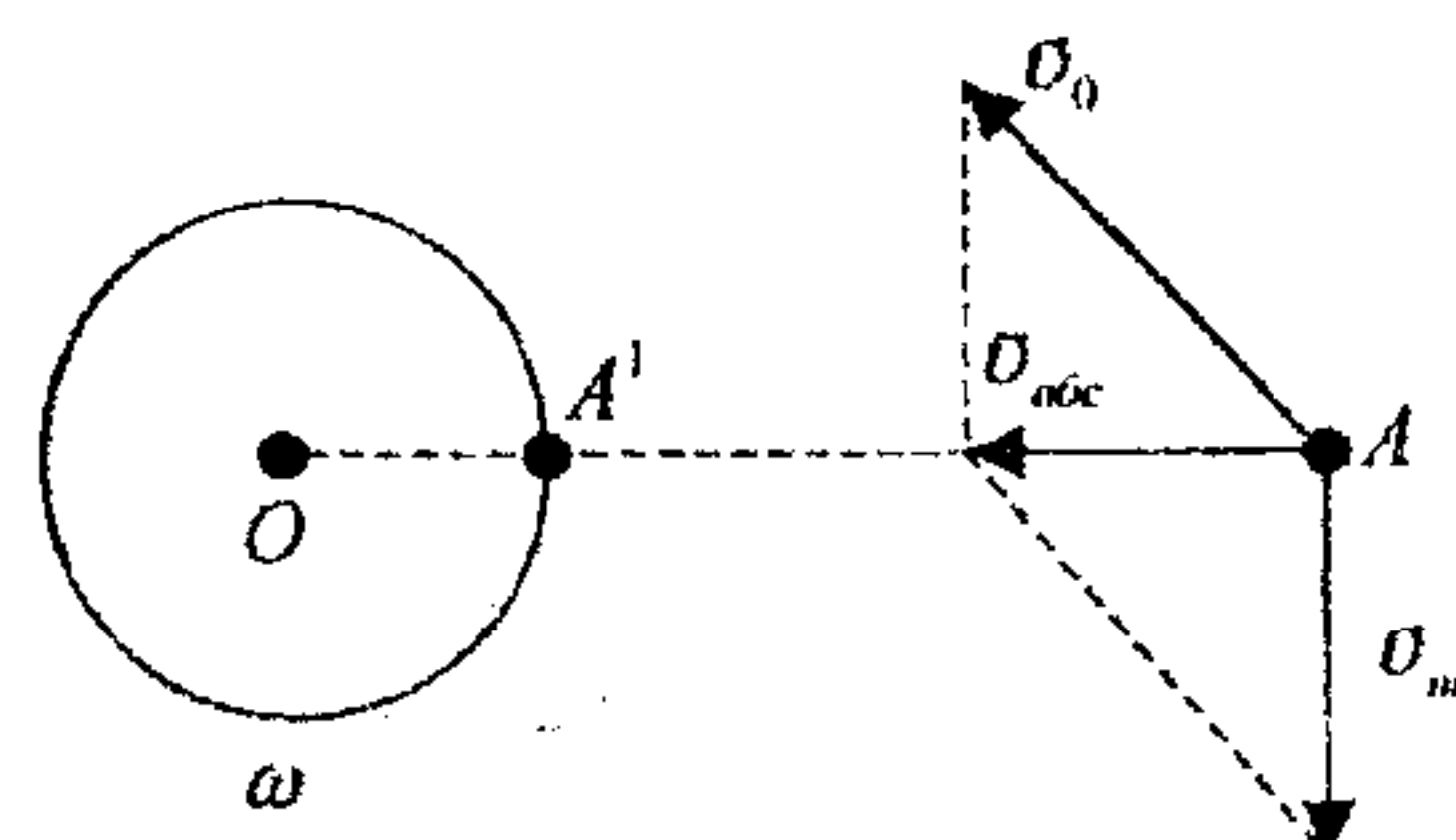
онда v_m – жылдамдық векторының бағыты ОА –ға перпендикуляр болады да, сап мәні $v_m = \omega \cdot |OA|$ өрнегімен анықталады.

Суреттен көріп отырғанымыздай

$$v_c = \sqrt{v_{\text{абс}}^2 + v_m^2} = \sqrt{v^2 + \omega^2 |OA|^2}.$$

$$v_c = \sqrt{\left(7 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(3 \frac{1}{\text{с}}\right)^2 \cdot (8 \text{ м})^2} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_c = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



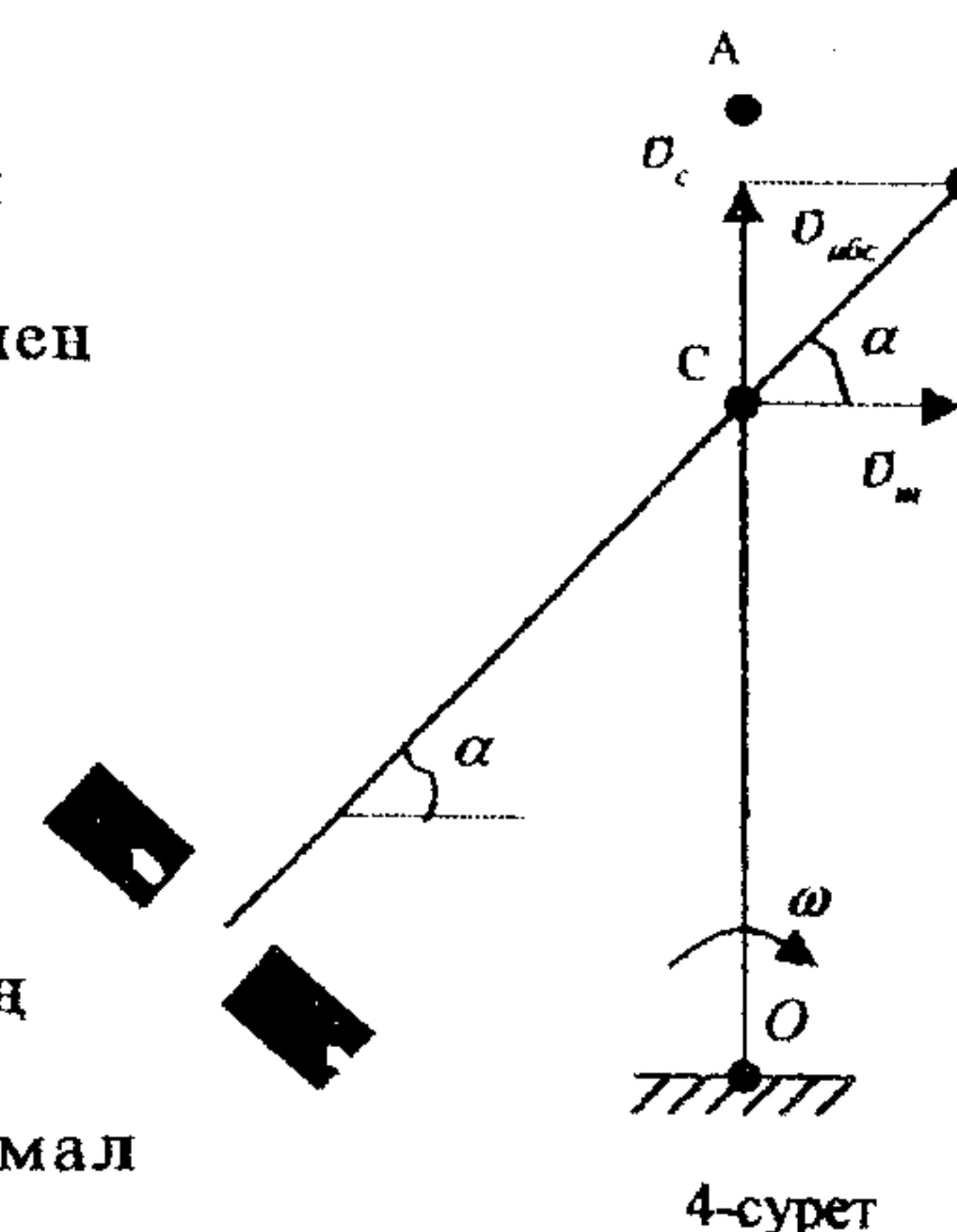
3-сурет

1.4.6. Жарық сәулесі, тік жазықтықта айналатын ОА қалқасына түсіп, оның бетіндегі С нүктесінде ебелек туғызады (4-сурет).

Жарық сәулесінің көкжйек сызығымен жасайтын бұрышы α . Қалқа ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. $OC = a$ болғандағы ебелектің қалқа бетіндегі сырғу жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: α ; ω ; $|OC| = a$

Шешуі: Ебелектің $v_{\text{абс}}$ абсолют жылдамдығының бағыты сәуле бағытымен бағытталған, ал v_m – тасымал



4-сурет

жылдамдығы қалқаға перпендикуляр және $v_m = |OC| \omega$. Сонда, суреттегі паралелограмды пайдаланып

v_c - ны табуға болады. $v_{\text{абс}} = \sqrt{v_c^2 + v_m^2}$ және $\text{tg} \alpha = \frac{v_c}{v_m}$.

Соңғы теңдіктен $v_c = v_m \text{tg} \alpha = \omega \cdot a \text{tg} \alpha$. $v_c = \omega a \text{tg} \alpha$.

$$\text{Жауабы: } v_c = \omega a \text{tg} \alpha.$$

1.4.7. Автомашина тұрақты $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен орнынан қозғалады. Оның доңғалағының ең жоғарғы нүктесінің үдеуі қандай?

Берілгені: $a = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Шешуі: Қарастырылатын нүкте екі қозғалысқа қатысады: автомашина қорабымен бірге

және қорапқа салыстырғанда.

$a_{\text{абс}} - ?$

Сондықтан оның абсолют үдеуі $a_{\text{абс}} = a_c + a_n$.

a_c үдеуді екі: нормал (a_n) және (a_m) тангенциал үдеуге жіктейік,

сонда $a_n = \frac{v^2}{R} = 0$, өйткені $v^2 = 0$. Ал $a_m = a$ (a_m – таңбасы автомашинаның қозғалыс бағытына байланысты оң да, теріс те бола алады). Демек, $a_{\text{абс}} = a \pm a = 2a$.

$$a_{\text{абс}} = 2 \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Жауабы: $a_{abc} = 2 \frac{M}{c^2}$.

1.4.8. Дөңгелек тұғыр тұрақты ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Ал оның жиегімен тұғырға қарама-қарсы бағытта адам жүріп барады. Адамның тұғырға салыстырғандағы бұрыштық жылдамдығы тұрақты және ω -ға тең. Адамның абсолюттік үдеуі оның салыстырмалы және тасымал үдеулерінің геометриялық қосындысына тең болмайтындығын дәлелдеңдер.

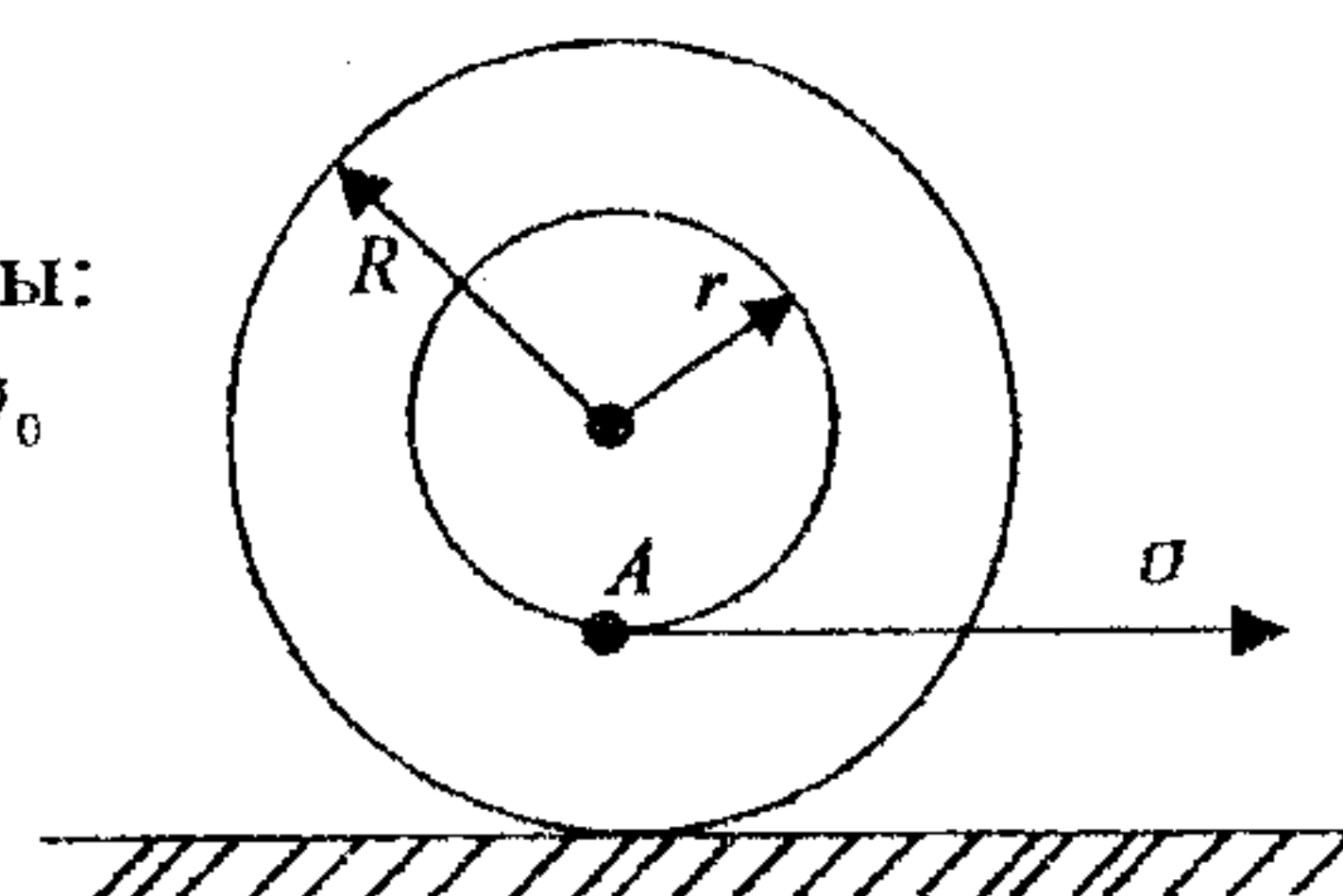
Берілгені: $\omega_m = \omega$
 $\omega_a = \omega$
 Шешуі: ω_m -тұғырдың, ал ω_a -адамның бұрыштық жылдамдықтары болсын. Сонда, адамның салыстырмалы үдеуінің модуль $a_c = \omega^2 R$, мұндағы R -тұғыр радиусы.

$a_{abc} \neq a_c + a_m$

a_c -үдеудің бағыты тұғыр центріне бағытталған. Тасымал үдеудің модулі де $a_m = \omega^2 R$ ал бағыты тағыда тұғыр центріне бағытталған, сонда абсолют үдеудің модулі $a_{abc} = a_c + a_m = 2\omega^2 R$ болуы керек. Бірақ адамның абсолют үдеуі нөлге тең, өйткені ол жерге салыстырғанда тыныштықта болады, демек $a_{abc} \neq a_c + a_m$.

1.4.9. Көкжүйек жазықтығында жатқан орауыш үйкеліссіз дөңгелей алады. Оның ішкі цилиндріне жіп оралған (5-сурет). Жіптің ұшын көкжиек бағытында v жылдамдықпен тартсақ орауыштың өсі қандай жылдамдықпен қозғалады? Орауыштың ішкі радиусы r , сыртқы радиусы R .

Берілгені: R, r, v
 $v_0 = ?$
 Шешуі: A нүктесі екі түрлі қозғалысқа қатысады: орауыштың өсімен бірге v_0



5-сурет

жылдамдықпен қозғалыс, орауыштың өсін айнала v_1 жылдамдықпен болатын қозғалыс.

Сонда қозғалыстарды қосу ережесінең $v = v_0 + v_1$, v_0 және v_1 векторлары бір түзудің бойымен бағытталғандықтан: жіп орауышқа оралса $v = v_0 - v_1$, ал жіп орауыштан тарқатылса $v = v_0 + v_1$. v_0 және v_1 жылдамдықтарын анықтау үшін орауыш

толық бір айналады деп қарастырайық. Сонда, орауыштың өсі $2\pi R$ жол жүреді де оған ұзындығы $2\pi r$ жіп оралады. Осыдан жіп ұшының жүретін жолы $s = 2\pi(R-r)$ немесе

$$\frac{v_1 t}{s} = \frac{2\pi r}{2\pi(R-r)} = \frac{r}{R-r} = \frac{v_1}{v} \quad (1).$$

Онда, жіп орауышқа оралса $v = v_0 - v_1$ немесе $v + v_1 = v_0 \Rightarrow v \left(1 + \frac{v_1}{v}\right) = v_0$ (1)-ді

ескерсек $v_0 = v \left(\frac{R}{R-r}\right)$.

Жауабы: $v_0 = \left(\frac{R}{R-r}\right)v$.

1.4.10. Екі дене бірдей бастапқы жылдамдықпен, Δt уақыт аралығын сақтап тік жоғары лақтырылған. Екінші дененің бірінші денеге салыстырғандағы жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $\Delta t; v_{01} = v_{02}$
 Шешуі: Қозғалыс басталғаннан t уақыт өткесін бірінші дененің жылдамдығы $v_1 = v_0 - gt$, ал екінші дененікі $v_2 = v_0 - g(t - \Delta t)$ болады.
 $v = ?$

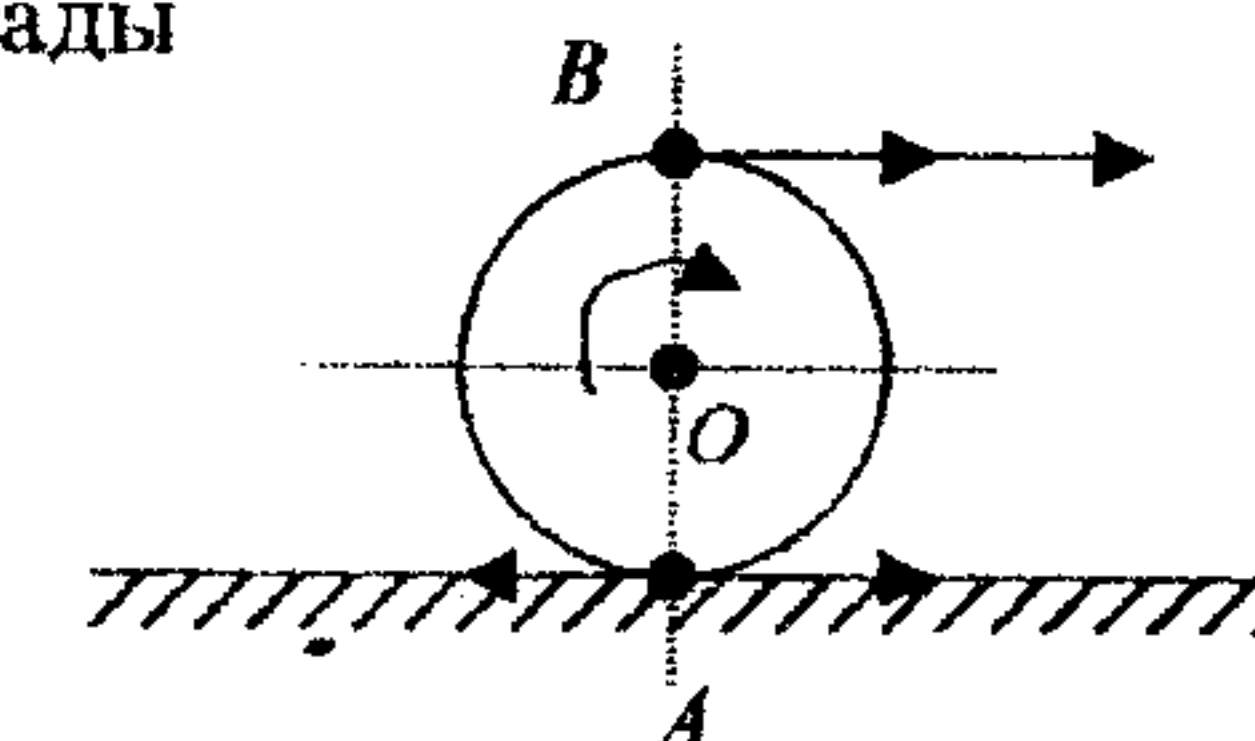
Сонда, екінші дененің бірінші денеге салыстырғандағы жылдамдығы $v = v_2 - v_1 = [v_0 - g(t - \Delta t)] - (v_0 - gt) = g\Delta t$. Демек, екінші дене бірінші денеге салыстырғанда тұрақты v жылдамдықпен қозғалады.

Жауабы: $v = g\Delta t$.

1.4.11. Тұрақты $v = 20 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен жүріп келе жатқан велосипед доңғалағы бетінің жоғарғы және төменгі нүктелеріндегі ілгерілемелі қозғалыс жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $v = 20 \frac{M}{c}$
 $v_1 = ?; v_2 = ?$
 Шешуі: Велосипед доңғалағының беткі нүктелері бірізділікте екі қозғалысқа: ілгерілемелі және айналмалы қозғалысқа қатысады (6-сурет).

Сонда әрбір нүктенің толық жылдамдығы айналмалы және ілгерілемелі қозғалыс жылдамдықтарының геометриялық қосындысына тең болады. Егер доңғалақ сырғанамайтын болса, онда айналмалы қозғалыстың сызықтық жылдамдығы



6-сурет

велосипедтің ілгерілемелі қозғалыс жылдамдығына тең. Сонда B нүктесіндегі ілгерілемелі қозғалыс жылдамдығымен айналмалы қозғалыс жылдамдығы бағыттас болғандықтан толық жылдамдық $v_B = v + v = 2v$. Ал, A нүктесінде қозғалыс жылдамдықтары қарама-қарсы бағытталған, сондықтан $v_A = v - v = 0$.

Жауабы: $v_B = 40 \frac{M}{c}$; $v_A = 0$.

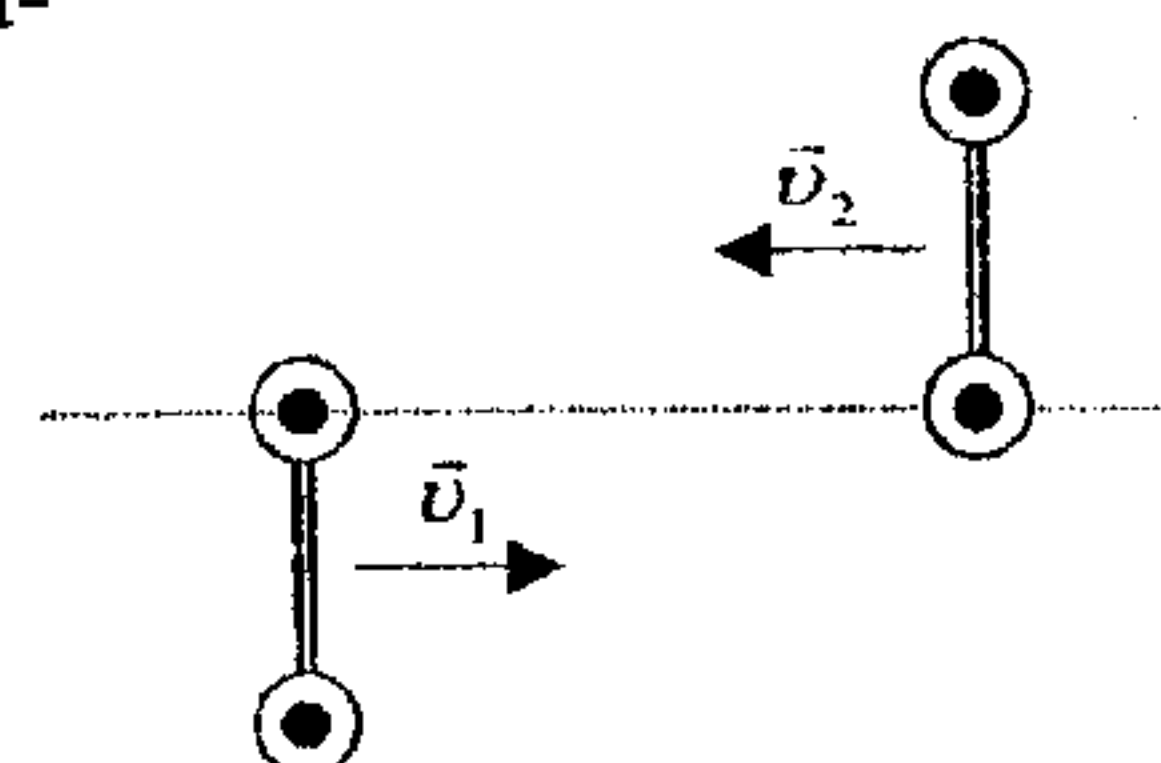
1.4.12. Екі бірдей гантел біріне-бірі v_1 және v_2 жылдамдықпен жақындап ұшып келеді (7-сурет). Гантел шарларының арақышықтығы ℓ . Серпінсіз соққыдан кейін гантелдер қалай қозғалады?

Жауабы: Алғашқы бірінші соққыдан кейін гантел центрлері $v = \frac{v_1 - v_2}{2}$ жылдамдықпен қозғалады да қарама-

-қарсы бағытта $\omega = \frac{v_1 + v_2}{\ell}$ бұрыштық жылдамдықпен айналады.

Содан, $t = \frac{\pi \ell}{2(v_1 + v_2)}$ уақыт өткеннен

кейін екінші соқтығысу болады, сөйтіп айналу тоқталады да гантелдер алғашқы жылдамдықтары мен қозғалысын жалғастырады.

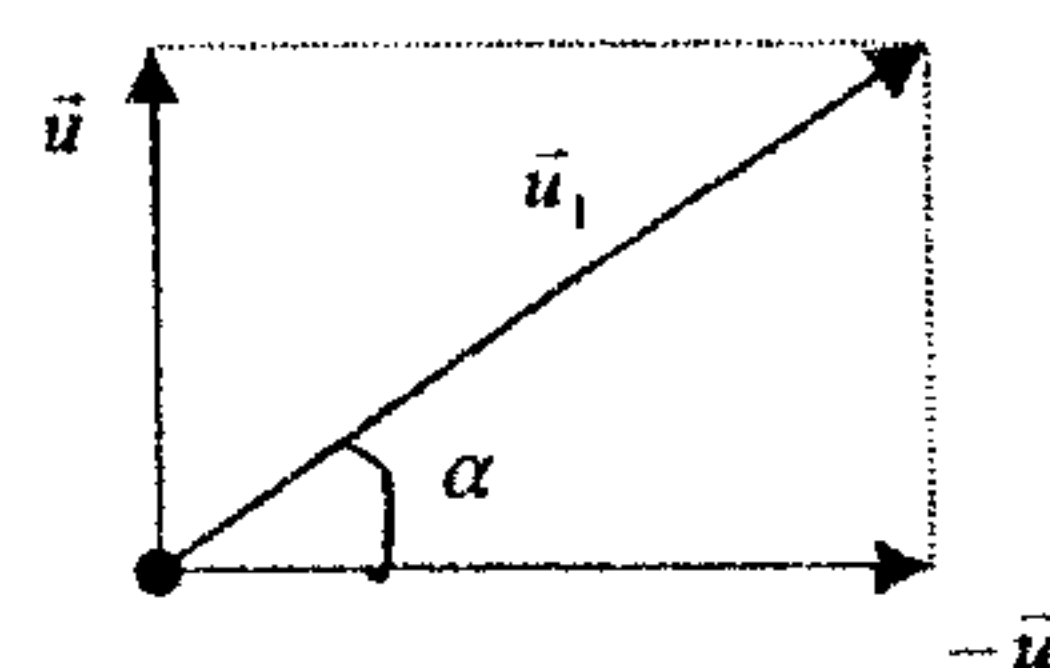


7-сурет

1.4.13. Үстел бетінде тұрақты v жылдамдықпен қара тақта жылжиды. Тақтаға перпендикуляр бағытта, оған салыстырғанда u жылдамдықпен қозғалатын бор тигізіледі. Сонда, бор тақтай бетінде қандай із қалдырады?

Жауабы: Тақта бетіндегі бордың үстелге салыстырғандағы жылдамдығы $\vec{u}_1 = \vec{u} + \vec{v}$ болады (8-сурет). Үйкеліс күші $\vec{u}_1$ векторына қарама-қарсы бағытталғандықтан, бор жылдамдығының бағыты өзгермейді, оның тек модулі өзгереді. Бұл дегеніміз, бор тақта бетінде $(-\vec{v})$

векторымен $\alpha = \arctg \frac{u}{v}$ бұрыш жасайтын түзу сызық бойымен қозғалады дегенді білдіреді.



8-сурет

1.4.14. $v = 10 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен қозғалған доп футболшы аяғына соғады.

Аяққа соғылған доп тоқтап қалуы үшін футболшы аяғының u жылдамдығы қандай болуы керек? Соққы абсолют серпінді және доп массасы аяқ массасынан көптеген есе аз деп есептендер.

Берілгені: $v = 10 \frac{M}{c}$
Шешуі: Егер футболшы аяғы соққы кезінде u жылдамдықпен қозғалған болса, онда футболшы аяғына салыстырғанда доп жылдамдығы $(v + u)$. (доптың қозғалыс бағыты өс $u - ?$

бағытымен сәйкес келген жағдайда). Абсолют соққыдан кейін сол доптың жылдамдығы $-(v + u)$, ал оның жерге салыстырғандағы жылдамдығы $-(v + u) - u$. Егер, соққыдан кейін доп тоқтап қалса, онда $v + 2u = 0 \Rightarrow u = -\frac{v}{2}$. “Минус” таңбасы футболшы аяғының қозғалу бағыты, соққыға дейінгі доп бағытымен бағыттас қозғалуы керек екендігін

көрсетеді. Сонымен, $u = -\frac{10 \frac{M}{c}}{2} = -5 \frac{M}{c}$.

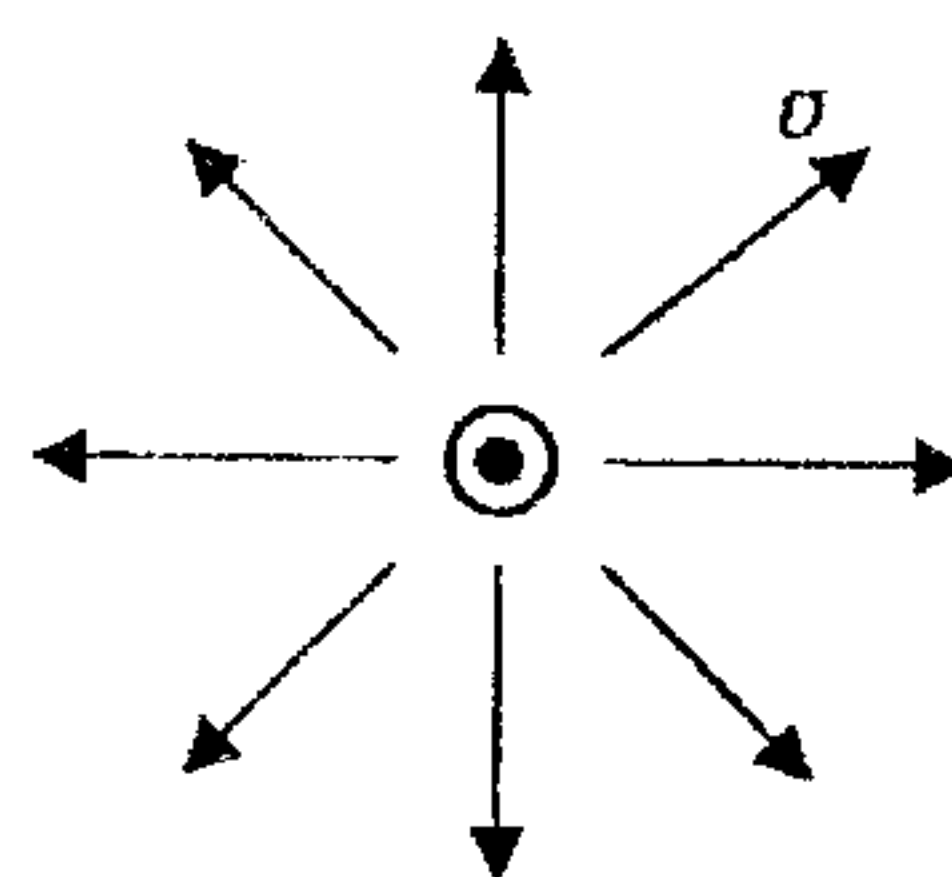
Жауабы: $u = -5 \frac{M}{c}$.

1.4.15. Жер Күнді айнала қазғалатындығы белгілі. Жер қай кезде жылдам қозғалады? Күндіз бе әлде түнде ме?

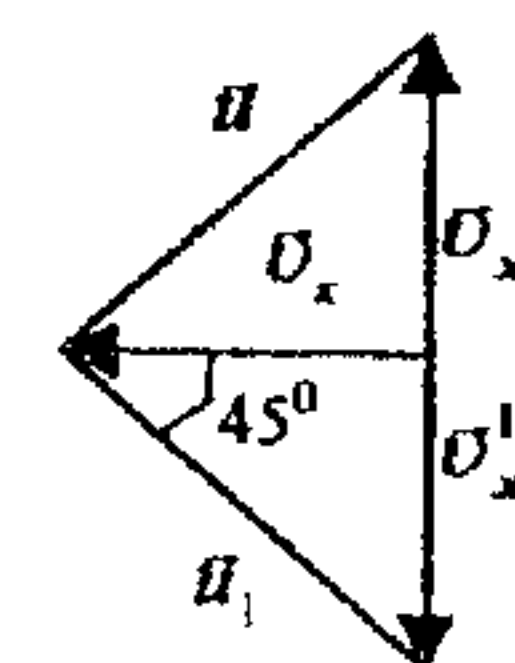
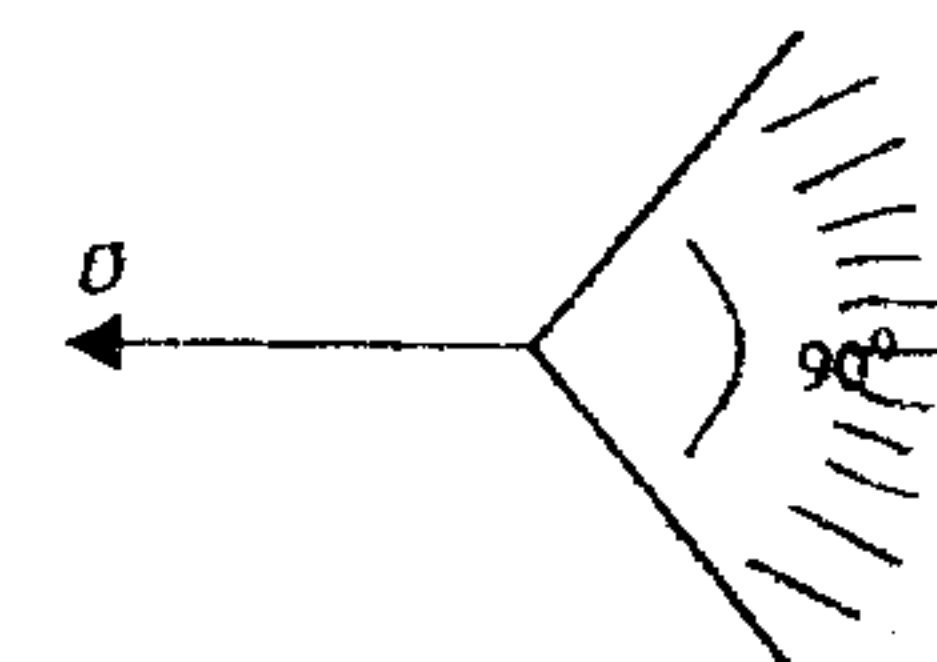
Жауабы: Түнде.

1.4.16. Төбесіндегі бұрышы 90° шексіз конус, тыныш тұрған шардың центріне қарай v жылдамдықпен қозғалып келеді (9-сурет). Қозғалыс конус өсінің бойымен бағытталған. Бір мезетте шар жан жаққа біркелкі σ жылдамдықпен тарайтын өте көп жарықшақтарға бөлінеді. Осы жарықшақтардың қандай бөлігі конусқа тиеді? Салмақты ескермеу керек.

Берілгені: $v; \alpha = 90^\circ$
Шешуі: Жермен салыстырғанда тік жоғары қарай және төмен қарай бағытталған жарықшақтарды қарастырайық. Олардың конуспен салыстырғандағы қандай бөлігі-?



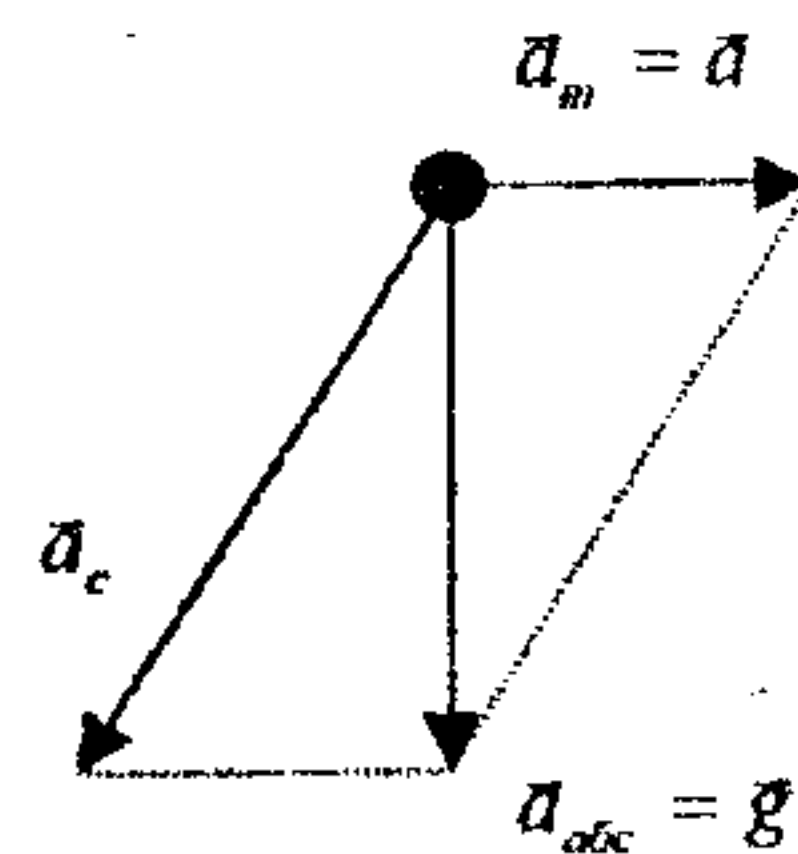
9-сурет



10-сурет

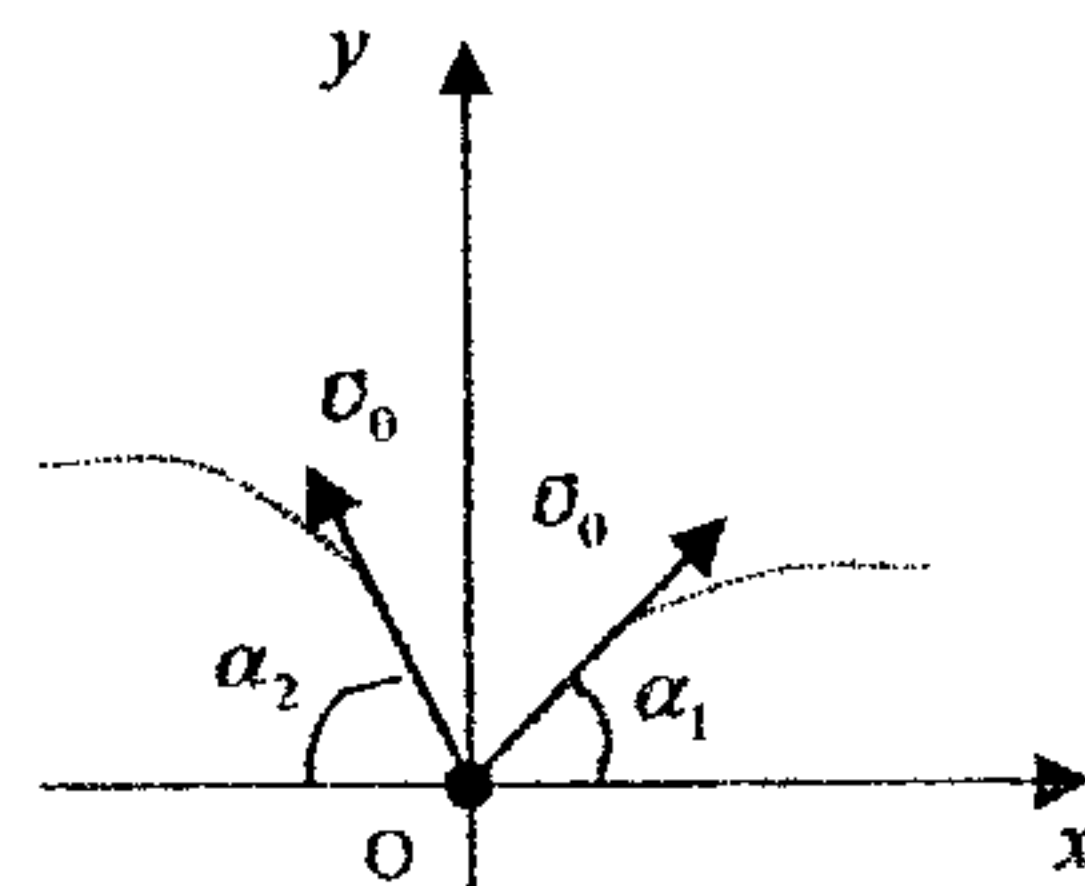
жылдамдықтары $\vec{u} = \vec{v}_m - \vec{v}_k$. Олар көкжиек сызығымен 45° бұрыш жасай, конус бетіне параллел қозғалады, сондықтан оған тимейді. Осылардың оң жағындағы жарықшақтардың барлығы конусқа тиеді (10-сурет).

1.4.17. Бірқалыпты түзу сызықты қозғалған вагоннан бір алма түседі. Алманың вагонға салыстырғандағы үдеуі қандай? Егер вагон a үдеумен қозғалатын болса ше? Жауабы: Вагон үдеуі нөлге тең болғандықтан алманың тасымал үдеуі де нөлге тең болады. Ал оның салыстырмалы үдеуі абсолют үдеуге тең болады, демек алманың вагонға салыстырғандығы үдеуі тік төмен бағытталған және сан мәні g -ге тең. Егер вагон a үдеумен қозғалатын болса, онда алманың салыстырмалы үдеуі $g = a_c + a_m$ немесе $a_c = \sqrt{a^2 + g^2}$ (11-сурет).



11-сурет

1.4.18. $x = y = 0$ нүктесінен бір мезгілде v_0 жылдамдықпен көкжиекке α_1 және α_2 бұрыш жасай екі дене лақтырылады (12-сурет). Денелердің біріне бірін салыстырғандағы қозғалыс жылдамдықтары неге тең? t уақыттан кейінгі денелердің арақашықтығын өрнектеп жазыңдар. Денелер ілгерілемелі қозғалады деп есептеңдер.



12-сурет

Берілгені: $v_0; \alpha_1; \alpha_2$ Шешуі: Кез келген уақыт мезетіндегі x және y өстері бағытында дене жылдамдығының құраушылары былай анықталады.

$$\begin{cases} v_{1y} = v_0 \sin \alpha_1 - gt \\ v_{1x} = v_0 \cos \alpha_1 \end{cases} \quad \text{және} \quad \begin{cases} v_{2y} = v_0 \sin \alpha_2 - gt \\ v_{2x} = v_0 \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Бірінші дененің екінші денеге салыстырғандағы жылдамдығы u болсын, онда

$$u_y = v_0 \sin \alpha_1 - gt - v_0 \sin \alpha_2 + gt = v_0 (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$u_x = v_0 \cos \alpha_1 - (-v_0 \cos \alpha_2) = v_0 (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

Ал, $u = \sqrt{u_y^2 + u_x^2}$ болғандықтан,

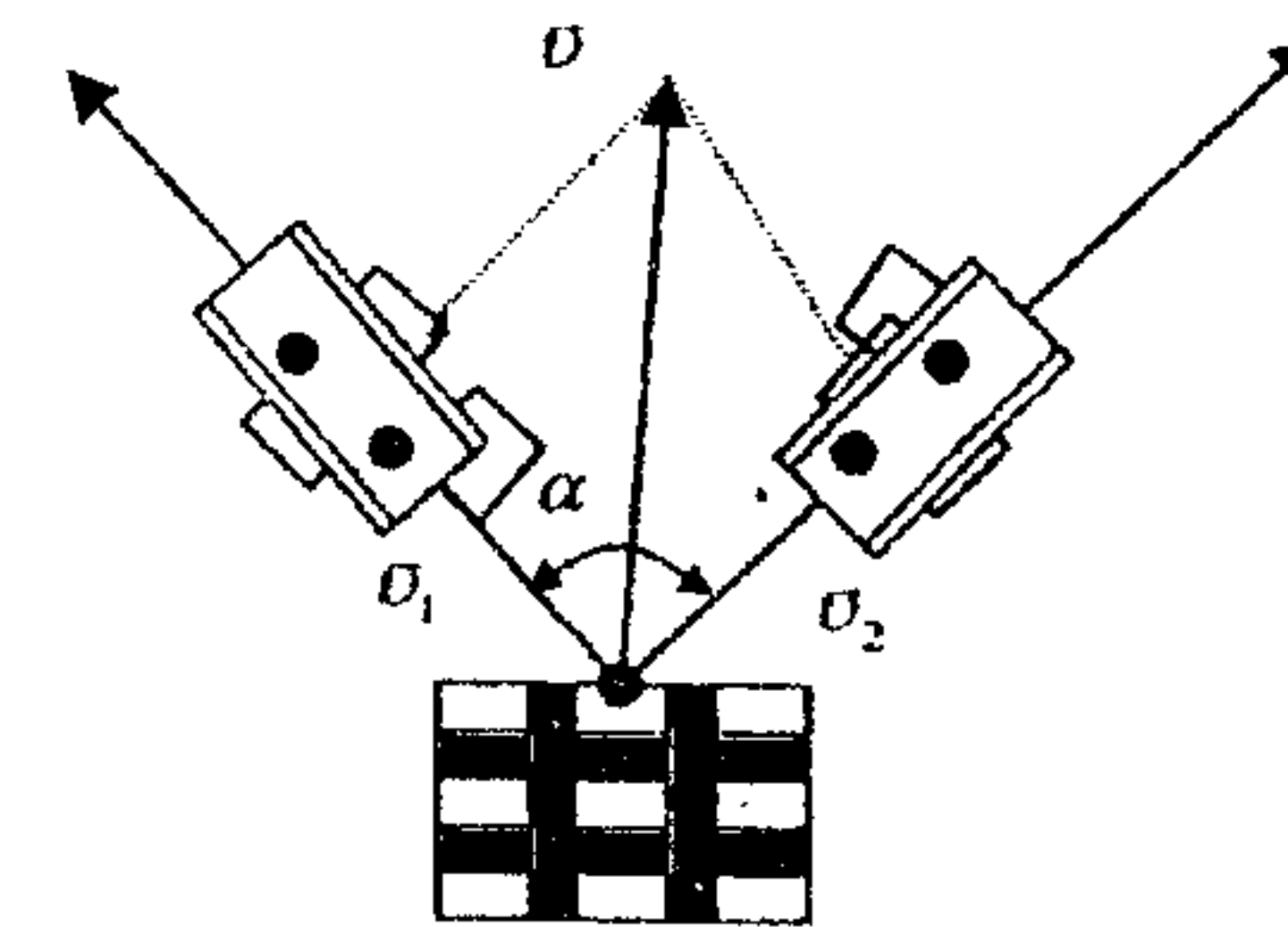
$$u = \sqrt{u_y^2 + u_x^2} = \sqrt{[v_0 (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)]^2 + [v_0 (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)]^2} = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) s = ut$$

$$\text{болғандықтан, } s = 2v_0 t \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$$

$$\text{Жауабы: } u = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right); s = 2v_0 t \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$$

(*) **1.4.19.** Ауыр жәшікті өзара α бұрыш жасай, v_1 және v_2 жылдамдықпен қозғалатын тракторлар тартып келеді. Арқандар σ_1 және σ_2 векторларына параллел болған кезде жәшік жылдамдығы неге тең? (13-сурет).

Берілгені: $\alpha; v_1; v_2$ Шешуі: v – жәшік жылдамдығының арқандардың қозғалу бағытындағы проекцияларын табайық. Сонда, суреттегі тік бұрышты үшбұрыштардан: $v_1 = v \cos(\alpha - \beta)$ және $v_2 = v \cos \beta$



13-сурет

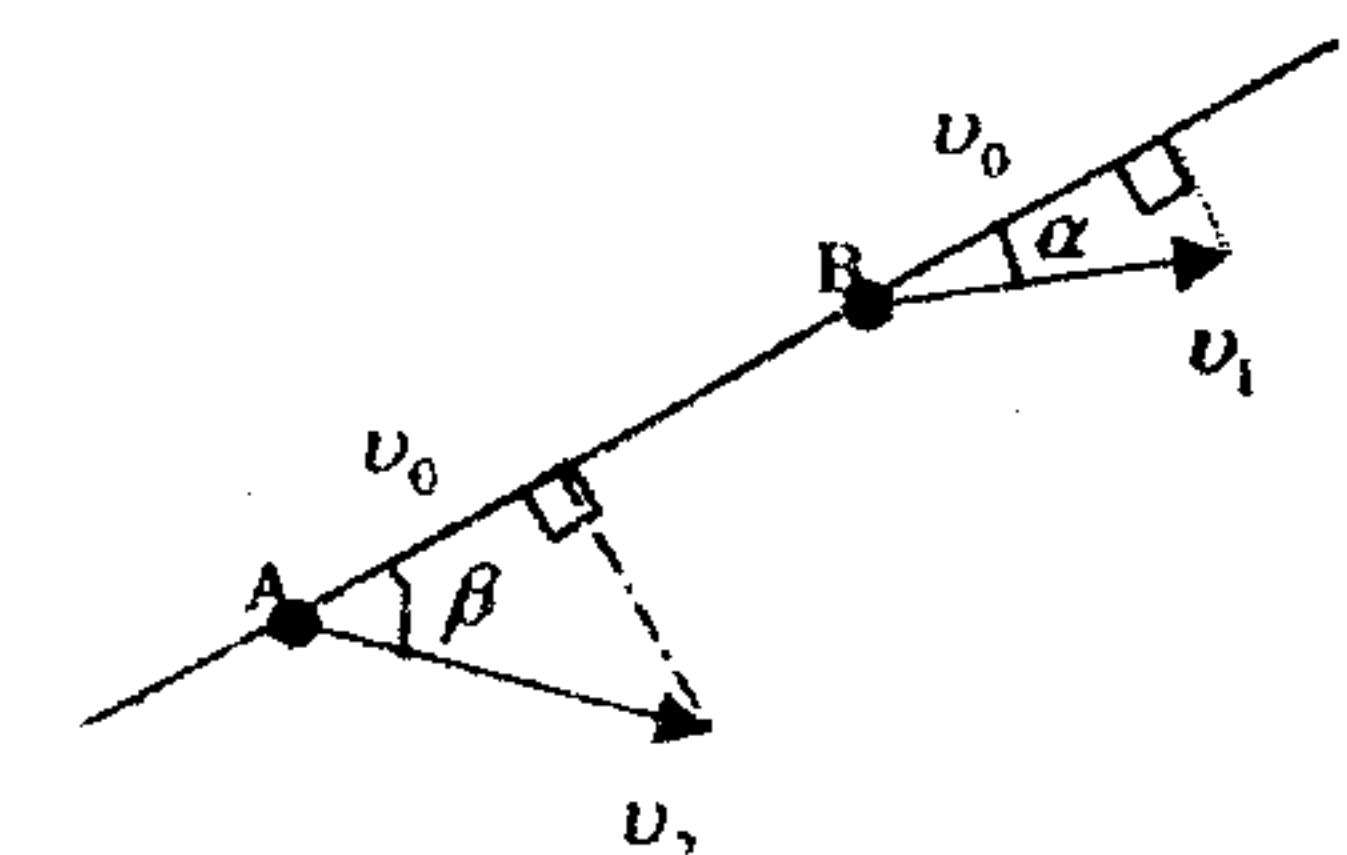
$$\text{Демек, } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} = \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \beta} \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_1}{v_2 \sin \alpha} - \cot \alpha \quad (1)$$

$$(1) \text{ және } v_2 = v \cos \beta \text{ өрнектерінен } v = \frac{v_2}{\cos \beta} = v_2 \sqrt{1 + \tan^2 \beta} \text{ немесе}$$

$$v = v_2 \sqrt{1 + \left(\frac{v_1}{v_2 \sin \alpha} - \cot \alpha \right)^2}$$

$$\text{Жауабы: } v = v_2 \sqrt{1 + \left(\frac{v_1}{v_2 \sin \alpha} - \cot \alpha \right)^2}$$

(*) **1.4.20.** Су шаңғысында спортшының жылдамдығы өзін тартатын катердің жылдамдығынан артық болуы мүмкін бе? Жауабы: Спортшымен катер созылмайтын арқанмен байланысқан дейік. Сонда, арқан бағытындағы спортшы және катер жылдамдықтарының проекциялары өзара тең болады (14-сурет). Кері жағдайда арқан ұштарының ығысуы

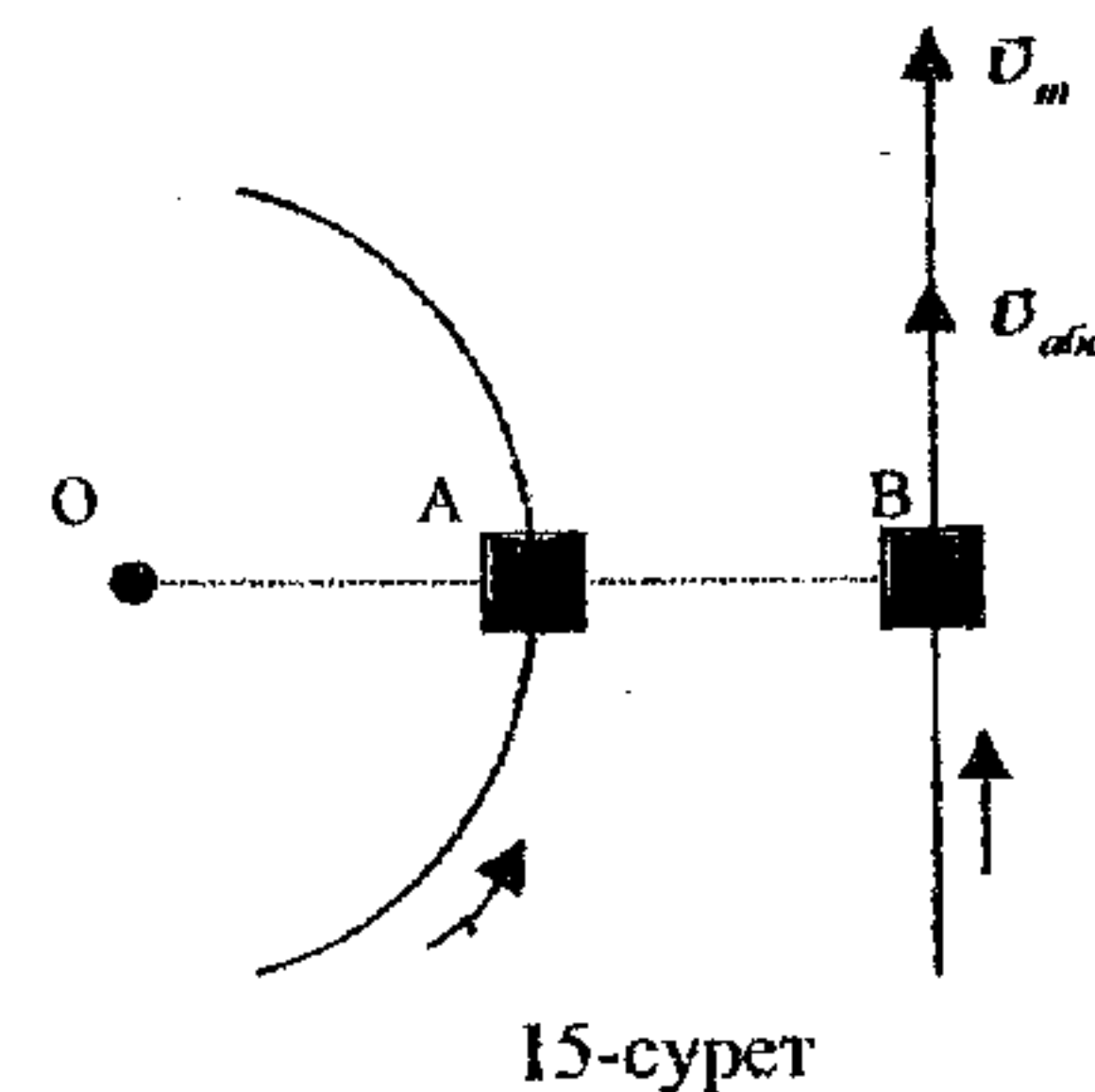


14-сурет

эртүрлі болады да, жіп үзіліп кетер еді. Бұл шарт мынандай шектеуді қамтамасыз етеді. $v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta = v_0$. Егер $\alpha < \beta$ болса, онда $v_2 > v_1$. Демек А нүктесіндегі спортшы жылдамдығының арқан бойымен жасайтын бұрышы (β), α -дан артық болса, онда оның жылдамдығы катерден артық болады.

(*) 1.4.21. А вагоны $OA = 0,5 \text{ км}$ радиусты қисық сызықпен, ал В вагоны түзу сызықпен қозғалады (15-сурет). Егер әрбір вагонның жылдамдығы $60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$, ал АВ қашықтығы $0,2 \text{ км}$ болса А вагонға салыстырғанда В вагонының жылдамдығын табындар.

Берілгені:	Шешуі:
$OA = 0,5 \text{ км}$	$0,5 \text{ км} = 5 \cdot 10^2 \text{ м};$
$v_a = v_b = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$	$0,2 \text{ км} = 2 \cdot 10^2 \text{ м}.$
$AB = 0,2 \text{ км}$	А вагоны қозғалмалы
$v_{\text{с.с.}} = ?$	



15-сурет

жүйеге жатады, сондықтан оның В вагонға салыстырғандағы тасымал жылдамдығы $v_m = \omega \cdot |OB|$.

Мұндағы, $\omega = \frac{v_1}{|OA|}$; $OB = (OA + AB)$, сонда $v_m = \frac{v_1}{OA} (OA + AB)$.

Ал, В вагонының абсолют жылдамдығының шамасы v_b -ға тең және бағыты онымен бағытталса, $v_{\text{абс}} = v_b$.

Сонда, ізделінді $v_{\text{с.с.}}$ жылдамдығын $v_{\text{абс}} = v_{\text{с.с.}} + v_m$ өрнегінен табамыз.

$$v_{\text{с.с.}} = v_1 - \frac{v_1}{OA} (OA + AB) = v_1 \left(1 - \frac{OA + AB}{OA} \right).$$

$$v_{\text{с.с.}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} \left(1 - \frac{0,7 \text{ км}}{0,5 \text{ км}} \right) = -24 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}.$$

Жауабы: $v_{\text{с.с.}} = -24 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$.

“Минус” таңбасы $v_{\text{с.с.}}$ бағыты v_m -ға қарама қарсы екендігін білдіреді.

(*) 1.4.22. Желсіз күні кішкене жаңбыр тамшысы бұлттан бөлініп үлкен жылдамдықпен биіктіктен түсіп келеді. Тамшы жылдамдығы $v = 7,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болғанды үдеуі $a = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ болды. Жер бетіне жақындағанда тұрақты жылдамдықпен қозғала бастады, сөйтіп автомобильдің маңдайлық шынысына түсіп, онда тік бағытпен $\alpha = 45^\circ$ бұрып жасайтын із

қалдырды. Егер автомобильдің рұхсат етілген жылдамдық шегі $u_0 = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ болса, МАН қызметкері жүргізушіні “жылдамдықты арттырды” деп айыппұл төлетсе ала ма? Ауаның кедергі күші тамшының ауамен салыстырғандағы жылдамдығына тура пропорционал.

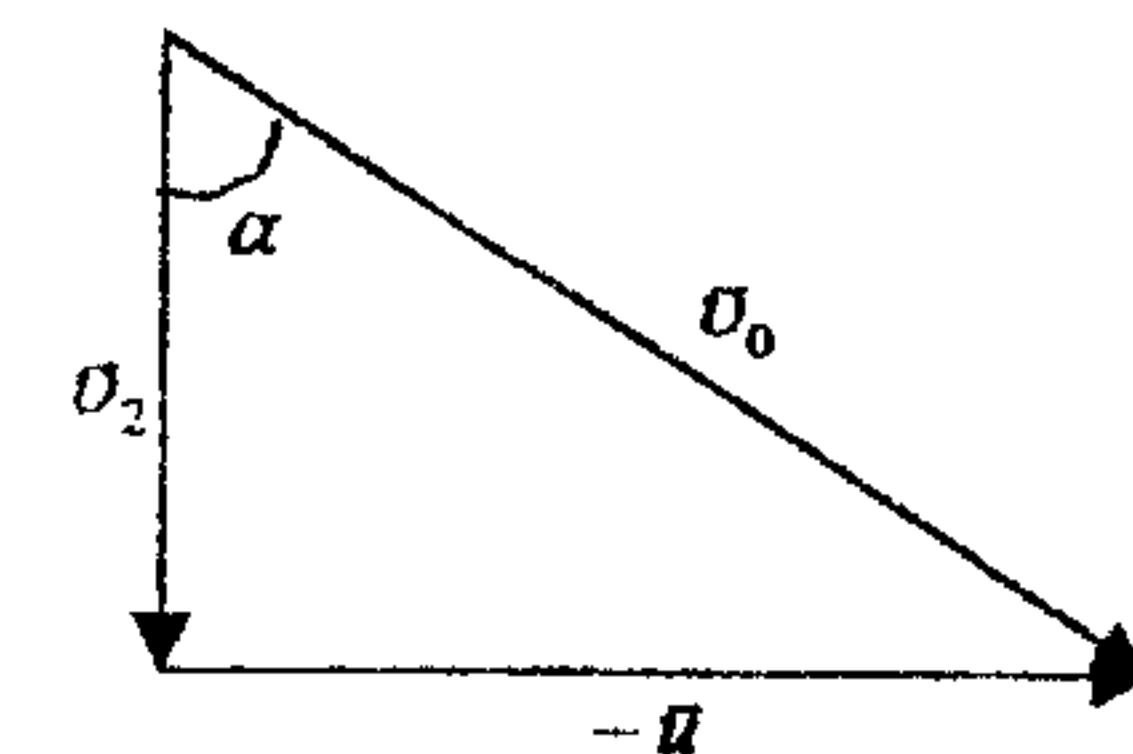
Берілгені:	Шешуі: $60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = \frac{50 \text{ м}}{3 \text{ с}}$
$v = 7,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; a = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$	Тамшы жер бетіне жақындағанда v_2 тұрақты
$\alpha = 45^\circ; u_0 = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$	жылдамдықпен түседі, демек оған әсер
$u = ?$	

ететін күштер бірін-бірі теңгереді, яғни $mg = F_x$ немесе $mg = kv_2$ (1). Мұндағы k -пропорционалдық коэффициенті. Ал, үдей қозғалған тамшы үшін қозғалыс теңдеуі $ma = mg - kv_1 \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{v_1}{g - a}$ (2).

(1) және (2)-ден $v_2 = v_1 \frac{g}{g - a}$ (3).

u жылдамдықпен қозғалатын санақ жүйесіне салыстырғанда, тамшы жылдамдығы $v_0 = v_2 - u$ табылады, осыдан есеп шарты бойынша жылдамдық үшбұрышын салайық (16-сурет).

Суреттен $\tan \alpha = \frac{u}{v_2}$ (4)



16-сурет

(3) әнс (4)-ден $u = v_1 \frac{g}{g - a} \tan \alpha$. $u = 7,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \cdot \tan 45^\circ \approx 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Демек, $u < u_0$ онда айдаушы ережені бұзбаған.

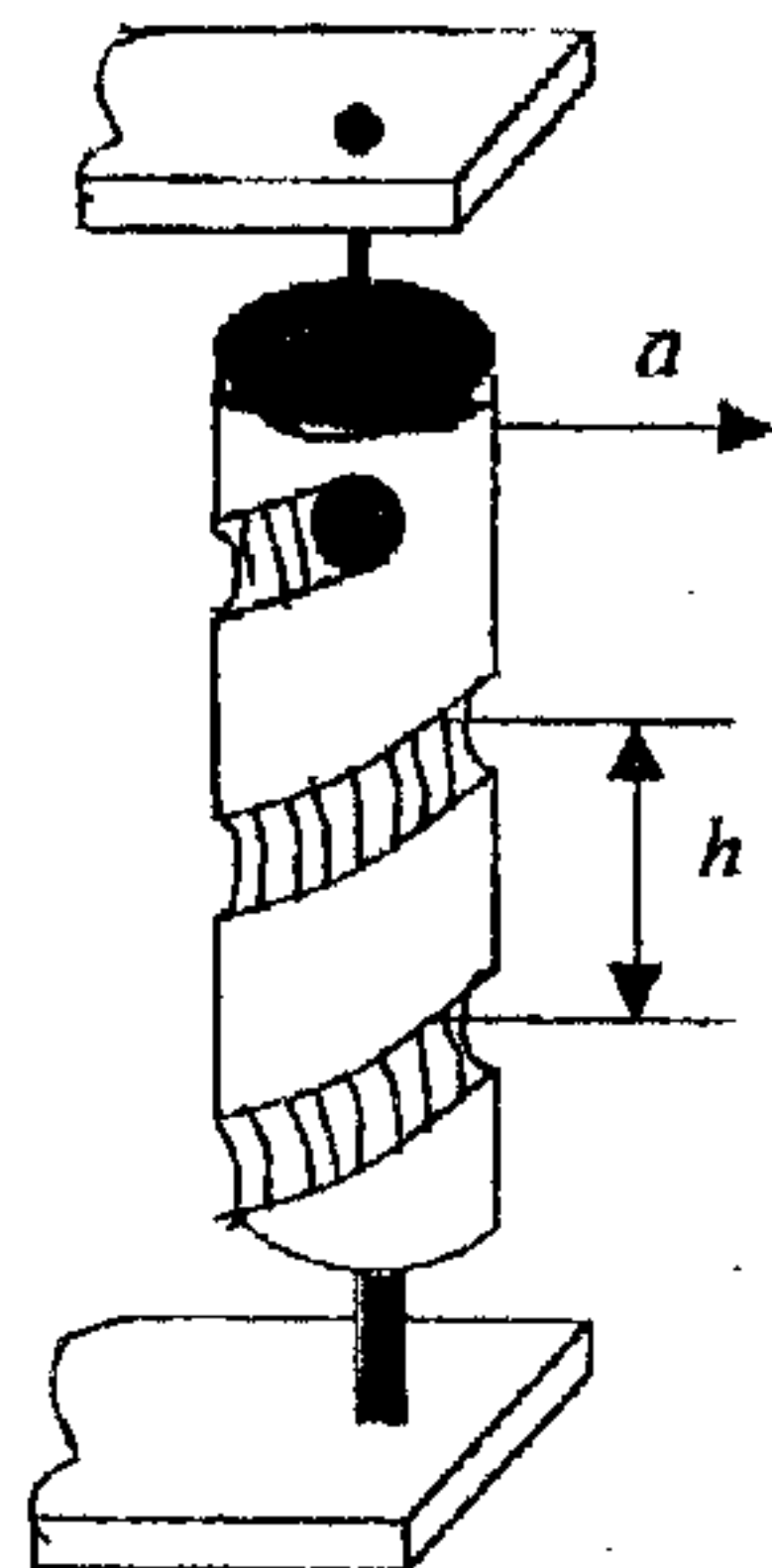
Жауабы: Айдаушы айыппұл төлемсіді.

1.4.23. Бұрандалы науашаға ауыр шарик қойылған (17-сурет). Шарик еркін түсу үшін, бұрандалы науашаға оралған жіпті қандай a үдеумен тарту керек? Цилиндр диаметрі D , ал бұрандалы науашаның адымы h .

Берілгені:	Шешуі: Цилиндр t уақыт ішінде N айналым жасасын. Егер осы кезде бұрандалы науашаның N адымының ұзындығы осы уақыт ішінде шардың
$D; h$	еркін түсу жолына тең болса, яғни $Nh = \frac{gt^2}{2}$ (1),
$a = ?$	

онда шарикті науаша кідіртпейді. Осы кезде жіпті a үдеумен тартқанда, ол $\ell = \frac{gt^2}{2}$ (2) жол жүреді. Бұл жол, екінші жағынан осы уақыт ішінде цилиндрге оралған жіптің ұзындығына тең, яғни $\ell = \pi DN$ (3). (1), (2) және (3)-ден a -ны табамыз, сонда $a = \frac{\pi g D}{h}$.

Жауабы: $a = \frac{\pi g D}{h}$.



17-сурет

(*) 1.4.24. Көкжиек бағытында v_0 жылдамдықпен бара жатқан ұшақ тік көтеріліп, шеңбер жасай ұшады. Бұл кезде оның жылдамдығы бастапқы деңгейден h биіктік бойына $v^2 = v_0^2 - 2a_0 h$ заңымен өзгереді де, траекторияның ең жоғарғы нүктесінде $v_1 = \frac{v_0}{2}$ болады. Ұшақ жылдамдығы тік жоғары бағытталған кезіндегі оның a үдеуін табындар.

Берілгені:
 $v_0; v^2 = v_0^2 - 2a_0 h$
 $a = ?$

Шешуі: Ұшақтың қозғалысын, оның дөңгелек траекторияға өту кезінен қарастырайық (18-сурет).

Есеп шарты бойынша ұшақтың B нүктесіндегі жылдамдығы

$v_1 = \frac{v_0}{2}$, сондықтан ұшақтың қозғалатын шеңберінің радиусы r - ді мына қатынастан табамыз.

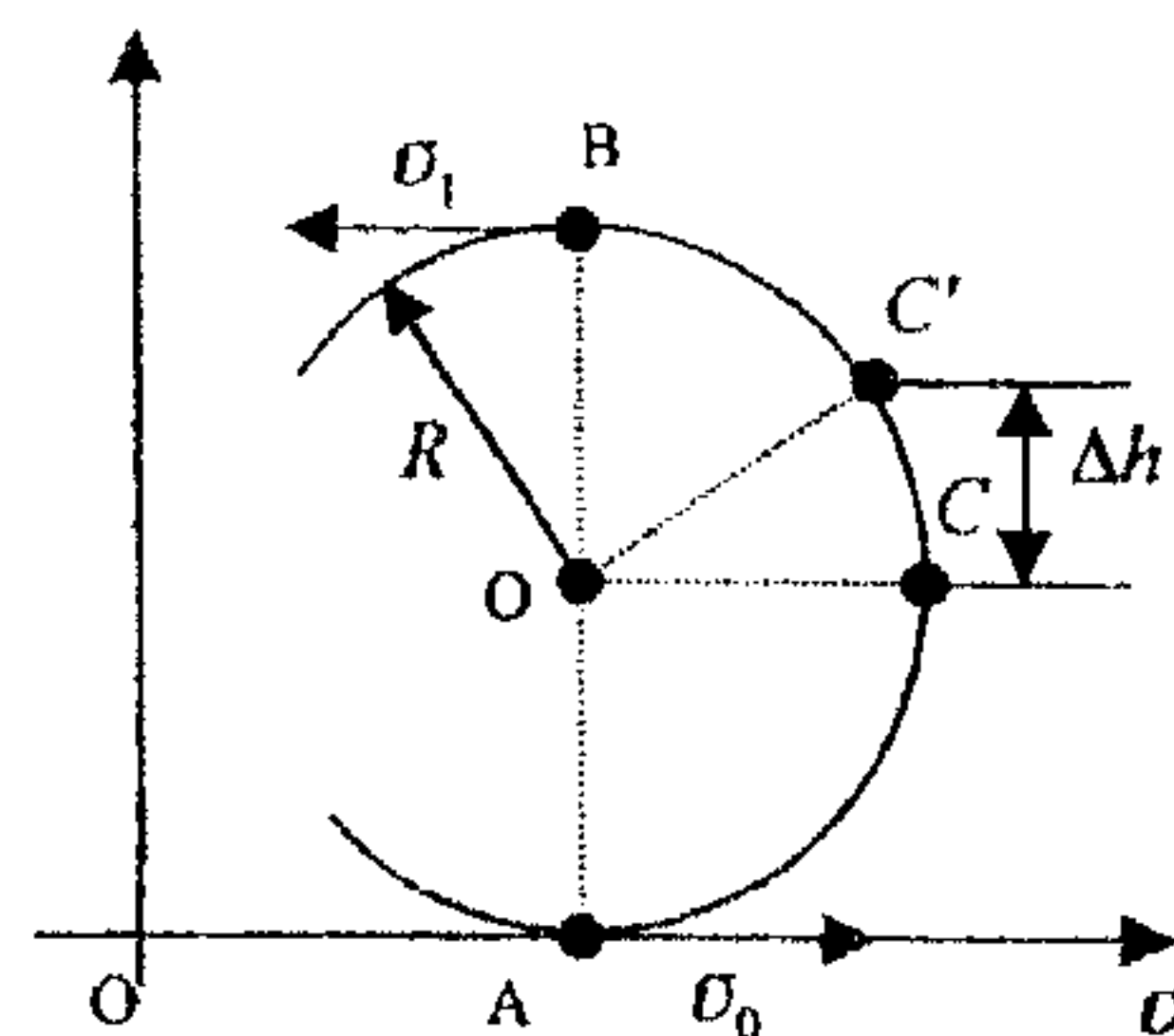
$$v_1^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_0^2 - 2a_0 \cdot 2r \text{ мұндағы } 2r = h.$$

Сонда $r = \frac{3v_0^2}{16a_0}$. Ал, ұшақ жылдамдығы

жоғары бағытталған C нүктедегі жалпы үдеу екі: a_n және a_m үдеулердің қосындысына тең.

Мұнда $a_n = \frac{v_c^2}{r}$ ($v_c^2 = v_0^2 + 2a_0 r$), ал a_m - ді анықтау керек.

Ол үшін ұшақтың C нүктесінен C' нүктесіне аз ғана орын ауыстыруын қарастырайық. Сонда $v_c'^2 = v_0^2 - 2a_0(r + \Delta h)$, осыдан $v_c'^2 - v_c^2 = -2a_0 \Delta h$,



18-сурет

Мұндағы Δh - дегеніміз, ұшақтың C нүктесінен C' нүктесіне аз ғана орын ауыстырғандағы, биіктігінің өзгерісі. Бұл өрнектің екі жағында Δt -ға бөлейік (орын ауыстыру болып өткен аз ғана уақыт), сонда $\frac{v_c'^2 - v_c^2}{\Delta t} = -2a_0 \frac{\Delta h}{\Delta t}$. $C' \rightarrow C$ және $\Delta t \rightarrow 0$ болғанда $2v_c \cdot a_m = -2a_0 v_c$, өйткені

$$v_c'^2 - v_c^2 = (v_c' - v_c)(v_c' + v_c) \text{ сонда } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{v_c' - v_c}{\Delta t} \right) \rightarrow a_m; \quad v_c' + v_c = 2v_c \text{ және}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} \rightarrow v_c. \text{ Бұдан } a_m = -a_0, \text{ демек}$$

$$a = \sqrt{a_m^2 + a_n^2} = \sqrt{a_0^2 + \frac{v_c^4}{r^2}} = \sqrt{a_0^2 + \frac{(v_0^2 - 2a_0 r)^2}{r^2}} = \sqrt{a_0^2 + \left(\frac{v_0^2}{r} - 2a_0 \right)^2}$$

$$r = \frac{3v_0^2}{16a_0} \text{ екендігін ескерсек } a = a_0 \frac{\sqrt{109}}{3}.$$

Жауабы: $a = a_0 \frac{\sqrt{109}}{3}$.

(*) 1.4.25. Қабырғасы a болатын шаршының төрт бұрышында төрт тасбақа тұр. Олар бір мезгілде бірдей v жылдамдықпен қозғала бастайды және де бірінші тасбақа үнемі екінші тасбақа бағытында, екінші-үшінші, үшінші-төртінші, ал төртінші бірінші бағытында қозғалады. Тасбақалар кездесе ме, егер кездесе қанша уақыттан кейін?

Берілгені:
 a, v

Шешуі: Симметрия тұрғысынан былай пайымдауға болады, яғни кез-келген мезетте тасбақалар қабырғасы бірте-бірте кішірейетін шаршының

$t = ?$

бұрышында болады (19-сурет).

Әрбір тасбақаның жылдамдығын екі құраушыға: радиалдық (шаршы центріне бағытталған) және оған перпендикуляр жылдамдыққа жіктейік. Сонда центрге бағытталған жылдамдық $v_r = \frac{v}{\sqrt{2}}$ (1).

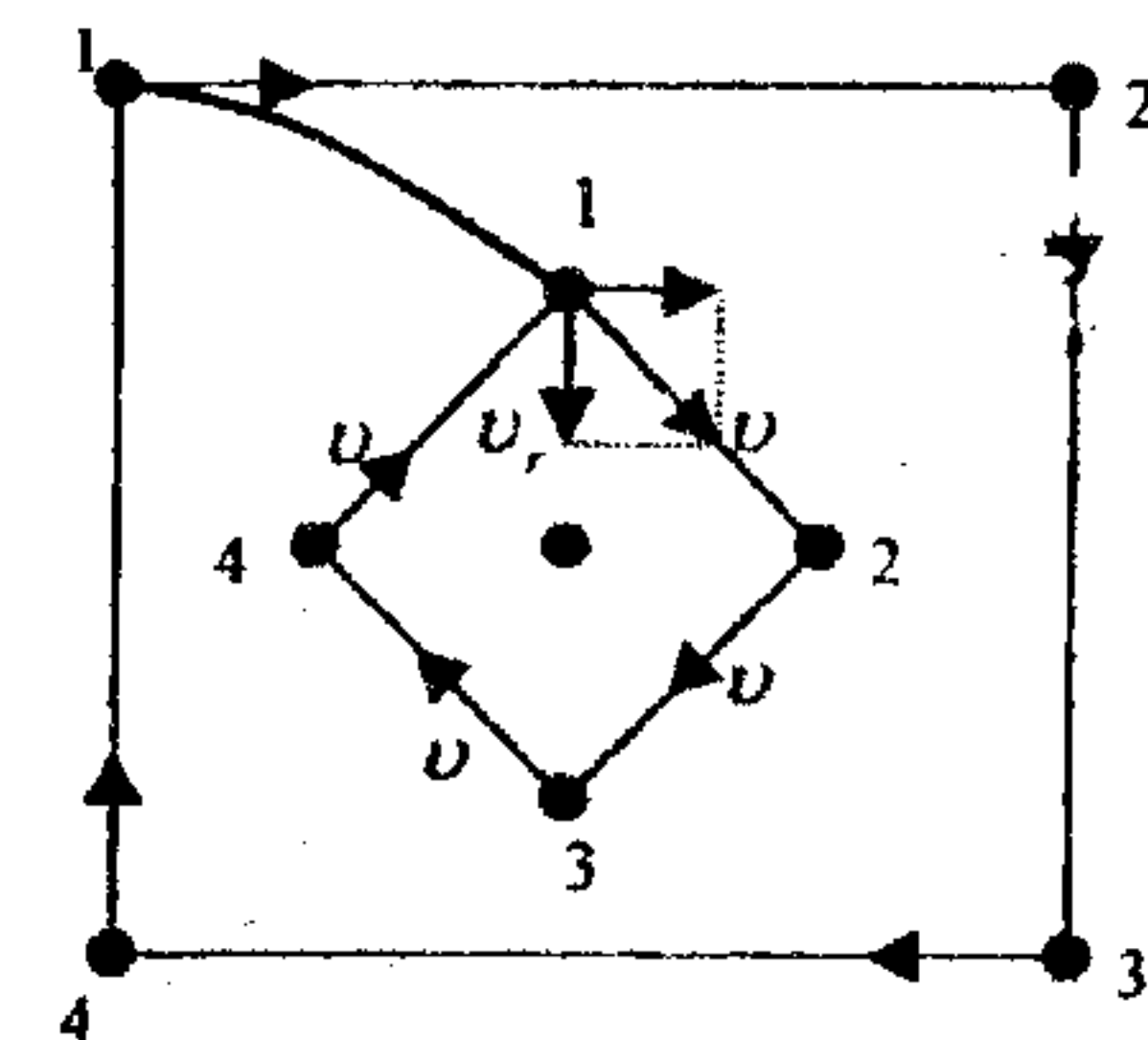
Ал, әрбір тасбақа шаршы центріне

$$\text{Дейін } \ell = \frac{a}{2} \text{ (2).}$$

арақашықтықты жүріп өтуі керек.

Демек, барлық тасбақалар

шаршы центріне кездеседі және кездесу уақыты $t = \frac{\ell}{v_r}$ (3).



19-сурет

(1) және (2) мәндерін (3)-ке қойсақ $t = \frac{a}{\frac{v}{\sqrt{2}}} = \frac{a}{v} \cdot \sqrt{2}$. Демек $t = \frac{a}{v}$.

Жауабы: $t = \frac{a}{v}$.

Қосымша есептер

1.4.26. Ұшақтың ауа қалақшасының ұшындағы нүктенің траекториясын анықтаңдар:

- а) ұшақ ішіндегі бақылаушыға салыстырғанда;
ә) жер бетіндегі қозғалмайтын бақылаушыға салыстырғанда.

1.4.27. Жерге салыстырғанда $15 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен жүзіп бара жатқан қайықтан оқ атылды. Оқ мылтық ұңғысынан бастапқы $112 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен шығатын болса, бытыраның жерге салыстырғандағы жылдамдығын мына жағдайларда анықтаңдар: ату қайықтың қозғалыс бағытында, қозғалысына қарсы және оған перпендикуляр болатын болса. Үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $v_1 = 127 \frac{M}{c}$; $v_2 = 97 \frac{M}{c}$; $v_3 = 113 \frac{M}{c}$.

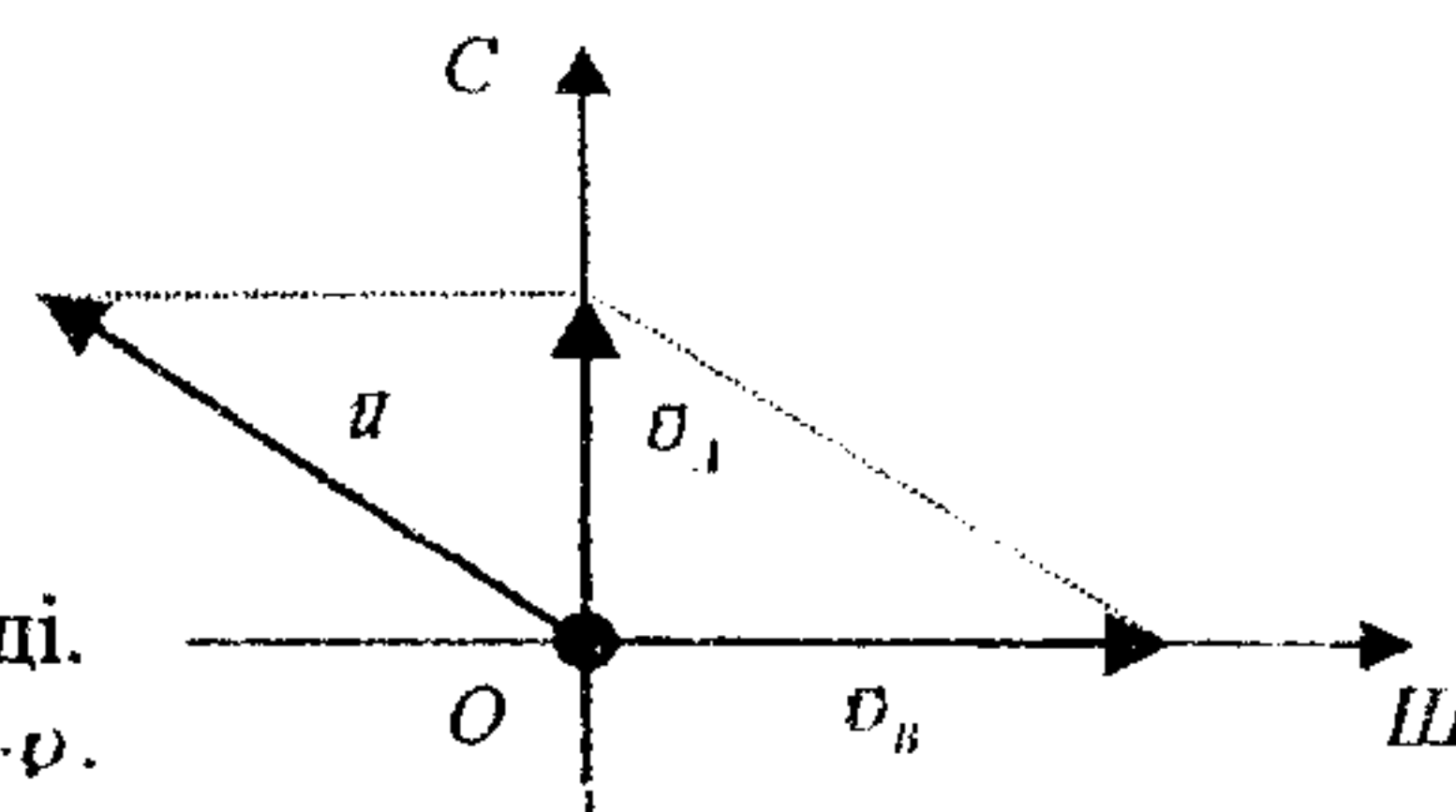
1.4.28. Жүріп келе жатқан автомашинаның қандай нүктелері: жолға, машина қорабына, доңғалағына салыстырғанда қозғалады, ал қандай нүктелері тыныштықта болады?

1.4.29. А және В автомашиналары өзара перпендикуляр жолдармен біреуі $60 \frac{KM}{cag}$ жылдамдықпен солтүстікке, ал екіншісі $80 \frac{KM}{cag}$ жылдамдықпен шығысқа қозғалады. А автомашинасының В-ға салыстырғандағы жылдамдығы қандай?

Жауабы: $u = \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = 100 \left(\frac{KM}{cag} \right)$.

20-суретте жылдамдық графиктері көрсетілген, мұнда u бағыты шамамен солтүстік – батысқа бағытталған.

1.4.30. Ұшақ А қаласынан В қаласына және одан қайта А қаласына ұшып келеді. Ұшақтың тыныш ауадағы жылдамдығы v . Ұшақтың мына жағдайлардағы орташа жылдамдықтарының қатынасын табыңдар:



20-сурет

жылдамдығы u жел алғашында АВ сызығы бойымен, ал кейін АВ сызығына перпендикуляр бағытта еседі.

Жауабы: $\frac{v_{орт}(=)}{v_{орт}(1)} = \frac{\sqrt{v^2 - u^2}}{v}$.

1.4.31. Жаңбыр тамшысы қозғалмай тұрған трамвай әйнегінде тік бағытпен $\alpha = 30^\circ$ бұрып жасап түседі. Егер трамвай $v_1 = 18 \frac{KM}{cag}$ жылдамдықпен қозғалатын болса, онда жаңбыр тік бағытпен түседі. Тамшының желсіз күндегі v_0 жылдамдығын және v_2 желдің жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v_0 = 8,7 \frac{M}{c}$; $v_2 = 5 \frac{M}{c}$.

1.4.32. Қатер қарсы жағаға перпендикуляр бағытта өзен ағысына салыстырғанда $v = 9 \frac{KM}{cag}$ жылдамдықпен қозғалады. Жағаға $\alpha = 45$ градус жасап $v_1 = 3,5 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен жел соғады, ал өзен жылдамдығы $v_2 = 2,5 \frac{M}{c}$. Катер үстіндегі жалау жағаға салыстырғанда қандай бұрып жасай орналасады?

Жауабы: $\beta_1 = 45^\circ$; $\beta_2 = 0$.

1.4.33. Ғаламшар экваторынан оның айналу бағытында серік ұшырылды. Серік жылдамдығы $v_1 = 6 \frac{KM}{c}$, ал экватор нүктесінің жылдамдығы $v_2 = 1 \frac{KM}{c}$. Ғаламшар радиусы $R_1 = 1000 \text{ км}$, серік орбитасының радиусы $R_2 = 2000 \text{ км}$ болса, ұшырылған серіктің ғаламшарға салыстырғандағы жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v_c = 4 \frac{KM}{c}$.

1.4.34. Ұшақтың $R = 1,5 \text{ м}$ қалақшасы $n = 2 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{мин}}$ жиілікпен айналады.

Егер ұшақтың жерге салыстырғандағы қондыру жылдамдығы $v = 161 \frac{KM}{cag}$ болса, қалақша ұшындағы нүктенің жылдамдығын және ол нүктенің қозғалыс траекториясының иішінін анықтаңдар.

Жауабы: $u = \sqrt{A \omega^2 R^2 + v^2} = 31 \frac{M}{c}$.

Нүктенің қозғалыс траекториясы, адымы $h = \frac{v}{n} = 1,34(m)$

болатын винттік сызық болады.

1.4.35. Бір нүктеден, бір мезгілде бірдей $v_0 = 25 \frac{m}{c}$ жылдамдықпен екі дене лақтырылған: бірінші тік жоғары, екіншісі тік төмен. 1 секунд өткеннен кейін олардың арақашықтығы қандай болады? $t = 2c$; $t = 10c$ болғанда екі дененің арақашықтығын есептеңдер.

Жауабы: $H = 2v_0 t$, сонда $H_1 = 100m$ және $H_2 = 500m$.

(*) 1.4.36. Дене $H = 4m$ биіктіктен еркін түсіп келеді. $h = 2m$ төмендегенде көкжиек пен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайтын ауданшаға серпінді соғылып ыршыды. Дененің жер бетіне түсу уақытын және ұшу алыстығын табындар.

$$\text{Жауабы: } t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \frac{\sqrt{2g(H-h)\sin\alpha} + \sqrt{2gh + 2g(H-h)\sin^2\alpha}}{g};$$

$$s = \sqrt{2g(H-h)\cos\alpha} \cdot \frac{\sqrt{2g(H-h)\sin\alpha} + \sqrt{2gh + 2g(H-h)\sin^2\alpha}}{g}$$

1.4.37. Көкжиек бағытында тұрақты жылдамдықпен ұшып бара жатқан ұшақтан жүк тасталды. Жүк жер бетіне түскенде ұшақ қай жерде болады? Ауа кедергісін: а) ескерген, ә) ескермеген жағдайларға түсінік беріндер.

2. Динамика

2.1. Табиғат күштері

Қозғалыстың пайда болу себептерін және оны есептеу тәсілдерін қарастыратын механиканың бөлімі динамика деп аталады.

Динамикадағы негізгі ұғымдардың бірі-күш.

Күш деп бір дененің екінші денеге әсерін сипаттайтын векторлық физикалық шаманы айтады. Күш-үдеудің пайда болуының себептері. Күштің басқа векторлық шамалардан ерекшелігі: оны тек әсер ету сызығы бойымен ғана орын ауыстыруға болады. Әрбір күштің әсері басқа күштердің бар немесе жоғына тәуелсіз, бұл күштердің тәуелсіздік принципі.

Табиғатта кәзірге дейін әсердің төрт түрі анықталып отыр: гравитациялық, электромагниттік, ядролық және әлсіз әсерлер. Механикада табиғаты жөнінен гравитациялық немесе электромагниттік болып табылатын мына күштер оқып-үйреніледі.

Олар: бүкіләлемдік тартылыс күші, ауырлық күш, салмақ күш, серпінділік күші, үйкеліс күші.

Бүкіләлемдік тартылыс күші. Барлық денелер біріне-бірі өздерінің массаларының көбейтіндісіне тура және арақашықтығын квадратына кері пропорционал күшпен тартылады.

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (1)$$

Мұндағы: r -дене центрлерінің арақашықтығы, m_1 және m_2 дене массалары, γ -гравитациялық тұрақты.

Жер бетінен h биіктіктегі дене үшін тартылыс күші былай өрнектеледі.

$$F = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2} \quad (2)$$

Бұл ауырлық күш деп аталады және ол былай өрнектеледі.

$$F_a = mg, \text{ мұндағы } g = \frac{\gamma M}{(R+h)^2} \quad (3)$$

g -дененің еркін түсу үдеуі, жер бетіне жақын маңда

$$(3a) \quad g = \gamma \frac{M}{R^2} \quad (\text{өйткені } h \ll R), \quad R - \text{Жер радиусы.}$$

Ауырлық күшінің түсу нүктесін дененің ауырлық центрі деп атайды. Ауырлық күшінің дәл мәні (4) $F_a = F - F_{ц.т.}$ өрнегімен анықталады.

Мұндағы, $F_{ц.т.} = \omega^2 R$. $F_{ц.т.}$ - Жердің өз өсінен айналуы салдарынан пайда болатын центрге тартқыш күш; ω -жер бетіндегі нүктелердің бұрыштық жылдамдығы, оның сан мәні $\left(\omega = 0,08 \frac{rad}{c}\right)$ аз болғандықтан $F_{ц.т.} \ll F$ сондықтан (3) формуласы жиі қолданылады.

Ескере кететін жағдай, F_a - күшінің шамасы аз мөлшерде географиялық ендікке (φ) тәуелді болады (4)бойынша), осыған орай кейбір есептеулерде мұны ескеру керек болады.

Дененің жерге тартылу салдарынан оның тіреуінше немесе аспаға ететін әсер күшін салмақ деп атайды. Егер тіреуінше немесе аспағыншықта (бірқалыпты түзу сызықта қозғалса) болса, онда дене салмағы

$$P = mg. \quad (6)$$

Егер тіреуінше немесе аспа a үдеумен қозғалатын болса, онда дене салмағы

$$P = m(g \pm a). \quad (6)$$

Дененің тіреуінше немесе аспаға әсері болмайтын күйін салмақсыздық деп атайды.

$$P = 0. \quad (7)$$

Дененің деформациялануы кезінде пайда болатын және дене бөлшектерінің ығысу бағытына қарама-қарсы жаққа бағытталған күш серпінділік күші деп аталады.

$$F = -k\Delta l \quad (8)$$

Мұндағы, k – серпінділік коэффициенті (қатаңдық). (8) Гук заңы болып табылады.

Гук заңын басқаша жазып көрсетуге де болады.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (9)$$

мұндағы $\sigma = \frac{F}{S}$ (кернеу), $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$ (салыстырмалы деформация), E –

серпінділік модулі.

Бір дене екінші дененің бетімен қозғалған кезде үйкеліс күші пайда болады.

$$(10) F_{\text{үйк}} = \mu N,$$

мұндағы N – қысым күші, μ – үйкеліс коэффициенті.

Күш векторлық шама, сондықтан ол модульмен қатар бағытымен де анықталады.

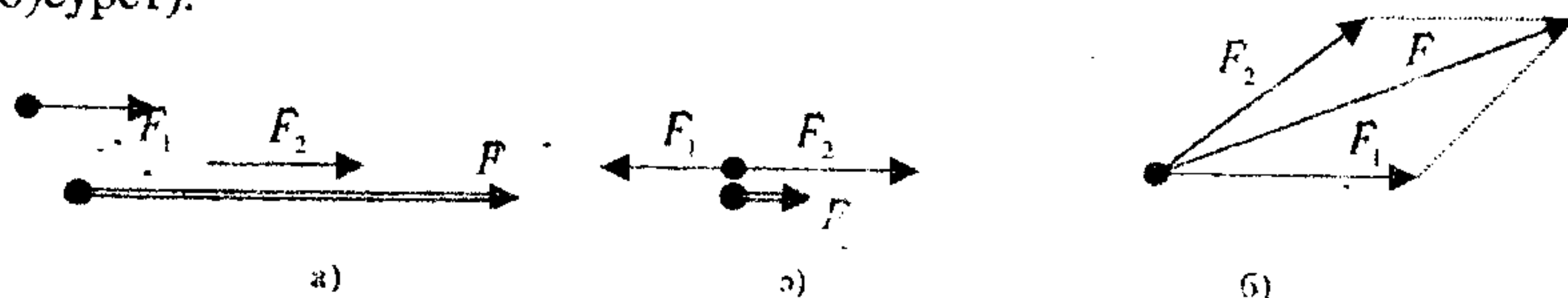
Денеге бір мезгілде бірнеше күш әсер етуі мүмкін, мұндай жағдайда күштерді қосып теңсерлі күш табылады. Теңсерлі күшті табудың кейбір жағдайларына түсінік берейік.

а) Дененің бір нүктесіне бір жаққа бағытталған екі күш түсірілсе, онда теңсерлі күш осы екі күштің модульдерінің қосындысына, ал бағыты сол күштермен бағыттас болады.

$$(1(a) \text{ сурет}) F = F_1 + F_2.$$

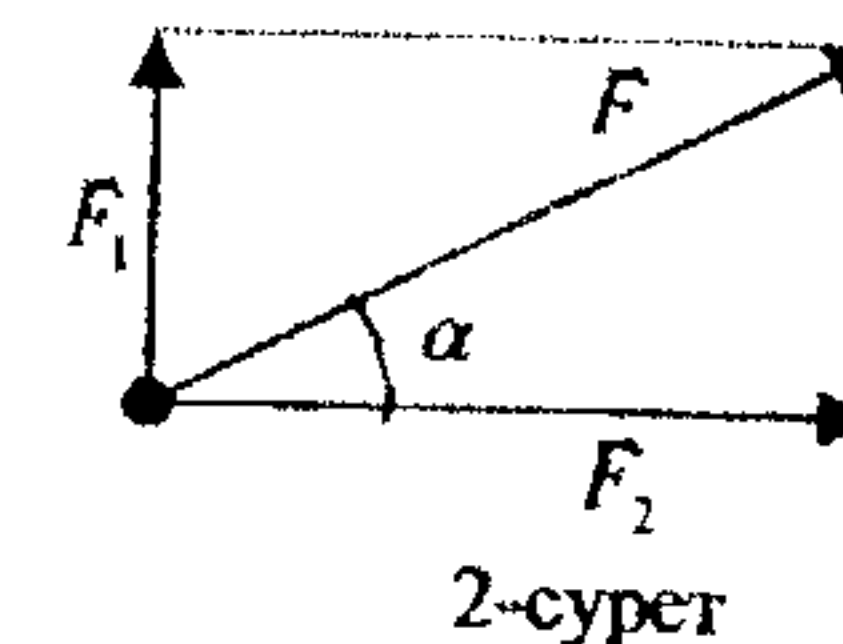
ә) Дененің бір нүктесіне бағыттары қарама-қарсы екі күш түсірілсе, онда теңсерлі күш, сол күштердің модульдерінің айырымына, ал бағыты модуль үлкен күштің бағытымен бағыттас болады (1(ә) сурет). $F = F_2 - F_1$

б) Дененің бір нүктесіне екі үш өзара бұрыш жасай әсер етсе, онда теңсерлі күш параллелограмм немесе үшбұрыш ережесімен анықталады (1-(б) сурет).



в) Кей жағдайда күшті әсері берілген күштің әсеріндей болатын екі немесе бірнеше күштерге бөлу қажеттілігі туады. Мұны күшті жіктеу деп атайды. 2-суретте F – күштің тік және көкжиек бағытындағы екі (F_1 және F_2) күштерге жіктеу жолы көрсетілген.

Сонда: $F_1 = F \sin \alpha$; $F_2 = F \cos \alpha$; $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

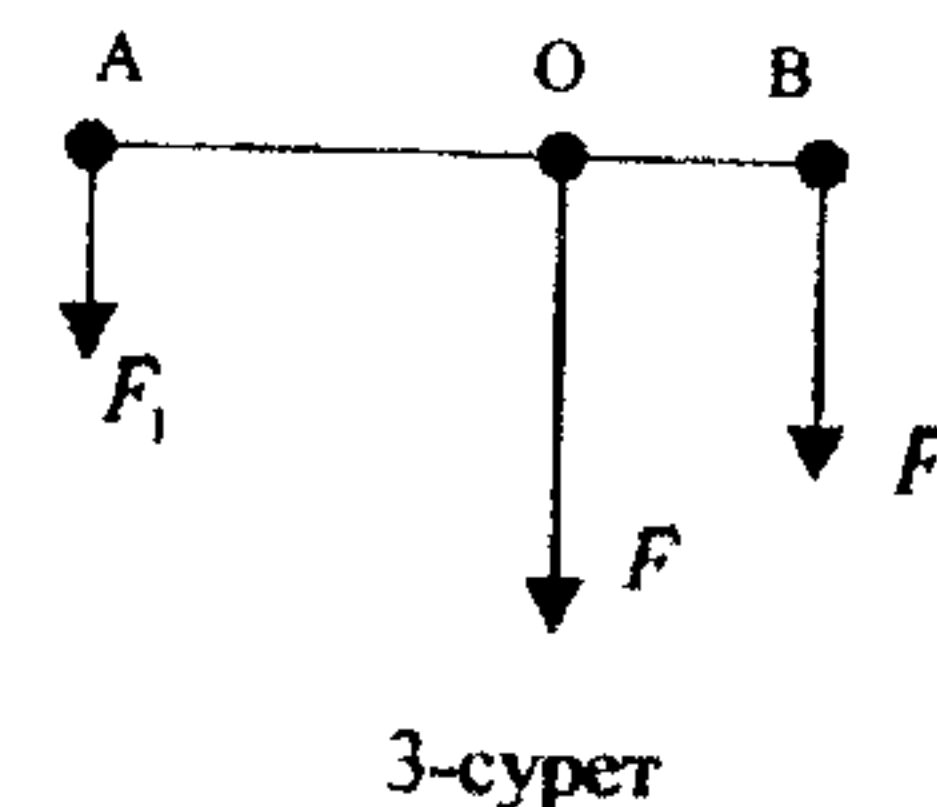


г) Дененің әр түрлі нүктесіне түсірілген өзара параллел болатын бағыттас екі күштің теңсерлі күші осы күштердің модульдерінің қосындысына, ал бағыты бұл күштермен бағыттас болады (3-сурет).

Әсер етуші күштердің бағыты қарама-қарсы болғанда теңсерлі күш осы күштердің модульдері айырымына, ал бағыты үлкен күштің бағытымен бағыттас болады. Теңсерлі күштің түсу нүктесі

$$\frac{F_1}{OB} = \frac{F_2}{OA} = \frac{F}{AB}$$

тепе - теңдігімен анықталады (3-сурет).



2.1.1. Әрқайсысының массасы $50000m$ екі кеме су бетінде бірінен бірі 1 км қашықтықта тұр. Олардың арасындағы тартылыс күші қандай?

Берілгені:

$$m_1 = m_2 = m_0 = 50000m$$

$$r = 1\text{ км}$$

$$F_{12} = ?$$

Шешуі:

$$50000m = 5 \cdot 10^7 \text{ кг}, \quad 1\text{ км} = 10^3 \text{ м}$$

$$F_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = \gamma \frac{m_0^2}{r^2}$$

$$F_{12} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \frac{(5 \cdot 10^7 \text{ кг})^2}{(10^3 \text{ м})^2} \approx 0,17 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_{12} \approx 0,17 \text{ Н}.$$

2.1.2 Ай мен Жер арасындағы тартылыс күшін есептеңдер. Ай мен Жердің арақашықтығы $R \approx 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$.

Берілгені:

$$R = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$$

$$F = ?$$

Шешуі: Кестеден $m_{\text{ж}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, $m_{\text{а}} = 7 \cdot 10^{22} \text{ кг}$, онда

$$F = \gamma \frac{m_{\text{ж}} \cdot m_{\text{а}}}{R^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \frac{7 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(3,84 \cdot 10^8 \text{ м})^2} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ Н}.$$

2.1.3 Ғарышкер Айға қонды. Оны Ай да, Жер де тартатыны белгілі. Ғарышкердің Айға тартылу күші Жерге тартылу күшінен, неше есе артық? Айдың радиусы $r \approx 1,73 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Берілгені:	Шешуі:
$r = 1,73 \cdot 10^6 \text{ м}$	m массалы ғарышкердің Айға тартылу күші $F_a = \gamma \frac{m_a \cdot m}{r^2}$, ал Жерге тартылу күші $F_{\text{ж}} = \gamma \frac{m_{\text{ж}} \cdot m}{R^2}$
$\frac{F_a}{F_{\text{ж}}} = ?$	мұндағы R - Жерден Айға дейінгі қашықтық.

Бұдан $\frac{F_a}{F_{\text{ж}}} = \frac{m_a \cdot R^2}{m_{\text{ж}} \cdot r^2}$. Кестеден, $m_a \approx 7 \cdot 10^{22} \text{ кг}$,

$m_{\text{ж}} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, онда $\frac{F_a}{F_{\text{ж}}} = \frac{7 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot (3,84 \cdot 10^8 \text{ м})^2}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot (1,73 \cdot 10^6 \text{ м})^2} \approx 560$.

Жауабы: $F_a = 560 \cdot F_{\text{ж}}$.

2.1.4 Егер дене салмағы 98 Н болса, онда бұл дененің массасы қандай болғаны?

Берілгені:	Шешуі:
$P = 98 \text{ Н}$	$P = mg \Rightarrow m = \frac{P}{g}, m = \frac{98 \text{ Н}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 10 \text{ кг}$.

$m = ?$

Жауабы: $m = 10 \text{ кг}$.

2.1.5. Марс диаметрі Жер диаметрінің $0,53$ бөлігі, ал массасы Жер массасының $0,11$ бөлігіндей. Марстағы ауырлық күшінің үдеуін табындар.

Берілгені:	Шешуі:
$D_M = 0,53 D_{\text{ж}}$ $M_M = 0,11 M_{\text{ж}}$	Марс бетіндегі дененің ауырлық күшінің үдеуі $g_M = \gamma \frac{M_M}{R_M^2}$,
$g_M = ?$	ал Жер бетіндегі ауырлық күшінің үдеуі $g_{\text{ж}} = \gamma \frac{M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}^2}$.

Осы екеуінен $\frac{g_M}{g_{\text{ж}}} = \frac{M_M \cdot R_{\text{ж}}^2}{R_M^2 \cdot M_{\text{ж}}} = \frac{M_M}{M_{\text{ж}}} \cdot \left(\frac{R_{\text{ж}}}{R_M}\right)^2 \Rightarrow g_M = g_{\text{ж}} \cdot \left(\frac{M_M}{M_{\text{ж}}}\right) \cdot \left(\frac{R_{\text{ж}}}{R_M}\right)^2$.

$g_M = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (0,11) \cdot \left(\frac{1}{0,53}\right)^2 \approx 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Жауабы: $g_M \approx 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.1.6. Жер бетіндегі барлық денелерге Күннің тартылыс күші әсер ететіндігі белгілі. Демек, дененің түнгі салмағы күндізгіден көп болуы керек, өйткені дене салмағы: күндіз Жер мен Күннің тартылыс күшінің айырымына, ал түнде қосындысына тең болуы керек. Расында осылай бола ма?

Жауабы: Дене салмағы бірдей болады, өйткені Күн денеге де Жерге де әсер етеді және екеуіне де бірдей үдеу береді. Сондықтан, Күннің салмақ өлшеуіш аспабының көрсетуіне әсері болмайды.

2.1.7. Жер бетінен қандай биіктікте ауырлық күшінің үдеуі $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - қа тең болады?

Берілгені:	Шешуі:
$g = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $h = ?$	$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$ формуласынан $h = \sqrt{\frac{\gamma M}{g}} - R$,

мұндағы R - Жер радиусы, M - Жер массасы. Кестедегі мәндерін орындарына қойсақ.

$h = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} - 6,4 \cdot 10^7 \approx 1,36 \cdot 10^7 \text{ м}$.

Жауабы: $h \approx 1,36 \cdot 10^7 \text{ м}$.

2.1.8. Дене өзі тұрған тұғырмен бірге жоғары қарай $a = 4,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен қозғалып барады. Массасы $m = 10 \text{ кг}$ дененің салмағын тауып, оны тыныштықтағы салмағымен салыстырындар.

Берілгені:	Шешуі:
$a = 4,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $m = 10 \text{ кг}$	Дененің тыныштықтағы салмағы $P_0 = mg$, ал оның a үдеумен жоғары қозғалғандағы салмағы $P = m(g + a)$.
$P = ?$; $\frac{P}{P_0} = ?$	$P_0 = 10 \text{ кг} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 98,1 \text{ Н}$.

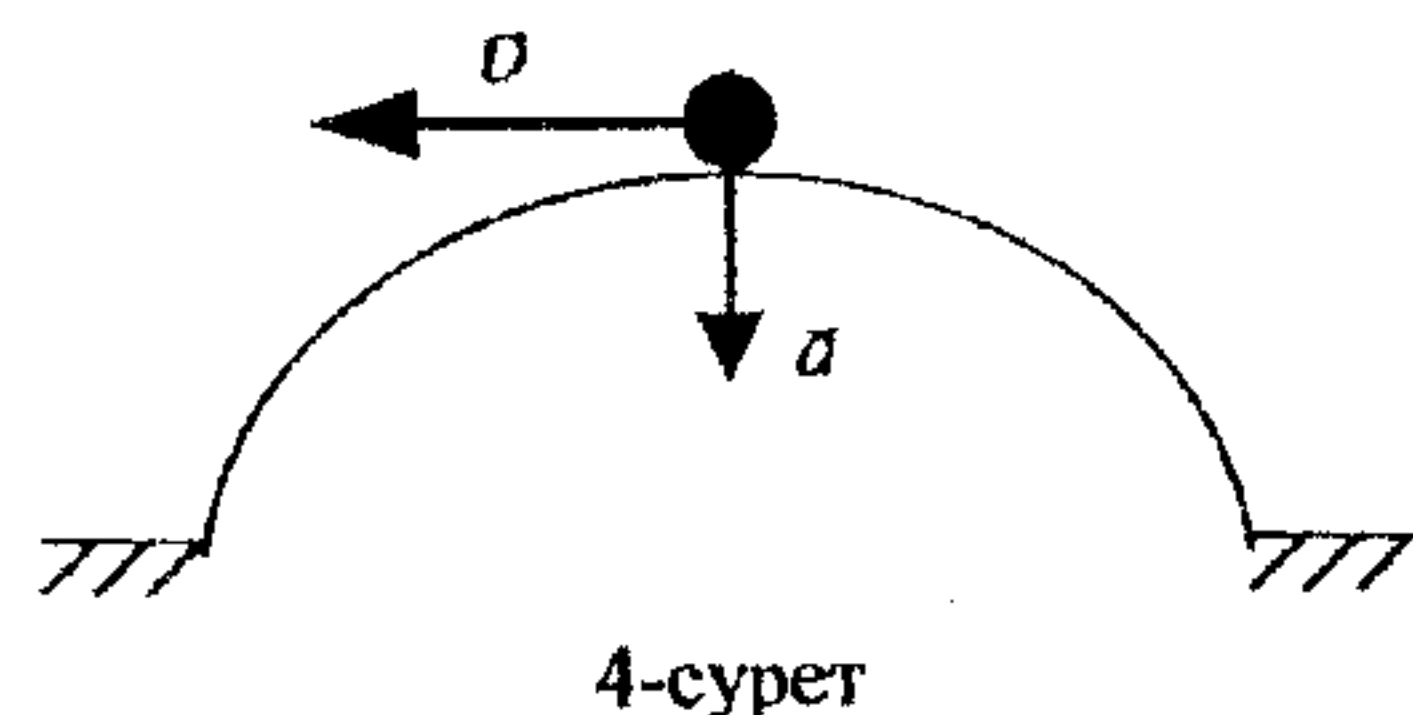
$P = 10 \text{ кг} \left(9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 4,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = 147,1 \text{ Н}$;

$\frac{P}{P_0} = \frac{m(g+a)}{mg} = 1 + \frac{a}{g} = 1 + \frac{4,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 1,5$.

Жауабы: $P_0 = 98,1H$; $P = 147,1H$.
Қозғалыстағы дене салмағы 1,5 есе артады.

2.1.9. Массасы $2,5t$ автомашина қисықтық радиусы $50m$ дөңес жолдың ортасынан $72 \frac{км}{сағ}$ жылдамдықпен өтеді. Көпірдің ортасын автомашина қандай күшпен басады? Оны автомашинаның тыныштықтағы салмағымен салыстырыңдар.

Берілгені:	Шешуі:
$m = 2,5t$	$2,5t = 2,5 \cdot 10^3 кг$; $72 \frac{км}{сағ} = 20 \frac{м}{с}$
$R = 50m$	
$v = 72 \frac{км}{сағ}$	
$P = ?; P_0 = ?; \frac{P}{P_0} = ?$	



4-суреттегі сызбаны пайдаланайық. Үдей қозғалған автомашина салмағын $\bar{P} = m(\bar{g} + \bar{a})$ формуласын пайдаланып табамыз, сонда a және g бағыттарын ескерсек $P = m(g - a)$, мұндағы $a = \frac{v^2}{R}$ (центрге тартқыш үдеу),

$$\text{сонда } P = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

$$P = 2,5 \cdot 10^3 кг \left(9,81 \frac{м}{с^2} - \frac{\left(20 \frac{м}{с} \right)^2}{50m} \right) \approx 4,5 \cdot 10^3 H. P_0 = 2,5 \cdot 10^3 кг \cdot 9,81 \frac{м}{с^2} \approx 24,5 \cdot 10^3 H.$$

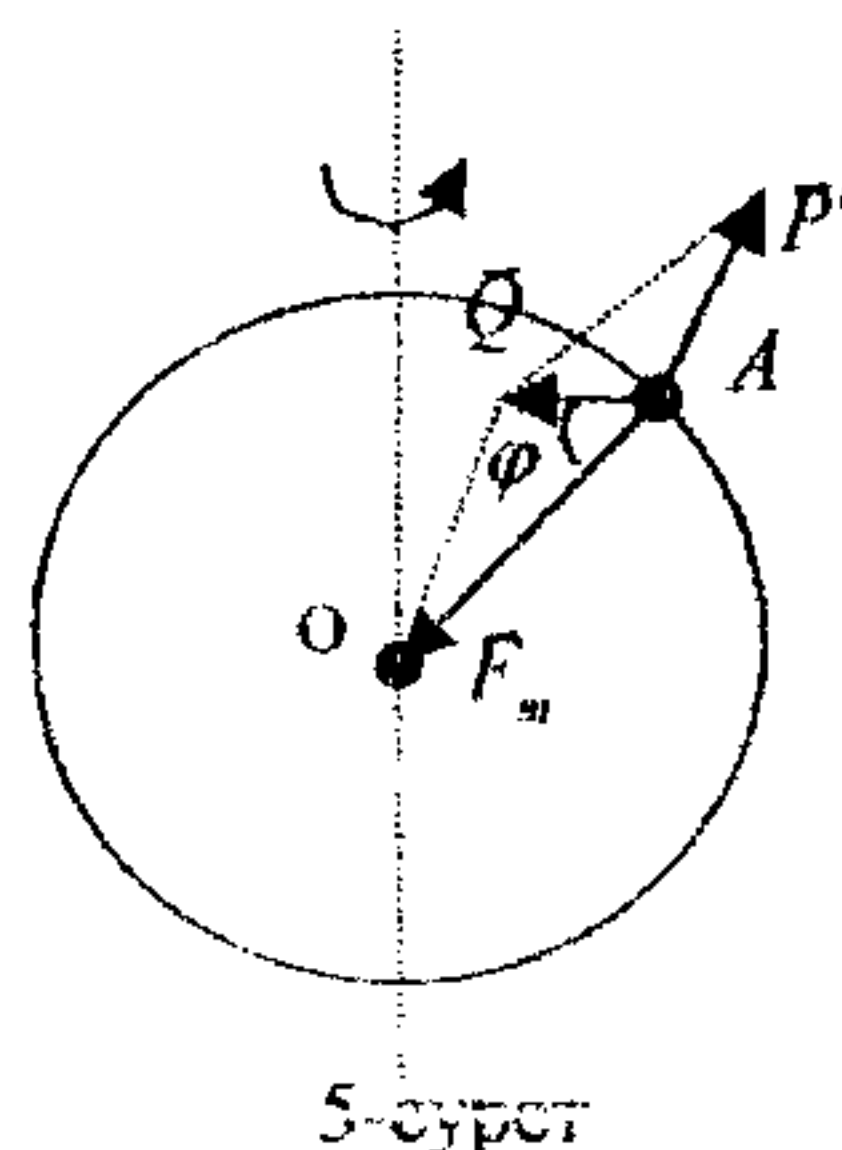
$$\frac{P_0}{P} = \frac{24,5 \cdot 10^3 H}{4,5 \cdot 10^3 H} \approx 5,4.$$

Жауабы: $P \approx 4,5 \cdot 10^3 H$. Қозғалған автомашина салмағы 5,4 есе кемиді екен.

(*) 2.1.10. Жер бетіндегі дене салмағының географиялық ендікке тәуелділігін анықтаңдар.

Берілгені:	Шешуі:
$m; \varphi; R_p$	5-суретті пайдаланайық.
$P = P(\varphi)$	Мұндағы O - Жер центрі. A - Жер бетіндегі

кез-келген нүкте. A - нүктесіндегі денеге екі күш әсер етеді: F_m - жердің тартылыс күші және



P' - тіреуінтің денеге әсер күші, оның модулі дене салмағына тең де бағыты оған қарама-қарсы. Сонда, осы екі күштің теңәсерлі күші Q , бұл A нүктесіндегі денеге центрге тартқыш үдеу береді, оның модулі былай анықталады.

$$Q = m\omega^2 R \cos \varphi \quad (1).$$

Дене салмағы $P = -P'$ екендігін және векторлардың қосу ережесін ($P = Q + F_m$) пайдаланып, косинустар теоремасынан $P = \sqrt{Q^2 + F_m^2 - 2QF_m \cos \varphi}$.

(1) және $F_m = \gamma \frac{M}{R^2}$ теңдіктерін ескерсек, онда

$$P = m \left[\omega^4 R^2 \cos^2 \varphi + \gamma^2 \frac{M^2}{R^4} - 2\omega^2 \gamma \frac{M}{R} \cos \varphi \right]. \quad \text{Ал, } \gamma \frac{M}{R^2} = g \quad \text{болғандықтан}$$

$$P = m(g - \omega^2 R \cos \varphi). \quad \text{Расында да } \left(\gamma \frac{M}{R^2} \right)^2 - 2 \left(\gamma \frac{M}{R^2} \right) \cdot \omega^2 R \cos \varphi + (\omega^2 R \cos \varphi)^2 =$$

$$= \sqrt{g^2 - 2g(\omega^2 R \cos \varphi) + (\omega^2 R \cos \varphi)^2} = \sqrt{(g - \omega^2 R \cos \varphi)^2} = g - \omega^2 R \cos \varphi.$$

Жауабы: $P = m(g - \omega^2 R \cos \varphi)$.

2.1.11. Массасы m дене Жер центрінен r_0 қашықтықтағы шахта түбінде жатыр. Осы дене Жер центріне қандай күшпен тартылады? Жер тығыздығын біртекті және ρ деп алыңдар.

Берілгені:	Шешуі:
$r_0; m; \rho$	Массасы m денені Жер центріне қарай тартатын күштің
$F = ?$	

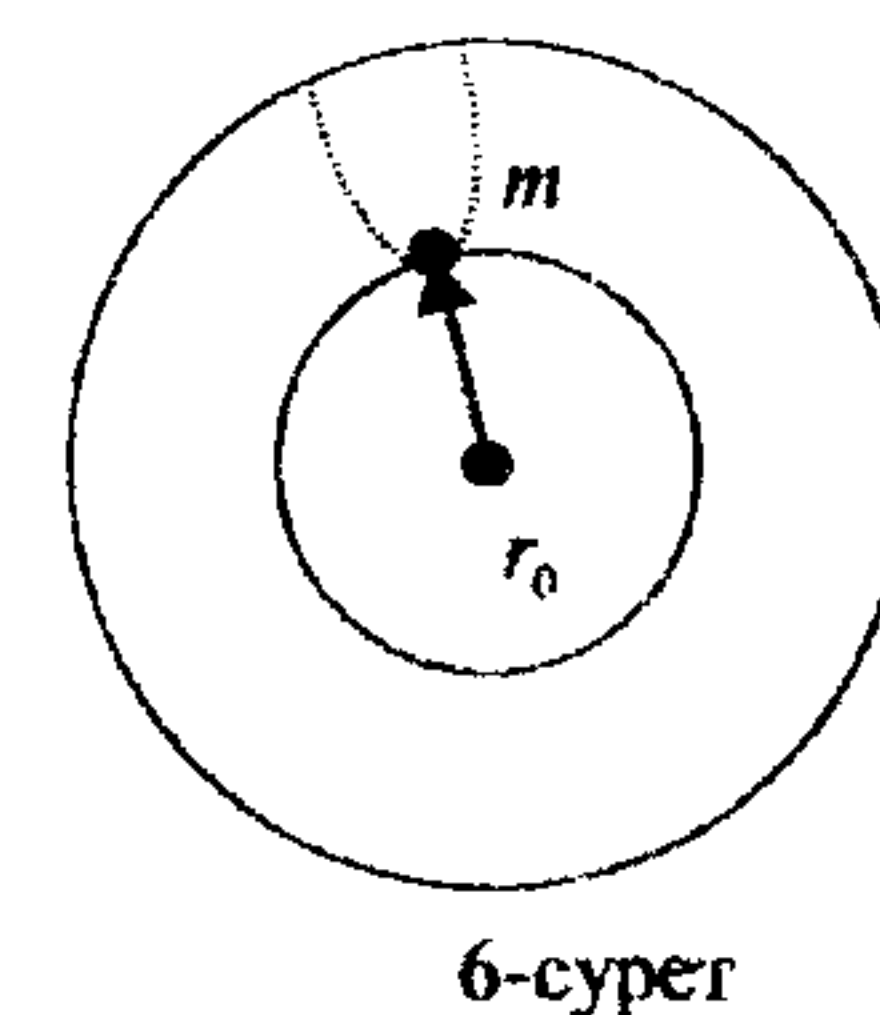
модулі $F = \frac{\gamma m M_1}{r_0^2}$, мұндағы M_1 - радиусы

r_0 - ге тең Жер сферасының массасы.

$$\text{Демек, } M_1 = \rho V_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r_0^3.$$

$$\text{Сонда, } F = \frac{4}{3} \pi \gamma \rho m r_0.$$

$$\text{Жауабы: } F = \frac{4}{3} \pi \gamma \rho m r_0.$$



(*) 2.1.12. Су ішінде радиустары r болатын екі көпіршік тұр. Олардың арақашықтығы R болатын болса, бұл көпіршіктер өзара тартыла ма, әлде тебіле ме? Өзара әсер күшін анықтаңдар.

Берілгені:	Шешуі:
$r_1 = r_2 = r; R$	Көпіршік маңындағы тартылыс өрісі біртекті
$F_{12} = ?$	сұйық ішіндегіден бір шама аз болады.

Сондықтан бір көпіршіктің маңындағы сұйық екінші көпіршік маңына ұмтылады және керісінше. Нәтижеде екі көпіршік біріне-бірі тартылады.

$$F_{12} = \gamma \frac{\pi^2}{R^2} = \gamma \frac{16\pi^2 \rho^2 r^6}{9R^2} = \frac{16\pi^2 \gamma \rho^2 r^6}{9R^2} \quad \text{Мұндағы } \rho - \text{көпіршіктің тығыздығы.}$$

$$\text{Жауабы: } F_{12} = \frac{16\pi^2 \gamma \rho^2 r^6}{9R^2}.$$

2.1.13. Резина таспаға $m = 2 \text{ кг}$ жүк ілгенде ол $\Delta \ell = 10 \text{ см}$ созылады. Таспаның қатандығын анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: $10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$

$m = 2 \text{ кг}$

$\Delta \ell = 10 \text{ см}$

$k = ?$

Гук заңынан $|F_{\text{сер}}| = k \Delta \ell$.

Мұнда $|F_{\text{сер}}| = P = mg$ демек $mg = k \Delta \ell \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta \ell}$.

$$k = \frac{2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,1 \text{ м}} = 196 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

$$\text{Жауабы: } k = 196 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

2.1.14. Болат сымның ұзындығы 1200 мм , көлденең қимасы $0,36 \text{ мм}^2$. Осыған $117,6 \text{ Н}$ күш әсер еткенде сым 2 мм -ге ұзарады. Болаттың серпінділік модулін табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $117,6 \text{ Н} = 1,176 \cdot 10^2 \text{ Н}$;

$F = 117,6 \text{ Н}$

$\ell = 1200 \text{ мм}$

$S = 0,36 \text{ мм}^2$

$\Delta \ell = 2 \text{ мм}$

$E = ?$

$1200 \text{ мм} = 1,2 \text{ м}$; $0,36 \text{ мм}^2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$. $2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Гук заңы бойынша $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta \ell}{\ell} \Rightarrow E = \frac{F \ell}{S \Delta \ell}$

$$E = \frac{1,176 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot 1,2 \text{ м}}{3,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 1,96 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

$$\text{Жауабы: } E = 1,96 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

2.1.15. Серпінділік күшінің серіппе ұзаруына тәуелділігі 7-суретте берілген. Графикті пайдаланып серіппенің қатандығын табыңдар.

Берілгені:
 $F = f(\Delta \ell)$

$k = ?$

Шешуі:

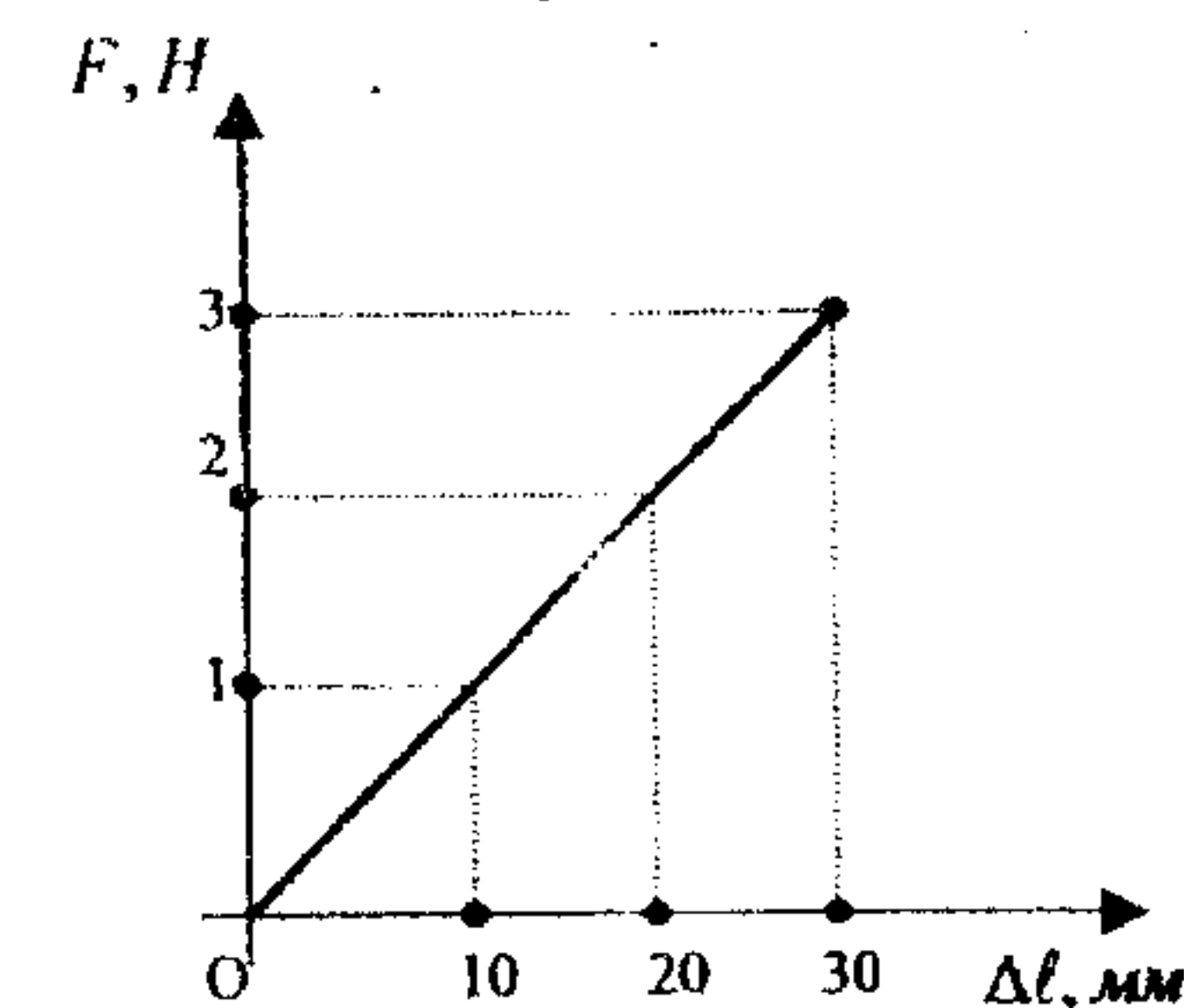
Гук заңынан

$$|F_c| = k \Delta \ell \Rightarrow k = \frac{|F_c|}{\ell}.$$

Графиктен $(F; \Delta \ell)$ пар ләндері үшін.

$$k = \frac{3 \text{ Н}}{3 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 10^2 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

$$\text{Жауабы: } k = 10^2 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$



7-сурет

2.1.16. Қатандығы $200 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$ болатын сымды 2 мм -ге созу үшін қандай күш жұмсау керек?

Берілгені:

$k = 200 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$

$\Delta \ell = 2 \text{ мм}$

$F = ?$

Шешуі: $200 \frac{\text{кН}}{\text{м}} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$; $2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Созылу кезінде пайда болатын серпінділік

күшін ($F_{\text{сер}}$), созу күшін (F) теңгеруі керек, сонда

$F = -F_{\text{сер}}$; ал $F_{\text{сер}} = -\Delta \ell \cdot k$, демек $F = k \Delta \ell$

$$F = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F = 4 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

2.1.17. Ұзындықтары бірдей екі серіппені бірін екіншісіне жалған, бос ұптарынан тартады. Сонда қатандығы $200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ серіппе 5 см , ал екіншісі 2 см ұзарады. Екінші серіппенің қатандығы қандай болғаны?

Берілгені:

$k_1 = 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$\Delta \ell_1 = 5 \text{ см}$

$\Delta \ell_2 = 2 \text{ см}$

$k_2 = ?$

Шешуі: $5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Екі серіппе өзара тізбектей жалғанған кезде оларға

тісірілген күштер бірдей болады, сондықтан

Гук заңын пайдалансақ,

$$F_1 = F_2 \text{ немесе } k_1 \Delta \ell_1 = k_2 \Delta \ell_2 \Rightarrow k_2 = \frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} k_1.$$

$$k_2 = \frac{5 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ м}} \cdot 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 500 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Жауабы: $k_2 = 500 \frac{H}{M}$.

2.1.18. Қатты керін байланған волейбол торы бос байланғаннан гөрі тез жыртылады. Неге?

Жауабы: Волейбол торын қатты керткен кезде тор деформацияланады, ал енді доп соққысы кезінде қосымша деформация оның бүліну шегіне жеткізеді.

2.1.19. Сырғанау үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,25$ болатын автомашина қандай ең үлкен үдеумен қозғалар еді?

Берілгені: $\mu = 0,25$ Шешуі: Автомашинаға үдеу беретін қозғалтқыштың тарту күші оған әсер ететін үйкеліс күшінен артық болуы керек, сонда $F_m > F_{yuk}$.

$a = ?$

Ал, $F_{yuk} = \mu N$, мұндағы $N = mg$, сонда $ma > \mu N \Rightarrow a > \mu g$.

$$a > 0,25 \cdot 9,8 \frac{M}{c^2} = 2,45 \frac{M}{c^2}.$$

Жауабы: $a > 2,45 \frac{M}{c^2}$.

2.1.20. Массасы 5 кг білеуше қатаңдығы $200 \frac{H}{M}$ серіппенің көмегімен тақтай бетінен бірқалыпты сырғанайды. Үйкеліс коэффициенті $0,2$ болса, серіппенің ұзаруын табындар.

Берілгені: $m = 5 \text{ кг}$ Шешуі: Білеуше бірқалыпты қозғалуы үшін $|F_{сер}| = |F_{yuk}|$ шарты орындалуы керек.

$k = 200 \frac{H}{M}$ Ал, $|F_{сер}| = k \Delta l$ және $|F_{yuk}| = \mu mg$ екендігін

$\mu = 0,2$ ескерсек, онда $k \Delta l = \mu mg \Rightarrow \Delta l = \frac{\mu mg}{k}$

$$\Delta l = \frac{0,2 \cdot 5 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{M}{c^2}}{200 \frac{H}{M}} = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta l = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

2.1.21. Қатаңдығы k_1 және k_2 екі серіппе өзара тізбектей жалғанған. Екі жүйенің жалпы қатаңдығы неге тең? Егер серіппелер өзара параллель жалғанса ше?

Берілгені:

$k_1; k_2$

а) $k_m - ?$; ә) $k_n - ?$

Шешуі: а) F күштің әсеріне екі жүйенің ұзаруы

$\Delta l = \frac{F}{k}$. Ал, осы күш әрбір серіппеге жеке-жеке әсер

еткенде олардың ұзарулары

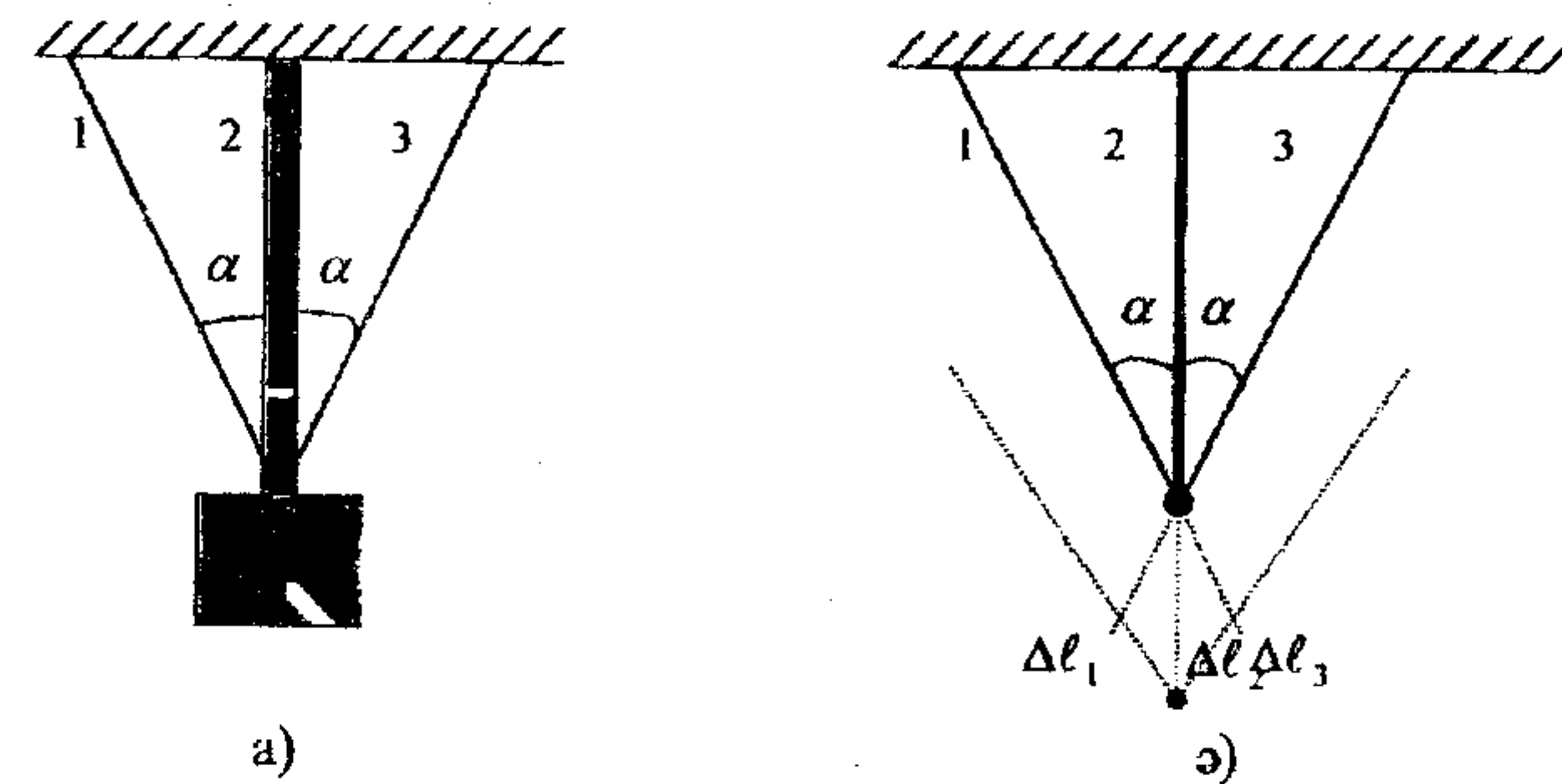
$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1}$ және $\Delta l_2 = \frac{F}{k_2}$. Екінші жағынан $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$, демек

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

ә) Күштің әсеріне екі серіппе де қисаймай созылады деп есептейік, сонда $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l$. Ал, $F = k \Delta l$; $F_1 = k_1 \Delta l$ және $F_2 = k_2 \Delta l$. Екіншіден $F = F_1 + F_2$, онда $k \Delta l = k_1 \Delta l + k_2 \Delta l \Rightarrow k = k_1 + k_2$.

Жауабы: а) $k_m = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$; ә) $k_n = k_1 + k_2$.

(*) 2.1.22. Салмағы P жүк үш темір арқанға 8(а)-суреттегідей ілінген. Арқандар бірдей материалдан жасалған және шеткі скеуінің өлшемдері бірдей. Егер арқан деформациясы мардымсыз болса оларда пайда болатын кернеулерді анықтандар.



8-сурет

Берілгені: $P; \alpha$

$b_1; b_2; b_3 - ?$

Шешуі:

Егер, ортадағы арқанның ұзындығын L деп алсақ, онда арқандарда пайда болған

ұзарулар үлкейген түрде 8-(ә)суретте көрсетілген.

Сонда, $\epsilon_1 = \frac{\Delta l_1 \cos \alpha}{L}$; $\epsilon_3 = \frac{\Delta l_3 \cos \alpha}{L}$ және $\epsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{L}$.

Ал, $\Delta l_1 = \Delta l_3$ екендігін ескерсек $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \frac{\Delta l_1 \cos \alpha}{L}$ және $\epsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{L \cos \alpha}$. Сонда

әрбір арқанға түсірілген кернеулер $b_1 = E\varepsilon_1$, $b_2 = E\varepsilon_2$ және $b_3 = E\varepsilon_3$, $\varepsilon_1; \varepsilon_2$ және ε_3 мәндерін ескерсек $\frac{b_1}{b_2} = \cos^2 \alpha$ және $\frac{b_3}{b_2} = \cos^2 \alpha$.

Жауабы: $b_1 = b_2 \cos^2 \alpha$; $b_3 = b_2 \cos^2 \alpha$; $b_2 = \frac{b_1}{\cos^2 \alpha}$.

2.1.23. Қағаз еденнің бетінде кітаптар бірінің үстіне бірі қойылған. Бір кітаптың салмағы P_0 . n -ші кітапты суырып алу үшін қандай күн жұмсау керек? Беттердің үйкеліс коэффициенті бірдей және μ -ге тең.

Берілген: $P_0; n; \mu$. Шешуі: n -ші кітаптың жоғарысында $(n-1)$ кітап болады және олардың барлығы n -ші кітапқа $p_0(n-1)$ қысым күшін түсіреді, сонда суырылатын кітаптың үстіңгі бетіндегі үйкеліс күші $F_{\text{үйк.}} = \mu P_0(n-1)$.

Ал, астыңғы бетіне түсірілетін үйкеліс күші $F_{\text{үйк.}} = \mu P_0 n$. Сонда, кітапты суырып алу үшін екі бетке түсірілетін жалпы үйкеліс күшін жеңетін тарту күші $F = F_{\text{үйк.}} + F_{\text{үйк.}} = \mu P_0(2n-1)$.

Жауабы: $F = \mu P_0(2n-1)$.

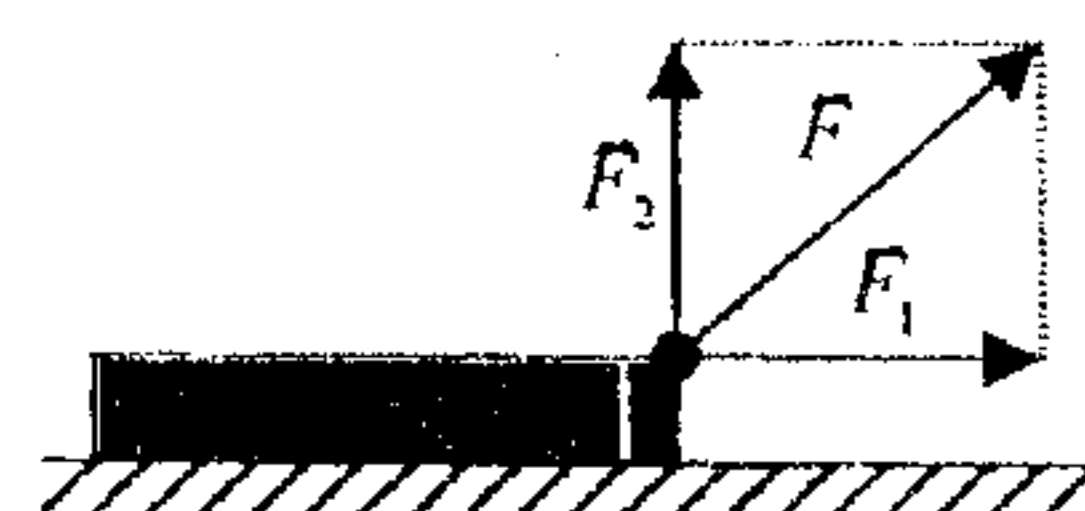
2.1.24. Ауыр ағаш сырық жер бетімен сүйреледі. Бұл жағдайда үйкеліс коэффициентін қалай анықтауға болады?

Жауабы: Бұл жағдайда ағаш сырықтың жер бетіне түсіретін қысымы оның салмағынан кем болады, өйткені ол тарту кезінде бір шама көтеріледі. Сондықтан, үйкеліс коэффициентін анықтау үшін, F – тарту күшін екі құраушыға жіктеу керек (9-сурет). Сонда, F_1 – қозғалтушы, ал F_2 – қосымша қысым күші болып табылады. Толық қысым күші сырық салмағы мен қосымша қысым күшінің айырмасына тең.

Сонымен $\mu = \frac{F_1}{P - F_2}$.

Жауабы: $\mu = \frac{F_1}{P - F_2}$.

2.1.25. Салмақсыз серіппенің төменгі ұшына m массалы жүк ілінген. Енді созылған серіппенің ортасына массасы сондай тағы бір жүк ілінді. Серіппенің бастапқы ұзындығы ℓ_0 , қатаңдығы k болса, оның кейінгі ұзындығын есептеп табыңдар.



9-сурет

(*)**2.2.49.** 32 – суретте кескінделген жүктер жүйесі тыныштықта тұр. Егер төменгі ұстап тұрушы жіпті үзетін болсақ, әрбір жүктің үдеулерін табыңдар. Жіптер созылмайды, серіппелер мен блоктың массаларын және үйкелісті ескермеуге болады деп есептендер.

Берілгені: $m_1; m_2; m_3; m_4; k$ Шешуі: $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$ деп есептейік, өйтпеген жағдайда жүйе тепе-теңдікте болмайды. Сол жақтағы серіппе T_1 күшімен созылады және $a_1 - ?$; $a_2 - ?$; $T_1 = m_2 g$ (1). $a_3 - ?$; $a_4 - ?$

Сонда, m_3 жүгінің тепе-теңдікте болу шарты $m_3 g + T_2 - F_m = 0$ (2).

Мұндағы, T_2 – оң жақтағы серіппенің тарту күші; F_m – жіптің тарту күші, бұл шама жағынан сол жақтағы екі жүктің салмақтарының қосындысына тең, яғни $F_m = (m_1 + m_2)g$ (3).

(2) және (3) – ден $T_2 = (m_1 + m_2 - m_3)g$ (4).

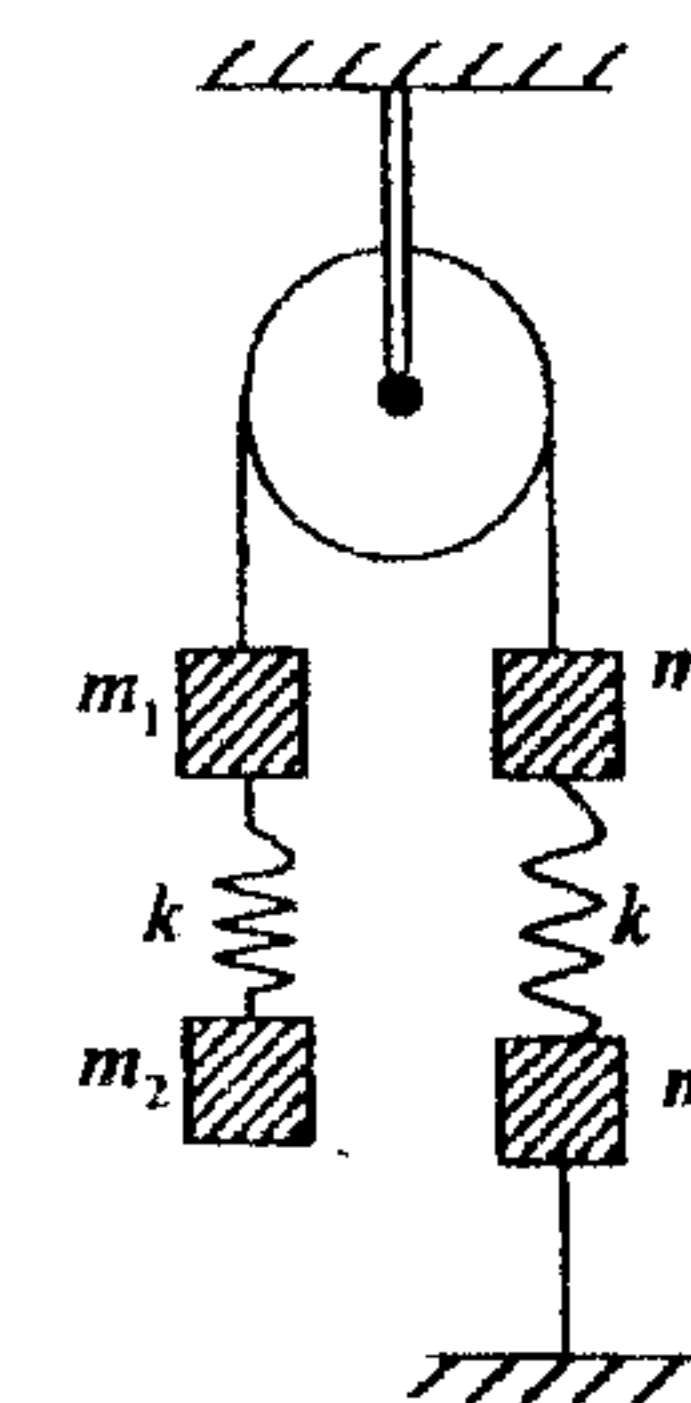
Енді төменгі жіпті қиятын болсақ жүктер қозғалысқа келеді және әрбір жүк үшін қозғалыс теңдеуі мынадай болады.

(5) $\begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g + T_1 - F_m & m_3 a_3 = T_2 + m_3 g - F_m \\ m_2 a_2 = m_2 g - T_1 & -m_4 a_4 = m_4 g - T_2 \end{cases}$

(1), (2), (3), (4) және (5)-тен $a_1 = a_2 = a_3 = 0$

$a_4 = \frac{(m_4 + m_3 - m_2 - m_1)g}{m_4}$

Жауабы: $a_1 = a_2 = a_3 = 0$; $a_4 = \frac{(m_4 + m_3 - m_2 - m_1)g}{m_4}$



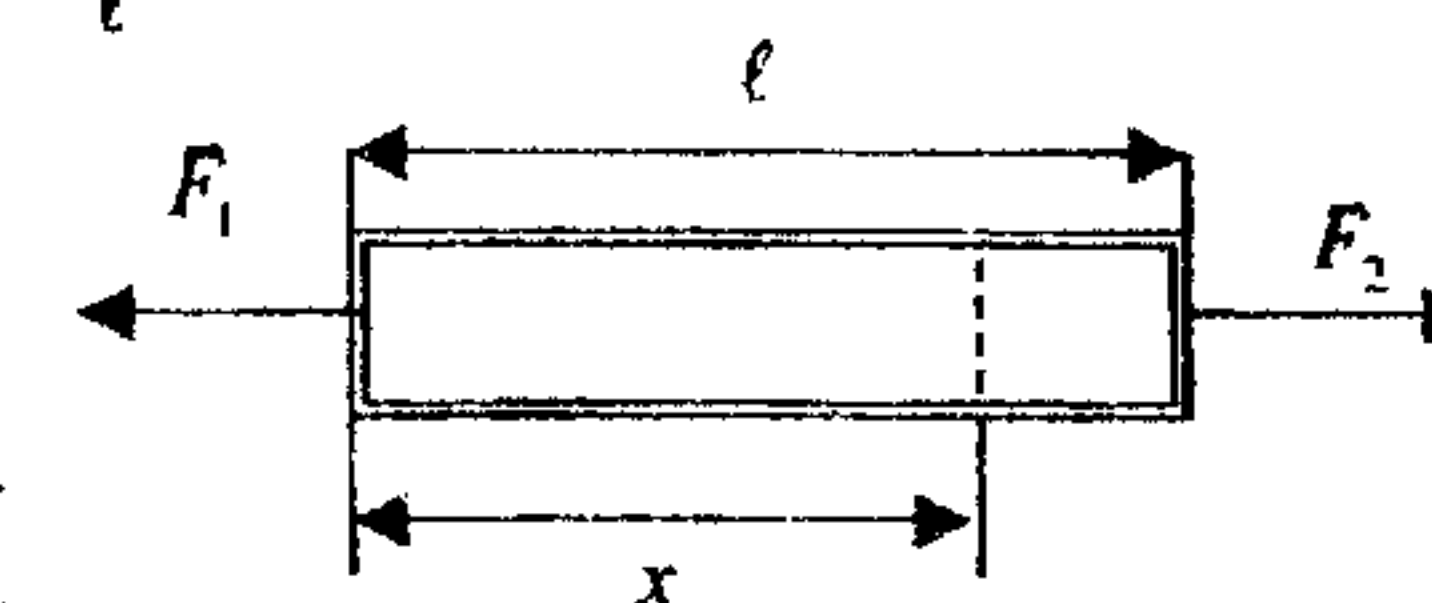
32-сурет

(*)**2.2.50.** Ұзындығы ℓ біртекті білеушеге F_1 және F_2 күштері қарама-қарсы бағытта әсер етеді (33-сурет). Бір ұшынан x қашықтықтағы білеуше қимасы қандай күшпен созылады?

Берілгені: $\ell; F_1; F_2; x$ Шешуі: Білеушенің x ұзындығының массасы $m_1 = \frac{m}{\ell} x$; $F - ?$

Ал, қалған бөлігінің массасы $m_2 = \frac{m}{\ell} (\ell - x)$.

Мұндағы, m – білеушенің жалпы массасы. Түсірілген F_1 және F_2 күштерінің әсерінен білеушенің әрбір бөлігі бірдей

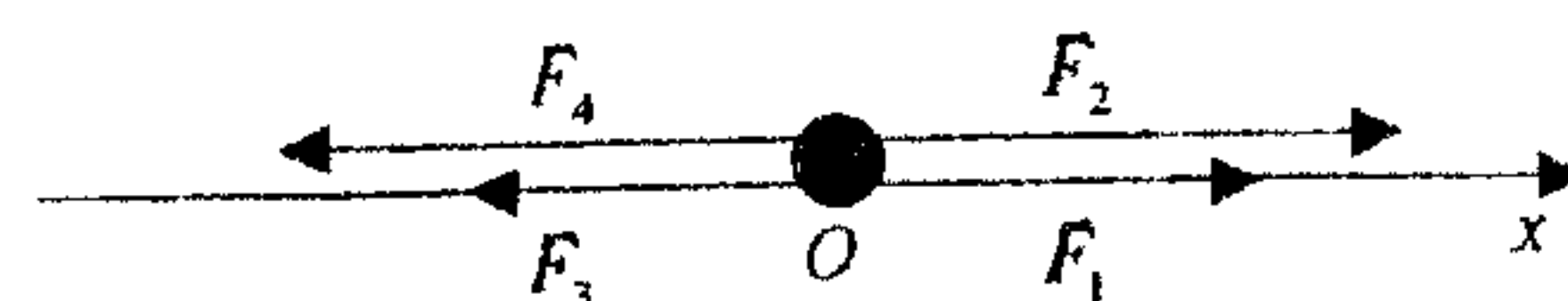


33-сурет

$$F = 10H + 15H - 7H - 8H = 10H.$$

Теңәсерлі күштің бағыты
Ox бағытымен бағытлас.

Жауабы: $F = 10H$.



10-сурет

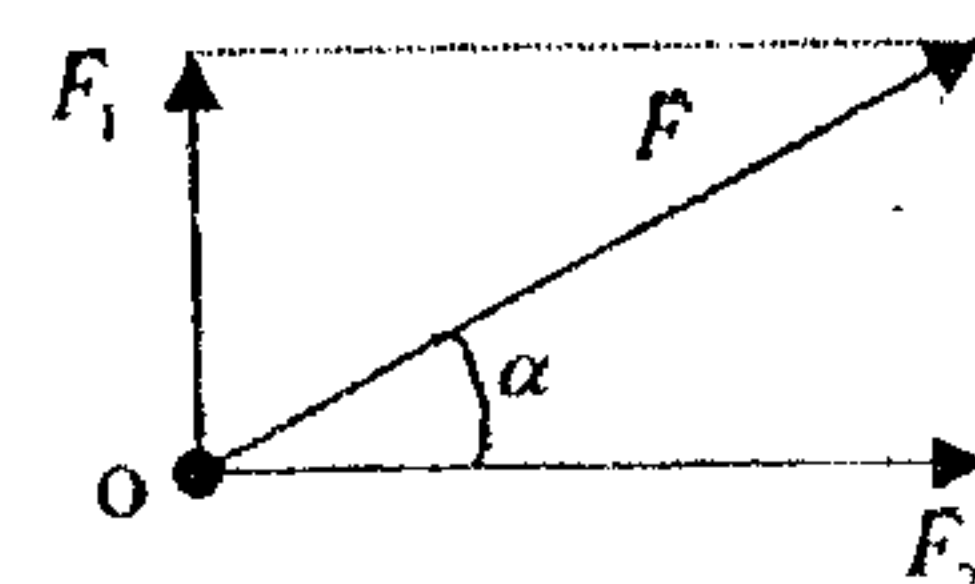
2.1.29. Тік бағыттаған $F_1 = 30H$ күшті екі құраушыға жіктеу керек. Сонда көкжиек бағытындағы құраушы күштің шамасы $F_2 = 40H$ болатын болсын. Екінші күшті табыңдар. Ол көкжиекпен қандай бұрыш жасау керек?

Берілгені:
 $F_1 = 30H; F_2 = 40H$
 $F = ?; \alpha = ?$

Шешуі: Есеп шартын ескерсек 11-суреттегідей сызба пайда болады. Сонда OFF_2 тікбұрышты үшбұрышынан $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ және $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2}$.

$$F = \sqrt{(30H)^2 + (40H)^2} = 50H.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{30H}{40H} = 0,75; \alpha = \arctg 0,75 = 36^\circ.$$



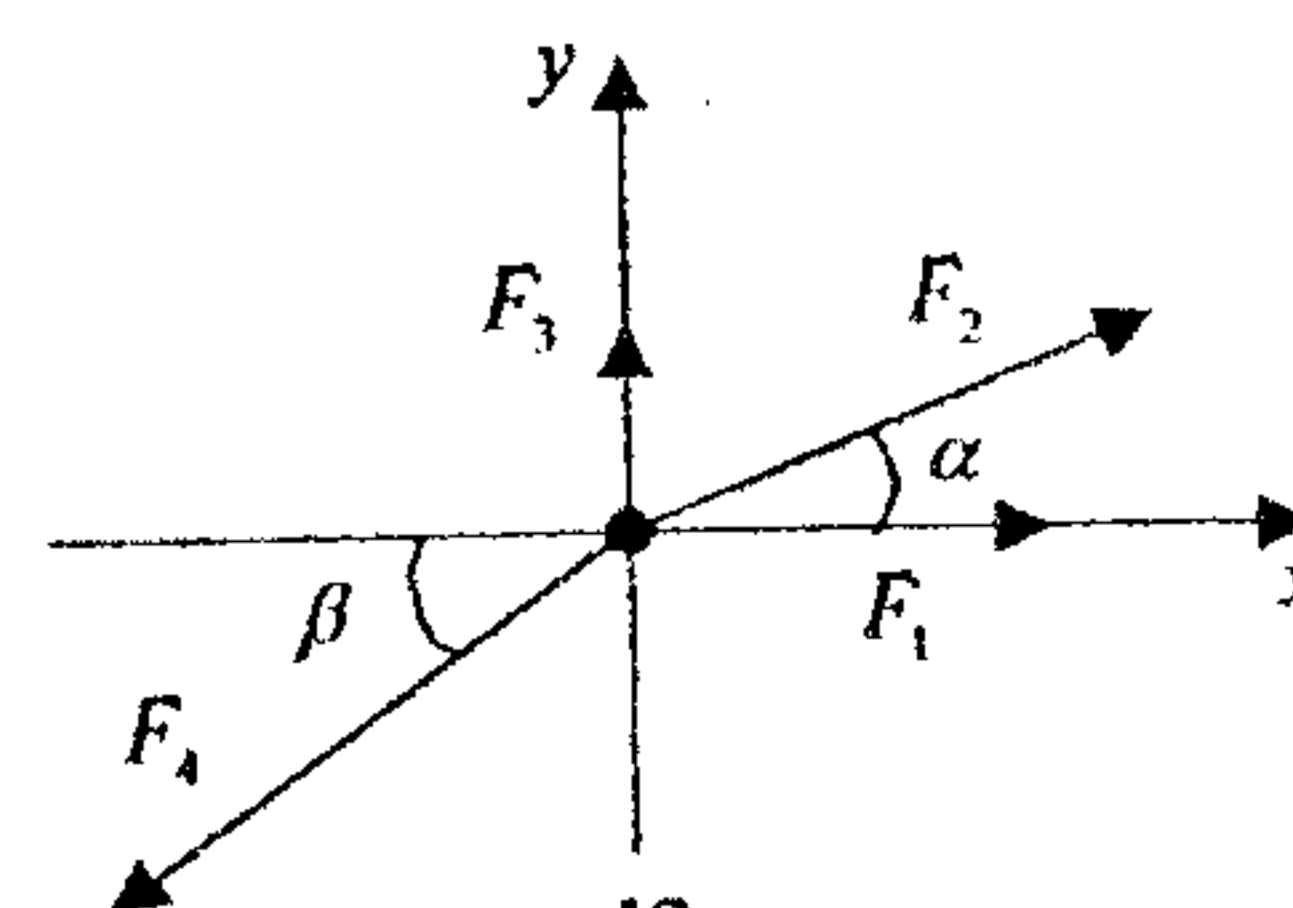
11-сурет

Жауабы: $F = 50H; \alpha = 36^\circ$.

2.1.30. 12-суретте көрсетілген күштердің теңәсерлі күшін табыңдар. Мұндағы $F_1 = 50H; F_2 = 100H; F_3 = 60H; F_4 = 200H; \alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ$.

Берілгені:
 $F_1 = 50H; F_2 = 100H;$
 $F_3 = 60H; F_4 = 200H;$
 $\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ$

$F = ?$



12-сурет

Шешуі: Есепті екі тәсілмен шешіп көрсетуге болады.

1-тәсіл: Күштерді параллелограм тәсілі бойынша қосу.

2-тәсіл: Күштерді қосудың аналитикалық тәсілі. Екінші тәсілмен шығарып көрсетейік. Ол үшін әрбір күштің белгілі бір ос бойындағы проекцияларын тауып, оларды қосамыз. Сонда Ox және Oy өстері үшін.

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = F_1 + F_2 \cos \alpha + F_3 \cos 90^\circ - F_4 \cos \beta \\ F_y = F_1 \cos 90^\circ + F_2 \sin \alpha + F_3 - F_4 \sin \beta \end{cases}$$

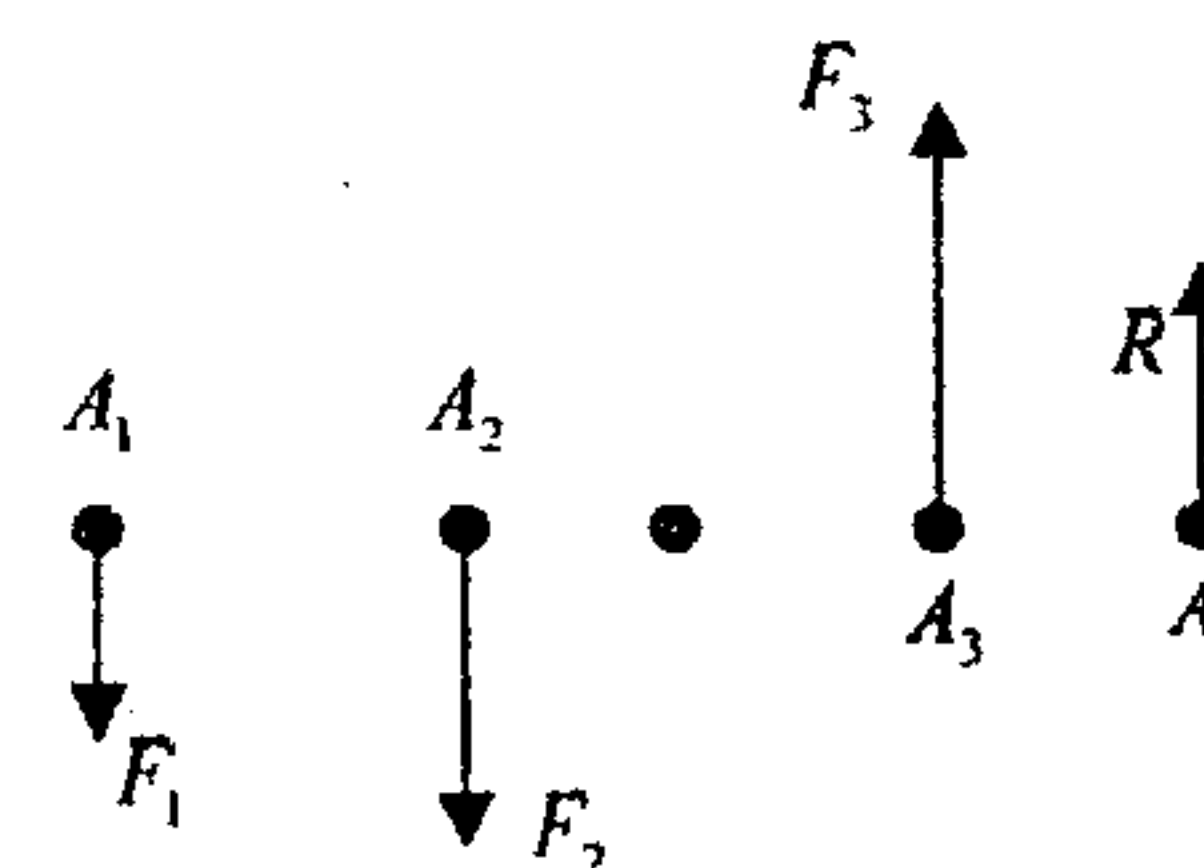
$$\begin{cases} F_x = 50 + 100 \cdot \cos 30^\circ + 0 - 200 \cdot \cos 60^\circ \\ F_y = 0 + 100 \cdot \sin 30^\circ + 60 - 200 \cdot \sin 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 36,6H \\ F_y = -63,2H \end{cases}$$

$$\text{Ал } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; \text{ сонда } F = \sqrt{(36,6H)^2 + (-63,2H)^2} \approx 73H.$$

Жауабы: $F \approx 73H$.

2.1.31. 13-суретте көрсетілген күштердің теңәсерлі күштің табыңдар. Мұндағы $A_1A_2 = A_2A_3 = a; F_1 = 10H; F_2 = 20H; F_3 = 50H$.

Берілгені:
 $A_1A_2 = A_2A_3 = a;$
 $F_1 = 10H; F_2 = 20H; F_3 = 50H$
 $R = ?; d = ?$



13-сурет

Шешуі: Теңәсерлі күштің бағыты жоғары қарай бағытталған, ал шамасы $R = F_3 - F_2 - F_1 = 20(H)$.

Енді, A_1 нүктесіне салыстырғанда айналдырушы моменттерін есептеу кезінде сағат бағытшасымен айналдыратын күш моментін оң деп аламыз. Сонда, теңәсерлі күш R -дің моменті теріс болады да A_1 -нүктесінің оң жағында орналасады. Демек, $-R(A_1A) = F_2(A_1A_2) - F_3(A_1A_3)$ немесе $-20 \cdot d = 20 \cdot a - 50 \cdot 2a \Rightarrow d = 4a$

Жауабы: $R = 20H; d = 4a$.

2.1.32. Ұзындығы $2m$ білеушенің екі ұшына өзара параллел F_1 және F_2 екі күш түсірілген. Теңәсерлі күшті және оның түсу нүктесін табыңдар.

Берілгені:
 $F_1 = 2H; F_2 = 3H$
 $\ell_0 = 2m$
 $F = ?; \ell_1 = ?$

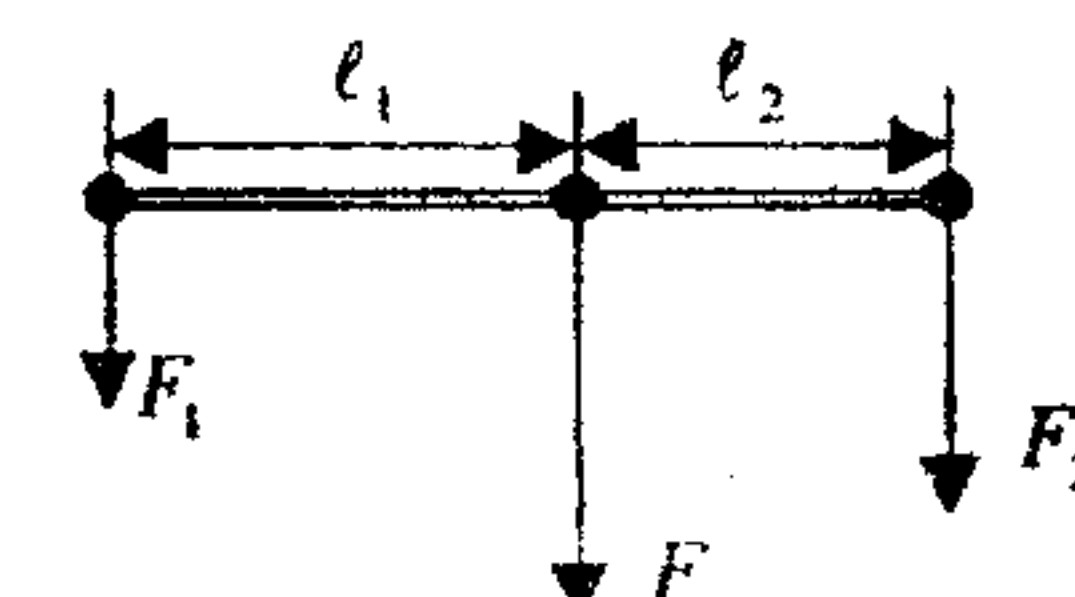
Шешуі: Бір жаққа қарай бағытталған параллел екі күштің теңәсерлі күші олардың қосындысына тең (14-сурет).
 $F = F_1 + F_2; F = 5H$.

Теңәсерлі күштің түсу нүктесі мынадай қатынаспен анықталады.

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{F_2}{F_1}, \text{ ал } \ell_1 + \ell_2 = \ell_0 \Rightarrow \ell_2 = \ell_0 - \ell_1$$

$$\text{онда } \frac{\ell_1}{\ell_0 - \ell_1} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \ell_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2} \ell_0$$

$$\ell_1 = \frac{3H}{2H + 3H} \cdot 2m = 1,2m.$$

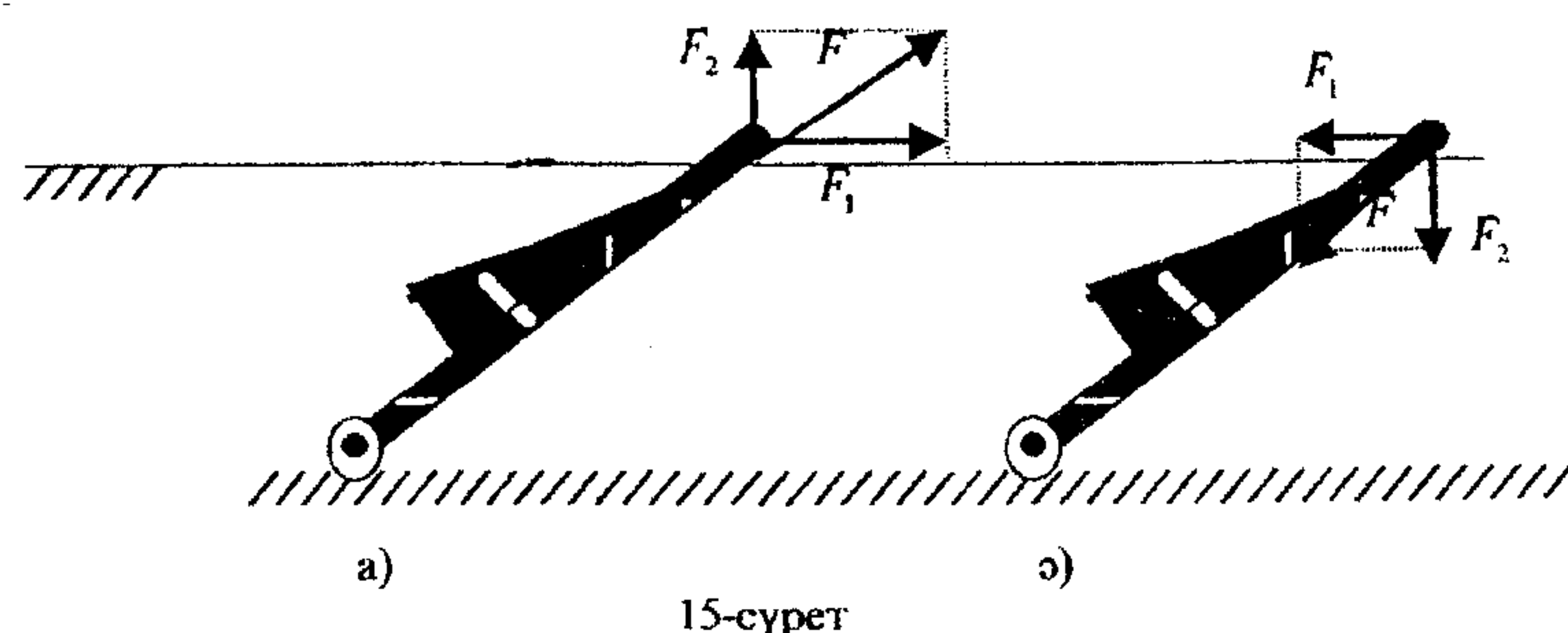


14-сурет

Жауабы: $\ell_1 = 1,2m$.

2.1.33. Арбашаны қалай алып жүрген оңай: алға қарай итерген бе, әлде артқа қарай тартқан ба?

Жауабы: Артқа қарай тартқан оңай, өйткені мұндай жағдайда арбашаның жер бетіне түсіретін қысым күші кемиді (15-сурет).



15-сурет

Расында да: 15(а)суретте F – тарту күшінің F_2 – құраушысы арбаның салмақ күшіне қарсы бағытталған, сондықтан қысым күші $N_1 = P - F_2$, ал 15(б) суретте арбашаның қысым күші $N_2 = P + F_2$. $N_1 < N_2$ болғандықтан $F_{\text{тр}1} < F_{\text{тр}2}$.

Қосымша есептер

2.1.34. Жерден Күнге дейінгі арақашықтықты шамамен $R = 1,49 \cdot 10^8 \text{ км}$ деп алып Күннің массасын бағаландар?

Жауабы: $M \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

2.1.35. Дененің Жерге тартылыс күші Жер бетіндегі тартылыс күшінен қандай қашықтықта 25 есе кем болады?

Жауабы: Жердің 4 радиусындай қашықтықта.

2.1.36. Мына мәліметтер бойынша Күн бетіндегі еркін түсу үдеуін есептеп табындар. Күн радиусы $R_k = 7 \cdot 10^5 \text{ км}$, Жер орбитасының радиусы $R_{\text{ж}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$, Жердің Күнді айналу периоды $T = 1 \text{ жыл}$.

Жауабы: $g_k \approx 265 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.1.37. Массалары 100 тонналық біріне екіншісі тиісін тұрған мыс шарлар өзара қандай күшпен тартылады? Мыстың тығыздығы $8,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Жауабы: $F = 0,34 \text{ Н}$.

Жер бетіндегі еркін түсу үдеуін есептеңдер: Жердің радиусы 6400 км деп алындар.

Жауабы: $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$; $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.1.39. Жердің өз өсінен айналуының бұрыштық жылдамдығы қандай шамаға тең болғанда экватордағы дененің салмағы нөлге тең болады?

Жер тығыздығы $\rho = 5,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Жауабы: $\omega = 1,3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{с}}$.

2.1.40. Су ішінде радиустары бірдей r – ге тең ауа көпіршігімен темір шарик тұр. Шарик орталарының арақашықтығы R болса бұлар өзара тартыла ма, әлде тебіле ме? Әсер күштерін табындар.

Жауабы: $F = -\frac{16\pi^2 \rho_c r^6}{9R^2} (\rho_m - \rho_c)$

мұндағы ρ_m – темірдің, ал ρ_c – судың тығыздықтары.

2.1.41. Ғарыш кемесінің ішінде салмақсыздық туғызуға бола ма?

Жауабы: Иә.

2.1.42. 1 тонна жүкті көтеру үшін, болат арқанның шекті диаметрі қандай болуы керек?

Жауабы: $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

2.1.43. Ұзындығы 2 м , көлденең қимасы $0,6 \text{ мм}$ болат сым күш әсерінен 5 мм ұзарды. Егер болат сымның серпінділік модулі $E = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ болса, онда әсер етуші күшті табындар.

Жауабы: $F = 3,15 \cdot 10^2 \text{ Н}$.

2.1.44. Ұзындығы 10 м көлденең қимасы 3 мм^2 мыс сымға 3600 Н күш әсер еткенде 1 мм ұзарды. Сымның серпінділік модулін есептеп табындар.

Жауабы: $E = 1,2 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

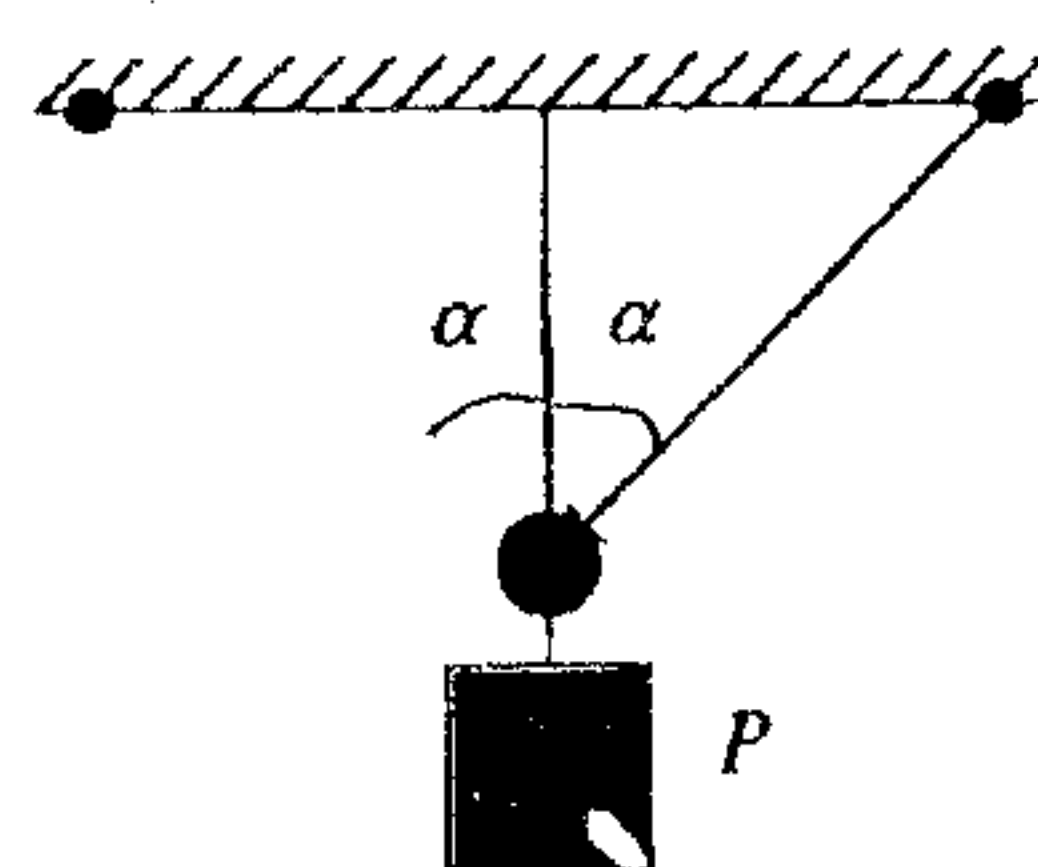
2.1.45. Алюминийден жасалған білеушеге белгілі бір ауырлық күшімен әсер еткенде үзілуі үшін оның ұзындығы қандай болуы керек? Алюминийдің беріктік шегі $7,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

Жауабы: $l \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

2.1.46. Дене Жердің жасанды серігінің ішінде салмақсыздық күйде болатындығы белгілі. Осы кезде денеге ауырлық күші әсер ете ме?

2.1.47. Салмағы P жүк үш темір арқанға 16-суреттегідей ілінген. Арқандар бірдей материалдан жасалған және өлшемдері де бірдей. Арқандарда пайда болатын кернеулерді анықтаңдар.

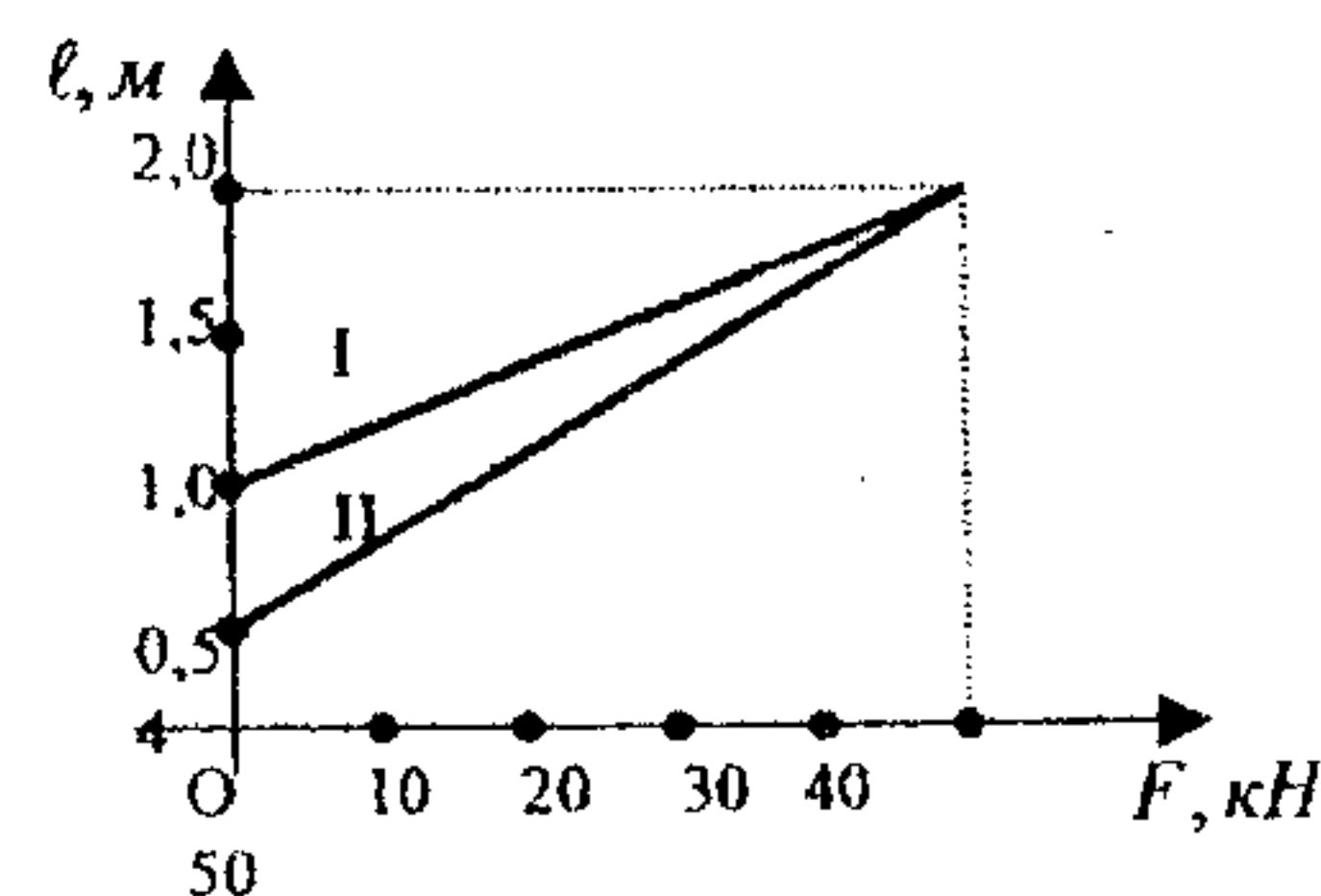
Жауабы: $\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha} P$; $\sigma_2 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha}$.



16-сурет

2.1.48. 17-суреттегі $\ell = f(F)$ тәуелділігінің графигін пайдаланып әрбір серішпенің қатандығын анықтаңдар.

Жауабы: $k_1 = 50 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$; $k_2 = 33 \frac{1 \text{ кН}}{3 \text{ м}}$.



17-сурет

2.1.49. Серішпелі таразының үстінде тұрған адам отырып қайта тұрғанда таразының көрсетулері өзгере ме? Жауабы: Өзгереді.

2.1.50. Көкжиек бағытында $\alpha = 60^\circ$ бұрыш жасайтын $F = 50 \text{ Н}$ күштің әсерінен массасы $m = 10 \text{ кг}$ жүк бірқалыпты қозғалады (18-сурет). Үйкеліс коэффициентін табыңдар.

Жауабы: $\mu = \frac{F \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha}$.



18-сурет

2.1.51. Массасы 250 г магнит, тік орналасқан темір бетке қойғанда төмен қарай бірқалыпты түсе бастады. Егер үйкеліс коэффициенті $0,25$ болса, магнитті жоғары қарай бірқалыпты жылжыту үшін қандай күш жұмсау керек? Магнит темір бетке қандай күшпен тартылады?

Жауабы: $F_1 = 2 \text{ Н}$; $F_2 = 8 \text{ Н}$.

2.1.52. Мотоциклетті $90 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен қозғалады. Доңғалақ пен жол арасындағы үйкеліс коэффициенті $0,65$ болса, мотоциклетті бұрылатын жолдың қисықтық радиусын табыңдар. Ол көкжиекке қандай бұрыш жасап бұрылады?

Жауабы: $r \leq 98 \text{ м}$; $\alpha \approx 57^\circ$.

2.1.53. Дөңгелек минутына $\omega = 70$ айналым жасайды. Дөңгелек ортасынан қандай қашықтықта қойылған дене одан сырғып кетпейді? Тыныштық үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,44$.

Жауабы: $r \leq \frac{\mu g}{\omega^2}$.

2.1.54. Трактор дөңғалағымен жер беті арасындағы үйкелісіне оның артындағы тіркемесінің әсері бола ма? Болса қандай?

2.1.55. Сырғанау үйкелісі домалау үйкелісінен әрқашан артық бола ма?

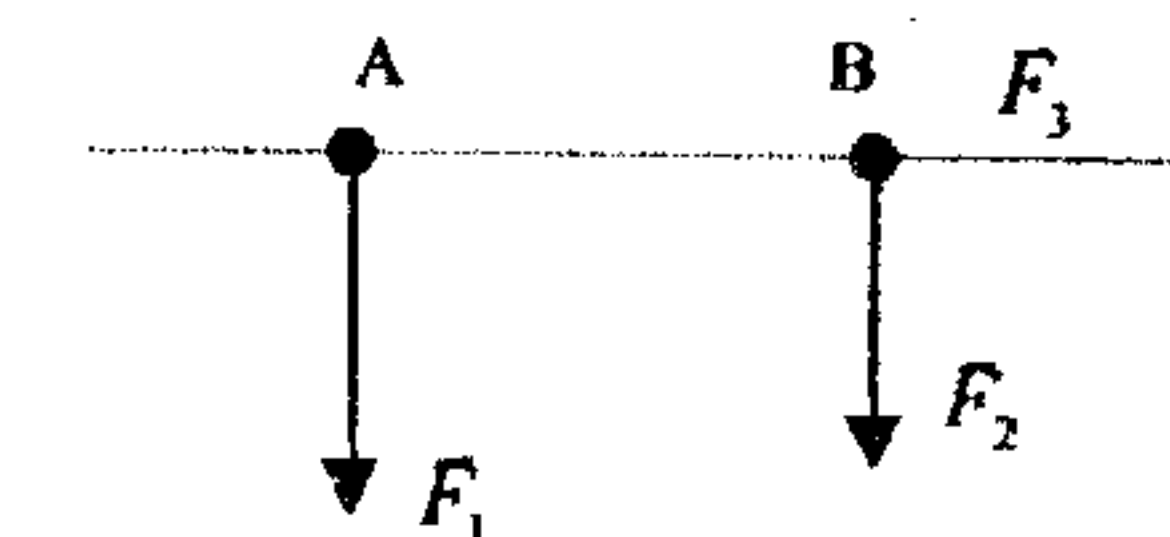
2.1.56. Неге қатты аязда шана қар бетімен жақсы сырғанамайды?

2.1.57. Паравозды ұшақ секілді жеңіл металдан немесе қоспалардан жасамайды. Неге олай?

2.1.58. 19-суретте көрсетілген үш күштің теңәсерлі күшін табыңдар.

Сонда $F_1 = 20 \text{ Н}$; $F_2 = 15 \text{ Н}$; $F_3 = 15 \text{ Н}$.

Жауабы: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + 2F_1F_2}$.



19-сурет

2.2. Ілгерілемелі қозғалыстың динамикасы

Физика есептерін шығаруда, динамиканың негізін салушы И. Ньютон ашқан заңдар басты рөл атқарады.

Ньютонынң бірінші заңы. Егер денеге басқа бір дене әсер етпесе, онда ол өзінің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзу сызықты қозғалысын сақтайды.

Ньютонынң екінші заңы. Денелер өзара әсерлескенде олардың алатын үдеуі әсер етуші күшке тура пропорционал, ал олардың массасына кері пропорционал.

$$a = \frac{F}{m} \quad (1)$$

Ньютонынң екінші заңын басқа түрде де жазуға болады

$$F \Delta t = \Delta p \quad (2)$$

Мұндағы $(F \Delta t)$ – күш импульсінің, ал Δp – дене импульсінің өзгерістері.

Ньютонынң үшінші заңы. Денелер біріне – бірі бір түзудің бойымен модульдері жағынан тең, ал бағыты жағынан қарама – қарсы күштермен әсер етеді.

$$F_1 = -F_2 \quad (3)$$

Ньютонынң үшінші заңын (1) – ді ескеріп былай жазуға болады.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (4)$$

Ньютон заңдарындағы күштер, денеге әсер ететін барлық күштердің теңәсерлі күшіне тең.

$$F = \sum_0^i F_i \quad (5)$$

Ньютон заңдары тек инерциялық санақ жүйесінде ғана орындалады.

2.2.1 Массасы 2160 кг автомашина 30 с бойы тұрақты үдеумен қозғалды. Автомашинаға әсер ететін күштің модулін табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: Ньютоның екінші заңынан $F = ma$.
$m = 2160 \text{ кг}$	Ал $\ell = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ өрнегінен $v_0 = 0$ болғанда
$t = 30 \text{ с}$	$a = \frac{2\ell}{t^2}$. Сонда, $F = \frac{2m\ell}{t^2}$. $F = \frac{2 \cdot 2160 \text{ кг} \cdot (500 \text{ м})^2}{(30 \text{ с})^2} = 2400 \text{ Н}$.
$\ell = 500 \text{ м}$	
$F = ?$	

Жауабы: $F = 2400 \text{ Н}$.

2.2.2 Массалары 40 кг және 50 кг екі бала мұз айдынында тұр. Олардың біреуі екіншісінен 10 Н күшпен серпіледі. Балалар қандай үдеумен қозғалады?

Берілгені:	Шешуі: Ньютон заңынан $a_1 = \frac{F_1}{m_1}$; $a_2 = \frac{F_2}{m_2}$ және
$m_1 = 40 \text{ кг}$	$ F_1 = F_2 $. Сонда, $a_1 = \frac{F_1}{m_1}$; $a_2 = \frac{F_1}{m_2}$.
$m_2 = 50 \text{ кг}$	$a_1 = \frac{10 \text{ Н}}{40 \text{ кг}} = 0,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_2 = \frac{10 \text{ Н}}{50 \text{ кг}} = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$;
$F_1 = 10 \text{ Н}$	
$a_1 = ?$; $a_2 = ?$	

Жауабы: $a_1 = 0,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_2 = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.2.3 Футболшы допты 175 Н күшпен тепкенде оның жылдамдығы 5 м/с жетті. Тебілу ұзақтығы 0,02 с деп есептеп, доптың массасын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: Ньютоның екінші заңынан $F\Delta t = m\Delta v$.
$F = 175 \text{ Н}$	Ал, $\Delta v = v - v_0$ және де $v_0 = 0$ екендігін ескерсек, онда
$v = 5 \text{ м/с}$	$F\Delta t = mv \Rightarrow m = \frac{F\Delta t}{v}$. $m = \frac{175 \text{ Н} \cdot 0,02 \text{ с}}{5 \text{ м/с}} = 0,7 \text{ кг}$.
$\Delta t = 0,02 \text{ с}$	
$m = ?$	

Жауабы: $m = 0,7 \text{ кг}$.

2.2.4 Арбаша көкжиек жазықтығымен 30 см/с жылдамдықпен жүріп келе жатып тыныш тұрған екінші арбаға соқтығып тоқтады. Арбаша массалары бірдей болса, екінші арбаша қандай жылдамдықпен қозғалады.

Берілгені:	Шешуі: 30 см/с = 0,3 м/с. Ньютоның үшінші заңынан
$v_1 = 30 \text{ см/с}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$, ал үдеу анықтамасы бойынша
$m_1 = m_2 = m$	$a_1 = \frac{v_1' - v_1}{t}$ және $a_2 = \frac{v_2' - v_2}{t}$.
$v_1' = 0$; $v_2 = 0$	Сонда, $\frac{v_1' - v_1}{v_2' - v_2} = \frac{m_2}{m_1}$.
$v_2' = ?$	

Есеп шарттары бойынша $\frac{0 - v_1}{v_2' - 0} = \frac{m}{m} \Rightarrow v_2' = v_1 = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Жауабы: $v_2' = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.2.5 Массасы 1500 кг жеңіл машина 1 км қашықтыққа 2 минут ішінде қатаңдығы $10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ темір арқанмен бірқалыпты үдей сүйретілетін болса, онда арқан қаншалықты ұзарар еді?

Берілгені:	Шешуі: 2 мин = $1,2 \cdot 10^2 \text{ с}$; 1 км = 10^3 м .
$m = 1500 \text{ кг}$	Ньютоның екінші заңынан (1) $F = ma$, ал Гук заңынан
$t = 30 \text{ мин}$	$F = k\Delta x$ (2). Екінші жағынан бірқалыпты үдемелі
$k = 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	қозғалған дене үшін $v_0 = 0$ болғанда $a = \frac{2\ell}{t^2}$ (3).
$\ell = 1 \text{ км}$	Сонда, (1), (2) және (3)-ден $x = \frac{2m\ell}{kt^2}$.
$\Delta x = ?$	

$$\Delta x = \frac{2 \cdot 1500 \text{ кг} \cdot 10^3 \text{ м}}{10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot (1,2 \cdot 10^2 \text{ с})^2} \approx 2,08 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta x \approx 2,08 \text{ мм}$.

2.2.6 Массасы 1,4 т автомашинаның жылдамдығы 30 секундта $15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ -тан $21 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ -қа өзгереді. Егер кедергі коэффициенті 0,02 болса, онда автомашина моторының тарту күші неге тең болар еді?

Берілгені:	Шешуі: $1,4\text{т} = 1,4 \cdot 10^3 \text{кг}$.
$m = 1,4\text{т}$	Ньютоның екінші заңынан $\Sigma F_i = ma$
$t = 30\text{с}$	Сонда теңсерлі күштің модулі
$v_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$(F - F_{\text{көз}})$. Демек, $F - F_{\text{көз}} = ma$. Екінші жағынан
$v_2 = 21 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$F_{\text{көз}} = k \cdot mg$ және $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$ екендігін ескерсек
$k = 0,02$	$F - kmg = \frac{v_2 - v_1}{t} m \Rightarrow F = m \left(\frac{v_2 - v_1}{t} + kg \right)$
$F = ?$	$F = 1,4 \cdot 10^3 \text{кг} \left(\frac{21\text{м/с} - 15\text{м/с}}{30\text{с}} + 0,02 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = 554,4\text{Н}$.

Жауабы: $F = 554,4\text{Н}$.

2.2.7 Әрқайсысының массасы 100г бірдей екі арбаша бір-бірімен сығылған серіппе арқылы тіркелген. Серіппенің сығылған күйіндегі ұзындығы 6см , ал қатандығы $k = 30 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Серіппе созылғанда арбалар бір - бірінен $6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен алыстайды. Серіппенің деформацияланбаған кезіндегі ұзындығын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $100\text{г} = 0,1\text{кг}$; $6\text{см} = 6 \cdot 10^{-2}\text{м}$.
$m_1 = m_2 = 100\text{г}$	Серіппенің серпінділік күші $F_{\text{сер}} = -k\Delta x$, ал
$x = 6\text{см}$	арбаларға әсер ететін күш $F = ma$.
$k = 30 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	Мұндағы $\Delta x = x - x_0$ және $m = m_1 = m_2$;
$a = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	Сонда, $-k(x - x_0) = ma \Rightarrow x_0 = x + \frac{ma}{k}$.
$x_0 = ?$	$x_0 = 6 \cdot 10^{-2}\text{м} + \frac{0,1\text{кг} \cdot 6\text{м/с}^2}{30 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 8 \cdot 10^{-2}\text{м}$.

Жауабы: $x_0 = 8\text{см}$.

2.2.8 Машина 63км/сағ жылдамдықпен жүріп келе жатқанда бағдаршамның қызыл жарығы жанады. Жүргізуші машинаны тоқтату үшін бағдаршамға ең аз дегенде қандай қанықтықта тежеуі керек? Үйкеліс коэффициенті $0,4$ - ге тең.

Берілгені:	Шешуі: $63\text{км/сағ} = 17,5\text{м/с}$.
$v_0 = 63\text{км/сағ}$	Машинаға әсер ететін күштер 1-суретте көрсетілген.
$\mu = 0,4$	Машина қозғалысына Ньютоның екінші заңын
$\ell = ?$	

қолдансақ $F_{\text{үлк}} + N + mg + F_m = ma$.

Күштердің Ox өсіндегі проекцияларын жазайық, сонда $-F_{\text{үлк}} + F_m = ma$. Тежелу

кезінде $F_m = 0$ және $F_{\text{үлк}} = \mu mg$.

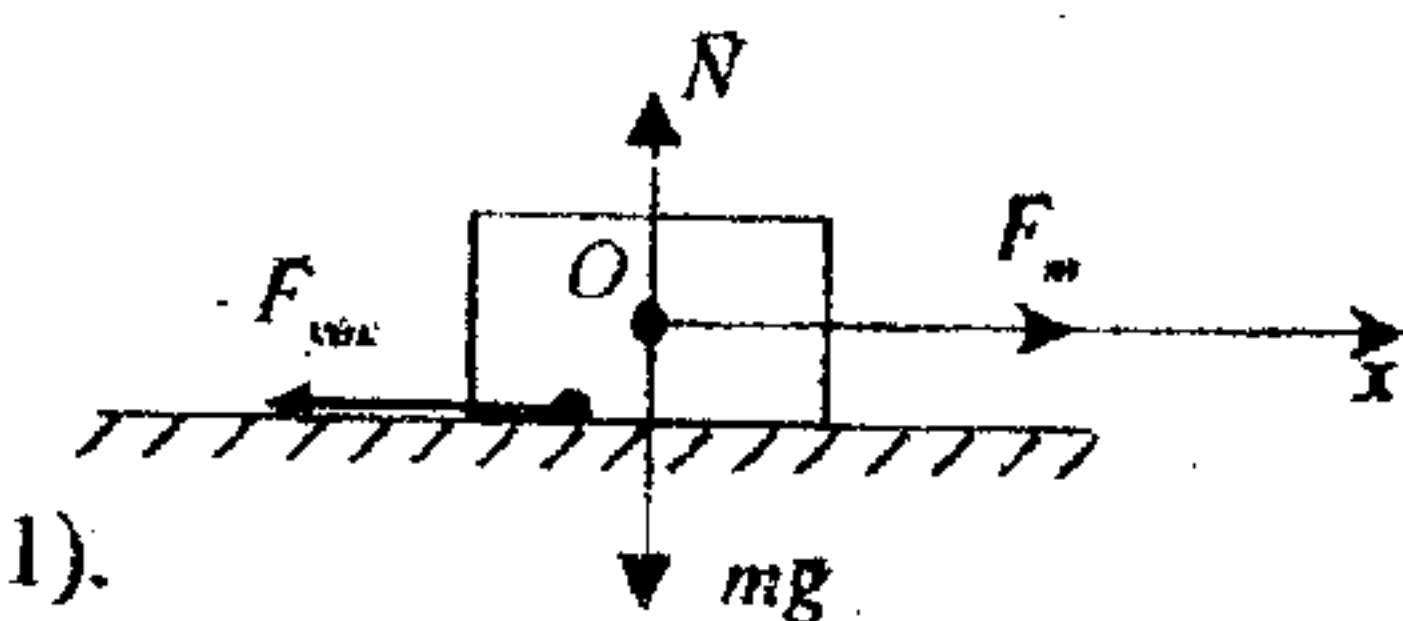
екендігін ескерсек, онда $-\mu mg = ma \Rightarrow a = -\mu g$ (1).

Екінші жағынан бірқалыпты баяу қозғалыста

$$a = -\frac{v_0^2}{2\ell} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } -\mu g = -\frac{v_0^2}{2\ell} \Rightarrow \ell = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{(17,5\text{м/с})^2}{2 \cdot 0,4 \cdot 9,8\text{м/с}^2} \approx 39\text{м}.$$

Жауабы: $\ell \approx 39\text{м}$.



1-сурет

2.2.9 Жүгімен қоса есептегенде массасы 10кг ауа шары бірқалыпты төмен түсіп келеді. Шарды көтеруші күш 78Н . Енді шар жүкті бірқалыпты көтеріп ұшуы үшін одан салмағы қанша жүкті алып тастау керек? Ауаның кедергі күші барлық жағдайда бірдей.

Берілгені:	Шешуі: Шардың бірқалыпты қозғалу шартын екі жағдай үшін жазайық: төмен түскенде $F_k + F_{\text{көз}} + P = 0$
$m = 10\text{кг}$	жоғары көтерілгенде $F_k + F_{\text{көз}} + (P - P_1) = 0$
$F_k = 78\text{Н}$	
$P_1 = ?$	

Тік бағыттағы өс бойынша проекцияласақ, сонда

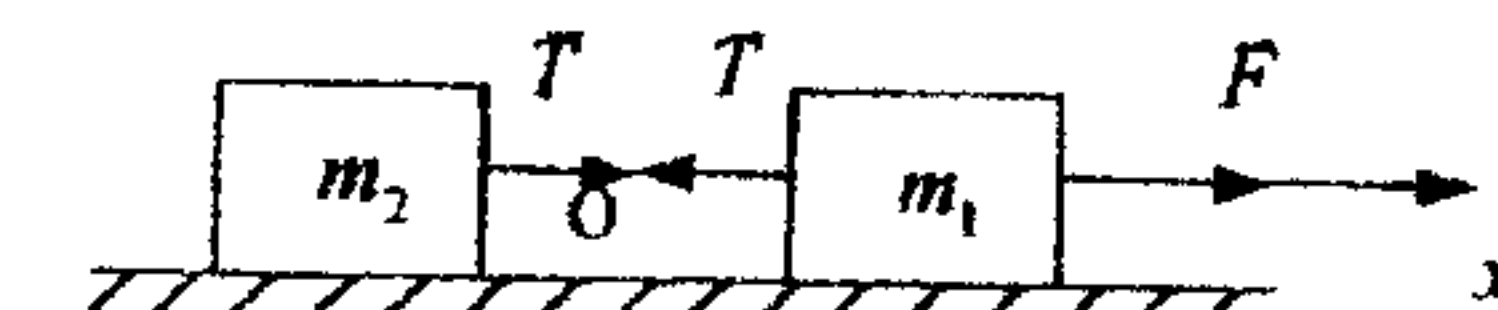
$$\begin{cases} F_k + F_{\text{көз}} - P = 0 \\ F_k - F_{\text{көз}} - P + P_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow P_1 = 2(P - F_k) \text{ немесе } P_1 = 2(mg - F_k)$$

$$P_1 = 2(10\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2 - 78\text{Н}) = 40\text{Н}.$$

Жауабы: $P_1 = 40\text{Н}$.

2.2.10 Массалары $0,2\text{кг}$ және $0,6\text{кг}$ екі білеуше бір-бірімен созылмайтын жеңіл жіпшен байланған. Егер жіптің керілу ішегі 30Н болса, жіп үзілу үшін екі білеушенің кез келген біреуін қандай күшпен тарту керек?

Берілгені:	Шешуі: 2-суреттегі сызбаны пайдаланайық.
$m_1 = 0,2\text{кг}$	Егер бірінші білеушеге F күші әсер етсе, онда
$m_2 = 0,6\text{кг}$	әрбір білеуше үшін қозғалыс теңдеуі былай
$T = 30\text{Н}$	жазылады.
$F = ?$	



2-сурет

$$\begin{cases} F + T = m_1 a_1 \\ T = m_2 a_2 \end{cases} \quad (1)$$

Жіптің созылмайтындығын ескерсек, онда $a_1 = a_2 = a$. (1) теңдеуді Ox өсіндегі проекциялар арқылы өрнектесек

$$\begin{cases} F - T = m_1 a \\ T = m_2 a \end{cases} \Rightarrow F = \frac{m_1 + m_2}{m_2} T. F = \frac{0,2 \text{ кг} + 0,6 \text{ кг}}{0,6 \text{ кг}} 30 \text{ Н} = 40 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F = 40 \text{ Н}$.

2.2.11 Массасы 300 кг лифт бірқалыпты үдемелі қозғалып төмен түседі. Егер лифт 10 с ішінде 40 м жүріп өткен болса, болат арқанның керілу күші қандай болғаны?

Берілгені: $m = 300 \text{ кг}$
 $t = 10 \text{ с}$
 $\ell = 40 \text{ м}$
 $T = ?$

Шешуі: Лифтіге әсер ететін күштерді ескере отырып Ньютонның екінші заңын жазайық, сонда $P - T = ma$. Мұнда, лифтінің қозғалу бағыты өс бағытымен бағыттас.

Ал, $a = \frac{2\ell}{t^2}$, өйткені $v_0 = 0$.

Демек $P - T = \frac{2m\ell}{t^2} \Rightarrow T = mg - \frac{2m\ell}{t^2}$ себебі ($P = mg$).

$$T = 300 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{2 \cdot 300 \text{ кг} \cdot 40 \text{ м}}{(10 \text{ с})^2} \approx 2700 \text{ Н}.$$

Жауабы: $T \approx 2,7 \text{ кН}$.

2.2.12 Массасы m_1 білеуше көкжиек жазықтығында жатыр және ол үйкеліссіз қозғала алады. Оның үстіне массасы m_2 дене қойылды. Дене мен білеуше арасындағы үйкеліс коэффициенті μ . Қандай F күшпен әсер еткенде дене білеуше бойымен сырғанап алады? Білеуше ұзындығы ℓ болса, ол қанша уақытта сырғып түседі? (3 - сурет).

Берілгені: $m_1; m_2; \mu; \ell$.
 Шешуі: Қозғалыс теңдеулерін жазайық: білеуше үшін; $a_1 m_1 = F - F_{\text{үлк}}$

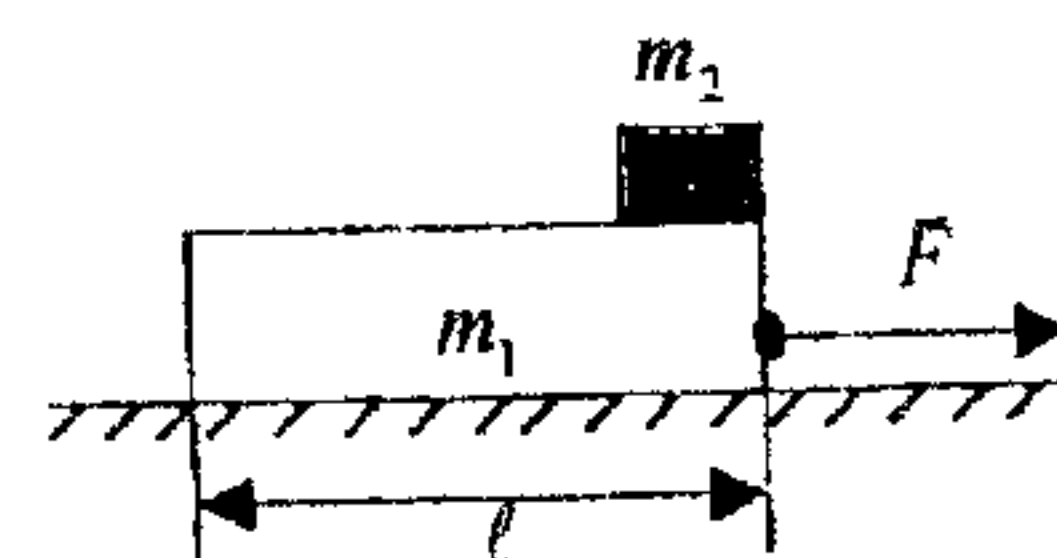
$F = ?$ $t = ?$

дене үшін; $a_2 m_2 = F_{\text{үлк}}$. Егер сырғанау болмаса, онда $a_1 = a_2$. Осы шарт бойынша $F_{\text{үлк}}$ және a табылады,

сонда $F_{\text{үлк}} = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$ және $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$. Ал,

сырғанау болмауы үшін $F_{\text{үлк}} \leq \mu g(m_1 + m_2)$.

Егер $F_{\text{үлк}} > \mu g(m_1 + m_2)$ болса, онда сырғанау болады, бұл жағдайда қозғалыс теңдеуі:



3-сурет

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F - \mu m_2 g \\ m_2 a_2 = \mu m_2 g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{F - \mu m_2 g}{m_1} \\ a_2 = \mu g \end{cases}$$

мұнда $a_1 > a_2$ және үдсулдердің бағыты өзара қарама-қарсы, сонда дененің білеушеге салыстырғанда үдеуі

$$a = a_1 - a_2 = \frac{F - \mu m_2 g}{m_1} - \mu g.$$

Ал, дененің сырғанау уақыты $\ell = \frac{at^2}{2}$ өрнегінен табылады, сонда

$$t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} \text{ немесе } t = \sqrt{\frac{2m_1 \ell}{F - \mu g(m_1 + m_2)}}$$

Жауабы: $F > \mu g(m_1 + m_2)$; $t = \sqrt{\frac{2m_1 \ell}{F - \mu g(m_1 + m_2)}}$.

2.2.13 Үстел үстінде бір-бірімен жіп арқылы байланған екі дене жатыр және $m_2 > m_1$ (4-сурет). Әуелі үлкен денеге кейін кішкентай денеге Q күшімен әсер етеді. Осы жағдайларда жіптің керілуі екеуінде бірдей бола ма?



4-сурет

Берілгені: $m_2 > m_1$; Q
 $T_1 = ?$; $T_2 = ?$

Шешуі: Әрбір жағдай үшін қозғалыс теңдеуін жазайық. Үлкен денеге әсер еткенде: $Q - T_1 = m_2 a$ және $T_1 = m_1 a$ (1). Кіші денеге әсер еткенде: $Q - T_2 = m_1 a$ және $T_2 = m_2 a$ (2). Мұнда оң бағытты x өсі бағытымен аламыз.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } T_1 = \frac{Q m_1}{m_1 + m_2} \text{ және } T_2 = \frac{Q m_2}{m_1 + m_2}.$$

Демек, $m_2 > m_1$ болғандықтан $T_2 > T_1$.

Жауабы: Үлкен денеге әсер еткен жағдайда жіптің керілуі көп болады, яғни $T_2 > T_1$.

2.2.14 Қатаңдығы k , ұзындығы ℓ жеңіл серіппе үстелдің үстінде тік қалшында қойылған. Оған массасы m кішкене шарик құлап түседі. Сонда, үстел бетінен қандай биіктікте шарик ең үлкен жылдамдық алады?

Берілгені: $k; \ell; m$.
 Шешуі: Шарик соққысынан серіппе Δx шамасына сығылсын, сонда кішкене шарик a үдеу алады. Ньютонның екінші заңынан $ma = mg - k\Delta x$ (1).

$h = ?$

Алғашында шарик жылдамдығы артады және де $a = 0$ болғанда жылдамдық шамасы ең үлкен мәнге жетеді. Осы кездегі

серіппенің деформациясы $\Delta \ell$ болса, онда (1)-ден $mg - k\Delta \ell = 0 \Rightarrow \Delta \ell = \frac{mg}{k}$.

Міне, осы кездегі шариктің үстел бетінен биіктігі $h = \ell - \Delta \ell = \ell - \frac{mg}{k}$.

$$\text{Жауабы: } h = \ell - \frac{mg}{k}.$$

2.2.15 Су бетінде, тыныш тұрған қайықтың артында адам отыр. Егер адам v жылдамдықпен қайықтың алдына өтсе, қайықтың орын ауыстыруы қандай болады? Қайыққа әсер ететін кедергі күші қайық жылдамдығына пропорционал, яғни $F_{\text{кед}} = \alpha v$. Қайық массасы M , ал адам массасы m деп есептендер.

Берілгені: v ; m ; M
 $F_{\text{кед}} = \alpha v$
 $\Delta x = ?$

Шешуі: Адам қайық үстінде қозғалғанда, оған қайық тарапынан әсер ететін күш Ньютонның екінші заңынан анықталады, сонда

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} \quad (1)$$

Ал, Ньютонның үшінші заңы бойынша адамның қайыққа әсер ететін күші F' -ке тең, ал бағыты қарама-қарсы. Сонда, есеп шартын ескерсек қозғалыс теңдеуі былай жазылады.

$$-(F - \alpha v) = \frac{\Delta(Mv)}{\Delta t} \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } -\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} + \alpha v = \frac{\Delta(Mv)}{\Delta t} \text{ немесе } \alpha v \Delta t = \Delta(Mv) + \Delta(mv).$$

(2) Ал, $v \Delta t = \Delta x$ екендігін ескерсек

$$\alpha \Delta x = \Delta(Mv) + \Delta(mv) \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{\alpha} [\Delta(Mv) + \Delta(mv)]$$

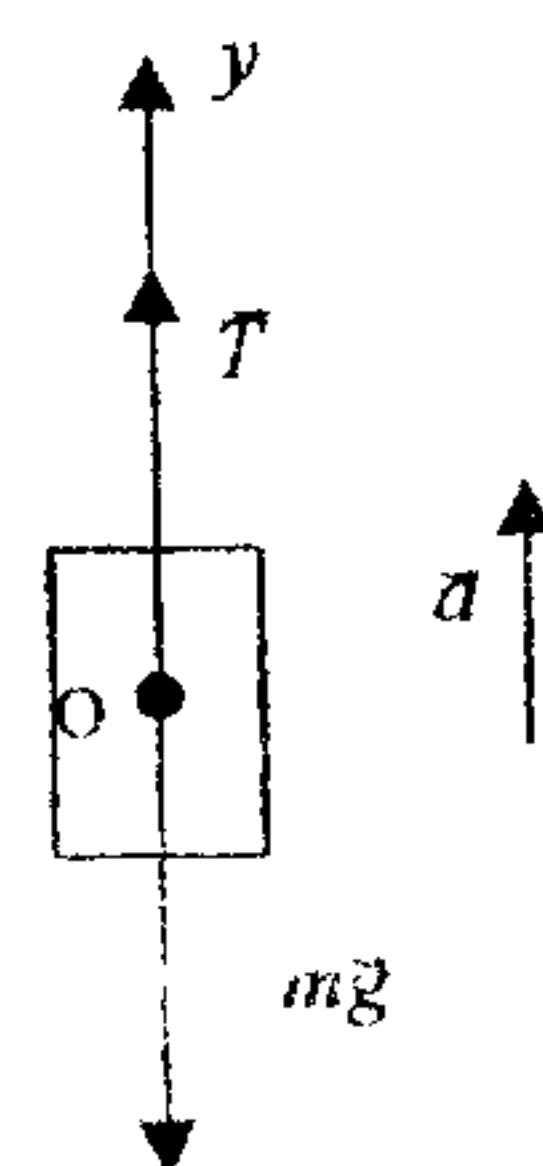
$$\text{Жауабы: } \Delta x = \frac{1}{\alpha} [\Delta(Mv) + \Delta(mv)].$$

2.2.16. Массасы 50 кг жүкті арқан бірқалыпты үдеумен 2 с -та 10 м биіктікке көтереді. Арқанның керілу күшін табындар.

Берілгені: $m = 50 \text{ кг}$
 $t = 2 \text{ с}$
 $h = 10 \text{ м}$
 $T = ?$

Шешуі: Жүкке әсер ететін күштер 5-суретте көрсетілген. Ньютонның екінші заңынан $ma = T + mg$
 Oy өсіне проекцияласақ $ma = T - mg \Rightarrow \Rightarrow T = m(a + g)$ (1). Жүк бастапқы

жылдамдықсыз ($v_0 = 0$) бірқалыпты үдеумен қозғалғандықтан $a = \frac{2h}{t^2}$ (2).



5-сурет

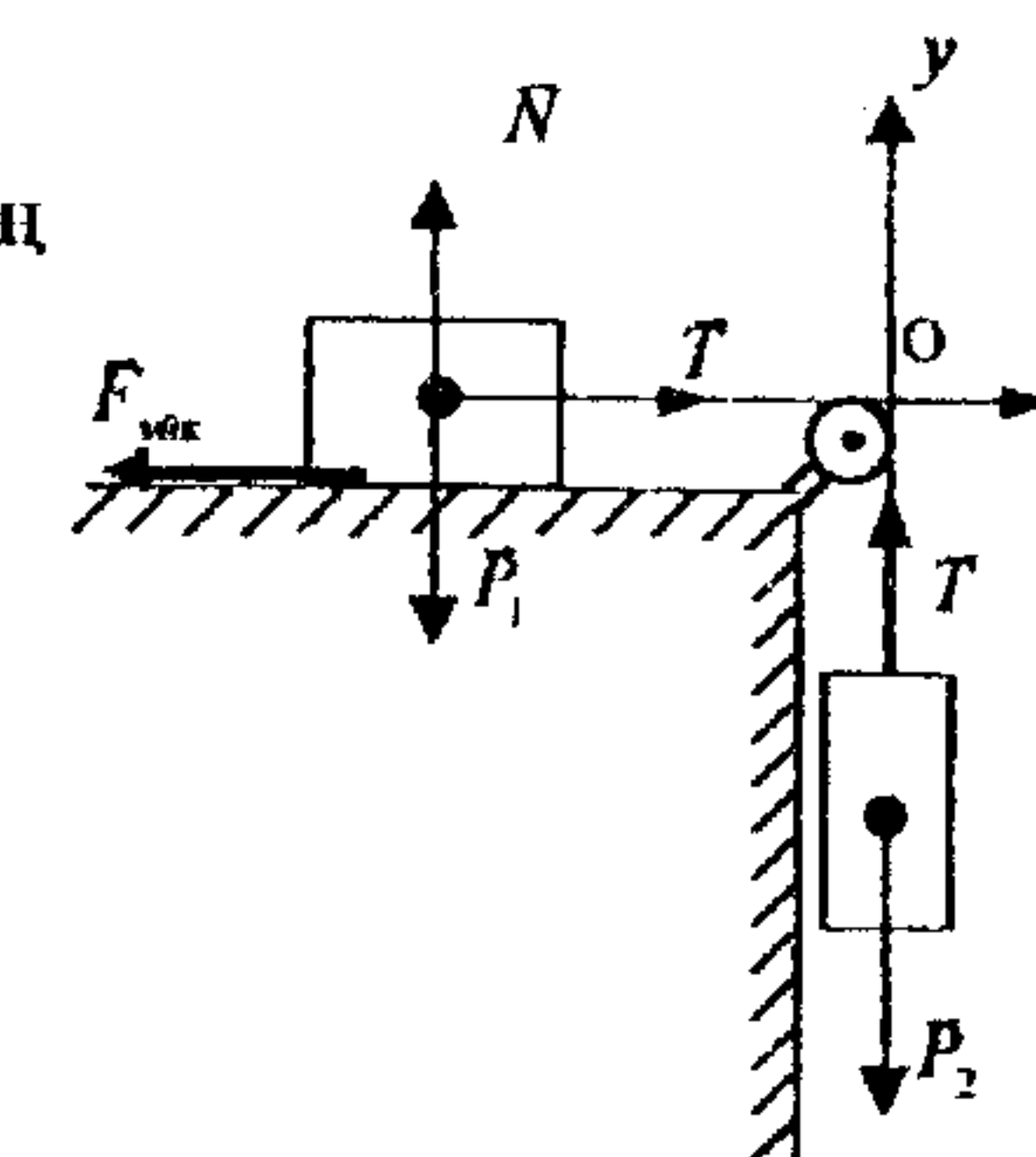
$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } T = m \left(\frac{2h}{t^2} + g \right). T = 50 \text{ кг} \left(\frac{2 \cdot 10 \text{ м}}{(2 \text{ с})^2} + 9,8 \text{ м/с}^2 \right) = 740 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 740 \text{ Н}.$$

2.2.17 Салмағы 2ρ болатын білеуше көкжиек жазықтығында жатыр (6-сурет). Білеушеге созылмайтын жіп байланыш шығыр арқылы өткізілген де ұшына $\frac{1}{3}\rho$ салмақты жүк ілінген. Егер білеушенің жазықтықпен үйкеліс коэффициенті $0,15$ болса, онда ол қандай үдеумен қозғалады.

Берілгені: $P_1 = 2\rho$
 $P_2 = \frac{1}{3}\rho$
 $\mu = 0,15$
 $a = ?$

Шешуі: Білеуше мен жүкке әсер ететін күштер 6-суретте көрсетілген. Сонда Ньютонның екінші заңы былай жазылады:



6-сурет

$$\text{білеуше үшін } T + P_1 + F_{\text{уик}} + N = m_1 a,$$

$$\text{жүк үшін: } T + P_2 = m_2 a.$$

Жүк созылмайтын болса, онда $a = \text{const}$.

Ox және Oy өстері бойынша проекцияларын

$$\text{жазсақ, онда } \begin{cases} T - F_{\text{уик}} = m_1 a \\ T - P_2 = -m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{g(P_2 - \mu P_1)}{P_1 + P_2}.$$

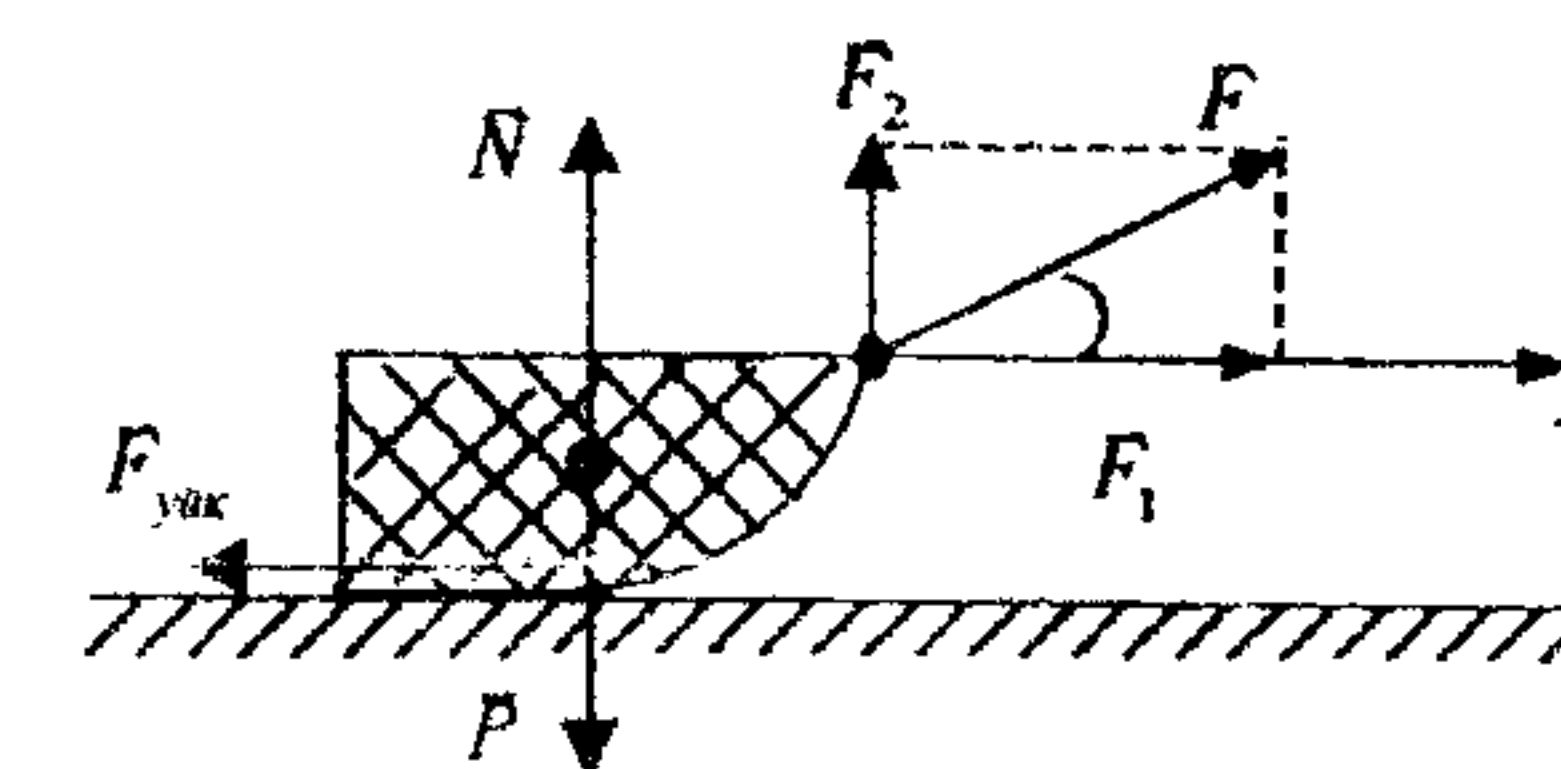
$$a = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 \left(\frac{1}{3} \rho - 0,15 \cdot 2\rho \right)}{2\rho + 1/3\rho} = 0,14 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Жауабы: } a = 0,14 \text{ м/с}^2.$$

2.2.18 Массасы 60 кг шана қар бетімен сырғанағандағы үйкеліс коэффициенті $0,1$. Егер шананы көкжиек бағытына салыстырғанда 30° бұрыш жасай 80 Н күшпен тартсақ, ол қандай үдеумен қозғалар еді?

Берілгені: $m = 60 \text{ кг}$
 $\mu = 0,1$
 $\alpha = 30^\circ$
 $F = 80 \text{ Н}$
 $a = ?$

Шешуі: Шанаға әсер ететін күштерді сызба түрінде көрсетейік (7-сурет). Онда шана алатын үдеу былай анықталады.
 $ma = F + N + P + F_{\text{уик}}$



7-сурет

Ox өсіне проекцияласақ (1)
 $ma = F \cos \alpha - F_{\text{уик}}$. F -күшінің

F_2 - құраушысы шананы біршама жоғары көтереді, сондықтан үйкеліс күшіде азаяды, демек $F_{\text{үк}} = \mu(P - F_2)$ немесе $F_{\text{үк}} = \mu(mg - F \sin \alpha)$. $F_{\text{үк}}$ мәніне

$$(1) - \text{ге қойсақ } ma = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) \Rightarrow a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m}$$

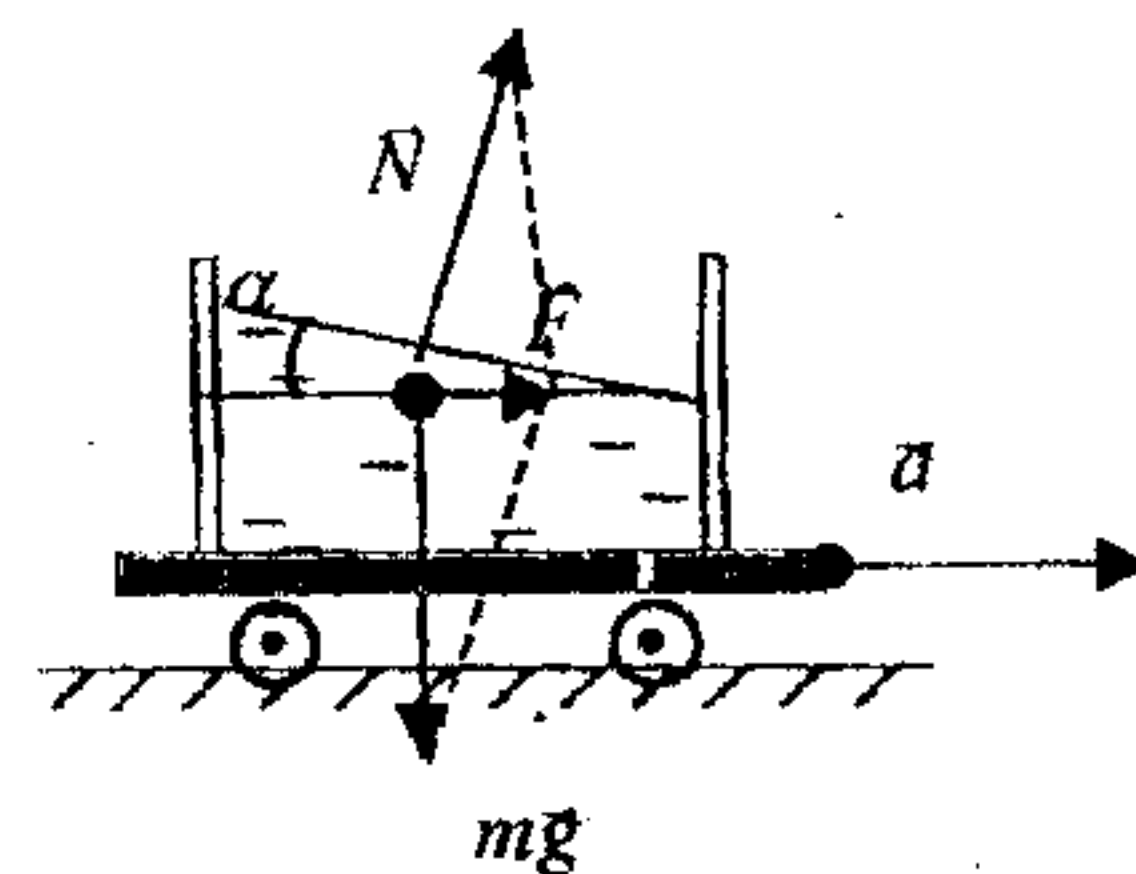
$$\text{немесе } a = \frac{F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m}$$

$$a = \frac{80 \text{ Н} (\cos 30^\circ - 0,1 \cdot \sin 30^\circ) - 0,1 \cdot 60 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{60 \text{ кг}} \approx 0,23 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Жауабы: } a \approx 0,23 \text{ м/с}^2.$$

2.2.19 Көкжиек бағытында a үдеумен қозғалып бара жатқан арбаша үстіндегі ыдысқа сұйық құйылған. Сұйық бетінің пішінін анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Сұйыққа әсер етуші күштер 8-суретте көрсетілген.
 α - ?



8-сурет

Сонда, сұйық бөлігінің әрбір m массасына екі күш әсер етеді. Олар: mg - ауырлық күші, N - сұйық тарапынан болатын қайтарушы күш. Осы екі күштің F -теңәсерлі күш сұйыққа a үдеу береді, яғни $F = ma$. Сонда, сұйық бетінің көкжиек бағытында жасайтын α бұрышы былай табылады.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} \text{ немесе } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}.$$

$$\text{Жауабы: } \alpha = \arctg \frac{a}{g}.$$

2.2.20 Жуан арқан үстел үстінде жатыр. Оның жалпы ұзындығының 25%-і салбырағанда арқан үстелден сырғып түсе бастайды. Арқанның үстел бетімен үйкеліс коэффициенті неге тең?

Берілгені: Шешуі: Арқанның жалпы салмағы (ℓP_0) болсын, онда $\ell = 25\% \cdot \ell_0$ оның салбыраған ℓ бөлігінің салмағы $P_1 = P_0 \cdot 0,25 \cdot \ell_0$ болады, ал арқанның үстел үстінде қалған бөлігінің салмағы $P_2 = P_0 \cdot 0,75 \cdot \ell_0$.

$P_1 \geq F_{\text{үк}}$ шарты орындалғанда, арқан сырғып түседі, демек

$$P_0 \cdot 0,25 \ell_0 \geq \mu P_0 \cdot 0,75 \ell_0 \Rightarrow \mu \leq \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3};$$

$$\text{Жауабы: } \mu_{\text{max}} = \frac{1}{3}.$$

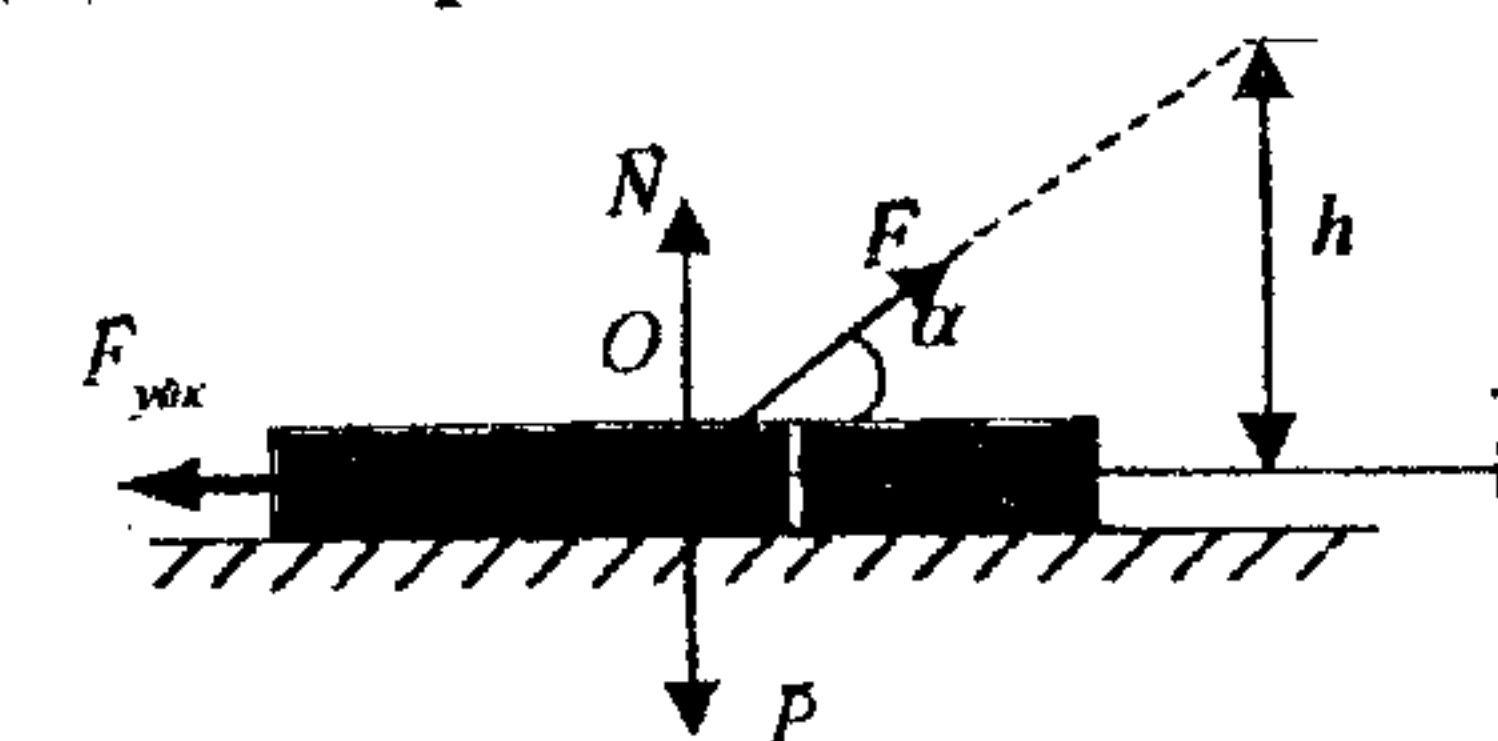
2.2.21 Салмағы P бөренені F күшпен ұзындығы ℓ арқан арқылы тұрақты жылдамдықпен тартады (9-сурет). Арқанның ұшы жер бетінен h биіктікте. Бөрененің жер бетімен үйкеліс коэффициентін табыңдар. Арқан бөрененің ауырлық центріне бекітілген.

Берілгені: Шешуі: Дене тұрақты жылдамдықпен қозғалуы үшін $P; F; \ell; h$ оған әсер ететін күштердің геометриялық қосындысы нөлге

μ - ?

тең болуы керек, яғни $N + P + F_{\text{үк}} + F = 0$.

Ox өсіндегі проекциялары бойынша жазатын болсақ, онда $-F_{\text{үк}} + F \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_{\text{үк}} = F \cos \alpha$.



9-сурет

Оң жақтағы үшбұрыштан $\cos \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell}$, демек (1) $F_{\text{үк}} = F \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell}$.

Екінші жағынан $F_{\text{үк}} = \mu N$, ал $N = P - F \sin \alpha$ және $\sin \alpha = \frac{h}{\ell}$, сонда

$$F_{\text{үк}} = \mu \left(P - F \frac{h}{\ell} \right) \quad (2). \text{ және (2)-ден } \mu \left(P - F \frac{h}{\ell} \right) = F \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{F \sqrt{\ell^2 - h^2}}{P \ell - F h}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{F \sqrt{\ell^2 - h^2}}{P \ell - F h}.$$

2.2.22 Автомашина салмағы $1m$. Автомашина қозғалысы кезінде әсер ететін үйкеліс күші оның салмағының 0,1- не тең. Егер автомашина 25 м жүргенде 1 м өрге көтерілетіндей көлбеу жолмен бірқалыпты қозғалатын болса, мотордың тарту күшін табыңдар.

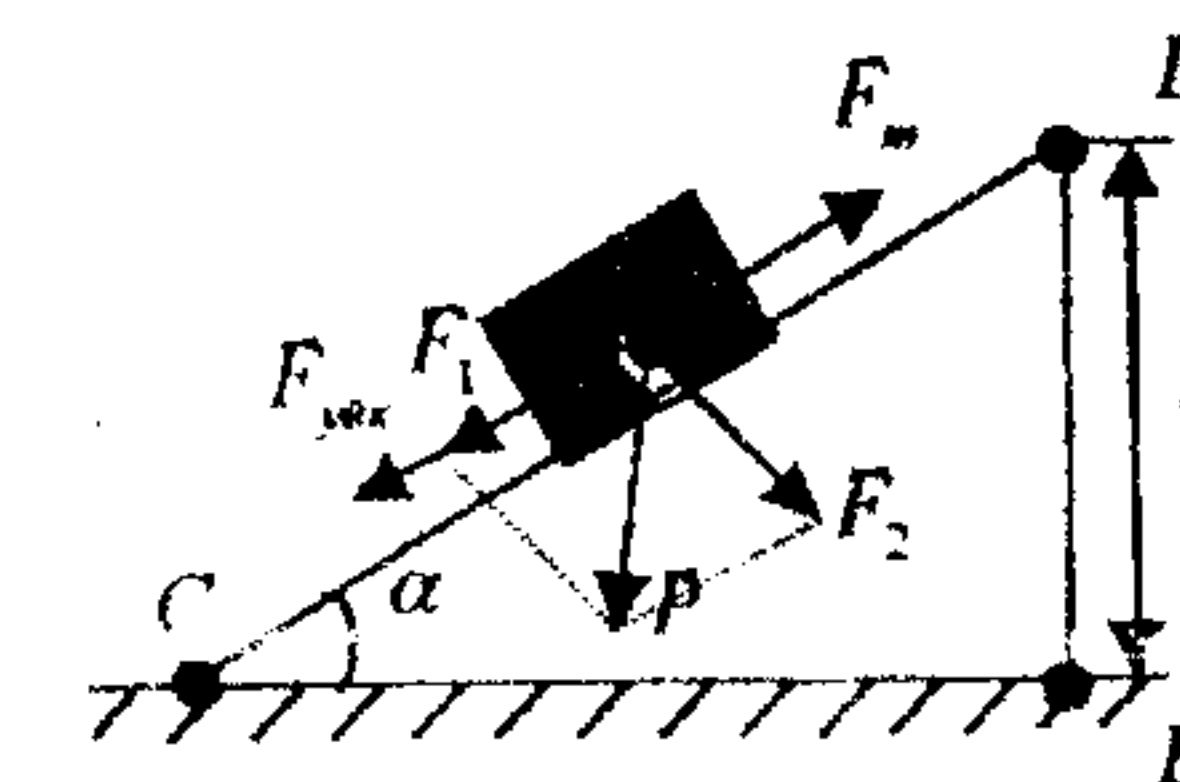
Берілгені: Шешуі: $1m = 10^3 \text{ кг}$.
 $m = 1m$ 10-суретті пайдаланайық. Мұндағы: F_1 және F_2 салмақ күшінің құраушылары; F_m - мотордың тарту күші;
 $F_{\text{үк}} = 0,1P$ $F_{\text{үк}}$ -үйкеліс күші. Қозғалыс бірқалыпты болуы үшін $F_m = F_{\text{үк}} + F_1$ (1) шарты орындалуы тиіс.
 $\eta = \frac{1}{25} = \frac{h}{\ell}$
 F_m - ?

Ал, $F_1 = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$ және $F_{\text{үк}} = 0,1mg$ (2)

$\Delta OF_2P \sim \Delta CED$ болғандықтан $\frac{PF_2}{OP} = \frac{DE}{CD}$,

Ал $PF_2 = F_1$; $OP = P$; $DE = h$; $CD = \ell$

болғандықтан $\frac{F_1}{P} = \frac{h}{\ell}$ немесе $\frac{h}{\ell} = \eta = \sin \alpha$ (3).



10-сурет

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } F_m = 0,1mg + mg \frac{h}{\ell} = mg \left(0,1 + \frac{h}{\ell} \right).$$

$$F_m = 10^3 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 (0,1 + 0,04) \approx 1,37 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_m \approx 1,37 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

2.2.23. Көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазықтықта білеуше сырғытылды. Жазықтықтың ең жоғарғы нүктесіне бару уақыты, оның қайта түсу уақытынан екі есе аз болды. Білеуше мен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені: $\alpha; t_m = 2 \cdot t_x$ Шешуі: Әуелі көлбеу жазықтықпен қозғалған білеушеге әсер ететін күштерді анықтайық (11-сурет).

Екі жағдайда да білеуше үдей қозғалады, сонда $ma = mg + N + F_{\text{үйк}}$.

Әрбір жағдай үшін осы теңдеудің Ox өсіндегі проекцияларын жазайық: көтерілгенде $ma_1 = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$ (1), төмен түскенде $ma_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$ (2).

Екі жағдайда да жүрілген жолдың шамасы

$$\text{бірдей, сондықтан } s = \frac{a_1 t_x^2}{2} \quad \text{және} \quad s = \frac{a_2 t_m^2}{2}.$$

$$\text{Есеп шарты бойынша } t_m = 2 \cdot t_x, \text{ онда } \frac{a_1}{2} t_x^2 = \frac{a_2}{2} \cdot \frac{4t_x^2}{2} \Rightarrow a_1 = 4a_2 \quad (3).$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = 4(g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) \Rightarrow \mu = 0,6 \tan \alpha.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = 0,6 \tan \alpha.$$

2.2.24 Оңға қарай a үдеумен қозғалатын тегіс көлбеу жазықтықта білеуше жатыр (12-сурет). Білеуше сырғып кетпеу үшін a үдеудің мәні қандай болуы керек? Көлбеулік бұрышы α .

Берілгені: α Шешуі: Білеушеге mg және N күштері әсер етеді. Осы күштердің теңәсерлі күші көкжиек бағытымен бағытталуы тиіс, өйткені осы күш білеушеге көкжиек бағытында a үдеу береді. Сонда, $ma = F$, ал $F = mg \tan \alpha$, демек $ma = mg \tan \alpha \Rightarrow a = g \tan \alpha$.

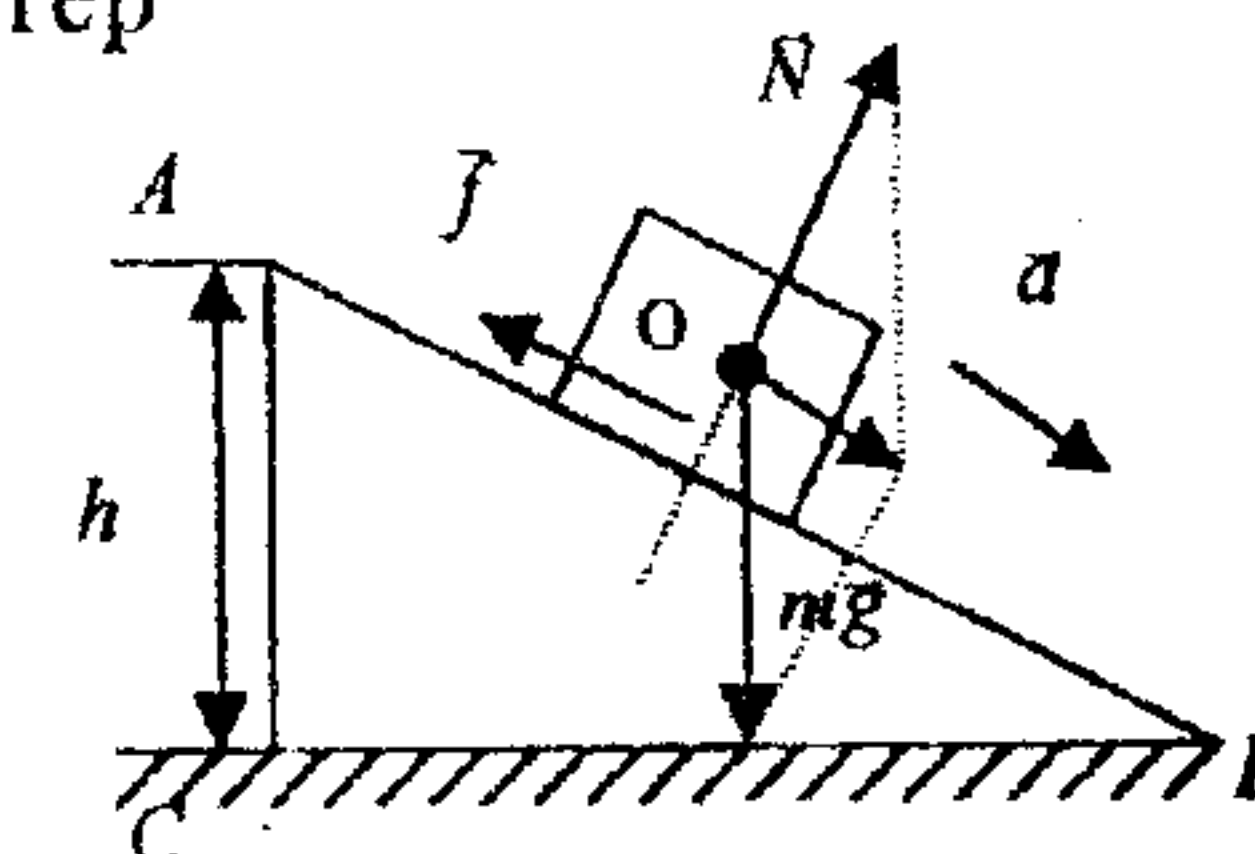
$$\text{Жауабы: } a = g \tan \alpha.$$

2.2.25 Ұзындығы $\ell = 10 \text{ м}$, ал биіктігі $h = 5 \text{ м}$ көлбеу жазықтықтың төбесінен дене бастапқы жылдамдықсыз қозғала бастады. Дене қанша

уақытта, қандай жылдамдықпен көлбеу жазықтықтан түседі? Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,2$.

Берілгені: $\ell = 10 \text{ м}$, $h = 5 \text{ м}$, $\mu = 0,2$ Шешуі: Денеге әсер етуші күштер 13-суретте көрсетілген. Дене қозғалысына Ньютонның екінші заңын қолданайық,

$$t = ?; v = ?$$



13-сурет

$$\text{Сонда } \begin{cases} ma = mg \sin \alpha - f & (1) \\ N - mg \cos \alpha = 0 & (2) \end{cases}$$

$$f = \mu N \text{ екендігін ескерсек } (1) \text{ және } (2)\text{-ден } a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

$$\Delta ABC\text{-дан } \sin \alpha = \frac{h}{\ell} \text{ және } \cos \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell} \text{ сонда } a = \frac{g}{\ell} (h - \mu \sqrt{\ell^2 - h^2}) \quad (3).$$

$$v_0 = 0 \text{ шартын пайдаланып бірқалыпты үдемелі қозғалыс үшін } \ell = \frac{at^2}{2}$$

$$\text{өрнегінен } t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} \text{ және } v = \sqrt{2a\ell}.$$

(3)-ден a мәнін бұл өрнектерге қойсақ.

$$t = \ell \sqrt{\frac{2}{g(h - \mu \sqrt{\ell^2 - h^2})}} \text{ және } v = \sqrt{g(h - \mu \sqrt{\ell^2 - h^2})}.$$

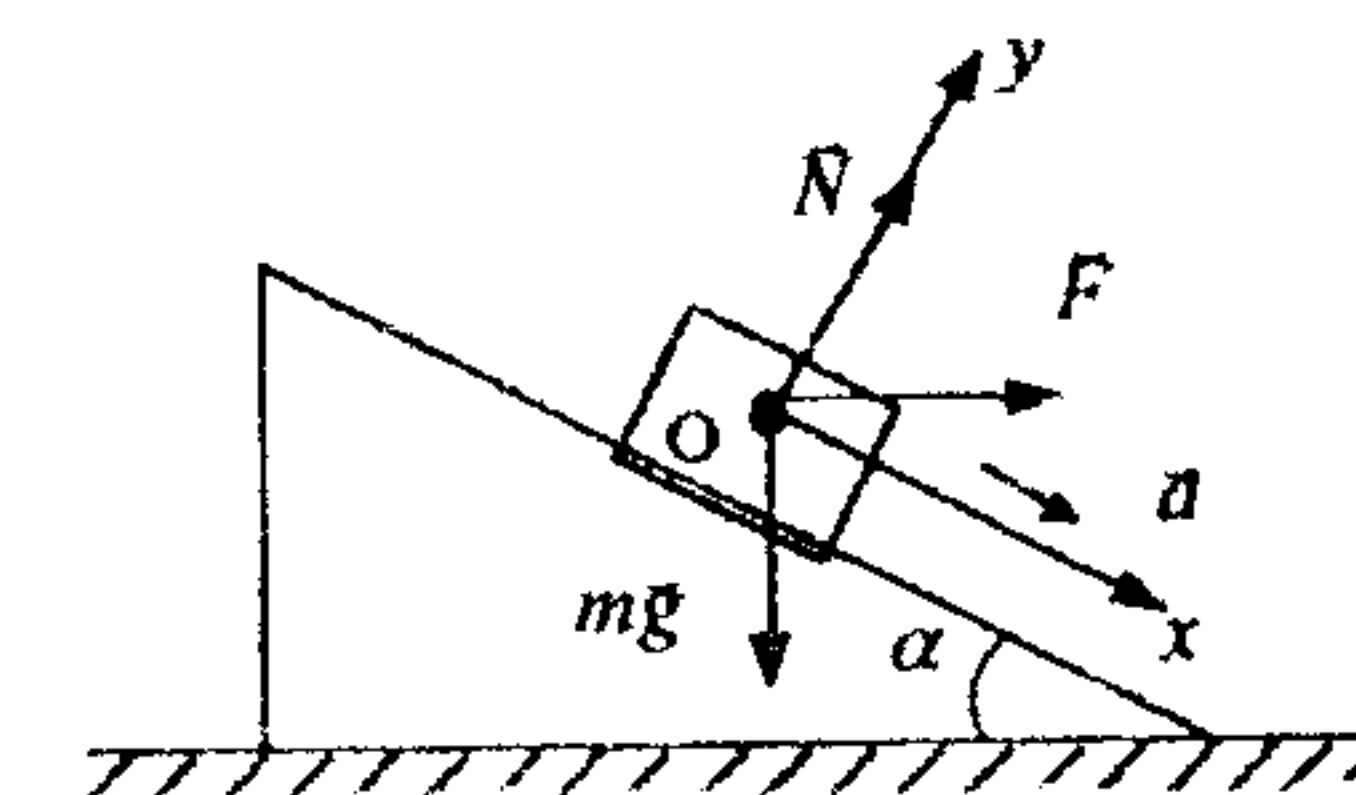
$$t = 10 \text{ м} \sqrt{\frac{2}{9,8 \text{ м/с}^2 (5 \text{ м} - 0,2 \sqrt{(10 \text{ м})^2 - (5 \text{ м})^2})}} \approx 2,5 \text{ с};$$

$$v = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 (5 \text{ м} - 0,2 \sqrt{(10 \text{ м})^2 - (5 \text{ м})^2})} \approx 8 \text{ м/с}.$$

$$\text{Жауабы: } t \approx 2,5 \text{ с}; v \approx 8 \text{ м/с}.$$

2.2.26 Көкжиекпен $\alpha = 30^\circ$ жасайтын тегіс көлбеу жазықтықта жатқан массасы $m = 50 \text{ кг}$ денеге көкжиек бағытында $F = 295 \text{ Н}$ күш әсер етеді (14-сурет). Дененің a үдеуін және оның жазықтықты қысатын F_x күшін есептеп табыңдар.

Берілгені: $\alpha = 30^\circ$, $m = 50 \text{ кг}$, $F = 295 \text{ Н}$ Шешуі: Ньютонның екінші заңы бойынша $ma = mg + N + F$ Ox және Oy өстеріне проекцияласақ, онда $a = ?; F_x = ?$



14-сурет

$$\begin{cases} ma = mg \sin \alpha + F \cos \alpha \\ 0 = -mg \cos \alpha + F \sin \alpha + N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = g \sin \alpha + \frac{F \cos \alpha}{m} \\ N = mg \cos \alpha - F \sin \alpha \end{cases}$$

Ал, $|F_x| = |N|$ екендігін ескерсек, онда $F_x = mg \cos \alpha - F \sin \alpha$.

$$a = 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \sin 30^\circ + \frac{295 \text{ Н} \cdot \cos 30^\circ}{50 \text{ кг}} \approx 10 \text{ м/с}^2.$$

$$F_x = 50 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \cos 30^\circ - 294 \text{ Н} \cdot \sin 30^\circ \approx 277,3 \text{ Н}.$$

Жауабы: $a \approx 10 \text{ м/с}^2$; $F_x \approx 277,3 \text{ Н}$.

2.2.27 Массасы M тақтайша көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазықтықтың бетімен үйкеліссіз қозғала алады. Тақтайдың үстімен массасы m күштік қай бағытта және қандай үдеумен жүгіргенде тақтайша көлбеу жазықтықпен сырғанамай бір орында қалады? Күштік табанымен тақтайша арасындағы үйкеліс коэффициенті μ қандай болғанда есептің шешуі болады?

Берілгені: M ; α ; m
Шешуі: Күштік тақтайшаның бетімен төмен қарай бағытталған үдеумен жүгіру керек, өйткені күштікті жоғары қарай итеретін F_1 күші тақтайға әсер

ететін mg - ауырлық күшімен N – тіреудің реакция күштерінің теңәсерлі күшімен теңгеріледі (15-сурет).

Ньютоның екінші заңынан

$$ma = mg \sin \alpha + Mg \sin \alpha \Rightarrow a = g \sin \alpha \left(1 + \frac{M}{m}\right) \quad (1).$$

Ал, күштікті итеретін күш ($-F_1$) үйкеліс $F_{\text{үк}}$ күшінен артық бола

алмайды, өйткені $|F_1| > |F_{\text{үк}}|$

болса онда күштік астындағы ағаш жоғары қозғалуы тиіс, демек

$$F_1 \leq \mu N \quad (2)$$

$F_1 = Mg \sin \alpha$ және $N = mg \cos \alpha$ болғандықтан (2) былай жазылады

$$Mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha \Rightarrow \mu \geq \frac{M}{m} \tan \alpha.$$

Жауабы: $a = g \sin \alpha \left(1 + \frac{M}{m}\right)$; $\mu \geq \frac{M}{m} \tan \alpha$.

2.2.28. Көлбеулік бұрышы $\alpha = 30^\circ$ болатын жолмен автомашина жоғары қозғалады. Автомашина үдеуі $a = 0,6 \text{ м/с}^2$ болуы үшін доңғалақпен жол беті арасындағы үйкеліс коэффициентінің ең аз мәнін анықтаңдар.

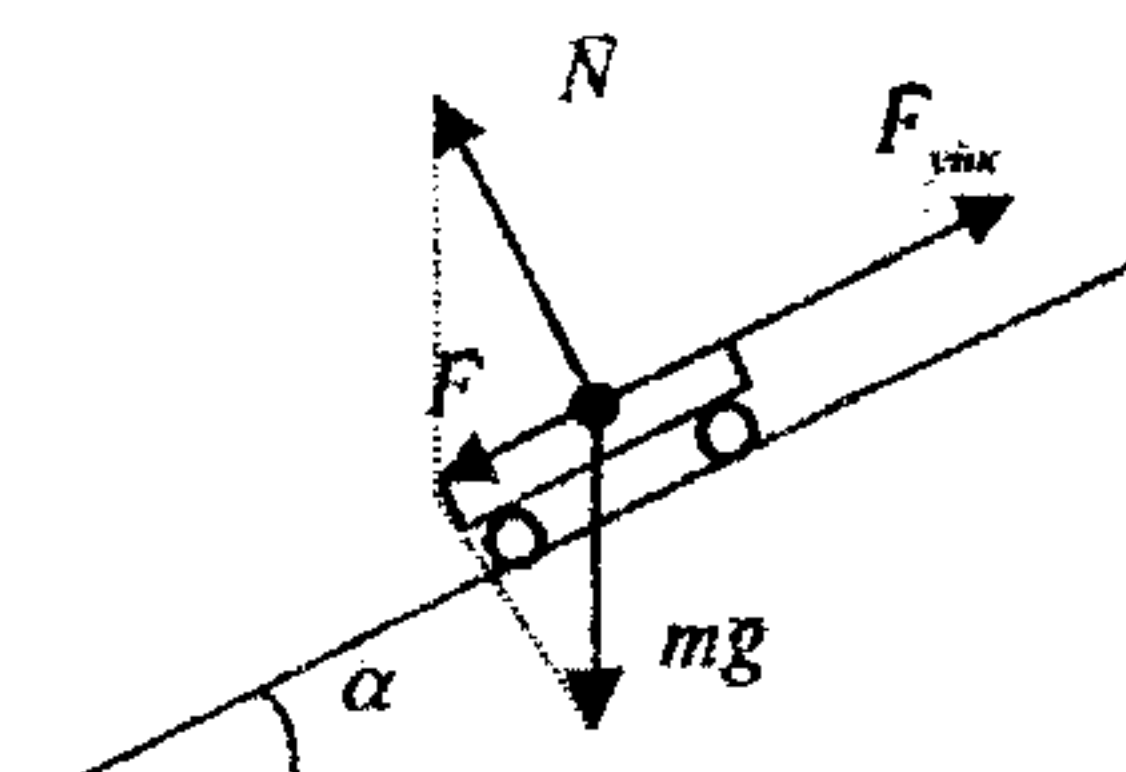
Берілгені: $\alpha = 30^\circ$
 $a = 0,6 \text{ м/с}^2$
 $\mu = ?$
Шешуі: Автомашинаға әсер ететін күштер 16-суретте көрсетілген. Мұндағы F күші mg және N күштерінің теңәсерлі күші болып табылады. Сонда, қозғалыс теңдеуін өстер бойынша жазсақ $ma = F_{\text{үк}} - F$.

Ал, $F_{\text{үк}} = \mu mg \cos \alpha$ екендігін ескерсек, онда

$$ma = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \Rightarrow \mu = \frac{a + g \sin \alpha}{g \cos \alpha}$$

$$\mu = \frac{0,6 \text{ м/с}^2 + 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \sin 30^\circ}{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \cos 30^\circ} \approx 0,66.$$

Жауабы: $\mu \approx 0,66$.



16-сурет

2.2.29. 17-суретте көрсетілген механикалық жүйедегі m_1 , m_2 және m_3 денелердің үдеулерін табыңдар. Блок және жіп массаларын сондай-ақ тиісетін беттер арасындағы үйкеліс ескерілмесін.

Берілгені: m_1 ; m_2 ; m_3
Шешуі: Жіп созылмайтын болғандықтан, $a_1 = a_2 = a_0$ (1), ал m_3 көлбеу жазықтықпен қозғалғанда $a_3 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, мұндағы a_x және a_y , m_3 - денесінің көкжиек бағытында және тік

бағытта қозғалыс үдеулері. Енді әрбір дене үшін қозғалыс теңдеулерін жазамыз (өстер бойынша),

сонда $m_1 a_1 = m_1 g - T$; $m_2 a_2 = T + N \sin \alpha$;

$m_3 a_T = m_3 g - N \cos \alpha$; $m_3 a_x = N \sin \alpha$.

(1)-ші шартты ескерсек

$m_1 a_0 = m_1 g - T$; $m_2 a_0 = T + N \sin \alpha$

$m_3 a_T = m_3 g - N \cos \alpha$; $m_3 a_x = N \sin \alpha$ (2).

Геометриялық тұрғыдан

$$\tan \alpha = \frac{a_T}{a_0 + a_x} \quad (3).$$

қатынасын жазуға болады, сонда

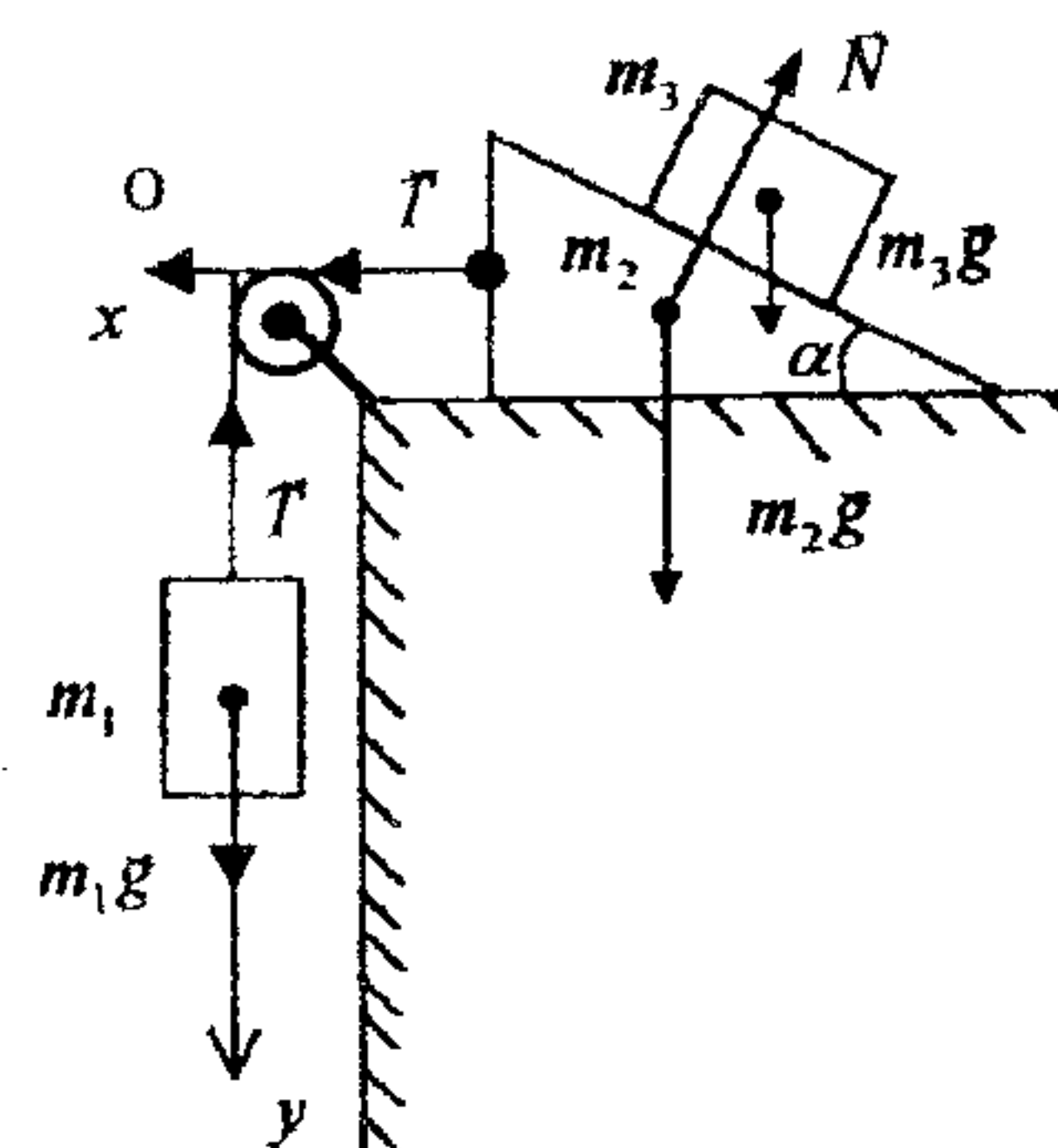
$$(2) \text{ және } (3)\text{-ден } a_0 = \frac{m_1 + m_3 \sin \alpha \cos \alpha}{m_1 + m_2 + m_3 \sin^2 \alpha} g;$$

$$a_T = \frac{m_1 \sin \alpha \cos \alpha + (m_1 + m_2 + m_3) \sin^2 \alpha}{m_1 + m_2 + m_3 \sin^2 \alpha} g;$$

$$a_x = \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha \cos \alpha - m_1 \sin^2 \alpha}{m_1 + m_2 + m_3 \sin^2 \alpha} g.$$

Ескерту: есеп шешімі $\tan \alpha \leq 1 + \frac{m_2}{m_1}$ шарты орындалғанда дұрыс болады.

Жауабы: $a_1 = a_2 = \frac{m_1 + m_3 \sin \alpha \cos \alpha}{m_1 + m_2 + m_3 \sin^2 \alpha} g$; $a_3 = \sqrt{a_T^2 + a_x^2}$.



17-сурет

2.2.30 Бастапқы жылдамдықсыз еркін құлаған дене түсуінің соңғы секундында барлық жолының $\frac{2}{3}$ бөлігін жүріп өтті. Дененің барлық жүрген жолын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: Дене барлық t уақыт түсуінде

$$\tau = 1c \quad (1) \quad \dot{s} = \frac{gt^2}{2} \text{ жол жүреді, ал } t_0 \text{ уақытта } (t_0 < t)$$

$$\Delta s = \frac{2}{3}s \quad (2) \quad s_0 = \frac{gt_0^2}{2} \text{ жол жүреді.}$$

$$s - ? \quad \text{Есептің шарты бойынша } \Delta s = s - s_0 = \frac{2}{3}s \text{ және } t - t_0 = \tau.$$

Осы шарттарды және (1) мен (2) өрнектерді біріктіріп шешсек

$$s^2 - 3g\tau^2 s + \frac{9}{16}g^2\tau^4 = 0$$

Бұл s -ке салыстырғанда квадрат теңдеу, оның $s = \frac{3}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{3})g\tau^2$ оң шешімі

ғана есеп шартын қанағаттандырады.

$$s = \frac{3}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot 9,8m/c^2 \cdot (1c)^2 \approx 27,4m.$$

Жауабы: $s \approx 27,4m$.

2.2.31 Массасы $M = 500g$ арбаға созылмайтын жіпке байланып, блоктан асырылған да екінші ұшына $m = 200g$ жүк ілінген. Алғашында арбаға көкжиек бағытында солға қарай $v_0 = 7m/c$ жылдамдықпен қозғалады (18-сурет). $t = 5c$ өткеннен кейін арбашаның жылдамдығының бағыты мен модуль және осы уақыт ішінде жүрген жолын анықтандар.

Берілгені: Шешуі: $500g = 0,5kg$; $200g = 0,2kg$.

$M = 500g$ Қозғалыс теңдеулерін жазайық, сонда

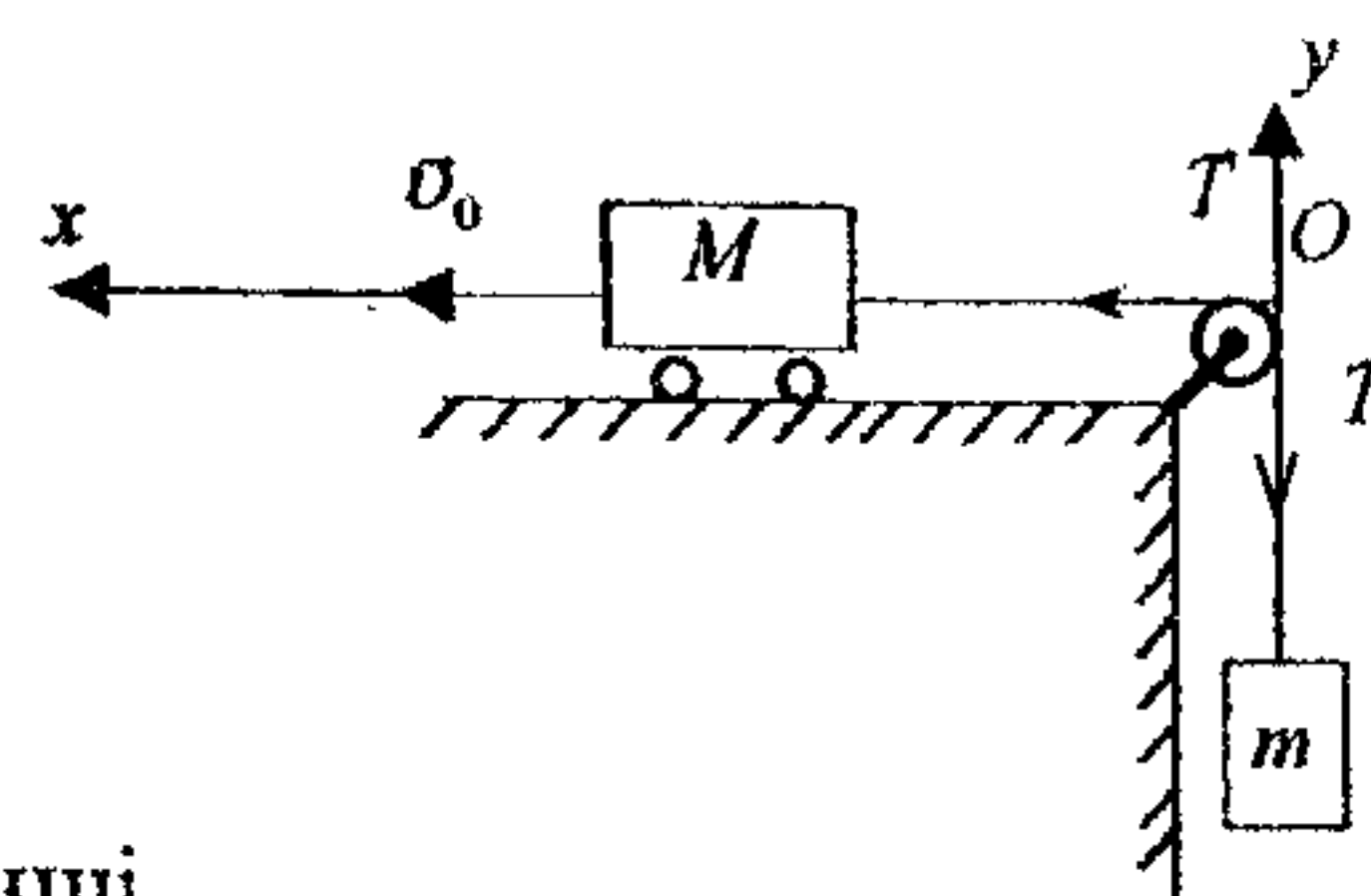
$$m = 200g$$

$$v_0 = 7m/c$$

$$t = 5c$$

$$v - ?; \ell - ?$$

$$\begin{cases} x = v_0 t - \frac{at^2}{2} \\ v = v_0 - at \end{cases} \quad (1)$$



18-сурет

a -үдеуді анықтау үшін Ньютонның екінші

заңын өстер бойынша жазамыз $\begin{cases} T = Ma_1 \\ mg - T = ma_2 \end{cases}$

Жіп созылмайтын болғандықтан $a_1 = a_2 = a$, демек

$$\begin{cases} T = Ma \\ mg - T = ma \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m}{M+m}g.$$

$$a\text{-ның осы мәнін (1) жүйеге қойсақ} \begin{cases} x = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \left(\frac{m}{M+m} \right) \\ v = v_0 - g \left(\frac{m}{M+m} \right) t \end{cases}$$

$$x = 7 \frac{m}{c} \cdot 5c - \frac{9,8m/c^2 \cdot (5c)^2}{2} \cdot \left(\frac{0,2kg}{0,5kg + 0,2kg} \right) = 0; \quad x = 0.$$

$$v = 7 \frac{m}{c} - 9,8 \frac{m}{c^2} \cdot 5c \cdot \left(\frac{0,2kg}{0,5kg + 0,2kg} \right) = -7 \frac{m}{c}; \quad v = -7 \frac{m}{c}.$$

Демек, 5 секундтан кейін арбаға бұрынғы орнына қайтып келеді және жылдамдығы $7m/c$, бірақ бағыты оңға қарай бағытталған екен.

$$\text{Арбашаның жүрген толық жолы } \ell = 2\ell_1 = 2 \left(v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} \right),$$

мұндағы ℓ_1 — оның бір бағыттағы жүрген жолы, t_1 — бір бағытта жүрген

уақыты $\left(t_1 = \frac{t}{2} \right)$, ал үдеуі $a = \frac{m}{M+m}g$.

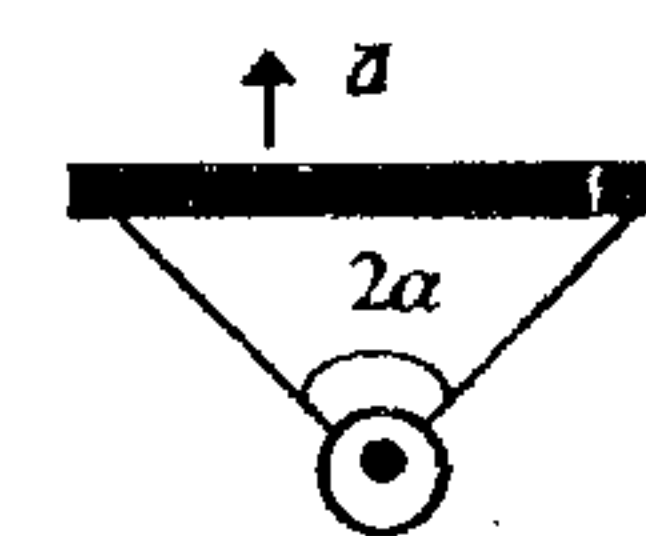
$$\text{Сонда } \ell = 2 \left(v_0 \frac{t}{2} - \frac{g}{2} \left(\frac{m}{M+m} \right) \frac{t^2}{4} \right).$$

$$\ell = 2 \left[\frac{7m}{c} \cdot \frac{5c}{2} - \frac{9,8m/c^2}{2} \cdot \left(\frac{0,2kg}{0,5kg + 0,2kg} \right) \frac{(5c)^2}{4} \right] = 17,5m.$$

Жауабы: $v = -7 \frac{m}{c}$; $\ell = 17,5m$.

2.2.32. Массасы m кішкене шарик екі жіп арқылы тақтаға бекітілген (19-сурет).

Егер тақтай жоғары қарай a үдеумен қозғалса, әрбір жіптің керілуі қандай болады?



19-сурет

Берілгені: Шешуі: Әрбір жіптің керілуі бірдей және T деп есептейік (20-сурет).

$$T - ?$$

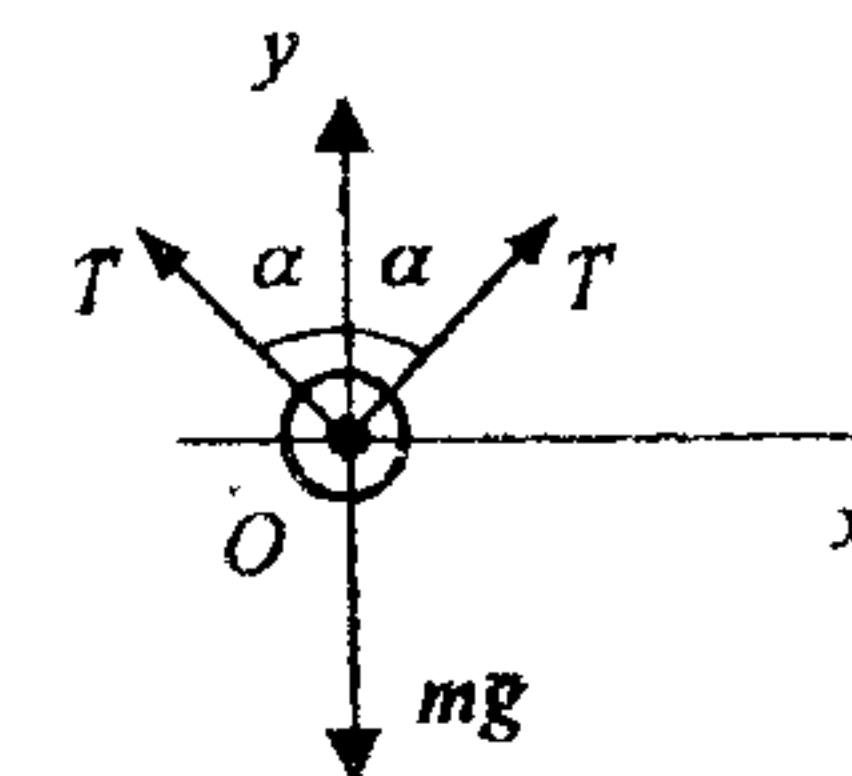
Шарикке әсер етуші күштерді

Оу өсіне проекциялап қозғалыс

теңдеуін жазайық,

$$\text{сонда } ma = 2T \cos \alpha - mg \Rightarrow T = m \frac{g+a}{2 \cos \alpha}.$$

$$\text{Жауабы: } T = m \frac{g+a}{2 \cos \alpha}.$$

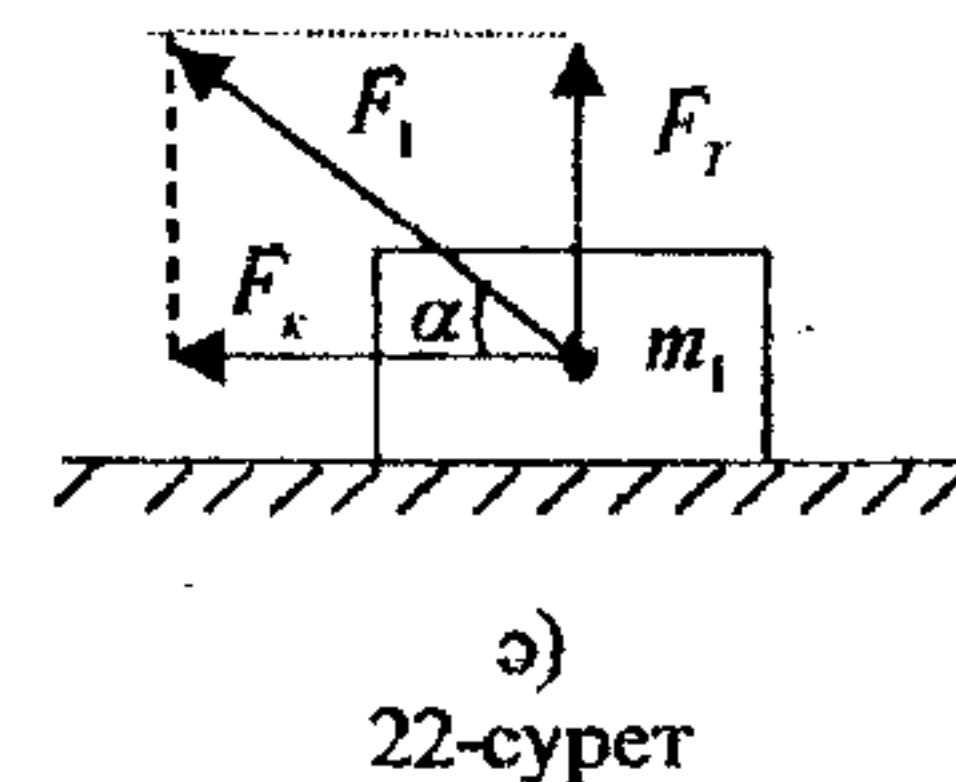
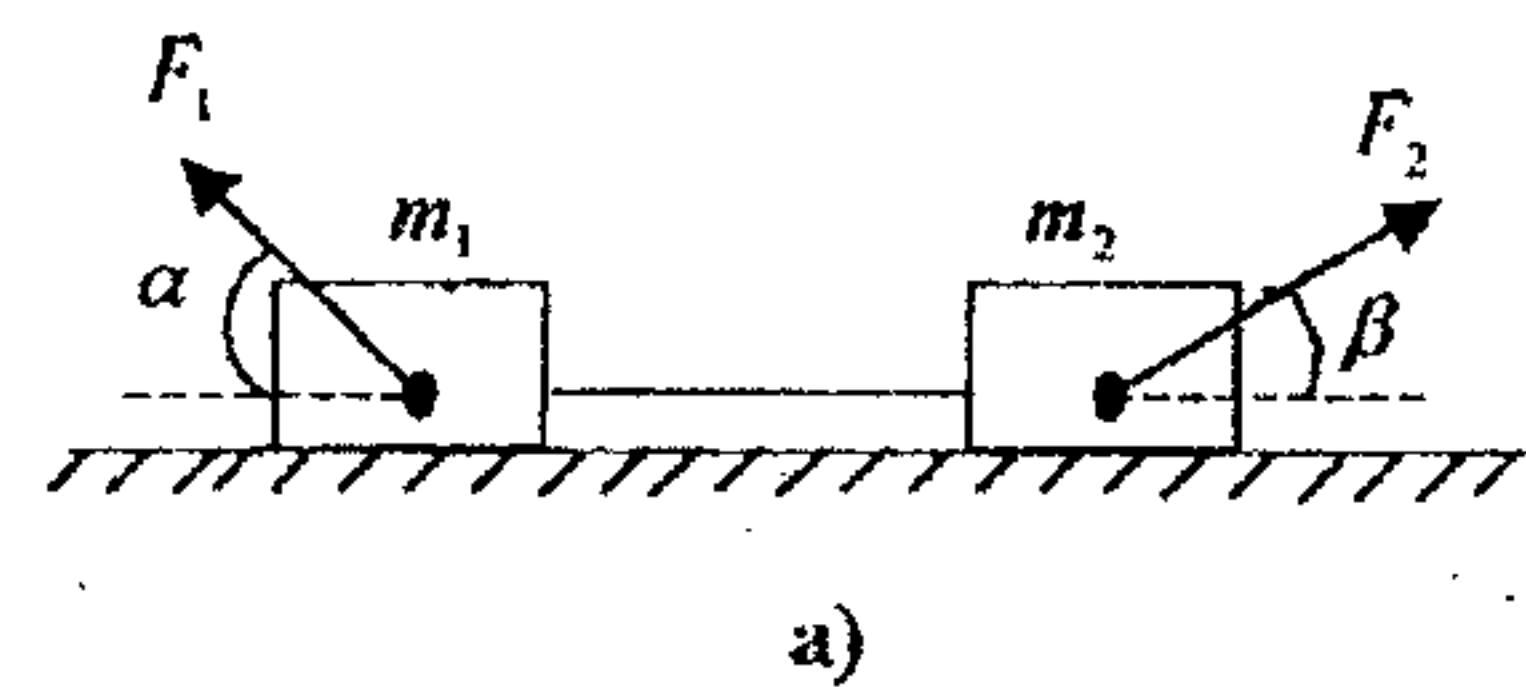


20-сурет

2.2.33 Массалары m_1 және m_2 екі білеуше созылмайтын жіпке байланып көкжиек жазықтығына қойылған. Енді оған көкжиекпен α және β бұрыш жасай F_1 және F_2 күштері әсер етеді. Білеушелердің a үдеуін және жіптің керілу күшін табыңдар (22-(а)сурет).

Берілгені: $m_1; m_2; F_1; F_2; \alpha; \beta;$
 $a-?; T-?$

Шешуі: Әрбір білеушеге әсер етуші күштер көкжиекпен белгілі бір бұрыш жасайтын болғандықтан, оларды



екі құраушыға жіктейік (22-а) сурет). Сонда, F_x - құраушысы білеушені жылжытуға, ал F_y - білеушені жоғары көтеруге тырысады. Осы себептен білеушенің бетке түсіретін қысым күші $N = m_1g - F_y$ немесе $N = m_1g - F_1 \sin \alpha$. Енді, әрбір білеуше үшін күш бағыттарын ескеріп, Ньютонның екінші заңын жазайық, сонда

$$\begin{cases} m_1 a = F_{1x} - F_{1y} - T \\ m_2 a = T - F_{2y} - F_{2x} \end{cases}$$

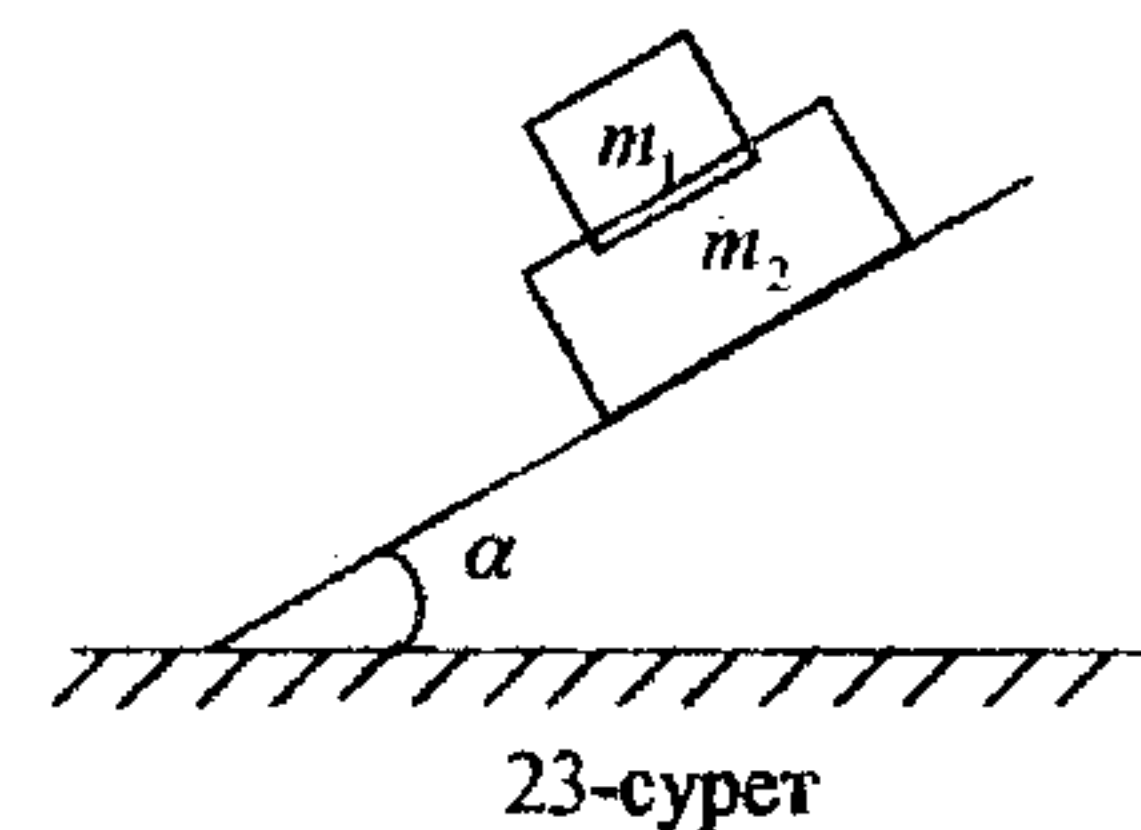
$$\begin{cases} m_1 a = F_1 \cos \alpha - \mu(m_1g - F_1 \sin \alpha) - T \\ m_2 a = T - \mu(m_2g - F_2 \sin \beta) - F_2 \cos \beta \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F_1(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - (F_2 \cos \beta - \mu \sin \beta)}{m_1 + m_2} - \mu g \text{ және}$$

$$T = \frac{F_1 m_2 (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) + F_2 m_1 (\cos \beta - \mu \sin \beta)}{m_1 + m_2}$$

Жауабы: $a = \frac{F_1(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - (F_2 \cos \beta - \mu \sin \beta)}{m_1 + m_2} - \mu g;$
 $T = \frac{F_1 m_2 (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) + F_2 m_1 (\cos \beta - \mu \sin \beta)}{m_1 + m_2}$

2.2.34 Көлбеулік бұрышы α болатын жазықтық бетінде m_2 массалы тақтайша, ал оның үстінде массасы m_1 білеуше жатыр (23-сурет). Тақтайшамен білеуше арасындағы үйкеліс коэффициенті μ_1 және білеуше тақтайша бетінде сырғанай алады. Тақтайшамен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда тақтай жазық бетімен сырғанамайтын болады?

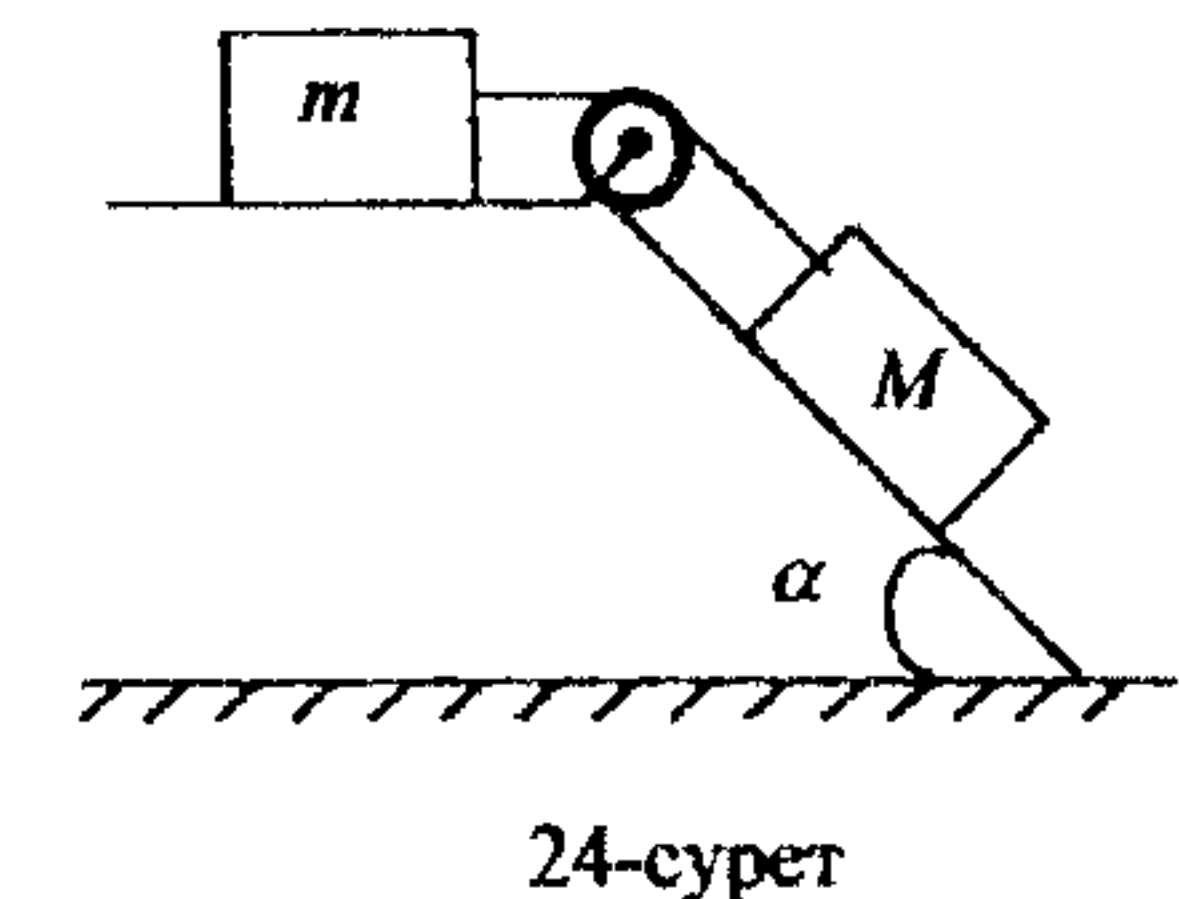


Берілгені: $\alpha; m_1; m_2; \mu_1$
 $\mu_2-?$

Шешуі: Білеуше тақтайша бетімен сырғанағанда оған білеуше тарапынан екі күш әсер етеді: $N_1 = m_1g \cos \alpha$ - нормал қысым күші және $F_{1, \text{үйк}} = \mu_1 m_1g \cos \alpha$ - үйкеліс күші.

Ал, тақтайша жазықтыққа нормал қысым күшімен $N_2 = N_1 + m_2g \cos \alpha = g \cos \alpha (m_1 + m_2)$ әсер етеді. Тақтайша жазықтық бойымен сырғымау үшін мына шарт орындалуы керек, яғни $F_{2, \text{үйк}} \geq F_{1, \text{үйк}} + m_2g \sin \alpha$, ал $F_{2, \text{үйк}} = \mu_2 N_2 = \mu_2 g \cos \alpha (m_1 + m_2)$ екендігін ескерсек, онда $\mu_2 g \cos \alpha (m_1 + m_2) \geq \mu_1 m_1g \cos \alpha + m_2g \sin \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \mu_2 \geq \frac{\mu_1 m_1g \cos \alpha + m_2g \sin \alpha}{(m_1 + m_2)g \cos \alpha} = \frac{\mu_1 m_1}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \tan \alpha.$
 Жауабы: $\mu_2 \geq \frac{\mu_1 m_1 + m_2 \tan \alpha}{m_1 + m_2}$

2.2.35 Массасы m жүк екінші M массалы жүктің әсерінен қозғалады (24-сурет). M жүк қозғалатын бет көкжиекпен α бұрыш жасайды. Блокпен жіп салмақсыз және үйкеліс жоқ деп есептендер. Жүктердің үдеуін, жіптің керілуін, жүктердің бетке түсіретін қысым күштерін табыңдар.

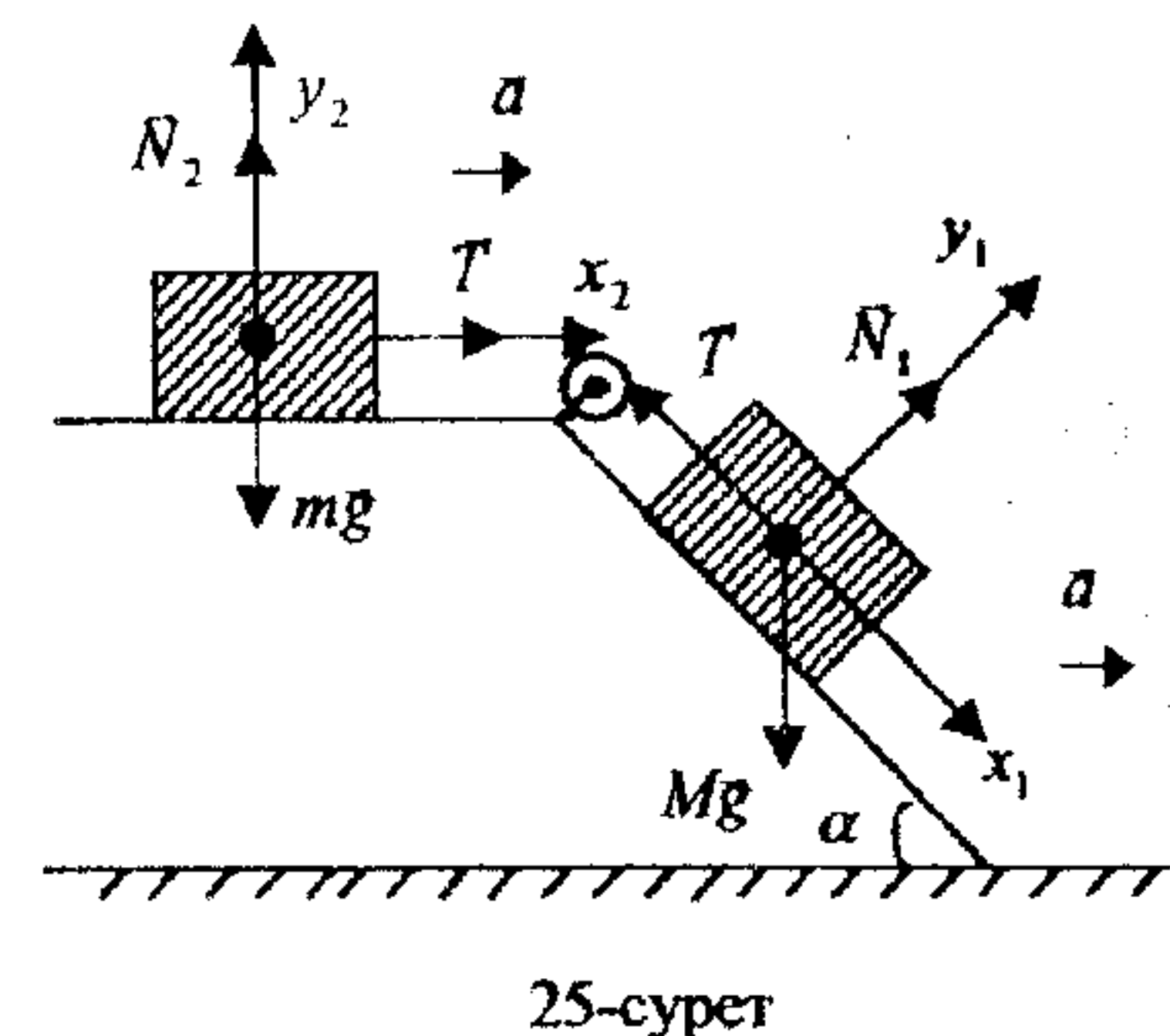


Берілгені: $m; M; \alpha$
 $a-?; T-?;$
 $N_1-?; N_2-?$

Шешуі: Жіп созылмайтын болғандықтан $a_1 = a_2 = a$. Енді әрбір жүкке әсер ететін күштерді сызбадан көрсетейік (25-сурет).

$$\begin{cases} x_1 y_1 \text{ жүйесінде: } \begin{cases} Mg \sin \alpha - T = Ma & (1) \\ N_1 - Mg \cos \alpha = 0 & (2) \end{cases} \\ x_2 y_2 \text{ жүйесінде: } \begin{cases} T = ma & (3) \\ N_2 - mg = 0 & (4) \end{cases} \end{cases}$$

Осы теңдеулерден a, T, N_1 және N_2 -ні табамыз. Сонда (1) және (3)-ден $T = \frac{mMg \sin \alpha}{m + M}; a = \frac{mg \sin \alpha}{m + M}.$
 (2) және (4)-ден $N_1 = Mg \cos \alpha; N_2 = mg.$

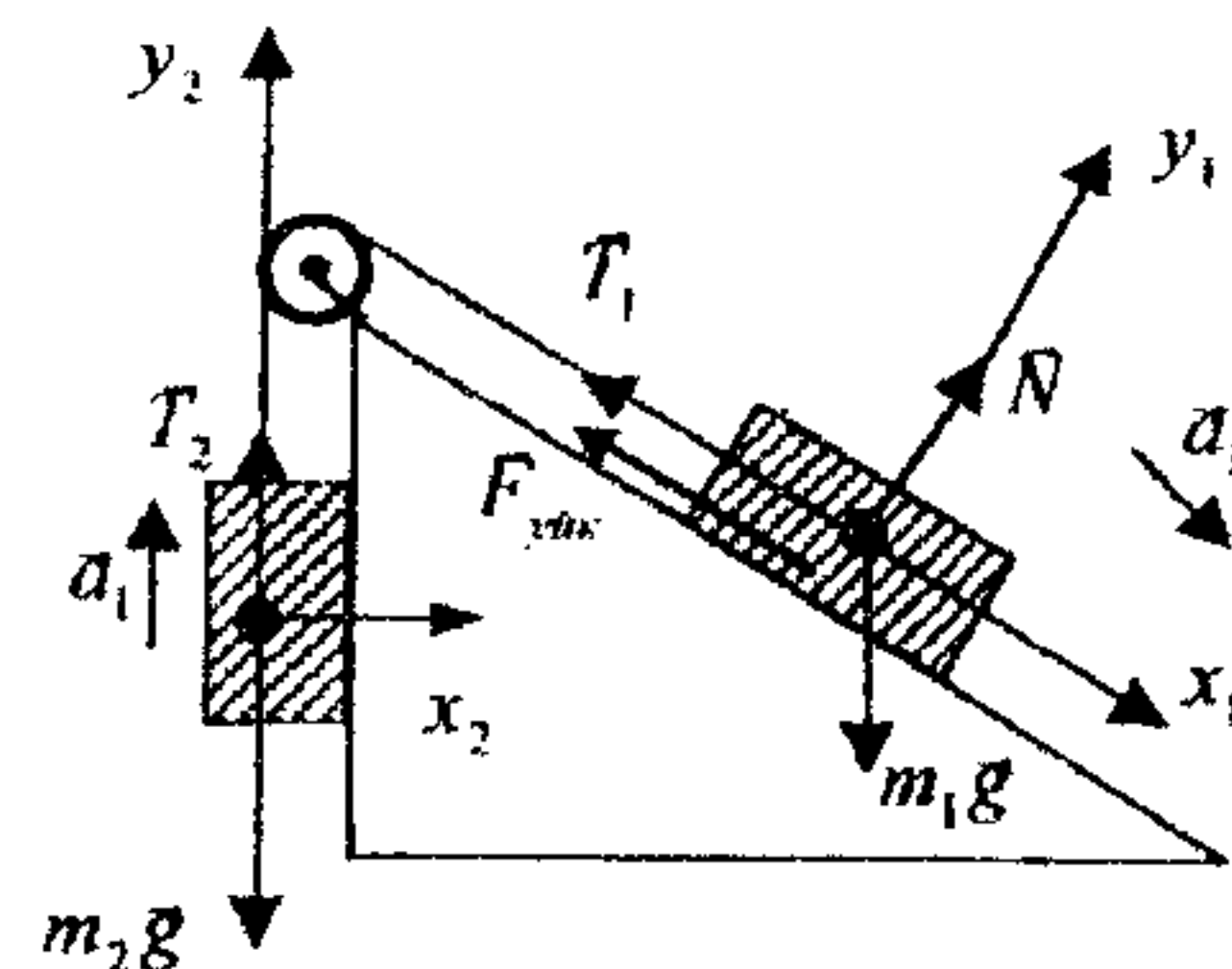


Жауабы: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + M}; T = \frac{mMg \sin \alpha}{m + M}; N_1 = Mg \cos \alpha; N_2 = mg.$

2.2.36 Массалары 5 кг және 2 кг екі жүк созылмайтын жіпке байланып, жылжымайтын блок арқылы көлбеу жазықтықтан төмен қарай қозғалады. Бірінші жүкпен көлбеу жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті $0,1$, ал көлбеулік бұрышы 36° болса, жіптің керілу күшімен жүктердің үдеуін табыңдар. Блок массасы мен үйкеліс ескерілмесін.

Берілгені: $m_1 = 5 \text{ кг}$
 $m_2 = 2 \text{ кг}$
 $\mu = 0,1$
 $\alpha = 36^\circ$
 $T = ?$; $a = ?$

Шешуі: Сызба 26 – суретте көрсетілген. Мұндағы T_1 – жіптің керілу күштері;
 N – тіреуіштің нормал күраушысы; $F_{\text{тр}}$ – үйкеліс күші. Әрбір жүк үшін көрсетілген жүйеде Ньютонның екінші заңын жазамыз, сонда:



26-сурет

$$x_1, y_1 \text{ үшін } \begin{cases} m_1 g \sin \alpha - T_1 - F_{\text{тр}} = m_1 a_1 & (1) \\ -m_1 g \cos \alpha + N = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x_2, y_2 \text{ үшін } -m_2 g + T_2 = m_2 a_2 \quad (3).$$

Ал, $N = m_1 g \cos \alpha$ (4) және $F_{\text{тр}} = \mu m_1 g \cos \alpha$ (5) екендігін ескерсек, сонда (1), (3) және (5)-ден $m_1 g \sin \alpha - T_1 - \mu m_1 g \cos \alpha + T_2 - m_2 g = m_1 a_1 + m_2 a_2$. Және де есеп шартынан $T_1 = T_2 = T$; $a_1 = a_2 = a$, демек

$$m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha + T - m_2 g = a(m_1 + m_2) \Rightarrow a = \frac{m_1 g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$(3)\text{-тендіктен } T = m_2 \left[g + \frac{m_1 g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 g}{m_1 + m_2} \right] \text{ немесе}$$

$$T = m_2 \left[1 + \frac{m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2}{m_1 + m_2} \right] g.$$

$$a = \frac{5 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 (\sin 36^\circ - 0,1 \cdot \cos 36^\circ) - 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{5 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} \approx 0,77 \text{ м/с}^2.$$

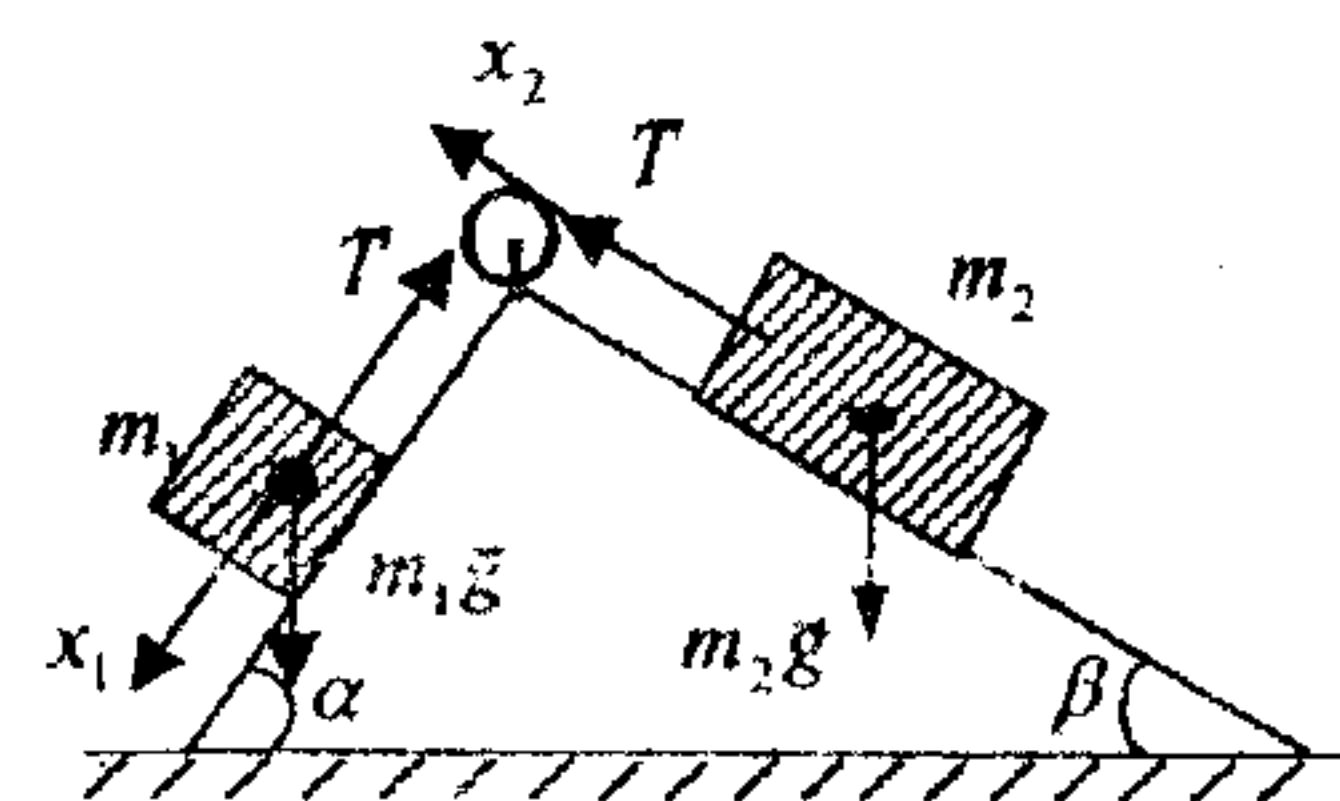
$$T = 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \left[1 + \frac{5 \text{ кг} (\sin 36^\circ - 0,1 \cdot \cos 36^\circ) - 2 \text{ кг}}{5 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} \right] \approx 21 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } a \approx 0,77 \text{ м/с}^2; T \approx 21 \text{ Н}.$$

2.2.37 Призма төбесіне бекітілген салмақсыз блок арқылы асырылған жіп ұштарына массалары m_1 және m_2 жүктер байланған (27-сурет). Призма қырлары көкжиек жазықтығымен α және β бұрыштар жасайды. Жіптің үдеуі және керілу күшін табындар. Үйкеліс ескерілмейді.

Берілгені: m_1 ; m_2 ; α ; β
 $a = ?$; $T = ?$

Шешуі: Әрбір жүк үшін Ньютонның екінші заңын Ox - өстері бойынша проекциялап жазайық,



27-сурет

$$\text{сонда } \begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha - T \\ m_2 a_2 = T - m_2 g \sin \beta \end{cases}$$

$$\text{жіп созылмайтандықтан } a_1 = a_2 = a,$$

$$\text{онда } \begin{cases} m_1 a = m_1 g \sin \alpha - T \\ m_2 a = T - m_2 g \sin \beta \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 g \sin \alpha - m_2 g \sin \beta}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_1 m_2 (\sin \alpha + \sin \beta)}{m_1 + m_2} g.$$

$$\text{Жауабы: } a = \frac{m_1 g \sin \alpha - m_2 g \sin \beta}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_1 m_2 (\sin \alpha + \sin \beta)}{m_1 + m_2} g.$$

2.2.38 Дене массасы Жер экваторында және полюстерінде серіппелі және иінді таразымен өлшенген. Сонда таразы көрсетулері бірдей бола ма?

Жауабы: Иінде таразымен өлшегенде дене массасы Жер экваторы мен полюсінде бірдей болады, өйткені иінді таразы мен дене массасын анықтағанда оны үлгі дене – гирмен салыстырады. Ал, дене салмағы мен гир салмағы экватормен полюсте бірдей болады.

Серіппелі таразының полюстегі көрсетуі экватордағы көрсетуінен артық болады. Расында да әрбір жағдай үшін Ньютонның екінші заңын жазайық, Жер полюсінде: $mg - T = 0$, Жер экваторында: $mg - T = ma$. Мұндағы a – Жердің өз өсінен айналуы салдарынан пайда болатын үдеуі, және де $a = \frac{v^2}{R}$. Сонда, $T_1 = mg$ және $T_2 = mg - \frac{mv^2}{R}$. Бұдан $T_1 > T_2$.

Мұндағы T_1 – серіппелі таразының полюстегі көрсетуі.

2.2.39 Адам тақтай үстінде тұр. Егер адам кенет отырып қайта тұрса тақтайда өзгеріс бола ма?

Жауабы: Адам отырғанда тақтай майысуы азаяды (тақтай түзеледі), өйткені адам отырғанда оның масса центрінің үдеуі төмен бағытталады да, оның тақтайға түсіретін салмағы кемиді. Ал, керісінше орнынан қайта тұрса оның масса центрінің үдеуі жоғары бағытталады да нәтижеде тақтайға түсірілген салмақ артады, сөйтіп тақтай қайта майысады.

2.2.40 Неге автомашина кенет тежелгенде оның алдыңғы бөлігі төмен түсіңкіреп барып тоқтайды?

Жауабы: Автомашина кенет тежелгенде оның тұлғасы инерциясымен алға қозғалуы салдарынан алдыңғы доңғалақ өсі бойымен айналыс жасайды да азғана бұрышқа бұрылады. Нәтижеде автомашинаның алдыңғы бөлігі төмен түсіңкірейді де, кейін рессор арқылы қалшына келеді.

2.2.41 Таразының бір табақшасында ішінде құсы бар жәшік жатыр. Құс жәшік ішінде отырғанда таразы тепе – теңдікте болған. Егер құс ұша бастаса таразы теңдігі бұзыла ма?

Жауабы: Бұзылмайды. Себебі, құс ұшу кезінде қанатын қағып ауа ағынын туғызады. Ағынның таразы табақшасына әсер ететін күші шамамен құс салмағына тең болады.

2.2.42 Секірген адам аяғы жерге тигенде тізесін бүккені дұрыс. Неге?

Жауабы: Ньютонның екінші заңынан $F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$, Жер тарапынан адамға болатын күштің шамасы Δv - адам жылдамдығының өзгеруіне тура, ал Δt - ға кері пропорционал. Демек, адам аяғын бұғу арқылы Δt - шамасын арттырады нәтижеде F шамасы кемиді.

2.2.43 Зымыран ауасыз кеңістікте қозғала ала ма?

Жауабы: Зымыран ауасыз кеңістікте қозғала алады, өйткені ол реактивтік қозғалыс жасайды. Яғни, зымыранның төменгі тесігінен газ қандай күшпен ұшып шықса, Ньютонның үшінші заңы бойынша, газ сыртқы қабықшаға (зымыранға) модулі сондай, ал бағыты қарама-қарсы күшпен әсер етеді. Сондықтан зымыран қозғалуына оны қоршаған ауаның болуы немесе болмауы міндетті емес.

2.2.44 Неге қозғалтқыштың тарту күші автомашинаға үздіксіз әсер етіп отырғанымен, оның жылдамдығы тегіс жолдың өзінде шексіз артпайды?

Жауабы: Дененің жылдамдығы артқан сайын, оған әсер ететін кедергі күшінің шамасы да артады, нәтижеде екі күш бірін - бірі теңгереді. Осы құбылысқа сай автомашина тегіс жолда бірқалыпты қозғалады.

2.2.45 Блокқа асылған жіптің ұштарына $m_1 = 0,6 \text{ кг}$ және $m_2 = 1 \text{ кг}$ екі жүк ілінген (28-сурет). Жүктердің қозғалыс үдеуін, жіптің керілу күшін және блок ілінген динамометрдің көрсетуін табындар. Жіп пен блоктың массасы және кедергісі ескерілмейді. Жіп созылмайды деп есептендер.

Берілгені: $m_1 = 0,6 \text{ кг}$
 $m_2 = 1 \text{ кг}$
Шешуі: Жүйедегі әсер ететін күштер суретте көрсетілген. Ньютонның екінші заңын қолданып қозғалыс теңдеуін жазайық, сонда

$a = ?$; $T = ?$
 $F = ?$

$$\begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g + T_1 \\ m_2 a_2 = m_2 g + T_2 \end{cases} \quad (I);$$

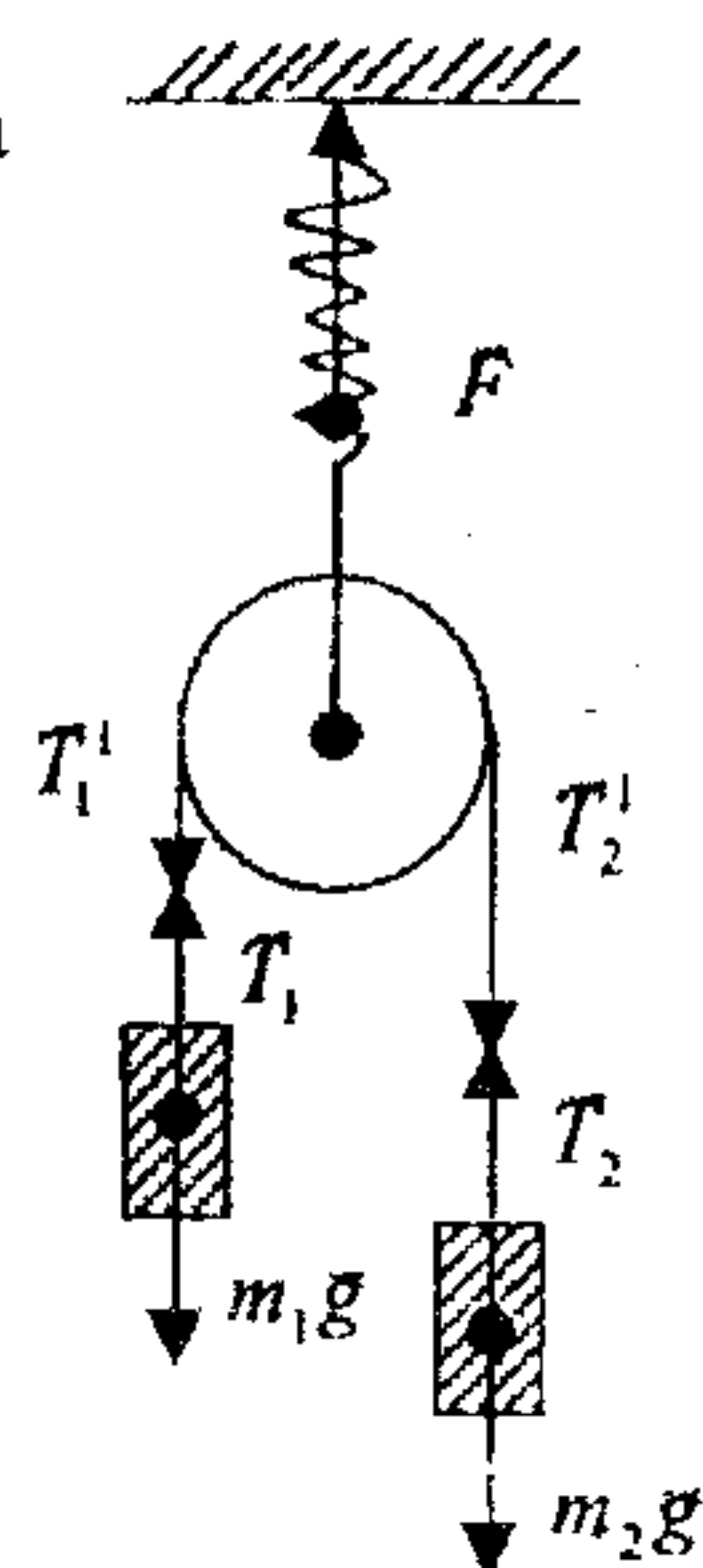
Жіп созылмайтын болғандықтан

$$|T_1| = |T_2|; |a_1| = |a_2|$$

(I)-дің қозғалыс бағытындағы проекцияларын

$$\text{жазсақ, онда } \begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$



28-сурет

Ал, динамометрдің көрсетуі жіптің тартылу

күштерінің қосындысына тең, яғни $F = 2 \cdot T = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$.

$$a = \frac{1 \text{ кг} - 0,6 \text{ кг}}{1 \text{ кг} + 0,6 \text{ кг}} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 2,45 \text{ м/с}^2; T = \frac{2 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 0,6 \text{ кг}}{1 \text{ кг} + 0,6 \text{ кг}} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 7,35 \text{ Н};$$

$$F = \frac{4 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 0,6 \text{ кг}}{1 \text{ кг} + 0,6 \text{ кг}} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 14,7 \text{ Н}.$$

Жауабы: $a = 2,45 \text{ м/с}^2$; $T = 7,35 \text{ Н}$; $F = 14,7 \text{ Н}$.

2.2.46 Әрқайсысының массасы 100 г екі дене блоктан асырылған жіптің ұштарына ілінген. Массасы 50 г жүкті бір дене бетіне қойсақ, жүйе түгелімен қозғалысқа келеді. Осы кезде жүк денені қандай күшпен басады? Жіп созылмайды деп есептендер.

Берілгені: $m_1 = m_2 = m = 100 \text{ г}$
 $m_0 = 50 \text{ г}$
 $F = ?$

Шешуі: $100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$; $50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг}$. Сызба 29 - суретте берілген. Әрбір жүк үшін қозғалыс теңдеуін жазайық, сонда

$$(I) \begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g + T_1 \\ m_2 a_2 = m_2 g + T_2 + N \\ m_0 a_3 = m_0 g + N \end{cases}$$

Жіптің созылмайтындығын ескерсек

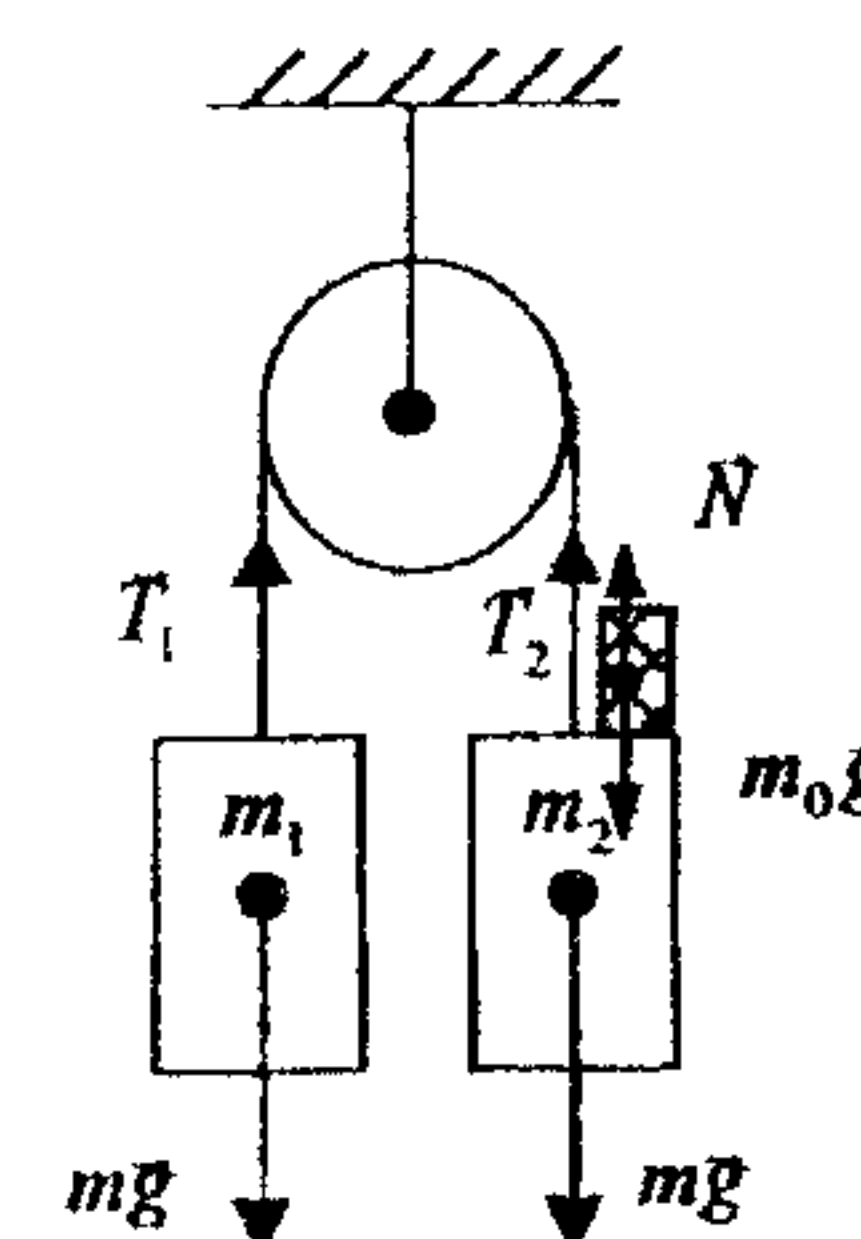
$$|a_1| = |a_2| = |a_3| = |a| \text{ және } |F| = |N|, m_1 = m_2 = m.$$

(I)-ді өс проекцияларында жазайық, сонда

$$\begin{cases} ma = T - mg \\ ma = mg - T + F \Rightarrow F = \frac{2mm_0g}{2m + m_0} \\ m_0 a = m_0 g - F \end{cases}$$

$$F = \frac{2 \cdot 0,1 \text{ кг} \cdot 0,05 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{2 \cdot 0,1 \text{ кг} + 0,05 \text{ кг}} \approx 0,39 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F \approx 0,39 \text{ Н}$.



29-сурет

2.2.47 Блоктан асырылып тасталған созылмайтын жіптің екі ұшына массалары бірдей жүк ілінген. Алғашында жүктер тепе - теңдікте болды. Егер оң жақтағы жүкті көкжиек бағытында v жылдамдықпен тербелтіп жіберсек не болар еді?

Берілгені: $m_1 = m_2 = m$; v

Шешуі: Оң жақтағы жүкке v жылдамдық берілгеннен кейін әрбір жүкке әсер ететін күштерді анықтайық (30 - сурет).

Жүктерге не болады?

Сол жақтағы жүкке әсер ететін күш: $(mg - T)$, ал оң жақтағы жүкке әсер ететін күш: $mg - T \cos \alpha$,

мұндағы T — жіптің керілу күші.

Сонда, екі жүктің тік бағыттағы үдеулер айырымын табайық $a = a_1 - a_2$. a_1 — оң жақтағы, a_2 — сол жақтағы жүктердің үдеулері, демек

$$a = \left(g - \frac{T}{m} \cos \alpha \right) - \left(g - \frac{T}{m} \right) = \frac{T}{m} (1 - \cos \alpha).$$

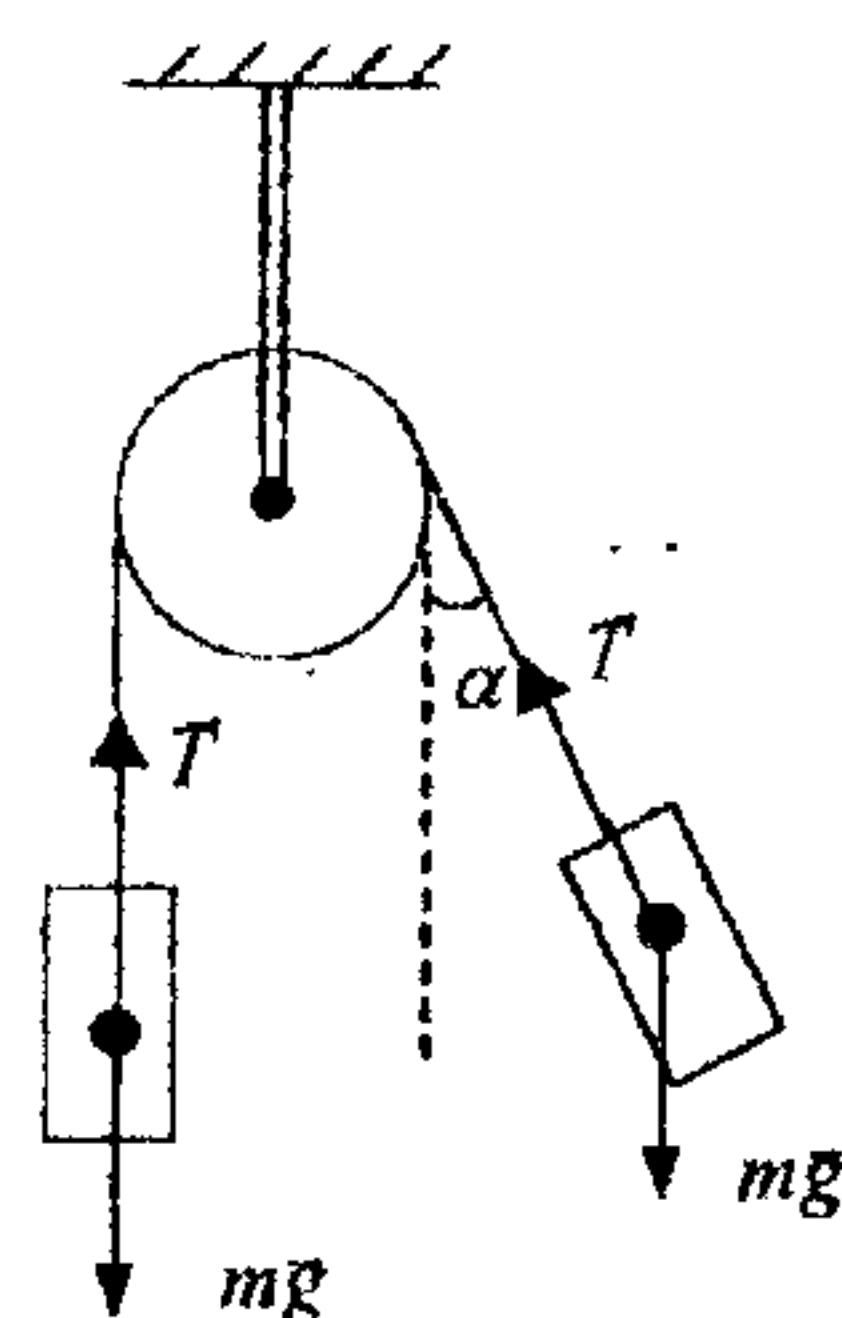
$\cos \alpha \leq 1$ болғандықтан $a > 0$, онда $a_1 > a_2$.

Демек, оң жақтағы жүк үдеуі

сол жақтағы дене үдеуінен артық

болғандықтан, ол әрқашан сол жақтағы жүктен төмен түсе береді.

Жауабы: Тербеле отырып оң жақтағы жүк төмен түседі.

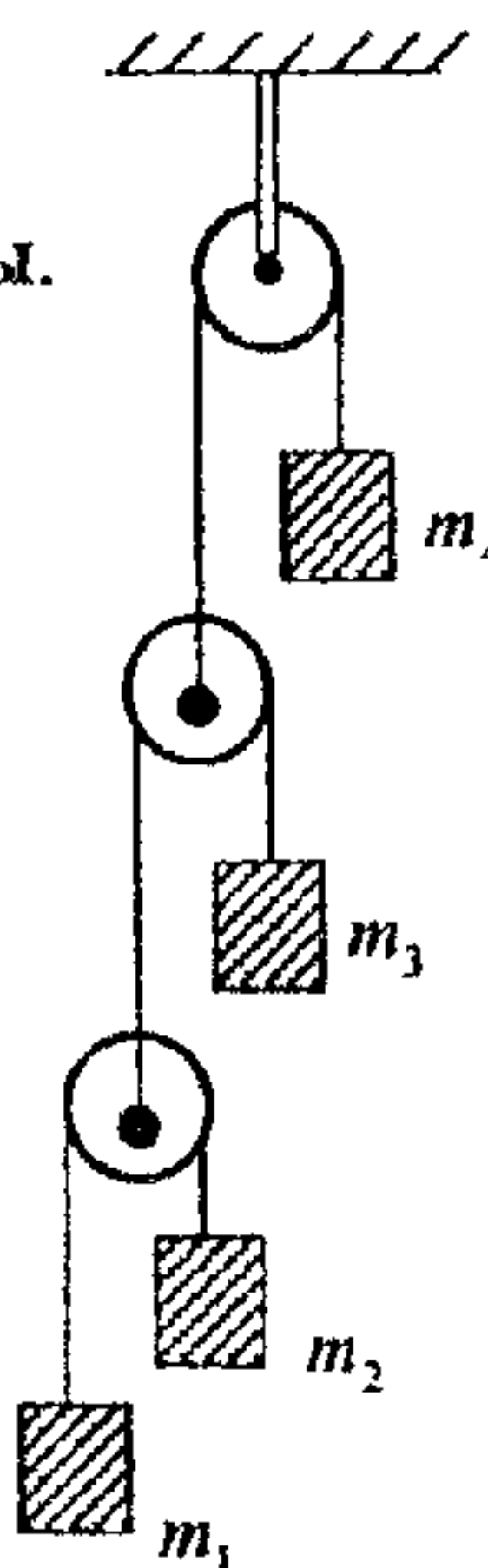


30-сурет

2.2.48. 31-суретте кескінделген жүктер мен блоктар жүйесіндегі m_4 денесінің үдеуін табындар. Мұндағы $m_1 = 1 \text{ кг}$; $m_2 = 2 \text{ кг}$; $m_3 = 3 \text{ кг}$; $m_4 = 6 \text{ кг}$. Жіптер мен блоктар массасы және үйкеліс ескерілмейді. Жіп созылмайды.

Берілгені: $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $m_4 = 6 \text{ кг}$, $a_4 = ?$

Шешуі: m_1 және m_2 жүктері ілінген жіптің керілу күшін T деп белгілейік, сонда m_3 жүгі ілінген жіптің керілу күші $2T$ болады. Ал, m_4 жүгі ілінген жіптің керілу күші $4T$. Сонда жүктердің қозғалыс



31-сурет

теңдеулері былай жазылады.

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_1 \\ m_2 g - T = m_2 a_2 \\ m_3 g - 2T = m_3 a_3 \\ m_4 g - 4T = m_4 a_4 \end{cases}$$

Жіптердің созылмайтындығын ескерсек, онда $a_1 + a_2 + 2a_3 + 4a_4 = 0$ (2).

(2) және (1) жүйесінен

$$a_4 = g \left(1 - \frac{32m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 m_3 + 4m_1 m_2 m_3 + 16m_1 m_2 m_3} \right).$$

$$a_4 = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(1 - \frac{32 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 3 \text{ кг}}{1 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 6 \text{ кг} + 4 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 6 \text{ кг} + 16 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 3 \text{ кг}} \right) \approx 0,3 \text{ м/с}^2.$$

Жауабы: $a_4 \approx 0,3 \text{ м/с}^2$.

(*)**2.2.49.** 32-суретте кескінделген жүктер жүйесі тыныштықта тұр. Егер төменгі ұстап тұрушы жіпті үзетін болсақ, әрбір жүктің үдеулерін табындар. Жіптер созылмайды, серіпшелер мен блоқтың массаларын және үйкелісті ескермеуге болады деп есептендер.

Берілгені: m_1, m_2, m_3, m_4, k

$$T_1 = m_2 g \quad (1).$$

$$a_3 = ?; \quad a_4 = ?$$

Шешуі: $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$ деп есептейік, өйтпеген жағдайда жүйе теңестікте болмайды. Сол жақтағы серіпше T_1 күшімен созылады және $a_1 = ?; \quad a_2 = ?$

Сонда, m_3 жүгінің теңестікте болу шарты

$$m_3 g + T_2 - F_{\text{спр}} = 0 \quad (2).$$

Мұндағы, T_2 — оң жақтағы серіпшенің тарту күші;

$F_{\text{спр}}$ — жіптің тарту күші, бұл шама жағынан сол жақтағы екі жүктің салмақтарының қосындысына тең, яғни $F_{\text{спр}} = (m_1 + m_2)g$ (3).

$$(2) \text{ және } (3) \text{ — деп } T_2 = (m_1 + m_2 - m_3)g \quad (4).$$

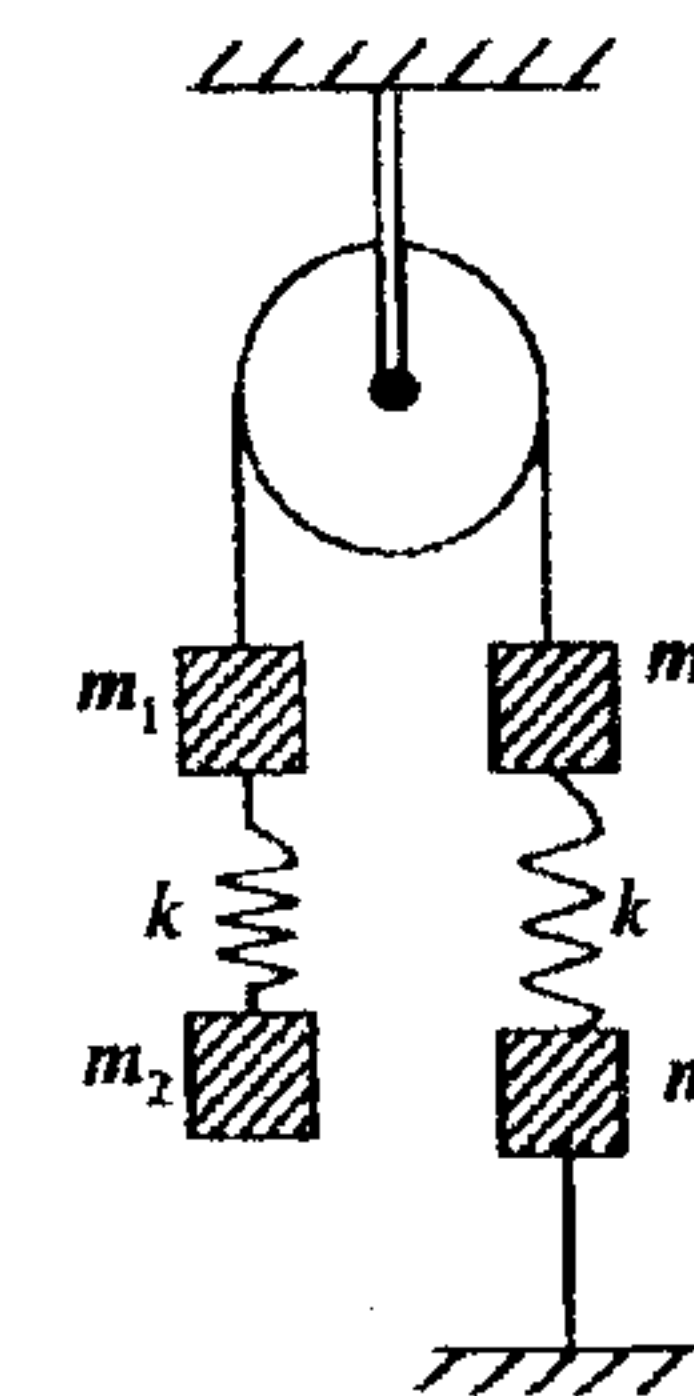
Енді төменгі жіпті қиятын болсақ жүктер қозғалысқа келеді және әрбір жүк үшін қозғалыс теңдеуі мынадай болады.

$$(5) \begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g + T_1 - F_{\text{спр}} & m_3 a_3 = T_2 + m_3 g - F_{\text{спр}} \\ m_2 a_2 = m_2 g - T_1 & m_4 a_4 = m_4 g - T_2 \end{cases}$$

$$(1), (2), (3), (4) \text{ және } (5) \text{ — тен } a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

$$a_4 = \frac{(m_4 + m_3 - m_2 - m_1)g}{m_4}.$$

$$\text{Жауабы: } a_1 = a_2 = a_3 = 0; \quad a_4 = \frac{(m_4 + m_3 - m_2 - m_1)g}{m_4}.$$



32-сурет

(*)**2.2.50.** Ұзындығы ℓ біртекті білеушеге F_1 және F_2 күштері қарама-қарсы бағытта әсер етеді (33-сурет). Бір ұшынан x қашықтықтағы білеуше қимасы қандай күшпен созылады?

Берілгені: $\ell; F_1; F_2; x$

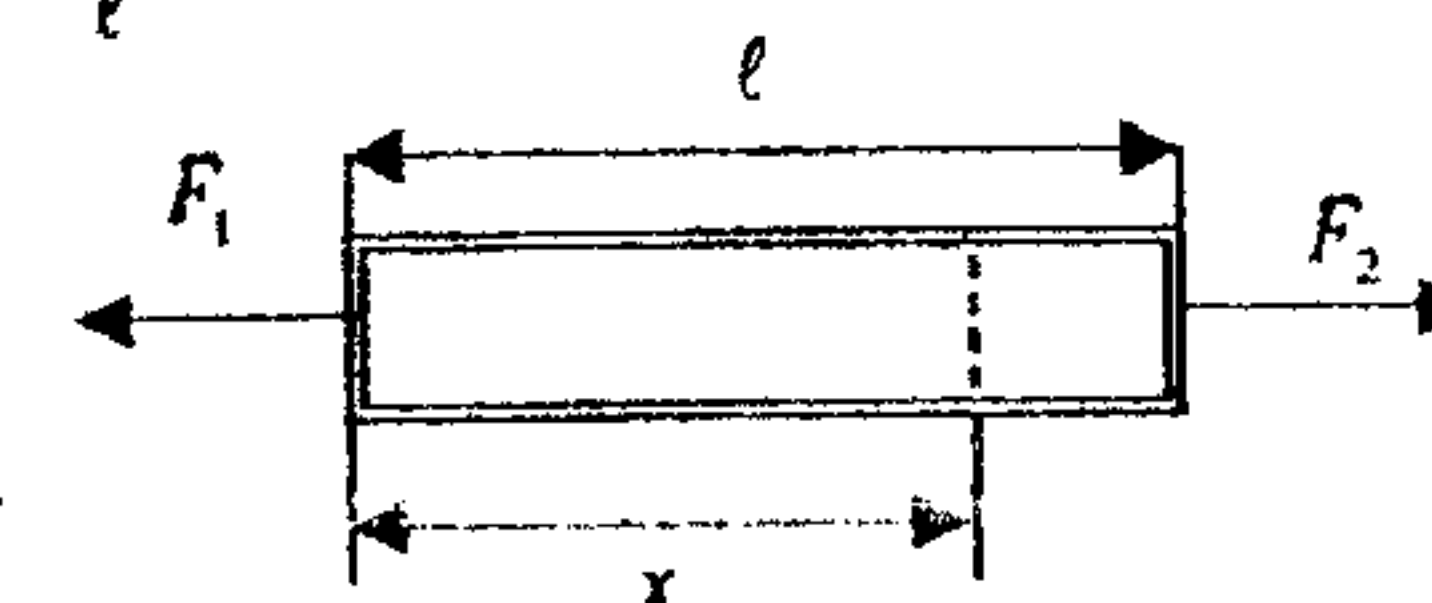
Шешуі: Білеушенің x ұзындығының массасы $m_1 = \frac{m}{\ell} x$;

$$F = ?$$

Ал, қалған бөлігінің массасы $m_2 = \frac{m}{\ell} (\ell - x)$.

Мұндағы, m — білеушенің жалпы массасы.

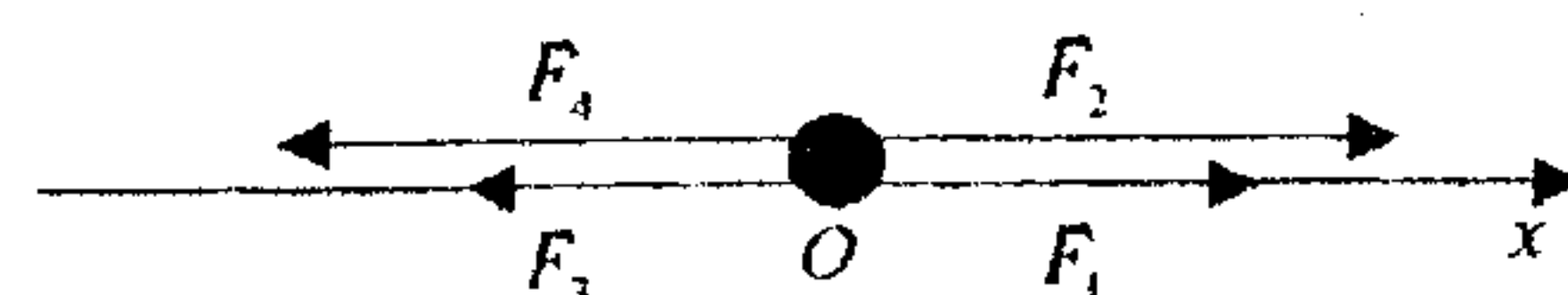
Түсірілген F_1 және F_2 күштерінің әсерінен білеушенің әрбір бөлігі бірдей



33-сурет

$F = 10H + 15H - 7H - 8H = 10H$.
Теңәсерлі күштің бағыты
 Ox бағытымен бағыттас.

Жауабы: $F = 10H$.



10-сурет

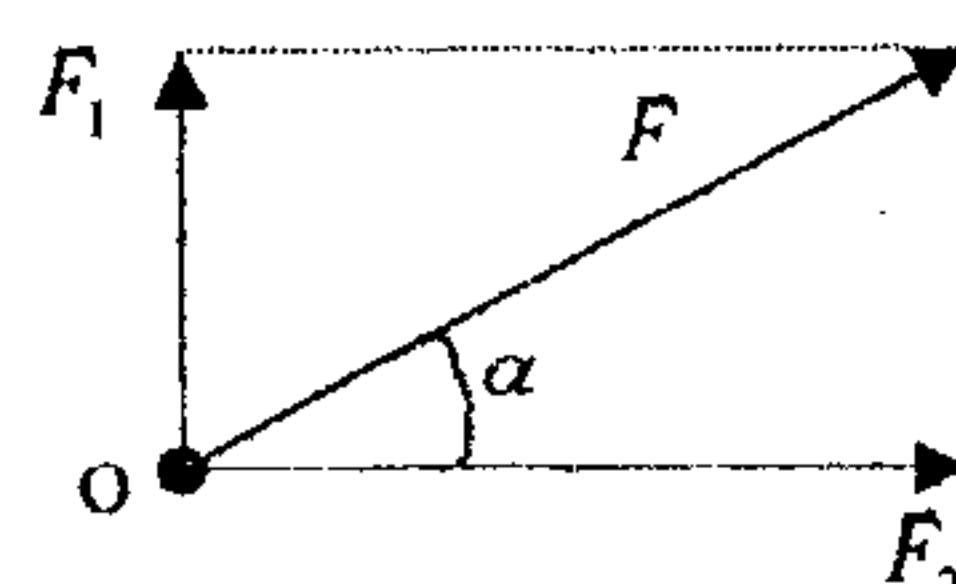
2.1.29. Тік бағыттаған $F_1 = 30H$ күшті екі құраушыға жіктеу керек. Сонда көкжиек бағытындағы құраушы күштің шамасы $F_2 = 40H$ болатын болсын. Екінші күшті табындар. Ол көкжиекпен қандай бұрыш жасау керек?

Берілгені:
 $F_1 = 30H; F_2 = 40H$
 $F = ?; \alpha = ?$

Шешуі: Есен шартын ескерсек 11-суреттегідей сызба пайда болады. Сонда OFF_2 тікбұрышты үшбұрышынан $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ және $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2}$.

$$F = \sqrt{(30H)^2 + (40H)^2} = 50H.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{30H}{40H} = 0,75; \alpha = \operatorname{arctg} 0,75 = 36^\circ.$$



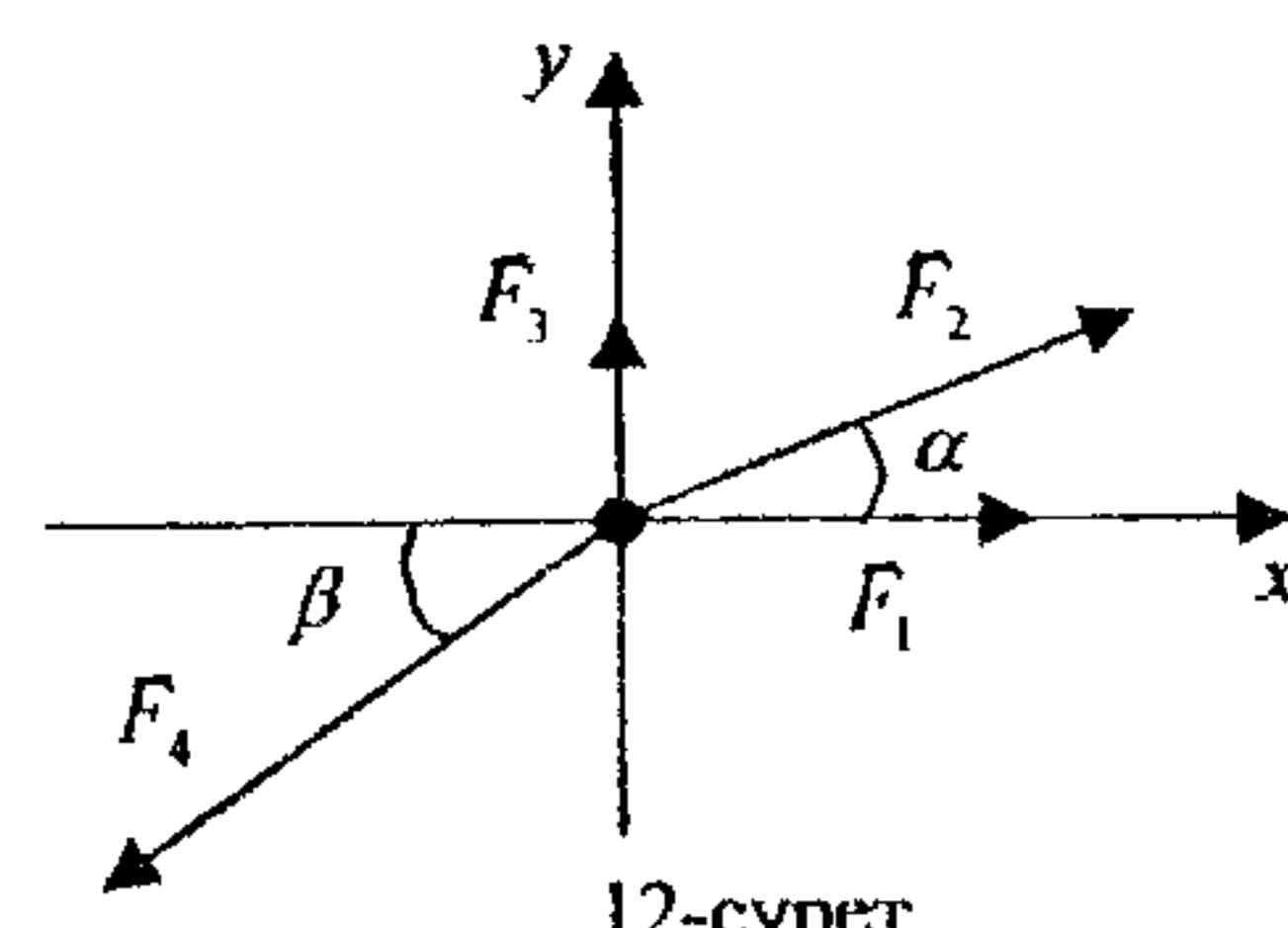
11-сурет

Жауабы: $F = 50H; \alpha = 36^\circ$.

2.1.30. 12-суретте көрсетілген күштердің теңәсерлі күшін табындар. Мұндағы $F_1 = 50H, F_2 = 100H; F_3 = 60H, F_4 = 200H, \alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$.

Берілгені:
 $F_1 = 50H; F_2 = 100H;$
 $F_3 = 60H; F_4 = 200H;$
 $\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ$

$F = ?$



12-сурет

Шешуі: Есепті екі тәсілмен шешіп көрсетуге болады.

1-тәсіл: Күштерді параллелограм тәсілі бойынша қосу.

2-тәсіл: Күштерді қосудың аналитикалық тәсілі. Екінші тәсілмен шығарып көрсетейік. Ол үшін әрбір күштің белгілі бір өс бойындағы проекцияларын тауып, оларды қосамыз. Сонда Ox және Oy өстері үшін.

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = F_1 + F_2 \cos \alpha + F_3 \cos 90^\circ - F_4 \cos \beta \\ F_y = F_1 \cos 90^\circ + F_2 \sin \alpha + F_3 - F_4 \sin \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = 50 + 100 \cdot \cos 30^\circ + 0 - 200 \cdot \cos 60^\circ \\ F_y = 0 + 100 \cdot \sin 30^\circ + 60 - 200 \cdot \sin 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 36,6H \\ F_y = -63,2H \end{cases}$$

жылдамдығының өзгерісі
мардымсыз ғана ($\approx 5\%$). Оқтың текше
ішінен өту уақыты τ болсын.

Күш тұрақты болғандықтан, текшенің
үдеуі де тұрақты, демек жылдамдық
уақытқа сызықтық тәуелді болады.
Сондықтан оқтың орташа жылдамдығы

$$v_{\text{орт}} = \frac{v_1 + v_2}{2}, \text{ осыдан } \tau = \frac{h}{v_{\text{орт}}} = \frac{2h}{v_1 + v_2} \quad (1).$$

Ал, оқпен текшенің әсерлесуіне Ньютонның екінші заңын қолдансақ (1)

және (2)-ден F -ті табуға болады, сонда $F = m \left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2h} - g \right)$.

$$F = 0,01 \text{ кг} \left(\frac{(100 \text{ м/с})^2 - (95 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 0,1 \text{ м}} - 9,8 \text{ м/с}^2 \right) \approx 48,7 \text{ Н}.$$

Демек $F > Mg$, өйткені $Mg = 0,1 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 0,98 \text{ Н}$.

Жауабы: Текше жоғары секіреді.

(*)2.2.53 Ұзындығы L , ал массасы M тақтайдың шетінде массасы m кішкене білеуше жатыр (36-сурет). Тақтай көкжиек жазықтығында үйкеліссіз қозғала алады. Білеуше мен тақтай арасындағы үйкеліс коэффициенті μ . Білеуше сырғып кетпеу үшін тақтайды қандай v_0 жылдамдықпен соғу керек?

Берілгені: $L; M; m; \mu$
 $v_0 = ?$ Шешуі: Тақтайшаны v_0 жылдамдықпен соққанда, екі денеге де көкжиек бағытында тек үйкеліс күші ғана әсер етеді.

Олардың модулдері тең, ал бағыттары
қарама-қарсы, яғни $|F| = \mu mg$

Бұл күш білеушеге $a_0 = \mu g$, ал

тақтайға $a_m = -\mu \frac{m}{M} g$ үдеулер береді.

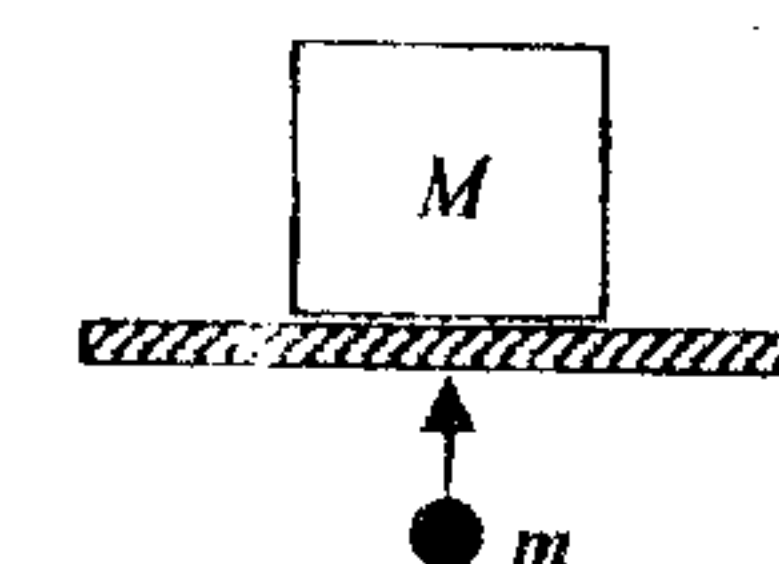
Демек, білеуше жылдамдығы уақыт өтуіне қарай артады, ал тақтайікі кемиді. Сонда білеушенің тақтайға салыстырғандағы үдеуі

$$a = a_0 - a_m. a = \mu g + \mu \frac{m}{M} g = \mu g \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (1).$$

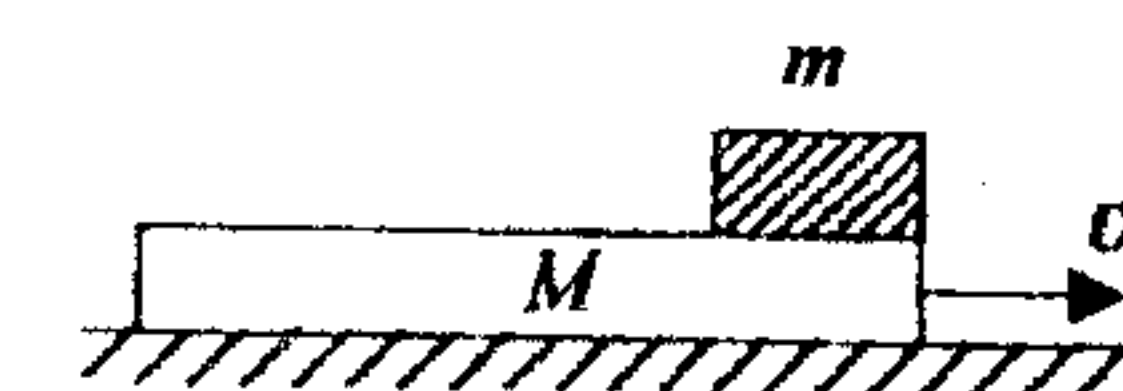
Білеуше L ұзындықта сырғып отырып тақтайдың сол шетіндегі жылдамдығы нөлге тең болса ғана ол тақтайдан сырғып түспейді, демек

$$v = 0, \text{ онда } v_0^2 = 2aL. \text{ (1)-ді ескерсек, онда } v_0 = \sqrt{2g\mu L \left(1 + \frac{m}{M} \right)}.$$

Жауабы: $v_0 = \sqrt{2g\mu L \left(1 + \frac{m}{M} \right)}$.



35-сурет



36-сурет

2.2.54 Тікбұрышты қабырғамен, ортасында бекітілген m массалы моншағы бар, қатаң таяқша сырғып келеді. Таяқшаның B ұшының жылдамдығы тұрақты және v -ға тең (37-сурет). Егер таяқша ұзындығы 2ℓ болса, $\alpha = 45^\circ$ болғанда моншақ таяқшаға қандай күшпен әсер етеді?

Берілгені: $m; v; 2\ell; \alpha = 45^\circ$
Шешуі: Моншаққа екі күш әсер етеді:
 mg – ауырлық күші; N – таяқшаның реакция күші.
Осы екі күштің теңәсерлі күші

$F = ?$

моншаққа a үдеу береді, сонда $ma = mg + N$

Ньютоның үшінші заңынан $F = -N$.

38-суретте таяқшаның бірнеше қалшы көрсетілген. Геометрияда, тік бұрышты үшбұрыштың медианасы гипотенузаның жартысына тең болатындығы белгілі, демек моншақ центрі (C), тікбұрыштың төбесінен үнемі бірдей қашықтықта болады, яғни моншақ центрі тікбұрыш төбесінде жататын шеңбер бойымен қозғалады екен.

Сонда C нүктесінің жылдамдық бағыты шеңберге жанама, ал үдеуі центрге тартқыш

үдеу болып табылады, яғни $a_c = \frac{v_c^2}{\ell}$

Есеп шарты бойынша B нүктесі тұрақты v жылдамдықпен қозғалады, демек моншақтың көкжиек бағытындағы жылдамдық құраушысы да тұрақты және $v/2$ -ге тең. Бұл, N күшінің бағыты тік бағытта екендігін білдіреді. Демек,

$ma = mg - N$ $\alpha = 45^\circ$ болғанда v_c жылдамдығының бағыты таяқша бағытымен бағыттас болады да, бұл жылдамдықтың екі құраушысы өзара тең болады, яғни $v_T = v_K = \frac{v}{2}$.

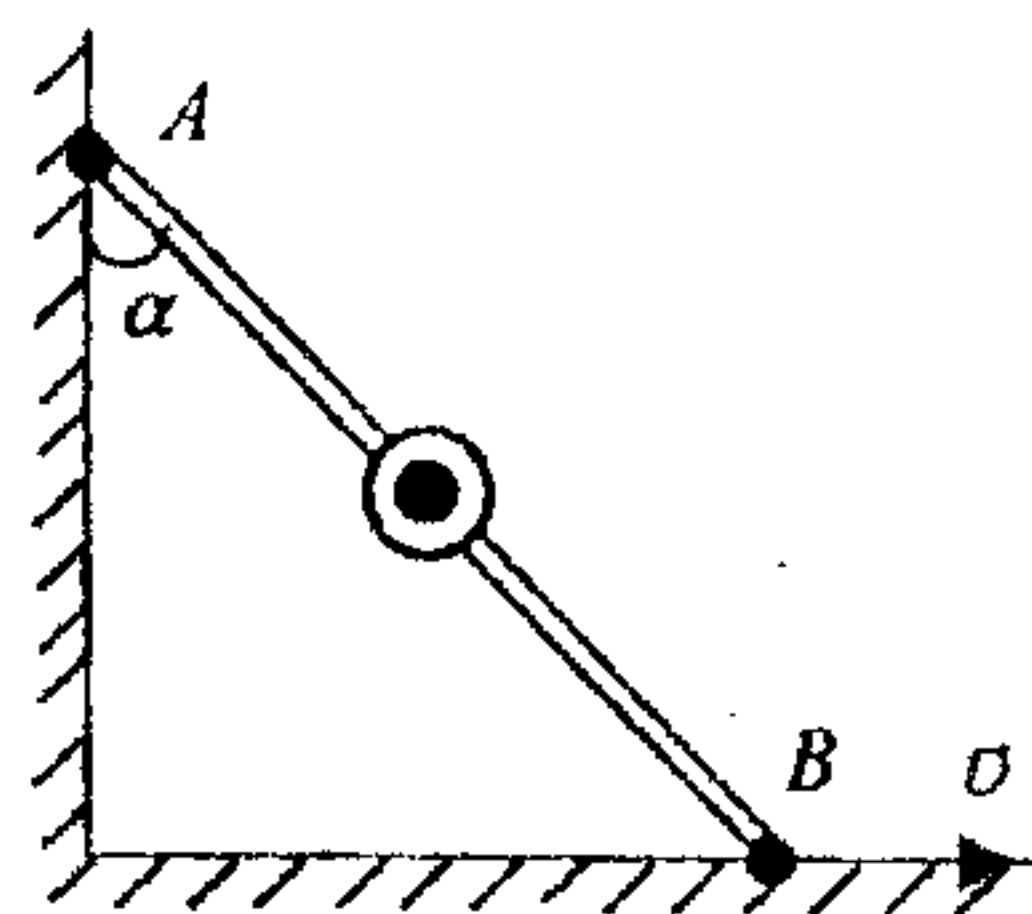
Онда, бұл кездегі моншақтың толық жылдамдығы $\frac{v}{2}$ (Пифагор

теоремасынан). Демек, $m \frac{v^2}{2\ell} = mg - N$. Ал, $|N| = |F|$ болғандықтан,

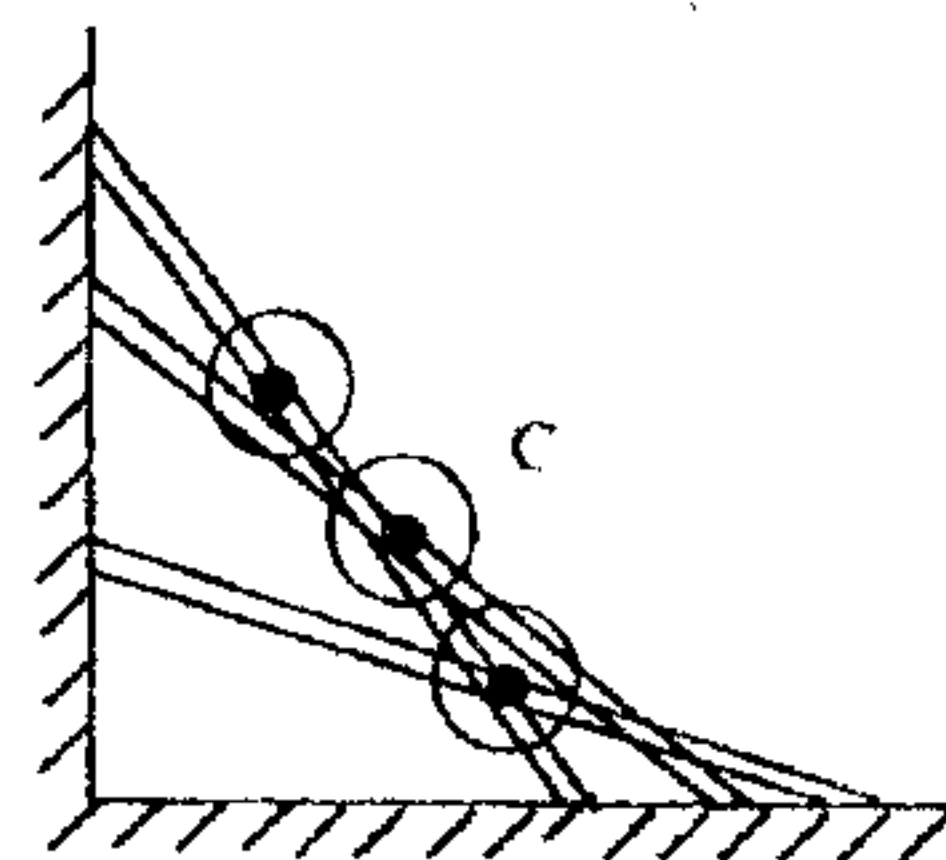
$$\frac{mv^2}{2\ell} = mg - F \Rightarrow F = m \left(g - \frac{v^2}{2\ell} \right).$$

$$\text{Жауабы: } F = m \left(g - \frac{v^2}{2\ell} \right).$$

(*)2.2.55. Массасы m_2 шыбықша массасы m_1 сынашаға тіреледі (39-сурет). Шектеуіштердің көмегімен шыбықша тік бағытта, ал сынаша көкжиек



37-сурет



38-сурет

бағытында қозғала алады. Үйкелісті ескермей денелердің үдеулерін және сынашаның реакция күшін табыңдар.

Берілгені: $m_1; m_2; \alpha$
 $a_1 = ?; a_2 = ?$
 $Q = ?$
Шешуі: Әрбір денеге әсер ететін күштерді анықтайық, ол үшін 40 және 41 суреттерді пайдаланамыз; Шыбықшаға: m_2g - ауырлық, Q - сынашаның реакция және F

шектеуіштің реакция күштері әсер етеді. Сонда, қозғалыс теңдеуінің Oy өсіндегі проекциясы былай жазылады.

$$-m_2g + Q \cos \alpha = m_2 a_2 \quad (1).$$

Сынашаға: m_1g - ауырлық, Q - шыбықшаның реакция және N - үстелдің реакция күштері әсер етеді. Қозғалыс теңдеуінің Ox өсі бойынша проекциясы

$$-Q \sin \alpha = m_1 a_1 \quad (2)$$

болады. Ал, сынаша Δx орын ауыстырғанда, шыбықша Δy орын ауыстырады, сонда

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_2 t^2 \text{ және } \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2.$$

$$\text{Осыдан, } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha \text{ немесе } a_2 = a_1 \tan \alpha \quad (3).$$

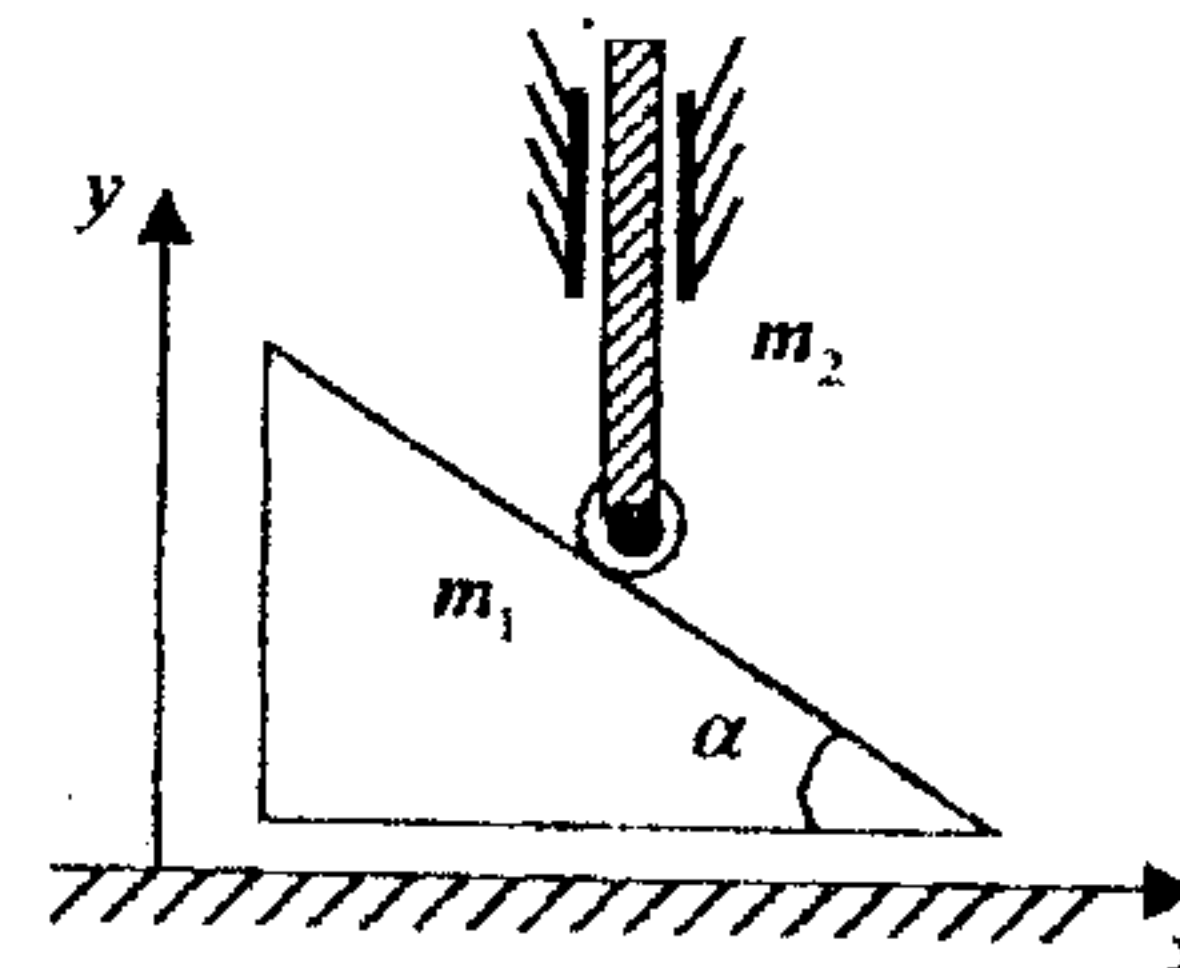
(1), (2) және (3)-ден

$$a_1 = \frac{g}{\left(\tan \alpha + \frac{m_1}{m_2} \cot \alpha \right)}; \quad a_2 = \frac{g}{1 + \frac{m_1}{m_2} \cot^2 \alpha};$$

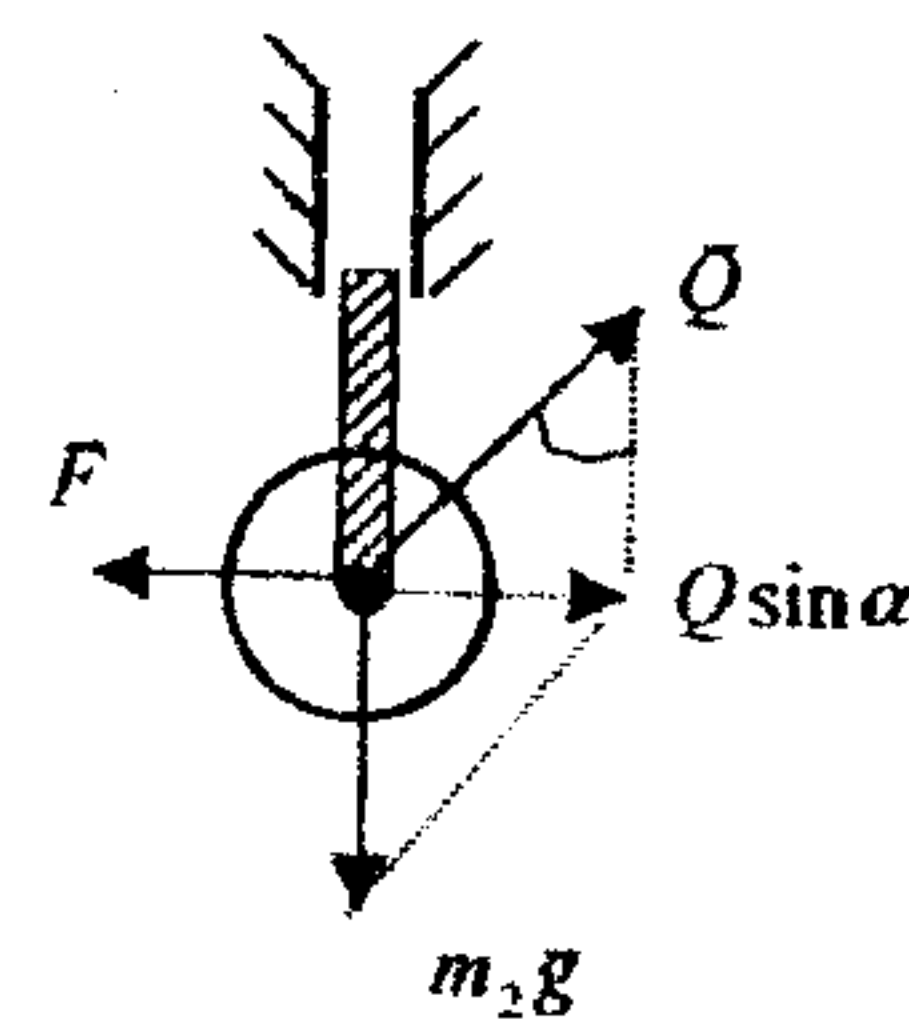
$$Q = \frac{m_1 m_2 g}{m_2 \sin \alpha \tan \alpha + m_1 \cos \alpha}.$$

$$\text{Жауабы: } a_1 = \frac{g}{\left(\tan \alpha + \frac{m_1}{m_2} \cot \alpha \right)}; \quad a_2 = \frac{g}{1 + \frac{m_1}{m_2} \cot^2 \alpha};$$

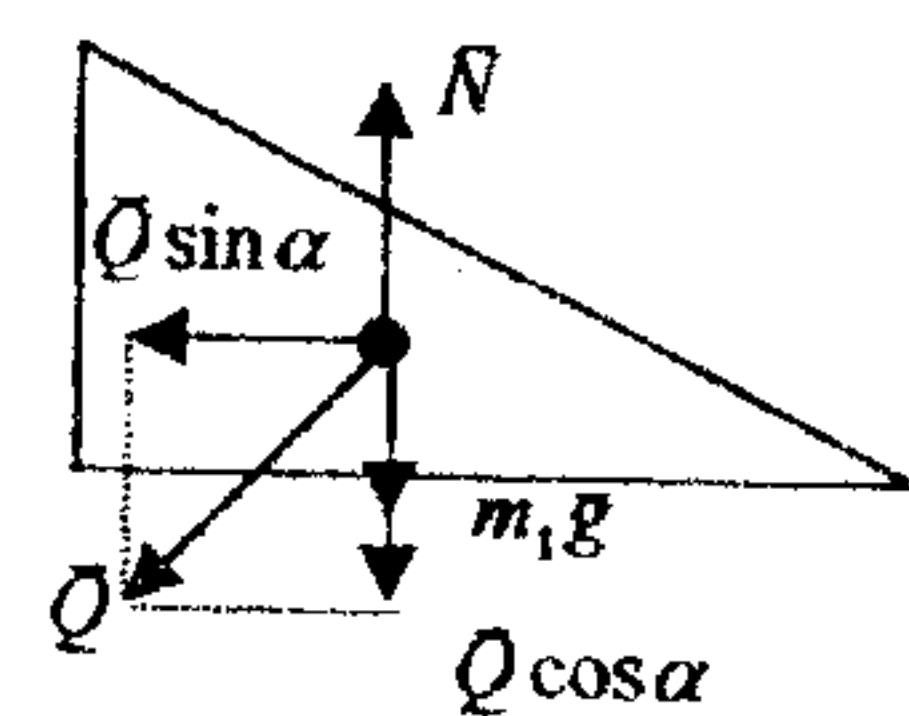
$$Q = \frac{m_1 m_2 g}{m_2 \sin \alpha \tan \alpha + m_1 \cos \alpha}.$$



39-сурет



40-сурет



41-сурет

(*) 2.2.56. Үйкеліссіз айналатын жеңіл блокқа жіп тасталып, оның бірінші ұшына массасы m_1 жүк ілінген. Ал, екінші ұшымен жіпке салыстырғанда a_1 үдеумен массасы m_2 сақина сырғып түседі (42-сурет). m_1 жүктің a_1 үдеуін және сақинаның жіппен сырғығандағы үйкеліс $F_{\text{сх}}$ күшін табыңдар. Жіптің массасын ескермеуге болады.

Берілгені: m_1, m_2, a_2 Шешуі: Әрбір дене үшін қозғалыс теңдеулерінің Ox өсіндегі проекцияларын жазайық.

Мынадай жағдайлардың болатындығын ескеру керек:

$$a_1 > a_2; a_1 < a_2; a_1 = a_2.$$

Біз $a_1 > a_2$ жағдайын қарастырайық

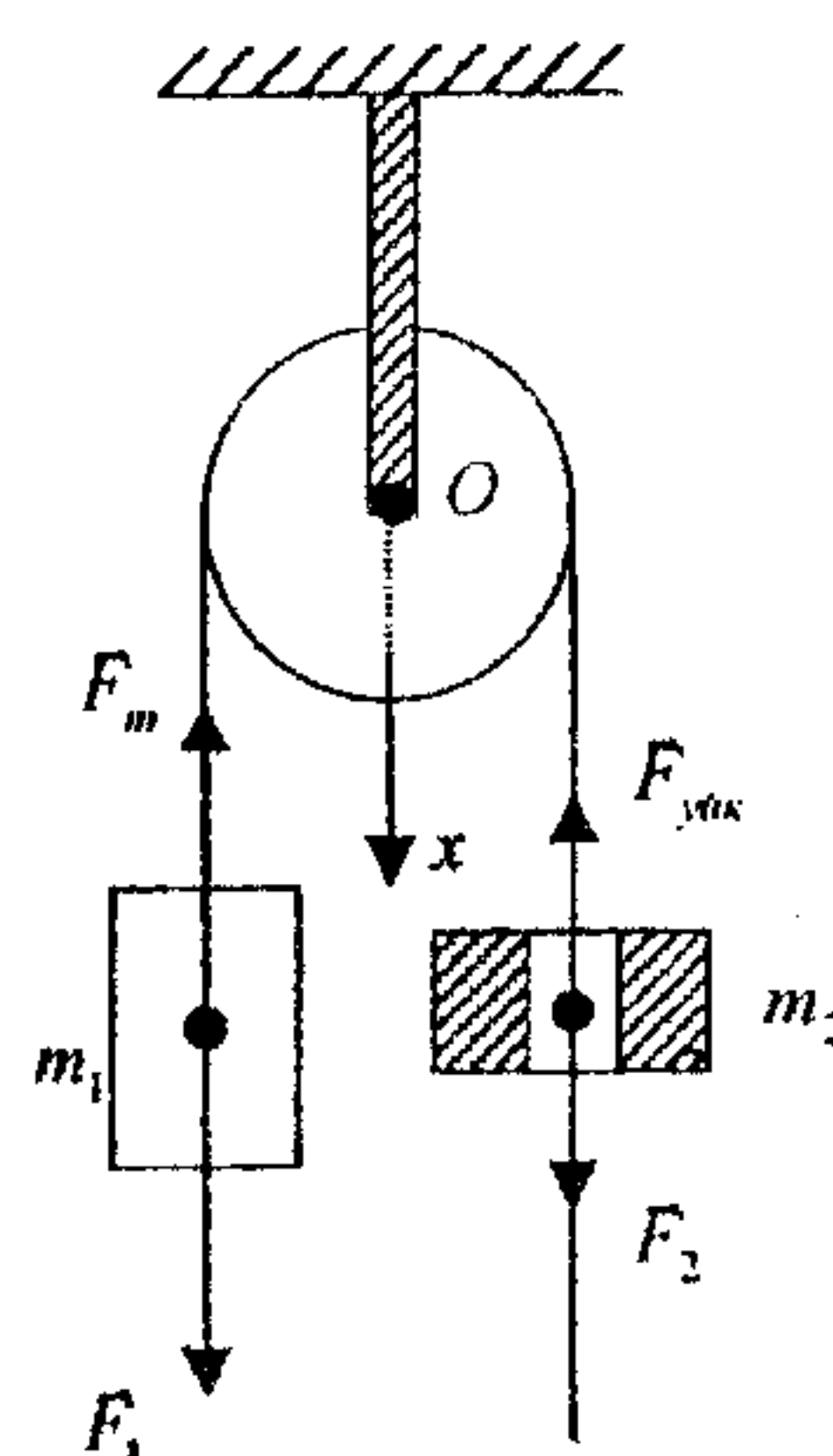
$$\begin{cases} F_1 - F_m = a_1 m_1 \\ F_2 - F_{\text{як}} = -m_2(a_1 - a_2) \end{cases}$$

$$|F_m| = |F_{\text{як}}| \text{ екендігін ескерсек және } F_1 = m_1 g; F_2 = m_2 g$$

$$\text{болғандықтан } \begin{cases} m_1 g - F_{\text{як}} = m_1 a_1 \\ m_2 g - F_{\text{як}} = -m_2(a_1 - a_2) \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{m_1 g - m_2(g - a_2)}{m_1 + m_2} \text{ және } F_{\text{як}} = \frac{m_1 m_2 (2g - a_2)}{m_1 + m_2}$$

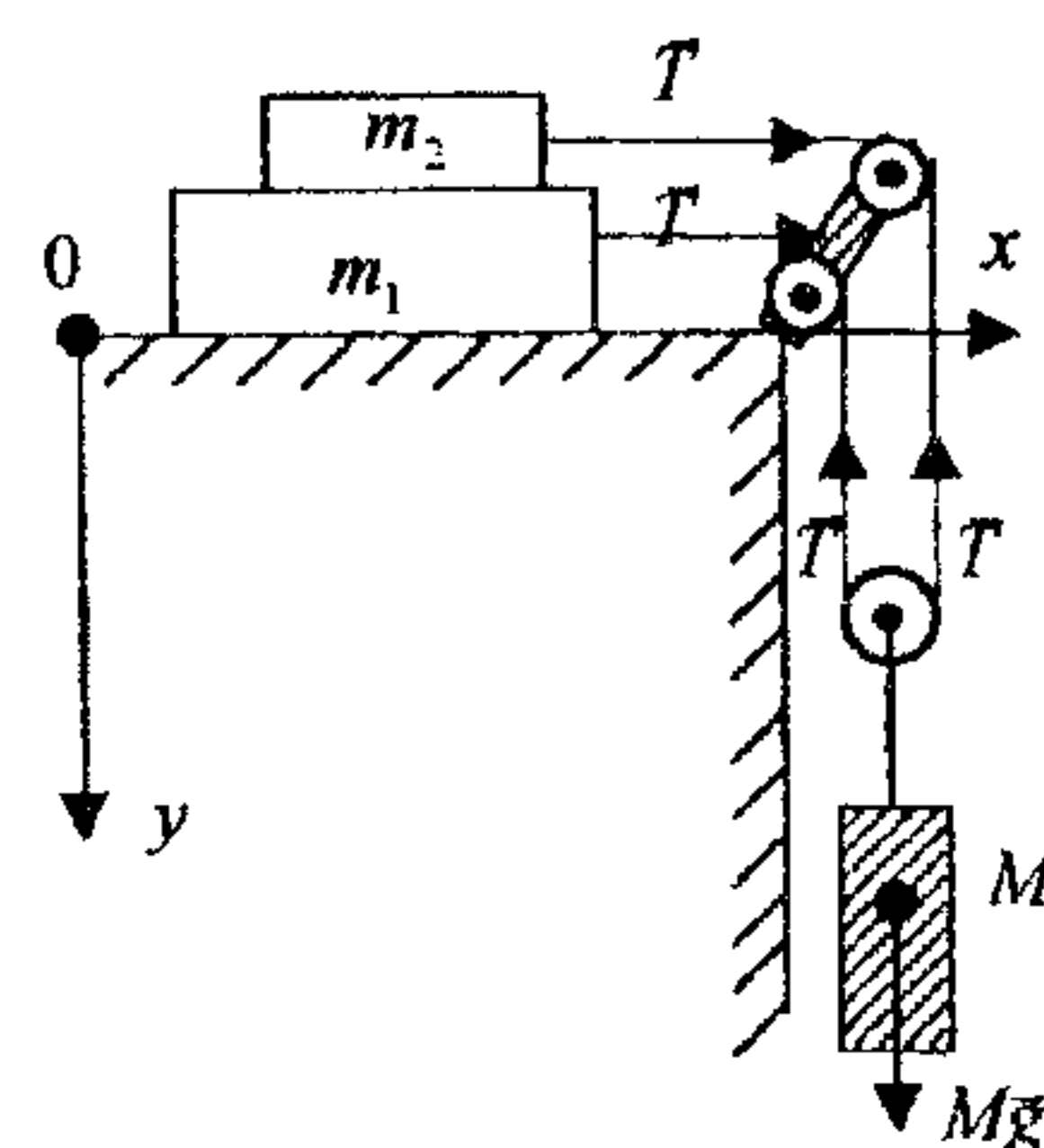
$$\text{Жауабы: } a_1 = \frac{m_1 g - m_2(g - a_2)}{m_1 + m_2}; F_{\text{як}} = \frac{m_1 m_2 (2g - a_2)}{m_1 + m_2}$$



42-сурет

(*) 2.2.57. Көкжиек жазықтығында массалары m_1 және m_2 білеушелер бірінің үстінде бірі жатыр. Блоктар жүйесі арқылы жіптер асырылып оның ұштарына жылжымалы блокпен массасы $M = m_1 + m_2$ жүгі ілінген (43-сурет).

Екі білеуше арасындағы үйкеліс коэффициенті μ , ал төменгі білеуше мен жазықтық арасында үйкеліс болмаса, онда m_1 және m_2 білеуше массаларының қатынасы қандай болғанды олар бірінің бетімен екіншісі сырғанайтын болады? Жіптер салмақсыз және созылмайды, ал блок массасы ескерусіз аз, үйкеліс жоқ деп есептендер.



43-сурет

Берілгені: m_1, m_2 Шешуі: Қозғалыс теңдеулерінің Ox және Oy өстеріндегі проекцияларын жазайық, сонда:

$$M = m_1 + m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

$$\begin{cases} Mg - 2T = Ma \\ T - F_{\text{як}} = m_1 a \\ T + F_{\text{як}} = m_2 a \end{cases} \quad (1).$$

Мұндағы, $F_{\text{як}}$ — күшінің бағыты әзірше белгісіз және $F_{\text{як}} \leq m_2 g \mu$ (2).

Жіптер созылмайтын болғандықтан $a_1 = a_2 = a$. Осы шартты пайдаланып (1)-ден $a = \frac{g}{2}$; $T = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)g = \frac{1}{4}Mg$; $F_{\text{як}} = (m_2 - m_1)\frac{g}{4}$.

$F_{\text{як}}$ — күшінің мәнін (2) теңсіздігіне қойып, ізделінді қатынасты табуға болады, сонда $|(m_2 - m_1)\frac{g}{4}| \leq m_2 g \mu \Rightarrow |1 - \frac{m_1}{m_2}| \leq 4\mu$.

$$\text{Жауабы: } |1 - \frac{m_1}{m_2}| \leq 4\mu.$$

(*) 2.2.58. Доп $h = 120$ м биіктіктен көкжиек жазықтығына еркін түседі және әрбір қайта секіргенде жылдамдығы ($n = 2$) екі есе кемиді. Жылдамдықтың графигін сызыңдар. Доптың тасталғаннан бастап толық тоқтағанға дейін жүрген жолын есептендер.

Берілгені: $h = 120$ м Шешуі: Егер Oy координата өсін жоғары қарай бағыттасақ, онда доптың түскен кездегі жылдамдығының проекциясы теріс және уақытқа пропорционал болады, яғни $v = -gt$.

Графикте мұндай қозғалысқа OA сызығы сәйкес келеді (44-сурет). Мұндағы $tg \alpha = -g$. Соққы кезінде, жылдамдықтың бағыты лезде қарама-қарсы бағытқа, ал, модулі есеп шарты бойынша екі есе кемиді. Сөйтіп, соққыдан кейінгі доптың жылдамдығына B нүктесі сәйкес келеді, ал графигі BC түзуі болады. C нүктесі екінші соққыға сәйкес келеді, осылай процесс жалғасады. Соққы саны n болған да доп жылдамдығы n есе кемитіндіктен, оның көтерілу биіктігі n^2 есе азаяды. Демек,

$$\text{бірінші соққыдан кейін доп } s_1 = \frac{2h}{n^2},$$

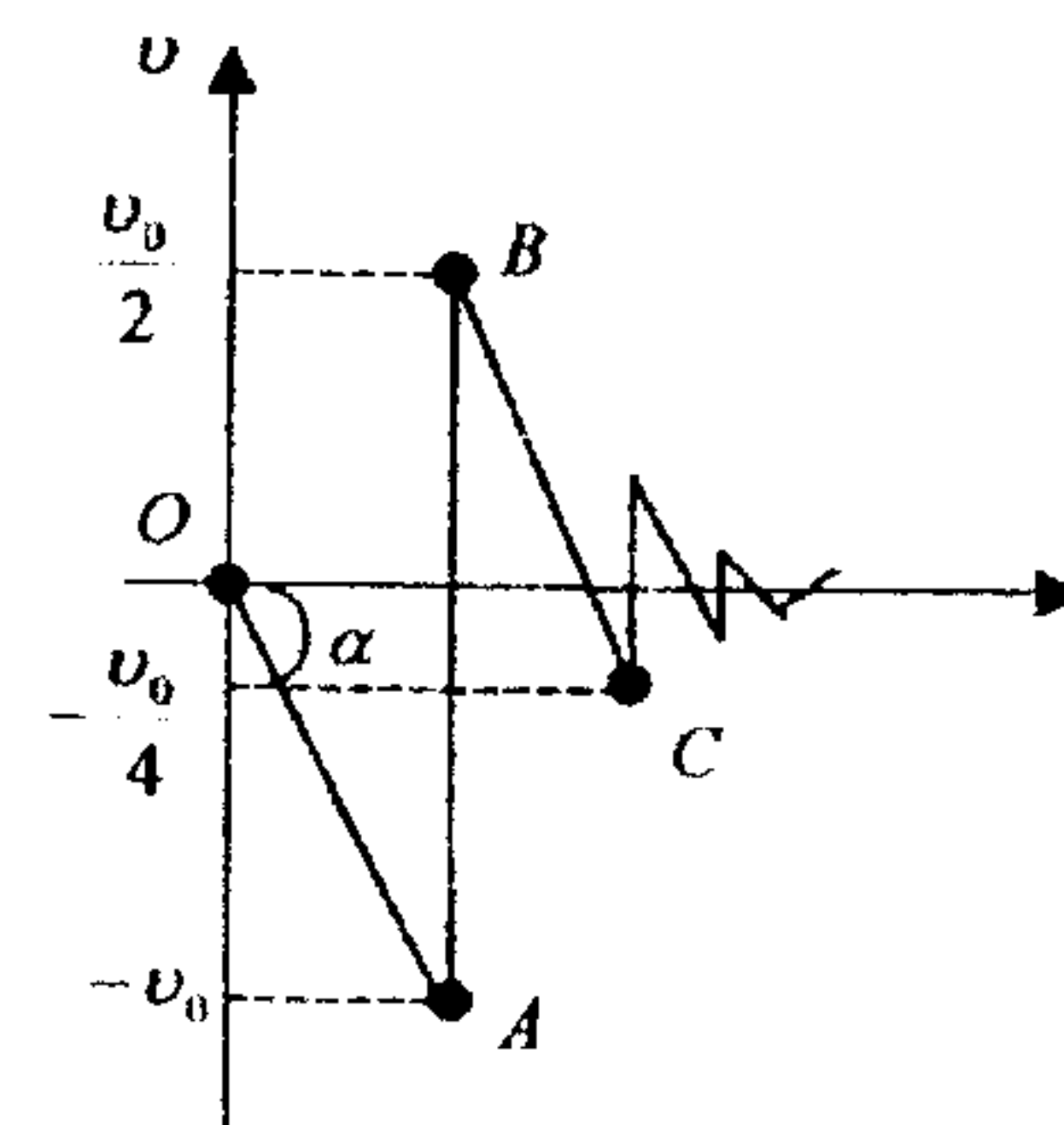
жол жүреді. Сонда, доптың тоқтағанға дейінгі жүрген барлық жолы

$$s = h + \frac{2h}{n^2} + \frac{2h}{n^4} + \dots = h + \frac{2h}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots \right).$$

Мұндағы, жақша ішіндегі өрнек еселігі $q = \frac{1}{n^2}$ болатын шексіз кемімелі геометриялық прогрессия болып табылады. Сонда геометриялық прогрессияның қосындысы $\frac{1}{1-q} = \frac{n^2}{n^2-1}$. Бұл теңдікті s формуласына

$$\text{қойсақ, онда } s = h + \frac{2h}{n^2} \left(\frac{n^2}{n^2-1} \right) \text{ немесе } s = \frac{h(n^2+1)}{n^2-1}. s = \frac{120(2^2+1)}{2^2-1} = 200 \text{ м.}$$

$$\text{Жауабы: } s = 200 \text{ м.}$$



44-сурет

Қосымша есептер

2.2.59 Массасы 150 т электр поезі қозғала бастап 2 минут өткеннен кейін жылдамдығы 36 км/сағ болды. Кедергі коэффициенті $0,006$. Электр поезінің тарту күшін табыңдар.

Жауабы: $F = 20,34\text{ кН}$.

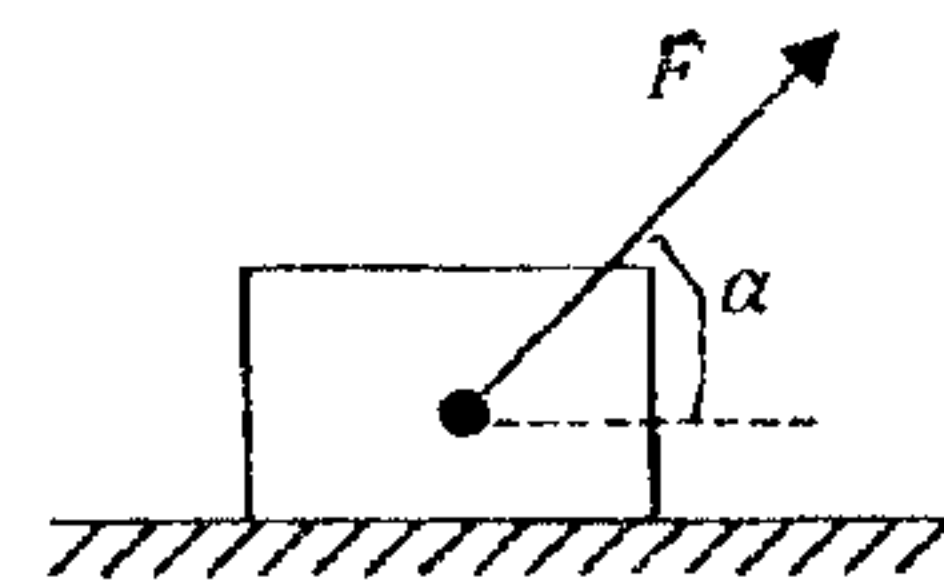
2.2.60 Жылдамдығы 54 км/сағ автомашина тежелген соң 8 с -тан кейін тоқтайды. Машина доңғалағы мен жол арасындағы үйкеліс коэффициентін табыңдар.

Жауабы: $\mu \approx 0,19$.

2.2.61 Көкжиек бетте жатқан массасы 90 кг денеге 120 Н күш әсер етеді. Егер осы күш денеге көкжиекпен 30° бұрыш жасай әсер етсе, онда дене бірқалыпты қозғалады. Егер бұрыш 60° болса, онда осы күш денені қандай үдеумен қозғалтар еді?

Жауабы: $a \approx 0,9\text{ м/с}^2$.

2.2.62 Көкжиек жазықтығында жатқан массасы m денеге α бұрышын жасап F күші әсер етеді (45-сурет). Егер жазықтықпен дене арасындағы үйкеліс коэффициенті μ болса дене үдеуін табыңдар. Қандай F_0 күштің мәнінде дене бірқалыпты қозғала алады?



45-сурет

Жауабы: $a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{m} - \mu g$;

$$F_0 = \frac{\mu g m}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

2.2.63 Массасы 200 г дене тік төмен 920 см/с^2 үдеумен түседі. Ауаның кедергі күшін табыңдар.

Жауабы: $F \approx 0,12\text{ Н}$.

2.2.64 $v = 72\text{ км/сағ}$ жылдамдықпен келе жатқан поезд аялдамаға жақындап тежеле бастады. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,2$ болса, поезд қанша уақыттан кейін тоқтайды?

Жауабы: $t = \frac{v}{\mu g} \approx 10(\text{с})$.

2.2.65 Ойыншы допты орташа $F = 5 \cdot 10^3\text{ Н}$ күшпен тебеді. Доп көкжиекпен 45° бұрыш жасай ұшып $L = 40\text{ м}$ қашықтыққа түседі. Допты соғу уақытын табыңдар. Доп массасы $m = 0,5\text{ кг}$. Ауа кедергісін есепке алмаңдар.

Жауабы: $t = \frac{m}{F} \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} \approx 2 \cdot 10^{-2}(\text{с})$.

2.2.66 Трамвай вагоны төбесіндегі жіпке шар ілінген. Вагон тежелуінің $t = 3\text{ с}$ ішінде оның жылдамдығы $v_1 = 18\text{ км/сағ}$ - тан $v_2 = 6\text{ км/сағ}$ - ға дейін кемиді. Осы кезде жіпке ілінген шар қандай бұрышқа аяйтықиды?

Жауабы: $\alpha = 6^\circ 30'$.

2.2.67 Массасы M арбаша көкжиек жазықтығында үйкеліссіз сырғанады. Арбашаның артында массасы m білеуше жатыр. Білеуше мен арбаша арасындағы үйкеліс коэффициенті μ . Білеуше сырғи алатындай көкжиек бағытында F күші әсер етеді. Егер арбаша ұзындығы ℓ болса, білеуше арбадан қанша уақыттан кейін түседі? Білеушені түсіріп жіберетін ең аз F_0 күші неге тең?

Жауабы: $t = \sqrt{\frac{2\ell}{\frac{F}{m} - \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right)}}$; $F_0 = \mu g m \left(1 + \frac{m}{M}\right)$.

2.2.68 Массасы 1 т автомашина көлбеулігі 30° жолда 30 кН тарту күші әсерінен қозғалады. Егер үйкеліс күші жылдамдыққа тәуелсіз және тіреуіштің нормал күшінің $0,1$ -не тең болса, автомашина үдеуін табыңдар.

Жауабы: $a = \frac{F - mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m} = 1,2(\text{м/с}^2)$.

2.2.69 Шахта үйшігі 100 кг жүкті тік жоғары $24,5\text{ см/с}^2$ үдеумен көтереді. Жүк үйшік еденін қандай күшпен басады?

Жауабы: $F = 10^3\text{ Н}$.

2.2.70 Ұзындығы $\ell = 50\text{ м}$, ал биіктігі $h = 10\text{ м}$ төбеніктен массасы $m = 60\text{ кг}$ шана бастапқы жылдамдықсыз жіппен түсіріледі. Егер үйкеліс күші шана салмағының 10% - не, ал төбенің етегіндегі шана жылдамдығы $v = 5\text{ м/с}$ болса, жіптің керілу күшін табыңдар.

Жауабы: $T = \frac{mgh}{\ell} - 0,1mg - \frac{mv^2}{2\ell} \approx 44,1(\text{Н})$.

2.2.71 Көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазықтықта массасы m текше жатыр. Ал көлбеу жазықтық тік жоғары a үдеумен қозғалатын лифт ішінде тұр. Текшенің жазықтыққа түсіретін нормал қысым күшін табыңдар. Текше мен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда ол беттен сырғып кетпейді?

Жауабы: $F = m(g + a)\cos\alpha$; $\mu > \tan\alpha$.

2.2.72. Көкжиекпен 30° бұрыш жасайтын мұзтаудың төбесіне қарай тас $t_1 = 2\text{с}$ -та $s = 16\text{м}$ жол жүріп, кейін төмен сырғыды. Тас бұрынғы орнына қандай t_2 уақытта сырғып келеді? Таспен мұзтау арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай?

$$\text{Жауабы: } t_2 = t_1 \sqrt{\frac{s}{gt_1^2 \sin \alpha - 1}} \approx 4,2(\text{с}); \mu = \frac{2s - gt_1^2 \sin \alpha}{gt_1^2 \cos \alpha} \approx 0,37.$$

2.2.73 Дене көлбеудің бұрышы β болатын жазықтықпен бірқалыпты қозғалады. Массасы m осы дене көлбеулік бұрышы α , биіктігі h көлбеу жазықтықпен қанша уақытта сырғанап түседі?

$$\text{Жауабы: } t = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g(1 - \lg \beta \lg \alpha)}}.$$

2.2.74 Көкжиекпен жасайтын бұрышы $\alpha = 30^\circ$ көлбеу жолмен массасы $M = 500\text{кг}$ вагонетка арқанмен түсіп келеді. Еңістің ең басындағы жылдамдығы $v_0 = 2\text{м/с}$ мезетте тежегішпен тоқтатылады. Тежелу уақыты $t = 5\text{с}$ болса, арқанның тартылу күшін тап. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,1$.

$$\text{Жауабы: } T = M \left(g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha + \frac{v_0}{t} \right) \approx 2,6\text{кН}.$$

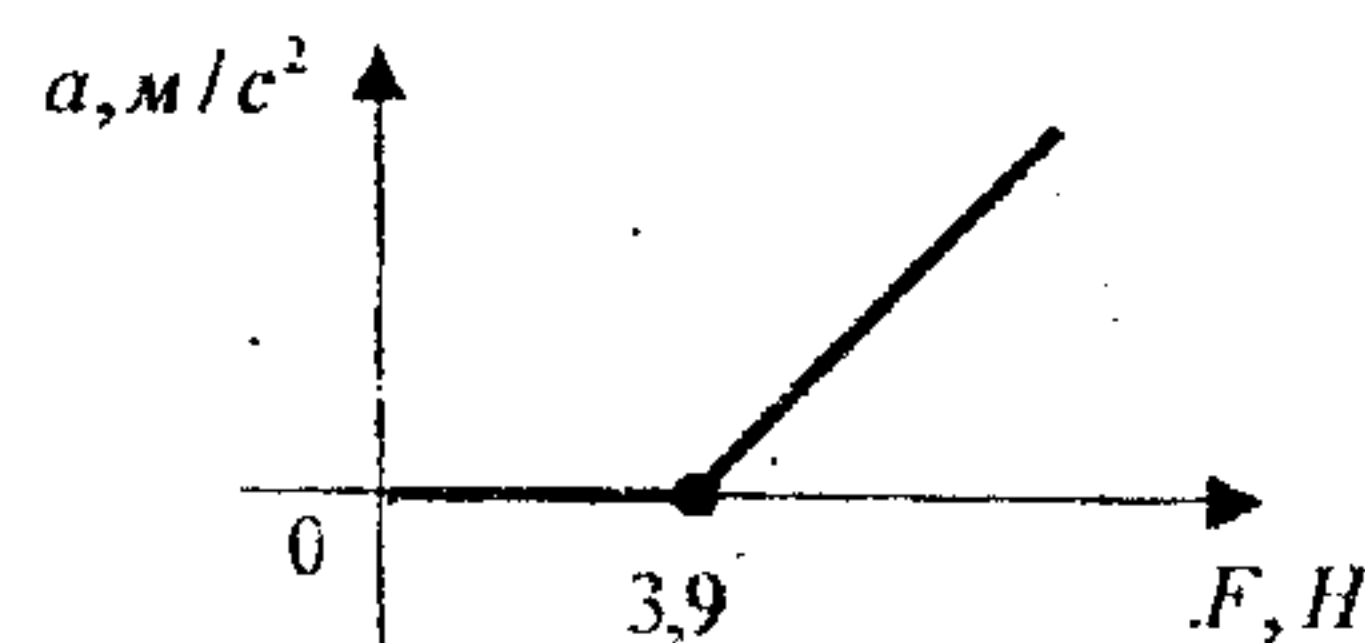
2.2.75 Массасы 60кг денеге, көлбеу жазықтықтың табанына параллель 90Н күш әсер етеді. Көлбеу жазықтықтың ұзындығы 5м , биіктігі 3м . Дененің көлбеу жазықтыққа әсер етуші қысым күшін, үйкеліс күшін және дене үдеуін анықтаңыздар. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,08$.

$$\text{Жауабы: } F_c = 998,4\text{Н}; F_{\text{үк}} = 79,9\text{Н}; a = 4,52\text{м/с}^2.$$

2.2.76 Көкжиек бағытында массасы $m = 10\text{кг}$ дене $F = 50\text{Н}$ күштің әсерінен қозғалады. Егер F күші көкжиек бағытымен $\alpha = 60^\circ$ бұрыш жасайтын болса, дене қандай үдеумен қозғалады және ол жазықтықты қандай күшпен қысады? Үйкеліс ескерілмесін.

$$\text{Жауабы: } a = 2,5\text{м/с}^2; P \approx 55\text{Н}.$$

2.2.77 Массасы $m \pm 2\text{кг}$ білеуше көкжиек жазықтығында жатыр. Үйкеліс коэффициенті $\mu \approx 0,2$. Үдеудің сыртқы әсер етуші F күшіне тәуелділігінің графигін сызып көрсетіндер.



Жауабы: 46-суретте көрсетілген.

46-сурет

2.2.78 Серіппеге ілінген массасы $m = 3\text{кг}$ білеуше, көкжиек бағытында тақтай бойымен бірқалыпты тартылады. Сонда серіппе $\ell = 5\text{см}$ ұзарған болса, оның қатандығы неге тең? Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,25$.

$$\text{Жауабы: } k = \frac{\mu mg}{\ell} = 150(\text{Н/м}).$$

2.2.79 Салмағы P бөренені F күшпен ұзындығы ℓ арқан арқылы тұрақты жылдамдықпен тартады. Арқанның ұшы жер бетінен h биіктікте. Арқан бөрененің ауырлық центріне бекітілген болса, бөрененің жер бетімен үйкеліс коэффициентін табындар.

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{F \sqrt{\ell^2 - h^2}}{P\ell - Fh}.$$

2.2.80 Әрқайсысының массасы 1 килограмнан үш жүк жіпшен байланып көкжиек бағытында тартылады. Егер $F = 10\text{Н}$ тарту күшінің бағыты көкжиекпен $\alpha = 30^\circ$ жасайтын болса, жүйенің үдеуін, жіптердің керілу күштерін есептеңдер. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,1$.

$$\text{Жауабы: } a = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - 3\mu mg}{3m}; T_{23} = m(a + \mu g) \approx 3,1\text{Н}; T_{12} = 2m(a + \mu g) \approx 6,2\text{Н}.$$

2.2.81 Ұзындығы $\ell = 1\text{км}$ ұшу алаңында ұшақтың көтерілу жылдамдығы $v = 200\text{км/сағ}$. Егер екпін алу бірқалыпты өтетін болса, осы ұшақтағы жолаушылар қандай асқын салмаққа ұшырайды?

$$\text{Жауабы: } n = \sqrt{1 + \left(\frac{v^2}{2\ell g} \right)^2} \approx 1,01.$$

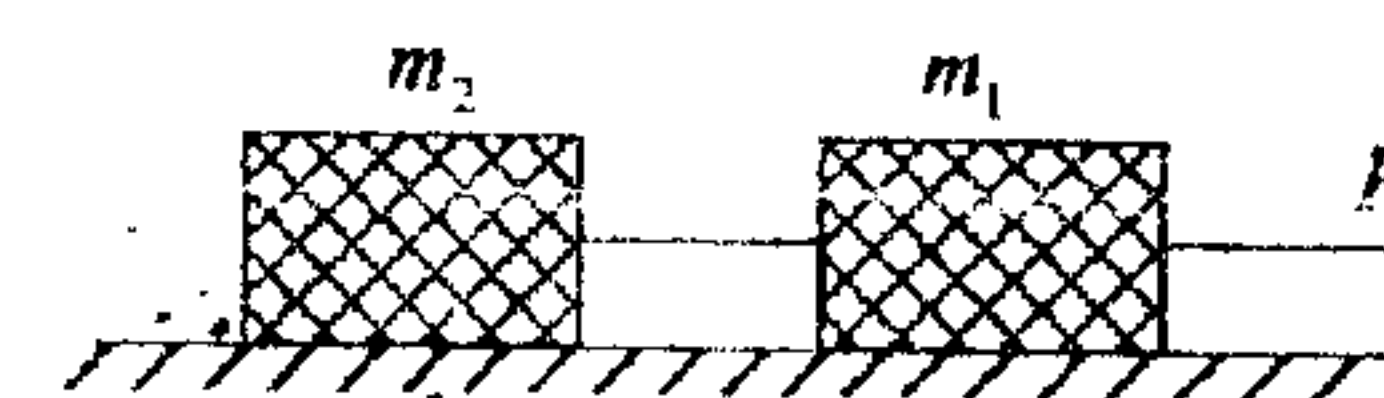
2.2.82 Көлбеулігі $\varphi = 45^\circ$ болатын ылдига қарай шаңғышы түсіп келеді. Шаңғы мен қар арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,1$ және ауаның кедергі күші $F = \alpha v^2$ заңымен өзгереді. Мұндағы $\alpha = 0,7\text{кг/м}$. Егер шаңғышы массасы $m = 40\text{кг}$ болса, ол ылдига қандай ең үлкен жылдамдықпен түседі?

$$\text{Жауабы: } v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{mg(\sin \varphi - \mu \cos \varphi)}{\alpha}} = 100(\text{км/сағ}).$$

2.2.83 Үстел үстінде жатқан ағаш білеушесін жіпке байлап блок арқылы екінші ұшына салмағы $8,33\text{Н}$ жүк ілгенде ол бірқалыпты үдемелі қозғалып 3с — та 81см жол жүрген. Ағаш білеушесінің салмағы $19,6\text{Н}$ болса, үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } \mu \approx 0,39.$$

2.2.84 Массалары $m_1 = 200\text{г}$ және $m_2 = 300\text{г}$ өзара жіпшен байланған екі жүк тегіс бетте жатыр (47-сурет). Егер жүкке осы жазыққа параллель



47-сурет

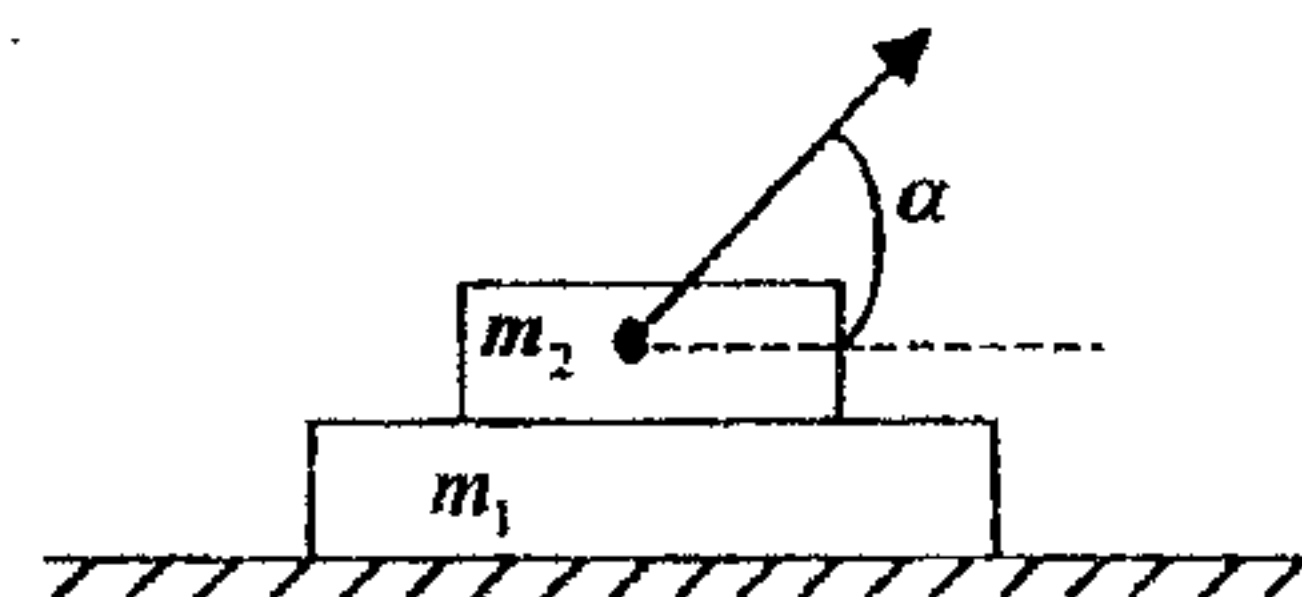
бағытталған $F = 1,5H$ күш әсер ететін болса, онда жүктер қандай үдеумен қозғалады? Жіптің керілу күшін табындар.

Жауабы: $a = 3m/c^2$; $T = 0,9H$.

2.2.85 Массалары m_1 және m_2 екі білеуше бірінің үстінде екіншісі жатыр. Егер m_2 білеушеге көкжиекке α бұрыш жасай F күші әсер ететін болса, білеушелердің үдеулерін табындар (48-сурет).

Білеушелер арасындағы үйкеліс коэффициенті μ_1 , ал білеушенің жазықтықпен арасындағы үйкеліс коэффициенті μ_2 .

Жауабы: $a_1 = \frac{(\mu_1 - \mu_2)(m_1 g - F \sin \alpha)}{m_2} - \mu_2 g$; $a_2 = \frac{F(\cos \alpha + \mu_1 \sin \alpha)}{m_1} - \mu_1 g$.



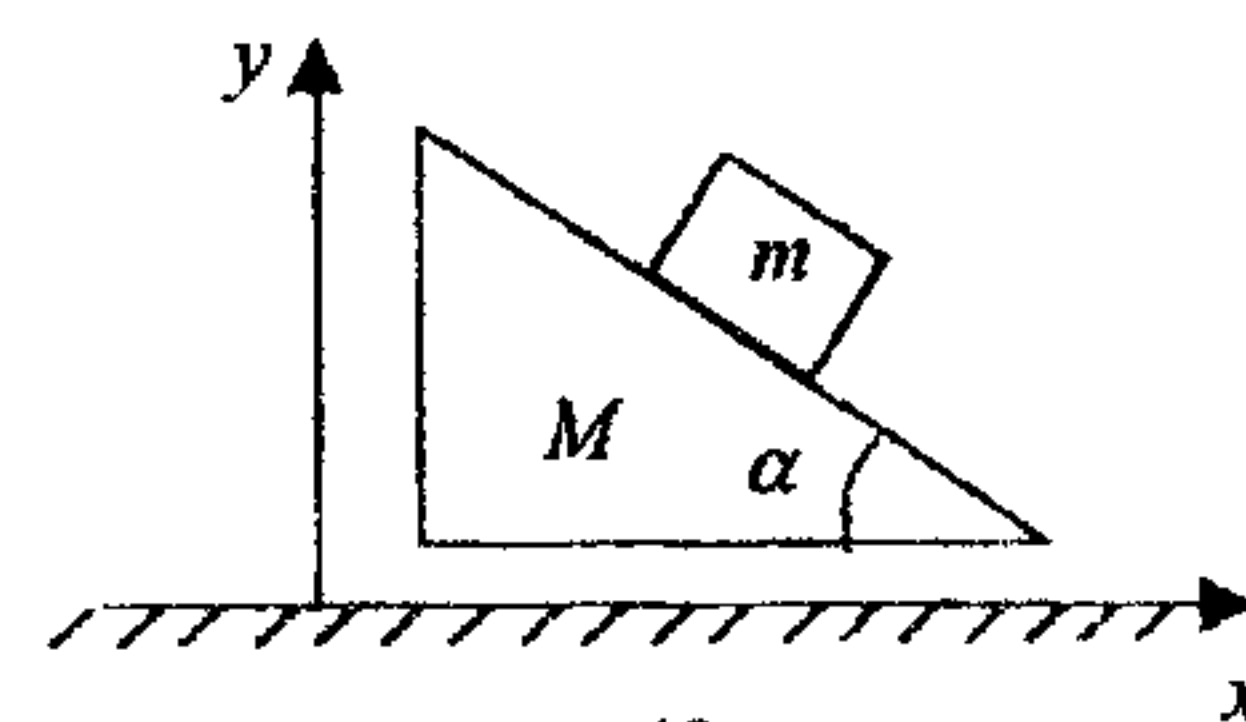
48-сурет

2.2.86 Массасы M сынашаның үстінде m массалы білеуше жатыр (49-сурет). Сынаның көлбеулік бұрышы α болса денелердің үстелге байланысты үдеулерін және көлбеу жазықтықтың реакция күшін табындар. Үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: Білеуше үшін: $a_x = g \sin \alpha \cos \alpha$;

$a_y = -g \sin^2 \alpha$; $a_1 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = g \sin \alpha$.

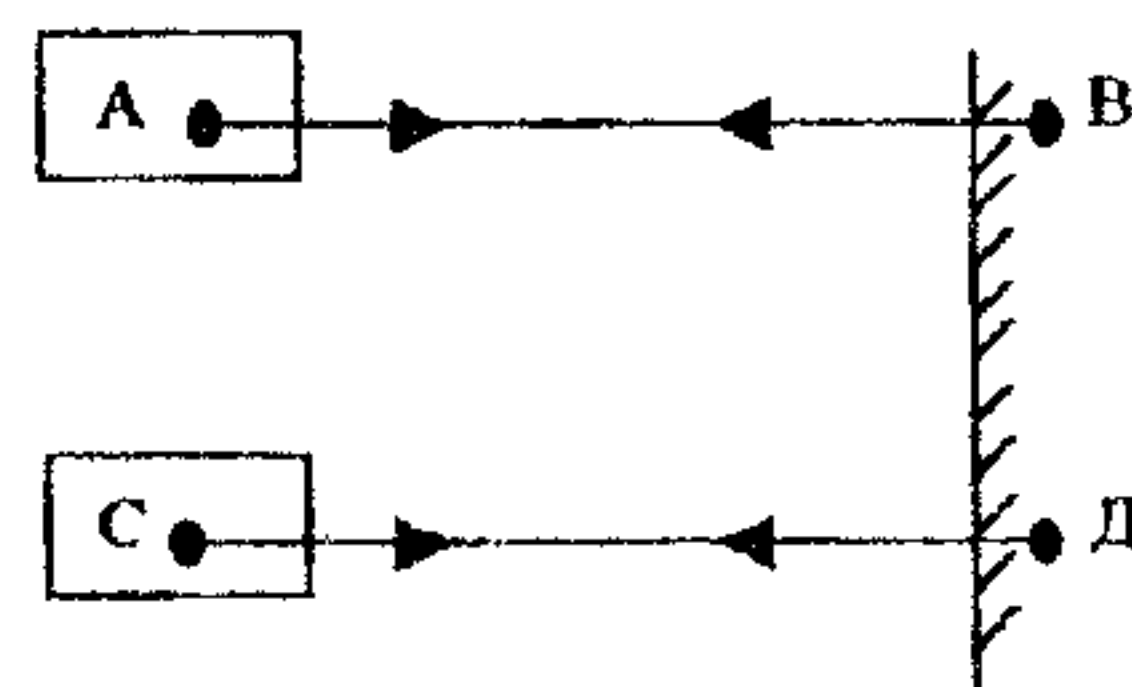
$Q = mg \cos \alpha$.



49-сурет

2.2.87 Екі қайық жағадан бірдей қашықтықта тұр (50-сурет). А, В, С нүктелеріндегі арқанды балдар бірдей күшпен тартады. Ал, арқанның Д ұшы қазыққа байланған. Қайсы қайық жағаға бұрын жетеді?

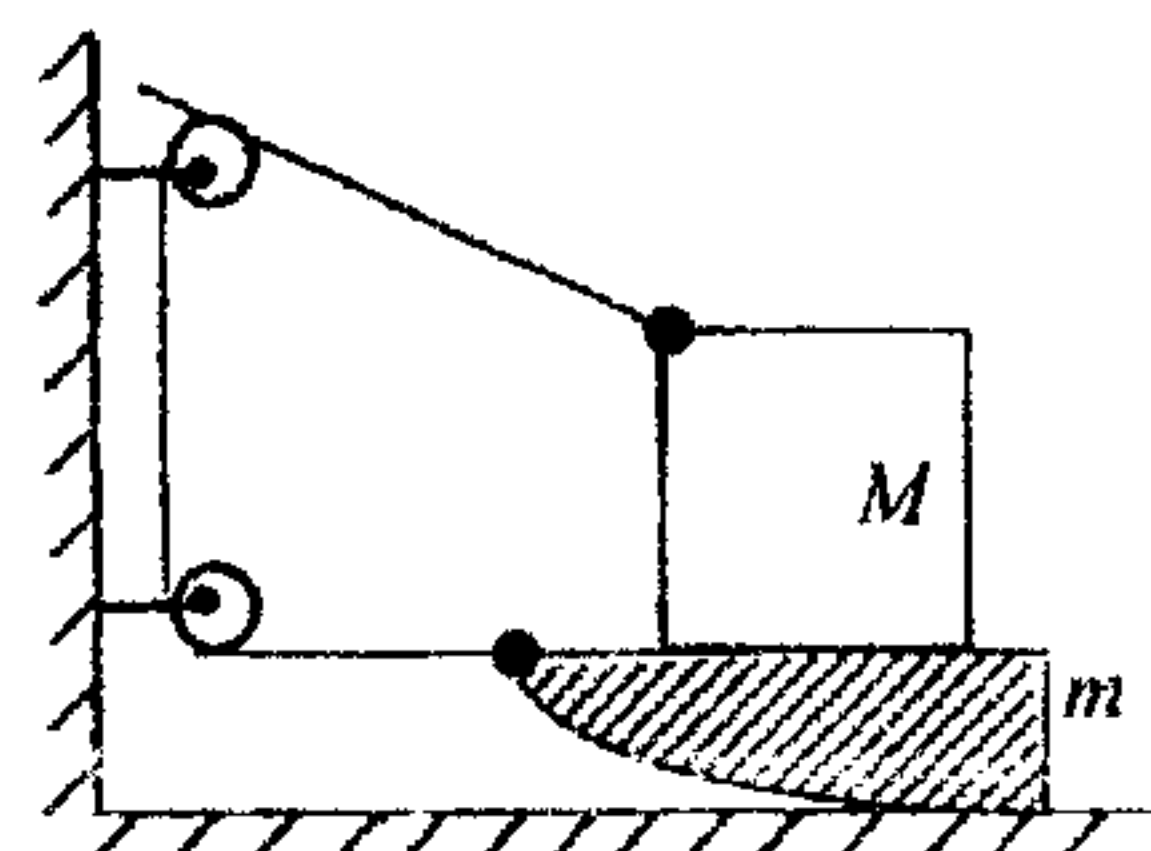
Жауабы: Екі қайықта жағаға бірдей жетеді.



50-сурет

2.2.88 Массасы m шанада отырған M массалы бала блоктар көмегімен шанаға байланып өткізілген жіп арқылы өзін сүйреп қабырғаға бірқалыпты жақындап келеді (51-сурет). Осы жағдайда баланың шанамен үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек? Шананың қармен үйкеліс коэффициенті μ .

Жауабы: $\mu_1 = \frac{\mu(M+m)\cos \alpha}{M(1+\cos \alpha)}$; $\mu_2 \sin \alpha$

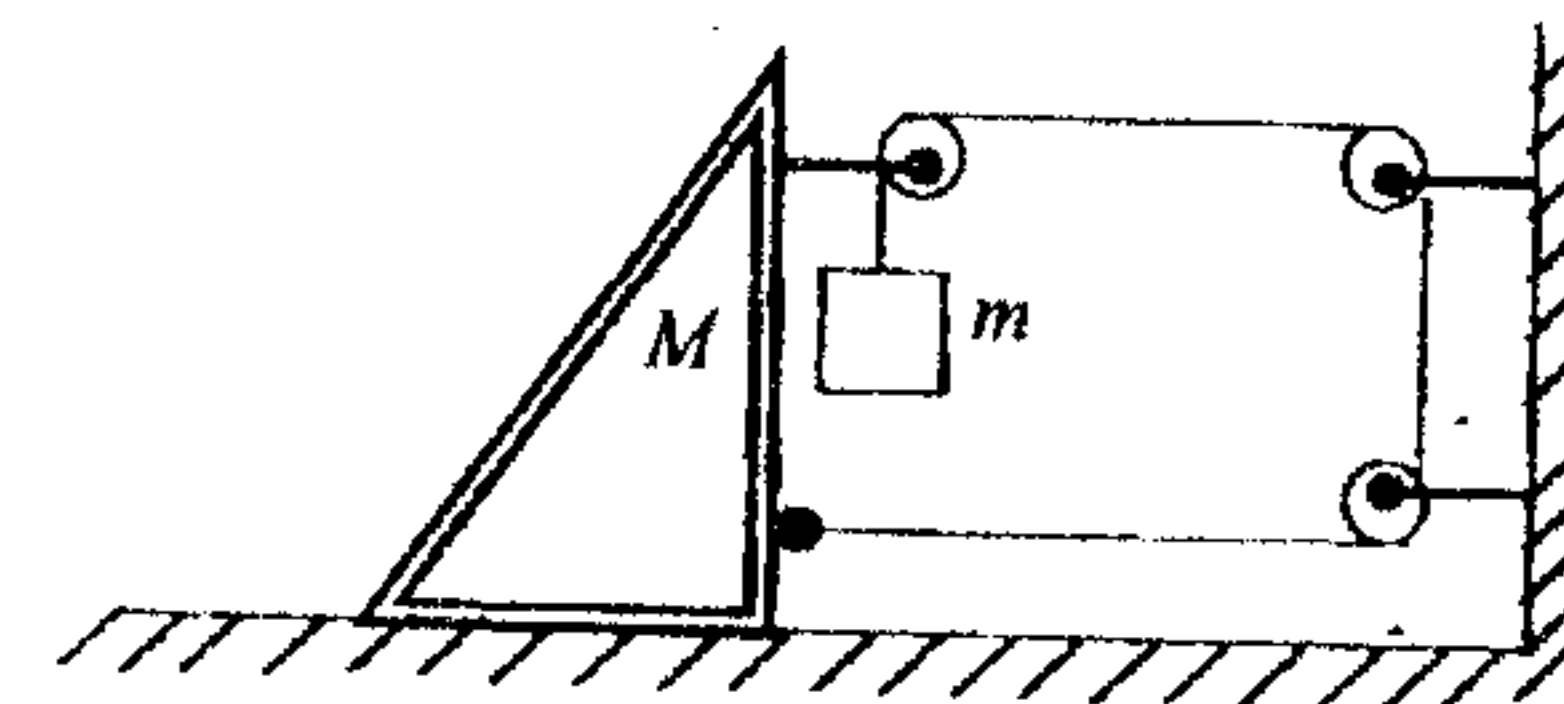


51-сурет

2.2.89 52-суретте көрсетілген дене үдеулерін анықтаңдар. Жүк массалары $M = 5\text{ кг}$, $m = 1\text{ кг}$. Үйкелісті, блоктар мен жіп массаларын есепке алмаңдар.

Жауабы: $a_1 = \frac{2mg}{(M+5m)} = 1,96(m/c^2)$;

$a_2 = a_1 : 5 \approx 4,1(m/c^2)$.



52-сурет

2.2.90 Массалары 2 кг және 1 кг гирлер жіпке байланып жылжымайтын блокқа ілінген. Гирлердің үдеулерін, жіптің керілуін және блок ортасына түсетін қысым күшін табындар.

Жауабы: $a \approx 3,2m/c^2$; $T_1 = T_2 = 13H$; $F_x = 26H$.

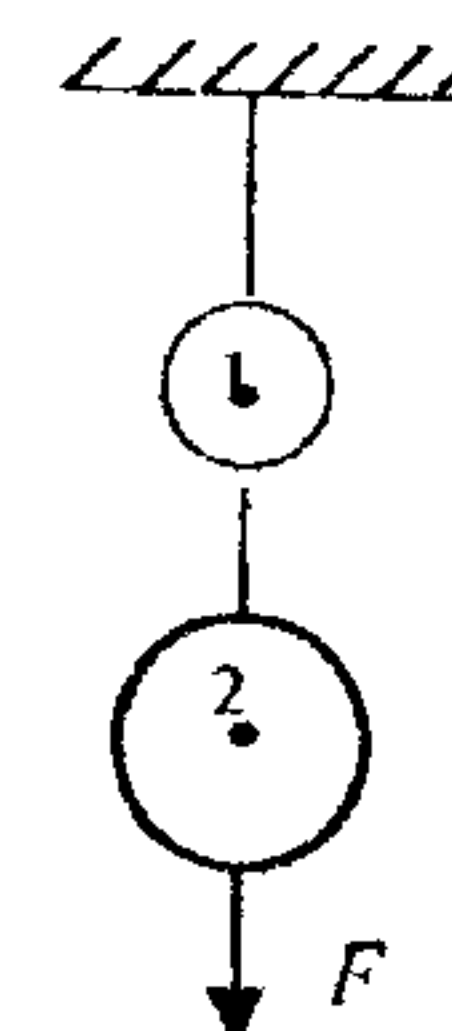
2.2.91 Жіпке ілінген массалары $m_1 = 1\text{ кг}$ және $m_2 = 2\text{ кг}$ екі дененің екіншісін $F = 3H$ күшпен төмен тартады (53-сурет).

Егер жоғарғы жіпті үзіп жіберсек денелер қандай үдеумен қозғалады?

Осы кездегі екі жүкті байланыстырып тұрған жіп қандай күшпен керіледі?

Жауабы: $a = g + \frac{F}{m_1 + m_2} = 10,8(m/c^2)$;

$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = 1(H)$.



53-сурет

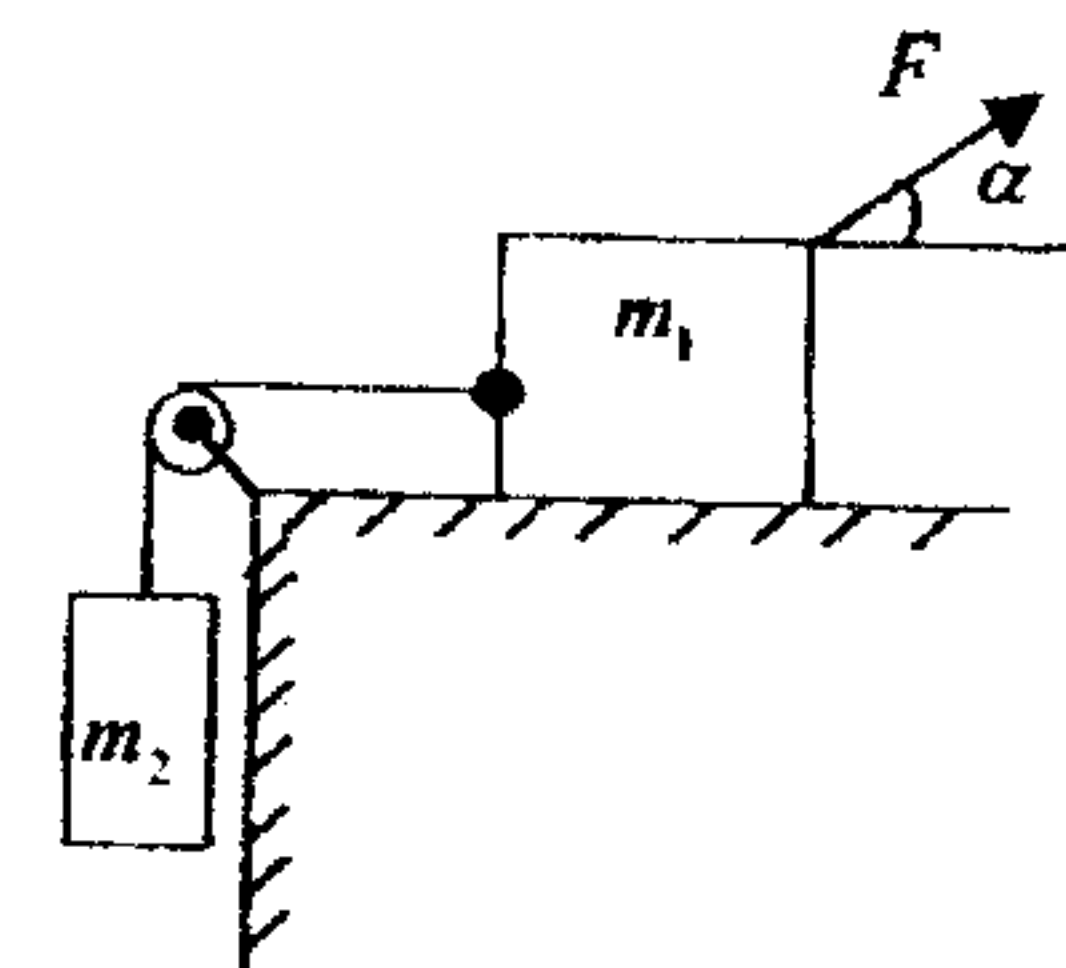
2.2.92 54-суретте көрсетілген жүйенің үдеуін табындар. m_1 денемен жазықтық арасындағы үйкеліс

коэффициенті $\mu = 0,1$. $m_1 = 1,5\text{ кг}$;

$m_2 = 0,5\text{ кг}$; $F = 10H$; $\alpha = 30^\circ$.

Блок үйкелісімен, жіптің және блок массаларын ескермеңдер.

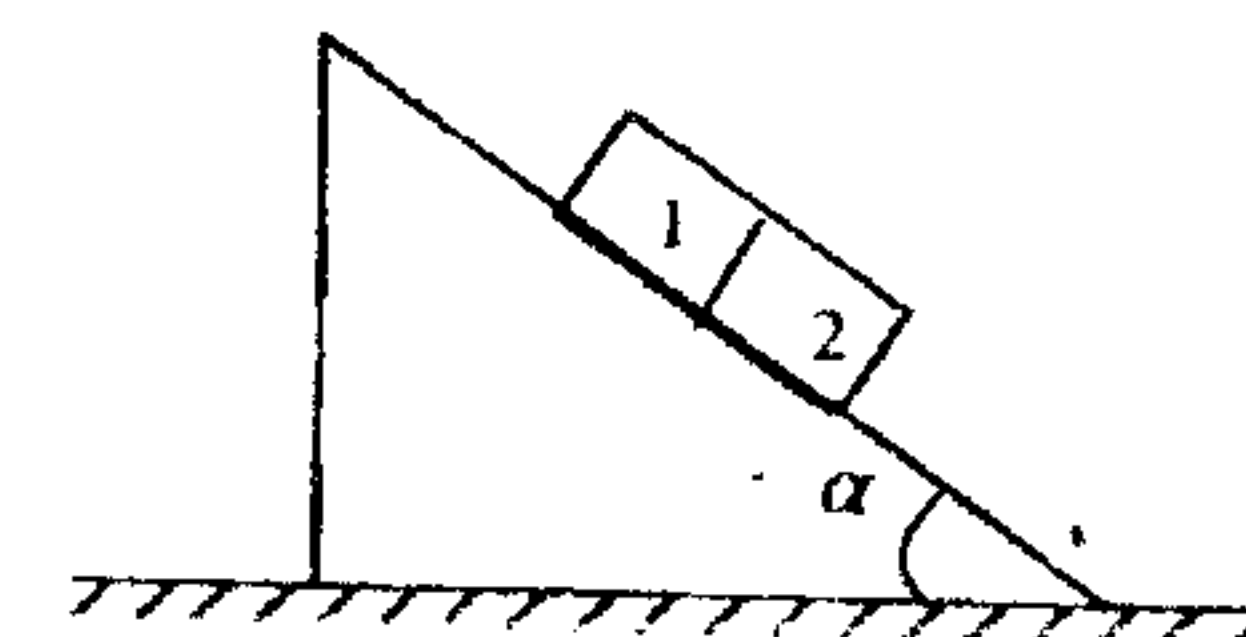
Жауабы: $a = \frac{F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{m_1 + m_2} - \frac{(m_2 + \mu m_1)g}{m_1 + m_2} = 1,4(m/c^2)$.



54-сурет

2.2.93 Массалары бірдей $m = 0,2\text{ кг}$ екі білеуше көлбеулігі $\alpha = 45^\circ$ болатын жазықтықта 55-суреттегідей қойылған. Бірінші білеушенің жазықтықпен үйкеліс коэффициенті $\mu_1 = 0,01$, ал екіншісінікі $\mu_2 = 1$.

Екі білеуше көлбеу жазықтықпен сырғанаған кездегі олардың өзара әсерлесу күшін табындар.

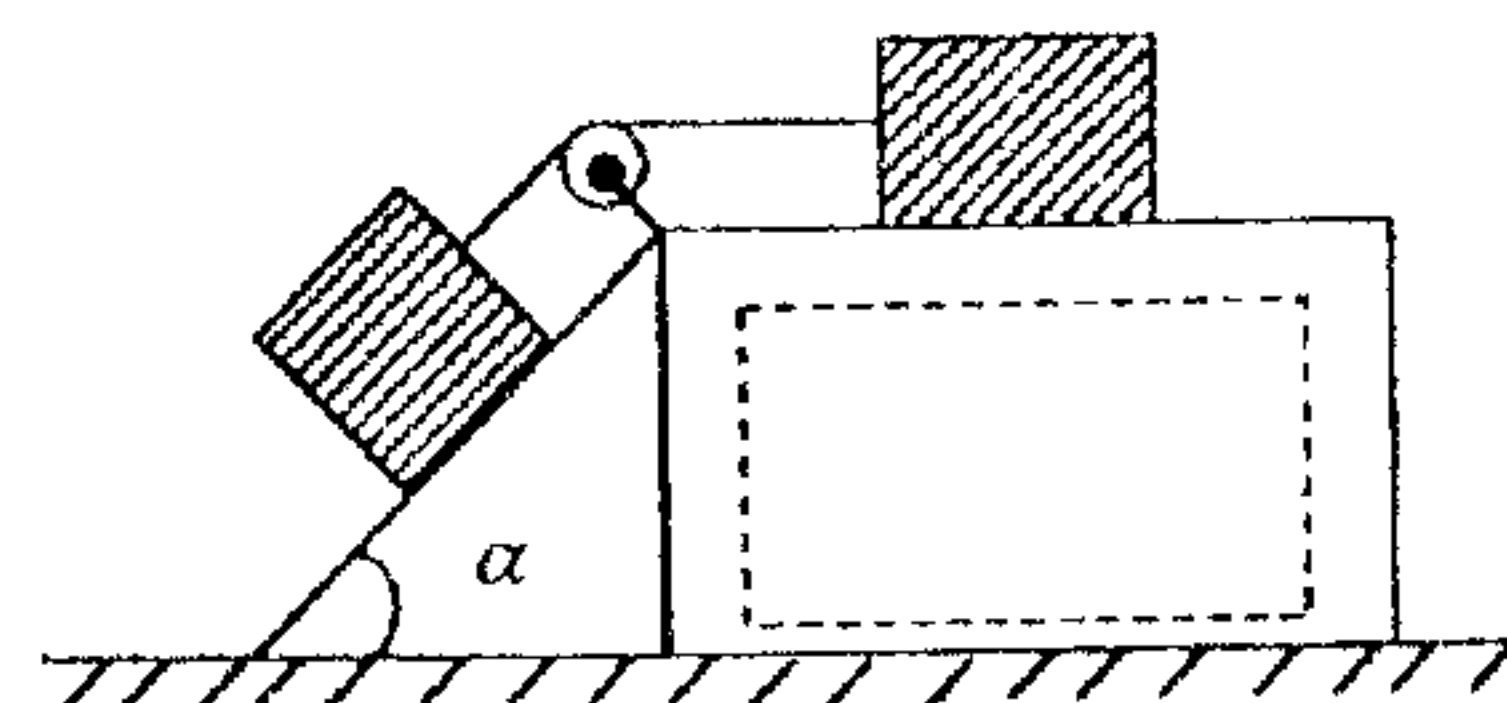


55-сурет

Жауабы: $F = \frac{mg(\mu_2 - \mu_1)\cos\alpha}{2} = 0,63H$.

2.2.94 Көкжиекпен 60° бұрыш жасайтын тақтай үстелге 56-суреттегідей қойылған. Салмақсыз блок арқылы асырылған, жіпке, әрқайсысының массасы 1кг екі жүк байланған. Жүктер бет арқылы орын ауыстыра алады. Екі жағдайда да үйкеліс коэффициенті бірдей және μ . Жіптің керілу күшін, жүйенің үдеулерін анықтаңдар.

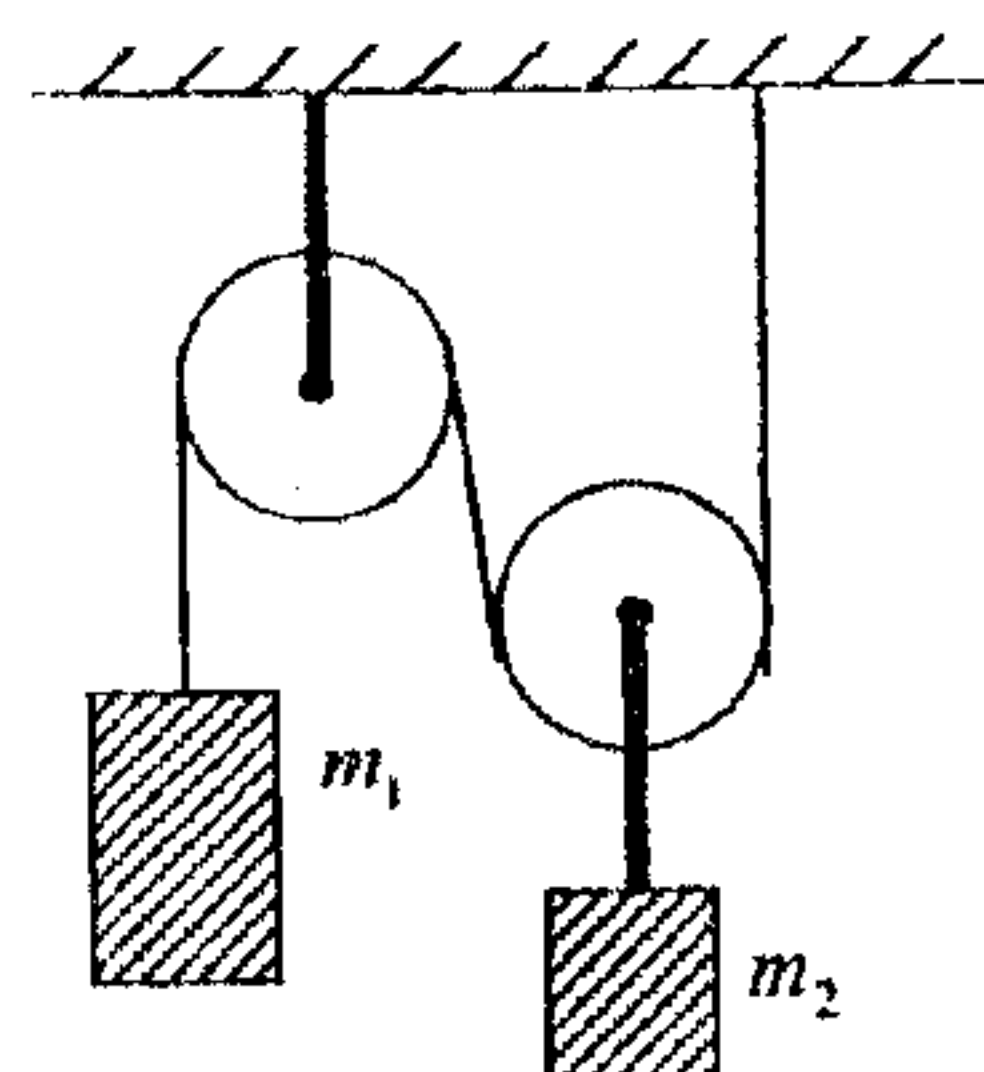
Жауабы: $T \approx 5H$; $a_1 = a_2 = a \approx 2,1\text{м/с}^2$.



56-сурет

2.2.95 57-суретте көрсетілген жүктердің үдеулерін және жіптің керілу күшін табыңдар. Мұндағы $m_1 = 2\text{кг}$, $m_2 = 1,5\text{кг}$. Блоктармен жіптің массаларын және үйкелісті ескермеңдер.

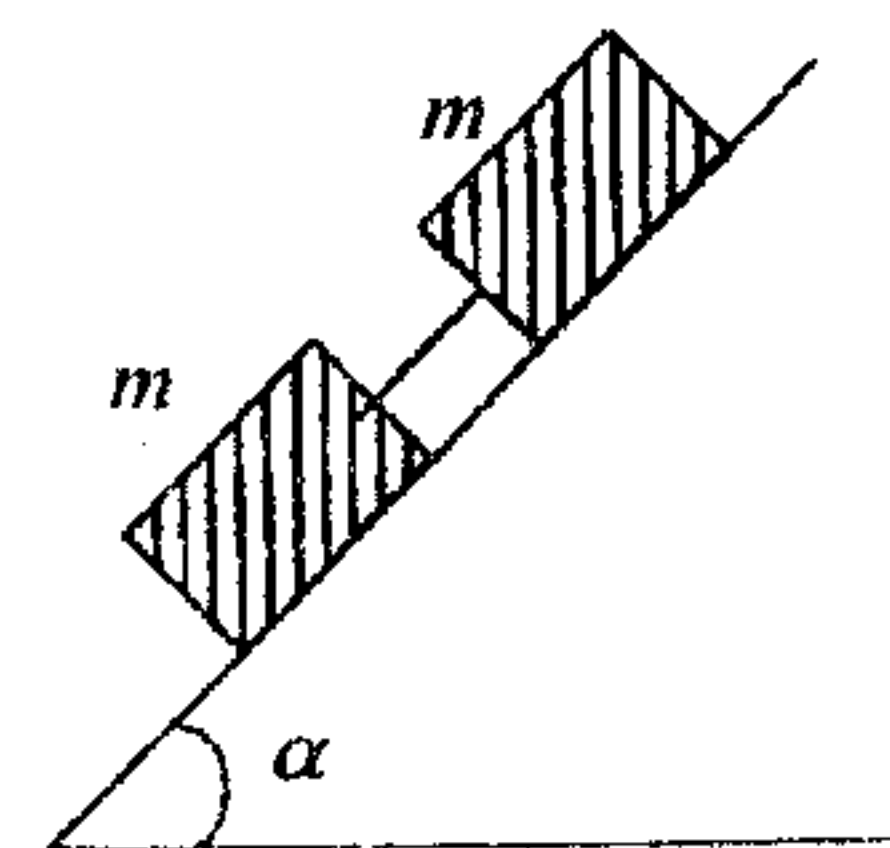
Жауабы: $a_1 \approx 5,26\text{м/с}^2$; $a_2 \approx 2,63\text{м/с}^2$;
 $T = 9,47H$.



57-сурет

2.2.96 Массалары бірдей m болатын екі білеуше жіппен байланып, көлбеулік бұрышы α болатын жазықтық бетіне қойылған (58-сурет). Егер жоғарғы білеушемен жазықтық арасындағы μ үйкеліс коэффициенті төменгісінен екі есе артық болса, білеушелердің қозғалысы кезінде жіптің керілу күшін табыңдар.

Жауабы: $T = \frac{1}{4}\mu mg \cos\alpha$.



58-сурет

2.2.97 Дәрігерлік таразы тұғырында қолын жоғары көтерген адам тұр. Енді адам қолын үдете төмен түсіретін болса, таразы көрсетуі қалай өзгереді?

Жауабы: Таразы көрсетуі азаяды.

2.2.98 Жүкті бір орыннан екінші орынға қалай тасымалдаған тиімді: көтеріп апарған ба, әлде сүйретін апарған ба?

Жауабы: Сүйретіп апарған тиімді.

2.2.99 Мына жағдайлардағы әсер мен қарсы әсерлі көрсетіндер:

- а) ұшақ қалақшалары айналып ұшақты алға тартқанда;
- ә) жел доңғалақты айналдырғанда;
- б) адам жер бетімен жүргенде;
- в) зымыран жоғары көтерілгенде;
- г) оқ мылтықтан атылып шыққанда.

2.2.100 Тік төмен түскен ыдыс ішіндегі сұйықтың оның табанына түсіретін қысым күшінде өзгеріс бола ма? Егер де:

- а) ыдыс еркін түсетін болса;
- ә) a - үдеумен ($a < g$) төмен түссе;
- б) a - үдеумен ($a < g$) жоғары көтерілсе;
- г) бірқалыпты қозғалатын болса?

2.2.101 Неге төстемірдің массасын үлкен етіп жасайды?

2.2.102 Шөпті түбірімен жұлу үшін оны қалай тартқан дұрыс: жүлкі тартқан ба, әлде жайлап тартқан ба?

2.2.103 Машина ойлы-қырлы жолда ырғақтамау үшін серіпелер (амортизаторлар) қолданылады. Бұлардың жұмыс істуін түсіндіріңдер.

2.2.104 Электровоз өзінен 40 есе ауыр вагондар құрамын сүйрей алады. Мұны қалай түсіндіруге болады?

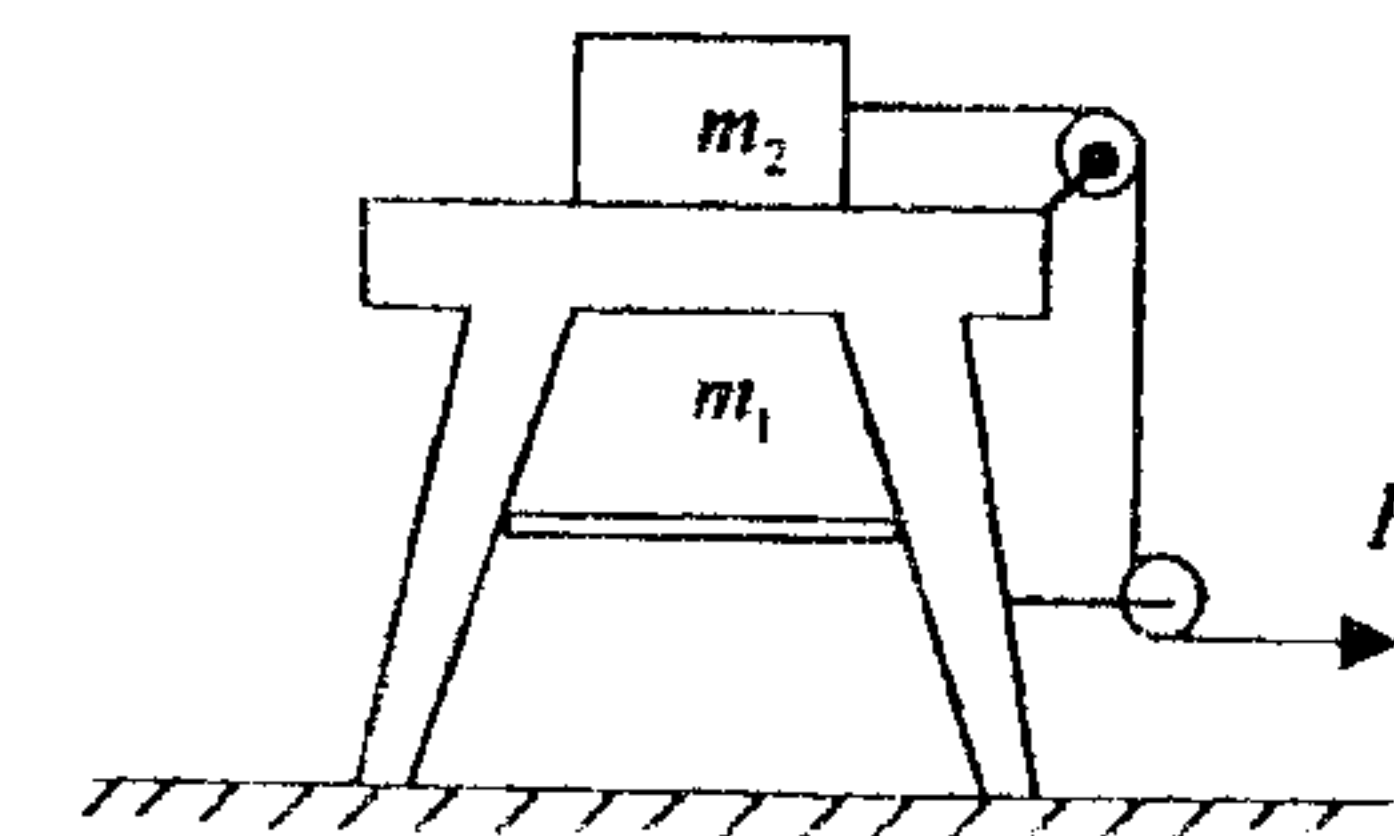
2.2.105 Төмендегі жағдайларды Ньютонның үшінші заңы негізінде қалай түсіндіруге болады:

- а) көкжиек жазықтығында машинаның бұрылуы;
- ә) ұшақтың бұрылуы;
- б) зымыранның ауасыз кеңістікте бұрылуы?

2.2.106 Етік табанына шеге қаққанда, етікті жалпақ салмақты темір тұғырға кигізеді. Неге?

2.2.107 Тас бірдей күш жұмсалып лақтырылады: әуелі жер бетінде тұрып, кейін сырғанақ мұз үстінде тұрып. Қайсысында тас алыстау ұшады? Неге?

(*)2.2.108 Массасы $m_1 = 15\text{кг}$ үстел еден бетімен көкжиек бағытында үйкеліссіз қозғала алады (59-сурет). Үстел үстінде массасы $m_2 = 10\text{кг}$ жүк жатыр. Бір ұшы жүкке байланып блок арқылы асылған екінші ұшына $F = 80H$ күшпен әсер еткен. Сонда жүкпен үстел арасындағы



59-сурет

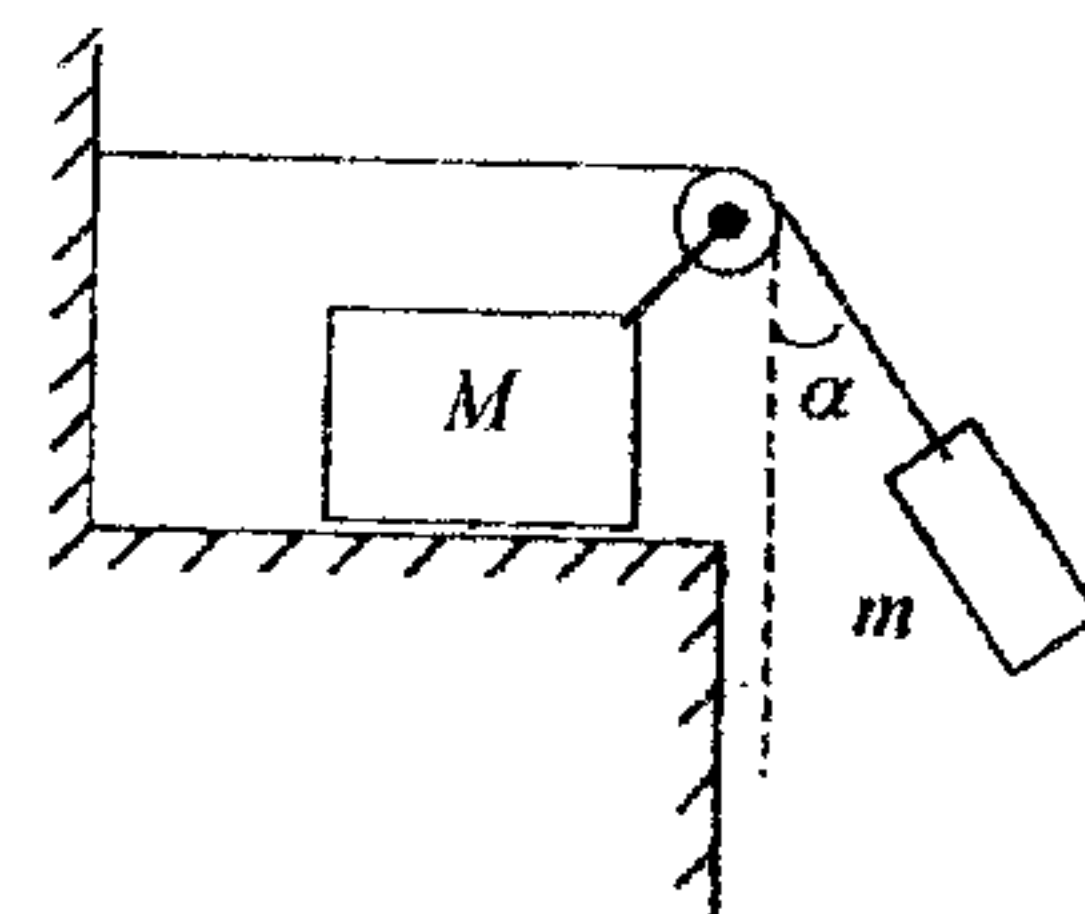
үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,6$ болса, үстел қандай үдеумен қозғалады?

Жауабы: $a_1 = a_2 = \frac{8}{25}g \approx 3,14(m/c^2)$.

(жүк үстел бетімен сырғымайды).

(*)2.2.109 60 — суреттегі механикалық жүйеде M массалы білеуше рельс бойымен үйкеліссіз сырғайды. Жіпке байланған жүк алғашында тік бағыттан α бұрышына ауытқытып жіберіледі. Жүйе қозғалысы кезінде бұл бұрыш өзгермей қалатын болса, жінке байланған жүктің массасы неге тең болғаны?

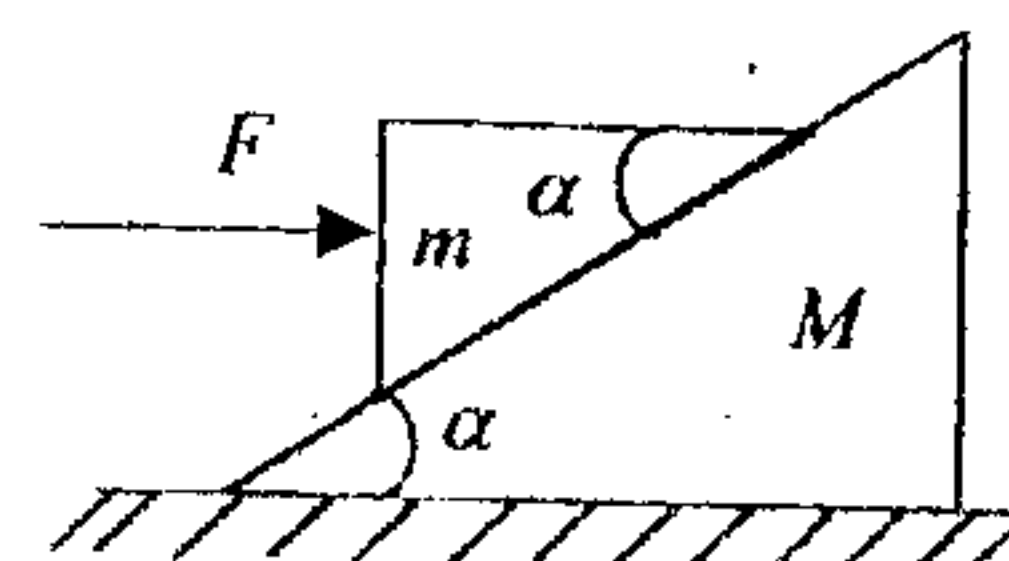
Жауабы: $m = M \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}$.



60-сурет

(*)2.2.110 Көкжиек жазықтығында көлбеулік бұрышы α болатын M массалы призма жатыр, ал оның үстіне массасы m екінші призма қойылған (61 — сурет). Егер кіші призмаға көкжиек бағытында F күшпен әсер етсек, онда екі призмада бір бүтін дене ретінде қозғалады. Призмалар арасындағы үйкеліс күшін табыңдар.

Жауабы: $F_{\text{тр}} = \frac{M}{M+m} \cdot F \cos \alpha - mg \sin \alpha$.



61-сурет

2.3. Айналмалы қозғалыстың динамикасы

2.3.1 Жасанды серік жер бетінен 1700_m қашықтықта айналатын болса, оның жылдамдығы мен айналу периоды неге тең?

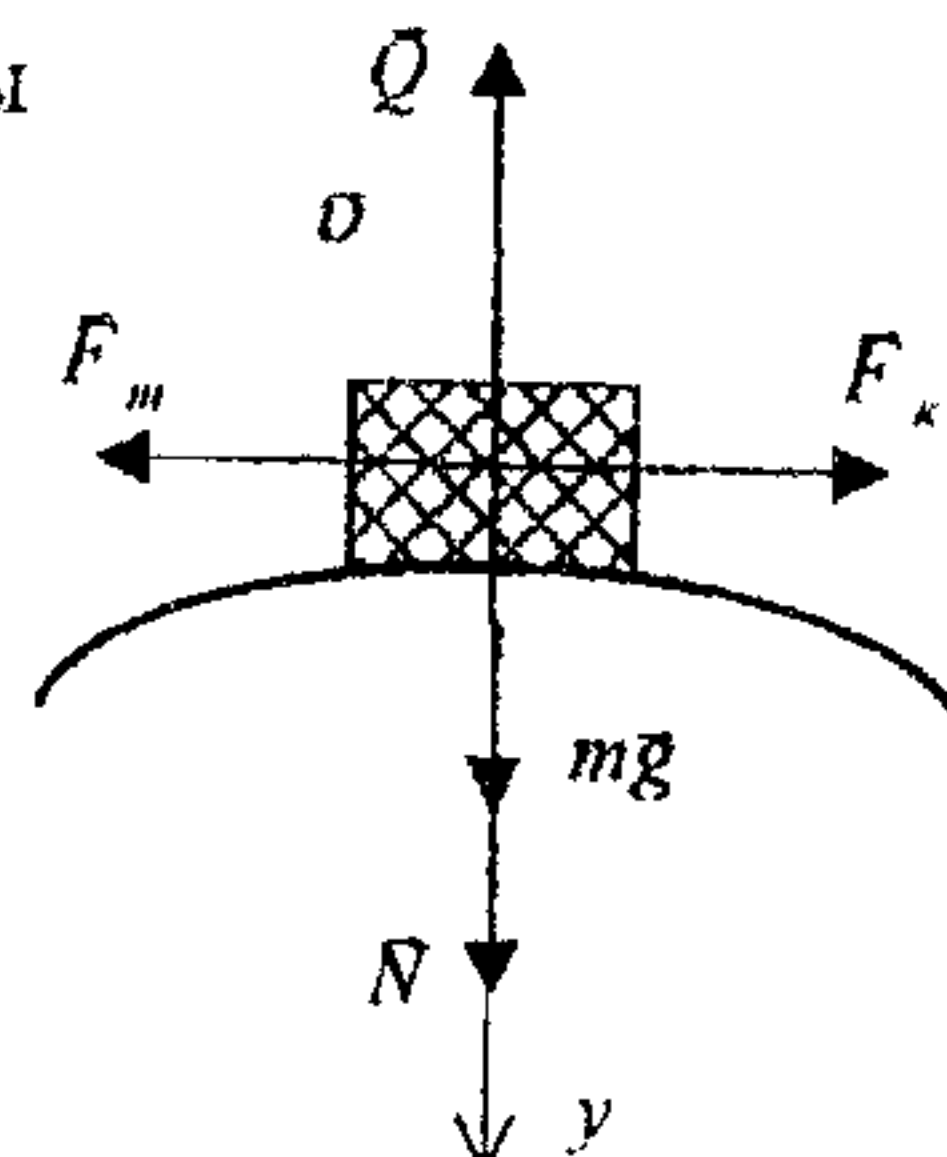
Берілгені: Шешуі: $1700_{\text{км}} = 1,7 \cdot 10^6_m$.
 $h = 1700_m$ Жасанды серік Жерді айнала ұшуы
 $v = ?; T = ?$ үшін оған әсер етуші Жердің
 тартылыс күші центрге тартқыш

күш рөлін атқаруы керек, сонда

$$\frac{mv^2}{R+h} = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2} \Rightarrow v = \gamma \frac{M}{R+h}$$

Жасанды серіктің айналу периоды

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} \text{ немесе } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{\gamma M}}$$



1-сурет

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{кг}}{6,4 \cdot 10^6_m + 1,7 \cdot 10^6_m}} \approx 7,2 \cdot 10^3 \frac{m}{c}$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{(6,4 \cdot 10^6_m + 1,7 \cdot 10^6_m)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{кг}}} \approx 7,2 \cdot 10^3 c$$

Жауабы: $v \approx 7,2 \cdot 10^3 \frac{m}{c}; T \approx 7,2 \cdot 10^3 c$.

2.3.2 Массасы $1600_{\text{кг}}$ автомашина қисықтық радиусы 83_m дөңес көпірдің үстінде $43,2_{\text{км/сағ}}$ тұрақты жылдамдықпен келе жатыр. Көпірдің ең биік нүктесінде автомашина көпірге қандай күшпен әсер етеді? (1 — сурет).

Берілгені:

Шешуі: $1600_{\text{кг}} = 1,6 \cdot 10^3_{\text{кг}}; 43,2 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 12 \frac{m}{c}$.

$m = 1600_{\text{кг}}$

$v = 43,2_{\text{км/сағ}}$

$r = 83_m$

$N = ?$

Автомашина жылдамдығы тұрақты болғандықтан $F_m = -F_k$. Ал, O_x өсі бағытында автомашинаға екі:

mg — ауырлық, Q — көпірдің реакция күші

әсер етеді де осы екеуінің қорытқы күші оған,

көпір центріне бағытталған үдеу береді. Ньютонның екінші заңынан $mg - Q = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow Q = m \left(g - \frac{v^2}{r} \right)$. Ньютонның үшінші заңынан

$$|N| = |Q|, \text{ демек } N = m \left(g - \frac{v^2}{r} \right). N = 1,6 \cdot 10^3_{\text{кг}} \left(9,8 \frac{m}{c^2} - \frac{(12_{\text{м/с}})^2}{83_m} \right) \approx 1,34 \cdot 10^4 H.$$

Жауабы: $N \approx 1,34 \cdot 10^4 H$.

2.3.3 Жоғары көтерілген ұшақ құлдылап төмен $1_{\text{км}}$ түседі де әрі қарай радиусы 500_m шеңбер бойымен тұзақ жасайды. Сонда ұшқыштың салмағы қалай өзгереді?

Берілгені:

Шешуі: $1_{\text{км}} = 10^3_m; 500_m = 5 \cdot 10^2_m$.

$h = 1_{\text{км}}$

$r = 500_m$

$P = ?$

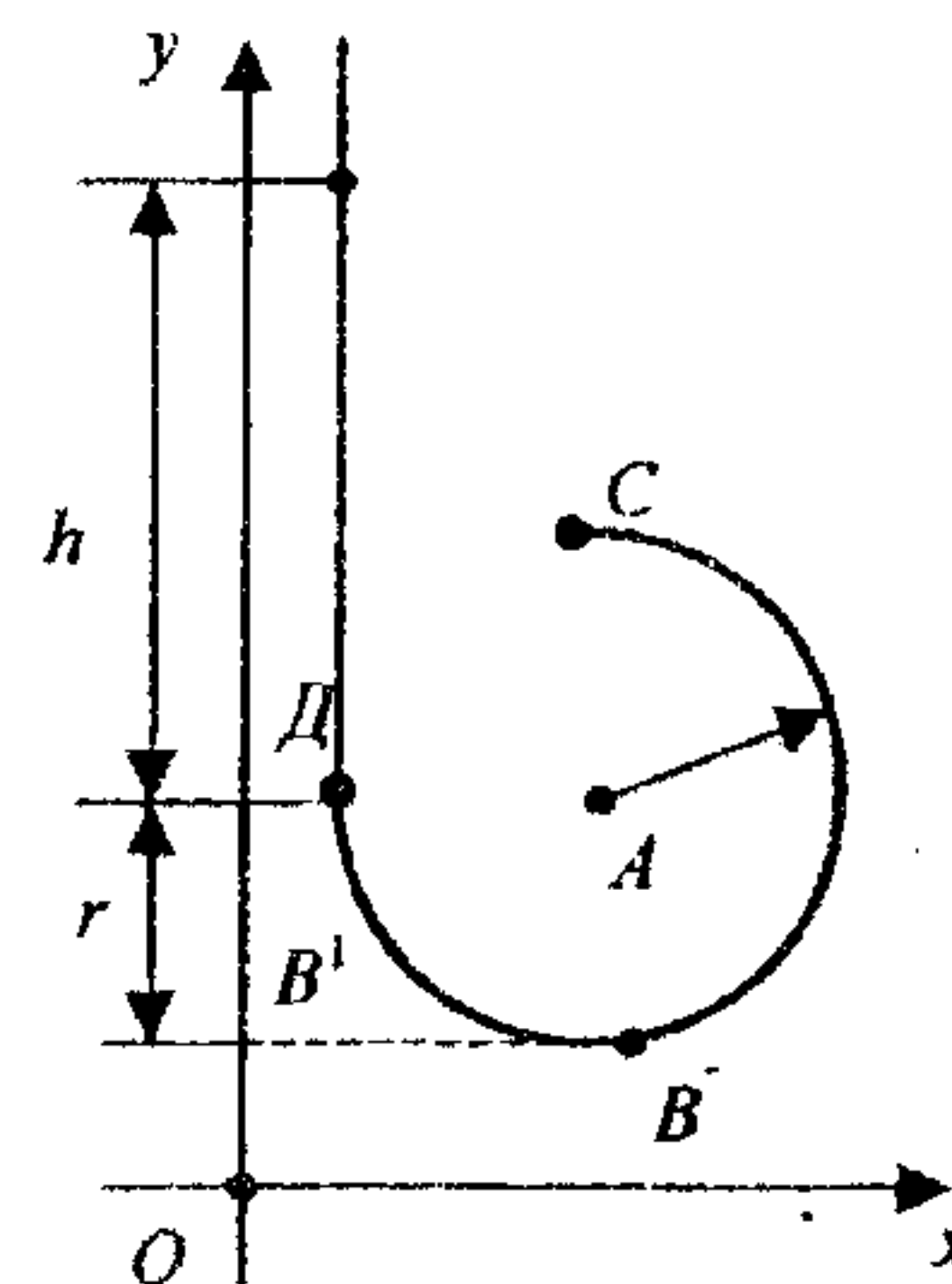
Ұшақ $g_0 \left(g_0 \approx \frac{M}{c^2} \right)$ еркін үдеумен

төмен құлағанда, ол салмақсыздық

күйе болады, яғни $P = 0$.

(2 суретте D нүктесіне дейін)

D нүктесінен бастап, ұшқыш қисық траекториямен қозғала бастайды да оған центрге тартқыш үдеу



2-сурет

беріледі. Сонда, B нүктесінде қорытқы үдеу беретін күш $ma = N + mg_0$. Oy өсі бойынша проекцияласақ,

$$ma = N - mg_0 \Rightarrow N = m(g_0 + a), \text{ ал } a = \frac{v^2}{r} \text{ екендігін ескерсек } N = m\left(g_0 + \frac{v^2}{r}\right).$$

Ал, ұшқыш салмағы $P = -N$, демек $P = -m\left(g_0 + \frac{v^2}{r}\right)$ (1). v -ны анықтау үшін $(h+r)$ аралығындағы еркін құлаған денені

қарастырайық, сонда $h+r = \frac{v^2}{2g_0} \Rightarrow v^2 = 2g_0(h+r)$ (2). (1) және (2)-ден

$$P = -m\left(g_0 + \frac{2g_0(h+r)}{r}\right) = -mg_0\left(3 + \frac{h}{r}\right) = -P_0\left(3 + \frac{h}{r}\right).$$

Сонда $P = -P_0\left(3 + \frac{2 \cdot 10^3 \text{ м}}{5 \cdot 10^2 \text{ м}}\right) = -7P_0$. Жауабы: $P = -7P_0$, демек ұшқыш

салмағы D нүктесіне дейінгі салмағынан 7 есе артық болады екен.

2.3.4 Ұзындығы 52 см жіпке байланған, массасы 250 г жүк көкжиек жазықтығында конустық бет сызатындай етіп тұрақты жылдамдықпен айналдырылады (3-сурет). Жіптің тік өстен алшақтау бұрышы 40° . Жіптің бұрыштық жылдамдығы мен керілу күшін табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$; $250 \text{ г} = 0,25 \text{ кг}$.
 $\ell = 50 \text{ м}$ Айналған жүкке әсер ететін күштерді анықтайық:
 $m = 250 \text{ г}$ T -жіптің керілу күші, mg -ауырлық күші.
 $\alpha = 40^\circ$ 3-сурет. Осы екі күштердің қорытқы күші $-F_{\text{цм}}$,
 ω -?; T -? жүкке центрге тартқыш үдеу береді, сонда $T + mg = ma_{\text{цм}}$.

Өстер бойынша проекцияласақ,

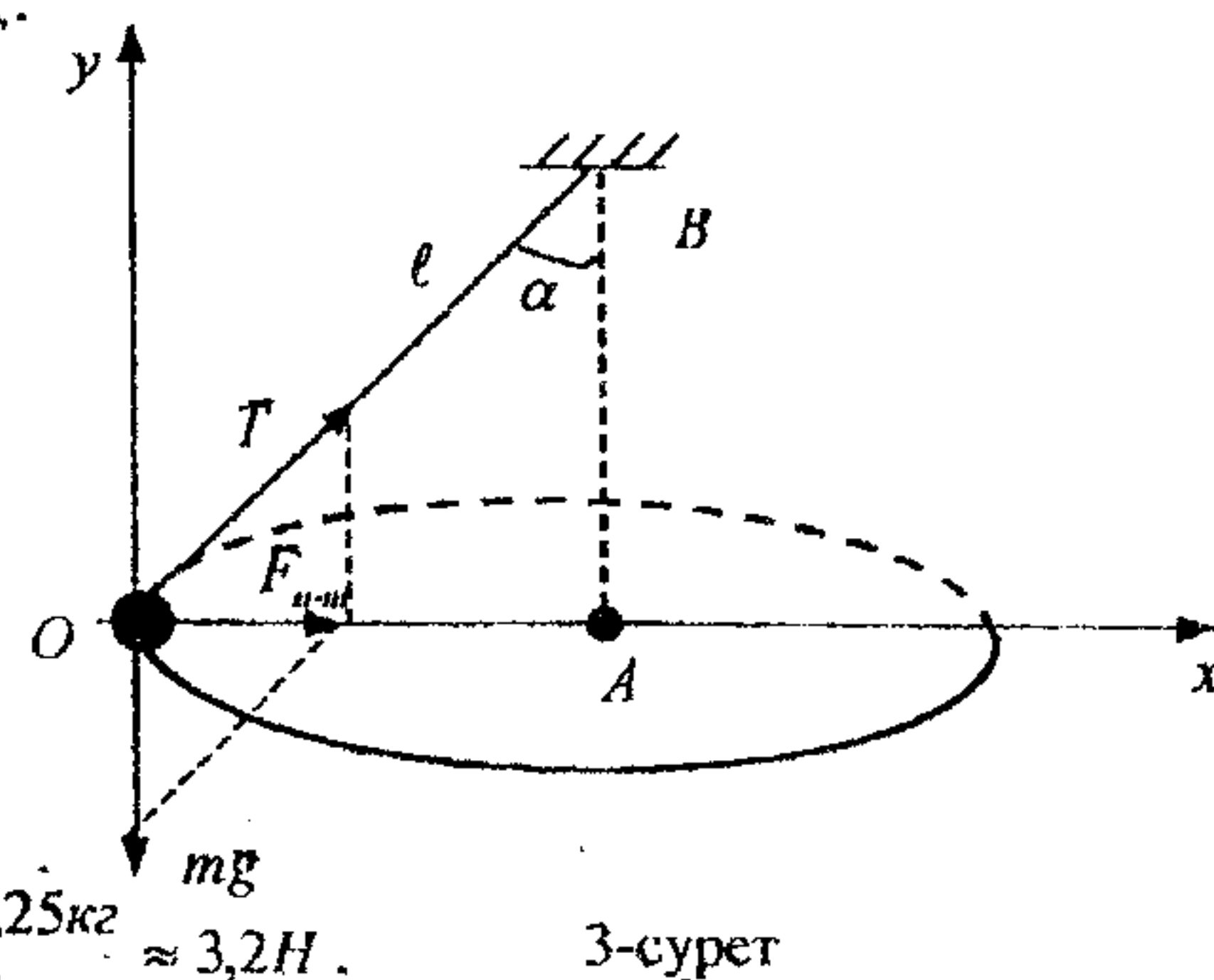
$$\begin{cases} T \sin \alpha = ma_{\text{цм}} \\ T \cos \alpha - mg = 0 \end{cases} \text{ немесе } \begin{cases} T \sin \alpha = m\omega^2 r \\ T \cos \alpha - mg = 0 \end{cases} \quad (1),$$

$$\Delta OBA \text{-дан } \sin \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{r}{\ell} \quad (2).$$

(1) және (2)-ден

$$\omega = \frac{g}{\ell \cdot \cos \alpha}; \quad T = \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

$$\omega = \frac{9,8 \text{ м/с}^2}{0,5 \text{ м} \cdot \cos 40^\circ} \approx 5,04 \frac{1}{\text{с}}; \quad T = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 0,25 \text{ кг}}{\cos 40^\circ} \approx 3,2 \text{ Н}.$$



3-сурет

Жауабы: $\omega \approx 5,04 \frac{1}{\text{с}}$; $T \approx 3,2 \text{ Н}$.

2.3.5. Массасы $m = 2000 \text{ кг}$ автомобиль кысықтық радиусы $R = 100 \text{ м}$ дөңес көпірден $v = 36 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен өтіп барады (4-сурет). Егер $\alpha = 60^\circ$ болса, A нүктесіндегі автомобильдің көпірге түсіретін қысым күшін табыңдар. Оны B нүктесіндегі қысым күшімен салыстырыңдар.

Берілгені: Шешуі: $2000 \text{ кг} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$; $100 \text{ м} = 10^2 \text{ м}$; $36 \text{ км/сағ} = 10 \text{ м/с}$.
 $m = 2000 \text{ кг}$ A нүктесіндегі автомобильге
 $R = 100 \text{ м}$ әсер ететін күштерді
 $v = 36 \text{ км/сағ}$ ескеріп Ньютонның екінші
 $\alpha = 60^\circ$ заңын жазайық,

$$F_A = ?; \quad \frac{F_B}{F_A} = ?$$

$$\text{Сонда } \frac{mv^2}{R} = mg \cos \alpha - N$$

(R - бағытында).

$$|N| = |F_A| \text{ екендігін ескерсек } F_A = mg \cos \alpha - \frac{mv^2}{R} \quad (1).$$

Ал, B нүктесіндегі автомобильдің көпірге түсеретін қысым күші

$$F_B = mg - \frac{mv^2}{R} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{F_B}{F_A} = \frac{m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)}{m\left(g \cos \alpha - \frac{v^2}{R}\right)} = \frac{gR - v^2}{gR \cos \alpha - v^2}.$$

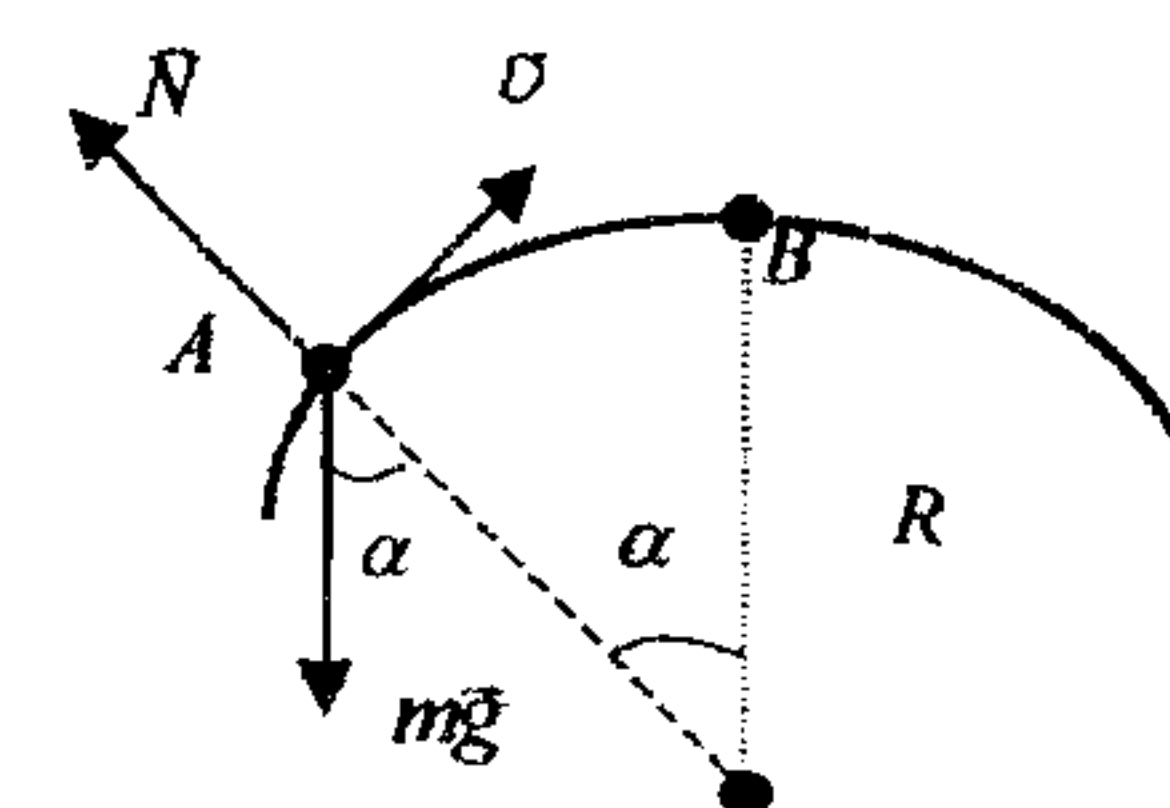
$$F_A = 2 \cdot 10^3 \text{ кг} \left(9,8 \text{ м/с}^2 \cos 60^\circ - \frac{(10 \text{ м/с})^2}{10^2 \text{ м}} \right) \approx 7,8 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10^2 \text{ м} - (10 \text{ м/с})^2}{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \cos 60^\circ - (10 \text{ м/с})^2} \approx 2,25.$$

Жауабы: $F_A \approx 7,8 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $\frac{F_B}{F_A} \approx 2,25$.

2.3.6 Жіпке байланған тас көкжиек жазықтығында шеңбер бойымен айналады (5-сурет). $h = 1,25 \text{ м}$ болса, тастың айналу периоды табыңдар.

Берілгені: Шешуі: Айналған тасқа центрге тартқыш үдеу
 $h = 1,25 \text{ м}$ беретін күш F , ол $F = T + mg$ теңдігімен анықталады.
 T -? Ньютонның екінші заңынан $F = ma$ немесе (1) $m\omega^2 r = T \sin \alpha$
(Ox өсі бойынша). Екінші жағынан (2) $T \cos \alpha = mg$ (Oy өсі бойынша).



4-сурет

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g}$$

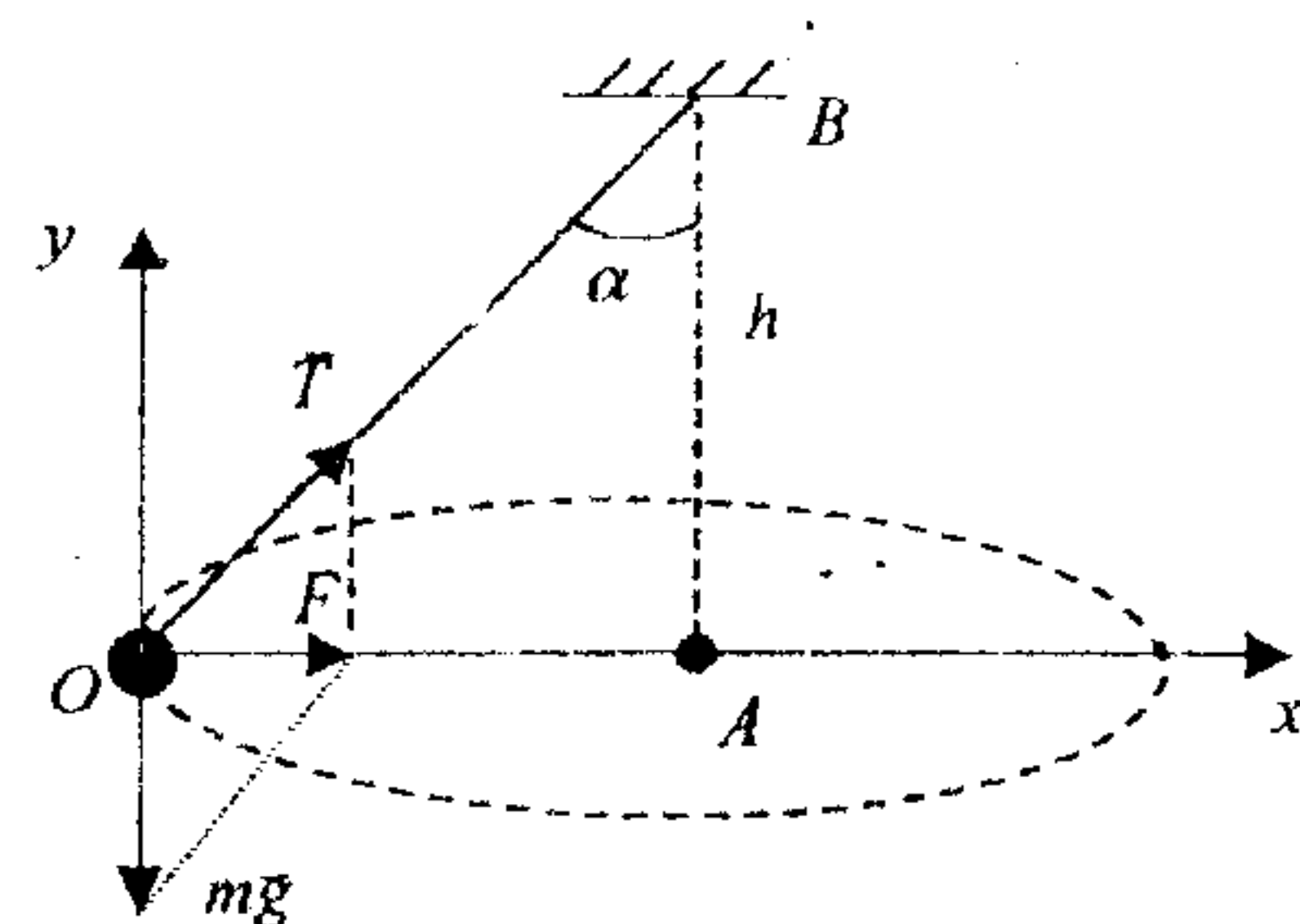
$$\Delta OBA\text{-дан } \operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}$$

$$\text{сонда } \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{r}{h} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{h}$$

Ал, $\tau = T$ экендігін ескерсек

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{4,25 \text{ м}}{9,8 \text{ м/с}^2}} \approx 2,25 \text{ с.}$$

Жауабы: $\tau \approx 2,25 \text{ с.}$



5-сурет

2.3.7 α үдеумен бірқалыпты қозғалған вагонның ішінде, массасы m ал ұзындығы ℓ маятник түр. Маятникті тік бағыттан α бұрышына ауытқылғанда оның вагонға салыстырғандағы жылдамдығы v болса, маятник жібінің керілуін табыңдар.

Берілгені: m, ℓ, v, α ; Шешуі: Маятникке әсер ететін күштер 6-суретте көрсетілген. Вагон оңға қарай қозғалатын болсын.

$T = ?$

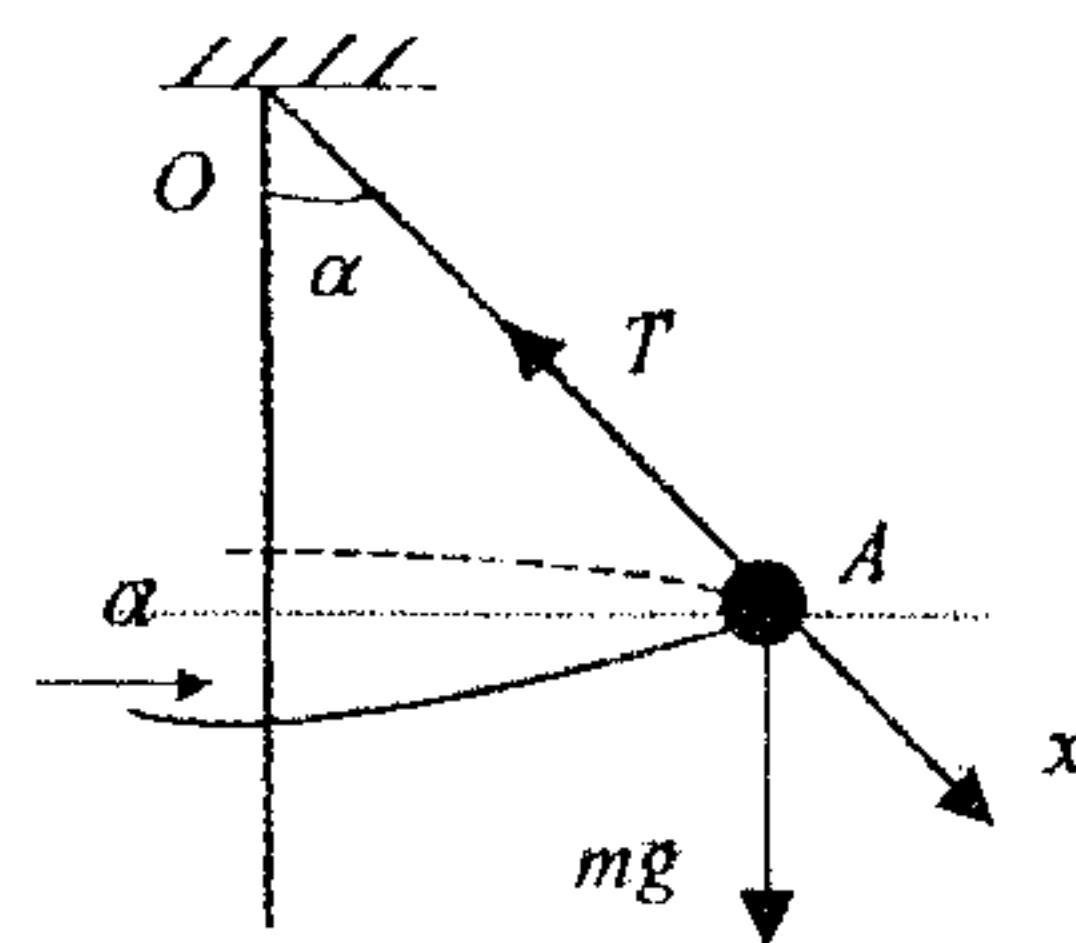
Сонда, қозғалыс теңдеуін OA түзуіне проекциялап жазатын болсақ $mg \cos \alpha - T = m a_{\text{н}}$.

Мұндағы $a_{\text{н}}$ -нормал үдеу және

$$\text{ол } a_{\text{н}} = \frac{v^2}{\ell}. \text{ Демек, } mg \cos \alpha - T = m \left(a \sin \alpha - \frac{v^2}{\ell} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = m \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{\ell} - a \sin \alpha \right).$$

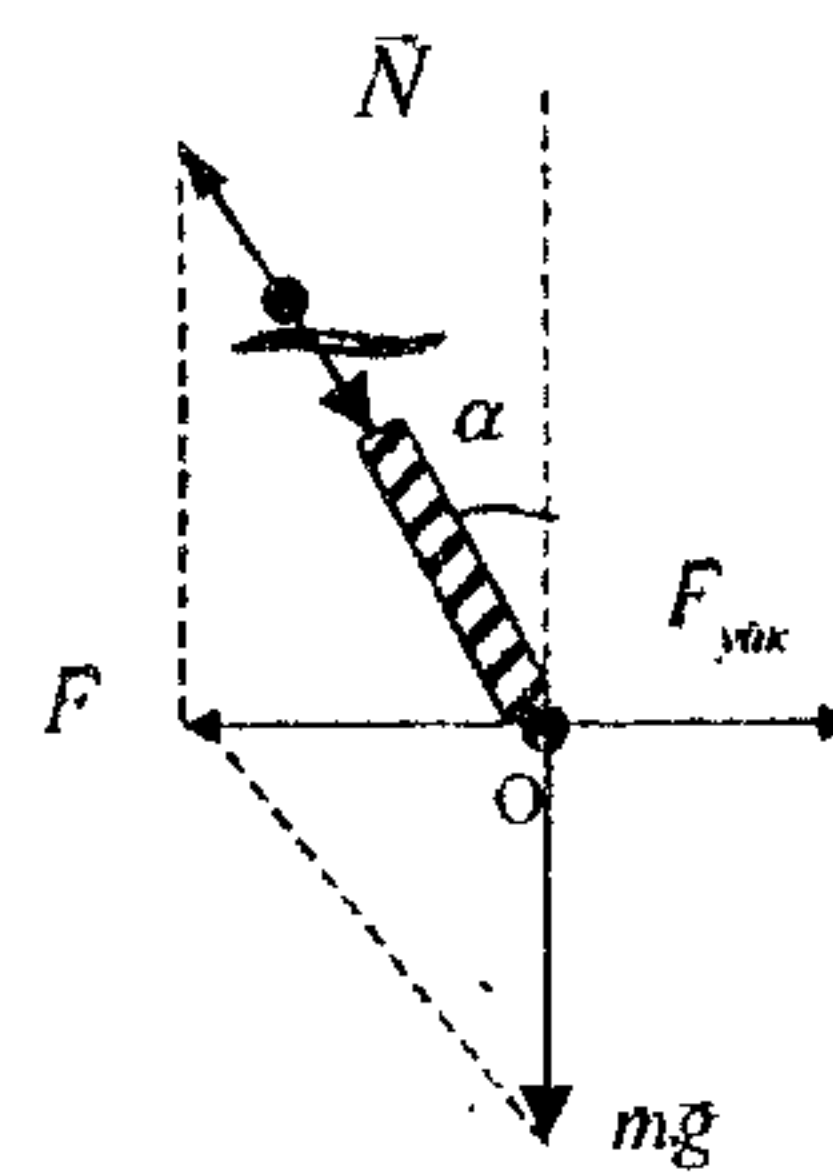
$$\text{Жауабы: } T = m \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{\ell} - a \sin \alpha \right).$$



6-сурет

2.3.8 Мотоциклетші көкжиек бағытында 54 км/сағ жылдамдықпен, радиусы 60 м шеңбер жасап бұрылады. Осы кездегі мотоциклетшінің шеңбер ортасына қарай бұрылу бұрышын және доңғалақ пен жолдың арасындағы үйкеліс коэффициентін табыңдар.

Берілгені: $v = 54 \text{ км/сағ}$, $R = 60 \text{ м}$, $\alpha = ?$, $\mu = ?$; Шешуі: $54 \text{ км/сағ} = 15 \text{ м/с}$. Мотоциклетшіге әсер ететін күштер 7-суретте көрсетілген. Олар: mg - ауырлық күші.



7-сурет

$F_{\text{үк}}$ - үйкеліс күші; N - реакция күші. Сонда, F - центрге тартқыш күш, ол N мен (mg) -ің теңәсерлі күші. Мотоциклетші бұрылғанда $F = F_{\text{үк}}$. Ал, $F = \frac{mv^2}{R}$ және $F_{\text{үк}} = \mu mg$. Демек, $\frac{mv^2}{R} = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{Rg}$. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{\text{үк}}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg}$; $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v^2}{Rg}$. $\mu = \frac{(15 \text{ м/с})^2}{60 \text{ м} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} \approx 0,38$; $\alpha = \operatorname{arctg} 0,38 \approx 21^\circ$.

Жауабы: $\mu \approx 0,38$; $\alpha \approx 21^\circ$.

1.3.9 Ұзындығы ℓ_0 таспаның ұшына массасы m ауыр шарик байланған. Шарик шеңбер бойымен айналғанда таспа тік бағытынан α бұрыш жасайды. Шариктің бұрыштық жылдамдығын табыңдар. Таспаның серпінділік коэффициенті k .

Берілгені: ℓ_0, α, k ; Шешуі: 8-суретті пайдаланайық. F_1 - центрге тартқыш күш, ол mg және T күштерінің теңәсерлі күші.

$$\text{Сонда, } \frac{mv^2}{R} = mg \operatorname{tg} \alpha, \text{ мұндағы } v = \omega R,$$

$$\text{демек } m \omega^2 R = mg \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \omega^2 = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{R} \quad (1).$$

Шарикті айналдырғанда таспаның ұзаруы $\Delta \ell$, сонда шариктің айналу радиусы $R = (\ell_0 + \Delta \ell) \sin \alpha$ (2).

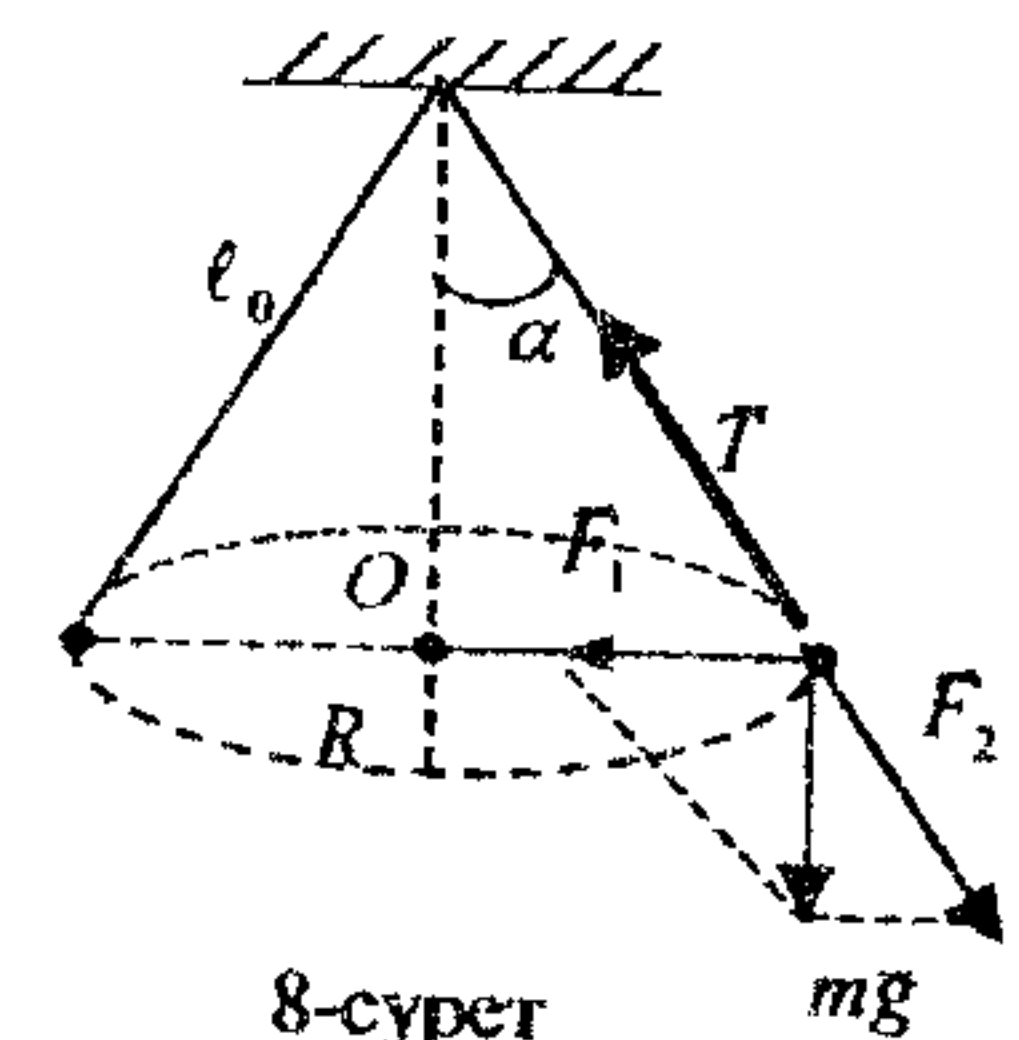
Гук заңы бойынша $F_2 = -k \Delta \ell$, ал $F_2 = -T$

$$\text{болғандықтан } T = \frac{mg}{\cos \alpha}, \text{ сонда } \frac{mg}{\cos \alpha} = k \Delta \ell \Rightarrow \Delta \ell = \frac{mg}{k \cos \alpha} \quad (3).$$

$$(2) \text{ және } (3)\text{-ден } R = \left(\ell_0 + \frac{mg}{k \cos \alpha} \right) \sin \alpha \quad (4).$$

$$(4)\text{-ті } (1)\text{-ге қойсақ, онда } \omega = \sqrt{\frac{kg}{k \ell_0 \cos \alpha + mg}}.$$

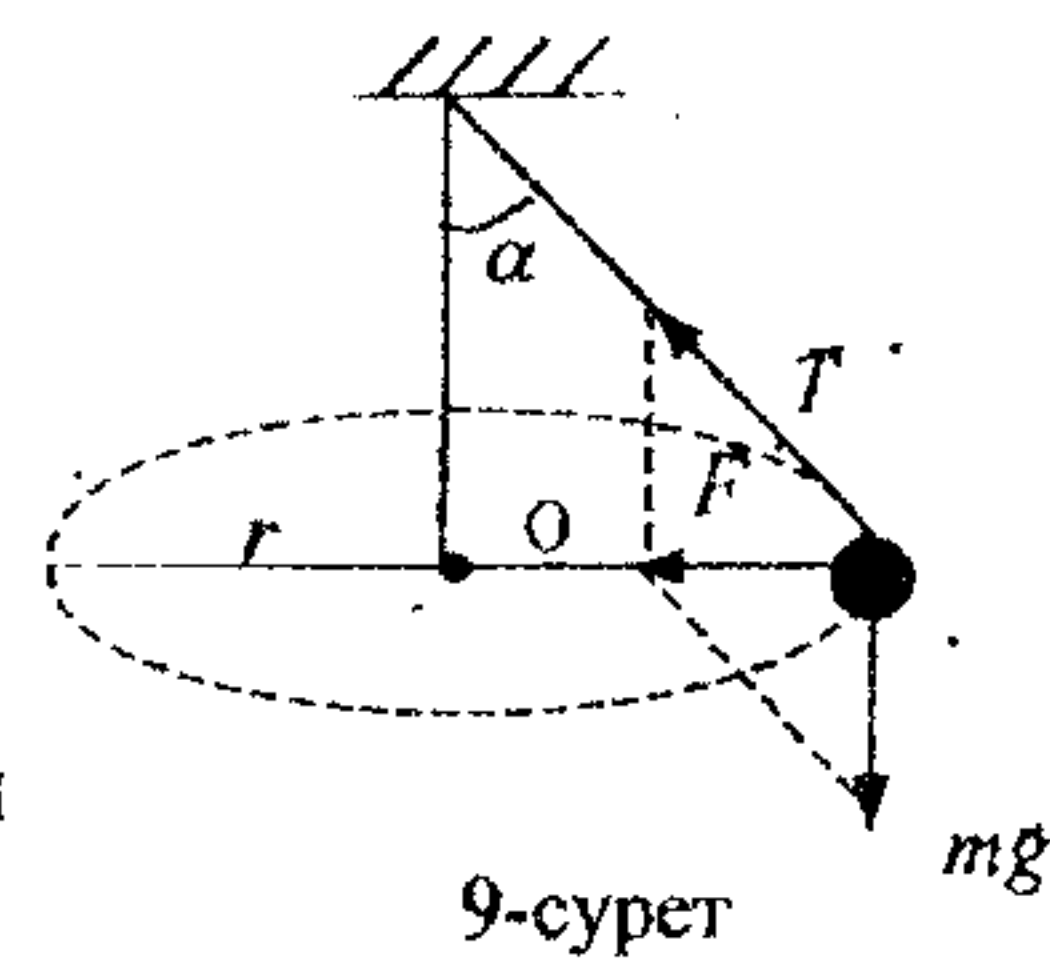
$$\text{Жауабы: } \omega = \sqrt{\frac{kg}{k \ell_0 \cos \alpha + mg}}.$$



8-сурет

2.3.10 Центрден тепкіш машинаның өсіне, ұшына кішкене шарик байланған ұзындығы $\ell = 12,5 \text{ см}$ жіп тігінен бекітілген (9-сурет). Егер машина $n = 2 \frac{1}{с}$ жиілікпен айналса, жіптің тік бағыттан ауытқу бұрышын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $12,5\text{см} = 0,125\text{м}$.
 $\ell = 12,5\text{см}$ Шарикке әсер ететін
 $n = 2 \frac{1}{\text{с}}$ $F(F = mg + T)$ күші, оған
 $\alpha = ?$ центрге тартқыш үдеу



береді. Сонда Ньютонның екінші заңынан $ma = F$, ал $F = mg \lg \alpha$ және $a = 4\pi^2 n^2 r$ екендігін ескерсек онда, $4\pi^2 n^2 mr = mg \lg \alpha$ немесе

$$4\pi^2 n^2 \ell \sin \alpha = g \lg \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 n^2 \ell}, \text{ өйткені } \lg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$\cos \alpha = \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4(3,14)^2 \cdot \left(2 \frac{1}{\text{с}}\right)^2 \cdot 0,125\text{м}} = 0,5. \quad \alpha = \arccos 0,5 = 60^\circ.$$

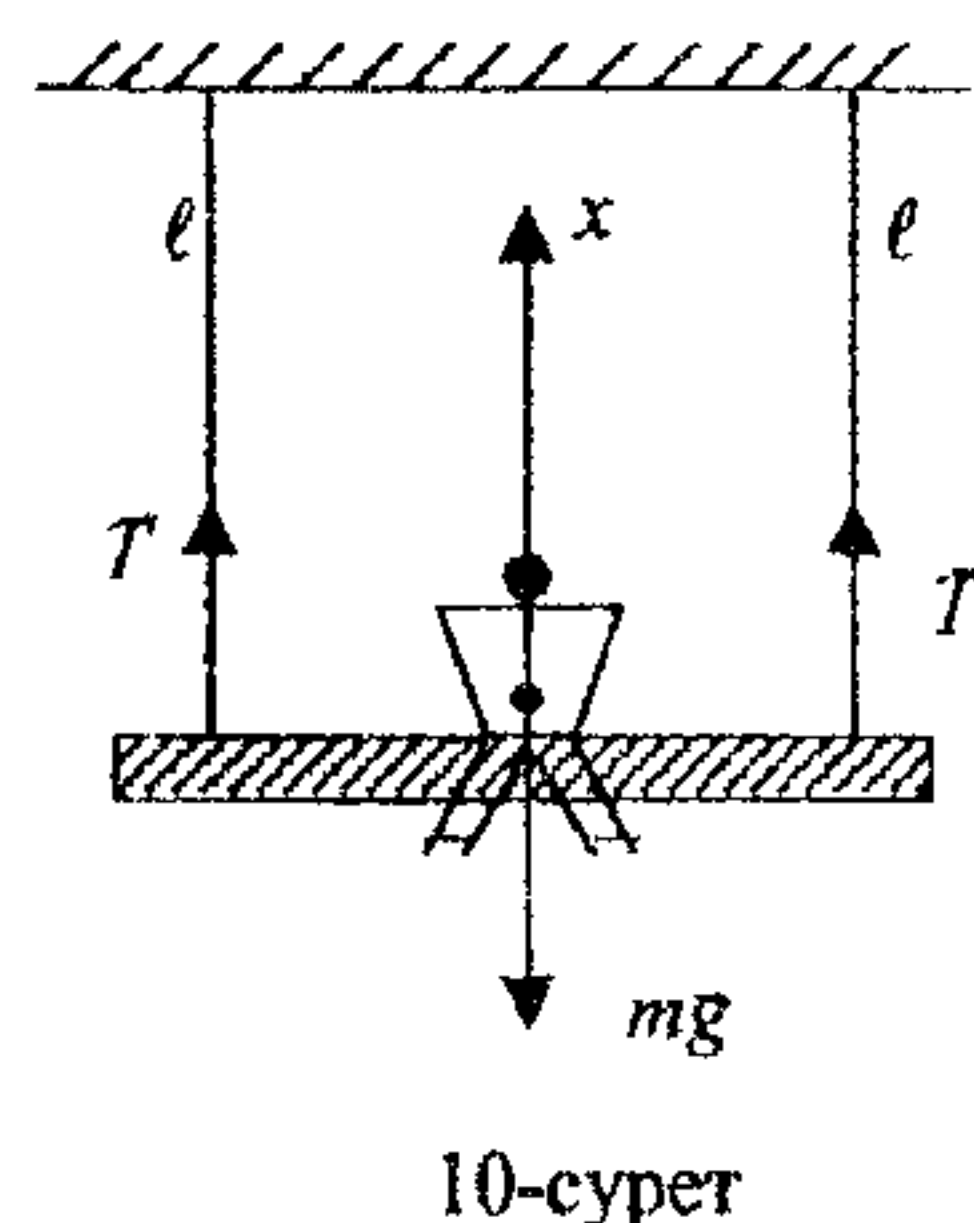
Жауабы: $\alpha = 60^\circ$.

2.3.11 Массасы $m = 70\text{кг}$ адам тақтайда отыр (10 – сурет). Тақтай ұштары ұзындығы $\ell = 8\text{м}$ жіпке бекітіліп аспаға ілінген. Адам тербелу кезінде тепе-теңдік қалыптан $v = 6\text{м/с}$ жылдамдықпен өтетін болса, осы кездегі әрбір жіптің керілу күшін табындар.

Берілгені: Шешуі: Адамға әсер ететін күштер суретте көрсетілген. Ньютонның екінші заңы бойынша
 $m = 70\text{кг}$
 $\ell = 8\text{м}$
 $v = 6\text{м/с}$
 $T = ?$ Мұндағы $\frac{mv^2}{\ell}$ – центрге тартқыш күш.

$$T = \frac{70\text{кг}}{2} \left(\frac{(6\text{м/с})^2}{8\text{м}} + 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \approx 500\text{Н}.$$

Жауабы: $T \approx 500\text{Н}$.



2.3.12 Көлбеулік бұрышы α болатын айналма жолмен велосипедші бұрыла бастады. Егер велосипедші көлбеу бетке перпендикуляр және айналма жолдың радиусы R болса, жалпы массасы m болатын велосипедші жолды қандай күшпен қысып басады. Велосипедшінің жылдамдығын анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Велосипедшіге әсер ететін күштер α ; R ; m 11-суретте көрсетілген. Қозғалыс теңдеуінің өстер бойынша проекцияларын жазайық,
 $N = ?$; $v = ?$

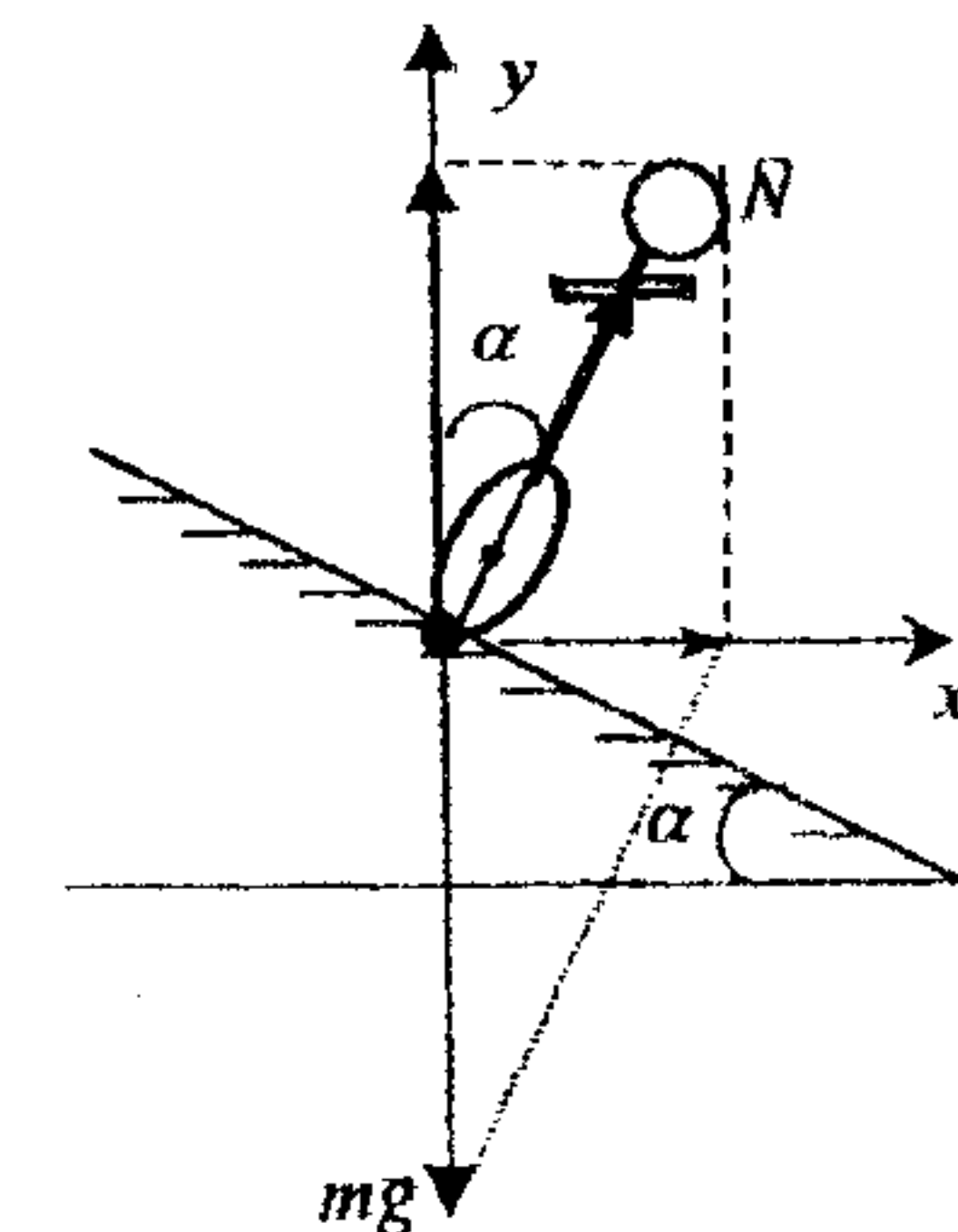
сонда $N \cos \alpha = mg$

және $\frac{mv^2}{R} = N \sin \alpha$.

Осы теңдеулерден $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$

және $v = \sqrt{R \lg \alpha}$

Жауабы: $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$; $v = \sqrt{R \lg \alpha}$.



11-сурет

2.3.13. Радиусы 20см жартылай сфералық ыдыс, тік өстен $2 \frac{1}{\text{с}}$ жиілікпен айналады. Оның ішінде ыдыспен бірге айналатын кішкене шарик бар. Шарик тұрған нүктеден жүргізген радиуспен тік өс арасындағы бұрышты табындар.

Берілгені: Шешуі: $20\text{см} = 0,2\text{м}$.
 $R = 20\text{см}$ Қозғалыстағы шарикке екі күш әсер етеді:
 $n = 2 \frac{1}{\text{с}}$ mg – ауырлық күші, N – ыдыстың ішкі беті
 $\alpha = ?$ тарапынан шарикке әсер ететін реакция күші (12-сурет).

Ньютонның екінші заңы бойынша $mg + N = ma$

Өстер бойынша проекцияласақ

$$\begin{cases} N \sin \alpha = ma \\ N \cos \alpha - mg = 0 \end{cases}$$

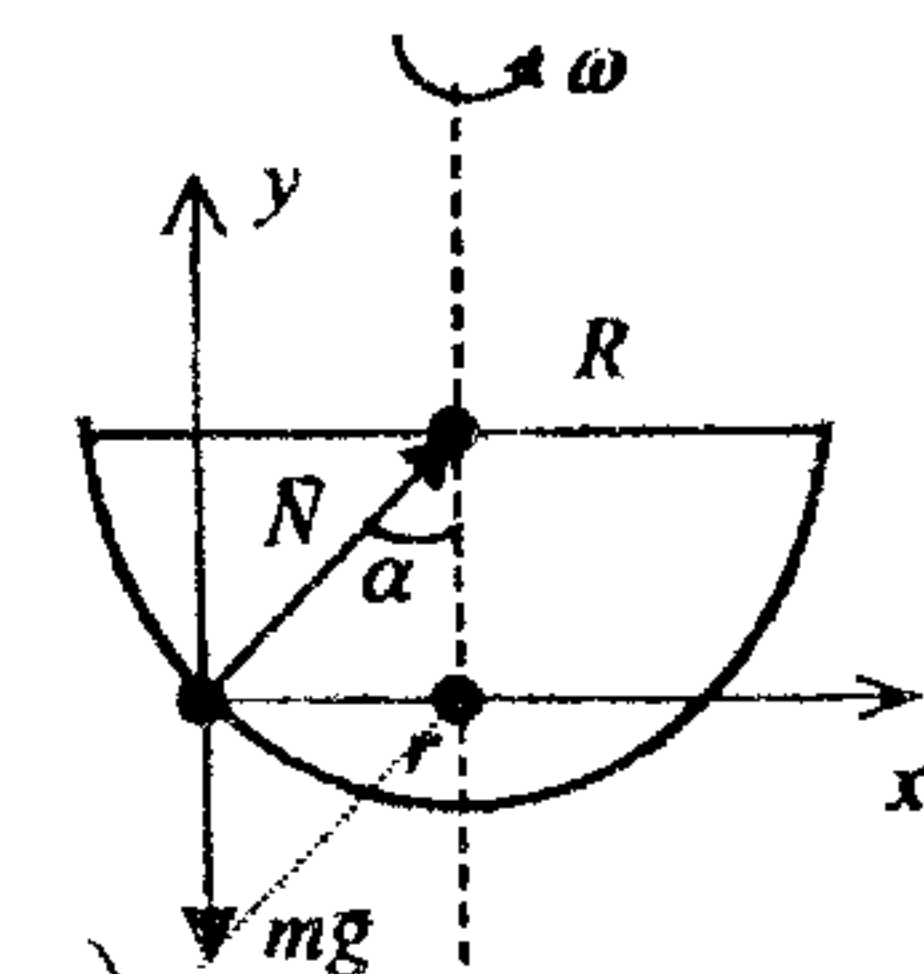
Ал, $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$; $\omega = 2\pi n$; $r = R \sin \alpha$

екендігін ескерсек

$$\begin{cases} N \sin \alpha = 4\pi^2 n^2 m \sin \alpha R \\ N \cos \alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 n^2 R} \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{g}{4\pi^2 n^2 R} \right).$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{9,8\text{м/с}^2}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot \left(2 \frac{1}{\text{с}}\right)^2 \cdot 0,2\text{м}} \right) \approx 70^\circ.$$

Жауабы: $\alpha \approx 70^\circ$.



12-сурет

2.3.14 Әйтеуір бір ғаламшардың полюсіндегі дене салмағы экваторындағыға қарағанда екі есе артық. Мұндағы зат тығыздығы $3 \frac{2}{\text{см}^3}$. Ғаламшардың өз өсінен айналу периоды анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: $3 \frac{2}{\text{см}^3} = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Ғаламшар бетіндегі денеге $P_n = 2P_0$ F -ауырлық күші және N -реакция күші $\rho = 3 \frac{2}{\text{см}^3}$ әсер етеді (13-сурет). Ғаламшар полюсіндегі $\tau = ?$ дене инерциалды жүйеге салыстырғанда тыныштықта болады.

Сонда $F + N_n = 0$ немесе $F = N_n$.

Ал, $F = \gamma \frac{Mm}{R^2}$; $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ екендігін

ескерсек $N_n = \frac{4}{3}\pi \rho m R$ (1).

Ал, экватордағы дене ғаламшармен бірге айналады, сонда оның үдеуі

$$a = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{\tau^2} \quad (2).$$

Ньютоның екінші заңынан

$$F + N_0 = ma \quad \text{немесе} \quad F + N_0 = m a \quad (3).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ні } (3)\text{-ге қойсақ } \frac{4}{3}\pi \rho m R - N_0 = \frac{4\pi^2 m R}{\tau^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{4}{3}\pi \rho m R - \frac{4\pi^2 m R}{\tau^2} \quad (4).$$

Ньютоның үшінші заңынан $|P_n| = |N_n|$ және $|P_0| = |N_0|$. Есептің

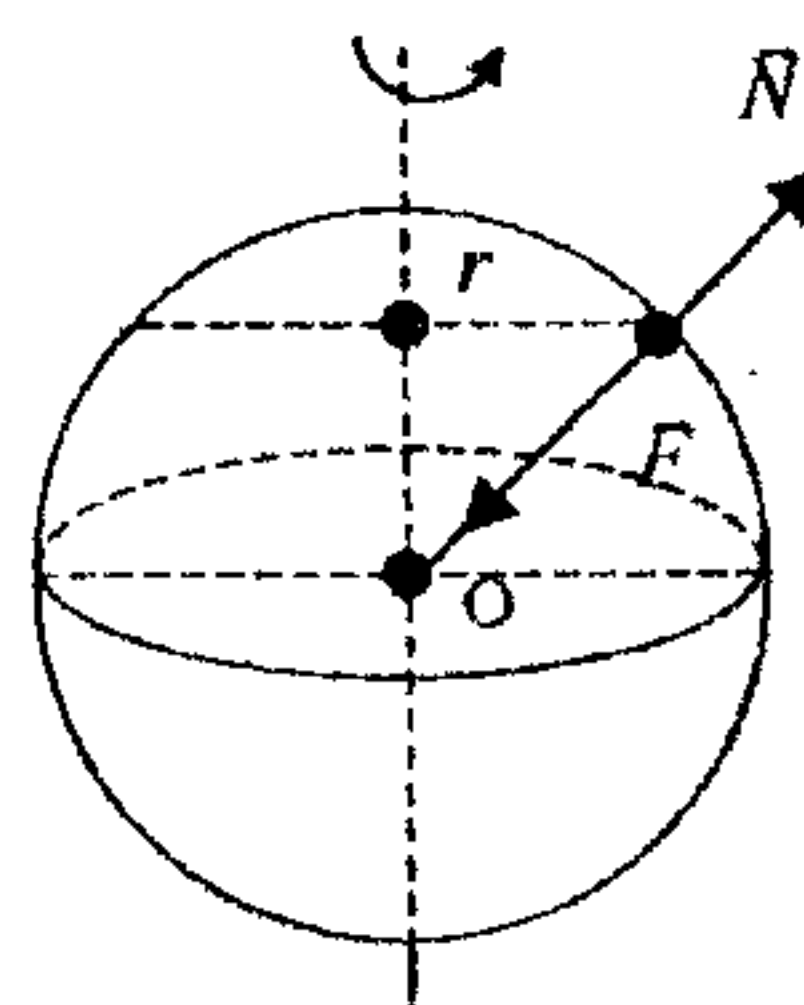
$$\text{шарты бойынша } (4)\text{-ден } \frac{4}{3}\pi \rho m R - \frac{2}{3}\pi \rho m R = \frac{4\pi^2 m R}{\tau^2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{6\pi}{\gamma \rho}}.$$

$$\tau = \sqrt{\frac{6 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}^2} \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \approx 9,7 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

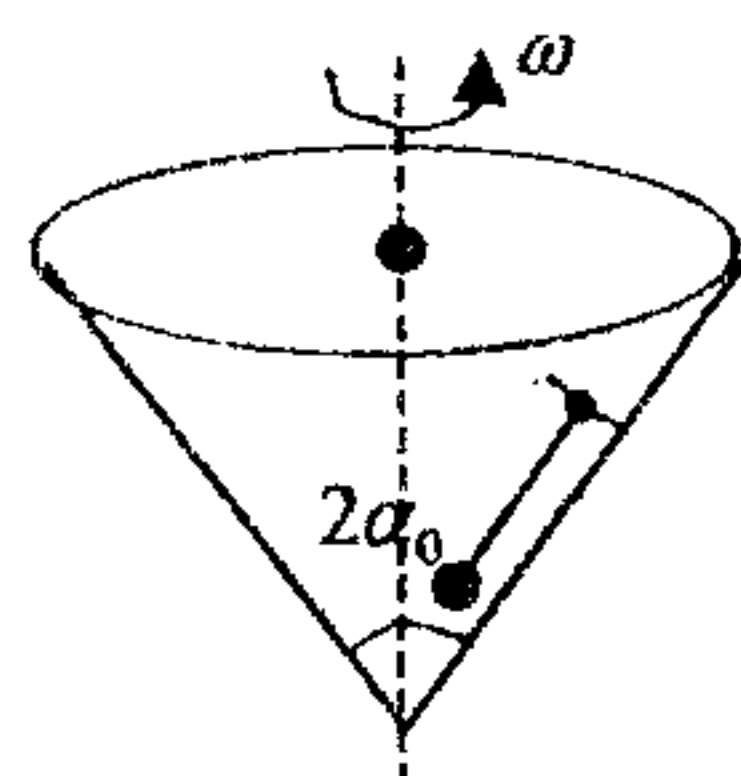
Жауабы: $\tau \approx 9,7 \cdot 10^3 \text{ с}$.

2.3.15. Төбесіндегі бұрышы $2\alpha_0$ болатын конус тік өстен ω бұрыштық жылдамдықпен айналады (14-сурет). Конус ішінде массасы m шарик жіпке байланып қойылған. Егер шарик радиусы r шеңбер бойымен қозғалатын болса, оның конус бетіне түсіретін қысым күшін және жіптің керілу күшін есептеңдер.

Берілгені: Шешуі: Айналған шарикке әсер ететін күштер $2\alpha_0$; ω ; m ; r 15-суретте көрсетілген. Қозғалыс теңдеуінің Ox және Oy өстеріндегі проекцияларын жазайық.
 $N = ?$; $T = ?$.



13-сурет



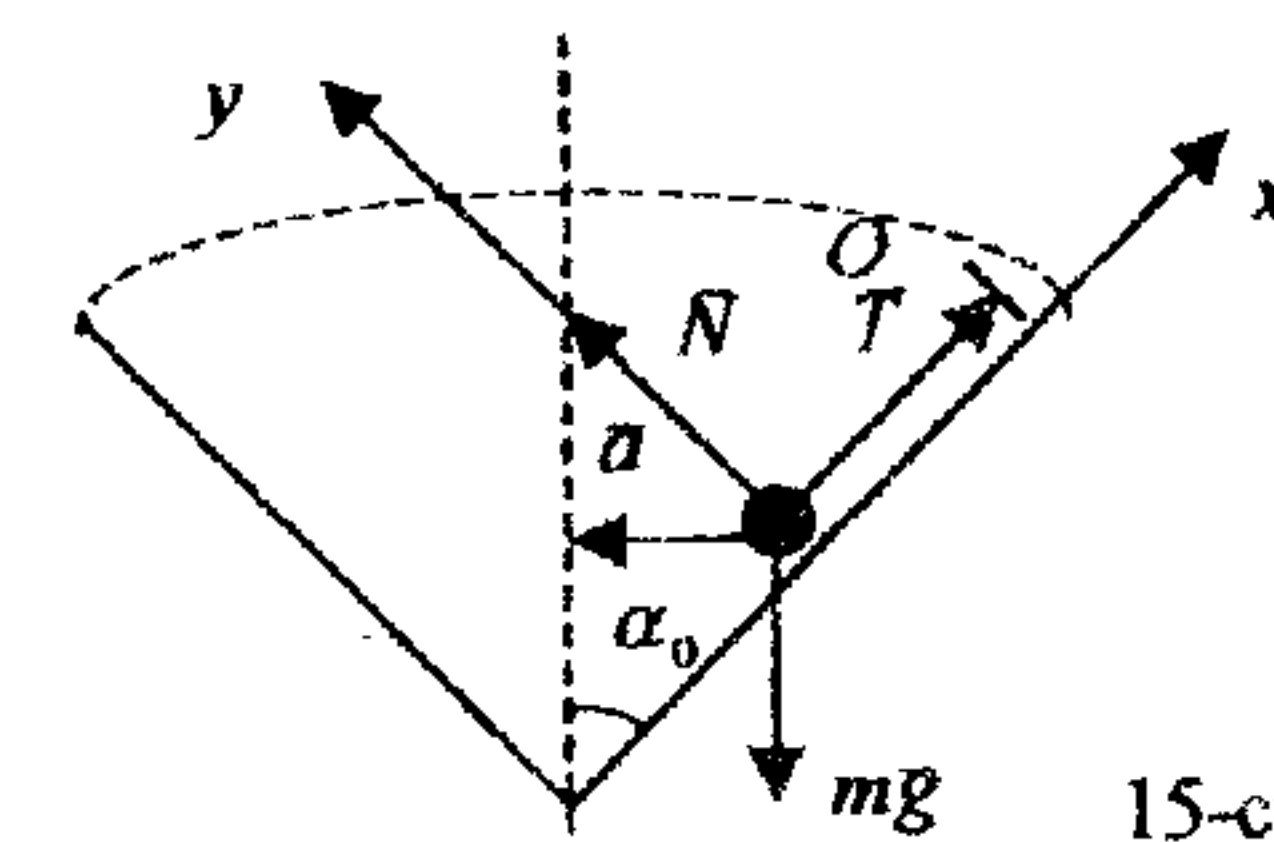
14-сурет

$$\text{Сонда } \begin{cases} T - mg \cos \alpha = -m\omega^2 r \sin \alpha \\ N - mg \sin \alpha = m\omega^2 r \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$T = m(g \cos \alpha - \omega^2 r \sin \alpha)$$

$$N = m(g \sin \alpha + \omega^2 r \cos \alpha)$$

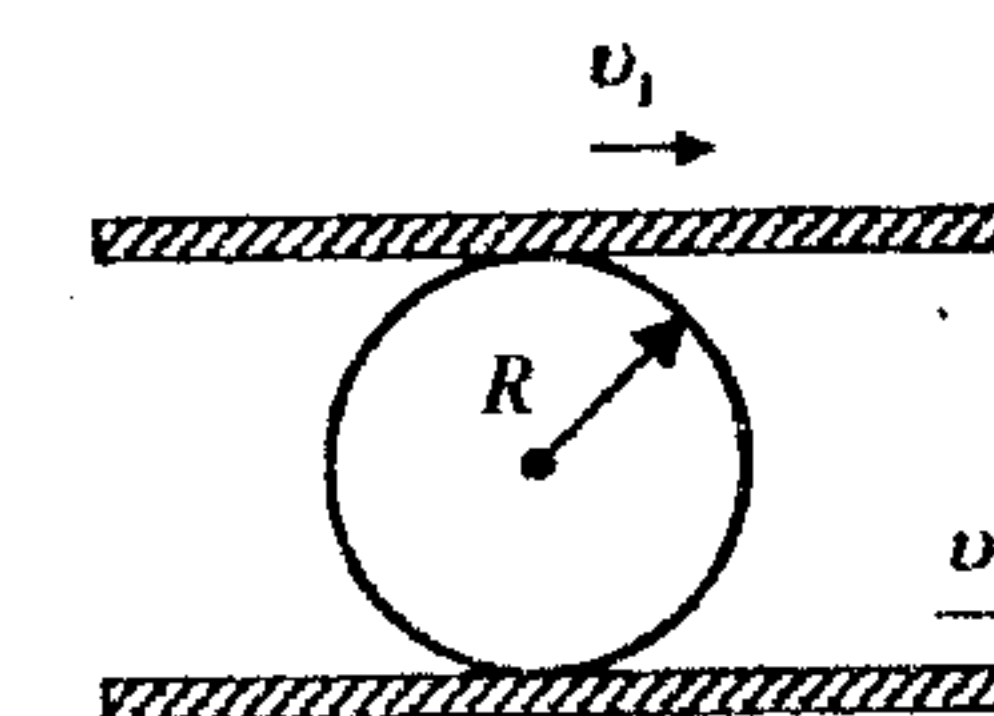
$$\text{Жауабы: } \begin{cases} T = m(g \cos \alpha - \omega^2 r \sin \alpha) \\ N = m(g \sin \alpha + \omega^2 r \cos \alpha) \end{cases}$$



15-сурет

2.3.16. Радиусы R цилиндр пішінді білеуше екі параллель шыбықша арасына орналасқан (16-сурет). Шыбықшалар бір бағытта v_1 және v_2 жылдамдықтармен қозғалады.

Егер білеуше сырғанамайтын болса оның айналу жылдамдығын және центрінің ілгерлемелі қозғалыс жылдамдығын анықтаңдар. Есепті, шыбықшалар қарама-қарсы қозғалған жағдайда да шешіп көріңдер.



16-сурет

Берілгені: Шешуі: Білеушенің сызықтық жылдамдығы оның өсіне R ; v_1 ; v_2 ; салыстырғандағы координата

$\omega = ?$; $v = ?$ жүйесінде $v = \omega R$.

Білеушенің шыбықшаға тиісетін нүктелерінің жылдамдығы осы v -ға тең. Сырғанау болмайтындықтан шыбықша жылдамдығы да v -ға тең. Ал енді жерге салыстырғандағы координата жүйесінде шыбықшалардың жылдамдықтары екі жылдамдықтың: цилиндрдің өсіне салыстырғандағы және осы өстің жерге салыстырғандағы жылдамдықтарының қосындысына тең болады. Сондықтан $v_1 = v + \omega R$

және $v_2 = v - \omega R$. Бұл өрнектерден $v = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ және $\omega = \frac{1}{2R}(v_1 - v_2)$. Егер,

шыбықшалар қарама-қарсы бағыты қозғалса:

$$v_1 = v + \omega R \text{ және } v_2 = \omega R - v, \text{ осыдан } v = \frac{1}{2}(v_1 - v_2); \omega = \frac{v_1 + v_2}{2R}.$$

$$\text{Жауабы: } v = \frac{1}{2}(v_1 \pm v_2); \omega = \frac{v_1 \mp v_2}{2R}.$$

2.3.17 Спортшы балғаны 70 метрге лақтырды. Бұл ең алысқа лақтыру бұрышына сәйкес келеді. Балға массасы 5 кг. Спортшы балғаны радиусы 1,5 м шеңбер бойымен айналырып лақтырған болса, лақтыру кезінде оның қолына қандай күш әсер етеді?

Берілгені: Шешуі: Балға ең алыс қашықтыққа түсу үшін оны $\ell = 70 \text{ м}$ көкжиекке 45° жасай жылдамдықпен лақтыру керек. $m = 5 \text{ кг}$ Осы лақтыру мезетіндегі балғаға әсер ететін күштерді $R = 1,5 \text{ м}$ ескеріп қозғалыс теңдеуін жазайық, сонда

$$T = ? \quad \frac{mv^2}{R} = T + mg \cos \alpha. \text{ Ал, ең алыс ұшу қашықтығы}$$

$\ell = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ екендігін ескерсек, онда

$$\frac{m\ell g}{R \sin 2\alpha} = T + mg \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{m\ell g}{R \sin 2\alpha} - mg \cos \alpha = mg \left(\frac{\ell}{R \sin 2\alpha} - \cos \alpha \right).$$

$$T = 5 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(\frac{70 \text{ м}}{1,5 \cdot \sin 2 \cdot 45^\circ} - \cos 45^\circ \right) \approx 2,25 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Жауабы: $T \approx 2,25 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

2.3.18 Тік жоғары a үдеумен қозғалатын конустық бетте жатқан m массалы шарик R радиусты шеңбер бойымен көкжиек жазықтығында айналады (17 – сурет). Конус төбесіндегі бұрыш 2α болса, шариктің шеңбер бойымен айналу периоды табындар.

Берілгені: $a; m; R; 2\alpha$
 τ – ?
 Шешуі: Қозғалыстағы шарикке әсер ететін күштер суретте көрсетілген. Сонда, mg – ауырлық күші, ал N – реакция күші. Бұл күштер шарикке тік бағытта және көкжиек бағытында үдеулер береді.

Ньютонның екінші заңының Ox және Oy өстері бойынша проекцияларын

жазайық, онда,
$$\begin{cases} ma_x = N \cos \alpha \\ ma_y = N \sin \alpha - mg \end{cases}$$

Мұндағы, a_x – шариктің көкжиек бағытындағы, ал a_y – тік бағытындағы үдеулері.

Сонда, $a_x = \omega^2 R$ центрге тартқыш үдеу де, $a_y = a$ конус бетінің үдеуі.

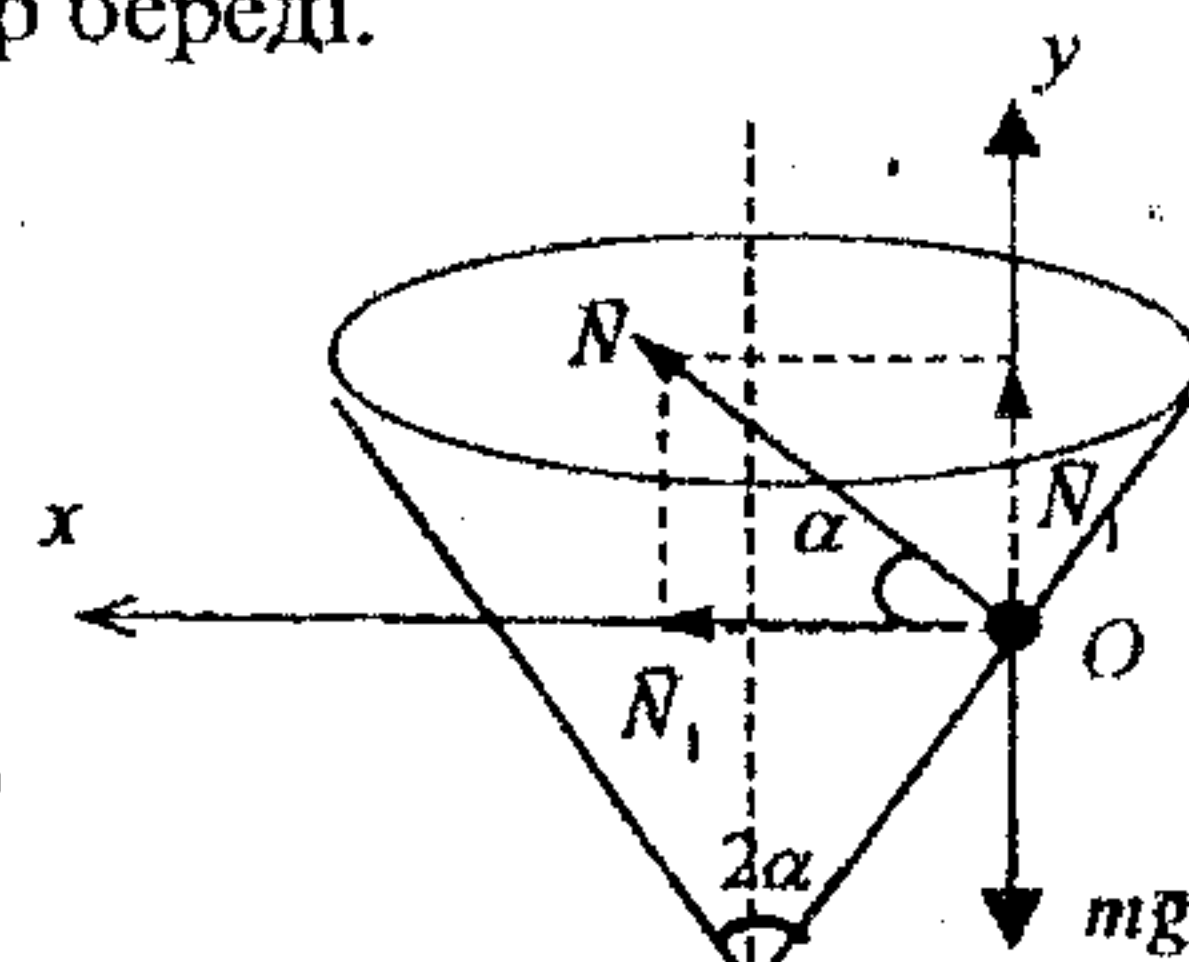
Демек $m\omega^2 R = N \cos \alpha$ және $ma = N \sin \alpha - mg$.

Осы теңдеулерден $\omega = \sqrt{\frac{a+g}{R \sin \alpha}}$. Ал, $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ болғандықтан $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R \sin \alpha}{a+g}}$.

Жауабы: $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R \sin \alpha}{a+g}}$.

2.3.19 Массасы 30 т реактивтік ұшақ 1800 км/сағ жылдамдықпен батыстан шығысқа қарай экватор бойымен ұшады. Егер осы ұшақ шығыстан батысқа қарай ұшса, оған әсер ететін көтерудің күші қаншаға өзгереді?

Берілгені: $m = 30 \text{ т}$
 $v = 1800 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$
 ΔF_k – ?
 Шешуі: $30 \text{ т} = 3 \cdot 10^4 \text{ кг}$; $1800 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
 Ұшаққа әсер ететін ауырлық күшімен көтерудің күштердің теңәсерлі күші оған центрге тартқыш үдеу береді.



17-сурет

1. Ұшақ батыстан шығысқа қарай ұшқанда: $\frac{m(\omega R + v)^2}{R} = mg - F_{1k}$.

Мұндағы ω – Жердің бұрыштық жылдамдығы, R – Жердің радиусы.

2. Ұшақ шығыстан батысқа қарай ұшқанда: $\frac{m(\omega R - v)^2}{R} = mg - F_{2k}$.

Сонда көтерудің күштердің өзгерісі $\Delta F_k = F_{2k} - F_{1k} = 4mv\omega$.

Ал $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ екендігін ескерсек $\Delta F_k = \frac{8\pi mv}{\tau}$, мұндағы $\tau \approx 24 \cdot 3,6 \cdot 10^2 \text{ с}$.

$$\Delta F_k = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 500 \text{ м/с}}{24 \cdot 3,6 \cdot 10^2 \text{ с}} \approx 1,74 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Жауабы: $\Delta F_k \approx 1,74 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

2.3.20 Тік өстен тұрақты ω бұрыштық жылдамдықпен айналатын, радиусы R іші қуыс шардың A нүктесінде кішкене тығырық жатыр (18 – сурет). α бұрышы белгілі болса, тығырық шар бетінен сырғып кетпеуі үшін ең аз үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек?

Берілгені: $\omega; R; \alpha$
 μ – ?
 Шешуі: Тығырыққа әсер ететін күштер: N – реакция күші, $F_{\text{үйк}}$ – үйкеліс күші; mg – ауырлық күші.

Ax және Ay өстері бойындағы қозғалыс теңдеуінің проекцияларын жазсақ.

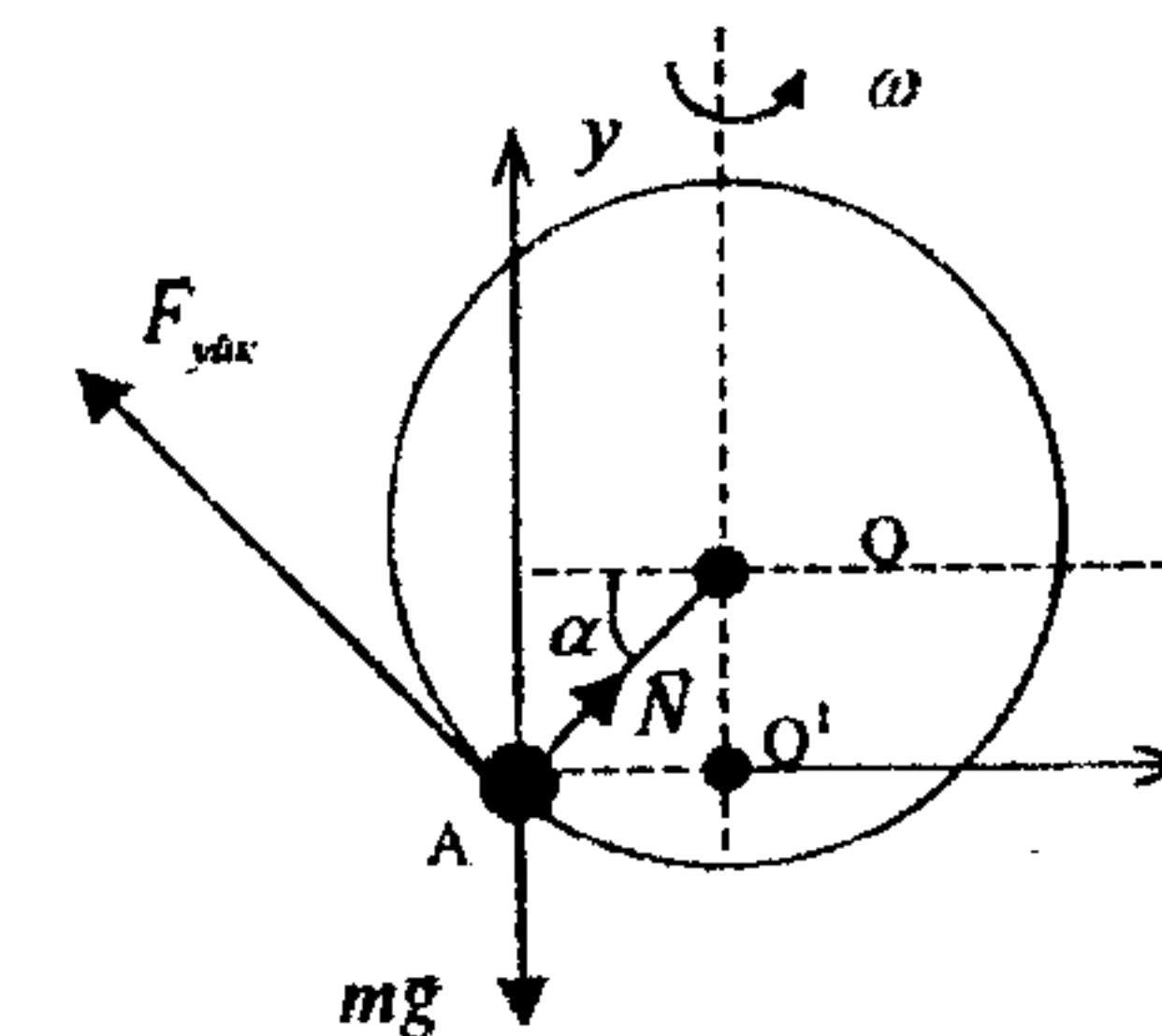
$$\begin{cases} N \cos \alpha - F_{\text{үйк}} \sin \alpha = m\omega^2 R \cos \alpha \\ mg - F_{\text{үйк}} \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (1).$$

$F_{\text{үйк}} = \mu N$ екендігін ескерсек (1)

жүйесінен μ -ді табуға болады,

$$\text{сонда } \mu = \frac{\cos \alpha (g - \omega^2 R \sin \alpha)}{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos^2 \alpha}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{\cos \alpha (g - \omega^2 R \sin \alpha)}{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos^2 \alpha}.$$



18-сурет

2.3.21 Бұрылу радиусы $R = 20 \text{ м}$ құбыр бойымен көкжиек жазықтығында су ағып жатыр. Құбыр диаметрі $d = 20 \text{ см}$. Құбырдың көлденең қимасы арқылы 1 сағатта $M = 300 \text{ т}$ су ағып өтеді. Центрден тепкіш күш әсерінен судың бүйірлік қысымын табындар.

Берілгені: $R = 20 \text{ м}$
 $t = 1 \text{ сағ}$
 $d = 20 \text{ см}$
 $M = 300 \text{ т}$
 p – ?
 Шешуі: $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$; $300 \text{ т} = 3 \cdot 10^5 \text{ кг}$; $1 \text{ сағ} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$.
 Судың бүйірлік қысымы $p = \frac{F}{S}$ немесе $p = \frac{F}{\ell d}$.
 Мұндағы, F – центрден тепкіш күш,
 ℓ – құбырдың қысым түсірілетін ұзындық бөлігі.

Сонда $F = \frac{mv^2}{R}$, ал $m = \rho l S$, $v = \frac{M}{\rho S t}$ екендігін ескерсек.

$$p = \frac{mv^2}{R l d} = \frac{4M^2}{\pi R d^3 \rho t^2} \cdot p = \frac{4 \cdot (3 \cdot 10^3 \text{ кг})^2}{3,14 \cdot 20 \text{ м} \cdot (0,2 \text{ м})^3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot (3,6 \cdot 10^3 \text{ с})^2} \approx 56 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Жауабы: $p \approx 56 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

2.3.22 Ауада қалықтаған аэростаттан, салмақсыз жіппен байланған массалары m_1 және m_2 ($m_1 > m_2$) өлшемдері бірдей екі шар тасталды. Шарлардың қозғалысы орныққаннан кейін ұшқан жіптің керілу күшін табындар.

Берілгені: m_1, m_2
Шешуі: Шарлардың қозғалысы орныққаннан кейін, олардың түсу жылдамдығы тұрақты болады. Демек, әрбір шарға ауа тарапынан әсер ететін T - ?

F - кедергі күші бірдей, өйткені шарлардың өлшемдері де жылдамдықтары да бірдей. Онда әрбір шар үшін қозғалыс теңдеуі былай жазылады $\begin{cases} m_1 g - T - F = 0 \\ m_2 g + T - F = 0 \end{cases} \Rightarrow T = \frac{(m_1 - m_2)g}{2}$.

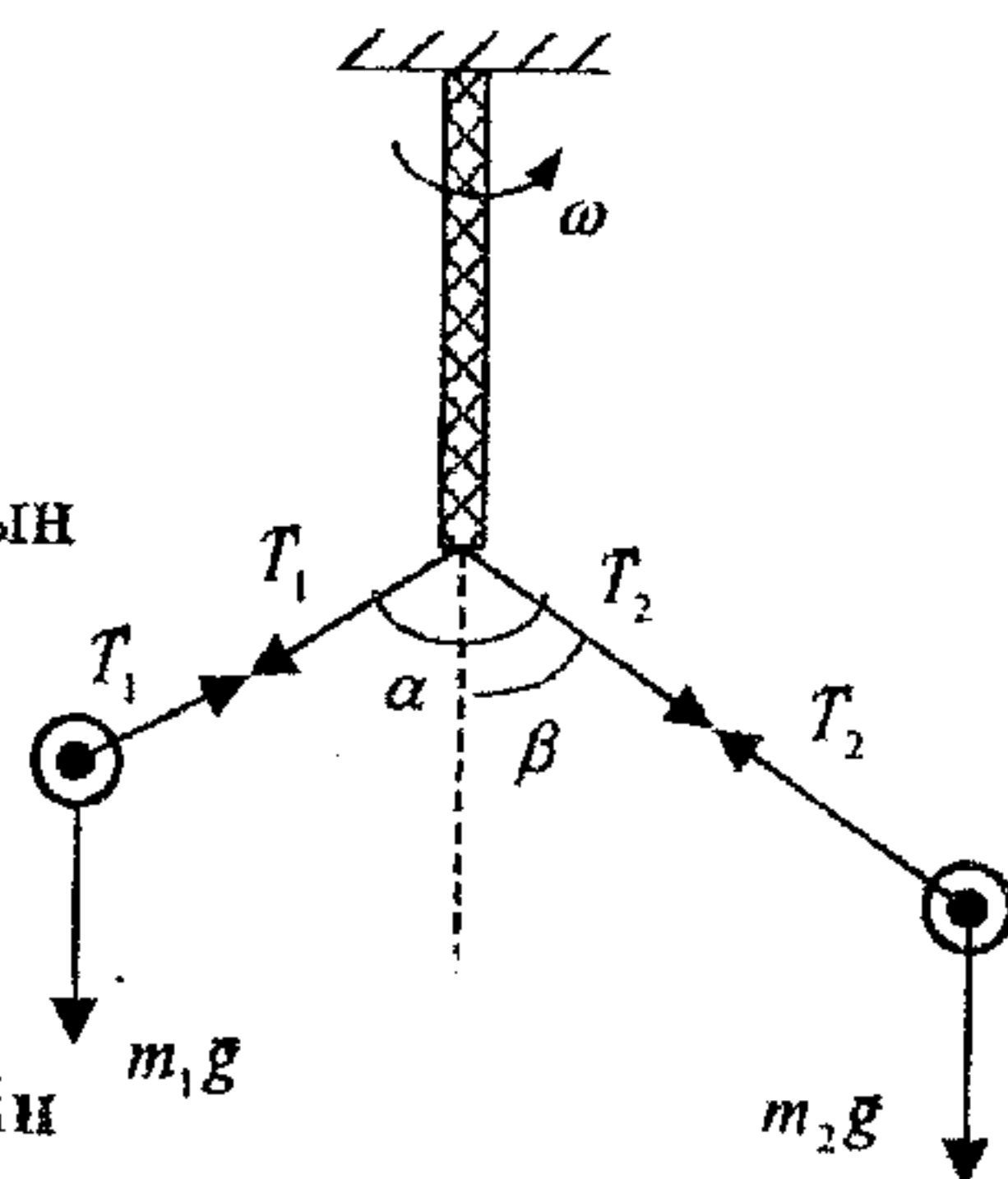
Жауабы: $T = \frac{g}{2}(m_1 - m_2)$.

2.3.23 Еркін ілінген шыбықшаның ұштарына ұзындықтары $\ell_1 = 7 \text{ см}$ және $\ell_2 = 11 \text{ см}$ жіптерге массалары $m_1 = 56 \text{ г}$, $m_2 = 28 \text{ г}$ шариктер бекітілген (19 - сурет). Шыбықша тік қалыптан ауытқымау үшін оны қандай ω бұрыштық жылдамдықпен айналдыру керек?

Берілгені: $\ell_1 = 7 \text{ см}$, $\ell_2 = 11 \text{ см}$, $m_1 = 56 \text{ г}$, $m_2 = 28 \text{ г}$, ω - ?
Шешуі: $7 \text{ см} = 0,07 \text{ м}$; $11 \text{ см} = 0,11 \text{ м}$; $56 \text{ г} = 0,056 \text{ кг}$; $28 \text{ г} = 0,028 \text{ кг}$.
Тік бағыттан: оң жақтағы жүк β бұрышына, ал сол жақтағысы α бұрышына ауытқысын дейік, сонда шыбықша тік

қалыптан ауытқымауы үшін мына теңдік орындалуы керек. $T_1 \sin \alpha = T_2 \sin \beta$ (1).
Мұндағы T_1 және T_2 жіптердің керілу күштері. Енді әрбір шариктер үшін қозғалыс теңдеуін

жазайық, сонда (2) $\begin{cases} T_1 \sin \alpha = m_1 \omega^2 \ell_1 \sin \alpha \\ T_2 \sin \beta = m_2 \omega^2 \ell_2 \sin \beta \end{cases}$



19-сурет

және $\begin{cases} T_1 \cos \alpha = m_1 g \\ T_2 \cos \beta = m_2 g \end{cases}$ (3)

(1)-ді ескере отырып (2) және (3) жүйелерін шешсек

$$\omega = \sqrt{g \cdot \frac{m_1^2 - m_2^2}{m_1^2 \ell_1^2 - m_2^2 \ell_2^2}}$$

$$\omega = \sqrt{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{(0,056 \text{ кг})^2 - (0,028 \text{ кг})^2}{(0,056 \text{ кг} \cdot 0,07 \text{ м})^2 - (0,028 \text{ кг} \cdot 0,11 \text{ м})^2}} \approx 14 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Жауабы: $\omega \approx 14 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

2.3.24 Массалары m_1 және m_2 екі жұлдыздың арақашықтығы ℓ . Жұлдыздар ортақ центрден дөңгелек орбитамен қозғалатын болса, олардың айналу τ периодын табындар.

Берілгені: m_1, m_2, ℓ
Шешуі: Жұлдыздар түйік жүйе құрайтын болғандықтан, олар масса центрден айнала, концентрлі шеңберлер бойымен қозғалады. Сондықтан қозғалыс теңдеулері былай жазылады. (1) $m_1 \omega_1^2 \ell_1 = F$ және $m_2 \omega_2^2 \ell_2 = F$,
 τ - ?

мұндағы ω_1 мен ω_2 - бұрыштық жылдамдықтар; ℓ_1 және ℓ_2 олардың орбиталық радиустары; F - жұлдыздардың өзара әсер күші. Масса центрін анықтамасынан $m_1 \ell_1 = m_2 \ell_2$; $\ell_1 + \ell_2 = \ell$ және $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{\ell^2}$ екендігін

ескерсек, онда (1) өрнектерінен $\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{\ell} \sqrt{\gamma \frac{m_1 + m_2}{\ell}}$. Ал, $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$, демек

$$\tau = 2\pi \ell \sqrt{\frac{\ell}{\gamma(m_1 + m_2)}}$$

Жауабы: $\tau = 2\pi \ell \sqrt{\frac{\ell}{\gamma(m_1 + m_2)}}$.

2.3.25 Массасы m , ұзындығы ℓ резина таспаның қатаңдығы k . Осы таспадан жасалған сақина ω бұрыштық жылдамдықпен, оның ортасы арқылы өтетін тік өстен, көкжиек жазықтығында айналады. Сақинаның радиусын анықтаңдар.

Берілгені: m, ℓ, k, ω
Шешуі: Сақинаның кішкене $\Delta \ell$ бөлігін қарастырайық (20 - сурет). Сақинаның жалпы ұзындығы $L = 2\pi R$.
 R - ? Ал, $\Delta \ell$ бөлігінің массасы $\Delta m = \frac{m}{\ell} \Delta \ell$ (1).

$\Delta \ell$ бөліктің екі ұшына әсер ететін T тарту күштерінің теңәсерлі күші - F , қарастырылып отырған бөлікке центрге тартқыш үдеу береді, сонда $a = \omega^2 R$ (2). Суреттен көрінгендей $F = 2T \sin \frac{\alpha}{2}$ (3):

Енді, $\Delta\ell$ бөлігі үшін қозғалыс теңдеуін жазсақ
 $F = \omega^2 R \Delta m$, сонда (1) және (3) ескерсек

$$2T \sin \frac{\alpha}{2} = \omega^2 R \cdot \frac{m}{\ell} \Delta\ell \quad (4).$$

Ал, T – керілу күші болғандықтан

$$T = k(L - \ell) = k(2\pi R - \ell) \quad (5). \quad \alpha - \text{өте кішкене бұрыш,}$$

$$\text{демек } \sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta\ell}{2R} \quad (6).$$

және (6) – ны ескеріп (4) – ті қайта жазсақ

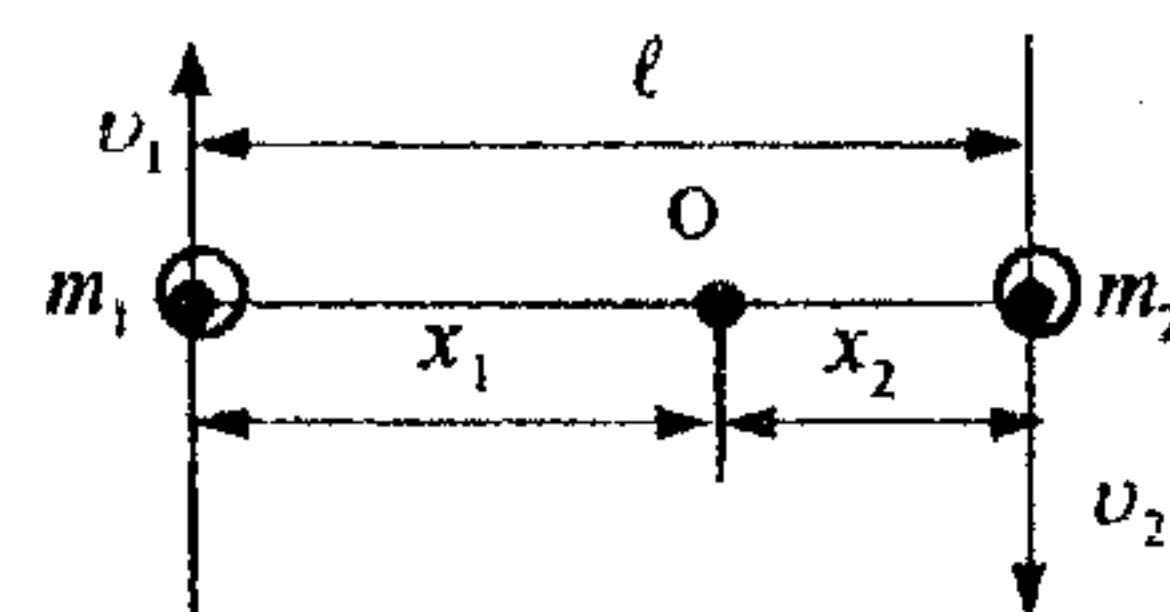
$$2k(2\pi R - \ell) \frac{\Delta\ell}{2R} = \frac{\omega^2 m}{2\pi} \Delta\ell \Rightarrow R = \frac{2\pi k \ell}{4\pi^2 k - \omega^2 m}.$$

$$\text{Жауабы: } R = \frac{2\pi k \ell}{4\pi^2 k - \omega^2 m}.$$

Ескерту: $\omega = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$ болғанда, сақина шексіз созылуы керек ($R \rightarrow \infty$), сондықтан сақина мұндай бұрыштық жылдамдықпен айналуы мүмкін емес, демек $\omega < 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$.

2.3.26 Ұзындығы ℓ салмақсыз шыбықшаның ұштарына m_1 және m_2 массалы жүктер бекітілген. Жүктердің жылдамдықтары сәйкесінше v_1 және v_2 болып бір жазықтықта жатыр (21 – сурет). Жүйенің ауырлық центрінің жылдамдығымен, ауырлық центрі арқылы өтетін өске салыстырғанда шыбықшаның бұрыштық жылдамдығын анықтаңдар.

Берілгені: $m_1; m_2; \ell; v_1; v_2$
 Шешуі: Жүйенің ауырлық центрін O деп белгілейік. Сонда, ауырлық центрден



21-сурет

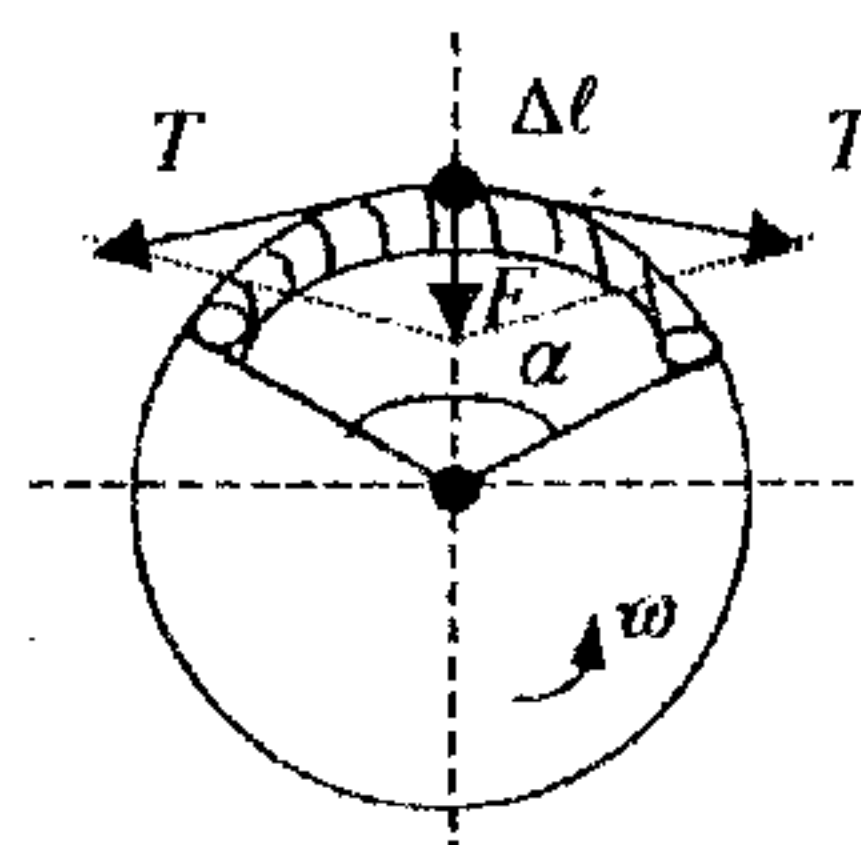
жүктерге дейінгі арақашықтық

$$x_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \ell \quad \text{және} \quad x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \ell.$$

$$\text{Екінші жағынан } \begin{cases} u + \omega x_1 = v_1 \\ u - \omega x_2 = v_2 \end{cases} \quad (2). \quad \text{және (2)-ден } \omega = \frac{v_1 - v_2}{\ell}; \quad u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

$$\text{Жауабы: } \omega = \frac{v_1 - v_2}{\ell}; \quad u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

2.3.27 Алғашқы ұзындығы ℓ_0 серіппенің қатаңдығы k . Жүйені ω бұрыштық жылдамдықпен айналдырғанда m массалы жүк серіппені созады (22-сурет). Серіппенің созылғаннан кейінгі ℓ ұзындығын табыңдар.



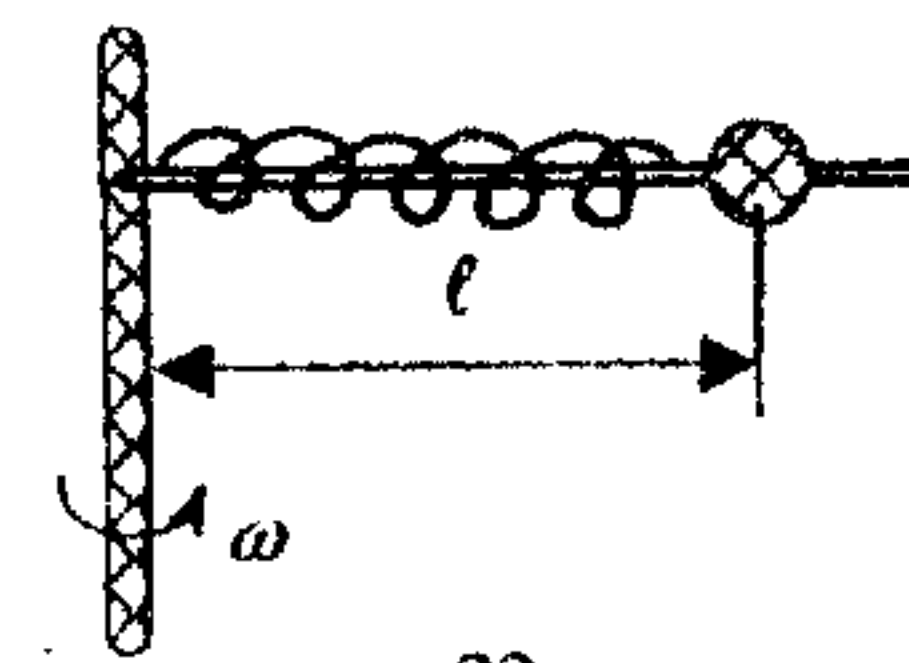
20-сурет

Берілгені: $\ell_0; k; \omega$
 Шешуі: Жүйе айналғанда, жүкке әсер ететін центрлік тартқыш үдеуді, созылған

серіппенің серпінділік күші туғызады. Сонда, Ньютонның екінші заңынан

$$m\omega^2 \ell = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow \ell = \frac{\ell_0}{1 - \frac{m}{k} \omega^2}$$

$$\text{Жауабы: } \ell = \frac{\ell_0}{1 - \frac{m}{k} \omega^2}.$$



22-сурет

2.3.28 Көкжиек бағытына бұрып жасай, массасы $1,2$ шар лақтырылды. Шар көтерілудің ең жоғарғы нүктесіне жеткенде оның үдеуі $12,5 \text{ м/с}^2$ болды. Осы сәттегі шарға әсер ететін ауаның кедергі күшін табыңдар

Берілгені: $m = 1 \text{ кг}$
 $a = 12,5 \text{ м/с}^2$
 $F = ?$
 Шешуі: Ең жоғарғы нүктеде шарға екі күш әсер етеді: mg – ауырлық күші; F – ауаның кедергі күші. Күштер бағыты өзара перпендикуляр болғандықтан, денеге үдеу беруші F_0 – күші былай табылады.

$$F_0 = ma = \sqrt{(mg)^2 + F^2} \Rightarrow F = m \sqrt{a^2 - g^2} \quad F = k_2 \sqrt{(12,5 \text{ м/с}^2)^2 - (9,8 \text{ м/с}^2)^2} \approx 7,5 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F \approx 7,5 \text{ Н}.$$

2.3.29 Экватордағы дене салмақсыздық күйде болатындай жылдамдықпен, Жер кенет айнала бастасын дейік. Осы кезде, Жер тәулігінің ұзақтығы қандай болар еді?

Берілгені: $P_0 = 0$
 $\tau = ?$
 Шешуі: Есеп шарты бойынша $mg = m\omega^2 R$, мұндағы R – жердің радиусы.

$$\text{Ал, } \omega = \frac{2\pi}{\tau} \quad \text{екендігін ескерсек } mg = \frac{4\pi^2 m}{\tau^2} \Rightarrow \tau = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

$$\tau = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{6,37 \cdot 10^6 \text{ м}}{9,8 \text{ м/с}^2}} \approx 5,07 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

$$\text{Жауабы: } \tau \approx 5,07 \cdot 10^3 \text{ с немесе } \tau \approx 1 \text{ сағ } 24 \text{ мин}.$$

2.3.30. Тығыздығы $\rho = 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ нейтрондық жұлдыз серігінің ең аз айналу периодын есептеп табыңдар.

Берілгені: $\rho = 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $r_{\text{min}} = ?$

Шешуі: Серіктің айналу периоды ең аз болуы үшін оның орбитасы шеңбер пішінді, ал орбита радиусы шамамен жұлдыз радиусына тең болуы керек. Бұл жағдайда

серікке центрге тартқыш үдеу беретін күн жұлдыздың гравитациялық күші, сонда, $\gamma \frac{mM}{R^2} = \frac{4\pi^2 mR^3 \gamma \rho}{3R^2} = \frac{4\pi^2 mR}{\tau^2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \rho}}$, себебі $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$.

$$\tau = \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Жауабы: $\tau \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$

2.3.31 Өзара гравитациялық күштердің әсерінен екі жұлдыз ортақ масса центрі арқылы $T = 2$ жыл периодты дөңгелек орбита бойымен қозғалады. Жұлдыз массаларының қосындысы $m_1 + m_2 = M_*$, мұндағы M_* – Күн массасы. Жерден Күнге дейінгі арақашықтық белгілі деп, жұлдыздардың арақашықтығын табыңдар. Жер массасы Күн массасына салыстырғанда елеусіз деп есептендер.

Берілгені: $T = 2$ жыл
 $m_1 + m_2 = M_*$

Шешуі: Ортақ масса центрінен жұлдыздарға дейінгі арақашықтық r_1 және r_2 , ал жұлдыздар арақашықтығы R болсын.

$R_0 = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$

Сонда, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$ және $m_2 = \frac{2M_* r_1}{R}$ (1).

$M_* \ll M_\odot$

Гравитациялық тартылыс күші, әрбір жұлдыз үшін центрге тартқыш күш болып табылатындықтан, жұлдыздар ортақ масса центрінен T периодпен айналады,

сонда
$$\begin{cases} \frac{m_1 \cdot 4\pi^2 r_1}{T^2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{R^2} \\ \frac{m_2 \cdot 4\pi^2 r_2}{T^2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{R^2} \end{cases} \quad (2).$$

(1) және (2) өрнектерді m_2 үшін қолданып, мынаны аламыз. $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2\gamma M_*}{R^3}$.

Осындай өрнекті Жер және Күн жүйесі үшін де жазуға болады, сонда

$$\frac{4\pi^2}{\left(\frac{T}{2}\right)^2} = \frac{\gamma(M_* + M_\odot)}{R_0^3} \cdot M_* \ll M_\odot \text{ екендігін ескерсек, онда } \begin{cases} \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2\gamma M_*}{R^3} \\ \frac{4\pi^2}{\left(\frac{T}{2}\right)^2} = \frac{\gamma M_\odot}{R_0^3} \end{cases} \Rightarrow R = 2R_0.$$

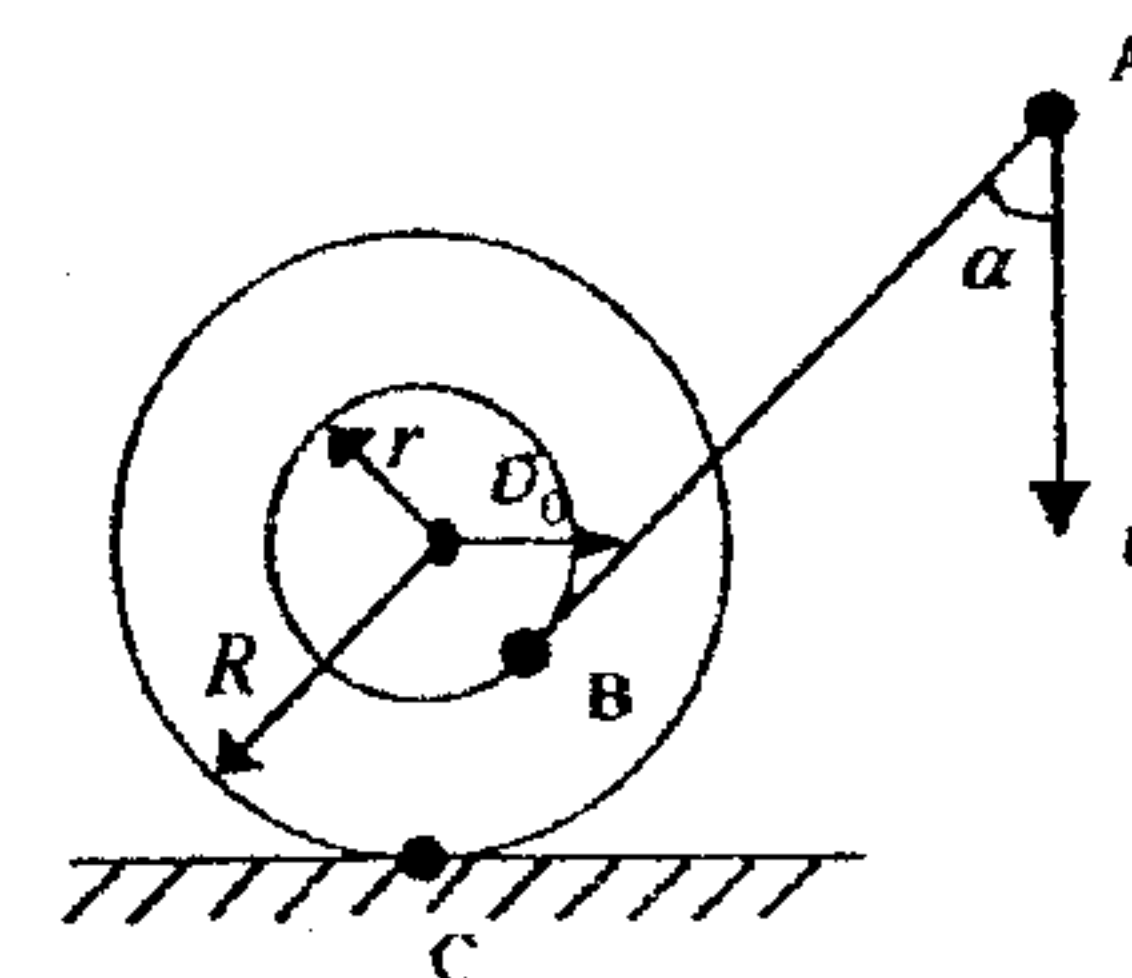
$$R = 2 \cdot 1,5 \cdot 10^8 \text{ км} = 3 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Жауабы: $R = 3 \cdot 10^8 \text{ км.}$

2.3.31 Жіптің бір ұшы сыртқы радиусы R , ал ішкі радиусы r болатын орауышқа байланған. Екінші ұшы A нүктесіне қағылған шегеден асылып жіп арқылы тұрақта v жылдамдықпен тартылады (23 – сурет). Жіп тік бағытпен α бұрыш жасаған кезде орауыштың центрі қандай v_0 жылдамдықпен қозғала алады? Орауыш жазық бойымен сырғымай домалайды деп есептендер.

Берілгені: R, r, v, α
 $v_0 = ?$

Шешуі: Орауыш бұл жағдайда: оңға қарай v_0 жылдамдықпен



23-сурет

ілгерімелі және сағат тілшесі бағытында ω бұрыштық жылдамдықпен өз өсінен айнала қозғалады.

Сонда, B нүктесі үшін:

$$v = v_0 \sin \alpha - \omega r \quad (1).$$

Ал, орауыш сырғымайтын болғандықтан

$$C \text{ нүктесі үшін: } v_0 - \omega R = 0 \quad (2)$$

(1) және (2)-теңдіктерінен $v_0 = \frac{vR}{R \sin \alpha - r}$.

Жауабы: $v_0 = \frac{vR}{R \sin \alpha - r}$.

2.3.32. Поез радиусы 500 м болатын айналма жолды $61,2 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен жүріп өткен. Егер темір жол төсемі аралығы 1524 мм болса, поез доңғалақтарына қосымша күш түспеуі үшін рельстерді қалай орналастырған дұрыс?

Берілгені: $R = 500 \text{ м}$
 $v_0 = 61,2 \text{ км/сағ}$
 $\ell = 1524 \text{ мм}$
 $h = ?$

Шешуі: $61,2 \text{ км/сағ} = 17 \text{ м/с}$; $1524 \text{ мм} = 1,524 \text{ м}$.
 Вагон шеңбер бойымен жүргенде сыртқы рельс оны реборда (ішкі дөңгелек) арқылы ішке қарай итеріп отырады. Сонда реборданың өзі рельстіде осындай күшпен сыртқа қарай қысатын болады.

Осының салдарынан рельс, реборда сол арқылы вагон өстері тозады. Сондықтан, сыртқы рельстің итеру күшін кеміту үшін, оны ішкі рельске қарағанда h – биіктікке көтеріңкіреп орналастыру керек, сонда ауырлық күшімен (mg) реакция күшінің (N) геометриялық қосындысы болатын F – күші вагонды бұрылу центріне қарай итереді (24-сурет). Осы күш вагонға центрге тартқыш үдеу береді. Ньютонның екінші заңынан $F = N + mg = ma$.

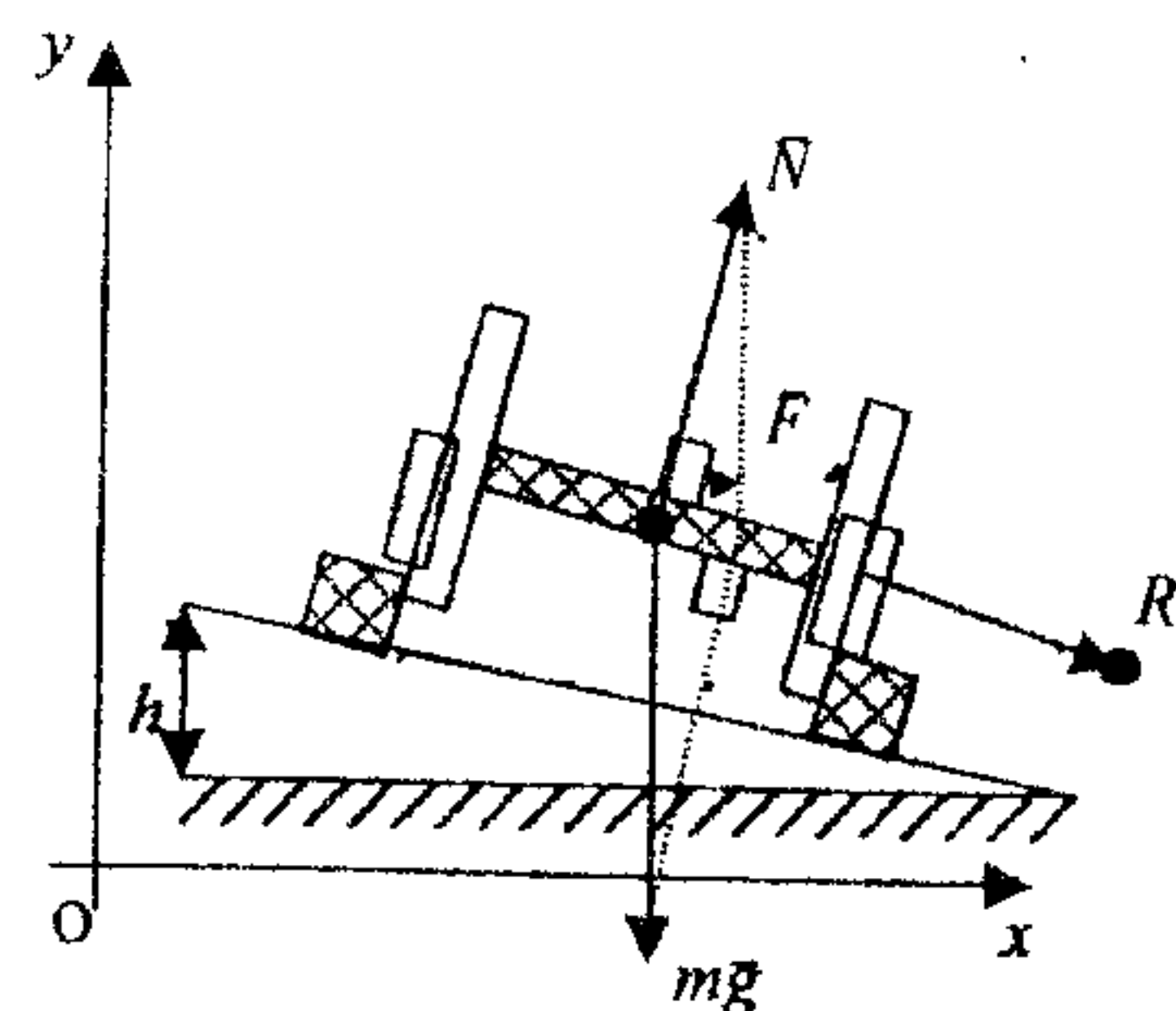
Ох өсі бойынша проекциялап жазатын болсақ

$$F = ma = mg \sin \alpha = \frac{mv_0^2}{R}$$

$$\text{Екінші жағынан, } \lg \alpha = \frac{h}{\ell} = \frac{mv_0^2}{mgR} \Rightarrow h = \frac{v_0^2 \ell}{gR}$$

$$h = \frac{(17 \text{ м/с})^2 \cdot 1,524 \text{ м}}{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 500 \text{ м}} \approx 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Жауабы: $h \approx 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$



24-сурет

2.3.33 Салмақсыз шыбықша О нүктесіне салыстырғанда тік жазықтықта айналады. Шыбықшаға О нүктесінен r_1 және r_2 қашықтықтарды m_1 және m_2 жүктері бекітілген (25-сурет). Шыбықшаны тік бағытқа α бұрып жасай бұрып, бастапқы жылдамдықсыз түсірген. Шыбықша тік қалыпта ораналасқан кездегі жүктердің сызықтық жылдамдықтарын анықтаңдар.

Берілгені: $m_1; m_2; r_1; r_2; \alpha$
Шешуі: Шыбықшаның тік қалыпта келгендегі бұрыштық жылдамдығын ω дейік сонда,
 $v_1 = \omega r_1$ және $v_2 = \omega r_2$.
Енді ω – ны анықтайық. Ол үшін механикалық энергияның сақталу заңын қолданамыз, сонда $E_o = E_m$

Мұндағы E_o – алғашқы қалыптағы, ал E_m – тік қалыптағы жүйенің толық энергиясы.

$$\text{Сонда } \frac{\omega^2}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) = g(1 - \cos \alpha) (m_1 r_1 + m_2 r_2) \Rightarrow$$

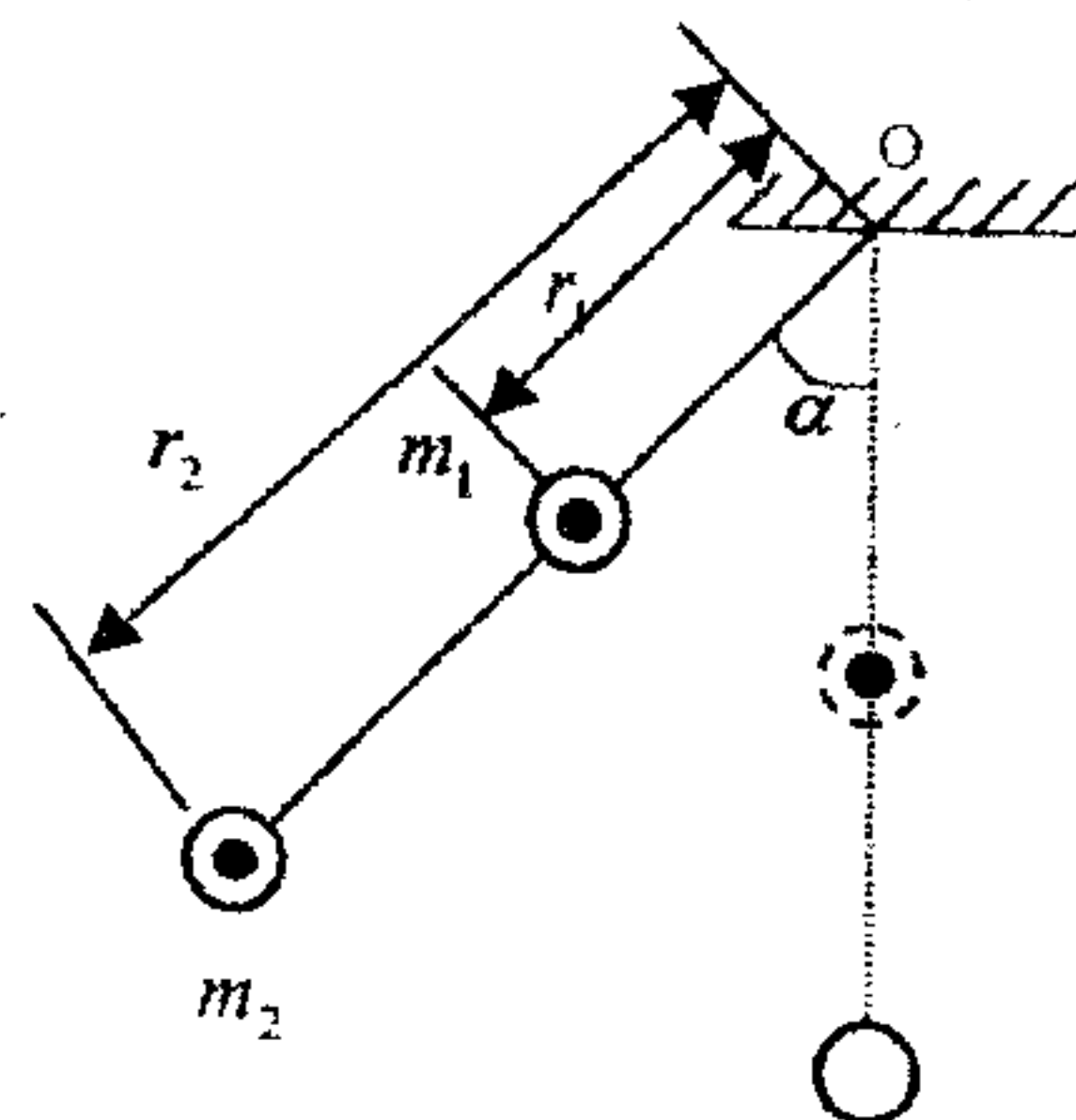
$$\Rightarrow \omega = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}},$$

$$\text{мұндағы } 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{Демек, } v_1 = 2r_1 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}};$$

$$v_2 = 2r_2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}}$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = 2r_1 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}}; \quad v_2 = 2r_2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}}.$$



25-сурет

2.3.34 Салмақсыз АОО₁ шыбықша 26-суреттегідей иіліп, ОО₁ өсіне салыстырғанда ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. ОА бөлігіне массасы m моншақ кигізілген. Шыбықша мен моншақ арасындағы үйкеліс коэффициенті μ болса, ол О нүктесінен қандай ℓ қашықтықта

тепе-теңдікте болады?

Берілгені: $m; \varphi; \mu$
Шешуі: Моншаққа әсер ететін күштер 27-суретте көрсетілген.
Олар: mg – ауырлық күші;
 N – реакция күші;
 f – үйкеліс күші.

Енді, x және y өстері бойынша қозғалыс теңдеуінің проекцияларын жазайық,

$$\text{сонда } \begin{cases} m\omega^2 \ell \sin \varphi = f \sin \varphi - N \cos \varphi \\ mg = f \cos \varphi + N \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = m\omega^2 \ell \sin^2 \varphi + mg \cos \varphi \quad \text{және}$$

$$N = mg \sin \varphi - m\omega^2 \ell \sin \varphi \cos \varphi.$$

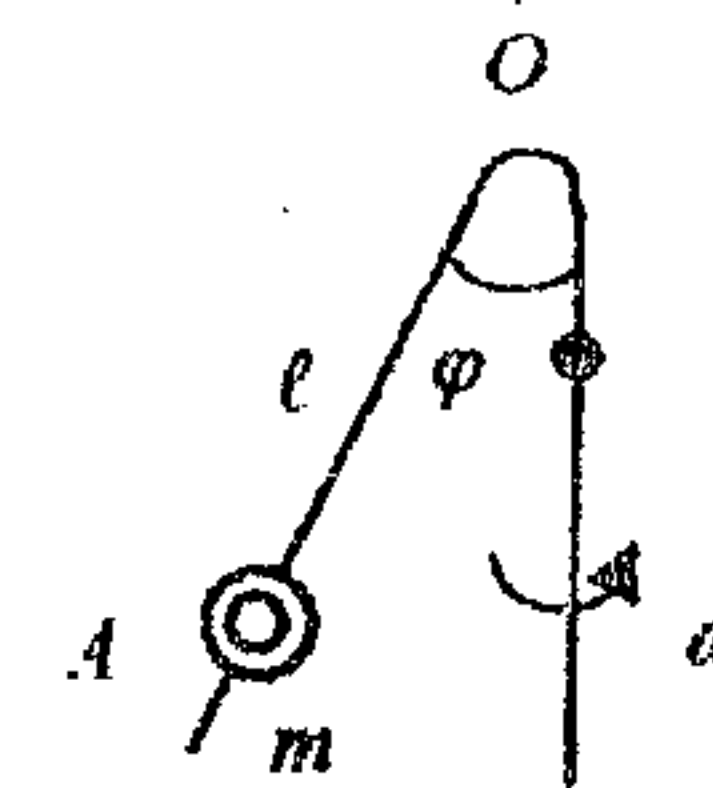
Теңдеу теңдік орнағанда $f \leq \mu N$, сонда

$$m\omega^2 \ell \sin^2 \varphi + mg \cos \varphi \leq \mu (mg \sin \varphi - m\omega^2 \ell \sin \varphi \cos \varphi) \Rightarrow$$

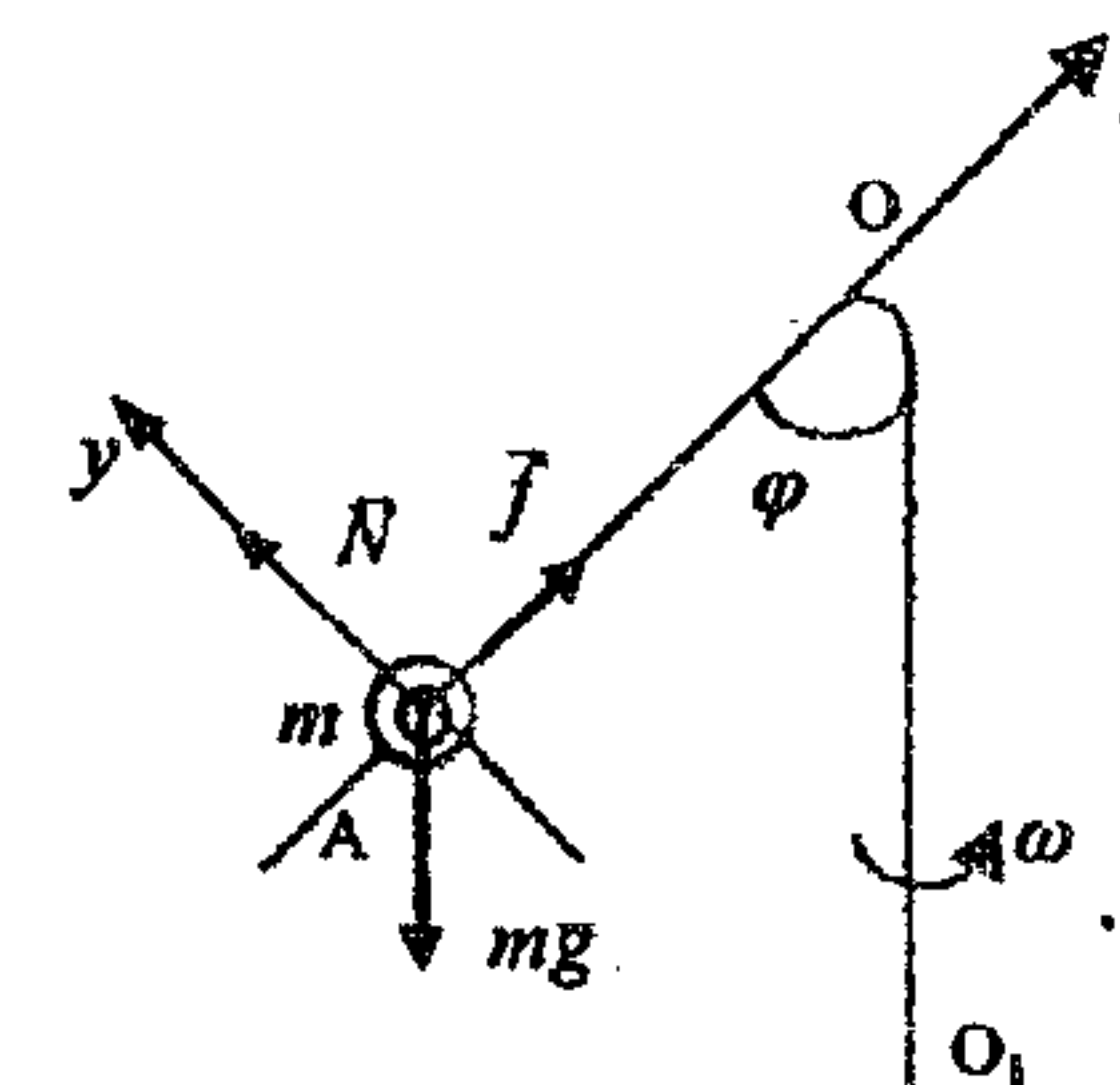
$$\Rightarrow \ell \leq \frac{(\mu \sin \varphi - \cos \varphi)g}{\sin \varphi (\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \omega^2}.$$

$$\text{Егер, } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ болса онда } \ell \leq \frac{\mu g}{\omega^2}$$

$$\text{Жауабы: } \ell \leq \frac{(\mu \sin \varphi - \cos \varphi)g}{\sin \varphi (\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \omega^2}.$$



26-сурет



27-сурет

2.3.35 Массасы M , ал радиусы R құрсаудың кинетикалық энергиясын табыңдар. Құрсау, оның ортасы арқылы өтетін өстен ω бұрыштық жылдамдықпен айналып, v жылдамдықпен бірқалыпты ілгермелі қозғалады.

Берілгені: $M; R; \omega; v$
Шешуі: Құрсауды әрқайсысының массасы Δm болатын $M; R; \omega; v$ тең бөліктерге бөлейік, сөйтіп құрсау центріне

E_k – ?

салыстырғанда өзара симметриялы болатын екі үлескіні

қарастырайық (28 – сурет).

Құрсаудың әрбір бөлшегі біртекті және $v_1 = \omega R$ –

жылдамдықпен айналысатын қозғалысқа қатысады. Сонда, әр бөлшектің

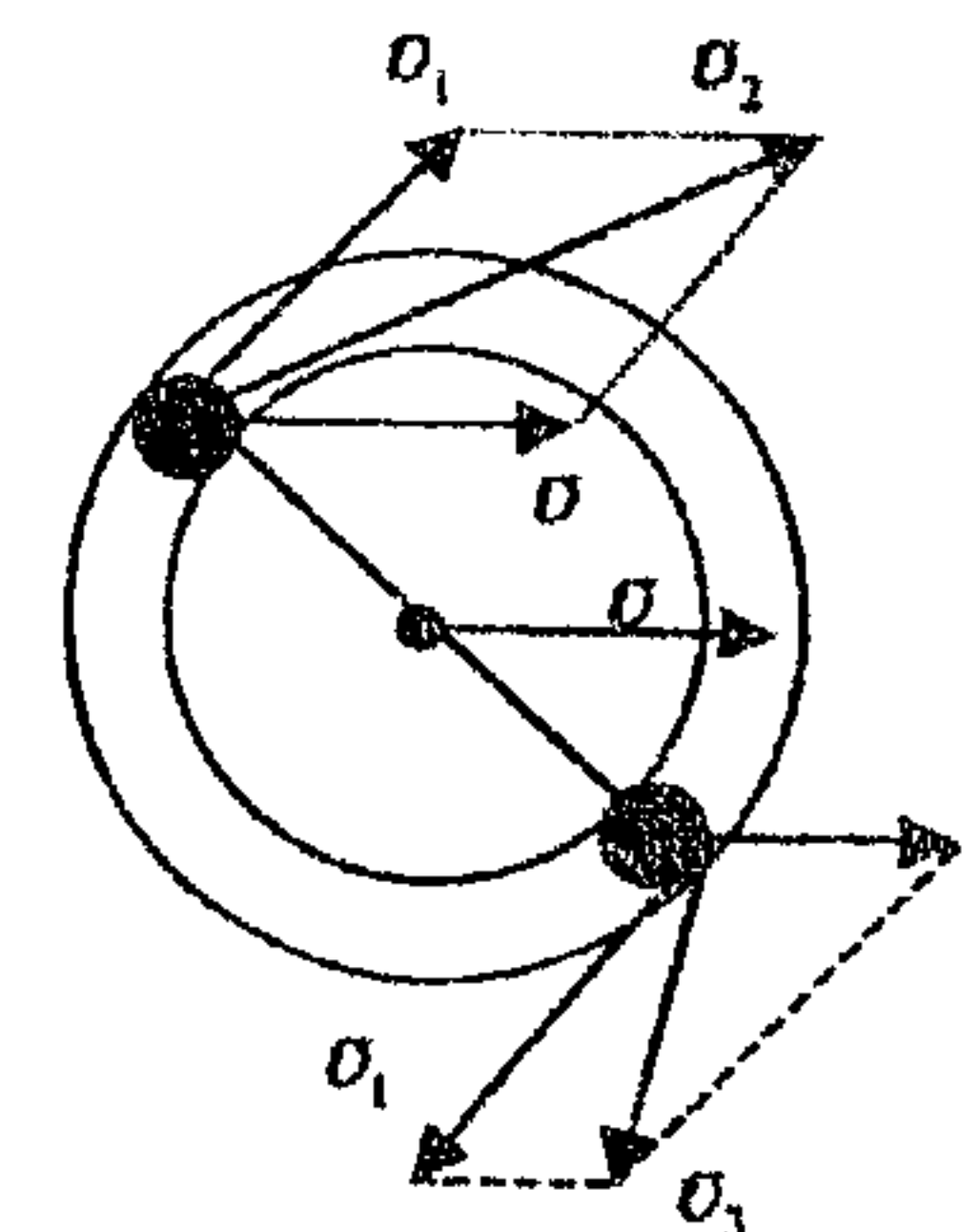
қорытынды жылдамдығын

табуға болады. Суреттен көрінгендей

$$v_2^2 = v_1^2 + v^2 - 2v_1 v \cos \alpha$$

$$\text{және } v_3^2 = v_1^2 + v^2 + 2v_1 v \cos \alpha.$$

$$\text{Екі бөлшектің кинетикалық}$$



28-сурет

энергияларының қосындысы $\Delta E = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \frac{\Delta m v_2^2}{2} = \Delta m(v^2 + \omega^2 R^2)$. Бұл өрнек кез келген екі үлеске үшін дұрыс болатын болғандықтан, барлық құрсау үшін кинетикалық энергия $E = \frac{Mv^2}{2} + \frac{MR^2\omega^2}{2}$. Егер, құрсау айналмайтын болса ($\omega = 0$), онда $E = \frac{Mv^2}{2}$.

Жауабы: $E = \frac{Mv^2}{2} + \frac{MR^2\omega^2}{2}$.

2.3.36 Радиусы R жартысфераның төбесінен кішкене дене сырғи бастады. Дене қандай биіктікте жартысфера бетінен ажырап кетеді?

Берілгені: R
Шешуі: Дене жарты шар бетінен ажырағанға дейін оған: mg — ауырлық күші және N — тереуінің реакция күші
 $h = ?$

әсер етеді (29-сурет). Ньютонның екінші заңы бойынша

$$\frac{mv^2}{R} = mg \cos \alpha - N \quad (1).$$

Ал, $N = 0$ болғанда дене беттен

ажырайды, яғни $\frac{v^2}{R} = g \cos \alpha \quad (2).$

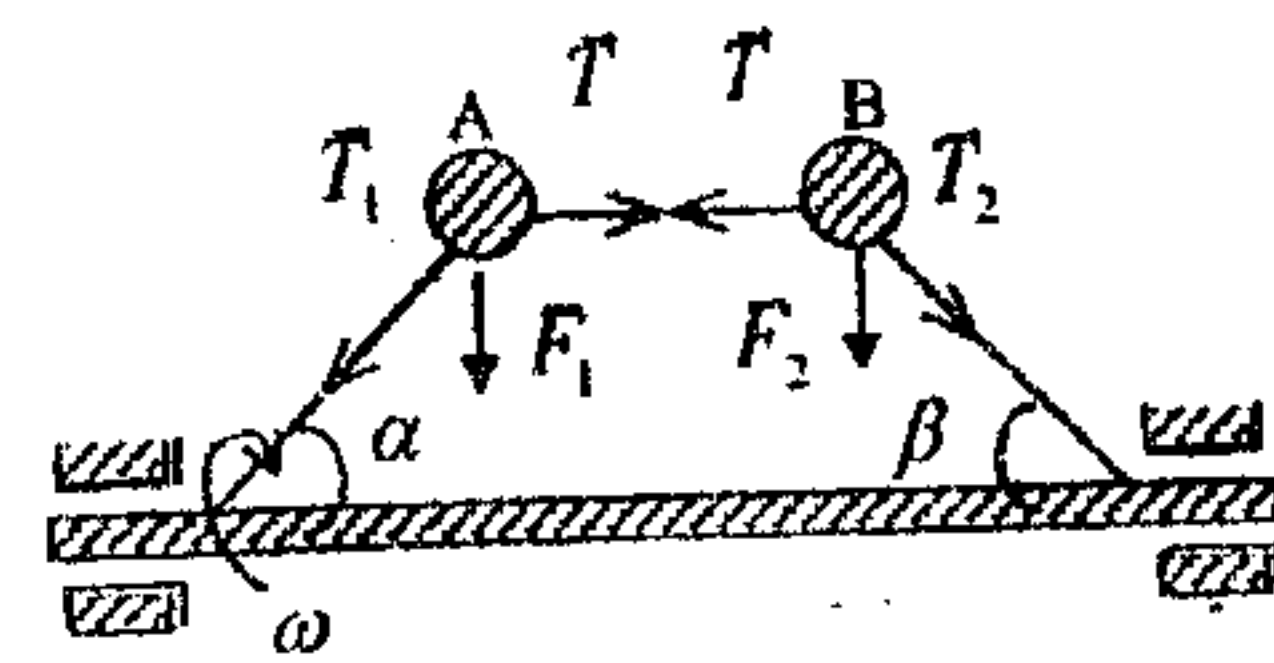
Энергияның сақталу заңынан $mgR = \frac{mv^2}{2} + mgR \cos \alpha \quad (3).$

Суреттегі үшбұрыштан $h = R \cos \alpha \quad (4).$ және (3)-ден $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, демек $h = \frac{2}{3}R$.

Жауабы: $h = \frac{2}{3}R$.

2.3.37. A және B шарлары үш жіп көмегімен көкжиек бағытында айналатын білекке бекітілген (30-сурет). AB жібі білек өсіне параллел және $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Егер A шарының массасы $m_1 = 20\text{г}$ болса, B шарының массасы неге тең? Шарикке әсер ететін ауырлық күші ескерілмесін.

Берілгені: $m_1 = 20\text{г}$
 $\alpha = 45^\circ$
 $\beta = 60^\circ$
 $m_2 = ?$
Шешуі: $20\text{г} = 0,02\text{кг}$.
Егер шариктерге әсер ететін ауырлық күштерін ескермесек, онда A шарына T және



30-сурет

T_1 , ал B шарына T және T_2 күштері әсер

етеді де, ояардың теңәсерлі күштері F_1 және F_2 шариктерге центрге тартқыш үдеу береді (шариктер тік жазықтықта, шеңбер бойымен қозғалады. Сонда A шаригі үшін: $T = F_1 \operatorname{ctg} \alpha$, ал B шаригі үшін $T = F_2 \operatorname{ctg} \beta$. Осыдан $F_1 \operatorname{ctg} \alpha = F_2 \operatorname{ctg} \beta$. Екінші жағынан $F_1 = m_1 \omega^2 R$ және $F_2 = m_2 \omega^2 R$, онда $m_1 \omega^2 R \operatorname{ctg} \alpha = m_2 \omega^2 R \operatorname{ctg} \beta \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta} = \frac{0,02\text{кг} \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ}{\operatorname{ctg} 60^\circ} \approx 0,035\text{кг}$.

Жауабы: $m_2 \approx 0,035\text{кг}$.

2.3.38 Қисықтық радиусы $R = 100\text{м}$ айналма жолда автомобиль бұрылады. Автомобилдің ауырлық центрі жерден $h = 1\text{м}$ биіктікте болғанда артқы доңғалақтарының арақашықтығы $a = 1,5\text{м}$ болса, оның аударылып кететін жылдамдық мәнін табындар. Автомобил сырғымайды деп есептеңдер.

Берілгені: $R = 100\text{м}$
 $h = 1\text{м}$
 $a = 1,5\text{м}$
 $v = ?$
Шешуі: Бұрылыстағы автомобиль доңғалақтарына жол тарапынан әсер ететін күштер түрліше бөлінеді. Негізінен күштердің сыртқы доңғалақтарға әсері көп болады (31-сурет). Автомобилге бұрылыста әсер ететін күштер:

N — реакция күші ($N = mg$, өйткені автомобиль тік бағытта үдеу алмайды); $F_{\text{үлк}} — үйкеліс күші $\left(F_{\text{үлк}} = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R}\right)$. Осы күш$

автомобилге центрге тартқыш үдеу береді. Егер осы екі күштің теңәсерлі күші F бағыты автомобильдің ауырлық центрінен (O) төмен өтетін болса, онда автомобиль аударылып кетеді.

Демек, аударылудың ең аз жылдамдығы, күштің бағыты центр арқылы өтуіне сәйкес

келеді, сонда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{a}$ және

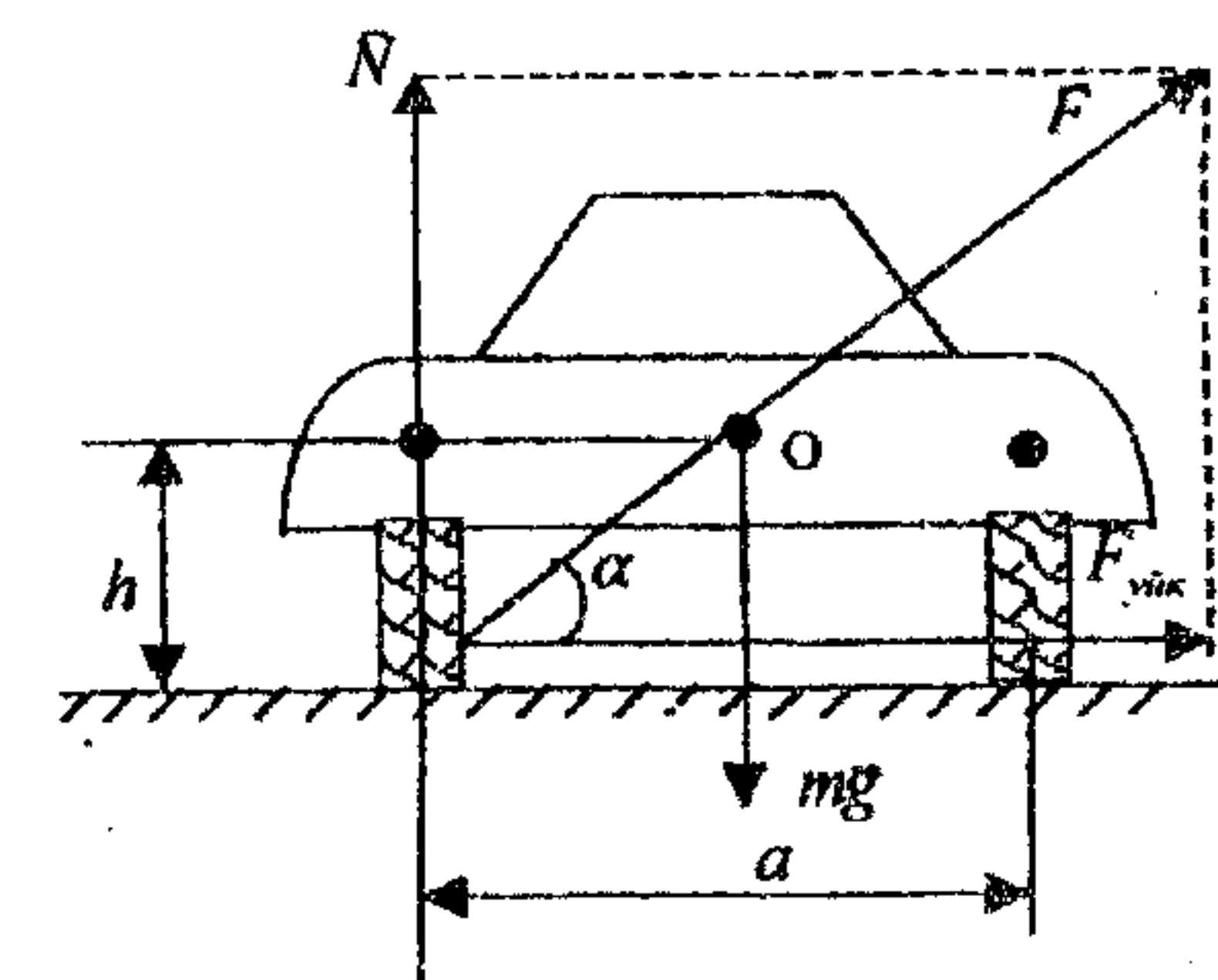
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{N}{F_{\text{үлк}}}$$

Осы екі теңдіктен

$$\frac{2h}{a} = \frac{Rmg}{mv^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gRa}{2h}}$$

$$v = \sqrt{\frac{9,8\text{м/с}^2 \cdot 100\text{м} \cdot 1,5\text{м}}{2 \cdot 1\text{м}}} \approx 26,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Жауабы: $v \approx 26,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



31-сурет

2.3.39. Сүттен қаймақты бөлетін бірлік көлемге сәйкес күшті есептеп табыңдар. Сүт тығыздығы $\rho_c = 1,03 \text{ г/см}^3$, ал қаймақ тығыздығы $\rho_{\text{к}} = 0,93 \text{ г/см}^3$. Екі жағдайды қарастырыңдар: а) ыдыс тыныш тұрғанда; ә) сеператор өсінен 10 см қашықтықта сүт 6000 айн/мин жылдамдықпен айналғанда.

Берілгені:

$$\rho_c = 1,03 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_{\text{к}} = 0,93 \text{ г/см}^3$$

$$n = 6000 \text{ айн/мин}$$

$$r = 10 \text{ см}$$

$$\text{Шешуі: } 1,03 \text{ г/см}^3 = 1030 \text{ кг/м}^3; 0,93 \text{ г/см}^3 = 930 \text{ кг/м}^3;$$

$$6000 \text{ айн/мин} = 100 \text{ айн/с}; 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}.$$

а) Тыныш тұрған ыдыста сүттен қаймақты бөлетін күш Архимед күші, сонда $F_1 = (\rho_c - \rho_{\text{к}})g$ (1).

ә) Айналмалы қозғалысқа түскен бірдей V көлемді сүтпен қаймаққа центрден тепкіш F_1 және F_2

а) F_1 - ?; ә) F_2 - ?.

күштері әсер етеді. Мұндағы F_1 - сүтке, F_2 - қаймаққа әсер ететін күштер. Демек, $F_1 = m_1 \omega^2 r = \rho_c V \omega^2 r$ және $F_2 = \rho_{\text{к}} V \omega^2 r$. Осы екі күштің айырымы қаймақты сүттен бөлетін күш болып табылады. $F = F_1 - F_2 = \omega^2 r V (\rho_c - \rho_{\text{к}})$.

Ал, бірлік көлемге әсер ететін күш $F_1 = \omega^2 r (\rho_c - \rho_{\text{к}})$ немесе

$$F_1 = 4\pi^2 n^2 r (\rho_c - \rho_{\text{к}}) \quad (2).$$

$$F_1 = (1030 \text{ кг/м}^3 - 930 \text{ кг/м}^3) \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 980 \text{ Н/м}^3.$$

$$F_2 = 4(3,14)^2 \cdot \left(100 \frac{1}{\text{с}}\right)^2 \cdot 0,1 (1030 \text{ кг/м}^3 - 930 \text{ кг/м}^3) = 3940000 \text{ Н/м}^3$$

$$\text{Жауабы: } F_1 = 9,8 \cdot 10^2 \text{ Н/м}^3; F_2 = 3,94 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^3.$$

2.3.40 Екі бірдей A және B шарлары түтік арқылы өткізілген жіптің ұшына бекітілген (32-сурет). B шары түтік өсінен 20 см қашықтықта көкжиек жазықтығында айналады. A шары тепе-теңдікте тұруы үшін B шарды қандай бұрыштық жылдамдықпен айналдыру керек?

Берілгені:

$$r = 20 \text{ см}$$

ω - ?

Шешуі: $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}.$

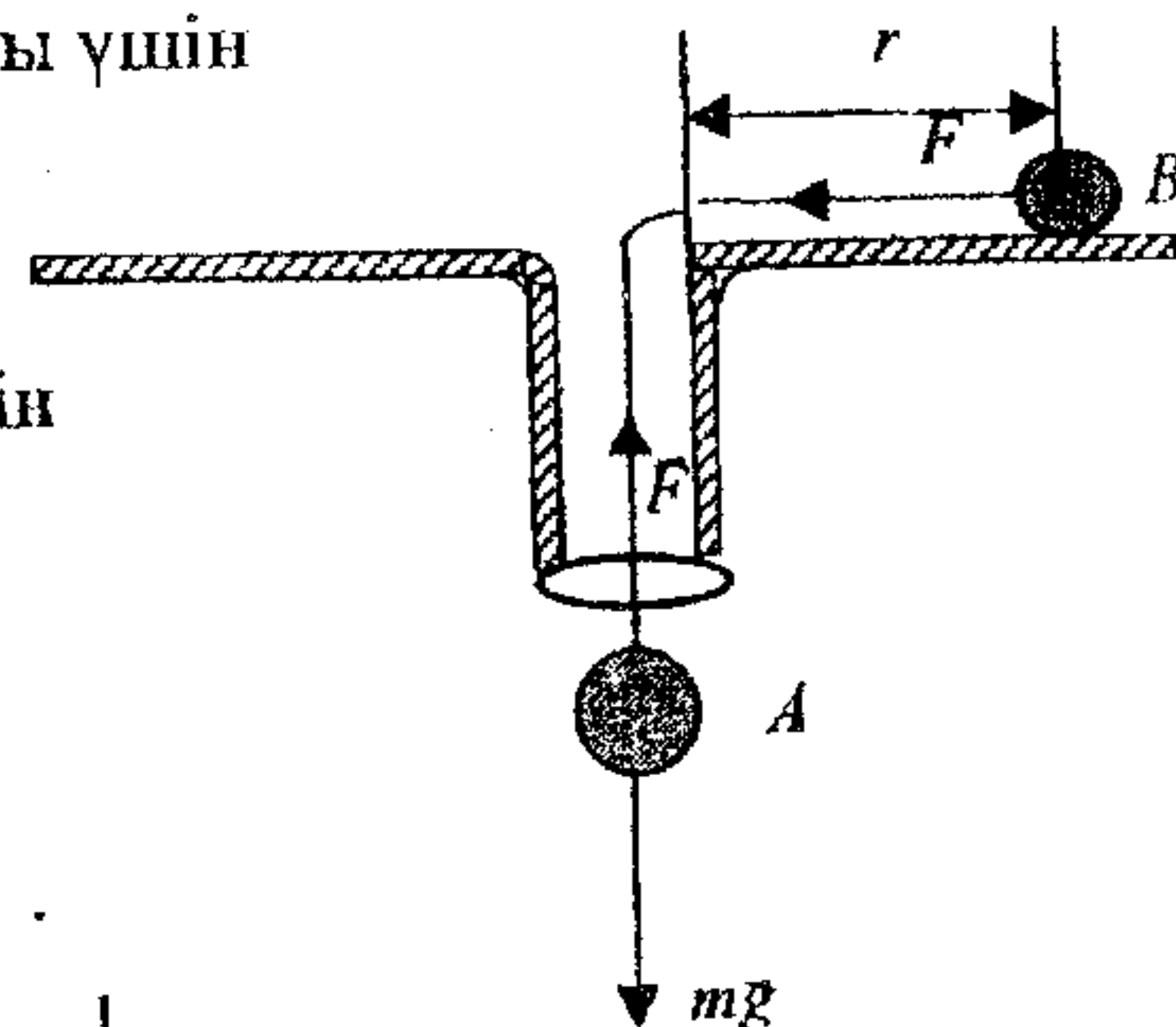
A шары тепе-теңдікте болуы үшін оған әсер ететін күштердің геометриялық қосындысы нөлге тең болуы керек.

$mg = F$, мұндағы F - B шарына әсер ететін центрге тартқыш күш, демек $F = m\omega^2 r$.

$$\text{Онда } mg = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}}.$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9,8 \text{ м/с}^2}{0,2 \text{ м}}} \approx 7 \frac{1}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } \omega \approx 7 \frac{1}{\text{с}}.$$



32-сурет

2.3.41 Трамвай жүретін жол рельстері онша жылтыр болмауы керек, әйтпесе оның доңғалақтары қозғаларда туралап қалады. Дегенмен бұрылыстағы сыртқы тармақ рельстерін майлайды. Осының себебін түсіндіріңдер.

Жауабы: Бұрылыста трамвай доңғалақтарының сыртқысы ішкісіне салыстырғанда ұзақ жол жүреді, сондықтан рельс тарапынан болатын үйкеліс күшін кеміту үшін оны майлайды.

2.3.42 Тегіс жолмен дөңгеленіп түзу бара жатқан құрсау тоқтар кезінде бағытын өзгертпін құлайды. Неге?

Жауабы: Дөңгеленіп бара жатқан құрсау тік бағыттан сәл еңкейгенде центрге тартқыш күш пайда болады, осының әсерінен ол бағытын өзгертеді.

2.3.43 Неге центрге тартқыш күшпен центрден тепкіш күш бірін-бірі теңгермейді?

Жауабы: Өйткені екі күш түрлі денеге әсер етеді. Ал бір денеге ғана әсер еткен, шамалары тең бағыты қарама-қарсы күштер бірін-бірі теңгере алады.

2.3.44 Өз өсінен айналатын, ішінде суы бар стаканға батпайтын жеңіл шарик тасталды (33-сурет). Айналу кезінде шар су бетінің қай жерінде тоқтап қалар еді?

Шешуі: Шарик суға батпайтын болғандықтан, шар материалының тығыздығы су тығыздығынан кем яғни

$$\rho_{\text{ш}} < \rho_{\text{с}}$$

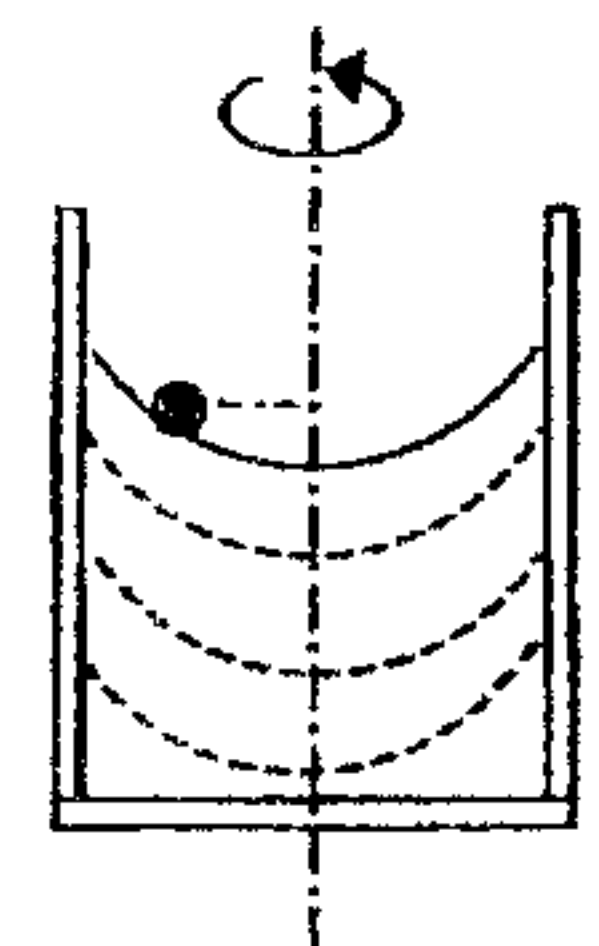
Шар айналыс өсінен R қашықтықта тасталсын дейік. Егер шар тығыздығы су тығыздығына тең болса, онда ол тасталған нүктеде тұрып қалар еді, өйткені мұндай шарға әсер ететін центрге тартқыш күш ауырлық күшімен оны қоршаған су тарапынан болатын қысым күшінің қорытқы күші болып табылады, сонда $F = m_{\text{ш}} a_{\text{ш}} = \rho_{\text{с}} V a_{\text{ш}}$ (1).

Екінші жағынан $F = m_{\text{ш}} a_{\text{ш}} = \rho_{\text{ш}} V \omega^2 R$ (2).

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } a_{\text{ш}} = \frac{\rho_{\text{с}} V \omega^2 R}{\rho_{\text{ш}} V} = \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{ш}}} \omega^2 R$$

$\rho_{\text{ш}} < \rho_{\text{с}}$ болғандықтан $a_{\text{ш}} > a_{\text{с}}$, демек шарик сумен ілесіп шеңбер бойымен қозғалмайды да, стакан центріне қарай ығысады, сөйтіп шарик тепе-теңдігі оның айналыс центріне келгенде орнайды.

Жауабы: Тасталған шар стаканның айналыс өсіне келіп тоқтайды.

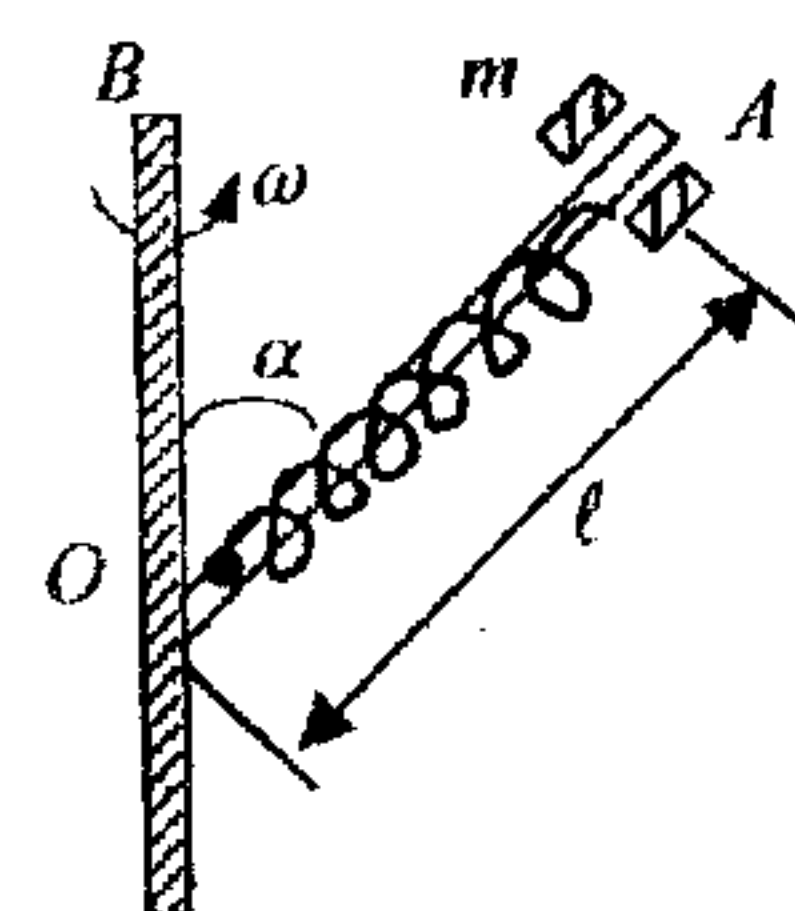


33-сурет

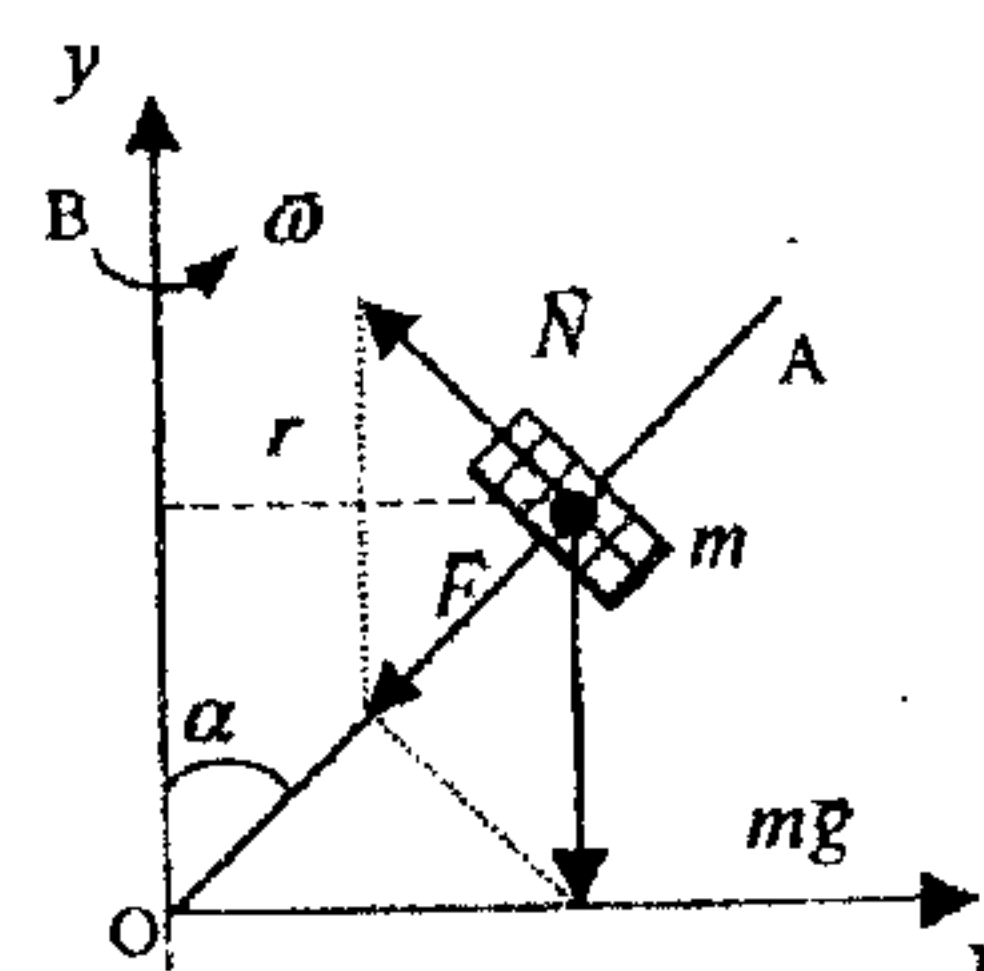
2.3.45. OA шыбықшасы OB өсіне салыстырғанда ω бұрыштық жылдамдықпен айналады (34-сурет). Шыбықшамен өс арасындағы серіппе бұрышы α . O нүктесіне серіппе арқылы бекітілген m массалы қысқыш шыбықша бойымен үйкеліссіз сырғиды.

Егер серішпенің деформацияланбаған кезіндегі ұзындығы ℓ_0 , қатаңдығы k болса, айналу кезіндегі қысқыштың ℓ орнын табындар.

Берілгені: $\omega, \alpha, m, \ell_0, k$.
Шешуі: Қысқышқа әсер ететін күштер 35-суретте көрсетілген.
Олар: $-$ серішпенің серпінділік күші, mg - ауырлық күші;



34-сурет



35-сурет

N - реакция күші. Қысқыш көкжиек жазықтығында шеңбер бойымен қозғалғандықтан, оған осы бағытта центрге тартқыш күш әсер етеді және ол жоғарыда аталған күштердің тең әсерлі күшіне тең, яғни $F_{\text{ц.т.}} = F + mg + N$.

Өстер бойынша проекцияларын жазатын болсақ:

$$\begin{cases} N \sin \alpha - mg - F \cos \alpha = 0 & (Oy \text{ өсінде}) \\ ma = F \sin \alpha + N \cos \alpha & (Ox \text{ өсінде}). \end{cases}$$

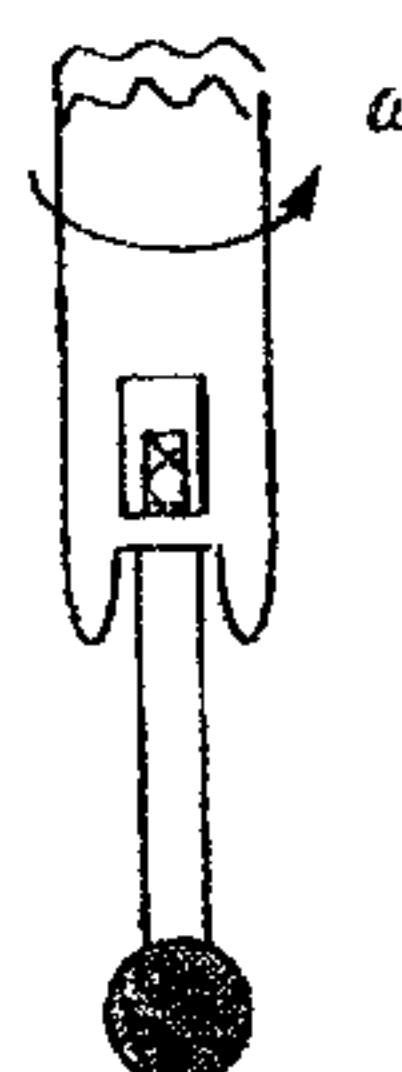
Ал, $F = k(\ell - \ell_0)$, $a = \omega^2 r$ және $r = \ell \sin \alpha$

екендігін ескерсек онда,
$$\begin{cases} N \sin \alpha = mg + k(\ell - \ell_0) \cos \alpha \\ m\omega^2 \ell \sin \alpha = k(\ell - \ell_0) \sin \alpha + N \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \ell = \frac{k\ell_0 - mg \cos \alpha}{k - m\omega^2 \sin^2 \alpha}$$

Жауабы: $\ell = \frac{k\ell_0 - mg \cos \alpha}{k - m\omega^2 \sin^2 \alpha}$.

(*) 2.3.46 Тік білектің төменгі ұшына көкжиек бағыттағы өс арқылы салмақсыз шыбықша бекітілген (36-сурет). Ұзындығы $\ell = 1\text{ м}$ осы шыбықшаның екінші ұшына $m = 10\text{ кг}$ жүк ілінген. Егер білек $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ бұрыштық жылдамдықпен айналатын болса, онда шыбықшаның керілу күші табындар. Бұрыштық жылдамдық $\omega_2 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ -қа артса керілу күші қалай өзгереді?

Берілгені: $\ell = 1\text{ м}$, $m = 10\text{ кг}$, $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $\omega_2 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.
Шешуі: Білек айналған кезде жүк тік қалпында қалса, шыбықшаның керілу күші өзгермейді және mg - ауырлық күшіне тең болады, яғни $T = mg$ (37-сурет, а-қалпы). Егер жүк тепе-теңдік күйінен α бұрышына ауытқыса, онда $m\omega^2 \ell \sin \alpha = mgl \sin \alpha$ (37-сурет, ә-қалпы)



36-сурет

немесе $m\omega^2 \ell \sin \alpha = mg \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 \ell} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \alpha}}$.

$\cos \alpha \leq 1$ болғандықтан $\omega_0 > \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ шарты орындалғанда ғана жүк тепе-теңдік қалпынан ауытқиды, ендеше $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{9,8\text{ м/с}^2}{1\text{ м}}} \approx 3,14 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Демек, ω_1, ω_2 , онда $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ болғанда

тік қалыпта болады, ал $\omega_2 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

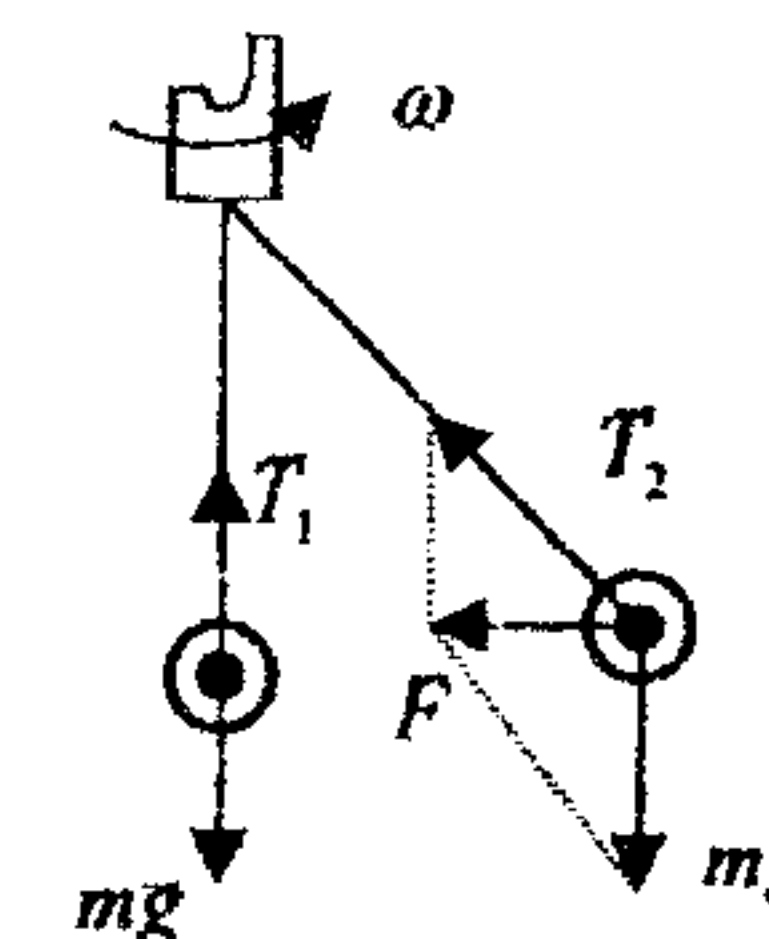
жағдайында жүк тепе-теңдік қалпынан ауытқиды, себебі $\omega_2 > \omega_0$.

$T_1 = mg = 10\text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = 98\text{ Н}$.

$T_2 = \frac{mg}{\cos \alpha}$, ал $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 \ell}$, онда $T_2 = m\omega^2 \ell$.

$T_2 = 10\text{ кг} \cdot \left(4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 1\text{ м} = 160\text{ Н}$.

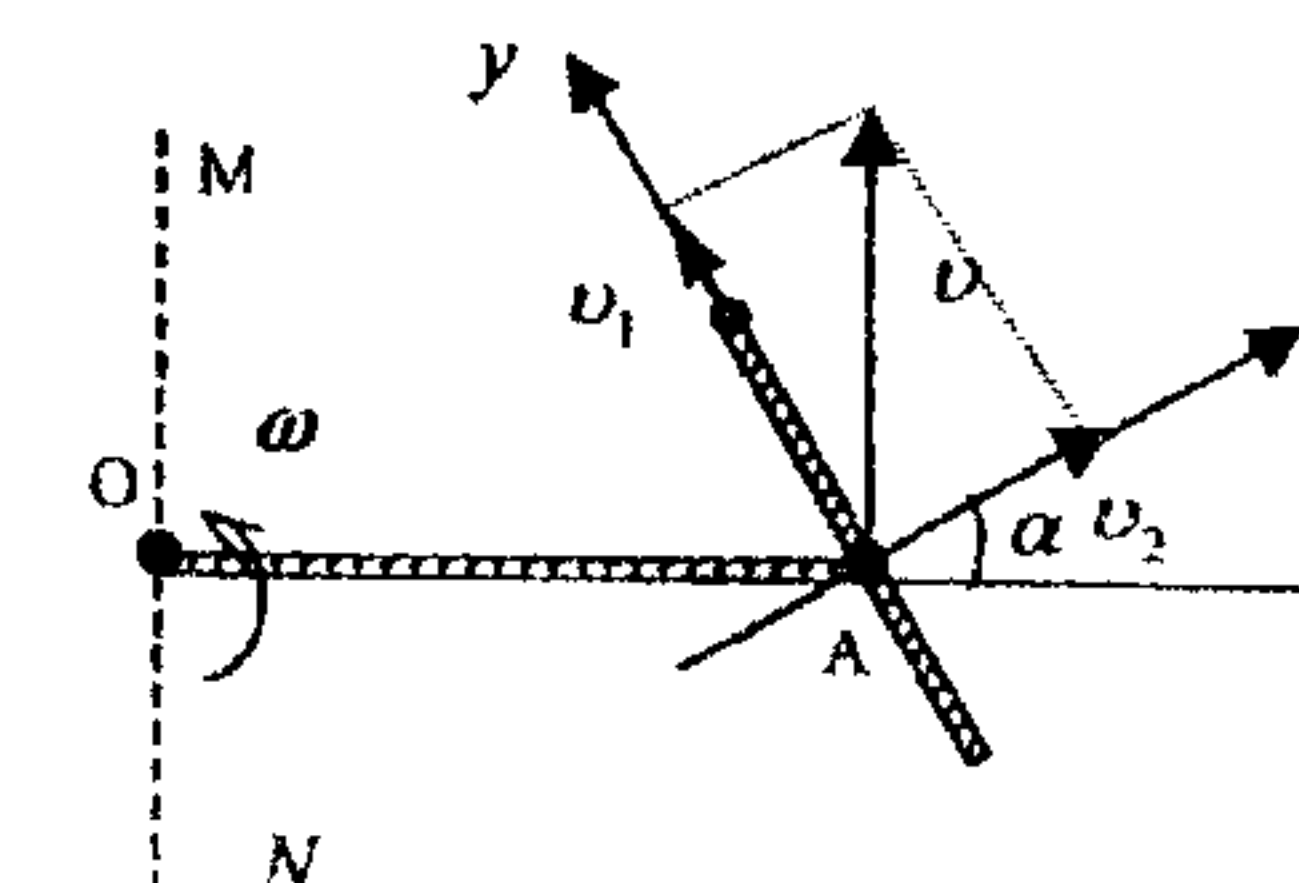
Жауабы: $T_1 = 98\text{ Н}$; $T_2 = 160\text{ Н}$.



а) б) 37-сурет

(*) 2.3.47 Көкжиек жазықтығында жатқан ұзындығы ℓ ОА шыбықшасы тік MN өсінің бойымен айналады (38-сурет). Шыбықшаның екінші ұшына радиусы r дөңгелек кигізілген. Дөңгелек өсі көкжиек жазықтығында жатыр және ол ОА шыбықшасымен α бұрыш жасайды. Дөңгелек өстен үйкеліссіз айналып жер бетімен домалайды. Беттік үйкеліс өте үлкен болса, шыбықша бір айналым жасағанда дөңгелек қанша айналым жасайды?

Берілгені: ℓ, r, α .
Шешуі: ω_1 - шыбықшаның, ал ω_2 - дөңгелектің бұрыштық жылдамдықтары болсын.
 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ - ?
Егер шыбықша ω_1 жылдам-



38-сурет

дықпен айналса, онда А нүктесіне салыстырғанда Жер беті MN өсіне салыстырғанда ω_1 жылдамдықпен айналады деп қарастыруға болады. Дөңгелек тиісетін нүктеге салыстырғанда Жер бетінің сызықтық жылдамдығы v болсын. Оның модулі $v = \omega_1 \ell$ (1), ал бағыты ОА өсіне перпендикуляр бағытталған. Сонда оның дөңгелек өсіне салыстырғандағы v_2 жылдамдығы $v_2 = v \cos \alpha$ (үйкеліс өте көп болғандықтан). Демек, дөңгелектің бұрыштық

жылдамдығы $\omega_2 = \frac{v_2}{r} = \frac{v \cos \alpha}{r}$ (2). (1) және (2)-ден $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\ell \cos \alpha}{r}$.

Жауабы: $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\ell \cos \alpha}{r}$.

(*) 2.3.48 Бір саусақпен қандай таяқты тік бағытта ұстап тұру оңай: ұзынын ба әлде қысқасын?

Шешуі: Тік бағытта тұрған таяқ тепе-теңдік қалпынан ауытқығанда, ол қайтадан тепе-теңдік қалыпта болатындай саусақты тез ығыстырып үлгеру керек. Ал ұзын таяқ қысқа таяққа қарағанда баяу ауытқиды, өйткені оның ауырлық центрі біршама жоғарыда жатады, демек ұзын таяқты ұстап тұру оңай. Осының дұрыс екендігін дәлелдейік. Таяқша α бұрышына ауытқысын (39-сурет). O – таяқшаның ауырлық центрі болсын. Таяқша α бұрышына ауытқыса, оның ауырлық центрі h биіктікке төмен түсіп O' нүктесіне келеді, сонда $h = \ell(1 - \cos \alpha)$ (1).

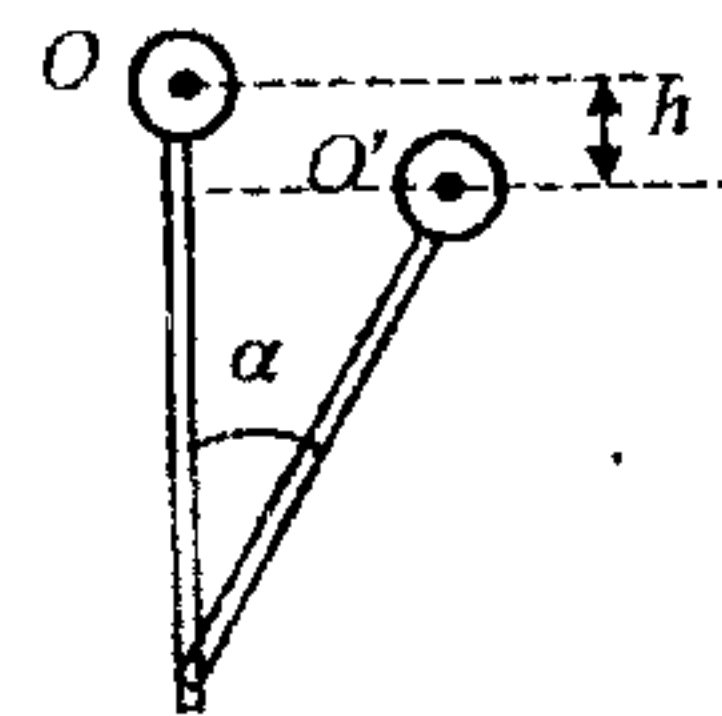
Энергияның сақталу заңынан $E_1 = E_2$,

яғни $\frac{mv^2}{2} = mgh$ немесе $\frac{mv^2}{2} = mg\ell(1 - \cos \alpha)$

Ал $\omega = \frac{v}{\ell}$ екендігін ескерсек $\omega = \sqrt{\frac{2g(1 - \cos \alpha)}{\ell}}$ (2).

(2)-ден $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{\ell}}$ немесе $T \sim \sqrt{\ell}$, мұндағы T – таяқтың айналу периоды.

Демек, таяқтың айналу периоды таяқша ұзындығының квадрат түбіріне пропорционал.



39-сурет

Қосымша есептер

2.3.49 Жер бетінен 5000 м биіктікте ұшырылған серіктің жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v \approx 7,89 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

2.3.50 Поез радиусы 600 м айналма жолмен жүріп келеді. Поездің жылдамдығы қандай болғанда, маятник өзінің тік қалпынан 4° -қа ауытқиды?

Жауабы: $v = 20 \text{ м/с}$.

2.3.51 Реактивті қозғалтқышты ұшақ 400 м/с жылдамдықпен ұшады. Ұшақтың өз салмағынан бес есе асқан салмаққа шыдас береді деп есептеп, ұшақтың тік жазықтықта қозғала алатын шеңбер радиусын табу керек.

Жауабы: $R = \frac{v^2}{4g} \approx 4000 \text{ (м)}$.

2.3.52 Сырғанақ тебуші қисықтық радиусі R бұрылыста v жылдамдықпен қозғалады. Ол тепе-теңдігін сақтау үшін, көкжиек бағытына қандай бұрышпен қисаюуы керек?

Жауабы: $\alpha = \arcsin\left(\frac{Rg}{v^2}\right)$.

2.3.53 Ұзындығы 50 см жіпке байланған шарик көкжиек жазықтығында бірқалыпты айналады. Егер жіптің беріктік шегі $9mg$ болса, айналу жиілігі қандай болғанда жіп үзіліп кетеді?

Жауабы: $n \approx 2,1 \frac{1}{\text{с}}$.

2.3.54 Автомобил доңғалағының камерасы ішінде кішкене дене бар. Доңғалақ радиусы $R = 0,4 \text{ м}$. Автомобилдің қандай ең аз v жылдамдығында ол дене доңғалақпен бірге айналады?

Жауабы: $v = \sqrt{Rg} \approx 2 \text{ (м/с)}$.

2.3.55 Радиусы $R = 10 \text{ м}$ табақша тұғыр көкжиек жазықтығында $n = 2 \text{ айн/мин}$ жиілікпен өз өсінен айналады. Тұғыр қабырғасымен оған салыстырғанда $v = 30 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен мотоциклетші қарама-қарсы бағытта қозғалады. Қабырғамен мотоцикл доңғалағы арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда мотоциклетші тұғыр қабырғасынан түсіп кетпейтін болады?

Жауабы: $\mu \geq \frac{(v - 2\pi R)^2}{gR} = 0,4$.

2.3.56 Жіпке салмағы P жүк ілінген. Егер жүкті $\alpha = 90^\circ$ ауытқытып қайта жіберсек, ол тепе-теңдік қалыптан өткенде жіптің керілу күші қандай болады?

Жауабы: $T = 3P$.

2.3.57 Ұзындығы $\ell = 50 \text{ см}$ жіпке байланған массасы $m = 50 \text{ г}$ тас көкжиек жазықтығында айналады. Шеңбердің ең төменгі нүктесіндегі жіптің керілу күші $T = 44 \text{ Н}$. Жылдамдық тік бағытталған кезде жіп үзілетін болса, тас ең көп дегенде қандай биіктікке көтерілер еді?

Жауабы: $h = 2 \text{ м}$.

2.3.58 Радиусы R жұқа құрсау көкжиек жазықтығында ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Егер үйкеліс коэффициенті μ болса, құрсау қанша уақыттан кейін тоқтайды? Ол тоқтағанға дейін қанша айналым жасар еді?

Жауабы: $t = \frac{\omega R}{\mu g}$; $n = \frac{\omega^2 R}{4\pi \mu g}$.

2.3.59 Ұшу биіктігінің артуына байланысты Жер серігінің жылдамдығы $7,79 \text{ км/с}$ - тен $7,36 \text{ км/с}$ - ке дейін кемиді. Серіктің айналу

периоды ΔT қаншаға өзгергенін және оның Жер бетінен қаншаға алыстағанын (Δh) есептеп табындар.

Жауабы: $\Delta T \approx 10^2 c$; $\Delta h \approx 7,8 \cdot 10^4 m$.

2.3.60 Жер өз осін толық бір айналғанда оның серігі 16 айналым жасайды. Серік орбитасын дөңгелек деп есептеп оның айналу периодын, жылдамдығын және Жер бетінен қашықтығын анықтаңдар.

Жауабы: $T = 5,4 \cdot 10^3 c$; $v \approx 7,7 \cdot 10^3 m/c$; $h \approx 2,7 \cdot 10^5 m$.

2.3.61 $108 km/cag$ жылдамдықпен қозғалып келе жатқан автомашина радиусы $50 m$ бұрылыс жасауы тиіс. Егер автомашина доңғалағымен жол арасындағы үйкеліс күші $4000 H$, автомашина массасы $1000 kg$ болса, жылдамдықты кемітпей-ақ қауіпсіз бұрылуға бола ма? Осы қауіпсіз бұрылу жылдамдығын табындар.

Жауабы: $v_{max} = 50 km/cag$.

2.3.62 Дене ұзындығы ℓ -ге тең жіпке байланған. Енді жіпті көкжиекпен α -бұрышын жасайтын конус сызатындай етіп айналдырады. Дененің бұрыштық жылдамдығын табындар.

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \alpha}}$.

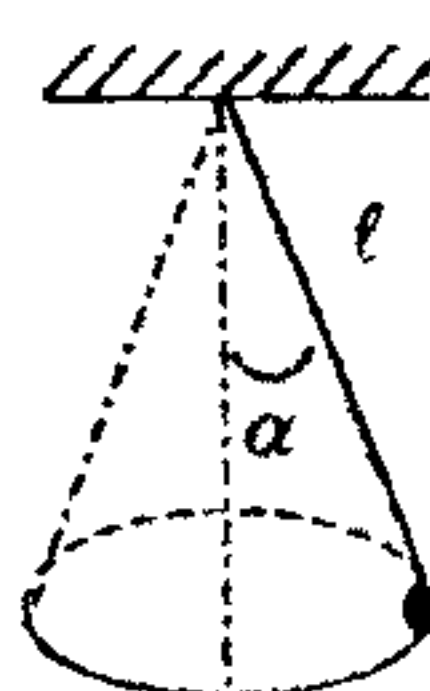
2.3.63 Көкжиек жазықтығында айналып тұрған үстелдің центрінен $0,5 m$ қашықтықта массасы $1 kg$ жүк жатыр. Жүкпен үстел бетінің үйкеліс коэффициенті $0,25$. Егер үстел $12 aйн/мин$ жылдамдықпен айналатын болса, онда жүкті ұстап тұратын үйкеліс күшін анықтаңдар. Үстел қандай жылдамдықпен айналғанда жүк оның бетінен сырғи бастайды?

Жауабы: $F_{\text{н}} \approx 2,45 H$; $\omega_1 \approx 4,4 aйн/c$.

2.3.64 Массасы $1100 kg$ автобус радиусы $40 m$ дөңес көпір үстінде келе жатыр. Көпірдің ең жоғарғы нүктесіндегі автобустың жылдамдығы $50,4 km/cag$, үйкеліс коэффициенті $0,6$. Автобустың сол нүктедегі ең үлкен үдеуін және қысым күшін табындар.

Жауабы: $a = 2,94 m/c^2$; $F = 5390 H$.

2.3.65 40-суретте жіпке байланған конустық маятник кескінделген. Шар массасы $m = 100 g$, жіп ұзындығы $\ell = 40 cm$, ал тік бағыттап ауытқу бұрышы $\alpha = 60^\circ$. Шардың бұрыштық жылдамдығын және жіптің керілу күшін табындар.



40-сурет

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \alpha}} \approx 7 (rad/c)$; $T = \frac{mg}{\cos \alpha} \approx 2 (H)$.

2.3.66 Көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазықтық бойымен сырғанамай түсіп келе жатқан m массалы біртекті шар центрінің үдеуін табындар. Шардың бетпен үйкеліс күші қандай?

Жауабы: $a = \frac{5}{7} g \sin \alpha$; $F_{\text{тр}} = \frac{2}{7} mg \sin \alpha$.

2.3.67 Ұзындығы ℓ жіпке байланған шарик көкжиек жазықтығында шеңбер бойымен айналады. Жіп тік бағытпен α бұрыш жасайды. Егер, жіп $a < g$ үдеумен төмен түсіп келе жатқан үйшік ішінде тұрған болса, шариктің айналу периодын табындар.

Жауабы: $r = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \alpha}{g - a}}$.

2.3.68 Биіктігі $H_0 = 2R$ көлбеу жазықтықпен құлаған дене радиусы R "өлі тұзақ" жасап қозғалады. Тұзақ бетінен қандай h биіктіктен дене бөлініп түседі? Дене тұзақтан бөлінбеуі үшін, ол қандай ең аз биіктіктен құлауы керек?

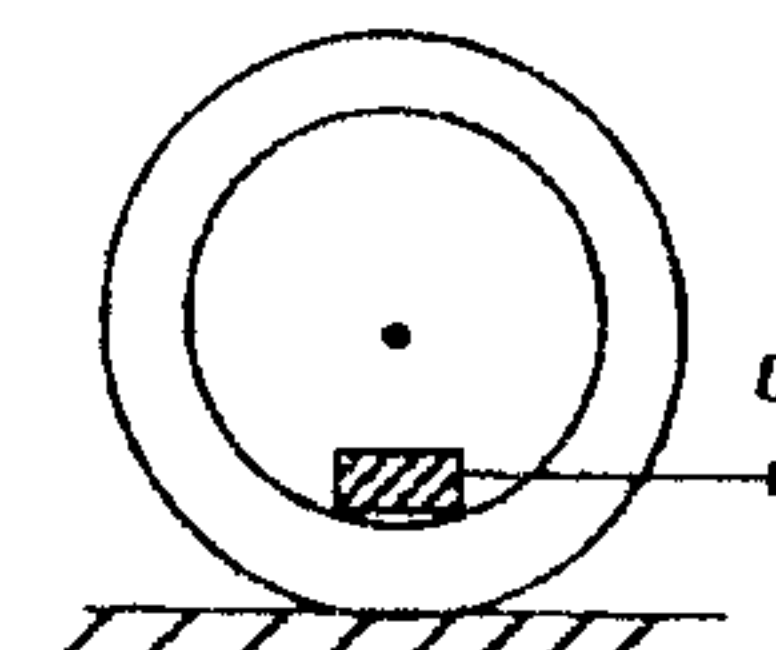
Жауабы: $h = \frac{5}{3} R$; $H_{\text{min}} = \frac{5}{2} R$.

2.3.69 Дөңгелек көкжиек жазықтығында $30 aйн/мин$ жиілікпен айналады. Дөңгелек үстінде жатқан дене одан сырғып кетпеуі үшін үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек? Дене дөңгелектің айналу осінен $20 cm$ қашықтықта жатыр.

Жауабы: $\mu \geq 0,2$

2.3.70 Радиусы $0,5 m$ тік тұрған құрсаудың төменгі нүктесінде білеуше жатыр (41-сурет). Білеушені көкжиек бағытында v жылдамдықпен соққанда, ол құрсау бойымен көтеріліп қозғалады. Құрсаудың ең жоғары нүктесінде білеушенің жылдамдығы $2 m/c$ болуы мүмкін бе?

Жауабы: Жок.



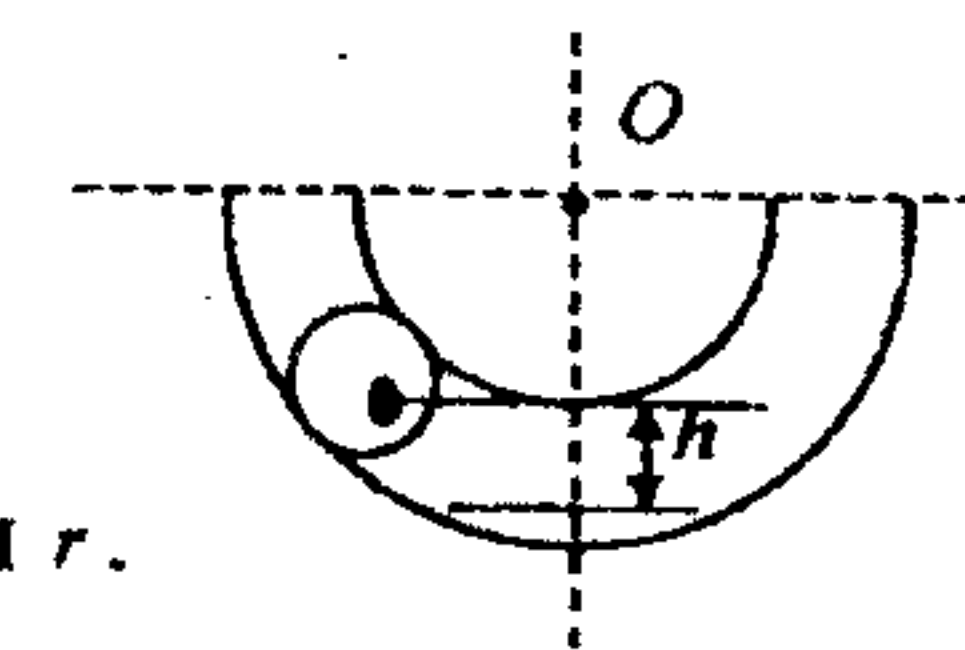
41-сурет

2.3.71 Маятникті көкжиек бағытында бұрып қайта жібереді. Қандай бұрылу бұрышында жіптің керілу күші жүктің салмағына тең болады?

Жауабы: $\alpha = \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

2.3.72 Жұқа құрсау, жартылай сфераның ішкі бетінде сырғымай дөңгелейді (42-сурет). Қандай h тереңдікте құрсаудың сфера бетіне жасайтын қысым күші оның ауырлық күшіне тең болады? Сфера радиусы R , ал құрсау радиусы r .

Жауабы: $h = \frac{R - r}{2}$.



42-сурет

2.3.73 Көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазықтықтың шеткі нүктесінде дене жатыр. Жазықтық тік өстен ω бұрыштық жылдамдықпен бірқалыпты айналады. Егер денеден айналыс өсіне дейінгі қашықтық R - ге тең болса, денені жазықтық бетінде ұстап тұруға мүмкіндік беретін μ үйкеліс коэффициентінің ең аз мәнін анықтаңдар.

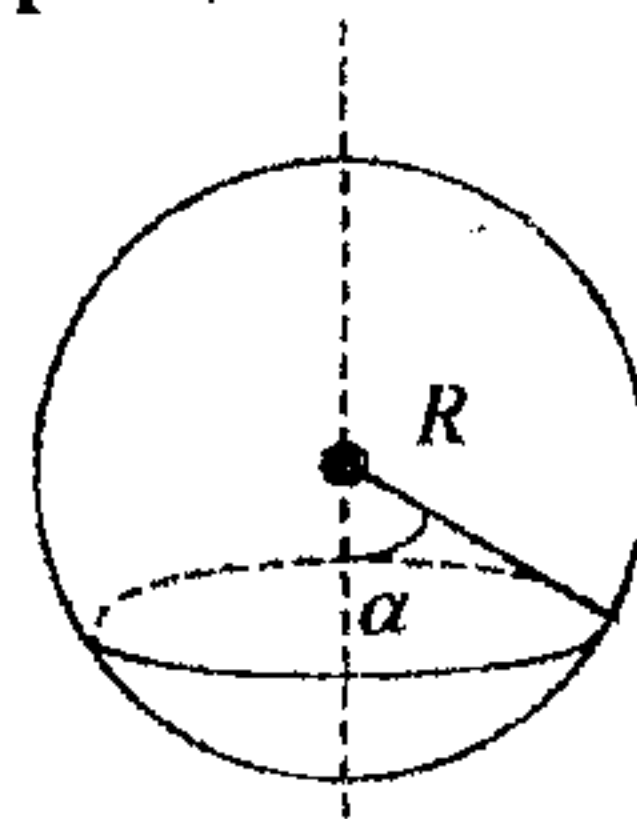
$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha}$$

2.3.74 Радиусы R сфераның табанына бір уыс құм салынған. Егер сфераны тік өстен ω бұрыштық жылдамдықпен айналдырсақ, оның ішіндегі құм қалай орналасар еді? Үйкеліс ескерілмесін.

Жауабы: Егер $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}}$ олса, онда құм сфера

табанында, ал $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$ болса, онда құм шеңбер бойымен орналасады (43-сурет).

Мұнда $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$ шартымен анықталады.



43-сурет

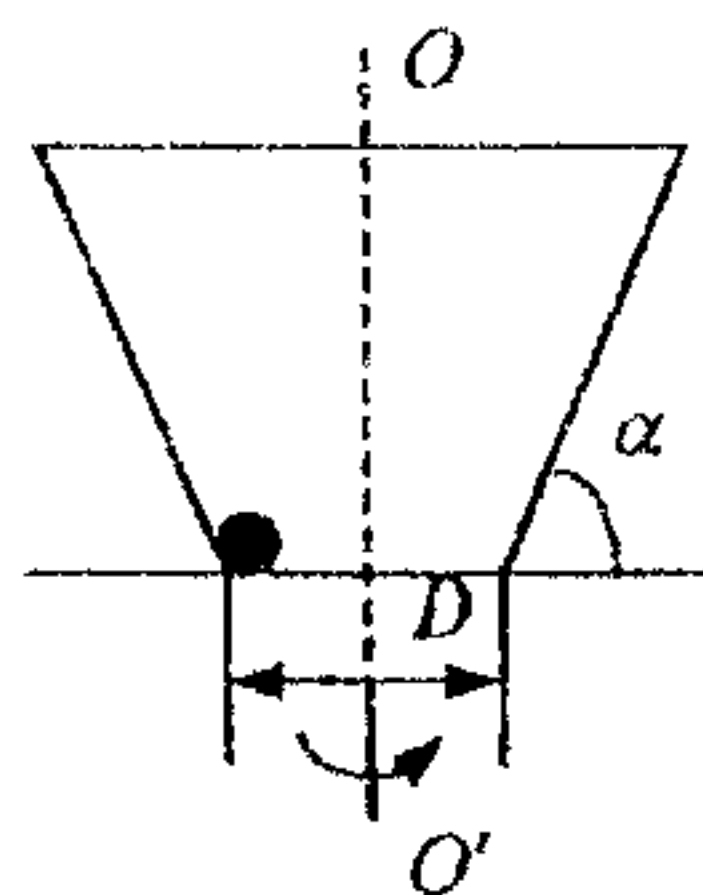
2.3.75. Көкжиек жазықтығында жатқан дөңгелек, тік өстен $n = 480 \frac{\text{айн}}{\text{мин}}$

жиілікпен айналады. Оның центріне қатаңдығы $k = 1500 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, ұзындығы $\ell_0 = 20 \text{ см}$ серіппеге байлаған массасы m шар бекітілген. Дөңгелек айналғанда серіппенің ұзындығы неге тең болады?

Жауабы: $\ell = \frac{\ell_0 k}{k - 4\pi^2 n^2 m} = 0,24(\text{м})$.

2.3.76 Қабырғасының көлбеулік бұрышы $\alpha = 60^\circ$, табан диаметрі $D = 20 \text{ см}$ қиық конус ішінді ыдыс OO' тік өстен айналады (44 - сурет). Ыдыс қандай ω бұрыштық жылдамдықпен айналғанда оның түбінде жатқан шарик ыдыстан лақтырылып шығады? Үйкелісті ескермендер.

Жауабы: $\omega > \sqrt{\frac{2g \tan \alpha}{D}} \approx 13 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$.



44-сурет

2.3.77 Массасы M сфералық қабаттың ішкі "экваторлық" бетімен m массалы шарик T уақыт ішінде толық бір айналым жасайды. Сыртқы күштер мен үйкеліс жоқ деп есептеп, шариктің сфералық бетті қандай күшпен қысатынын анықтаңдар. Сфера центрінен шарик центріне дейінгі арақашықтық a деп алыңдар.

$$\text{Жауабы: } F = \frac{4\pi^2 m M a}{(m + M) T^2}$$

2.3.78 Резина бауға бекітілген массасы m кішкене шарик көкжиек жазықтығында ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Баудың бастапқы ұзындығы ℓ_0 . Баудың керілу күші оның созылуына пропорционал және баудың ұзындығы 1 см артқанда f_0 күші пайда болады. Бау сызатын шеңбердің R радиусын, баудың T керілу күшін анықтаңдар.

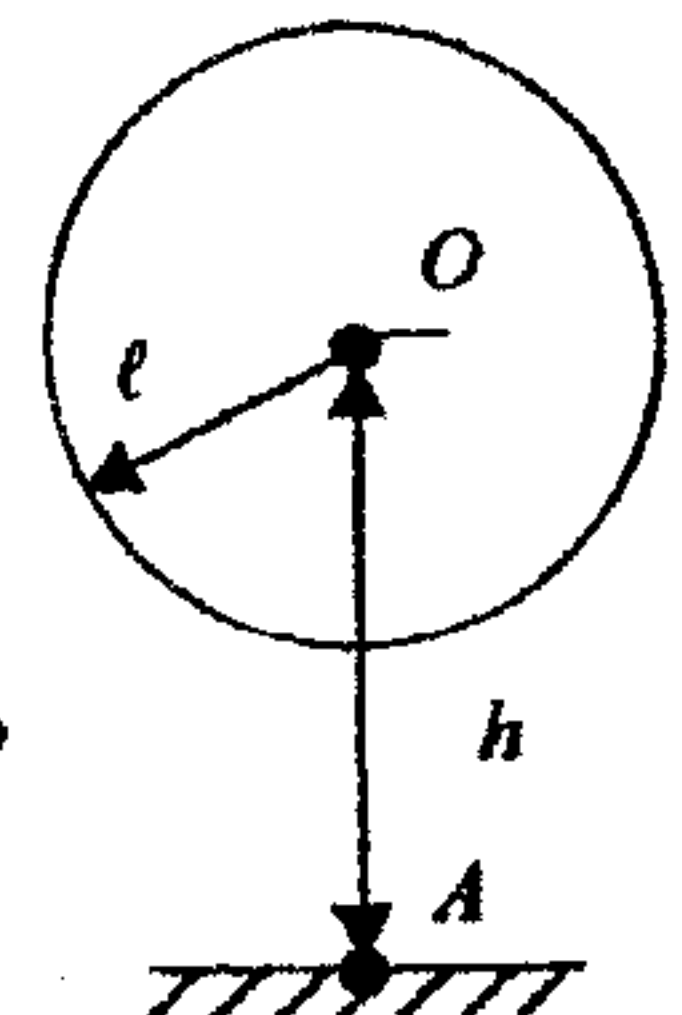
$$\text{Жауабы: } R = \frac{\ell_0 f_0}{f_0 - m \omega^2}; T = \frac{m \omega^2 f_0 \ell_0}{f_0 - m \omega^2}$$

2.3.79 Жіпке байланған массасы $m = 1 \text{ кг}$ тас көкжиек жазықтығында айналады (45 - сурет).

Жіп $F = 4 \text{ Н}$ күшке шыдайды.

O айналу өсі Жер бетінен $h = 4 \text{ м}$ қашықтықта, ал шеңбер радиусы $\ell = 1 \text{ м}$. Жіп үзілу үшін тасты қандай бұрыштық жылдамдықпен айналдыру керек? Үзілген тас A нүктесінен қандай қашықтыққа барып түседі?

$$\text{Жауабы: } \omega = \sqrt{\frac{F - mg}{m \ell}} \approx 5,4 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right); S = \ell \sqrt{\frac{2(h - \ell)(F - mg)}{mg \ell}} \approx 4,24(\text{м}).$$



45-сурет

2.3.80. Дене тұрақты бұрыштық $\varepsilon = 0,04 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ үдеумен айнала бастайды.

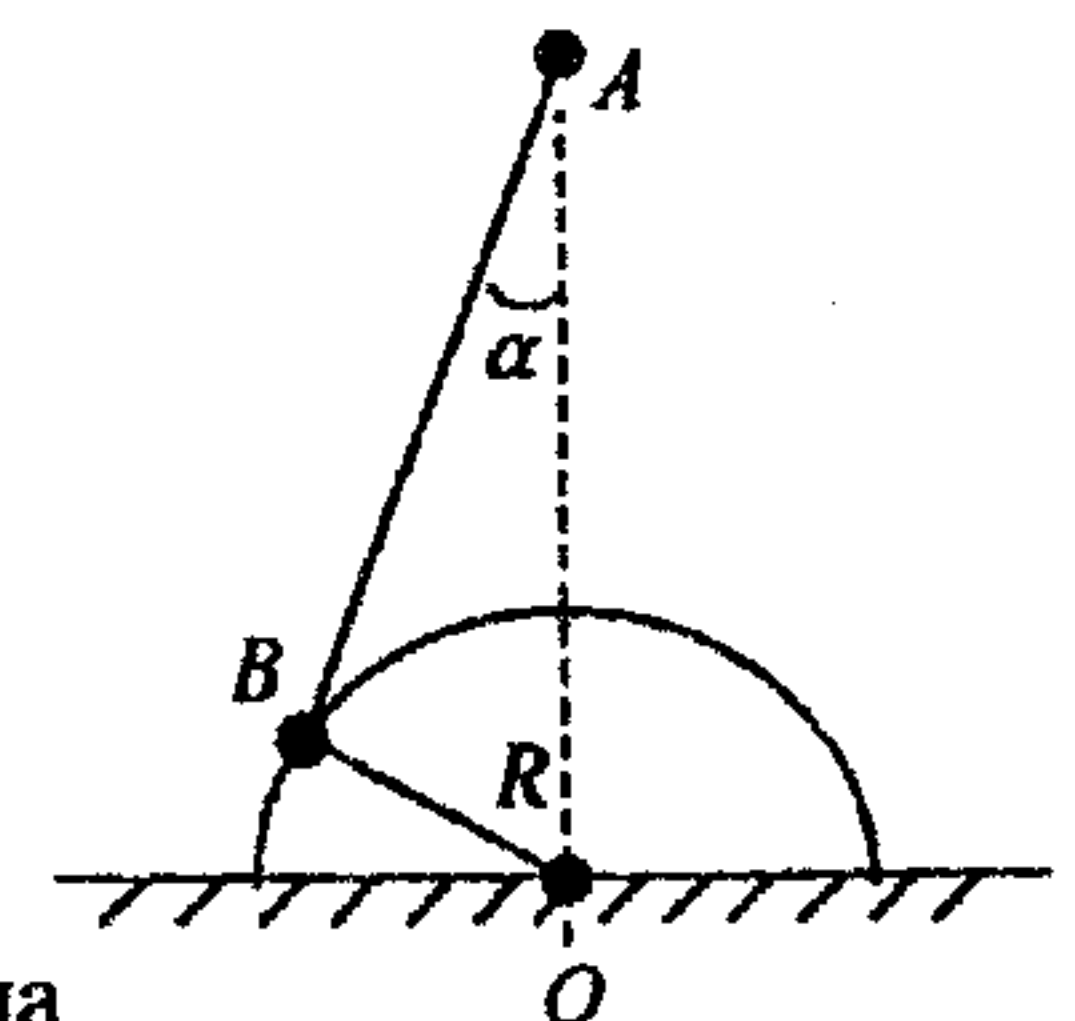
Айналыс басталғаннан қанша уақыттан кейін дененің әйтеуір бір нүктесінің толық үдеуінің бағыты осы нүктенің жылдамдық бағытымен $\beta = 76^\circ$ бұрыш жасайды.

$$\text{Жауабы: } t = \sqrt{\frac{tg \beta}{\varepsilon}} \approx 10(\text{с}).$$

2.3.81. Нүкте, радиусы $r = 20 \text{ см}$ шеңбер бойында $a_r = 5 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ үдеумен қозғалады. Қозғалыс басталғаннан қанша уақыттан кейін оның нормал үдеуі жанама үдеуге тең болады?

$$\text{Жауабы: } t = \sqrt{\frac{r}{a_r}} \approx 2(\text{с}).$$

2.3.82. Тік бағытпен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайтын жеңіл жіпке ілінген массасы $m = 100 \text{ г}$ шарик радиусы $R = 10 \text{ см}$ болатын жартысфераның жылтыр бетінде жатыр (46-сурет). $\angle ABO = 90^\circ$. Шарикке сызба жазықтығына перпендикуляр бағытта $v = 0,5 \text{ м/с}$



46-сурет

жылдамдық бергенде ол сфера бетінде шеңбер сызып қозғалады. Шарик қозғалыс кезінде сфера бетіне қандай қысым күшпен әсер етеді? Шарик жылдамдығы қандай болғанда бұл қысым нөлге тең болады?

Жауабы: $F = \frac{m(Rg \sin \alpha - v^2)}{R \cos^2 \alpha} = 0,3(H)$.

$v_0 = \sqrt{Rg \sin \alpha} \approx 0,7 \left(\frac{м}{с} \right)$.

2.3.83 Массалары $M = 9г$ және $m = 3г$ екі шарик жалпы ұзындығы $\ell = 1м$ болатын OA және OB жіптерімен тік өске бекітілген. Жүйе, тұрақты ω бұрыштық жылдамдықпен осы өсті айналатын болса, жіп ұзындықтары қандай болған кезде олардың керілу күштерінің тең болатындығын анықтаңдар. Жіп салмағы ескерілмейді.

Жауабы: $x_1 = \frac{m\ell}{m+M} = 0,25(м)$; $x_2 = \frac{M\ell}{m+M} = 0,75(м)$.

Мұндағы: x_1 – айналыс өсінен үлкен шарикке дейінгі қашықтық.

2.3.84 Поез радиусы $600м$ айналма жолмен қозғалады. Темір жолдың ені $1500мм$. Сыртқы рельс ішкісінен $12см$ жоғары орналасқан. Поез айналма жолда қандай жылдамдықпен қозғалғанда доңғалақ ребордасы рельске қысым түсірмейді?

Жауабы: $v = 22м/с$.

2.3.85 Айналмалы қозғалыс неліктен сызықтық жылдамдықпен емес бұрыштық жылдамдықпен сипатталады?

2.3.86 Жүк ұзын жіпке ілулі тұр. Неге жүкті тербелтсек жіптің үзілуі мүмкін?

2.3.87 Мұзды жолда бұрылыс жасау неліктен қауіпті болады?

2.3.88 Ұшқыш ұшақты бұрылыста бұрылатын жаққа қарай еңкейтеді. Неге? Ал теңіздегі кемені керсінше, бұрылысқа қарама-қарсы жаққа еңкейту керектігі неліктен?

2.3.89 Нәрсені оңай тесу үшін тескішті айналдырып отырады. Сол сияқты шегені суырғанда оны оңға-солға бұрамыз. Бұлардың себебін түсіндіріңдер.

2.3.90 Белгісіз ғаламшар тәулігінің ұзақтығы 10 сағат. Оның экваторында дене салмақсыздық күйде болатын болса, ғаламшар затының тығыздығын есептеп табыңдар.

Жауабы: $\rho = \frac{3\pi}{\pi^2} \approx 1,1 \cdot 10^2 (кг/м^3)$.

2.3.91 Астероидтің радиусы $R = 5км$. Астероид затының тығыздығы $\rho = 5,5г/см^3$ деп алып оның бетіндегі еркін түсу үдеуін табыңдар. Жер бетіндегі $h = 50см$ -ге еркін секіре алатын адам осы астероидте қанша биіктікке секіре еді?

Жауабы: $g_a = \frac{4}{3}\pi R \rho \approx 0,8(см/с^2)$; $H = \frac{hg}{g_a} \approx 64(м)$.

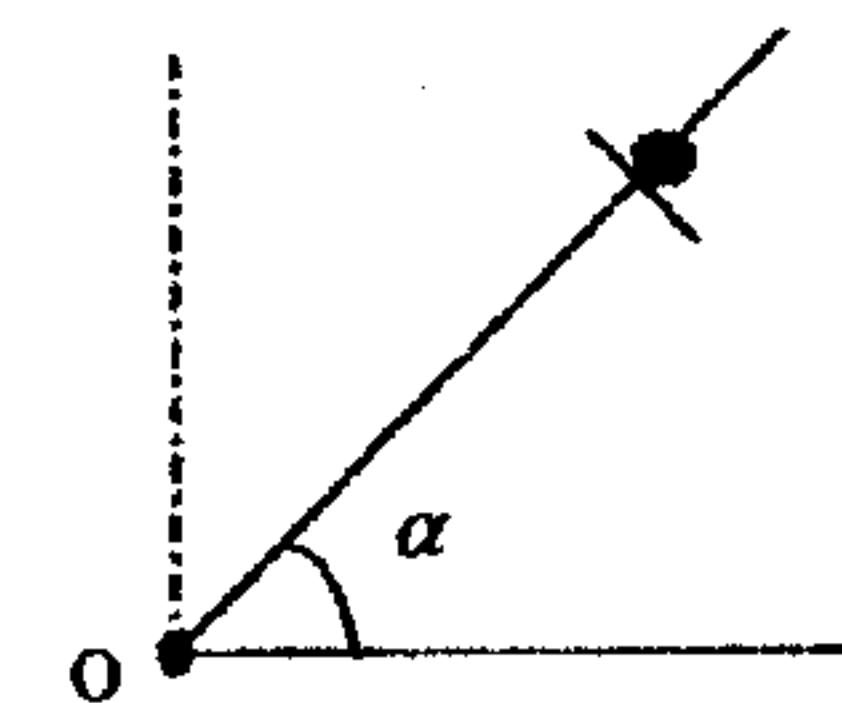
2.3.92 Ғарышкерлер белгісіз ғаламшардың полюсіне қонып мынаны байқаған. Еркін түсу үдеуі Жердікінің $0,01$ бөлігіндей, тәулік ұзақтығы Жердікіндей, ал экваторда дене салмақсыз күйде болады. Осы мәліметтер бойынша белгісіз ғаламшарың R радиусын анықтаңдар.

Жауабы: $R = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \approx 1,8 \cdot 10^7 (м)$.

2.3.93 Нептун орбитасының радиусы Жер орбитасы радиусынан 30 есе үлкен. Нептунның Күнде айналу периоды есептеп табыңдар.

Жауабы: $r_H = r_{\oplus} \left(\frac{R_H}{R_{\oplus}} \right)^3 \approx 165(жыл)$.

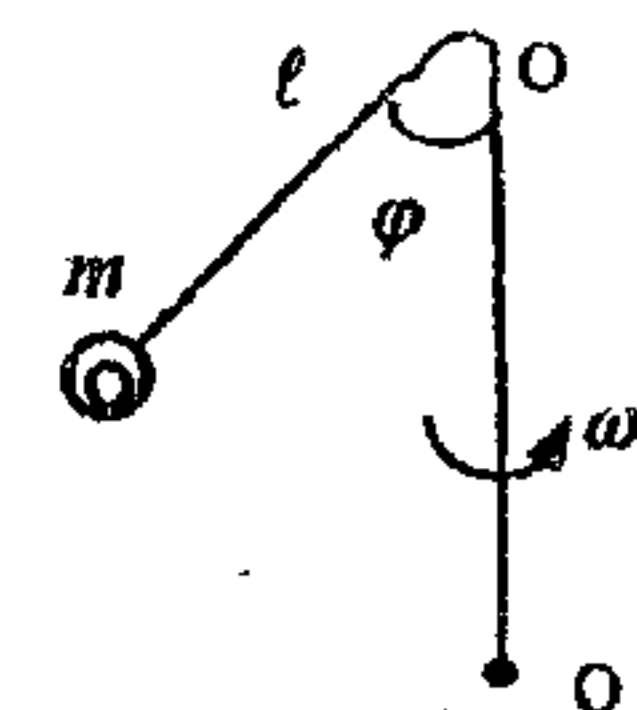
2.3.94 Тегіс метал шыбықша көкжиекке 30° бұрышпен көлбеп, төменге O ұшынан өтетін тік өстен айнала алады (47-сурет). Шыбықшаның O нүктесінен $6см$ қашықтықта орналасқан шектегішке тіреліп моншақ өткізілген. Шыбықшаны қандай бұрыштық жылдамдықпен айналдырғанда моншақ одан ұшып шығады?



47-сурет

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\ell}} \approx 10(рад/с)$.

2.3.95 48 – суреттегідей иілген салмақсыз шыбықша OO' өсіне салыстырғанда ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Ұзындығы ℓ қысқа жағының ұшына массасы m жүк ілінген. Шыбықша тарапынан жүкке әсер ететін күшті анықтаңдар.



48-сурет

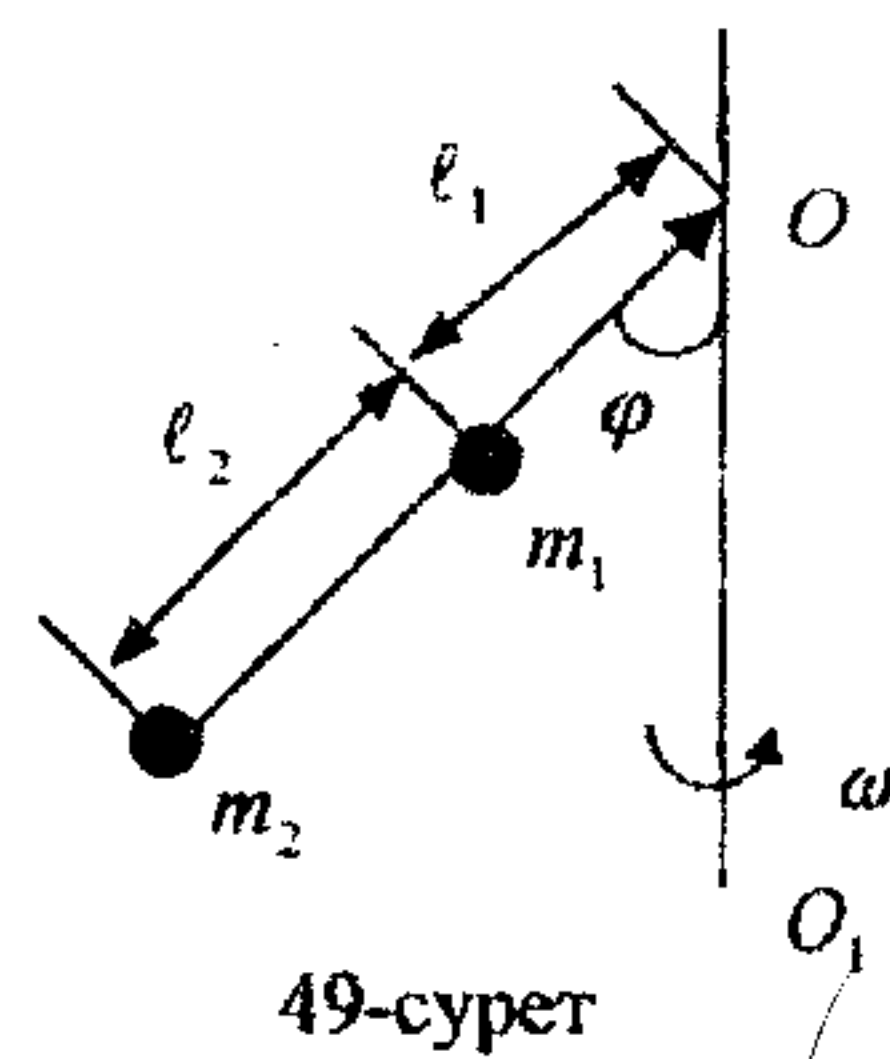
Жауабы: $F = m(g^2 + \omega^4 \ell^2 \sin^2 \varphi)$.

2.3.96 Ұзындығы $\ell = 40см$ созылмайтын шыбықшаның бір ұшына массасы $m = 200г$ жүк ілінген. Енді оны, екінші ұшынан тік жазықтықта $n = 8 \frac{айн}{с}$ жиілікпен айналдырады. Жүк ең жоғарғы және ең төменгі нүктелеріне келгендігі шыбықшаның керілу күшін табыңдар.

Жауабы: $T_1 = m(\omega^2 \ell - g) \approx 3,16(H)$; $T_2 = m(\omega^2 \ell + g) \approx 7,08(H)$.

2.3.97 Салмақсыз шыбықшаға массалары m_1 және m_2 жүктер бекітілген. Шыбықша OO' тік өсімен топсалы байланысқан (49 - сурет). OO' өсі ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Шыбықшаның тік өспен жасайтын φ бұрышын анықтаңдар.

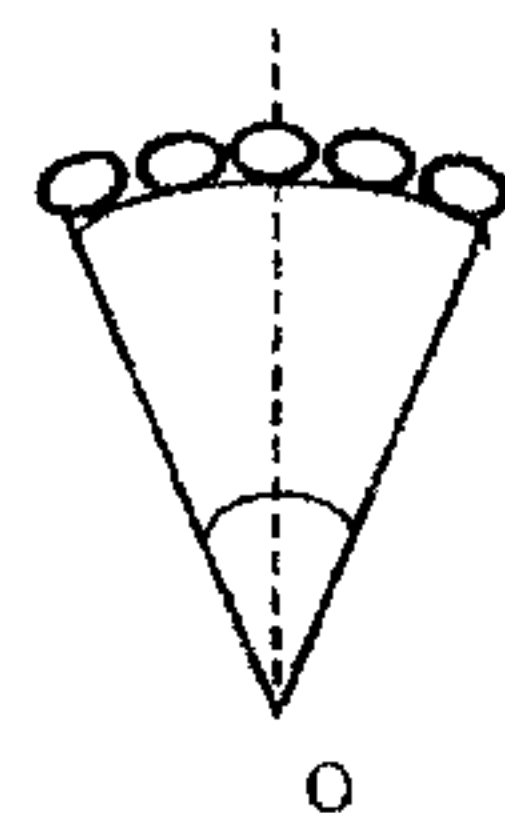
Жауабы: $\omega \geq \sqrt{g \frac{m_1 \ell_1 + m_2 (\ell_1 + \ell_2)}{m_1 \ell_1^2 + m_2 (\ell_1 + \ell_2)^2}}$.



49-сурет

2.3.98 Ұптары қосылған, ұзындығы $\ell = 62,8 \text{ см}$ метал шынжыр бау ағаш дөңгелекке кигізілген. Дөңгелек $n = 60 \frac{1}{\text{с}}$ жиілікпен айналады. Шынжыр баудың массасы $m = 40 \text{ г}$ болса, оның керілу күшін табыңдар (50-сурет).

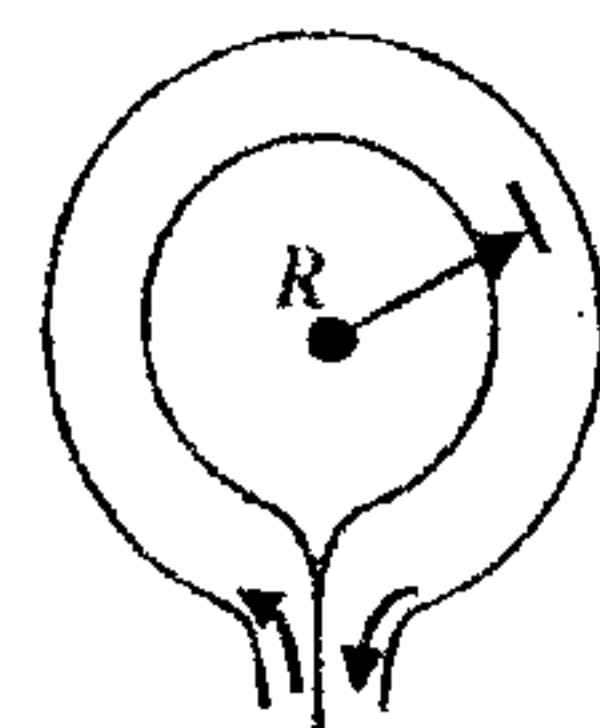
Жауабы: $T = m \ell n^2 \approx 90 \text{ (Н)}$.



50-сурет

2.3.99 Сақина тәрізді оралған жіңішке резина түтіктен v жылдамдықпен су айналып ағады (51 - сурет). Сақина радиусы R , ал түтік диаметрі d және $d \ll R$. Резина түтік қандай күшпен керіледі? Су тығыздығы ρ .

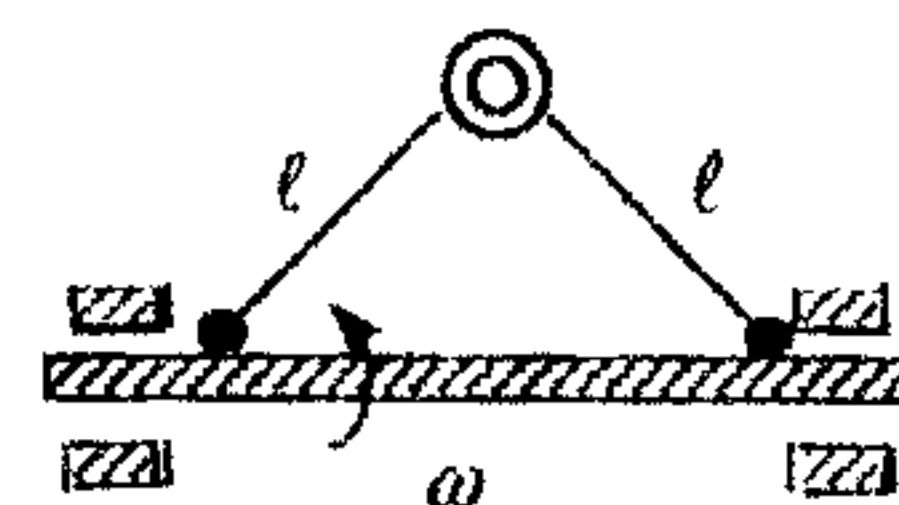
Жауабы: $T = \frac{\pi \rho d^2}{4} v^2$.



51-сурет

2.3.100 Білек көкжиек бағытында ω бұрыштық жылдамдықпен айналады (52-сурет). Массасы m шарик ұзындықтары ℓ болатын екі жіппен білекке бекітілген. Шарикке әсер ететін ауырлық күшін ескермей, жіптің керілу күшін табыңдар.

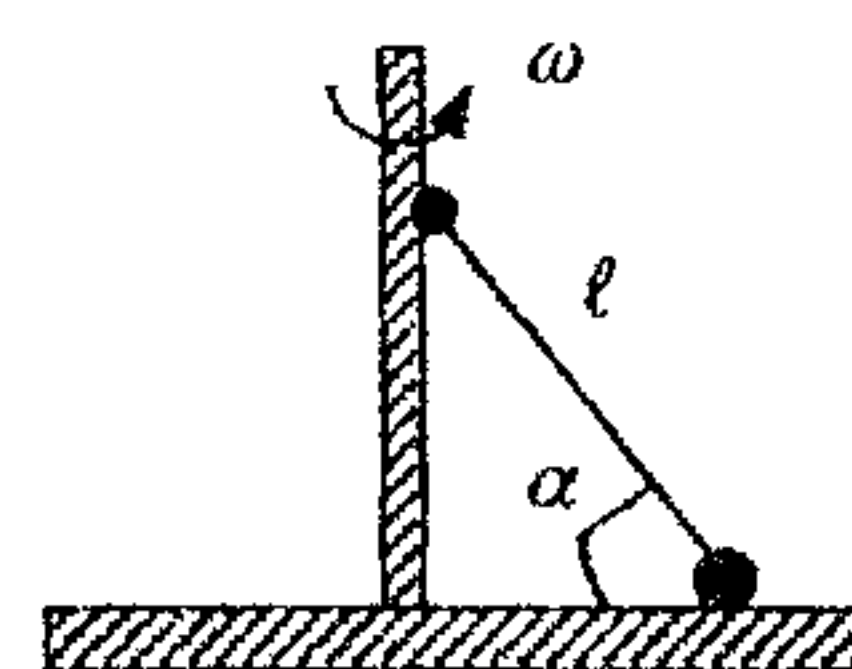
Жауабы: $T = \frac{\pi \omega^2 \ell}{2}$.



52-сурет

2.3.101 53 - суретте көрсетілген тұғыр тік өстен ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Тұғырда, оның өсіне жіппен бекітілген массасы m шарик жатыр. Жіптің ұзындығы ℓ , көлбеулік бұрышы α . Шариктің тұғырға түсіретін қысым күшін және жіптің керілу күшін табыңдар.

Жауабы: $N = m(g - \omega^2 \ell \sin \alpha)$; $T = m \omega^2 \ell$.



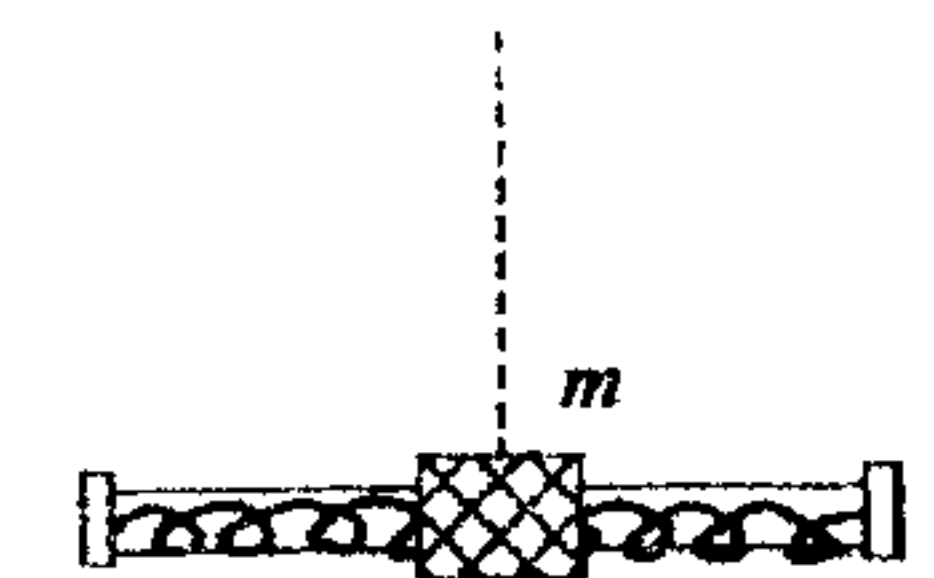
53-сурет

2.3.102 Айналма жолда 72 км/сағ жылдамдықпен бірқалыпты жүріп келе жатқан поезд ішінде жүк салмағы серіппелі таразыда өлшенеді. Сонда жүк массасы 5 кг , жолдың қисықтық радиусы 200 м болса, таразының көрсетуі неге тең?

Жауабы: $T = mg \sqrt{1 + \frac{v^4}{g^2 R^2}} \approx 51 \text{ (Н)}$.

2.3.103. Шыбықша ұптарына бекітілген бірдей екі серіппемен ұсталып тұрған m массалы тығырық оның ортасы арқылы өтетін тік өстен айнала алады (54-сурет).

Тығырықтың дөңгелек бойымен айнала алатындай шыбықшаның ω бұрыштық жылдамдығын табыңдар. Тығырық осы кезде шыбықша ортасынан қандай қашықтықта болуы керек? Серіппе қатандығы k . Үйкелістерді ескермеңдер.

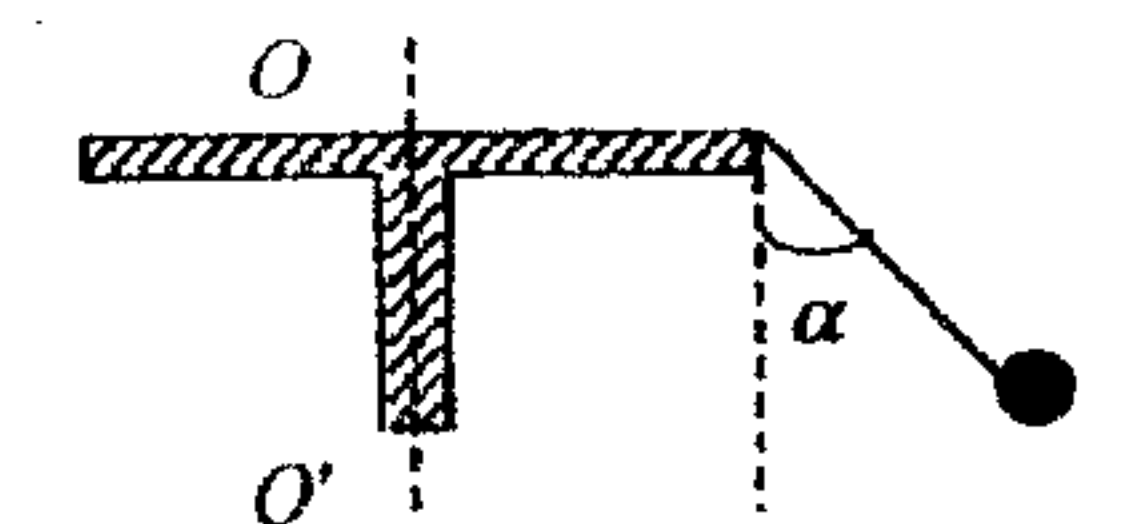


54-сурет

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$.

Тығырық шыбықшаның кез келген нүктесінде бола алады.

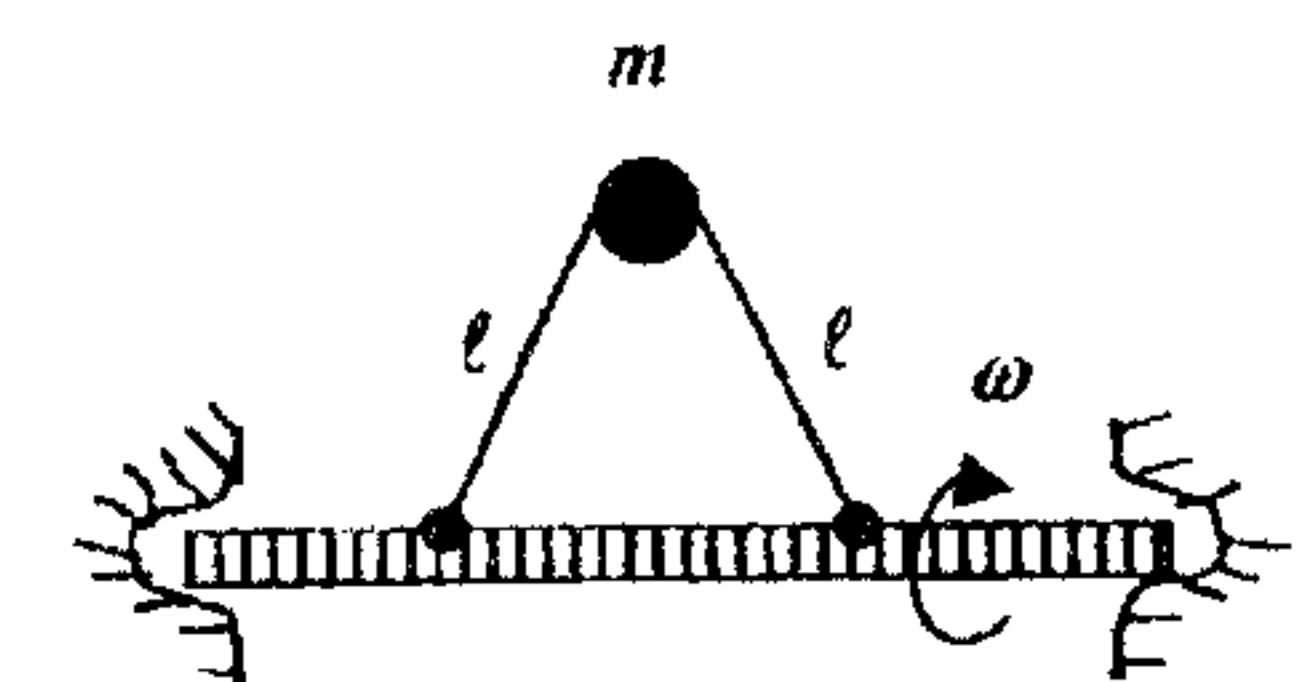
2.3.104 Көкжиек бағытында айналатын құрсауға ілінген тіктеуіші $\alpha = 45^\circ$ жасайды (55-сурет). Ілінген нүктеден айналу өсіне дейінгі арақашықтық $\alpha = 10 \text{ см}$, жіптің ұзындығы $\ell = 6 \text{ м}$. Құрсаудың бұрыштық жылдамдығын табыңдар.



55-сурет

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g \tan \alpha}{\ell \sin \alpha + \alpha}} \approx 8,3 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$.

2.3.105 Білеуше көкжиек жазықтығында ω бұрыштық жылдамдықпен айналады. Білеушеге массасы m шарик ұзындығы ℓ болатын екі жіппен бекітілген (56-сурет). Шарикке әсер ететін ауырлық күшін ескермей, жіптің керілу күшін есептеп табыңдар.



56-сурет

Жауабы: $T = \frac{m \omega^2 \ell}{2}$.

3. Статика

Механикалық денелердің (жүйенің) тепе – теңдікте болу жайын зерттейтін физиканың бөлімі статика деп аталады.

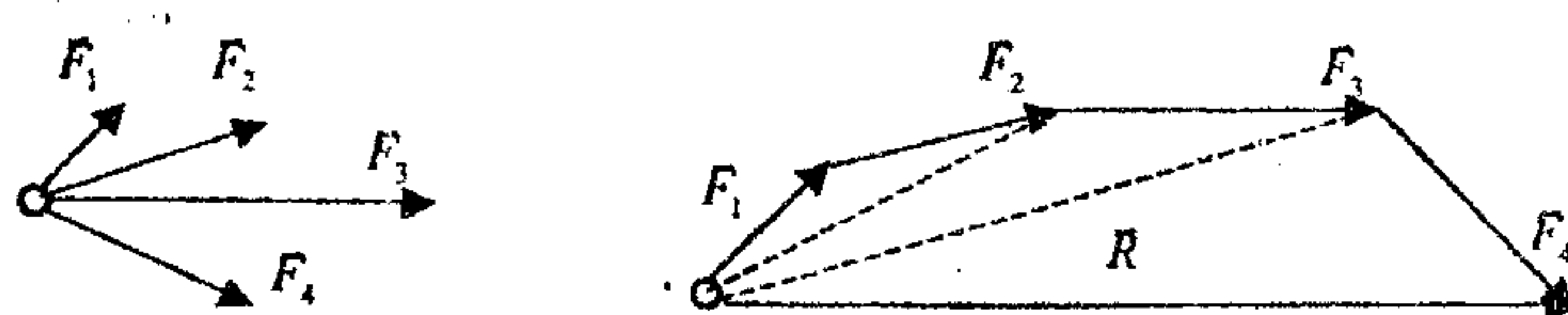
Дене тепе – теңдікте болу үшін: ол ілгерілемелі қозғалысқа да, айналмалы қозғалысқа да қатыспауы тиіс.

Статика есептерін шешу үшін мына ұғымдар мен ережелерді есте сақтау керек.

Күштерді қосу. Көп жағдайда бір мезгілде денеге бірнеше күш әсер етуі мүмкін. Бұл жағдайда берілген күштерді көпбұрыш тәсілімен қосуға болады. Нәтижеде алынған күш – теңәсерлі күш болып табылады.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots$$

1 – суретте түрлі бағытта әсер ететін күштердің теңәсерлі күшін табу тәсілі көрсетілген.



1-сурет

2 – суретте өзара параллель күштерді қосу тәсілі көрсетілген. Сонда,

$$R = F_1 + F_2 \text{ және } X = \frac{F_1 \ell}{F_1 + F_2} \text{ немесе } \frac{F_1}{\ell_2} = \frac{F_2}{\ell_1} = \frac{R}{\ell}.$$

Мұндағы $\ell = \ell_1 + \ell_2$.

Күш иіні. Дененің айналу өсінен күштің әсер ету сызығына түсірілген перпендикулярдың ұзындығы күш иіні деп аталады.

4 – суретте, 0 нүктесіне салыстырғанда түрлі жағдайлардағы күш иінін табу тәсілдері көрсетілген.

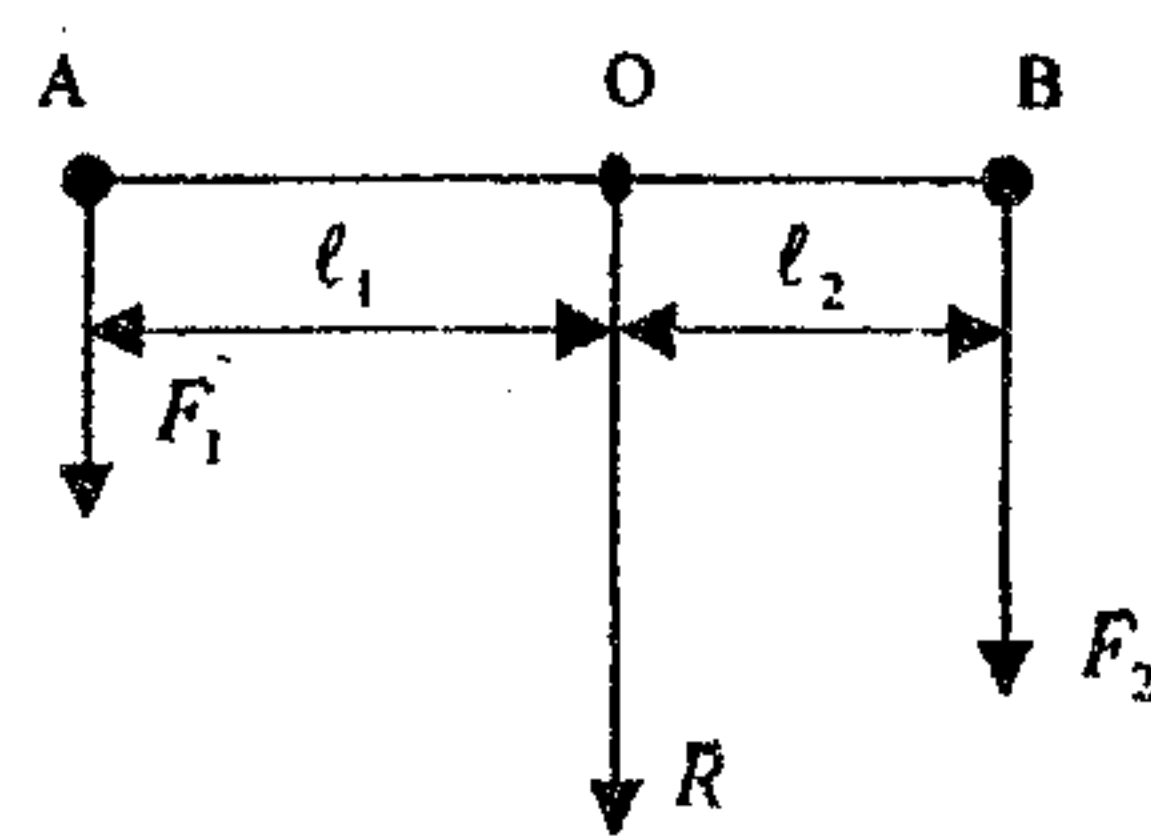
Күш моменті. Күш иінінің күшке көбейтіндісі күш моменті деп аталады.

$$M = F \cdot \ell$$

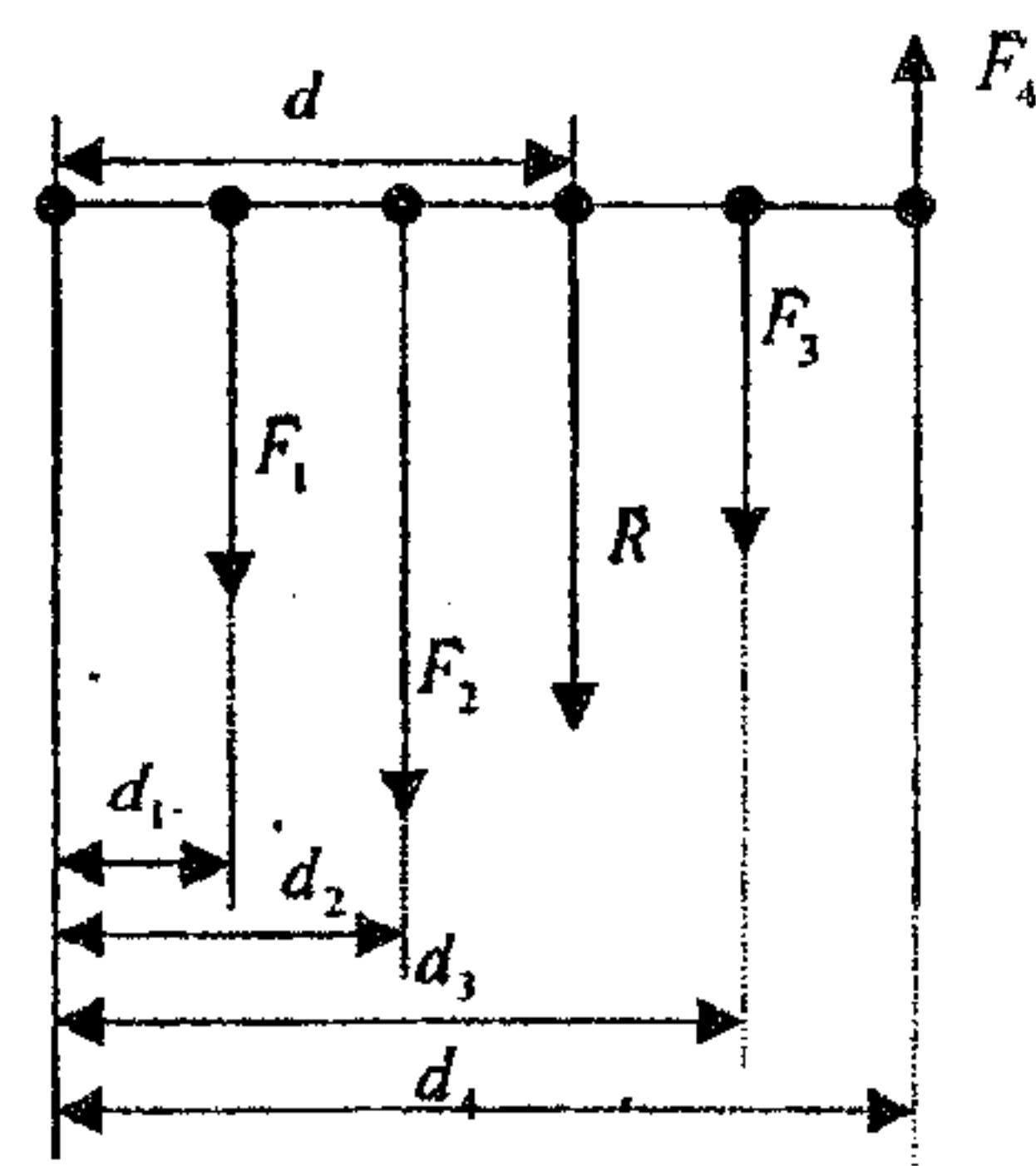
Мысалы: $M_1 = F_1 \cdot \ell_1$; $M_2 = F_2 \cdot \ell_2$ (4-сурет).

Нөлге тең емес күш моментінің әсері денені айналмалы қозғалысқа келтіре алады. Күш моменті оң немесе теріс болуы мүмкін. Денені сағат тілі бағытында айналдыратын күш моменті оң деп аталады. Күш бағыттары қарама – қарсы болғанда,

$$R = \frac{F_1 d_1 + F_2 d_2 + F_3 d_3 - F_4 d_4}{d}$$



2-сурет



3-сурет

Егер, $R > 0$ болса, онда оң бағытта; егер, $R < 0$ болса теріс бағытта қозғалады (3 – сурет).

Күштерді аналитикалық тәсілменде қосуға болады. Ол үшін күштердің Ox және Oy өстеріндегі проекцияларының қосындылары анықталады.

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} \end{cases} \text{ сонда } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Күштерді жіктеу. Денеге ететін әсері бір күштің әсеріндей болатын екі немесе бірнеше күштерді табуды күштерді жіктеу деп атайды. Берілген күшті өзара перпендикуляр екі күшке жіктеу тәсілі 5 – суретте көрсетілген. Сонда, $F = F_1 + F_2$

мұндағы F_1 – көкжиек бағытындағы, ал F_2 – тік бағыттағы құраушылар.

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_2}{F_1}$$

Тенгеруші күш. Модулі теңәсерлі күшке тең, ал бағыты оған қарама – қарсы күш тенгеруші күш деп аталады (6 – сурет).

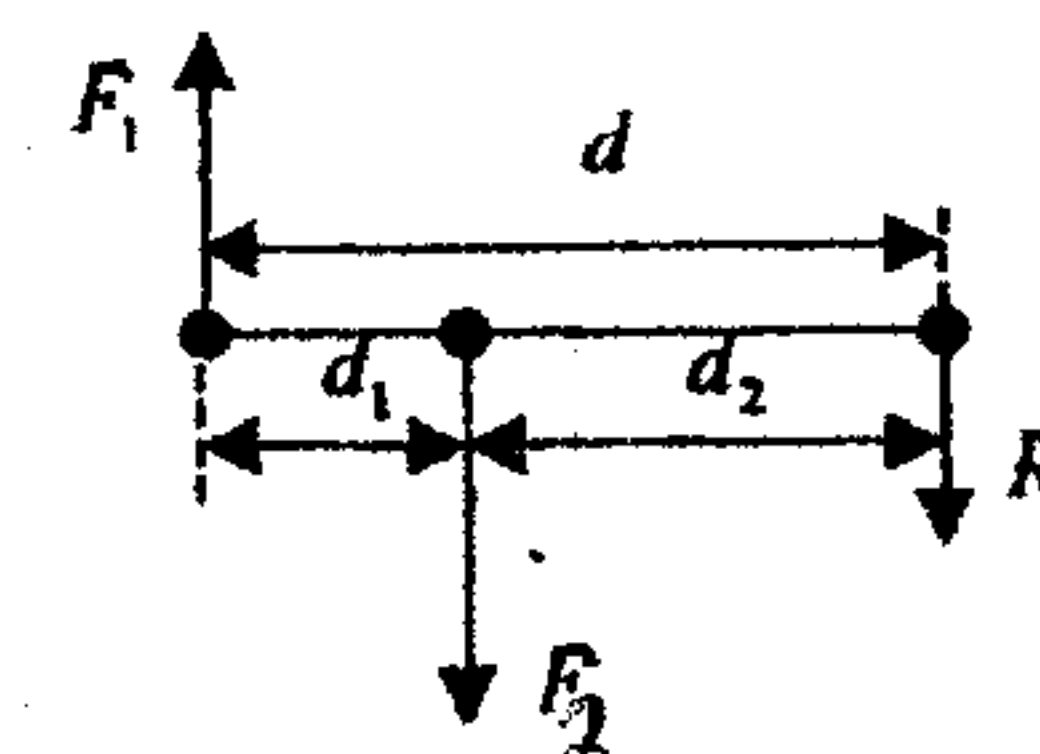
$$Q = -(F_1 + F_2) = -R$$

Мұндағы, Q – тенгеруші күш.

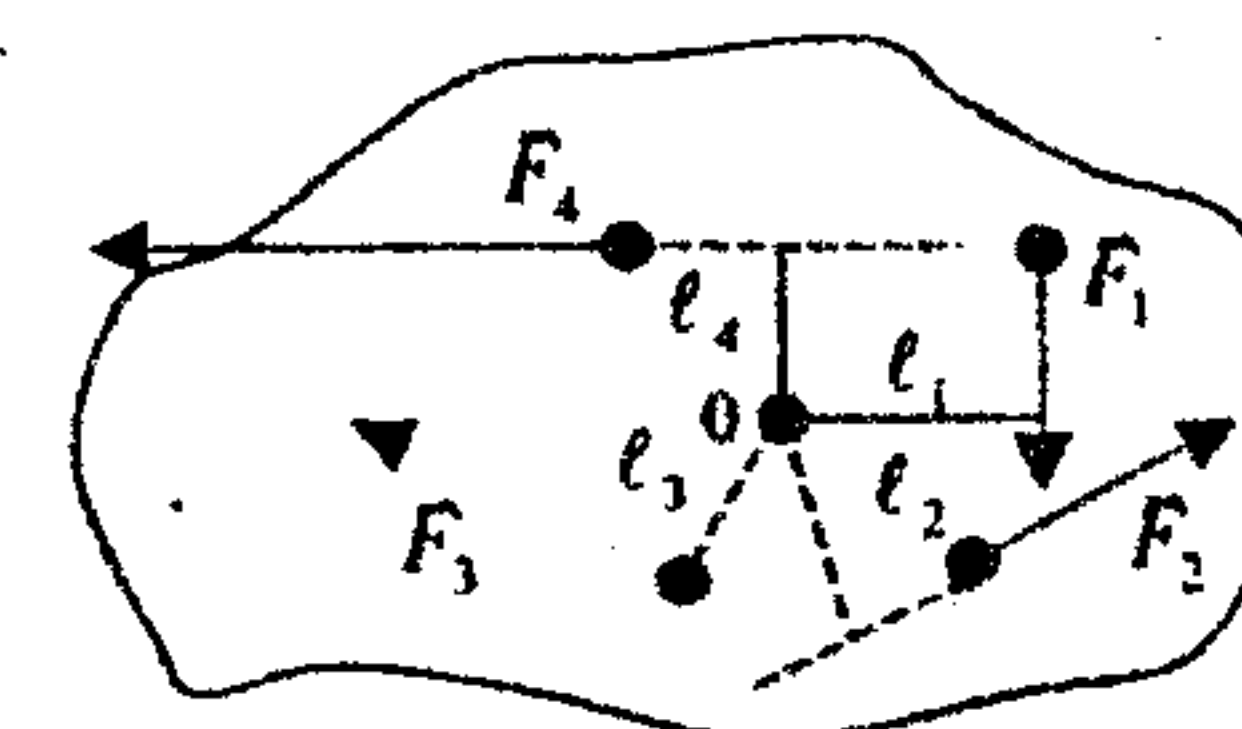
Тепе-теңдіктің түрлері. Тепе-теңдіктің үш түрі болады: орнықты, орнықсыз және талғаусыз.

3.1. Айналмайтын денелердің тепе-теңдігі

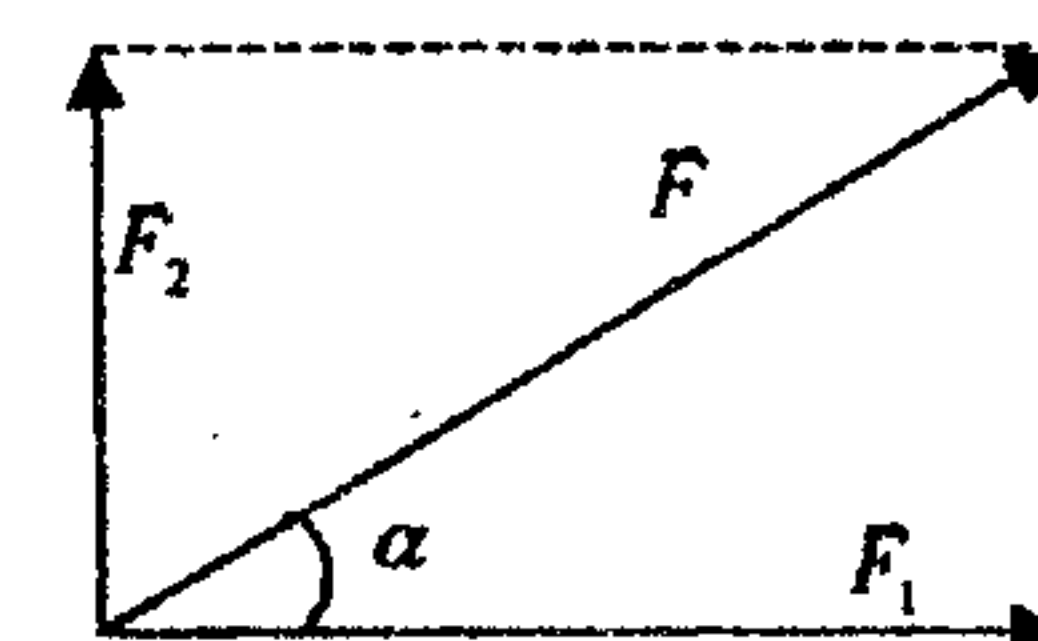
Айналмайтын дене тепе-теңдікте болуы үшін оған әсер ететін барлық күштердің векторлық қосындысы нөлге тең болуы керек, яғни $\sum F = 0$ (1). Егер денеге әсер етуші параллель күштер бір – біріне қарама – қарсы бағытталса, онда теңәсерлі күштің модулі олардың айырмасына, ал бағыты үлкен күш бағытымен бағыттас болады (7 – сурет). Түсу нүктесі $R/d = F_1/d_1 = F_2/d_2$ қатынасымен анықталады.



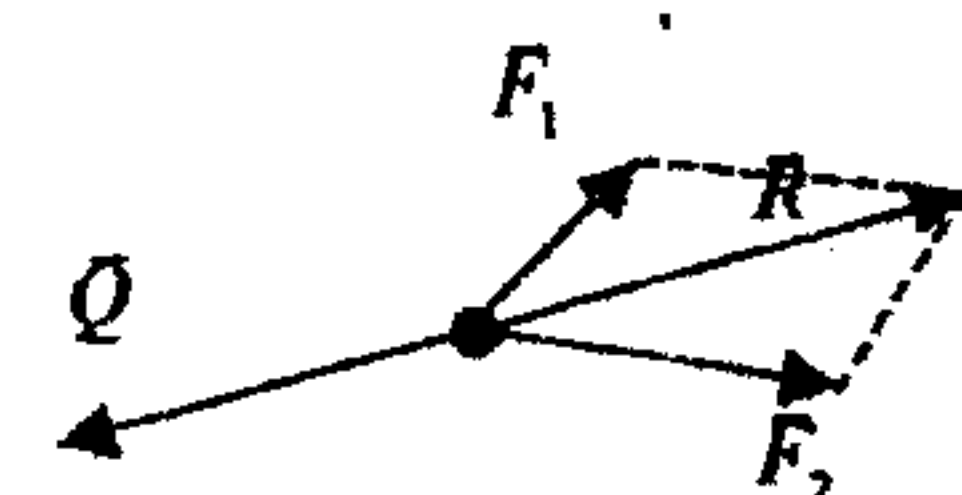
7-сурет



4-сурет



5-сурет



6-сурет

Берілгені:

$$AB = 5 \text{ м}$$

$$BC = 3 \text{ м}$$

$$m = 60 \text{ кг}$$

$$F = 882 \text{ Н}$$

$$\mu = 0,08$$

$$F_x = ?; F_{\text{тр}} = ?;$$

$$a = ?$$

Шешуі: Денеге әсер етуші күштердің Ox және Oy өстеріндегі проекцияларын анықтайық. Сонда $F_y = F \sin \alpha$ және $F_x = F \cos \alpha$. ΔABC -дан $\sin \alpha = BC / AB$ және $\cos \alpha = \sqrt{AB^2 - BC^2} / AB$. Денені көлбеу жазықтыққа қысатын күш $F_x = F_2 + F_{\text{тр}}$, ал үйкеліс күші $F_{\text{тр}} = \mu \cdot F_x$. Енді $F_2 = P \cos \alpha$ екендігін ескерсек,

онда (1) $F_x = P \sqrt{AB^2 - BC^2} / AB + F \cdot BC / AB$ және

$$F_{\text{тр}} = \mu F_x \text{ ден } F_{\text{тр}} = \mu \left(P \sqrt{AB^2 - BC^2} / AB + F \cdot BC / AB \right) \quad (2).$$

Дененің қозғалыс үдеуі $a = R_x / m$, мұндағы

R_x — Ox өсі бойында денеге әсер етуші

барлық күштердің теңәсерлі күші, сонда

$$R_x = F_x - F_{\text{тр}} - F, \text{ демек}$$

$$a = (F \cos \alpha - \mu F_x - P \sin \alpha) / m \quad (3).$$

(1), (2) және (3)-ден

$$a = \left(F \cdot \sqrt{AB^2 - BC^2} / AB - \mu F_x - P \frac{BC}{AB} \right) / m.$$

$$F_x = \left(60 \cdot 9,8 \cdot \frac{3}{5} + \frac{(5)^2 - (3)^2}{5} + 882 \cdot \frac{3}{5} \right) / 5 \approx 999,6 \text{ Н}.$$

$$F_{\text{тр}} = 0,08 \cdot 999,6 \text{ Н} \approx 79,9 \text{ Н}.$$

$$a = \frac{882 \left(\sqrt{(5)^2 - (3)^2} / 5 \right) - 0,08 \cdot 999,6 - 60 \cdot 9,8 / 5}{60} = 4,52 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Жауабы: } F_x \approx 999,6 \text{ Н}; F_{\text{тр}} \approx 79,9 \text{ Н}; a = 4,52 \text{ м/с}^2.$$

3.1.6 Екі ұшына тіреу қойылған сырықтың ұзындығы 2 м. Сырықтың оң жақ ұшынан 0,5 м қашықтықта массасы 80 кг жүк ілінген. Таянышқа түсетін қысым күшін табыңыздар.

Берілгені:

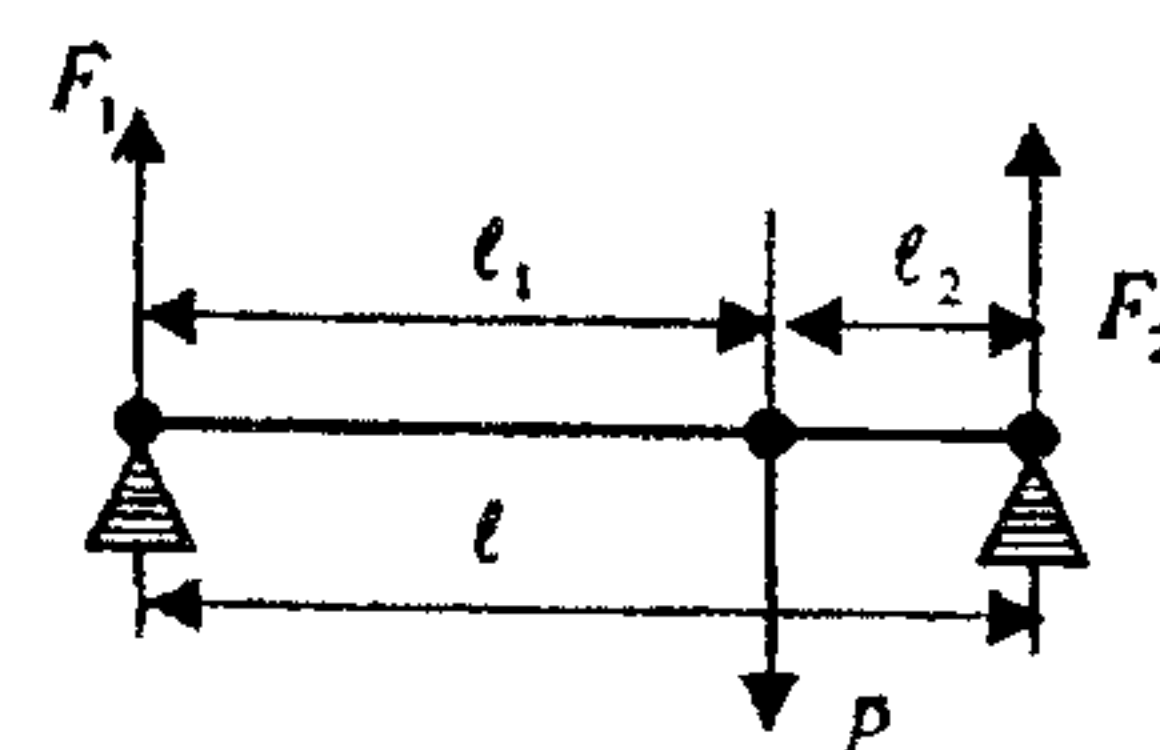
$$\ell = 2 \text{ м}$$

$$m = 80 \text{ кг}$$

$$\ell_2 = 0,5 \text{ м}$$

$$F_1 = ?; F_2 = ?$$

Шешуі: Таяныштарға түсетін қысым күші біріне-бірі параллел болғандықтан $F_1 / F_2 = \ell_2 / \ell_1$ (13-сурет).



13-сурет

Ал, $P = F_1 + F_2$ және $\ell = \ell_1 + \ell_2$, онда

$$(P - F_2)F_2 = \ell_2(\ell - \ell_2) \Rightarrow F_2 = P(\ell - \ell_2) / \ell \text{ және } F_1 = P\ell_2 / \ell$$

$$F_1 = \left(80 \cdot 9,8 \cdot \frac{0,5}{2} \right) / 2 = 196 \text{ Н}; F_2 = 80 \cdot 9,8 \cdot (2 - 0,5) / 2 = 588 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_1 = 196 \text{ Н}; F_2 = 588 \text{ Н}.$$

3.1.7 Көлемдері бірдей мырыш және алюминий шарлары біріне-бірі тиісу нүктесінде бекітілген. Ауырлық центрін орын анықтаңыздар.

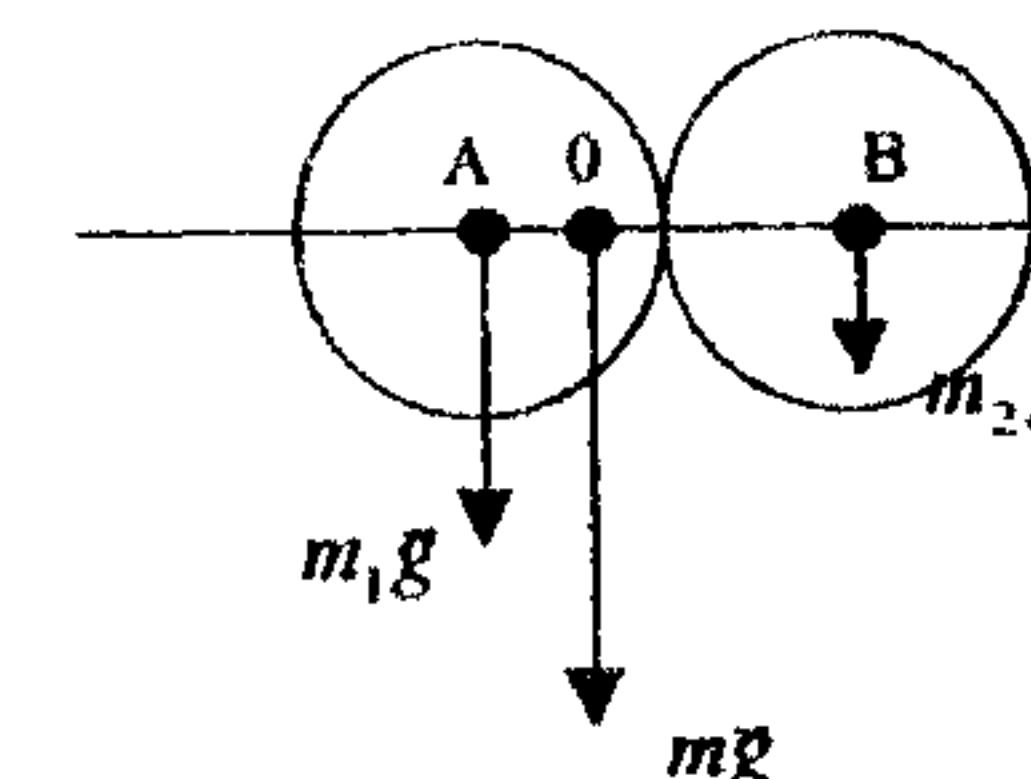
Берілгені:

$$V_1 = V_2$$

$$x = ?$$

Шешуі: 14-суретті пайдаланайық. Сонда,

$$AB = 2R; AO = x$$



14-сурет

болсын. Күш иіні күшке кері пропорционал болғандықтан, мына қатынасты жазуға болады.

$$m_1 g / m_2 g = OB / OA \text{ немесе } m_1 / m_2 = (2R - x) / x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2m_2 R / (m_1 + m_2).$$

Ал, $m_1 = \rho_1 V$ және $m_2 = \rho_2 V$ екендігін ескерсек,

онда, $x = 2R\rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$.

Кестеден мырыш және алюминий үшін $\rho_1 = 7100 \text{ кг/м}^3$; $\rho_2 = 2700 \text{ кг/м}^3$.

$$x = \frac{2 \cdot R \cdot 2700 \text{ кг/м}^3}{7100 \text{ кг/м}^3 + 2700 \text{ кг/м}^3} \approx 0,53R.$$

$$\text{Жауабы: } x \approx 0,53R.$$

3.1.8 Радиусы 1,2 м біртекті табақшадан радиусы 40 см дөңгелекше ойылып алынған. Дөңгелекше ойылып алынғаннан кейінгі табақшаның ауырлық центрін орын табындар. Ойылып алынған дөңгелекшенің центрі табақша центрінен 60 см қашықтықта орналасқан.

Берілгені:

$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$r = 40 \text{ см}$$

$$\ell = 60 \text{ см}$$

Шешуі: $40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$; $60 \text{ см} = 0,6 \text{ м}$.

Тұтас табақшаның салмағы $P = mg = g\rho h\pi R^2$, мұндағы h — табақшаның қалыңдығы. Ал ойылып алынған дөңгелекшенің салмағы $P_1 = m_1 g = g\rho h\pi r^2$.

$$x = ?$$

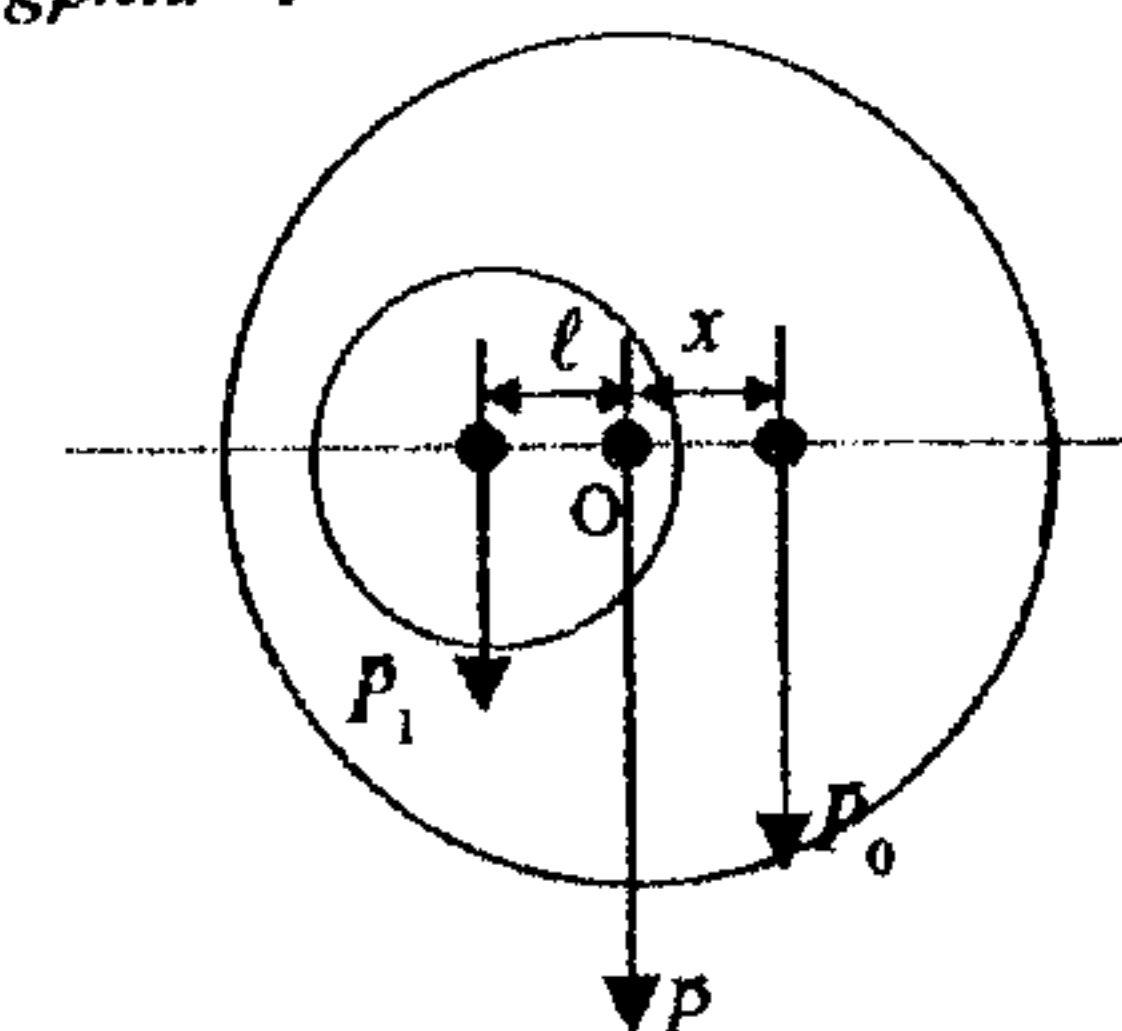
Дөңгелекше ойылып алынған табақшаның кейінгі салмағы $P_0 = g\rho h\pi(R^2 - r^2)$. 15-суреттен

$$P_1 / x = P / (\ell - x) = P_0 / \ell \Rightarrow g\rho h\pi r^2 / x = g\rho h\pi(R^2 - r^2) / \ell$$

$$\text{немесе } r^2 / x = (R^2 - r^2) / \ell \Rightarrow x = r^2 \ell / (R^2 - r^2).$$

$$x = (0,4)^2 \cdot 0,6 / ((1,2)^2 - (0,4)^2) = 0,075 \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } x = 0,075 \text{ м}.$$



15-сурет

3.1.9 Өлшемдері 16-суретте көрсетілген біртекті пластинаның ауырлық центрін тап. Мұндағы: $a = 30 \text{ см}$; $b = 20 \text{ см}$; $a_1 = 20 \text{ см}$; $b_1 = 10 \text{ см}$.

Берілгені:
 $\sigma = 2$
 $a_1 = 20 \text{ см}$
 $a_2 = 10 \text{ см}$
 $x_0 = ?$
 $y_0 = ?$

Шешуі: Тұтас пластинаның ауырлық центрінің координаттары $a = 30 \text{ см}$ x_1 және y_1 , ал кесіп алынған пластинаныкі x_2 және y_2 болсын. Сонда біртекті пластинаның координаттары x_0 және y_0 былай табылады.

$$(1) x_0 = (x_1 M - x_2 m_1) / (M - m_1); y_0 = (y_1 M - y_2 m_1) / (M - m_1) \quad (2).$$

$$\text{Ал, } M = \rho h a v \text{ және } m_1 = \rho h a_1 v_1, \text{ онда } M / m_1 = a v / a_1 v_1 \quad (3).$$

және (2)-ні түрлендірсек

$$x_0 = \frac{(x_1 M / m_1) - x_2}{(M / m_1 - 1)} \quad \text{және} \quad y_0 = \frac{(y_1 M / m_1) - y_2}{(M / m_1 - 1)}.$$

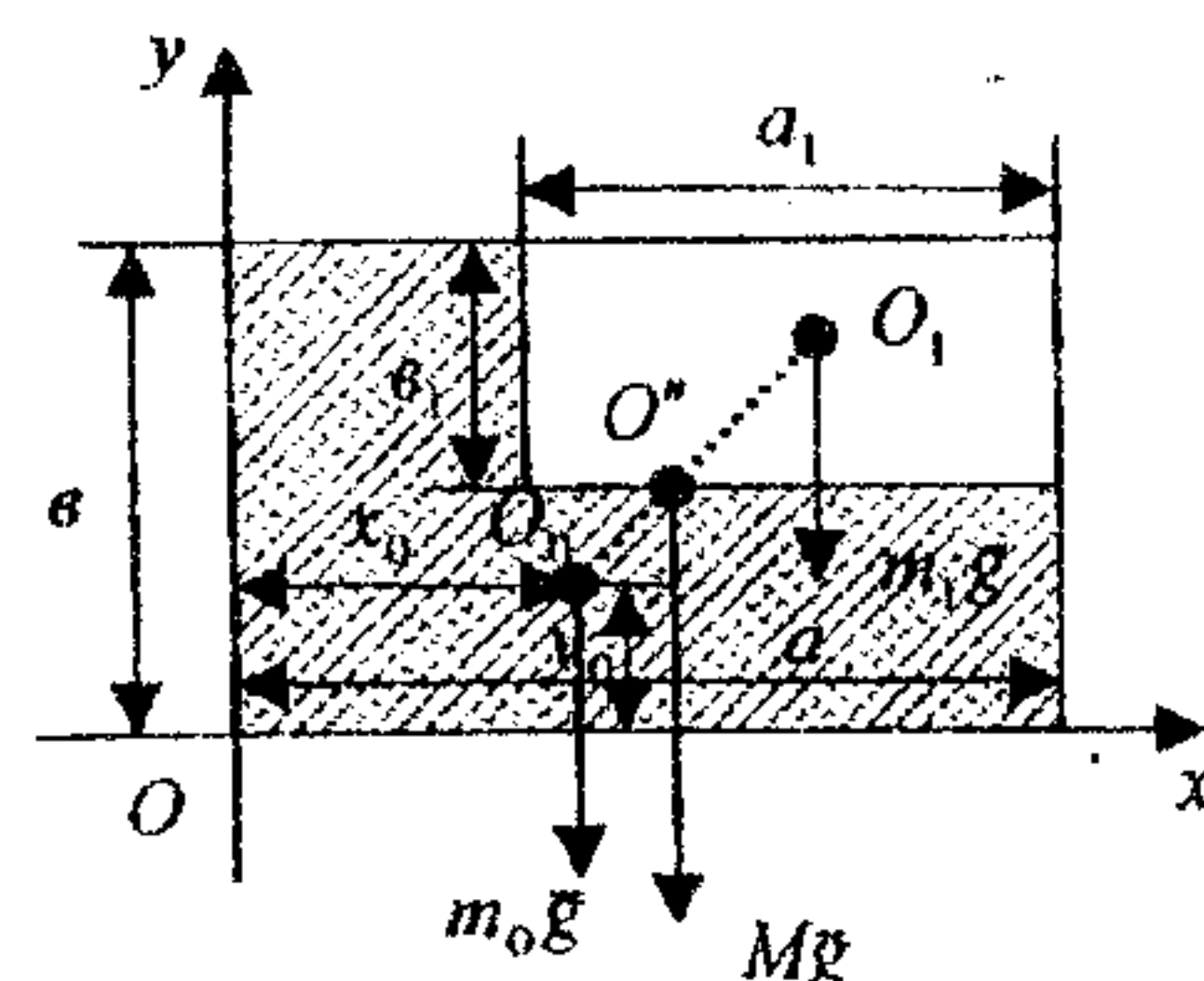
Енді (3)-ді ескерсек, онда

$$x_0 = (x_1 a v - x_2 a_1 v_1) / (a v - a_1 v_1) \quad \text{және}$$

$$y_0 = (y_1 a v - y_2 a_1 v_1) / (a v - a_1 v_1).$$

$$x_0 = \frac{15 \text{ см} \cdot 30 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} - 20 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{30 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} - 20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}} = 12,5 \text{ см}.$$

$$y_0 = \frac{10 \text{ см} \cdot 30 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} - 15 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{30 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} - 20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}} = 7,5 \text{ см}.$$



16-сурет

Жауабы: $x_0 = 12,5 \text{ см}$; $y_0 = 7,5 \text{ см}$.

3.1.10 Теңқабырғалы үшбұрыштың екі төбесінде m массалы, ал үшінші төбесінде $2m$ массалы шариктер орналасқан (17-сурет). Осы жүйенің ауырлық центрін табындар.

Берілгені: m ; $2m$.
 Шешуі: Суреттегі сызбаны пайдаланайық, сонда ізделінді ауырлық центрінің координаттары $(x_0; y_0)$ болсын. mg және $2mg$ күштерінің (Ox өсі бойындағы)

$x_0 = ?$, $y_0 = ?$

теңәсерлі күші $2mg$ және ол нүктенің

координаттары $x^1 = x/2 + (-x/2) = 0$; $y^1 = 0 + 0 = 0$.

мұндағы x – екі нүктенің Ox өсіндегі шартты

арақашықтығы. Енді, $2mg$ және $2mg$ күштерінің

теңәсерлі күші $2mg + 2mg = 4mg$ болады және

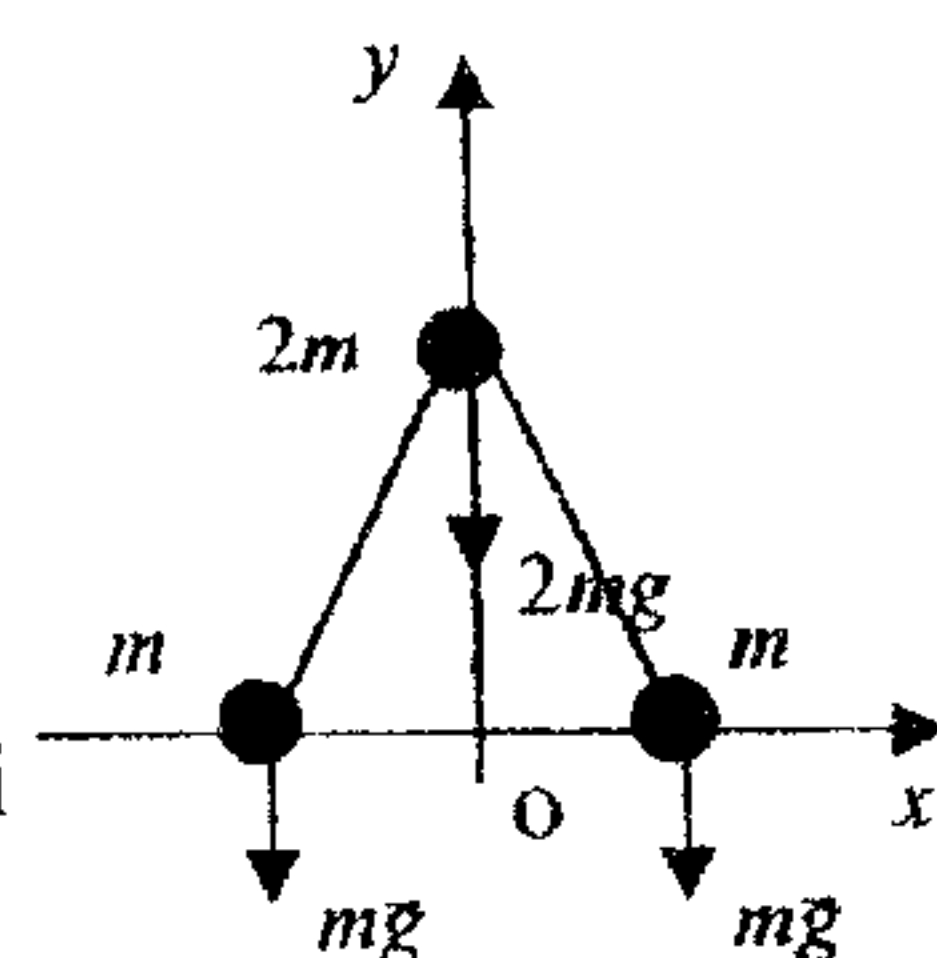
күштің түсу нүктесінің координаттары ізделінді

жүйенің ауырлық центрі координаттары

болып табылады, ол Oy өсі бойында жатады.

Демек, $x_0 = (x_3 \cdot 2m + x^1 \cdot 2m) / (2m + 2m) = (0 \cdot 2m + 0 \cdot 2m) / 4m = 0$.

$y_0 = (y_3 \cdot 2m + y^1 \cdot 2m) / (2m + 2m) = (y_3 \cdot 2m + 0 \cdot 2m) / 4m = y_3 / 2$.



17-сурет

Мұндағы y_3 – теңқабырғалы үшбұрыштың биіктігі (әрі биссектрисасы, әрі медианасы). Сонымен, ізделінді нүктенің ауырлық центрі $2m$ шарик жатқан төбеден жүргізілген биіктіктің ортасында жатады.

Жауабы: $x_0 = 0$; $y_0 = y_3 / 2$.

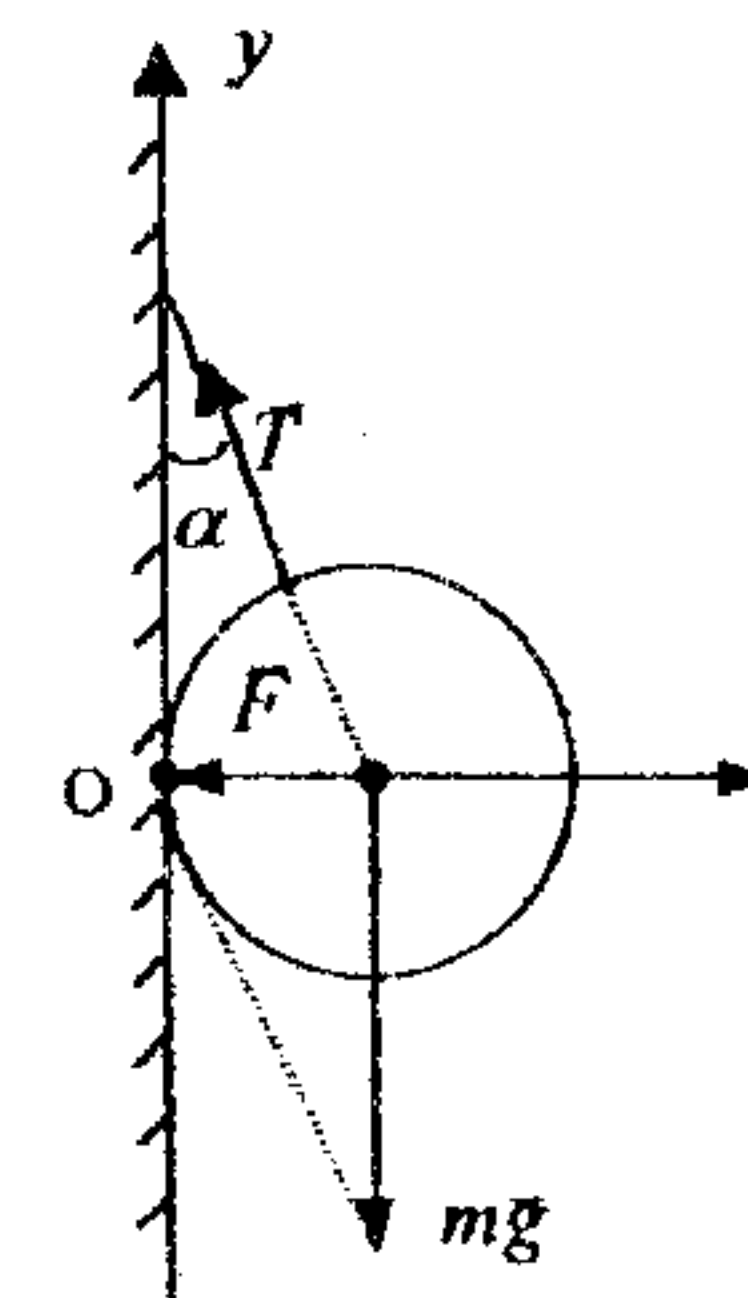
3.1.11 Массасы 3 кг шар тегіс қабырғаға бекітілген жіпке ілулі тұр. Жіптің керілу күшін және шардың қабырғаға түсіретін қысым күшін анықтау керек. Жіп қабырғамен 15° бұрыш жасайды және шар центрі арқылы өтеді.

Берілгені: Шарға әсер ететін күштер 18-суретте көрсетілген. Шар тепе-теңдікте тұрған кезде $F + T + mg = 0$
 $m = 3 \text{ кг}$
 $\alpha = 15^\circ$
 $T = ?$
 $F = ?$

Мұны өстер бойынша проекцияласақ

$$\begin{cases} T \cos \alpha - mg = 0 \\ -F + T \sin \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = mg / \cos \alpha \\ F = mg \cdot \tan \alpha. \end{cases}$$

$$T = \frac{3 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{\cos 15^\circ} \approx 30 \text{ Н}. F = 3 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \tan 15^\circ \approx 7,9 \text{ Н}.$$



18-сурет

Жауабы: $T \approx 30 \text{ Н}$; $F \approx 7,9 \text{ Н}$.

3.1.12 Ұзындығы 20 м арқанның ортасына массасы $3,4 \text{ кг}$ жүк ілінген. Жүктің әсерінен арқанның ортасы 5 см төмен түседі. Арқанда пайда болған серпінділік күшін табындар.

Берілгені: Шешуі: $5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$.

$m = 3,4 \text{ кг}$

$\ell = 20 \text{ м}$

$\Delta \ell = 5 \text{ см}$

$T = ?$

Арқанның алғашқы және кейінгі қалыптары 19-суретте көрсетілген. Жүк ілінген арқан тепе-теңдігінің

шарты $\sum_{i=1}^n F_i = 0$.

Тепе-теңдік шартының OO' өсі бойынша

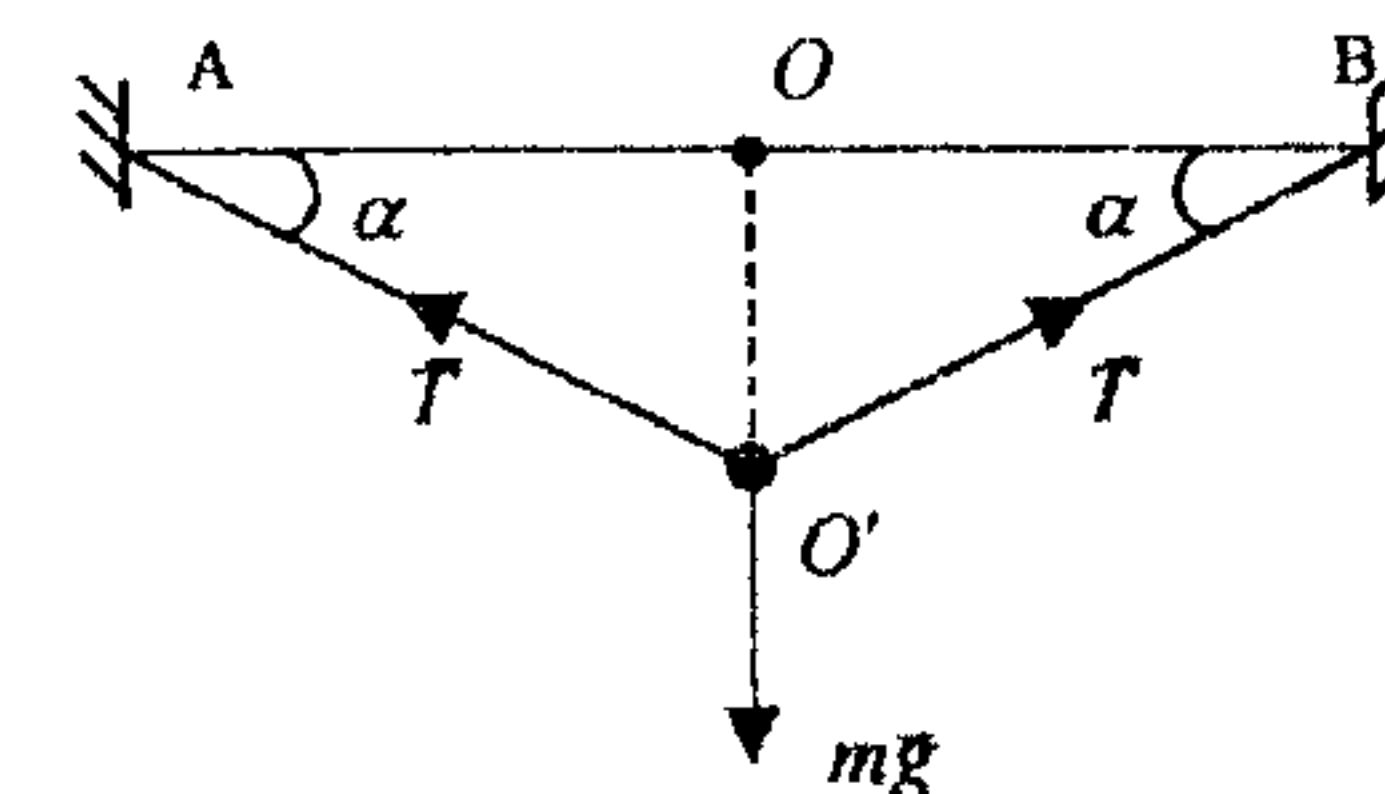
проекциясын жазайық, сонда

$$mg - 2T \sin \alpha = 0 \Rightarrow T = mg / 2 \sin \alpha.$$

Ал, $\Delta AOO'$ -дан $\sin \alpha = 2\Delta \ell / \ell$,

онда $T = mg \ell / 4 \Delta \ell$;

$$T = \frac{3,4 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ м}}{4 \cdot 0,05 \text{ м}} \approx 3400 \text{ Н}.$$

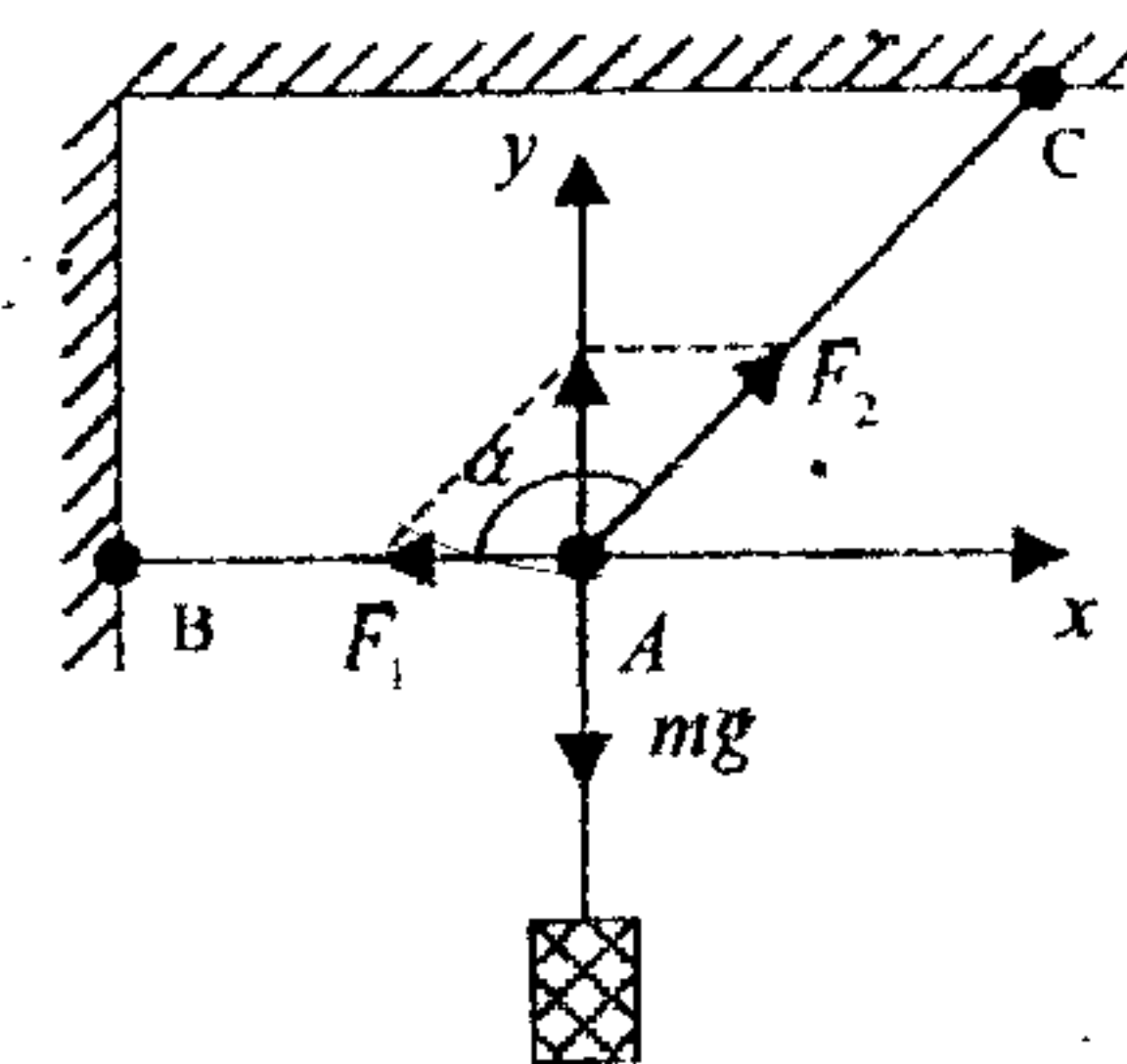


19-сурет

Жауабы: $T \approx 3400 \text{ Н}$.

3.1.13 Салмағы $P=100H$ жүк ABC тіреушіке ілінген (20 – сурет). Егер, $\alpha=150^\circ$ болса, онда тіреуін шабақтарына әсер ететін күштерді және аспаның керілу күшін табындар.

Берілгені: $P=100H$
 $\alpha=150^\circ$
Шешуі: A нүктесінің тепе-теңдік шартын өстер бойынша жазайық
 $F_1; F_2; T=?$



20-сурет

$$\begin{cases} F_2 \cos(180^\circ - \alpha) - F_1 = 0 \\ F \cos(\alpha - 90^\circ) - P = 0 \end{cases}$$

және $|P|=|T| \Rightarrow \begin{cases} F_2 = P / \cos(\alpha - 90^\circ) \\ F_1 = [P \cdot \cos(180^\circ - \alpha)] / \cos(\alpha - 90^\circ) \end{cases}$

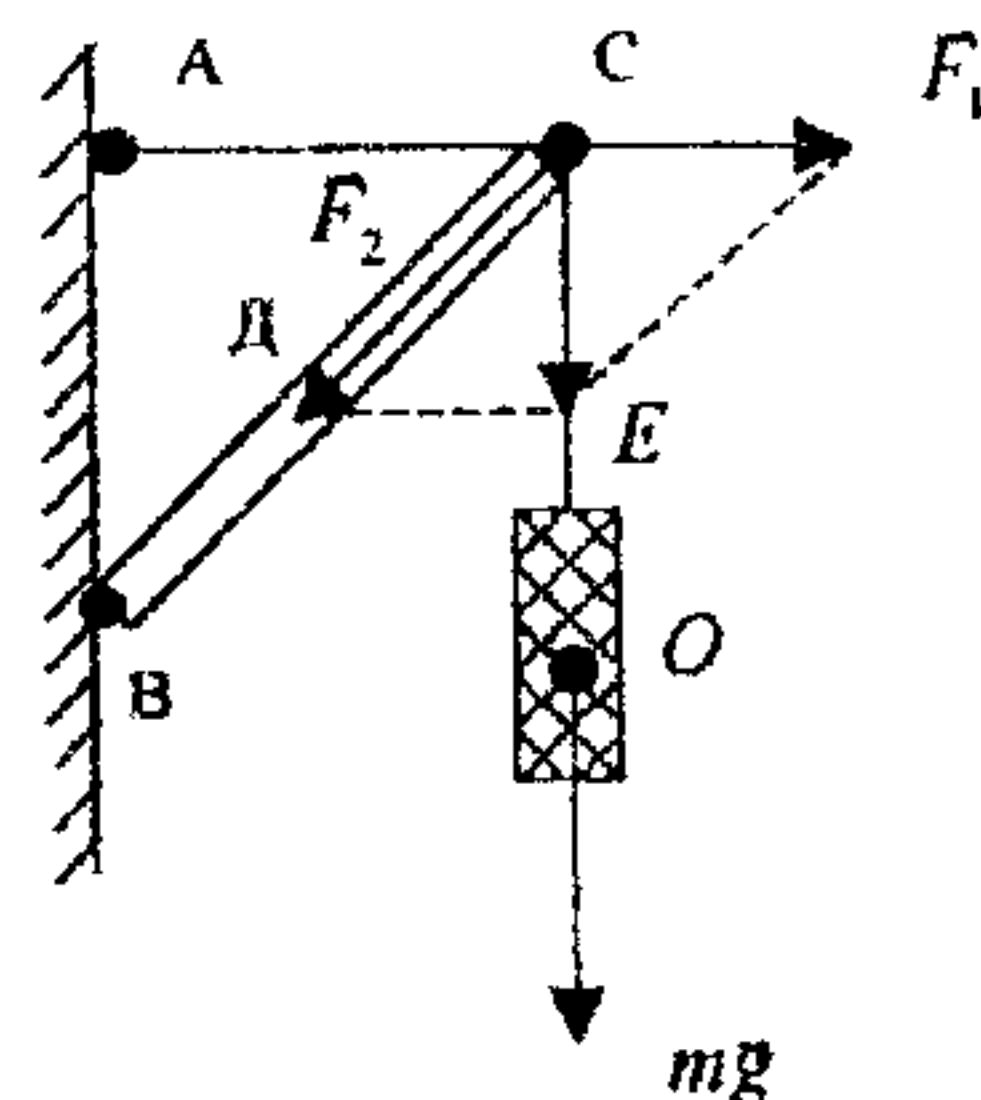
$$F_1 = 100H \cdot \cos(180^\circ - 150^\circ) / \cos(150^\circ - 90^\circ) \approx 170H;$$

$$F_2 = 100H / \cos(150^\circ - 90^\circ) = 200H.$$

Жауабы: $F_1 \approx 170H$; $F_2 = 200H$; $T = 100H$.

3.1.14 Тіреуін ұшына массасы 70кг жүк ілінген. Егер көкжиек бағытындағы кергіштің ұзындығы $0,6\text{м}$, ал тіреуін ұзындығы 1м болса, онда оның жеке бөліктеріне әсер ететін күштер қандай болады? (21-сурет).

Берілгені: $m=70\text{кг}$
 $AC=0,6\text{м}$
 $BC=1\text{м}$
Шешуі: mg ауырлық күшінің әсерінен BC тіреуін F_2 күшімен сығылады, ал AC кергіш F_1 -күшімен созылады.
 $F_1=?; F_2=?$



21-сурет

Сода $F_1 + F_2 + mg = 0$.
Екінші жағынан $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ болғандықтан

$$\begin{cases} F_1 / mg = AC / AB \\ F_2 / mg = BC / AB \end{cases} \text{ және } AB = \sqrt{BC^2 - AC^2},$$

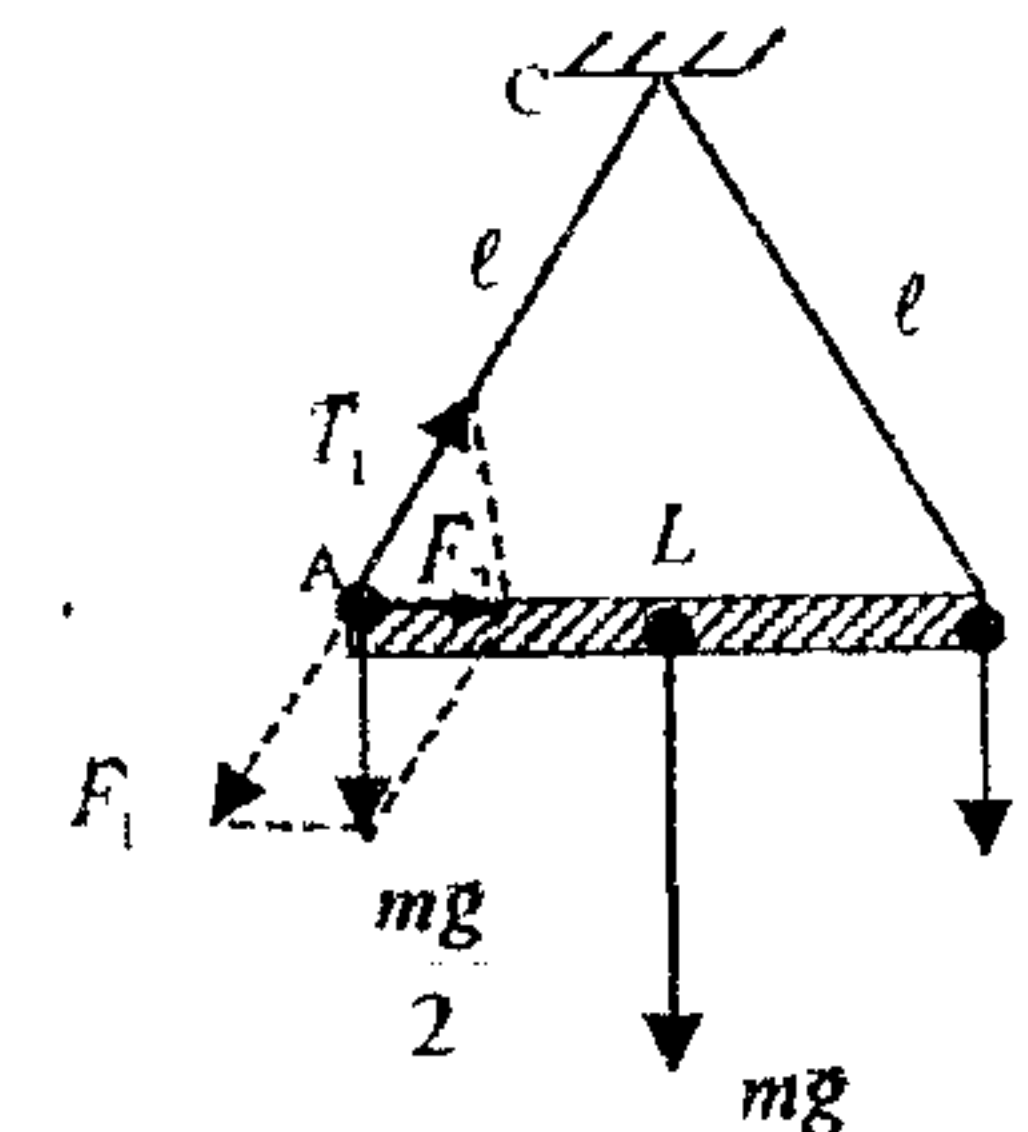
онда $F_1 = AC \cdot mg / \sqrt{BC^2 - AC^2}$;
 $F_2 = BC \cdot mg / \sqrt{BC^2 - AC^2}$.

$$F_1 = \frac{0,6\text{м} \cdot 70\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2}{\sqrt{(1\text{м})^2 - (0,6\text{м})^2}} = 514,5\text{Н}; F_2 = \frac{1\text{м} \cdot 70\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2}{\sqrt{(1\text{м})^2 - (0,6\text{м})^2}} = 857\text{Н}.$$

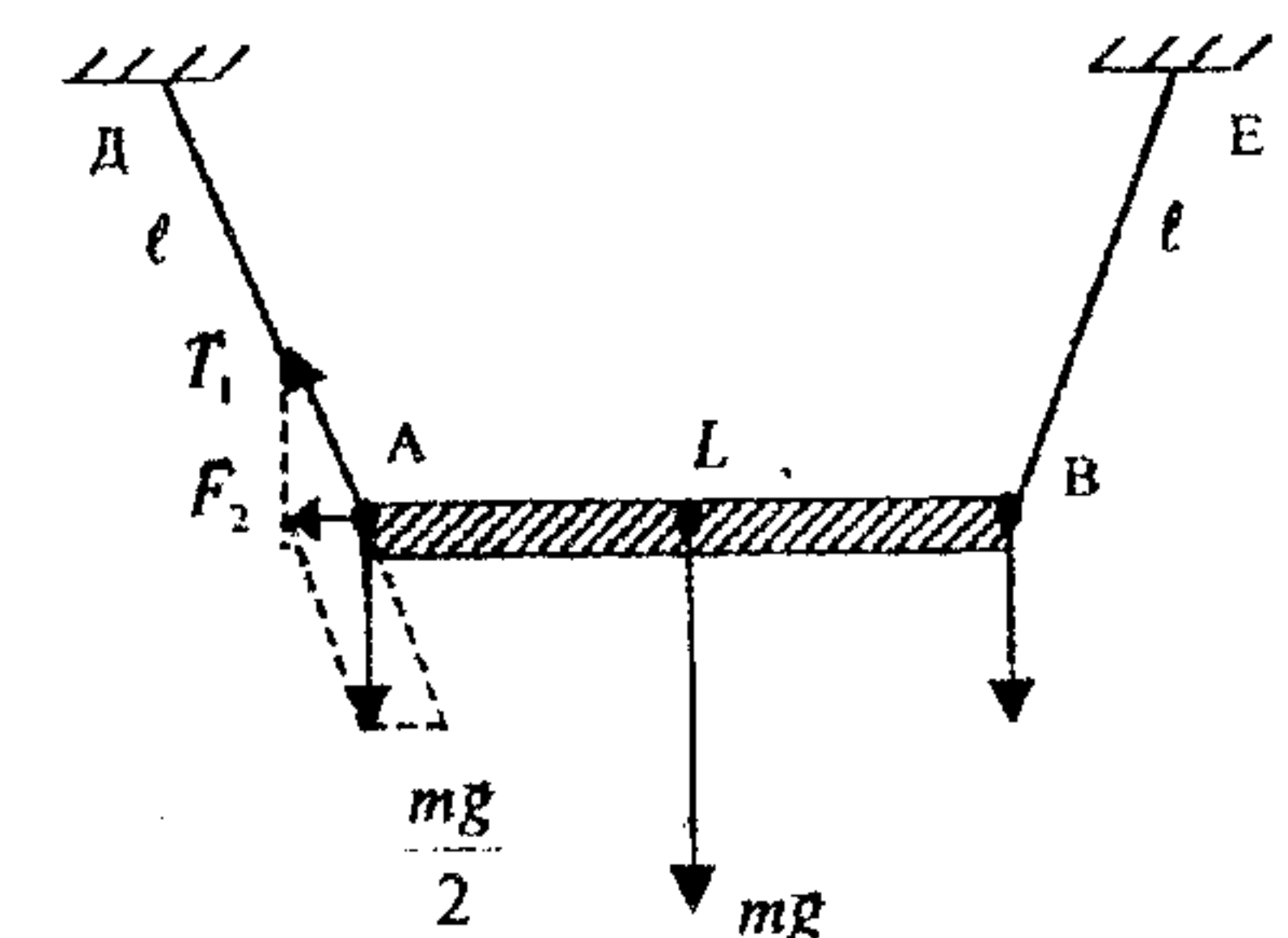
Жауабы: $F_1 = 514,5\text{Н}$; $F_2 = 857\text{Н}$.

3.1.15 Массасы $m=1,6\text{кг}$, ол ұзындығы $L=1,2\text{м}$ біртекті шыбықша көкжиек бағытында арқанмен екі түрлі тәсілде ілінген (22 - сурет). Егер $DA//BC$ және $BE//AC$ болса шыбықшаға әсер ететін күштерді және арқанның керілу күшін табындар. Барлық арқанның ұзындығы бірдей және 1 метрге тең .

Берілгені: $m=1,6\text{кг}$
 $L=1,2\text{м}$
 $\ell=1\text{м}$
Шешуі: а) Шыбықшаның A және B ұштарына $P/2$ салмақ күштері әсер етеді. Сонда $P/2$ күшін екі: F_1 және F_2 құраушыларға жіктеуге болады.
 $T_1=?; F_1;$ Мұндағы $F_1 = -T_1$ немесе $|F_1| = |T_1|$.
 $F_2=?$



а)



б)

22-сурет

Үшбұрыштар ұқсастығынан

$$\frac{F_1}{P/2} = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 - L^2/4}} \text{ және } \frac{F_2}{P/2} = \frac{L/2}{\sqrt{\ell^2 - L^2/4}} \Rightarrow F_1 = \frac{P\ell}{4\ell^2 - L^2} \text{ және } F_2 = \frac{PL}{2\sqrt{4\ell^2 - L^2}}.$$

а) а-жағдайына ұқсас түрлендірулер арқылы F_1 және F_2 күштері табылады, бірақ ә-жағдайда F_2 күші шыбықша ұшын созады.

$$T_1 = F_1 = \frac{1,6\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2 \cdot 1\text{м}}{\sqrt{4 \cdot (1\text{м})^2 - (1,2\text{м})^2}} = 9,8\text{Н}. F_2 = \frac{1,6\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2 \cdot 1,2\text{м}}{2 \cdot \sqrt{4 \cdot (1\text{м})^2 - (1,2\text{м})^2}} = 5,84\text{Н}.$$

Жауабы: $T_1 = 9,8\text{Н}$; $F_2 = 5,84\text{Н}$; $F_1 = 9,8\text{Н}$.

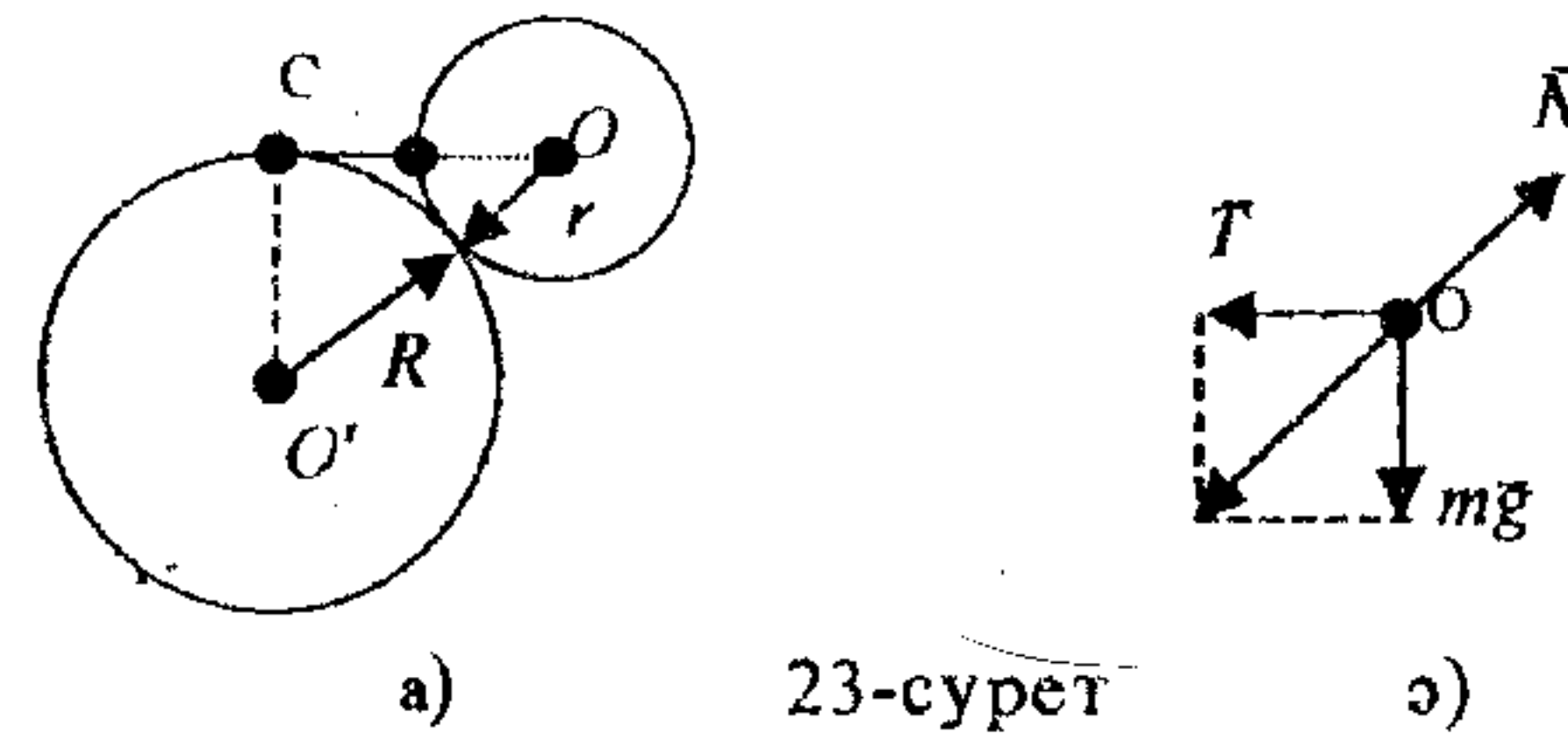
3.1.16 Массасы m , радиусы r шарик ұзындығы ℓ созылмайтын жіппен, радиусы R шардың үстінде ұсталып тұр (23 – сурет). Үйкелісті ескермей, жіптің керілу күшін табындар.

Берілгені: $m; r; R; \ell$
Шешуі: Кіші шарикке әсер ететін күштер: T - керілу күші, N - қысым күші, mg - ауырлық күші 23 (ә) суретте көрсетілген. COO' және күш үшбұрышының ұқсастығынан $T/mg = CO/CO_1$.

Ал, $CO = \ell + r$; $OO' = R + r$;

$CO_1 = R$. Сонда $T = mg(\ell + r)/R$.

Жауабы: $T = mg(\ell + r)/R$.



23-сурет

3.1.17 Массасы 50 кг біртекті бөрене ски тіреуде жатыр (24 – сурет). А тіреуден бөрененің $\ell/4$ ұзындығындай аралықта оның үстіне массасы $M = 100\text{ кг}$ жүк қойған. Бөрененің тіреулерге түсіретін қысым күшін табындар.

Берілгені: $m = 50\text{ кг}$
 $M = 100\text{ кг}$
 $N_A = ?$
 $N_B = ?$
 Шешуі: Бөрене ұзындығы ℓ болсын. M массалы жүк қойылып тұрғанда $F_A^I = F_B^I = mg/2$. M массалы жүк қойылғаннан кейін (m – ді ескермесек), параллел

күштерді қосу ережесі бойынша $\frac{F_B^{II}}{F_A^{II}} = \frac{\ell/4}{3/4\ell}$, ал $F_B^{II} = Mg - F_A^{II}$ екендігін

ескерсек $(Mg - F_A^{II})/F_A^{II} = \frac{1}{3} \Rightarrow F_A^{II} = \frac{3}{4}Mg$ және $F_B^{II} = \frac{1}{4}Mg$. Ал, $F_A = F_A^I + F_A^{II}$ және

$F_B = F_B^I + F_B^{II}$, сонда $F_A = [g(m + 3M/2)]/2$;

$F_B = [g(m + M/2)]/2$.

$|N_A| = |F_A|$ және $|N_B| = |F_B|$ екендігін

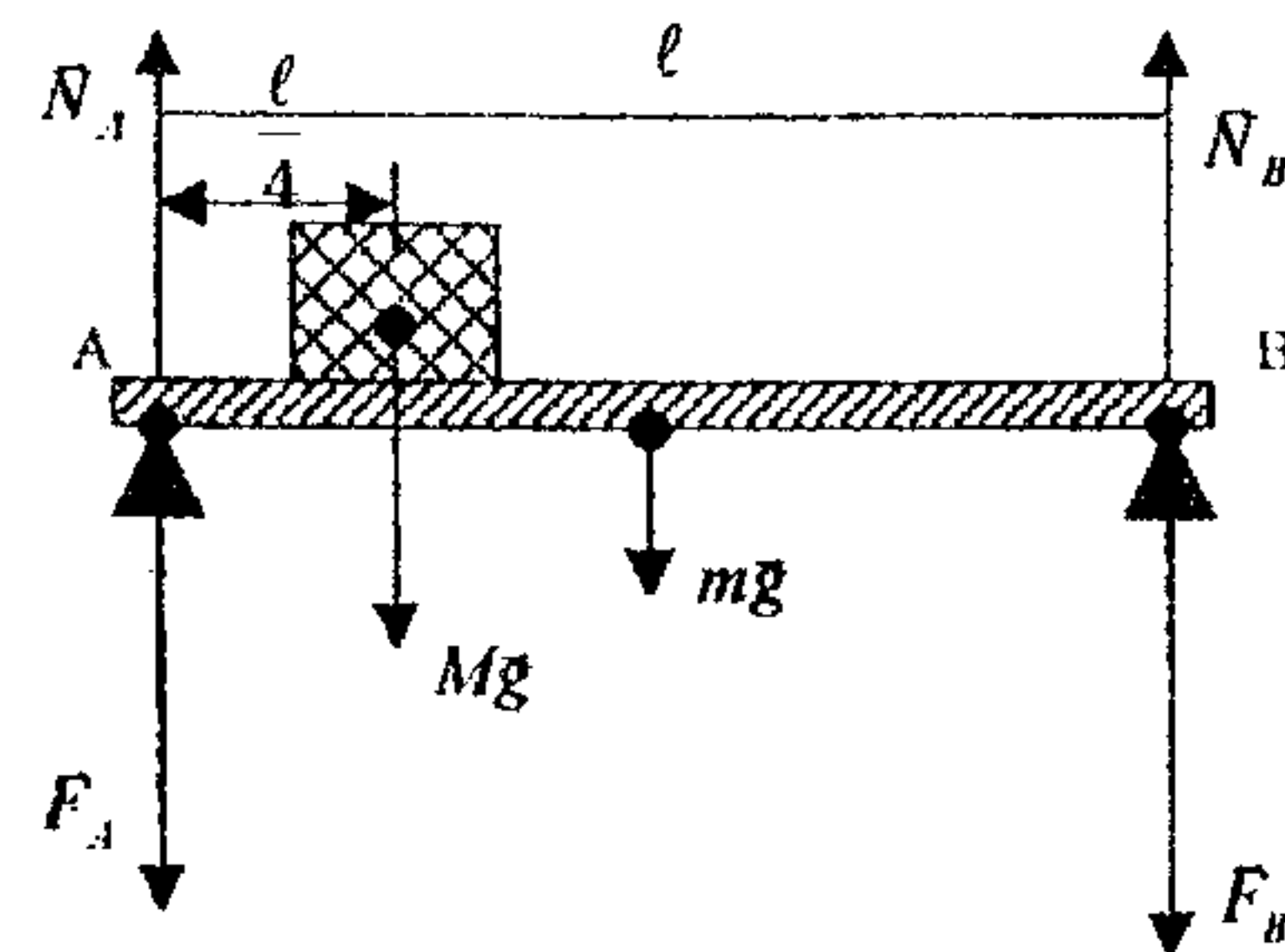
ескерсек, онда $N_A = [g(m + 3M/2)]/2$;

$N_B = [g(m + M/2)]/2$.

$N_A = \frac{9,8\text{ м/с}^2}{2} \left(50\text{ кг} + \frac{3}{2} 100\text{ кг} \right) = 980\text{ Н}$;

$N_B = \frac{9,8\text{ м/с}^2}{2} \left(50\text{ кг} + \frac{1}{2} 100\text{ кг} \right) = 490\text{ Н}$.

Жауабы: $N_A = 980\text{ Н}$; $N_B = 490\text{ Н}$.



24-сурет

3.1.18. m_1 , m_2 және m_3 жүктер жүйесі тепе-теңдікте тұр (25-сурет). Егер m_1 , m_2 және α белгілі болса m_3 -ің шамасын және m_1 жүктің көлбеу жазықтыққа түсіретін N күшін табындар. Блокпен жіптің массасын және үйкелісті ескермеңдер.

Берілгені: m_1 , m_2 , α
 $m_3 = ?$; $N = ?$
 Шешуі: m_1 жүкке әсер ететін күштерді анықтайық.
 Олар: m_1g -ауырлық;
 T_2 және T_3 жіптің тарту; N -көлбеу жазықтың реакция күштері. m_1 жүгі...

тепе-теңдікте болғандықтан

$m_1g + T_2 + T_3 + N = 0$ (1) $T_2 = m_2g$ және

$T_3 = m_3g$ екендігін ескеріп (1) теңдіктің

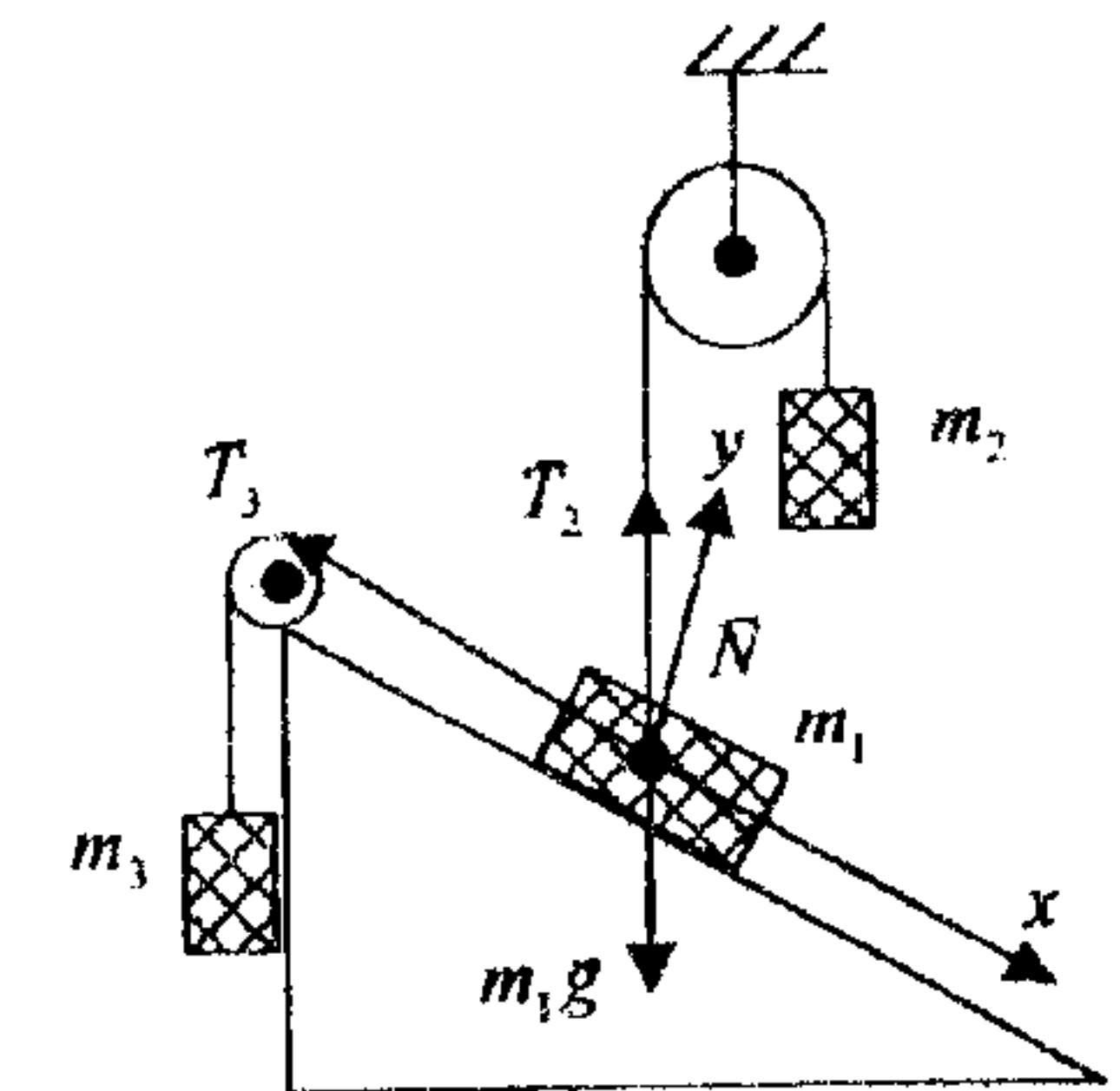
өстер бойынша проекцияларын жазайық,

сонда $\begin{cases} -m_1g \cos \alpha + N + m_2g \cos \alpha = 0 \\ m_1g \sin \alpha - m_2g \sin \alpha - m_3g = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$N = (m_1 - m_2)g \cos \alpha$

$m_3 = (m_1 - m_2) \sin \alpha$.

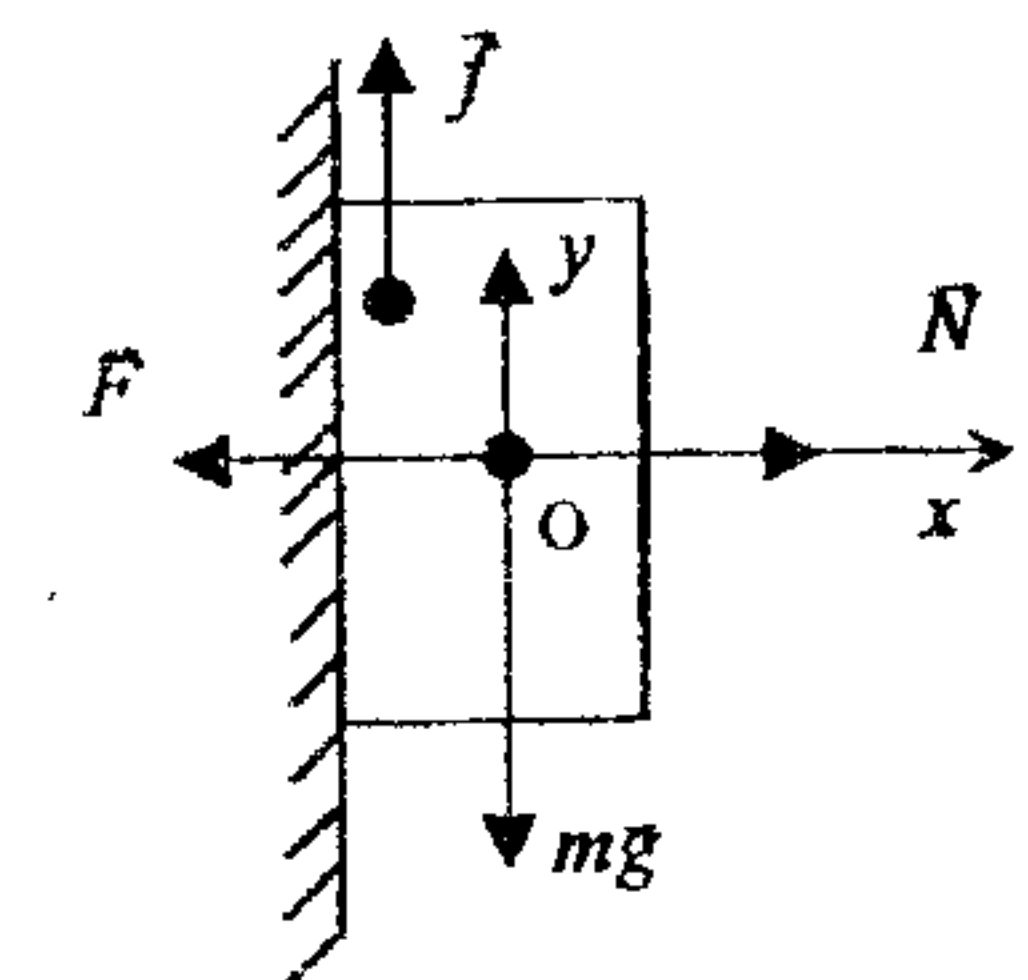
Жауабы: $N = (m_1 - m_2)g \cos \alpha$; $m_3 = (m_1 - m_2) \sin \alpha$.



25-сурет

3.1.19 Төмен сырғып кетпес үшін массасы $m = 5\text{ кг}$ жалпақ білеушені қабырғаға қандай ең аз $F_{\min}$ күшпен көкжиек бағытында сығу керек? Қабырға мен білеуше арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,1$.

Берілгені: $m = 5\text{ кг}$
 $\mu = 0,1$
 $F_{\min} = ?$
 Шешуі: Білеушеге әсер ететін күштер 26 – суретте көрсетілген. Білеуше тепе – теңдікте болуы үшін $F + f + N + mg = 0$.



26-сурет

Өстер бойынша проекцияласақ.

$\begin{cases} F = N \\ f = mg \end{cases}$

Ал, білеушенің сырғанамау шегі $\mu \geq f/N$ (2)

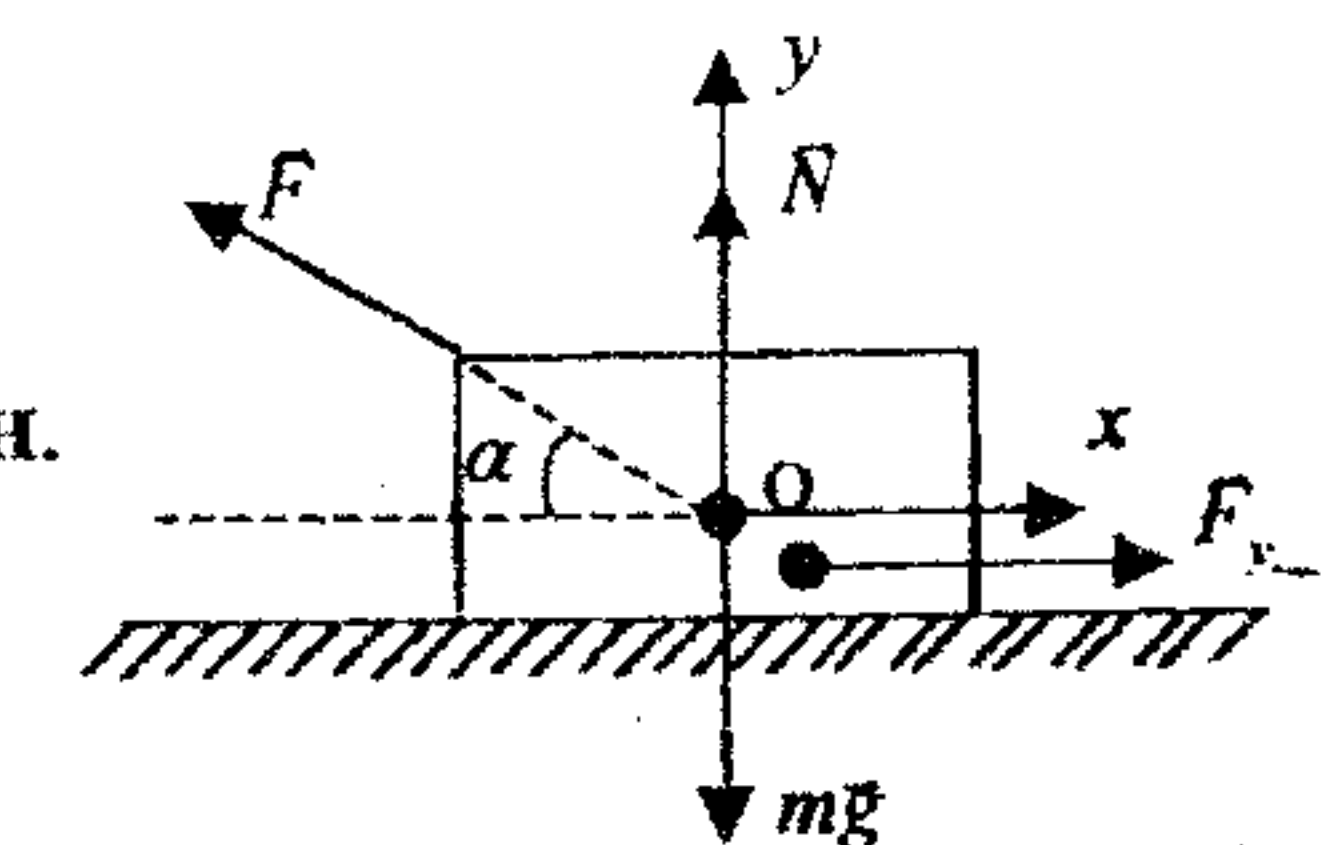
және (2)-ден $\mu \geq mg/F_{\min} \Rightarrow F_{\min} \geq mg/\mu$.

$F_{\min} \geq \frac{5\text{ кг} \cdot 9,8\text{ м/с}^2}{0,1} = 490\text{ Н}$

Жауабы: $F_{\min} \geq 490\text{ Н}$.

3.1.20 Көкжиек жазықтығында жатқан массасы $m = 60\text{ кг}$ жәшікті бірқалыпты қозғалту керек. Егер жазықтықпен жәшік арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,27$ болса, онда оған көкжиек пен $\alpha = 30^\circ$ жасай әсер ететін күштің шамасы неге тең?

Берілгені: $m = 60\text{ кг}$
 $\mu = 0,27$
 $\alpha = 30^\circ$
 $F = ?$
 Шешуі: Жәшік бірқалыпты қозғалғанда оған әсер етуші күштер 27-суретте көрсетілген. Бірқалыпты қозғалу шарты $F + N + F_{\text{тр}} + mg = 0$



27-сурет

Өстер бойынша проекцияласак $\begin{cases} F \sin \alpha + N - mg = 0 \\ F_{\text{тр}} - F \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$

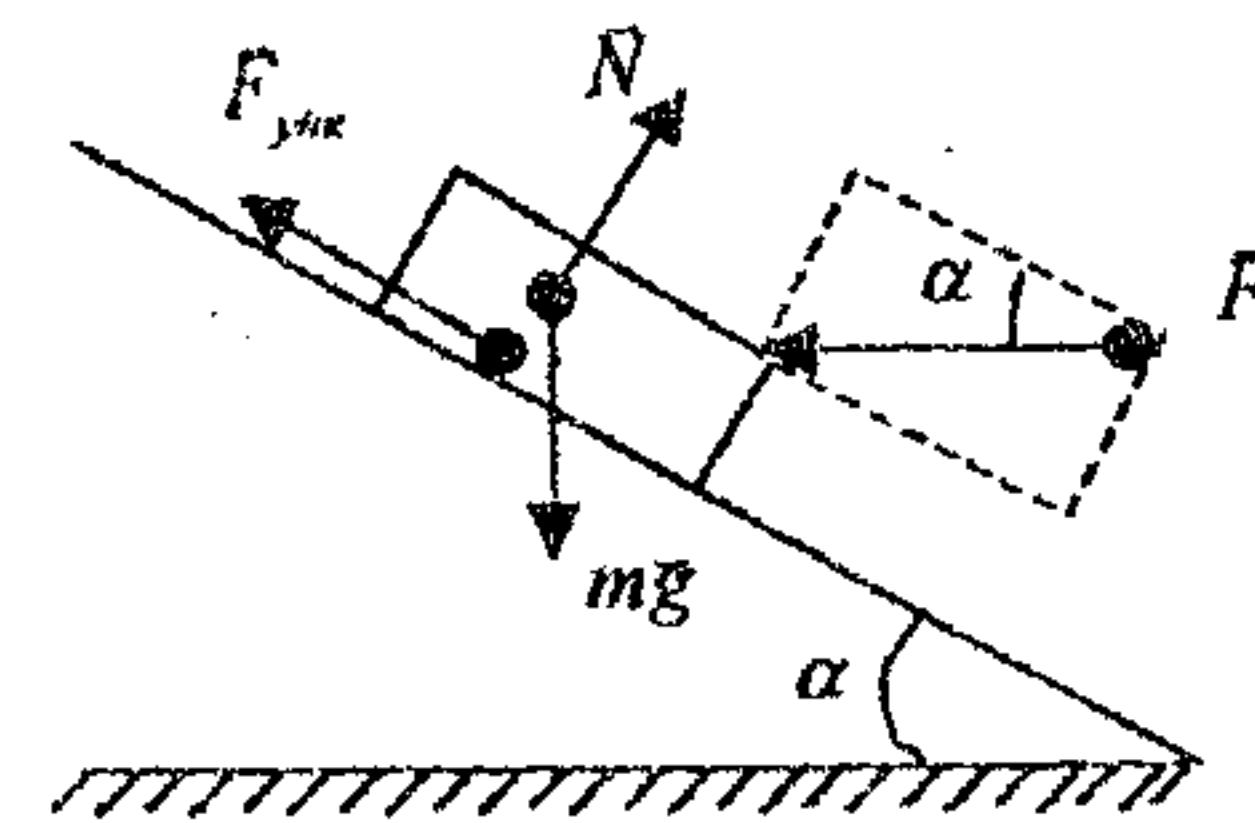
Мұнда, $F_{\text{тр}} = \mu mg$ екендігі ескерілді. $F = \frac{0,27 \cdot 60 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{\cos 30^\circ + 0,27 \cdot \sin 30^\circ} \approx 162 \text{ Н}$.

Жауабы: $F \approx 162 \text{ Н}$.

3.1.21 Массасы $m = 1 \text{ кг}$ білеуше көлбеулік бұрышы $\alpha = 30^\circ$ жазықтықтан сырғып кетпеуі үшін оған көкжиек бағытында қандай ең аз F күшпен әсер ету керек? Білеуше мен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,2$.

Берілгені: $m = 1 \text{ кг}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\mu = 0,2$
 $F = ?$

Шешуі: Білеушеге әсер ететін күштер 28-суретте көрсетілген. Енді білеушенің тепе-теңдік



28-сурет

шартын жазайық, сонда

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} - F \cos \alpha = 0 \\ N - mg \cos \alpha - F \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Көкжиек бағытындағы әсер етуші күш шамасы ең аз болуы үшін $F_{\text{тр}} = \mu N$

(2) теңдігі орындалуы керек. (1) және (2) - ден

$$F = mg(\lg \alpha - \mu) / (1 + \mu \lg \alpha). F = \frac{1 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 (\lg 30^\circ - 0,2)}{1 + 0,2 \cdot \lg 30^\circ} \approx 3,3 \text{ Н}.$$

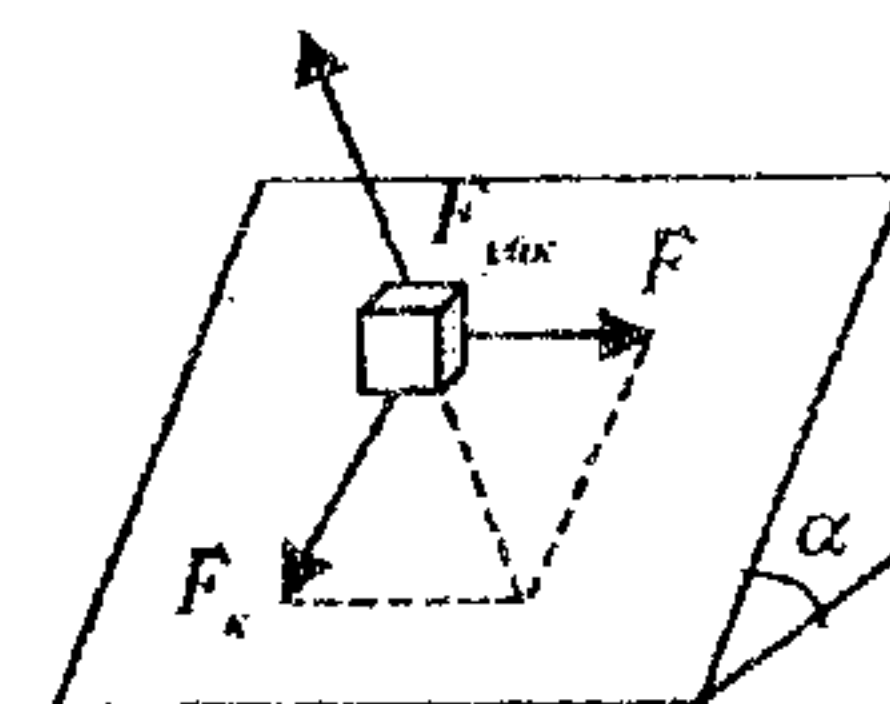
Жауабы: $F \approx 3,3 \text{ Н}$.

3.1.22 Массасы $m = 100 \text{ г}$ кішкене кубик көкжиекке $\alpha = 30^\circ$ бұрышпен көлбейтін бедерлі жазықтықта жатыр (29-сурет). Кубиктің жазықтықпен үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,8$. Кубик қозғала бастауы үшін оны көкжиек бағытында соғатын F күштің ең аз мәнін анықтаңдар.

Әсер етуші күш көлбеу жазықтықта жатады.

Берілгені: $m = 100 \text{ г}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\mu = 0,8$
 $F = ?$

Шешуі: $100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$.
 Кубикке әсер ететін күштер: F - соғу, F_x - ауырлық күшінің көлбеу құраушысы, $F_{\text{тр}}$ - үйкеліс күші. (1) $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$



29-сурет

теңдігінде ғана тепе-теңдіктің шектік шарты орындалады. Ал, бұл $F_{\text{тр}}$ күші өзара перпендикуляр екі күштің: F - соғу күшінің және $F_x = mg \sin \alpha$ (ауырлық күшінің көкжиек жазықтықтағы құраушысы) күшінің теңәсерлі күші болып табылады. Онда Пифагор теоремасынан

$$F_{\text{тр}} = \sqrt{F^2 + (mg \sin \alpha)^2} \Rightarrow F = \sqrt{F_{\text{тр}}^2 - (mg \sin \alpha)^2}.$$

(1)-ді ескерсек $F = \sqrt{(\mu mg \cos \alpha)^2 - (mg \sin \alpha)^2} = mg \cdot (\mu \cos \alpha)^2 - \sin^2 \alpha$.

$$F = 0,1 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot ((0,8 \cos 30^\circ)^2 - (\sin 30^\circ)^2) \approx 0,47 \text{ Н}.$$

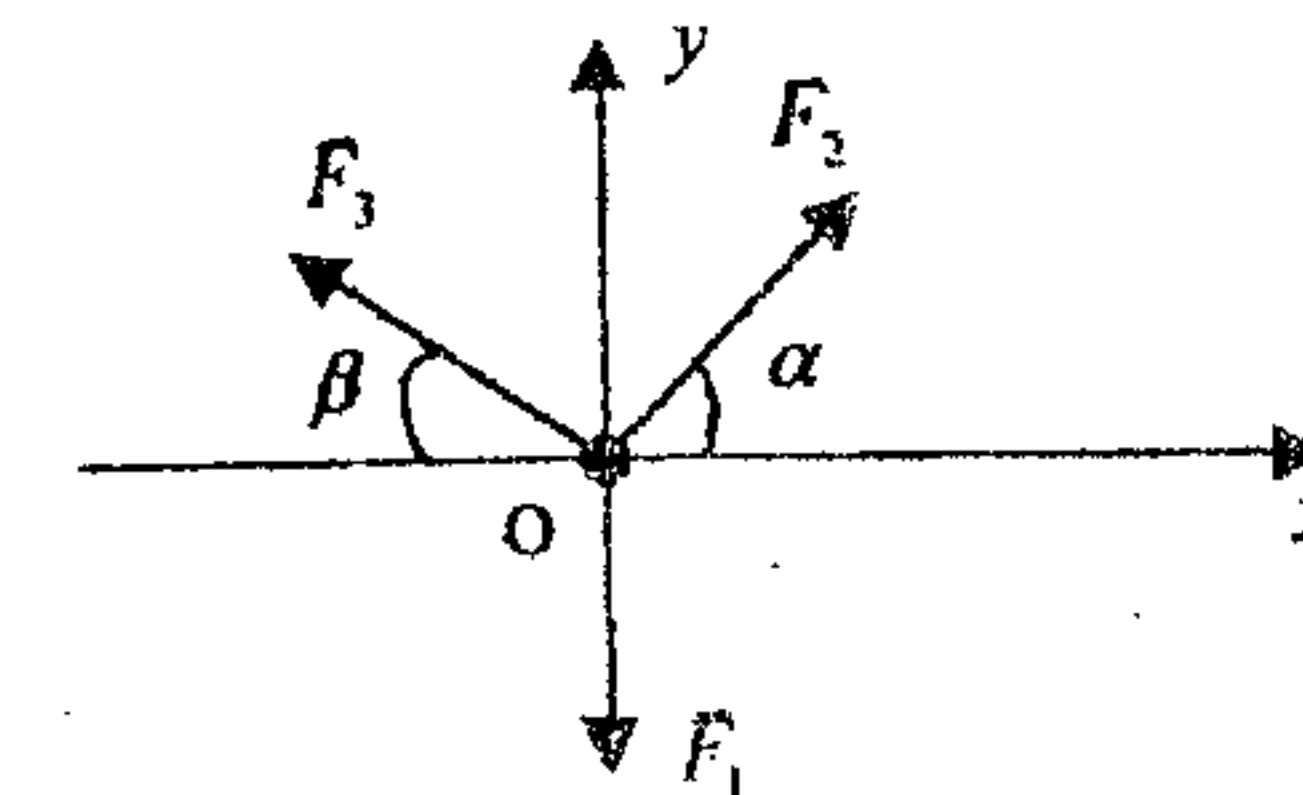
Жауабы: $F \approx 0,47 \text{ Н}$.

Қосымша есептер

3.1.23. 30-суретте көрсетілген күштердің теңәсерлі күшін табыңдар. Мұндағы:

$$F_1 = 200 \text{ Н}, F_2 = 50 \sqrt{3} \text{ Н}, \alpha = 60^\circ, \beta = 30^\circ, F_3 = 50 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F = 0$.



30-сурет

3.1.24 Массасы $m = 20 \text{ кг}$ көше шамы бірдей екі темір арқанға ілінген. Олардың арасындағы бұрыш $\alpha = 120^\circ$. Арқанның тартылу күшін анықтаңдар.

Жауабы: $T = mg/2$.

3.1.25 Тегіс тік қабырғаның A нүктесіне, ұзындығы ℓ жіпке массасы m шар ілінген. Шардың радиусы R . Жіптің T керілу күшін және шардың қабырғаға түсіретін F қысым күшін табыңдар.

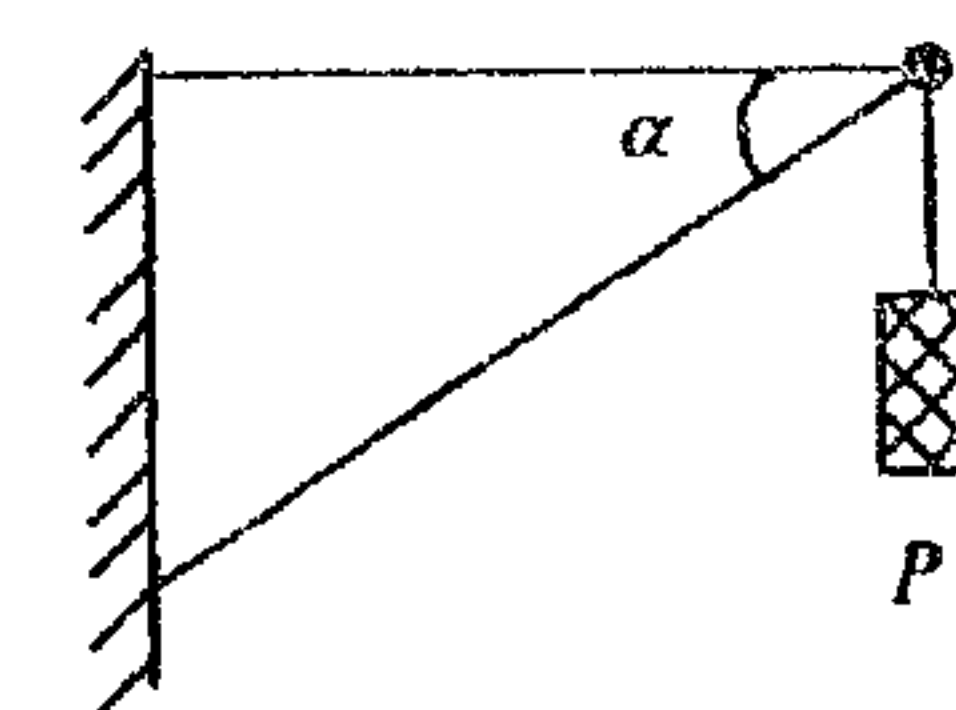
$$\text{Жауабы: } T = mg(\ell + R) / \sqrt{\ell^2 + 2\ell R}; F = mgR / \sqrt{\ell^2 + 2\ell R}.$$

3.1.26 Массасы $M = 10 \text{ кг}$ шам арақашықтығы $\ell = 10 \text{ м}$ болатын тіректер арасына ілінген. Арқанның керілу күшінің шегі $T = 500 \text{ Н}$. Шам бекітілген нүкте жер бетінен $h = 5 \text{ м}$ биікте болса, арқан ұшы бекітілген тіреудің биіктігі қандай болғаны?

$$\text{Жауабы: } H = h + Mg\ell / 2\sqrt{4T^2 - (Mg)^2} = 5,5 \text{ (м)}.$$

3.1.27 Тіреуішке жүк ілінген кезде, оның көкжиек бағытындағы шабағын созатын күш $F = 90 \text{ Н}$. Шабақпен көлбеу тірек арасындағы бұрыш $\alpha = 45^\circ$ (31-сурет). Ілінген жүк салмағы қандай?

Жауабы: $P = 90 \text{ Н}$.



31-сурет

3.1.28 Жіптің бір ұшы A нүктесіне байланып екінші ұшы C нүктесіндегі блоктан асырылған (32 – сурет). Егер B нүктесіне 2 кг жүк ілгенде жіптің AB бөлігі басқа бөлігіне қарағанда екі есе артық керілуі үшін оның C ұшына қандай массалы жүк ілу керек? $\angle ABC = 90^\circ$ болса, C блокты тартатын күшті табындар.

Жауабы: $m \approx 0,9\text{ кг}$; $F \approx 15,2\text{ Н}$.

3.1.29 33 – суреттегі AC шыбықшасына және BC арқанға әсер ететін күштерді табындар. Мұндағы $AC = 2\text{ м}$, $AB = 1,5\text{ м}$, $P = 300\text{ Н}$.

Жауабы: $F_{AC} = 400\text{ Н}$, $F_{BC} = 500\text{ Н}$.

3.1.30 Салмағы P жүк AB және BC жіптері арқылы ұсталып тұр (34 – сурет). α бұрышы белгілі болса жіптің керілу күштерін табындар.

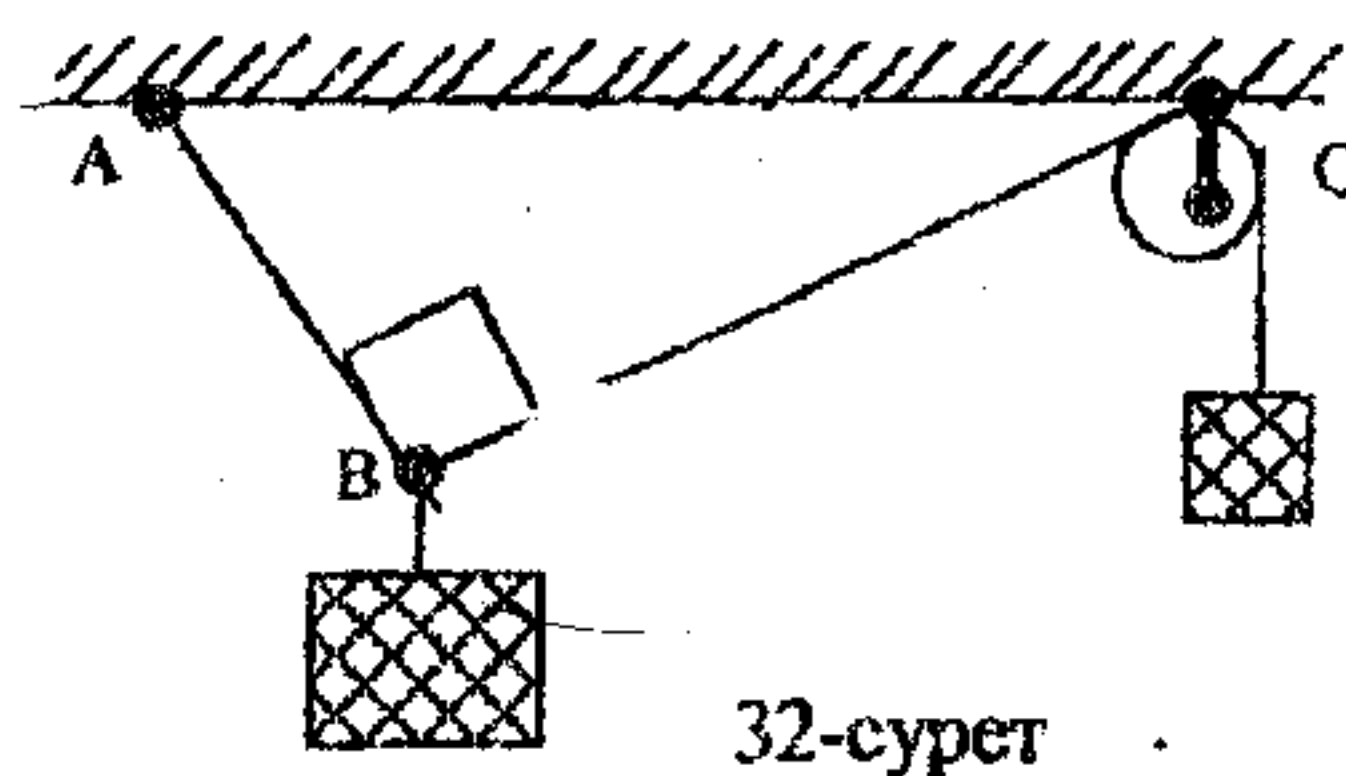
Жауабы: $T_1 = P \cot \alpha$; $T_2 = P / \sin \alpha$.

3.1.31. Массасы $m_1 = 10\text{ кг}$ жүк біреуінің массасы 18 кг болатын екі жүкпен теңгерілген. Сонда үшінші жүкті ұстап тұрған жіп A нүктесінен көкжиек бағытымен бағытталды (35 – сурет). Үшінші жүктің m_3 массасын және α бұрышын табындар.

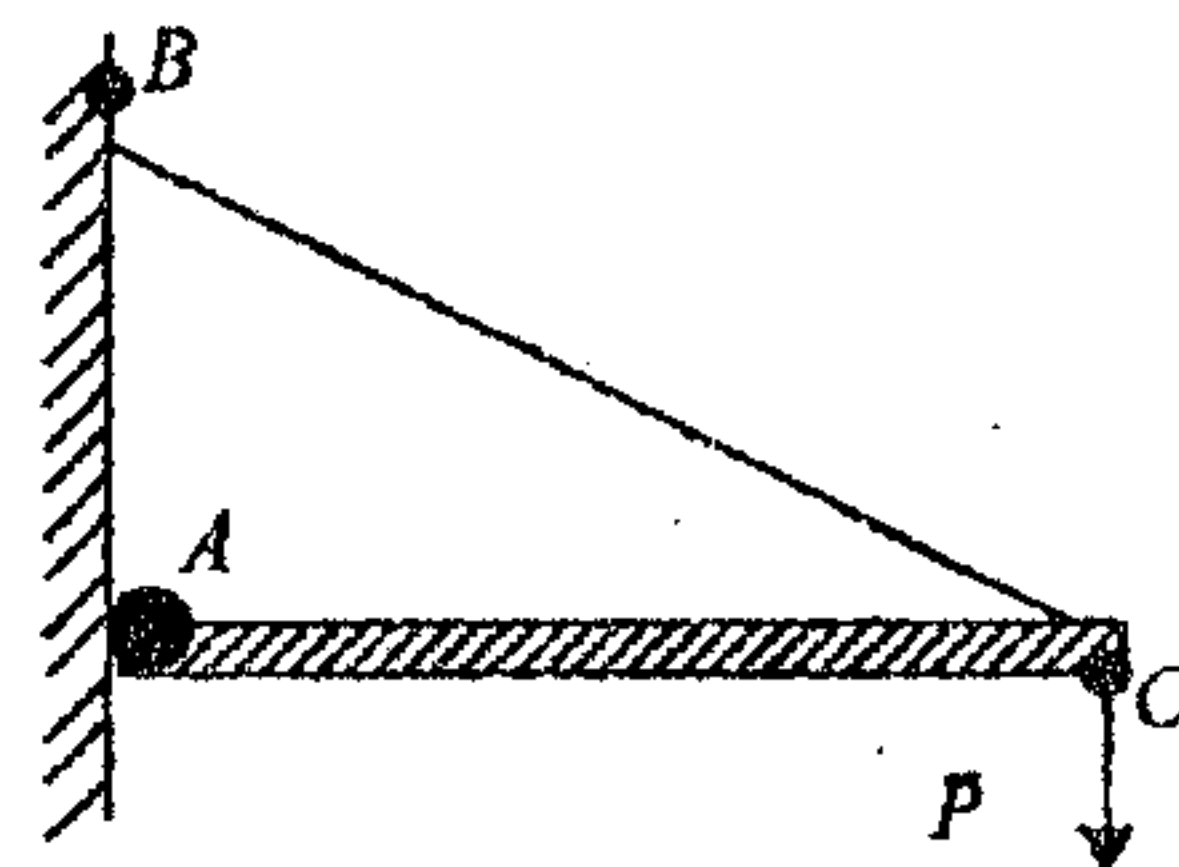
Жауабы: $m_3 = m_2 \sin \alpha \approx 14,9(\text{кг})$;
 $\alpha = \arccos(m_1 / m_2) \approx 56^\circ$.

3.1.32 36 – суретте AC және BC тіреуіштеріне әсер ететін күштің шамасын табындар. Мұндағы: $AC = 3\text{ м}$; $AB = 1,5\text{ м}$; $BC = 4\text{ м}$; $m = 2\text{ т}$.

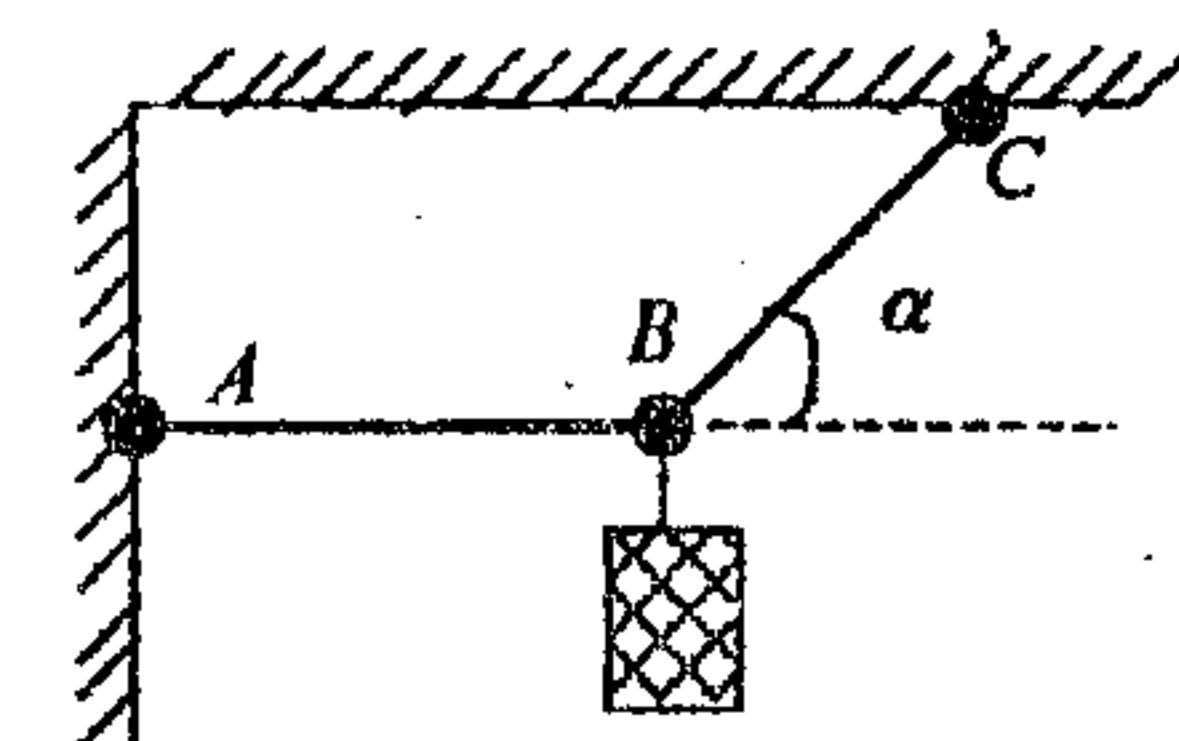
Жауабы: $F_{AC} \approx 5,2 \cdot 10^4\text{ Н}$; $F_{BC} \approx 3,9 \cdot 10^4\text{ Н}$.



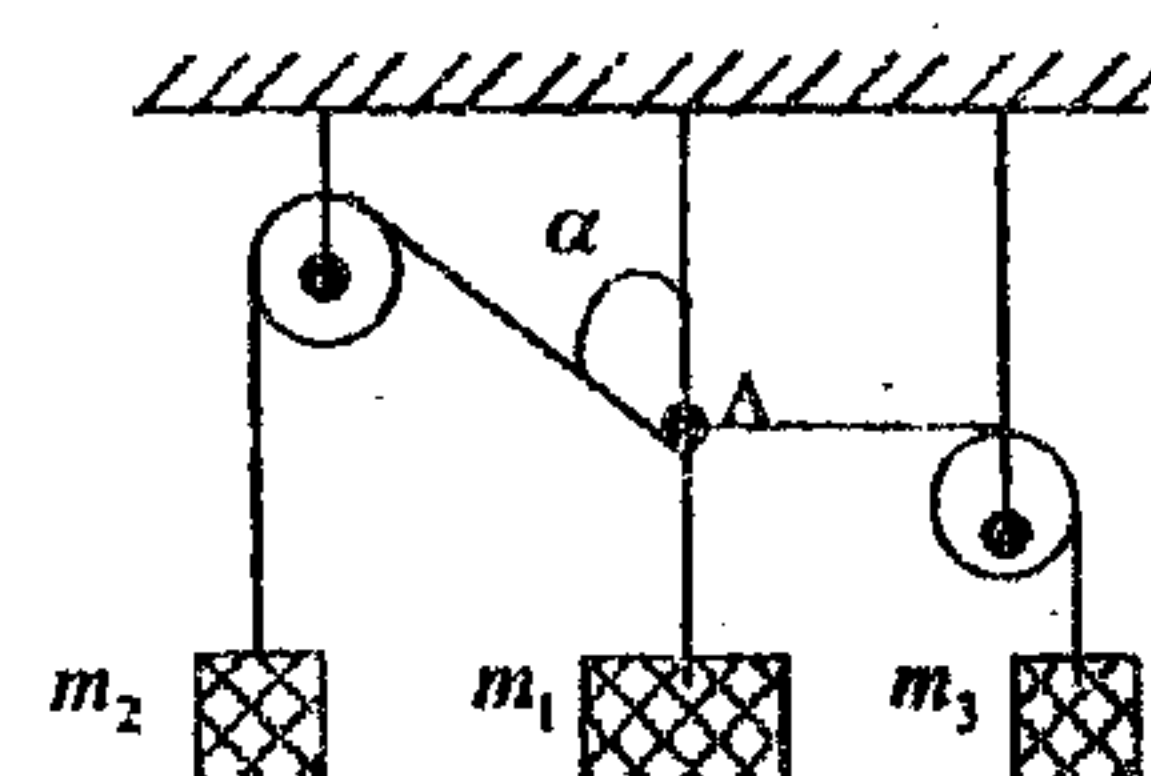
32-сурет



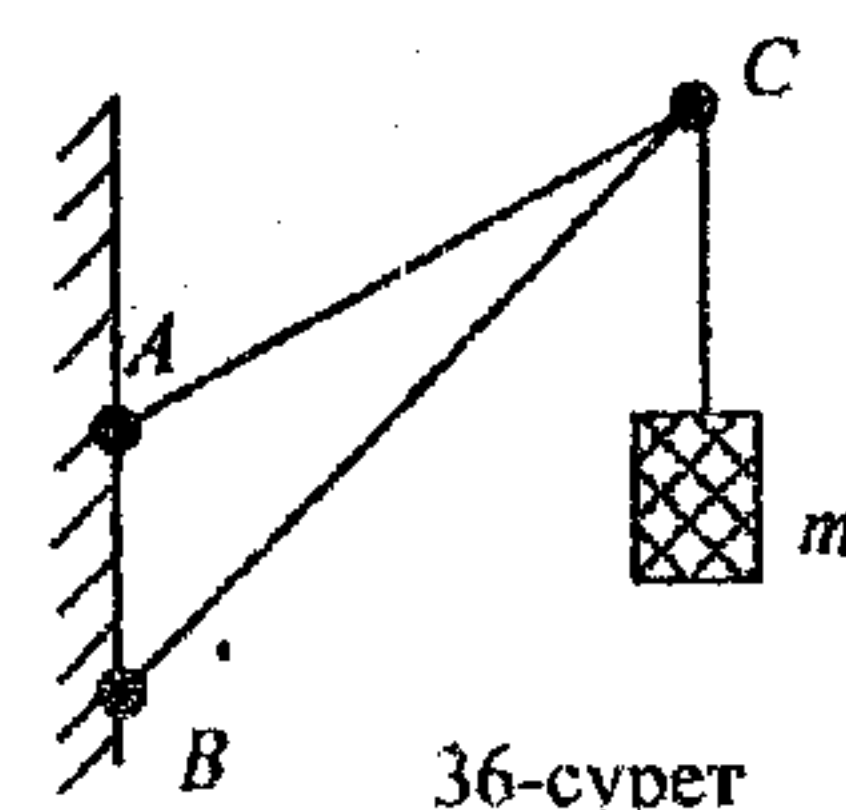
33-сурет



34-сурет



35-сурет



36-сурет

3.1.33 37 – суретте A топсасына түсетін реакция күшін анықтандар. Мұндағы: $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; AB шыбықшаның массасы $m = 2\text{ кг}$.

Жауабы: $R \approx 9,8\text{ Н}$.

3.1.34 Бір жазықтықта жатқан шамалары тең бес күштің теңәсерлі күшін табындар (38-сурет). Күш бағыттары арасындағы бұрыштар өзара тең.

Жауабы: $R = 0$.

3.1.35 Салмағы 60 Н жүк 39 – суреттегідей екі арқанға ілулі тұр. $\angle ACB = 120^\circ$. AC және CB арқандардың керілу күштерін табындар.

Жауабы: $T_1 = 2P / \sqrt{3} \approx 69(\text{Н})$; $T_2 = P / \sqrt{3} \approx 34,5(\text{Н})$.

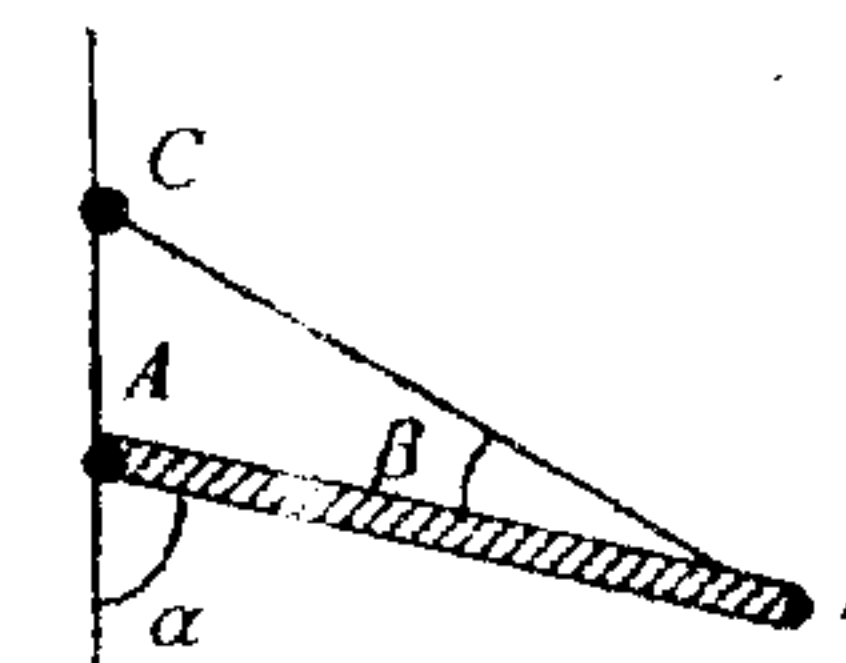
3.1.36 Екі блоктан асырылып тасталған жіптердің ұштарына массалары m_1, m_2 және M үш жүк ілінген (40-сурет). Жүйе тепе – теңдікте болуы үшін жүк массалары өзара қандай қатынаста болуы керек? Бұл тепе – теңдік шарты әрқашан орындала ма?

Жауабы: $\sin \alpha_1 = (M^2 - m_2^2 + m_1^2) / 2Mm_1$;
 $\sin \alpha_2 = (M^2 - m_1^2 + m_2^2) / 2Mm_1$.

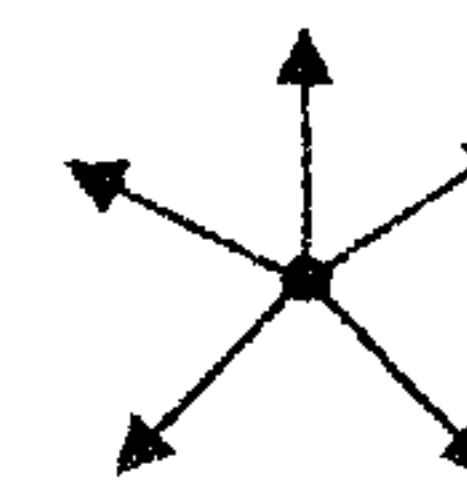
Бұл тепе – теңдік $M < m_1 + m_2$, және $M^2 > m_1^2 - m_2^2$ шарттары орындалғанда дұрыс болады.

3.1.37 Массасы 2 кг электр шамы төбеге BC және BA сымдарымен ілінген (41 – сурет). Егер $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 135^\circ$ болса сымдардың керілу күштерін табындар.

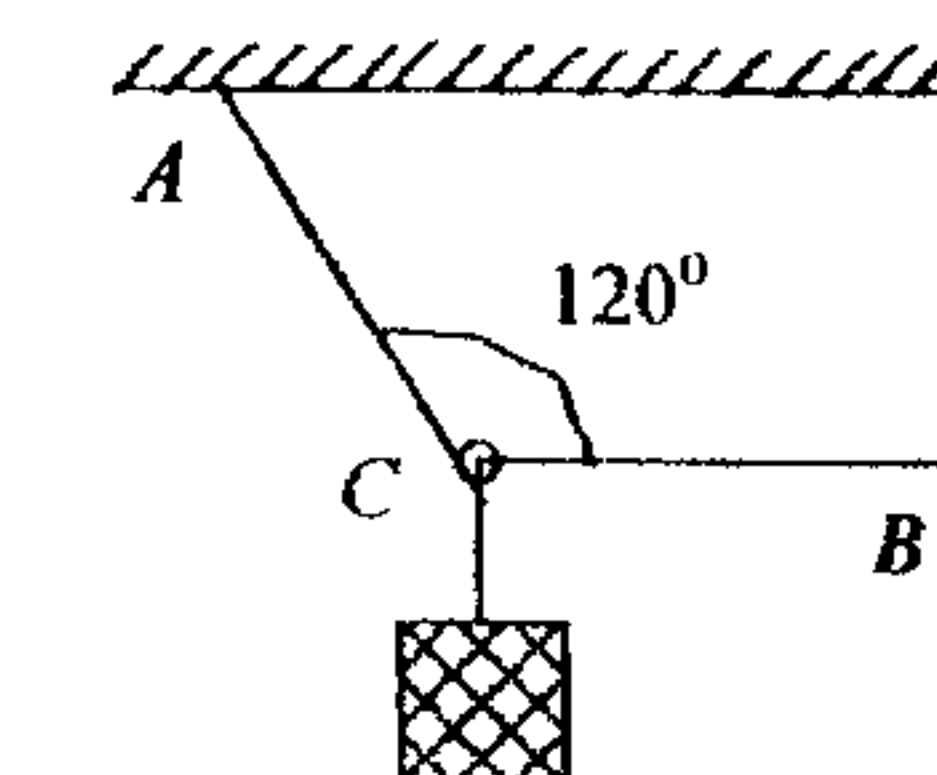
Жауабы: $T_1 \approx 14,3\text{ Н}$; $T_2 \approx 10,1\text{ Н}$.



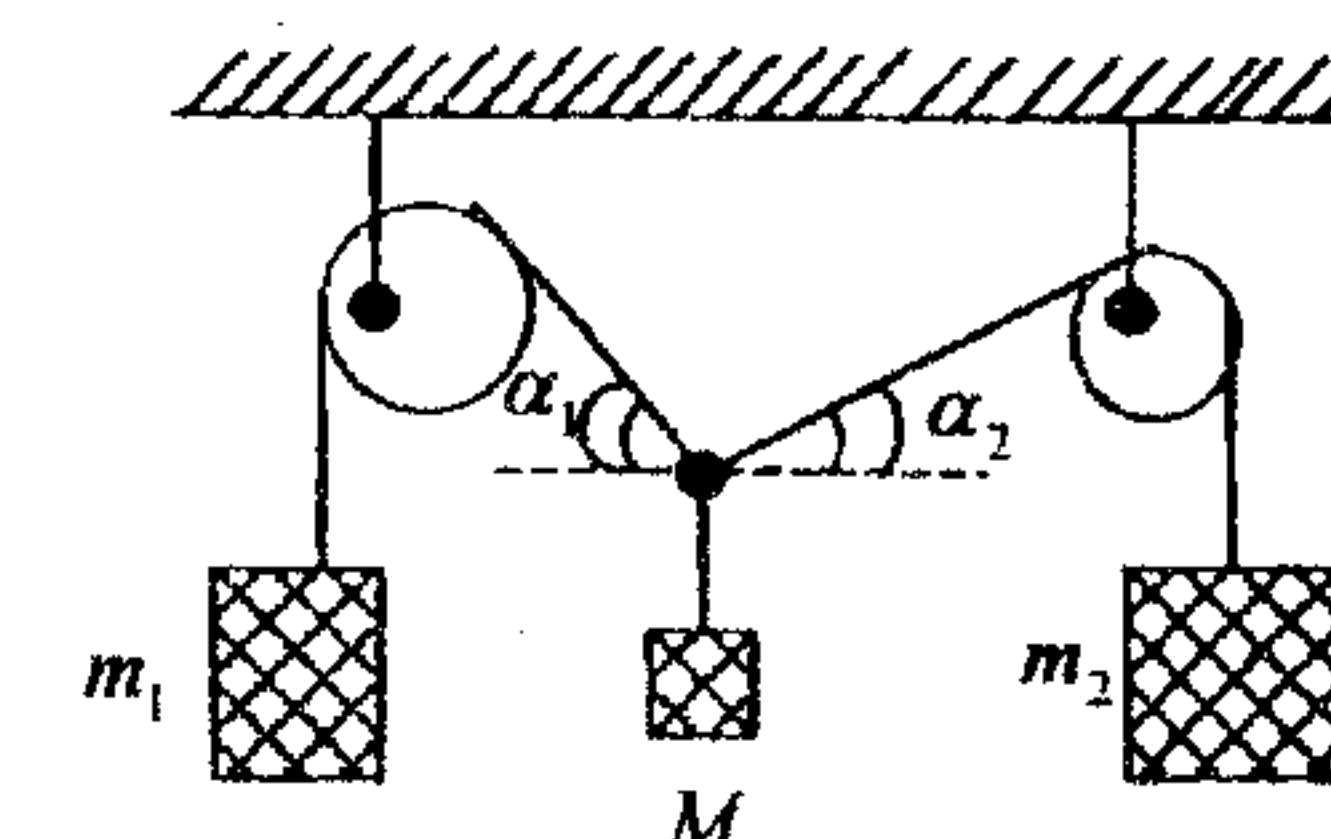
37-сурет



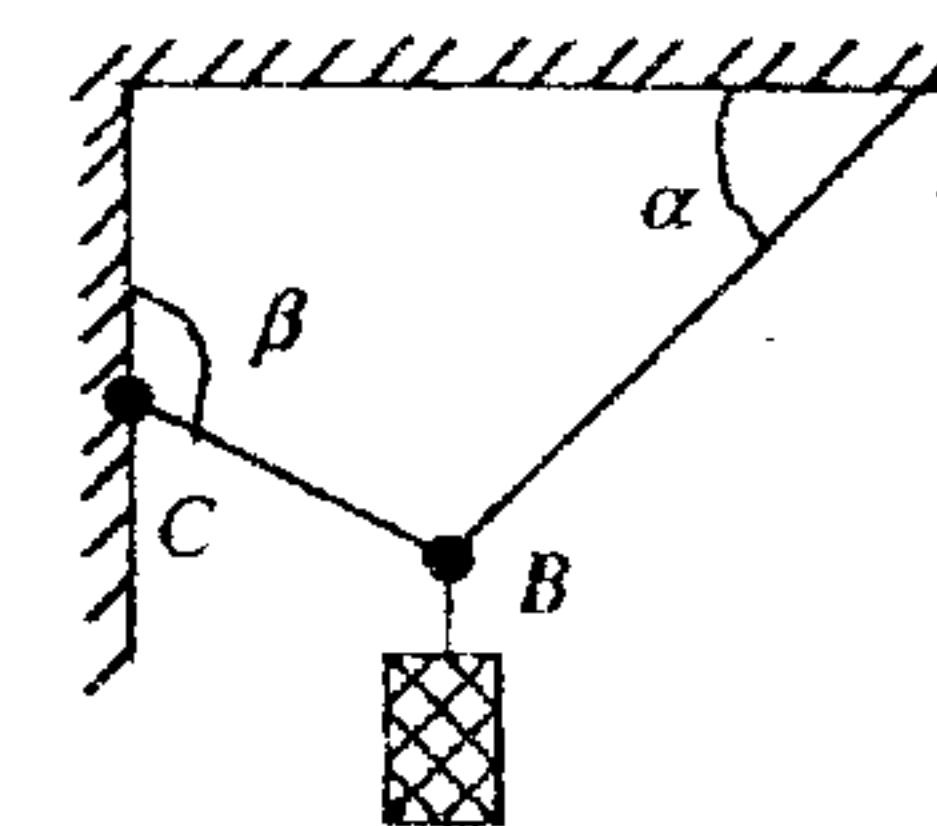
38-сурет



39-сурет



40-сурет

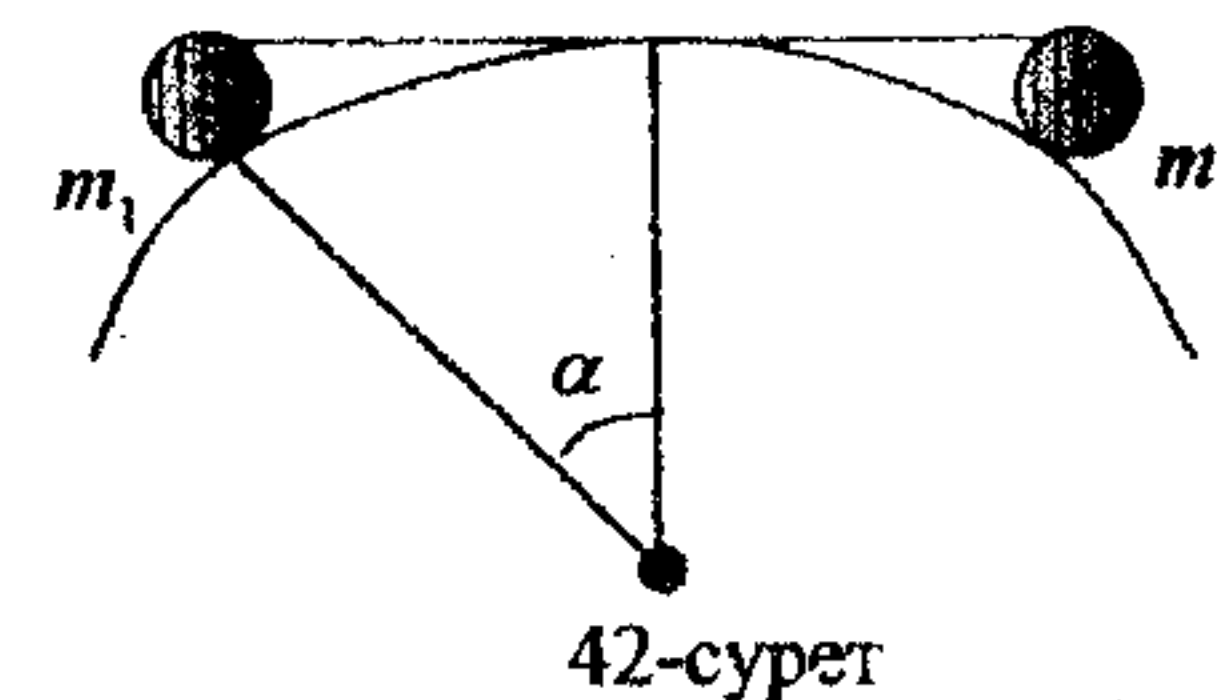


41-сурет

3.1.38 Аэростатқа көкжиек бағытында $F_1 = 1000H$ күшпен жел әсер етеді. Оны ұстап тұрған арқанның керілу күші $F_2 = 2000H$. Арқан тік бағытта қандай бұрышқа бұрылған?

Жауабы: $\operatorname{tg} \alpha = F_1 / F_2 = 0,5$; $\alpha \approx 26^\circ$.

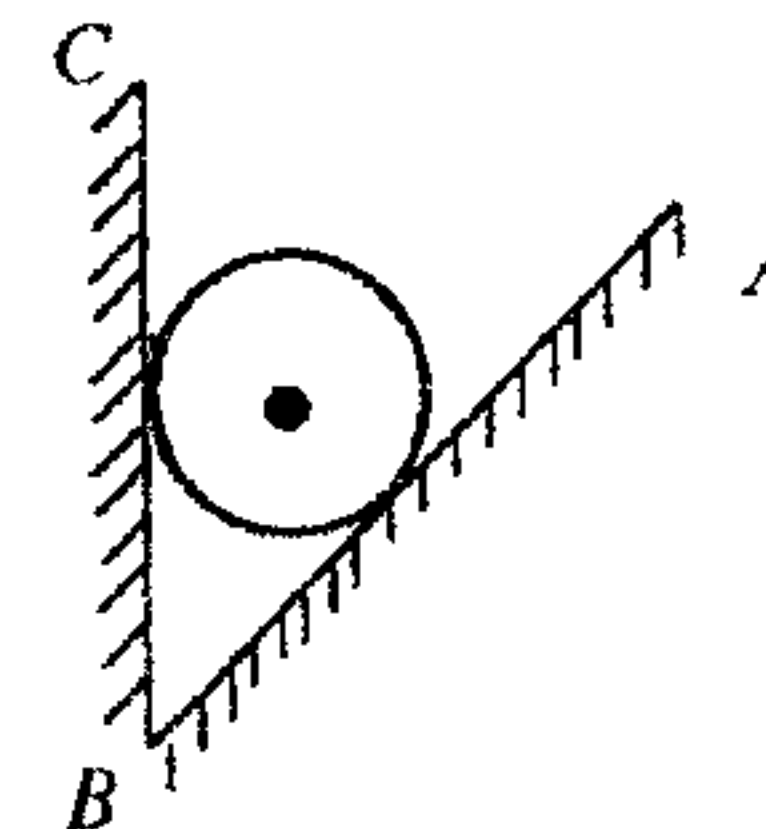
3.1.39. Ұзындығы ℓ жіпшен байланған екі кішкентай жүк радиусы R болатын тегіс цилиндрлік бетте жатыр (42 - сурет). m_1 жүгі жатқан нүктеге жүргізілген радиус тік бағытпен α бұрышын жасайды. Екінші жүктің m_2 массасын табындар.



42-сурет

Жауабы: $m_2 = m_1 \sin \alpha / \sin(\ell / R - \alpha)$.

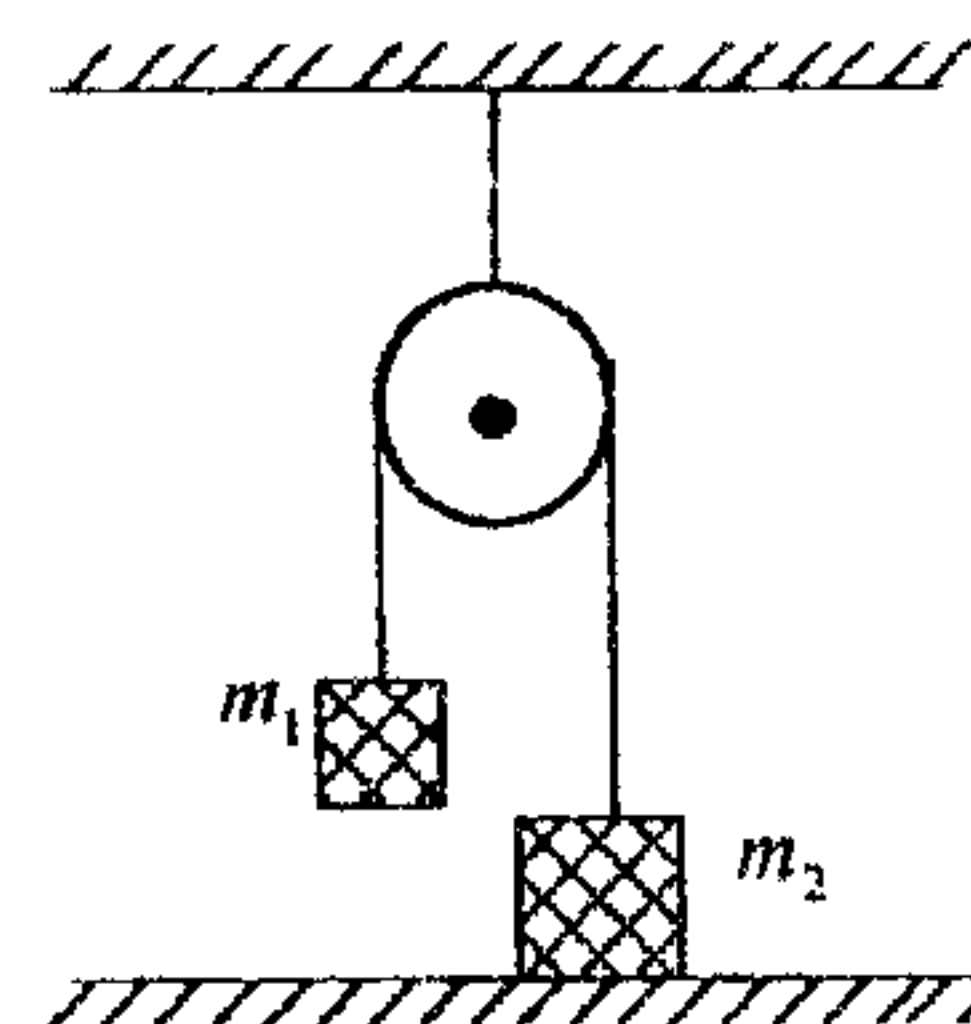
3.1.40 Шар, жазық қабырғалармен жасалған $\angle A$ қуысында жатыр (43 - сурет). Тік қабырғасына түсірілетін шардың қысым күші оған әсер ететін ауырлық күшінен екі есе артық болса, $\angle A$ бұрышын табындар. Үйкеліс ескерілмейді.



43-сурет

Жауабы: $\angle CBA = \arctg 1/2 \approx 26,5^\circ$.

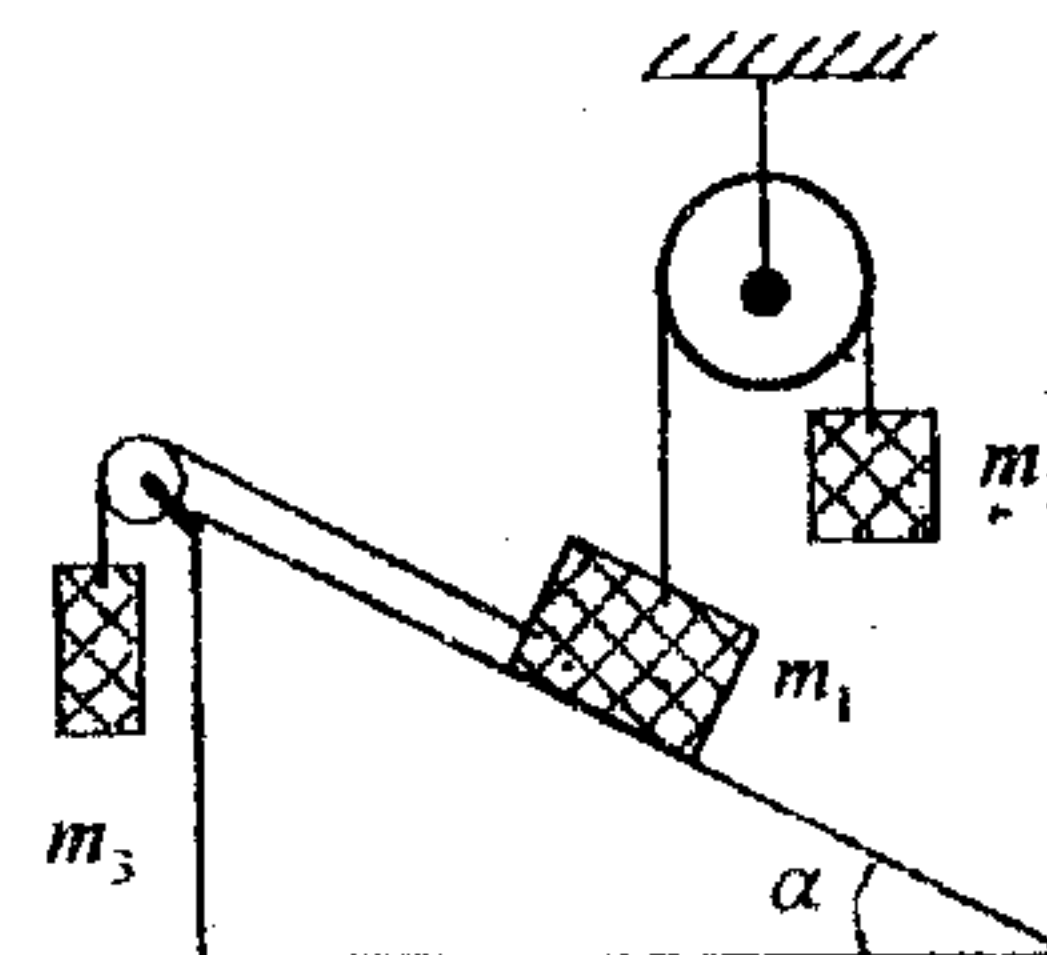
3.1.41 Бір ұшына массасы $m_1 = 2\text{ кг}$ жүк ілінген блок арқылы асырылған жіптің екінші ұшында массасы $m_2 = 5\text{ кг}$ жүк, көкжиек жазықтығында жатыр (44 - сурет). Жіптің керілу күшін және m_2 жүгінің жазықтыққа түсіретін қысым күшін есептеп табындар.



44-сурет

Жауабы: $T = m_1 g = 19,6H$; $F = g(m_2 - m_1) = 29,4H$.

3.1.42 Массалары m_1, m_2 және m_3 жүктер жүйесі тепе - теңдік күйде тұр (45 - сурет). Егер m_1, m_2 және α белгілі болса, онда m_3 - ді және m_1 жүгінің көлбеу жазықтыққа түсіретін қысым күшін табындар. Үйкеліс ескерілмейді.



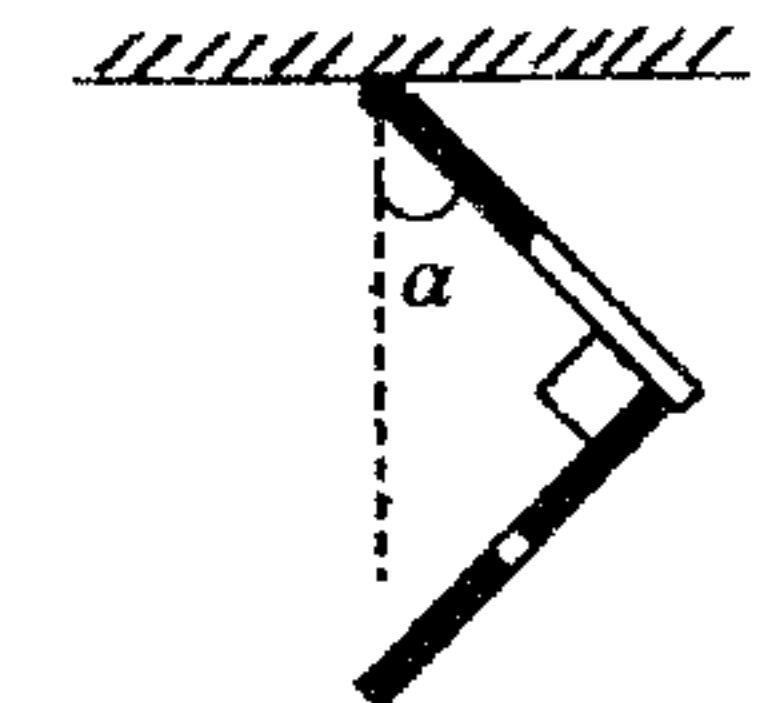
45-сурет

Жауабы: $m_3 = (m_1 - m_2) \sin \alpha$; $P = (m_1 + m_2) g \cos \alpha$.

3.1.43 Егер серіппенің төменгі ұшына жүк ілсек оның ұзындығы ℓ_1 , ал ортасына ілсек ұзындығы ℓ , болады. Серіппенің созылмаған кезіндегі ұзындығын табындар.

Жауабы: $\ell_0 = 2(\ell_1 - \ell_2)$.

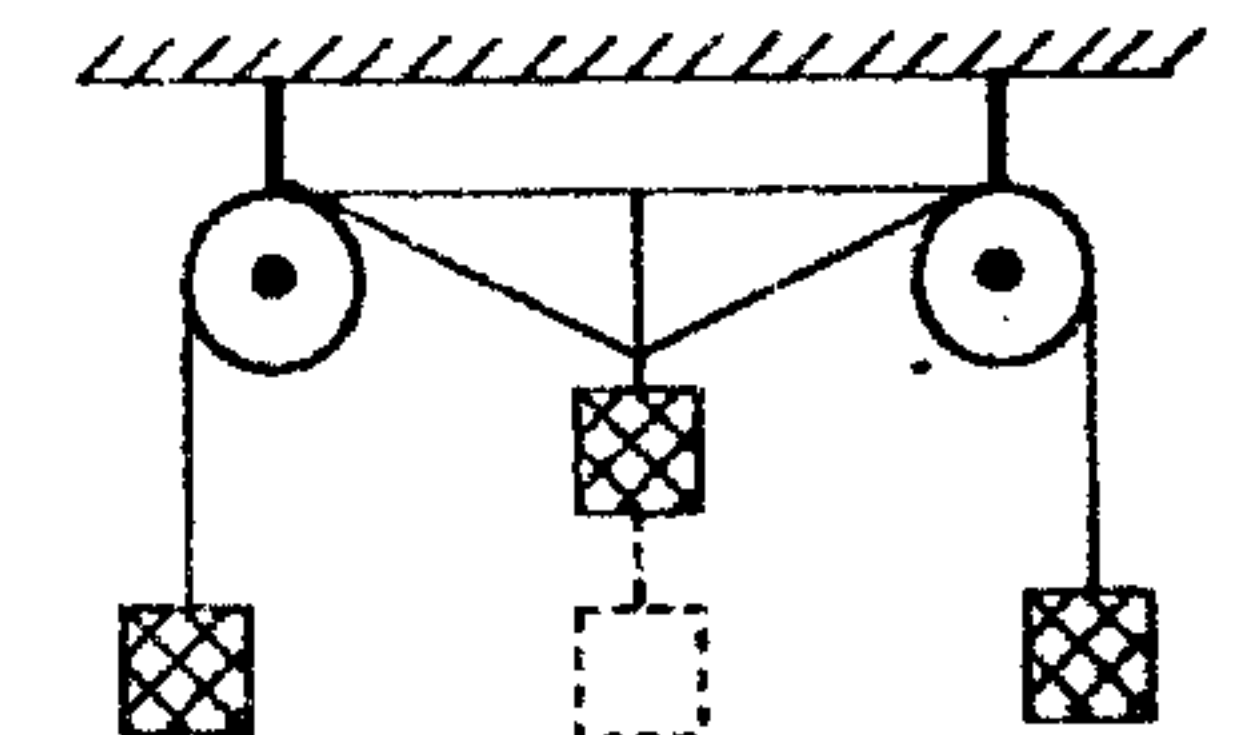
3.1.44 Массасы M темір сым ортасынан тік бұрыш жасай майыстырылған (46 - сурет). Сым бір ұшынан топса арқылы жоғарыға ілінген. Темір сым тепе - теңдікте болғанда оның жоғарғы шыбығы тік бағытпен қандай бұрыш жасайды?



46-сурет

Жауабы: $\operatorname{tg} \alpha = 1/3$.

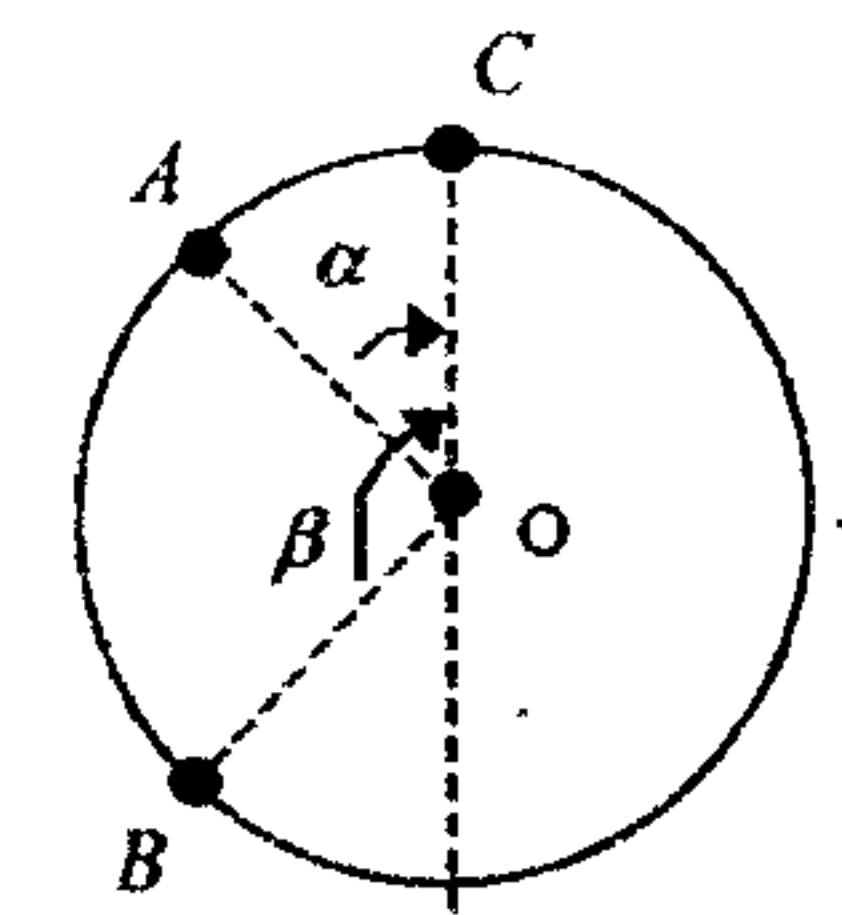
3.1.45 Екі блок арқылы өткізілген жіптің ұштарына m массалы жүктер ілінген. Егер осындай массалы үшінші жүкті жіптің ортасына бекітсек, ол қандай қапшықтыққа төмен түсер еді? Блок өстерінің арақашықтығы 2ℓ .



47-сурет

Жауабы: $h = \ell / \sqrt{3}$.

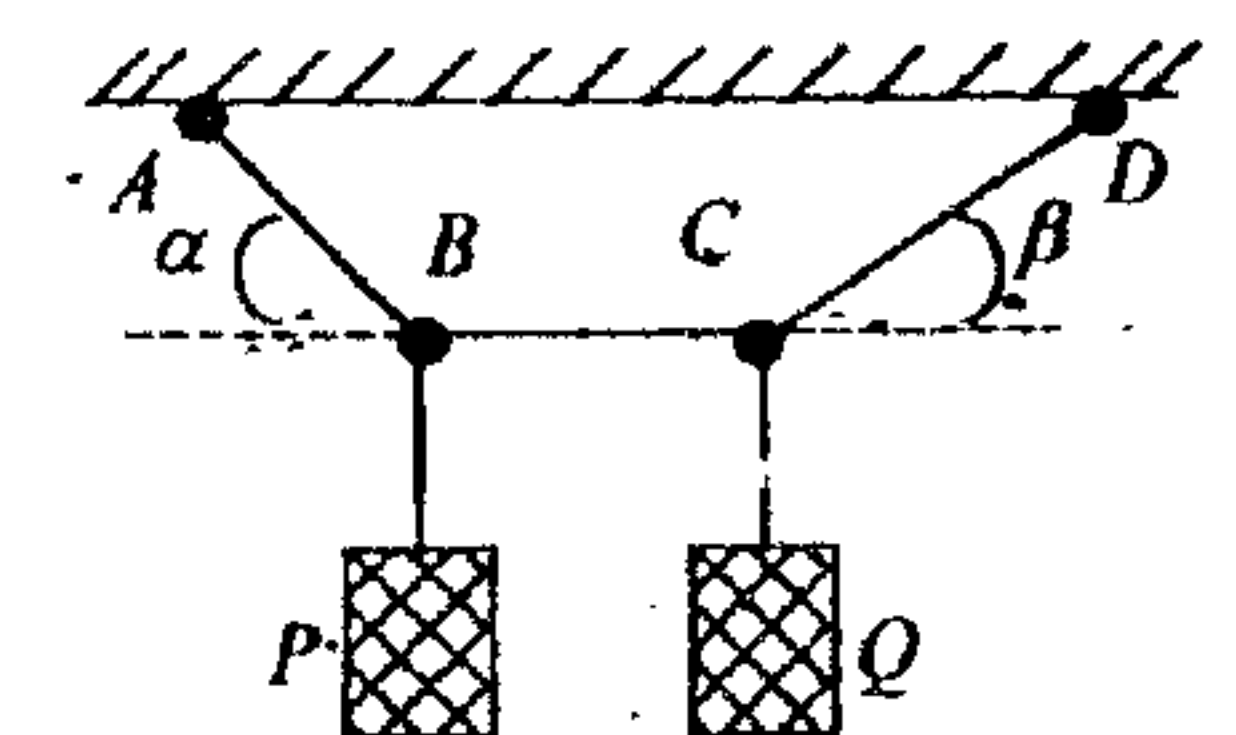
3.1.46 Массасы m жүк жыттыр құрсау A нүктесіндегі шегеге ілініп, B нүктесіндегі шегеге сүйелген (48 - сурет). $\angle AOC = \alpha$ және $\angle BOC = \beta$. Құрсау әрбір шегеге қандай күшпен әсер етеді?



48-сурет

Жауабы: $F_A = mg \sin \beta / \sin(\beta - \alpha)$;
 $F_B = mg \sin \alpha / \sin(\beta - \alpha)$.

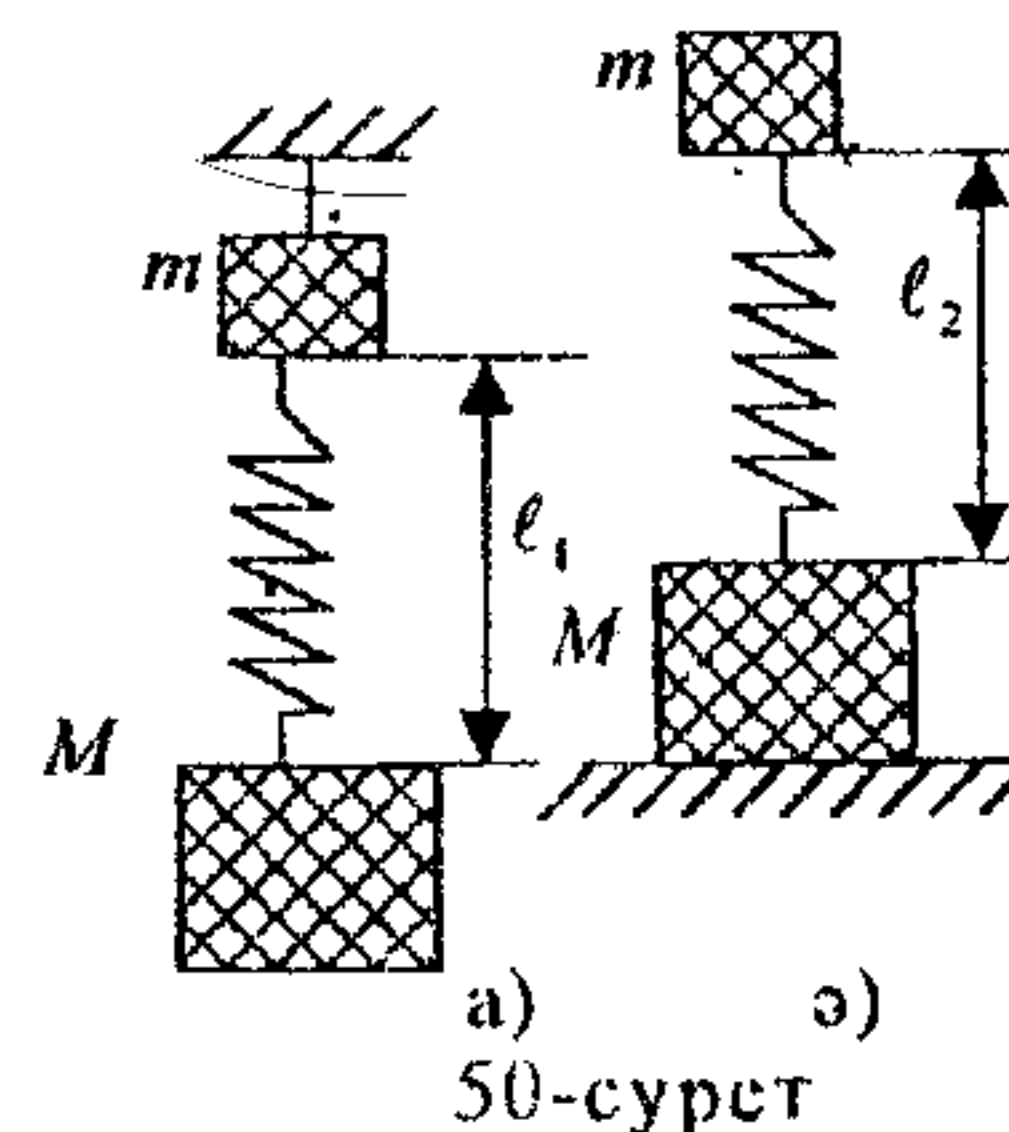
3.1.47 P және Q жүктері 49 - суретте көрсетілгендей ілінген. α және β бұрыштары мен P жүгінің салмағы белгілі болса, Q жүгінің салмағын табындар.



49-сурет

Жауабы: $Q = P \operatorname{tg} \beta / \operatorname{tg} \alpha$.

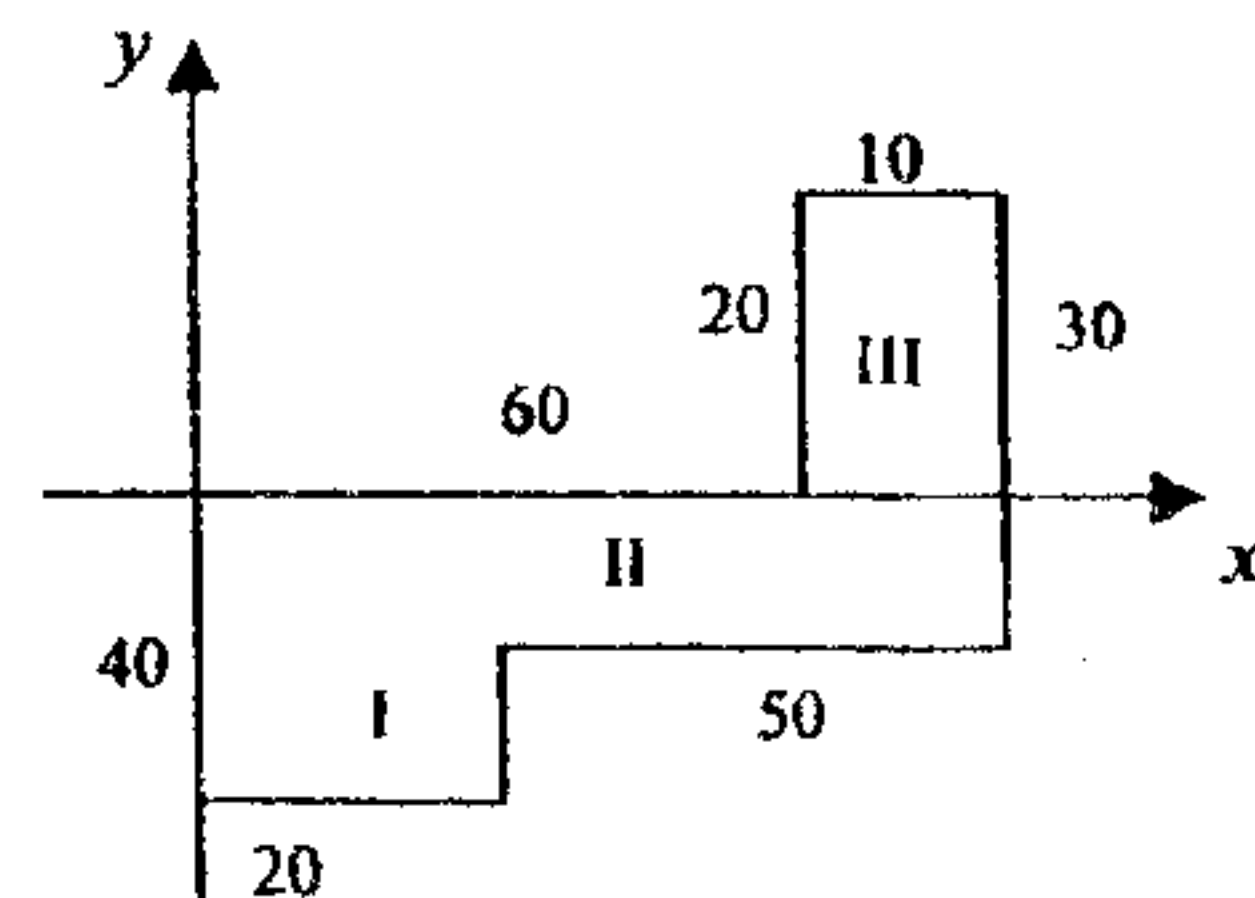
3.1.48 Серіппеге массалары m және M екі жүк ілінген. Егер жүйені аспаға ілсек серіппе ұзындығы ℓ_1 болады (50 (а) – сурет). Ал, ол жүйені бетке қойсақ, онда серіппе ұзындығы ℓ_2 болады (50 (ә) – сурет). Серіппе деформацияланбаған жағдайдағы оның ℓ_0 ұзындығын табыңдар.



Жауабы: $\ell_0 = (m\ell_1 + M\ell_2)/(M + m)$.

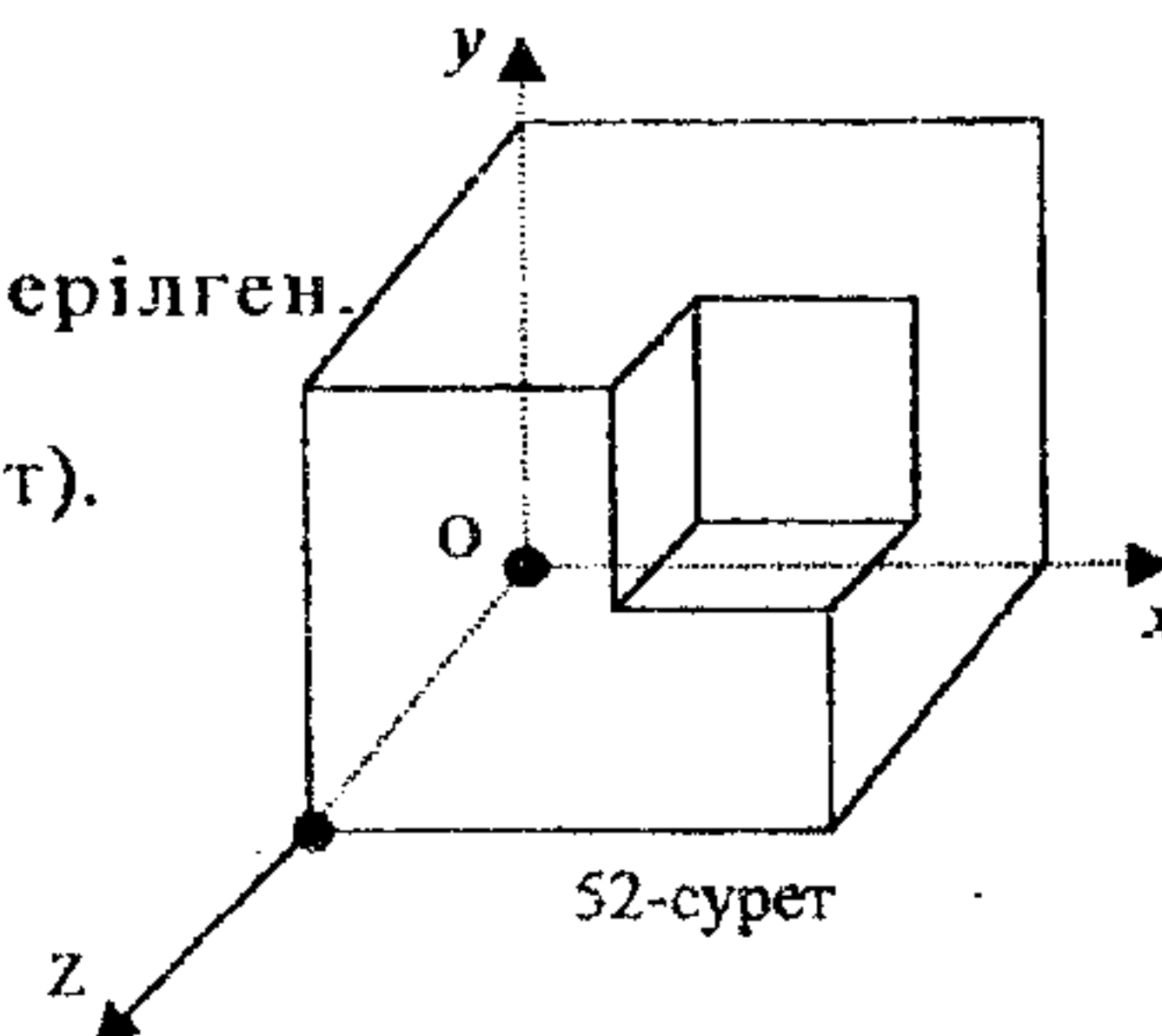
3.1.49 Өлшемдері 51 – суретте көрсетілген біртекті пластинаның ауырлық центрін анықтандар.

Жауабы: $x = (x_1m_1 + x_2m_2 + x_3m_3)/(m_1 + m_2 + m_3) = 29$;
 $y = (y_1m_1 + y_2m_2 + y_3m_3)/(m_1 + m_2 + m_3) = -17$.



51-сурет

3.1.50 Қыры a болатын куб текше берілген. Оның бір шетінен қыры $a/2$ болатын кішкене текше қиып алынған (52 – сурет). Қалған бөлігінің ауырлық центрін табу керек.



52-сурет

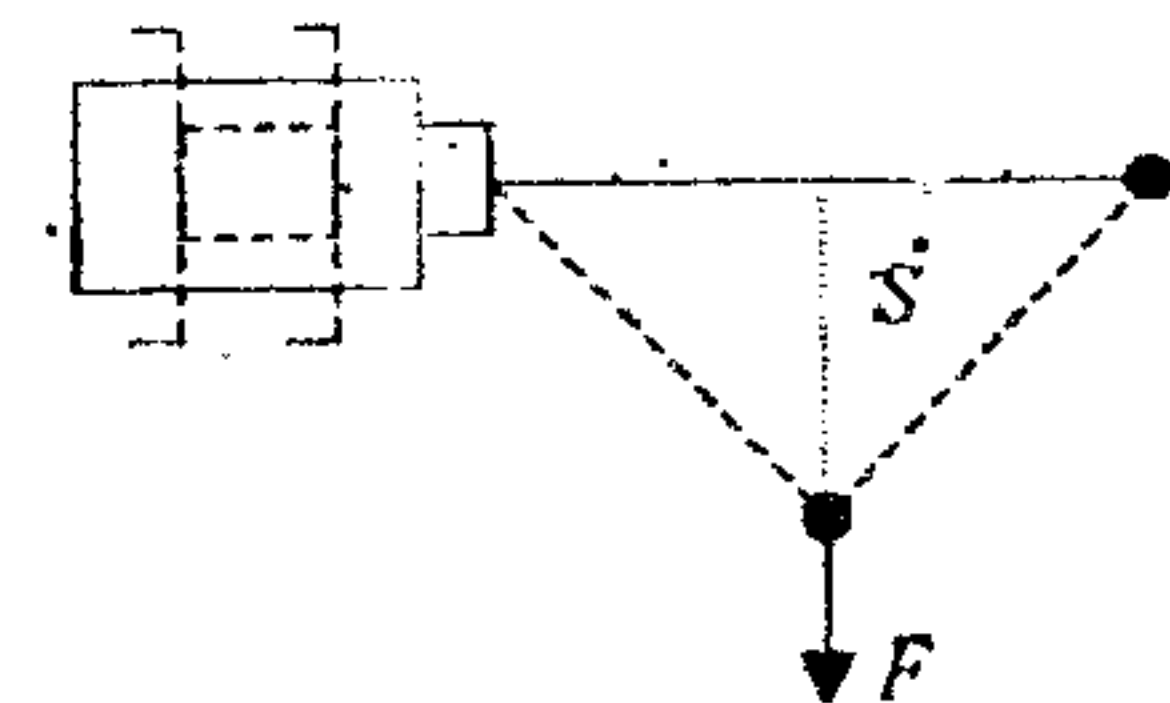
Жауабы: $x = y = z = 13/36a$.

3.1.51 Екі жағдайдың қайсысында арқанның тартылу күші көп? Бірінші жағдайда, екі адам оның ұштарынан модулі тең, ал бағыты қарама – қарсы F күшпен тартады. Екінші жағдайда, арқанның бір ұшын қазыққа байлап, екінші ұшын адам модулі $2F$ күшпен тартады.

3.1.52 Темір арқанды мүлдем салбырамайтындай етіп көкжиек бағытында іліп қоюға бола ма?

Жауабы: Жоқ.

3.1.53 Батнаққа батқан машинаны шығару үшін айдаушы былай істеді. Созылмайтын арқанның бір ұшын машинаға, ал екінші ұшын одан $\ell = 12$ м қашықтықтағы ағашқа байлады да, арқанның ортасын оған перпендикуляр бағытта $F = 40$ Н күшпен тартты. Осы кезде арқан күш бағытында $S = 0,6$ м ығысқан болса, машинаны арқан қандай күшпен тартқан? (53 – сурет).



53-сурет

Жауабы: $T = F\ell/4S = 200$ (Н).

3.1.54 Бөренеге қағылған сына босап шықпауы үшін үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек? Сынаның сүйір бұрышы $\alpha = 30^\circ$.

Жауабы: $\mu \geq \tan \alpha \approx 0,268$.

3.1.55 Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,4$ болатын қабырғаға саты сүйеулі тұр. Саты мен жердің арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,5$. Егер сатының ауырлық центрі оның ортасы арқылы өтетін болса, көкжиекпен қандай ең аз бұрыш жасағанда ол қабырғаға сүйеніп тұра алады?

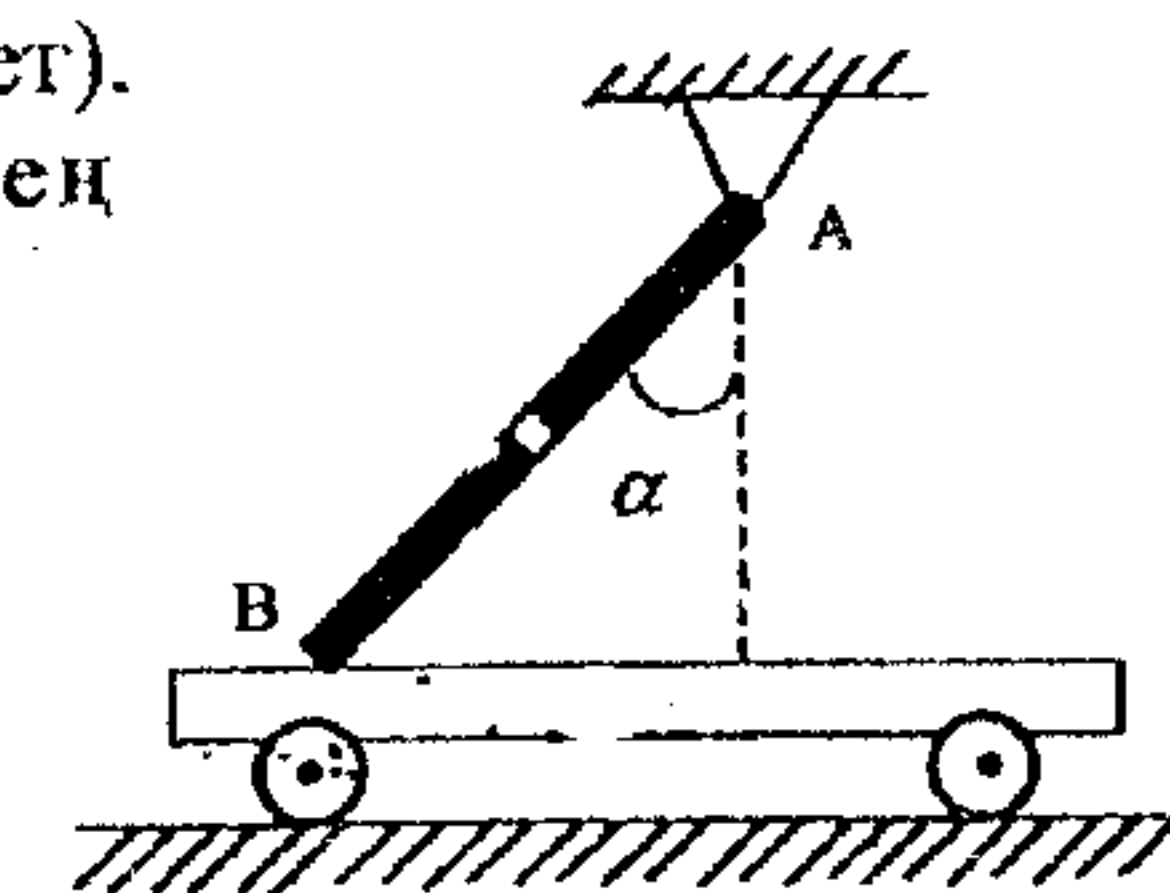
Жауабы: $\alpha \geq \arctg[(1 - \mu_1\mu_2)/2\mu_2] \approx 38^\circ 40'$.

3.1.56 Көкжиекпен $\alpha = 60^\circ$ бұрыш жасайтын көлбеу жазықтық бетінде массасы $m = 2$ кг білеуше жатыр. Білеуше төмен сырғымау үшін оны жазықтық бетіне перпендикуляр қандай F күшпен қысу керек? Жазықтықпен білеуше арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,4$.

Жауабы: $F \geq mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)/\mu \approx 32$ (Н).

3.1.57 АВ шыбықшаның бір ұшы топсамен А нүктесіне бекітіліп, екінші ұшы В арбаша үстінде жатыр (54 – сурет). Арбашаны орнынан қозғау үшін қажет ең аз $F_{\min}$ күшін табыңдар.

Шыбықша массасы m , арбашамен шыбықша арасындағы үйкеліс коэффициенті μ және шыбықшаның тік бағытпен жасайтын бұрышы α . Арбашаның жер бетімен үйкелісін ескермеңдер.



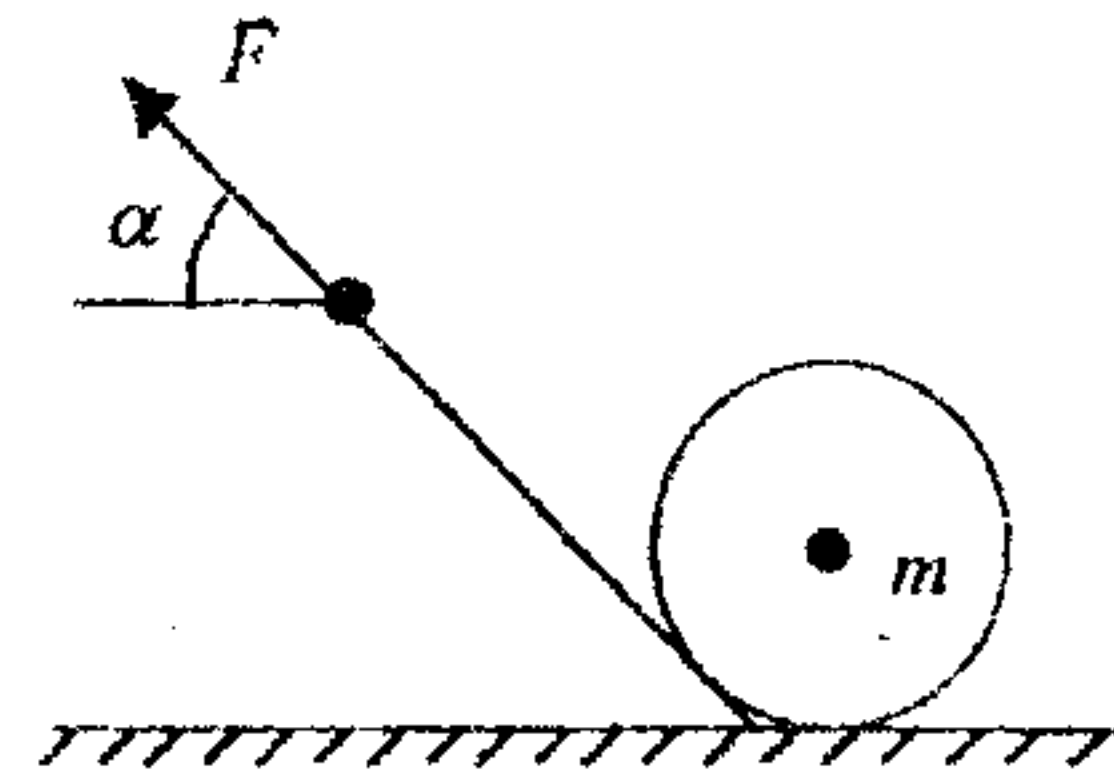
54-сурет

Жауабы: $F_{\min} = \mu mg \tan \alpha / 2(\mu + \tan \alpha)$ (солға қозғау үшін);
 $F_{\min} = \mu mg \tan \alpha / 2(\tan \alpha - \mu)$ (оңға қозғау үшін және де $\tan \alpha < \mu$).

3.1.58 Массасы $m = 2\text{ кг}$ білеуше көлбеулік бұрышы $\alpha = 30^\circ$ жазықтық бетімен бірқалыпты қозғалуы үшін оған көкжиек бағытында қандай ең аз F күшімен әсер ету керек? Білеуше мен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,3$.

Жауабы: $F = mg(\lg\alpha - \mu)/(1 - \mu g\alpha) \approx 21,4\text{ Н}$.

3.1.59 Массасы m цилиндрге салмақсыз және созылмайтын жіп оралған (55-сурет). Цилиндр айналмалы қозғалысқа қатысу үшін жіпті қандай ең аз күшпен көкжиекке α бұрышын жасап тарту керек? Цилиндрмен еден арасындағы үйкеліс коэффициенті μ .



55-сурет

Жауабы: $\alpha = \arctg\mu$; $F_{\min} = \mu mg / (\cos\alpha + \mu \sin\alpha)$.

3.1.60 Ұзындығы $\ell = 4\text{ м}$ жіпке массасы $m = 300\text{ г}$, радиусы $r = 2,5\text{ см}$ шар байланып бегі жыптыр тік қабырғаға ілінген (56-сурет). Шардың қабырғаға түсіретін қысым күшін табындар.



56-сурет

Жауабы: $N = mgr / \sqrt{\ell^2 + 2r\ell} = 1,23\text{ Н}$.

3.2. Айналу өсі бар денелердің тепе – теңдігі

Айналу өсі бар дене тепе – теңдікте болуы үшін, кез келген өске салыстырғанда оған әсер ететін күш моменттерінің алгебралық қосындысы нөлге тең болуы керек, яғни

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0 \text{ немесе } \sum_{i=1}^n f_i d_i = 0,$$

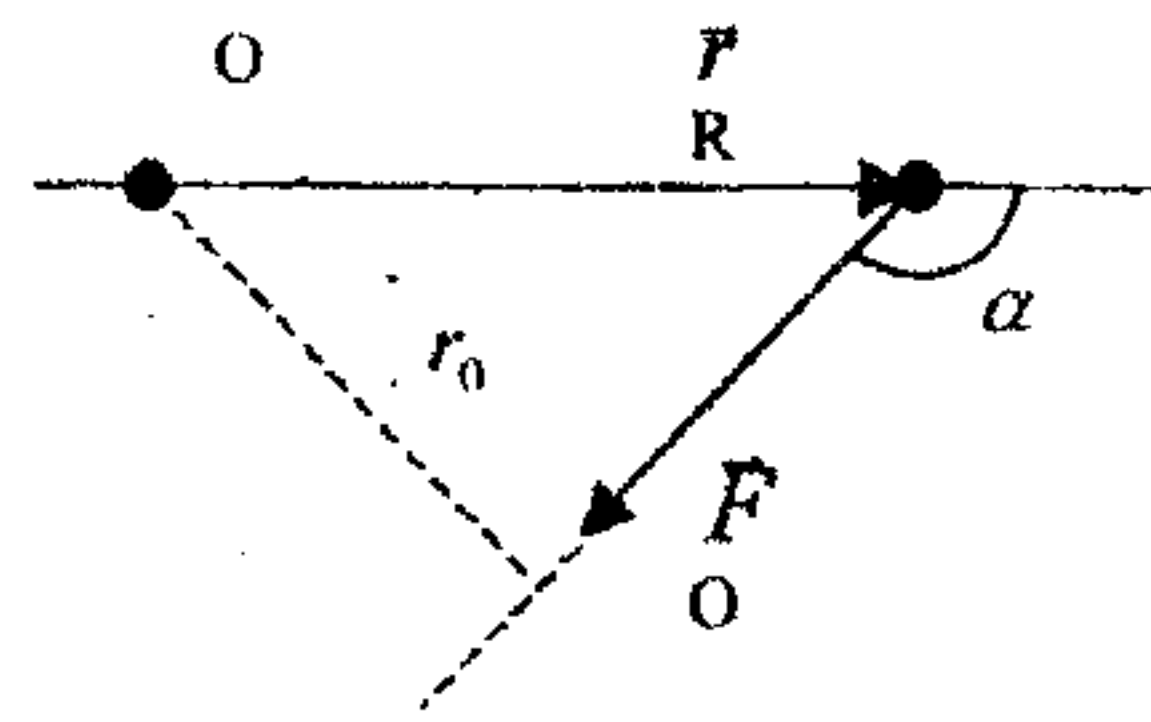
мұндағы n моменттер саны. Күш моменті векторлар арқылы былай анықталады.

$$M = Fx\tau \quad (1 - \text{сурет}).$$

Мұндағы: O – айналу өсі; r – радиус вектор; F – күш векторы; α – күш векторы мен радиус векторы арасындағы бұрыш.

Сонда $M = Fr \sin\alpha$ немесе

$$M = F \cdot r_o \quad (r_o - \text{күш иіні}).$$

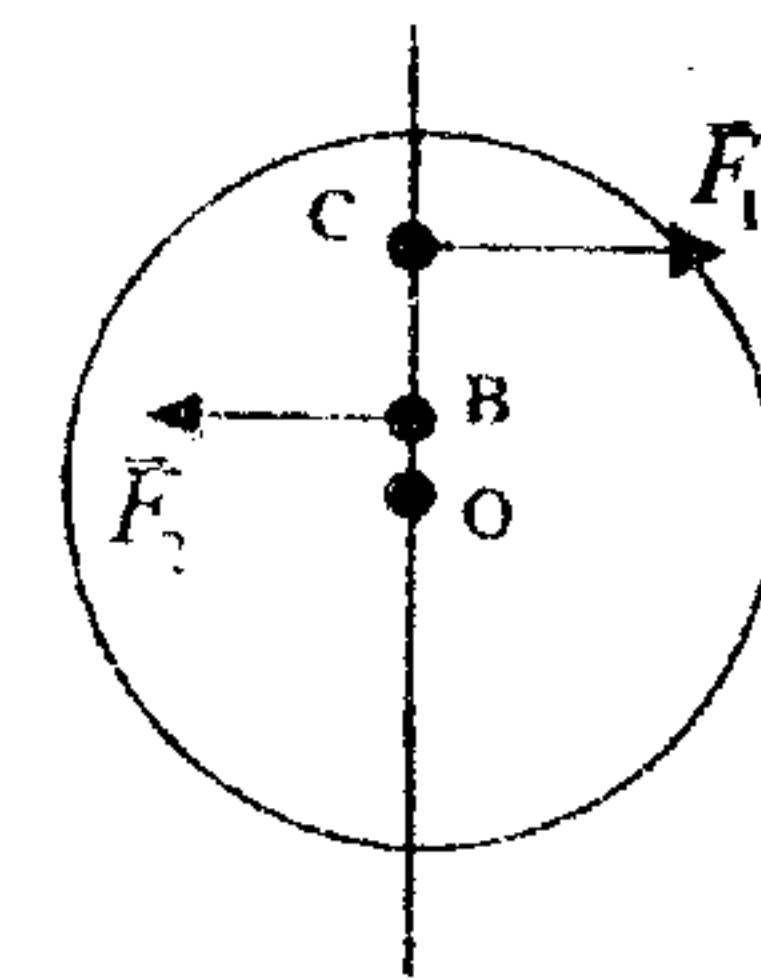


1-сурет

3.2.1 2 – суретте доңғалаққа әсер ететін күштер көрсетілген. Доңғалақ қай бағытта қозғалады? ($F_1 = F_2$). Дене O нүктесіне бекітілген.

Жауабы: C нүктесінде әсер ететін күш моменті $M_1 = F_1 \cdot OC$, ал B нүктесінде $M_2 = F_2 \cdot OB$ күш моменті әсер етеді. M_1 – оң, ал M_2 – теріс моменттер.

$F_1 = F_2$, ал $OC > OB$ болғандықтан $M_1 > M_2$, демек доңғалақ сағат тілішесі бағытында O нүктесін айнала қозғалады.



2-сурет

3.2.2. Екі бала әткеншек тебуі үшін ұзындығы $\ell = 4\text{ м}$, массасы $m_0 = 10\text{ кг}$ болатын тақтай алған. Үлкен баланың массасы $m_1 = 40\text{ кг}$, кішісінікі $m_2 = 30\text{ кг}$ болса, олар теңселу үшін тіреуді қай тұстан қою керек?

Берілгені:

$$\ell = 4\text{ м}$$

$$m_0 = 10\text{ кг}$$

$$m_1 = 40\text{ кг}$$

$$m_2 = 30\text{ кг}$$

$$x = ?$$

Шешуі: Әткеншек тербелмес бұрын ол үстіндегі жүгімен қоса алғанда тепе – теңдік күйде болуы керек. Содан кейін бір жағын сәл итерсе, өзі жоғары көтеріледі т.с.с. жалғасады. Жүйе тепе – теңдікте болғанда $\sum M_i = 0$ шарты орындалады. 3 – суретте пайдаланып осы шартты жазайық, сонда $M_1 + M_0 + M_2 = 0$.

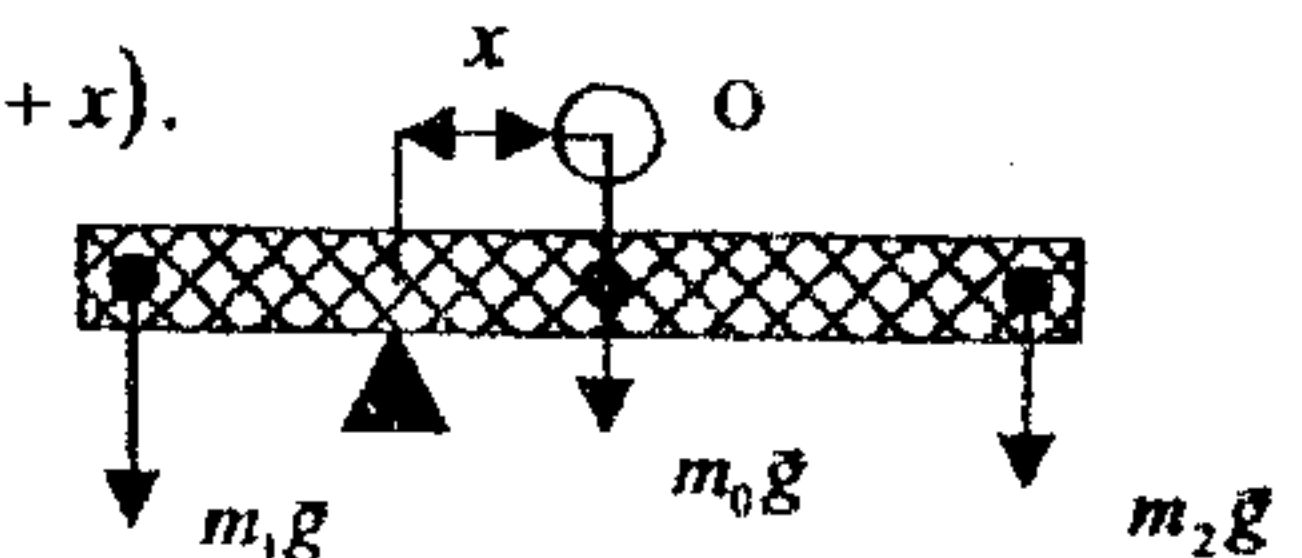
$$\text{Ал, } M_1 = -[m_1 g(\ell/2 - x)]; \quad M_0 = m_0 g x; \quad M_2 = m_2 g(\ell/2 + x).$$

$$\text{Онда, } -m_1 g(\ell/2 - x) + m_0 g x + m_2 g(\ell/2 + x) = 0 \Rightarrow$$

$$x = \ell(m_1 - m_2) / 2(m_0 + m_1 + m_2).$$

$$x = \frac{4\text{ м}(40\text{ кг} - 30\text{ кг})}{2(10\text{ кг} + 40\text{ кг} + 30\text{ кг})} = 0,25\text{ м}.$$

Жауабы: $x = 0,25\text{ м}$



3-сурет

3.2.3 Массасы $m = 2\text{ т}$ болатын көпірлі кранның ұзындығы $L = 26\text{ м}$ (4-сурет). Жүк ілінген арқан рельстердің бірінен $\ell = 10\text{ м}$ қашықтықта. Егер кран массасы $m_0 = 1\text{ т}$ жүкті $a = 9,8\text{ м/с}^2$ үдеумен жоғары көтеретін болса, оның рельстерге түсіретін қысым күшін табындар.

Берілгені:

$$L = 26\text{ м};$$

$$\ell = 10\text{ м};$$

$$m = 2\text{ т};$$

$$m_0 = 1\text{ т};$$

$$a = 9,8\text{ м/с}^2$$

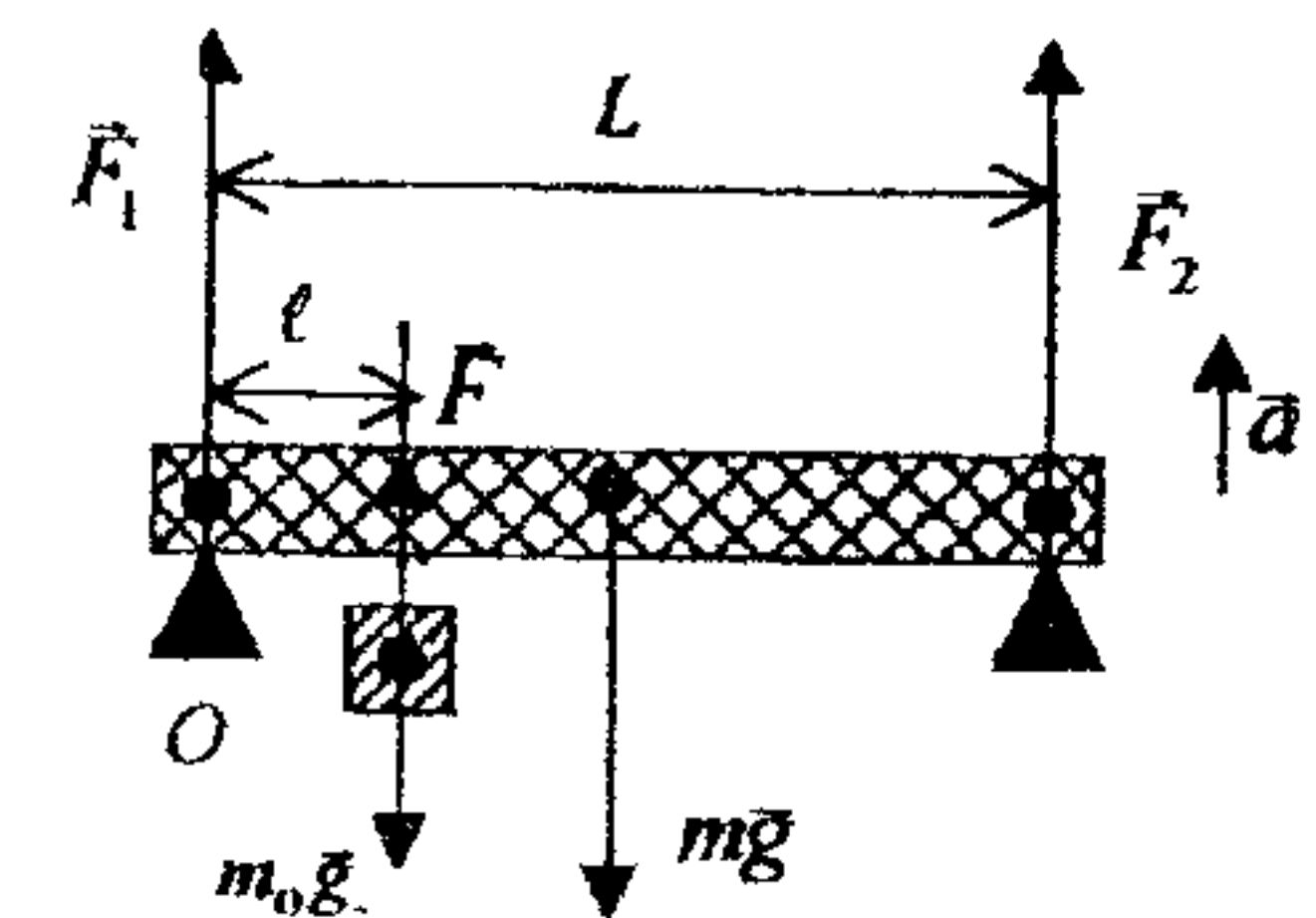
$$F_1 = ?; F_2 = ?$$

Шешуі: Көпірлі кранның (O нүктесіне салыстырғанда) тепе-теңдік шарты

$$\begin{cases} F_1 + F_2 - mg + F \\ F_2 L = F \ell + m g L / 2 \end{cases} \quad (1)$$

Жүк қозғалысының тік өске салыстырғанда теңдеуі

$$m_0 a = F - mg \quad (2).$$



4-сурет

(1) және (2) – ні біріктіріп шешсек.

$$F_1 = mg + m_0 a - \frac{(m_0 a + mg)\ell}{L} \quad \text{және} \quad F_2 = mg + \frac{(m_0 a + mg)\ell}{L}$$

$$F_1 \approx 22,3 \cdot 10^3 \text{ Н} \quad \text{және} \quad F_2 \approx 17,7 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_1 \approx 22,3 \cdot 10^3 \text{ Н}; \quad F_2 \approx 17,7 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

3.2.4 5-суретте әрқайсысының массасы 10 кг жүктер жатқан тіреуіші бар белағаш кескінделген. Егер жүктер белағаш ұштарынан бірдей қашықтықта болса, тіреуіштерге түсірілетін қысым күнтерін табындар. Белағаш салмақсыз деп есептендер.

Берілгені:

$$m_1 = m_2 = m = 10 \text{ кг}$$

$$F_1 = ?; \quad F_2 = ?$$

Шешуі: Белағаштың тепе – теңдікте болу

шартын жазайық $\sum F_i = 0$ және $\sum M_i = 0$. Өстер

бойынша проекцияласақ (1) $F_1 - mg - mg + F_2 = 0$ және

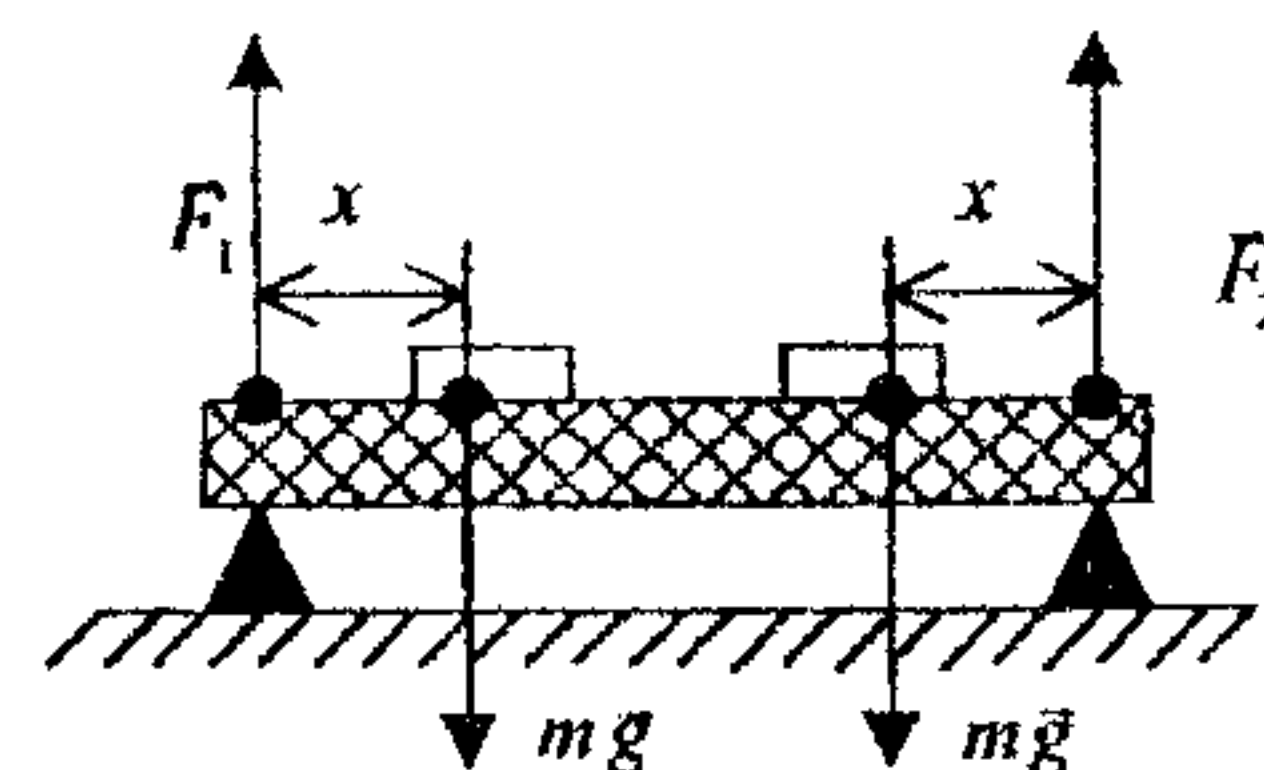
$$\begin{cases} mgx + mg(\ell - x) - F_2 \ell = 0 \\ -mgx - mg(\ell - x) + F_1 \ell = 0 \end{cases} \quad (2)$$

мұндағы ℓ – белағаш ұзындығы.

(1) және (2) – ні біріктіріп шешсек.

$$F_1 = F_2 = mg. \quad F_1 = 10 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 98 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_1 = 98 \text{ Н}; \quad F_2 = 98 \text{ Н}.$$



5-сурет

3.2.5 Әртүрлі іінде таразымен дене массасы екі рет өлшенген. Сонда денені бірінші табақпаға салғанда массасы $m_1 = 2,2 \text{ кг}$, ал екіншісіне салғанда $m_2 = 3,8 \text{ кг}$ болды. Дененің шын массасын табындар.

Берілгені:

$$m_1; \quad m_2.$$

$$m = ?$$

Шешуі: 6-суретті пайдаланып екі өлшеу

кезіндегі таразының тепе – теңдік шартын

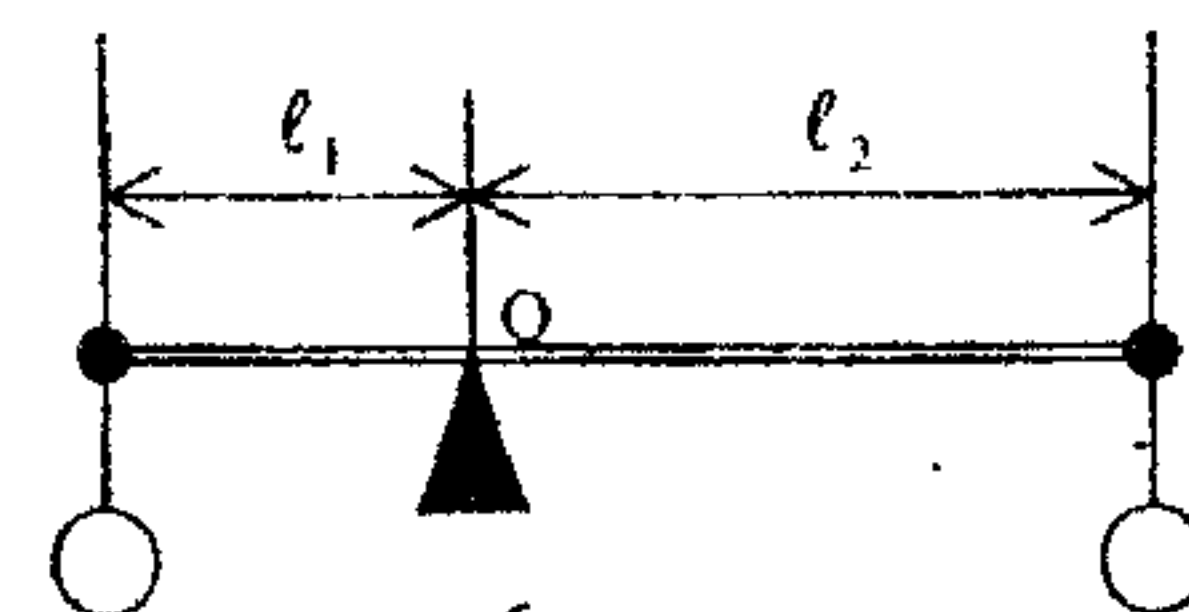
жазайық. Сонда,

$$gm_1 \ell_1 = m \ell_2 g \quad \text{және} \quad gm \ell_1 = m_2 \ell_2 g \quad (2).$$

(1)-ді (2)-ге мүшелен бөлсек

$$m g \ell_1 / m g \ell_1 = m g \ell_2 / m_2 g \ell_2 \Rightarrow m = \sqrt{m_1 m_2}.$$

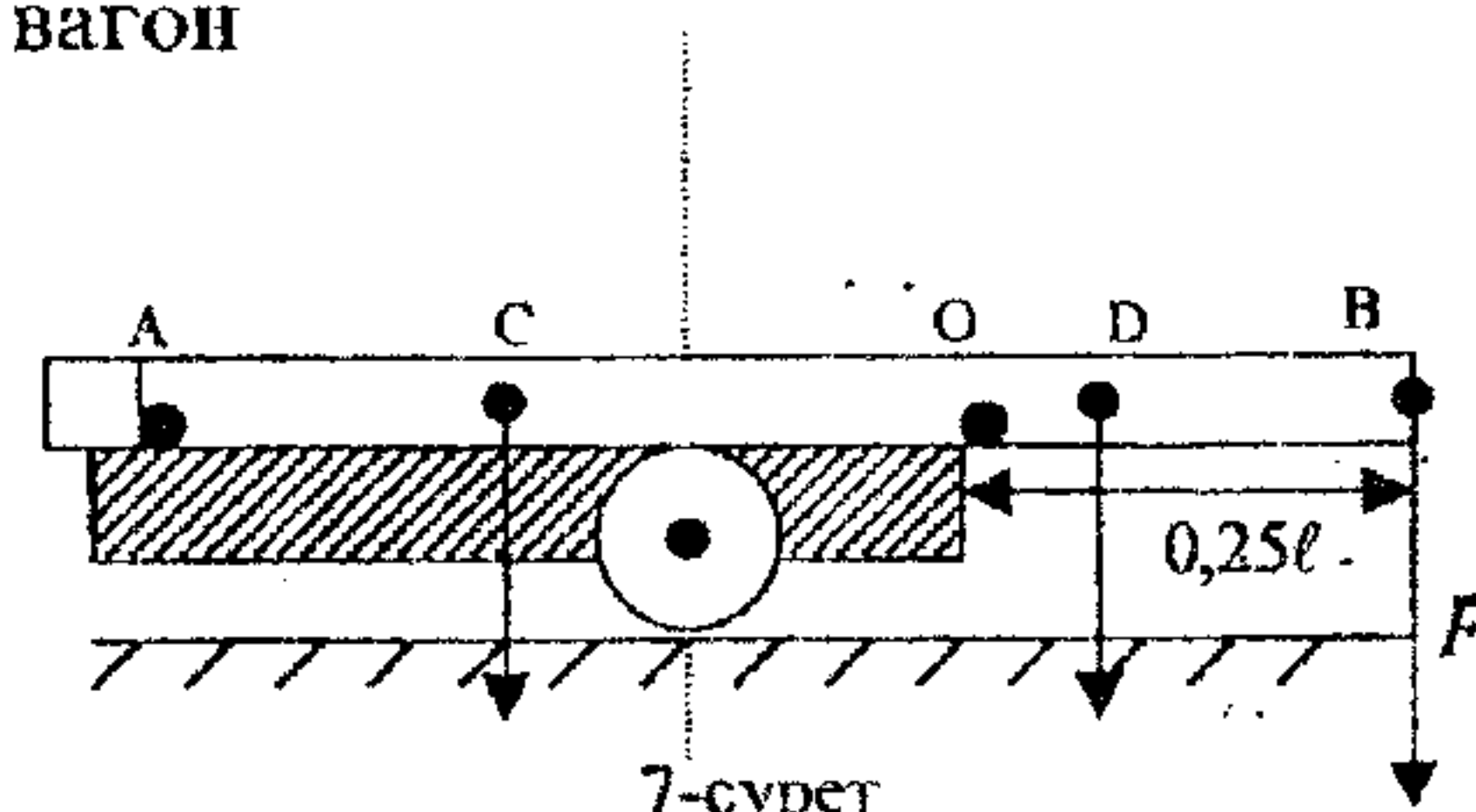
$$\text{Жауабы: } m = \sqrt{m_1 m_2}.$$



6-сурет

3.2.6. Біртекті белағаштың B ұшы вагон ернеуінен шығып тұр (7-сурет).

Оның ернеуден шығып тұрған бөлігінің ұзындығы белағаш ұзындығының $0,25$ бөлігіне тең болып, оған әсер ететін F күшінің шамасы 300 Н болғанда, оның A ұшы көтеріле бастайды. Белағаш салмағын табындар.



7-сурет

Берілгені:

$$0,25\ell;$$

$$F = 300 \text{ Н}$$

$$P = ?$$

Шешуі: Белағаштың айналыс өсі O нүктесі болып

табылады. Сонда O нүктесіне салыстырғанда күш

моменттерінің қосындысы нөлге тең болуы керек

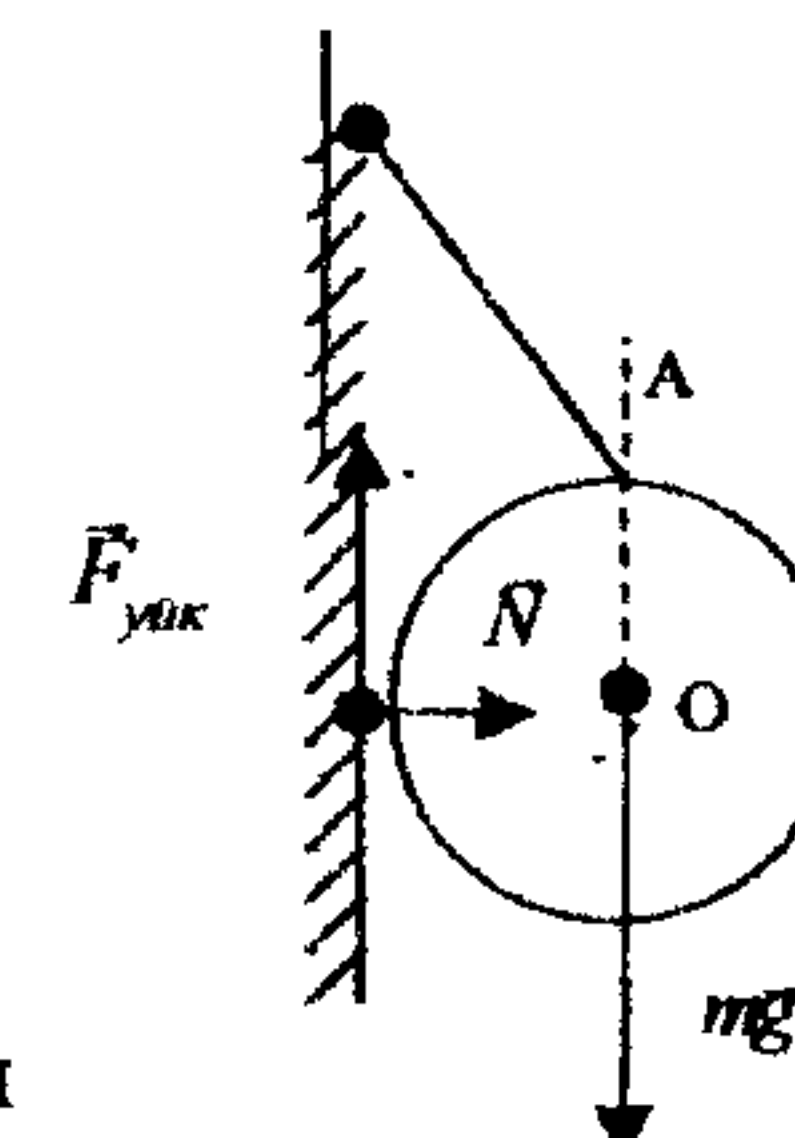
яғни $0,75 \cdot P \cdot OC = 0,25P \cdot OD + F \cdot OB$.

Ал, $OC = \frac{3}{8}\ell$; $OD = \frac{1}{8}\ell$ және $OB = \frac{1}{4}\ell$ онда

$$0,75P \cdot 3/8\ell = 0,25P \cdot 1/8\ell + F \cdot 1/4\ell \Rightarrow P = F.$$

$$\text{Жауабы: } P = 300 \text{ Н}.$$

3.2.7. Бір ұшы қабырғаға бекітілген жіптің екінші ұшына біртекті ауыр шар ілінген (8 – сурет). Жіптің шарға бекітілген нүктесі шар центрі арқылы өтетін тік сызық бойында жатыр. Шар тепе – теңдікте болуы үшін шар мен қабырға арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек?



8-сурет

Шешуі: Шар тепе – теңдікте болуы үшін

A нүктесіне салыстырғанда

барлық күш моменттерінің қосындысы

нөлге тең болуы керек. Сонда

$$\mu = ?$$

$$F_{\text{уик}} \cdot R - NR = 0,$$

$$(1)$$

Мұндағы R – шар радиусы. Екінші жағынан

$$F_{\text{уик}} \leq \mu N$$

$$(2)$$

және (2) – ден $\mu \geq 1$.

$$\text{Жауабы: } \mu \geq 1.$$

3.2.8 Радиусы R ауыр цилиндрлік білеушені тік бұрышты сатыдан көтеру үшін көкжиек бағытында оның салмағына тең F күшпен әсер еткен. Сатының h биіктігін табындар (9-сурет).

Берілгені:

$$R; \quad F = mg$$

$$h = ?$$

Шешуі: Білеушені сатыдан көтеру үшін, оны сағат

тіліне қарсы бағытта A нүктесінен айналдыратын

күш моменті, сағат тілі бағытында айналдыратын

күш моментіне ең болмағанда тең болуы керек.

Сонда $F \ell_1 = \ell_2 mg$, мұндағы $\ell_1 = R - h$ және

$$\ell_2 = \sqrt{R^2 - (R - h)^2}$$

Енді $F = mg$ екендігін ескерсек

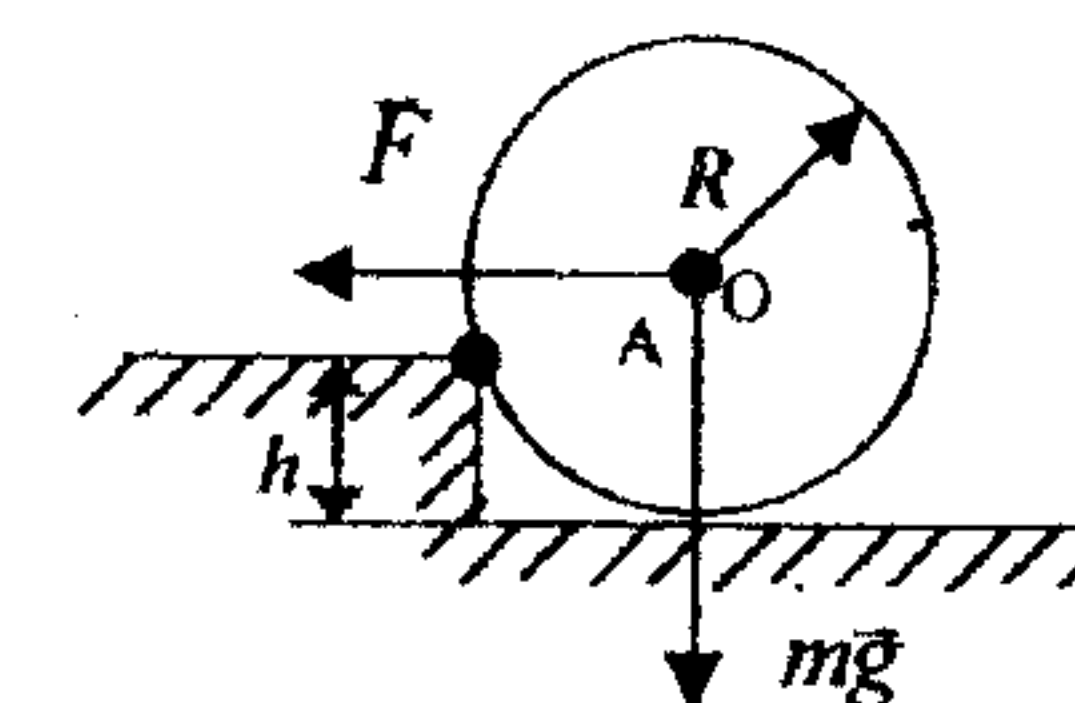
$$mg(R - h) = mg \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = (2 \pm \sqrt{2})R/2.$$

Ал, $h < R$ болғандықтан

$$h = (2 - \sqrt{2})R/2.$$

$$\text{Жауабы: } h = (2 - \sqrt{2})R/2 \approx 0,29R.$$



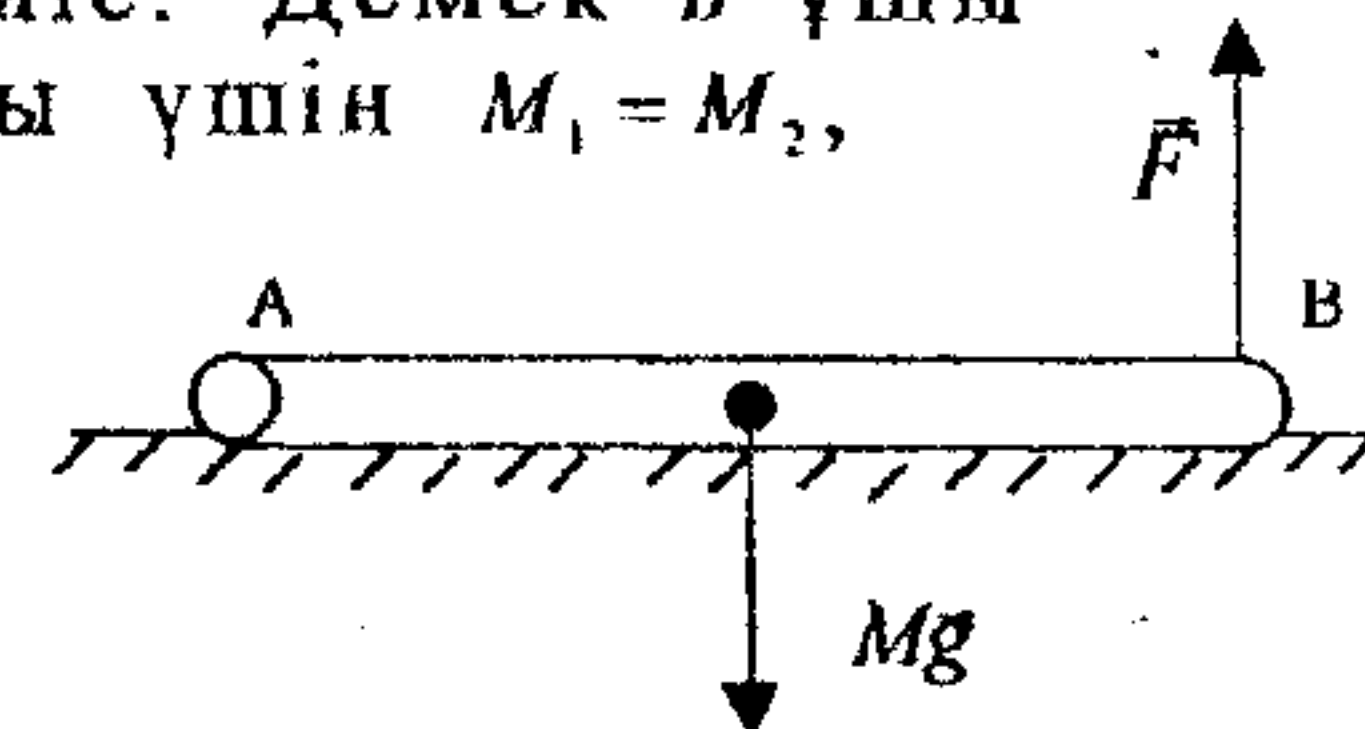
9-сурет

3.2.9 Массасы $M = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ жерде жатқан құбырды бір ұшынан көтеріп тұрғызу үшін қанша күш жұмсау керек?

Берілгені: $M = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг}$
 $F = ?$
 Шешуі: Құбырды B ұшынан көтерейік (10-сурет). Онда құбыр A нүктесінен айнала қозғалуы тиіс. Демек B ұшы бірқалыпты қозғалуы үшін $M_1 = M_2$,

мұндағы M_1 – ауырлық күшінің, M_2 – көтеруші күштің моменттері.
 Сонда $Mg \cdot AB/2 = F \cdot AB \Rightarrow F = Mg/2$
 $F = \frac{1,2 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{2} = 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н}.$

Жауабы: $F = 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н}.$



10-сурет

3.2.10 Біртекті шыбықша көкжиек жазықтығында ілмекке ілулі тұр (11-сурет). Егер шыбықшаның бір жағын ийсек оның тепе – теңдігі бұзыла ма?

Шешуі: 11-суретте көрсетілген шыбықша тепе-теңдікте болуы үшін $M_1 = M_2$ болатындығын дәлелдейік.

$M_1 = mg/2 \cdot AO/2$ және $M_2 = mg/2 \cdot OB/2$

Ал $A_1 = A_2$ болғандықтан $M_1 = M_2$

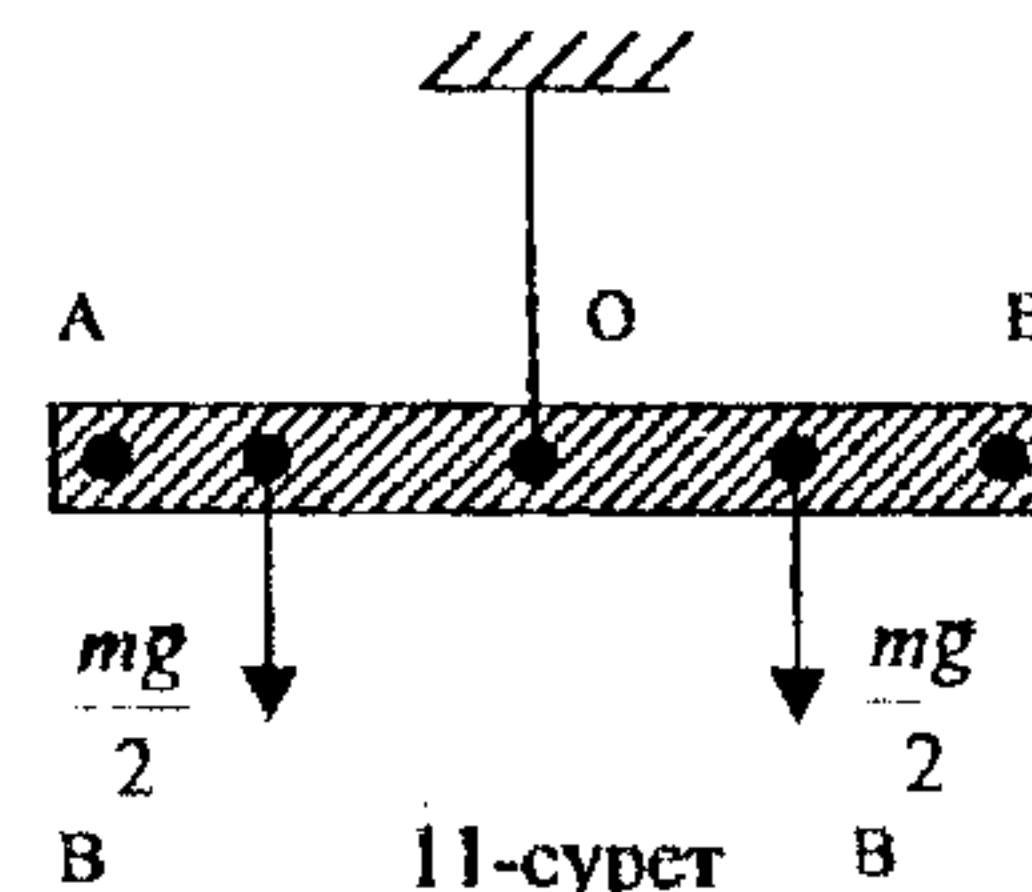
Енді шыбықшаны 12-суреттегідей ийсек, онда $M_1 = mg/2 \cdot AO/2$ және

$M_2 = mg/2 \cdot OC/2$ Ал, $OC = \dots \cdot \cos \alpha$ және $|\cos \alpha| \leq 1$, демек $OC < \dots$

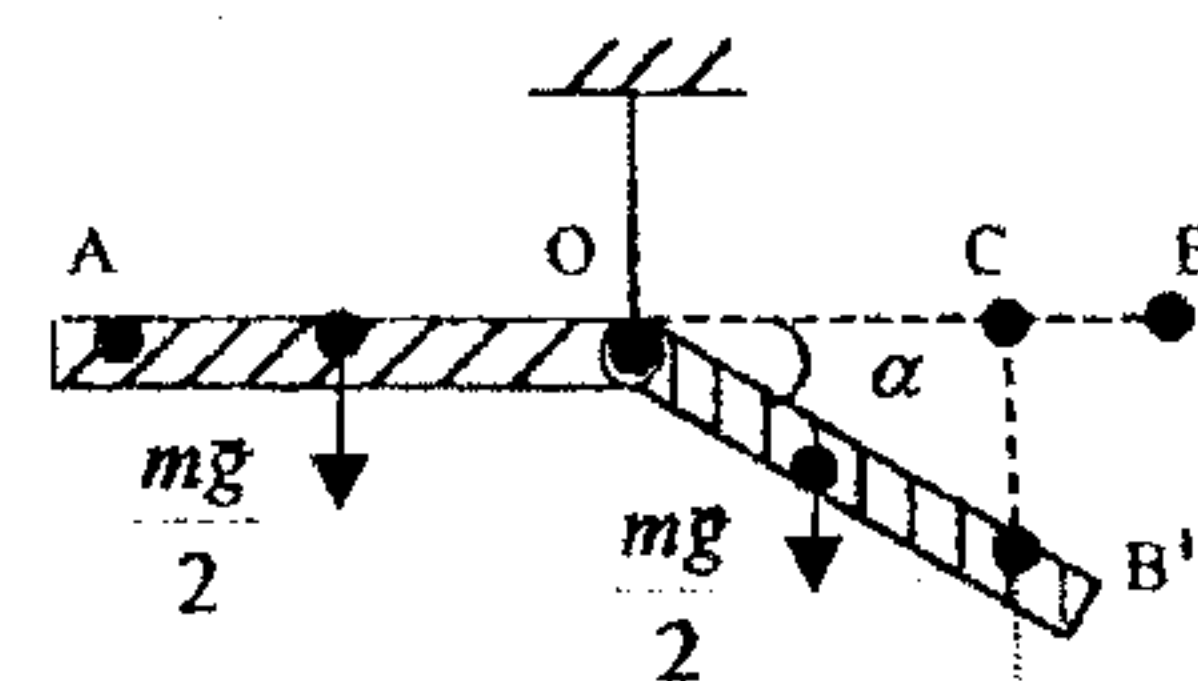
Онда $M_2 < M_1$ сондықтан

шыбықшаның A ұшы басып кетеді.

Жауабы: Шыбықша тепе – теңдігі бұзылады.



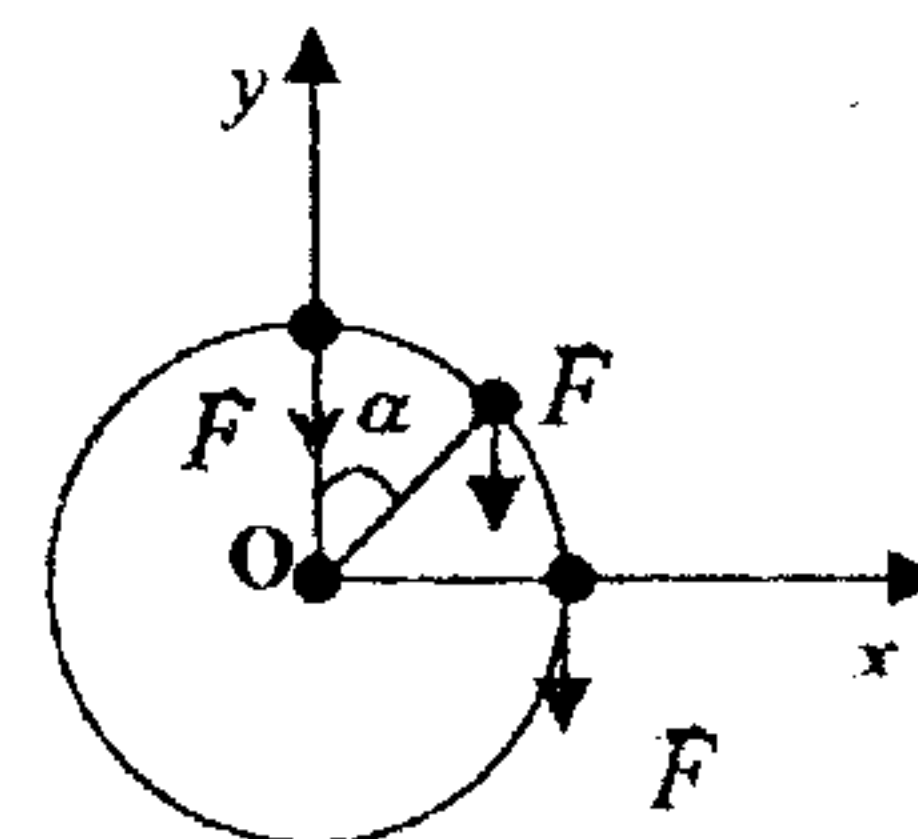
11-сурет



12-сурет

3.2.11 Велосипед дөңгелегін айналдырушы күш моменті қалай пайда болады?

Жауабы: Велосипед дөңгелегіне әсер ететін күш басқыш арқылы беріледі (13-сурет). Аяқтың басу күші бірдей болғанымен басқышқа әсер ететін күш моменті әртүрлі болады. Басқыш O_y өсімен бағытталса $M_y = 0$, O_y өсімен α бұрыш жасаса $M_a = Fr \sin \alpha$ (r – дөңгелек радиусы), ал Ox өсімен бағытталса $M_x = Fr$ және мұнда күш моментінің ең үлкен мәніне жетеді.



13-сурет

3.2.12 Цилиндр пішінді стакандағы суға жартылай батырылған массасы m таяқша оның қабырғасына қандай күшпен қысым түсіреді? Таяқша көкжиек жазықтығымен α бұрыш жасайды. Үйкелісті ескермендер.

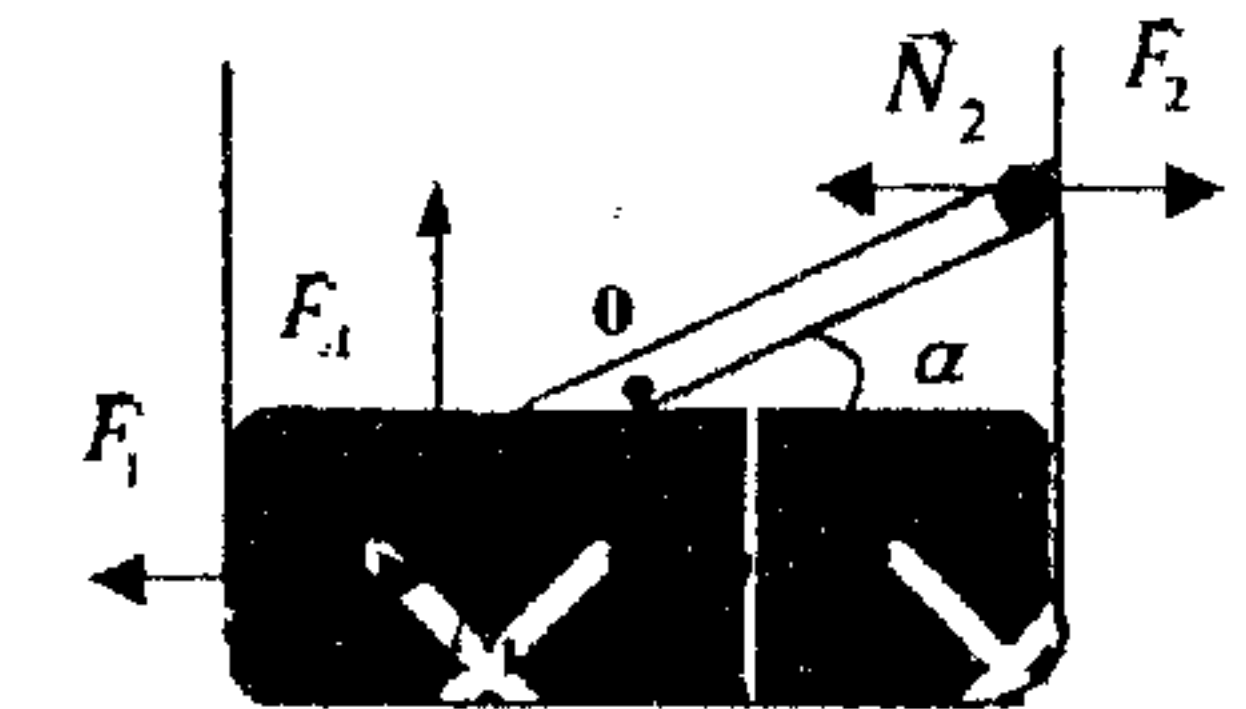
Берілгені: m ; α
 $F_1 = ?$; $F_2 = ?$
 Шешуі: Таяқшаға әсер ететін күштер 14-суретте көрсетілген. Олар:

F – Архимед күші; F_1 және F_2 – қысым күштері; mg – ауырлық күші.
 Стаканға салынған таяқша ұзындығы x болсын. Енді таяқшаның тепе – теңдікте болу шарттарын жазайық, сонда

$$\begin{cases} \frac{mgx}{2} - \frac{F_1 \cdot 3x}{4} + N_1 x \lg \alpha = 0 \\ F_1 = mg \\ N_1 = N_2 \end{cases} \Rightarrow -mg + mg \cdot 3/2 = 2N_1 \lg \alpha$$

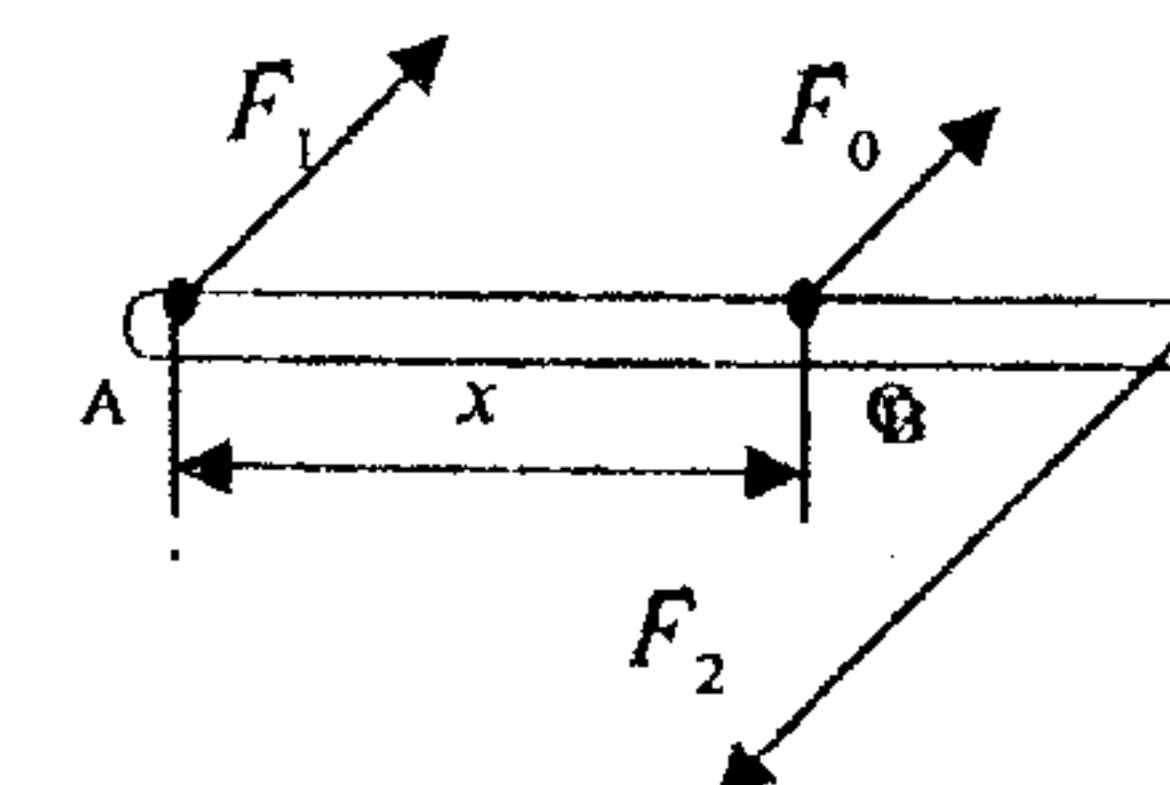
$\Rightarrow N_1 = mg/4 \lg \alpha$ немесе $N_1 = mg \lg \alpha / 4$. Екіншіден $|N_1| = |F_1|$, демек $F_1 = F_2 = mg \lg \alpha / 4$.

Жауабы: $F_1 = F_2 = mg \lg \alpha / 4$.



14-сурет

3.2.13 Өзара қарама-қарсы бағытталған параллел $F_1 = 10 \text{ Н}$ және $F_2 = 25 \text{ Н}$ екі күш ұзындығы $d = 1,5 \text{ м}$ болатын шыбықшаның A және B нүктелеріне түсірілген (15-сурет). F_0 – теңәсерлі күштің шамасын және түсу нүктесін табыңдар.

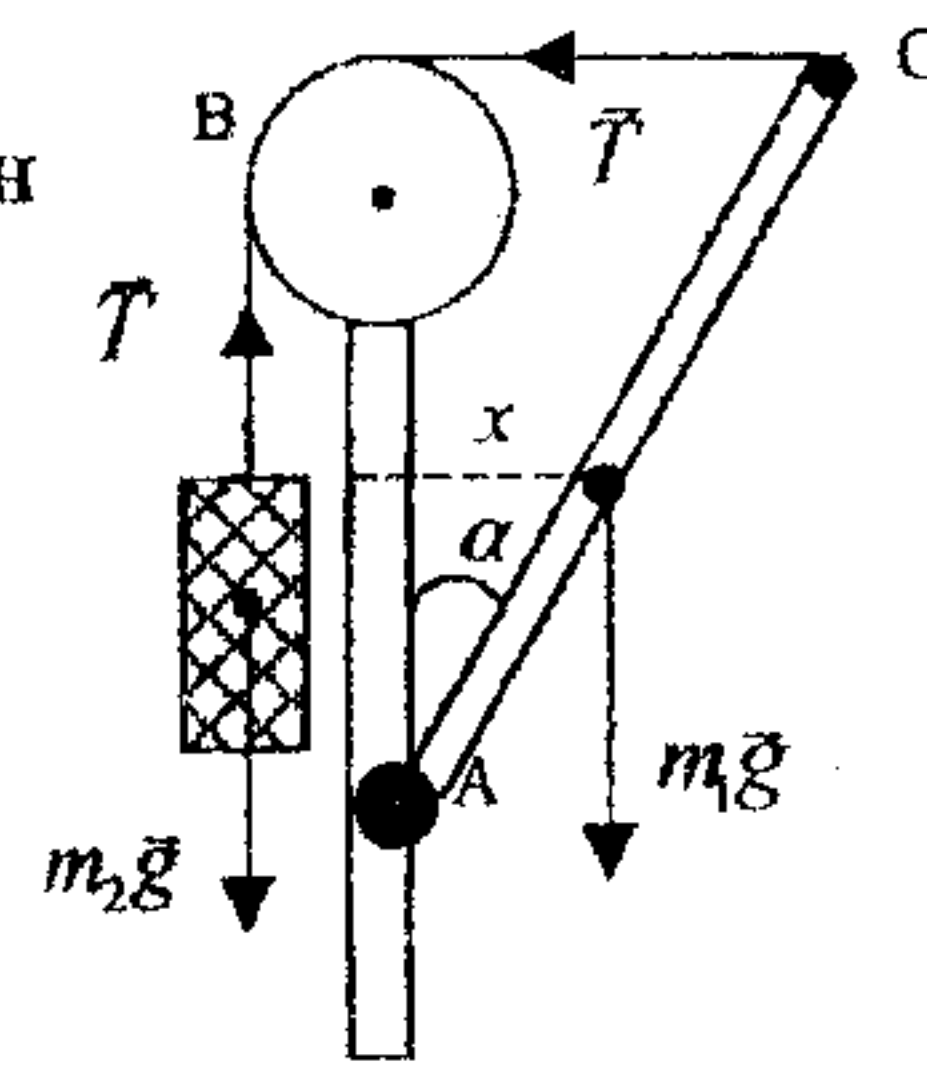


15-сурет

Берілгені: $F_1 = 10 \text{ Н}$; $F_2 = 25 \text{ Н}$; $d = 1,5 \text{ м}$
 $F_0 = ?$; $x = ?$
 Шешуі: Шыбықша тепе-теңдікте болуы үшін $\Sigma M_i = 0$, және $F_0 = F_1 + F_2$, өйткені бағыттары қарама-қарсы екі параллел күштің теңәсерлі күші екі күштің айырымына тең. Сонда $AC = x$ және $(F_1; AB) = \alpha$ белгілеулерін енгізсек,
 $F_1 \cdot x \sin \alpha - F_2 \cdot (d - x) \sin \alpha = 0 \Rightarrow x = F_2 \cdot d / (F_1 + F_2)$. $F_0 = 25 \text{ Н} + 10 \text{ Н} = 15 \text{ Н}$;
 $x = 25 \text{ Н} \cdot 1,5 \text{ м} / (10 \text{ Н} + 25 \text{ Н}) \approx 1,07 \text{ м}.$

Жауабы: $F_0 = 15 \text{ Н}$; $x \approx 1,07 \text{ м}.$

3.2.14 Массасы m_1 біртекті АС шыбықшаның бір ұшы топсамен А нүктеде тақтаға бекітілген (16-сурет). Шыбықшаның екінші ұшына байланған жіп В блогынан асырылған. Егер жіп $\frac{1}{2}$ бөлігінде көкжиек бағытымен орналысып, шыбықша мен тақта арасындағы бұрыш α болса, онда жіптің екінші ұшына жүк ілінген еді?



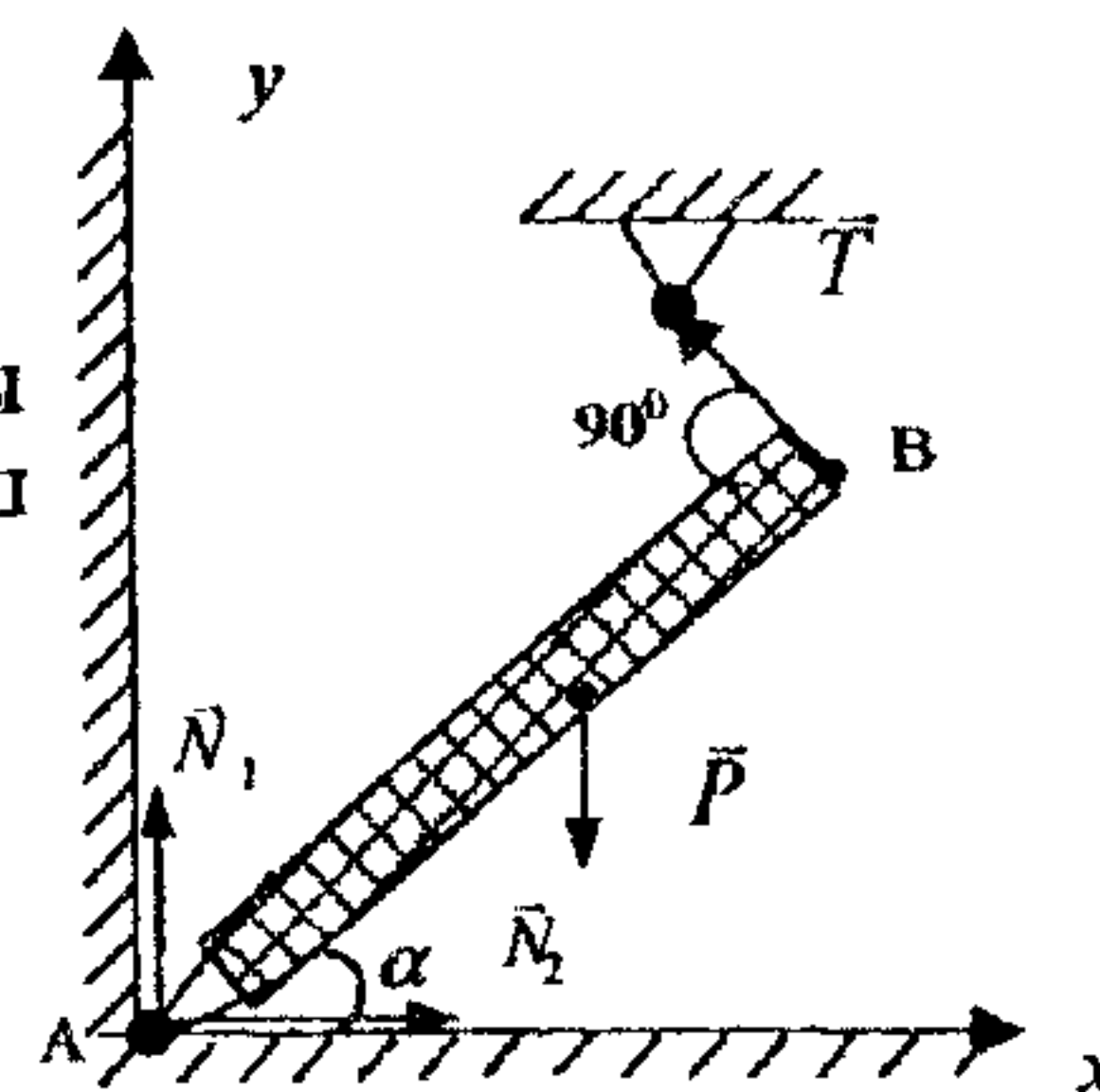
16-сурет

Берілгені: m_1, α
Шешуі: Шыбықшаның А нүктесіне салыстырғанда тепе-теңдікте болу шартын жазайық, сонда

$$\begin{cases} m_1 g \cdot x - T \cdot 2x / \lg \alpha = 0 \\ m_2 g = T \end{cases} \Rightarrow m_2 = m_1 \lg \alpha / 2.$$

Жауабы: $m_2 = m_1 \lg \alpha / 2$.

3.2.15 Бір ұшы бұрышқа тірелген біртекті АВ шыбықшасының екінші В ұшы жіпке байланған (17-сурет). Шыбықшаның салмағы P және ол көкжиек жазықтығымен α бұрыш жасайды. Жіптің T керілу күшін және де шыбықшаның қабырғаға, еденге түсіретін қысым күшін есептеп табындар.



17-сурет

Берілгені: P, α
Шешуі: Шыбықшаға әсер ететін күштерді анықтайық. Олар: P - салмақ күші; T - жіптің

$T - ?$; $N_1 - ?$;
 $N_2 - ?$

керілу күші; N_1 - еденнің, N_2 - қабырғаның реакция күштері. Шыбықша тепе-теңдігін ескеріп күштердің x және y өстеріндегі проекцияларын

$$\begin{cases} N_2 - T \sin \alpha = 0 \\ N_1 - P + T \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Сондай-ақ А нүктесіне салыстырғанда күш моменттерінің теңдігінен $P \cdot A \cos \alpha / 2 - T \cdot A \sin \alpha = 0$ немесе $P \cos \alpha / 2 - T = 0$ (2).

(1) және (2)-ден $T = P \cos \alpha / 2$; $N_1 = P(1 + \sin^2 \alpha) / 2$; $N_2 = P \sin \alpha \cos \alpha / 2$.

Жауабы: $T = P \cos \alpha / 2$; $N_1 = P(1 + \sin^2 \alpha) / 2$; $N_2 = P \sin \alpha \cos \alpha / 2$.

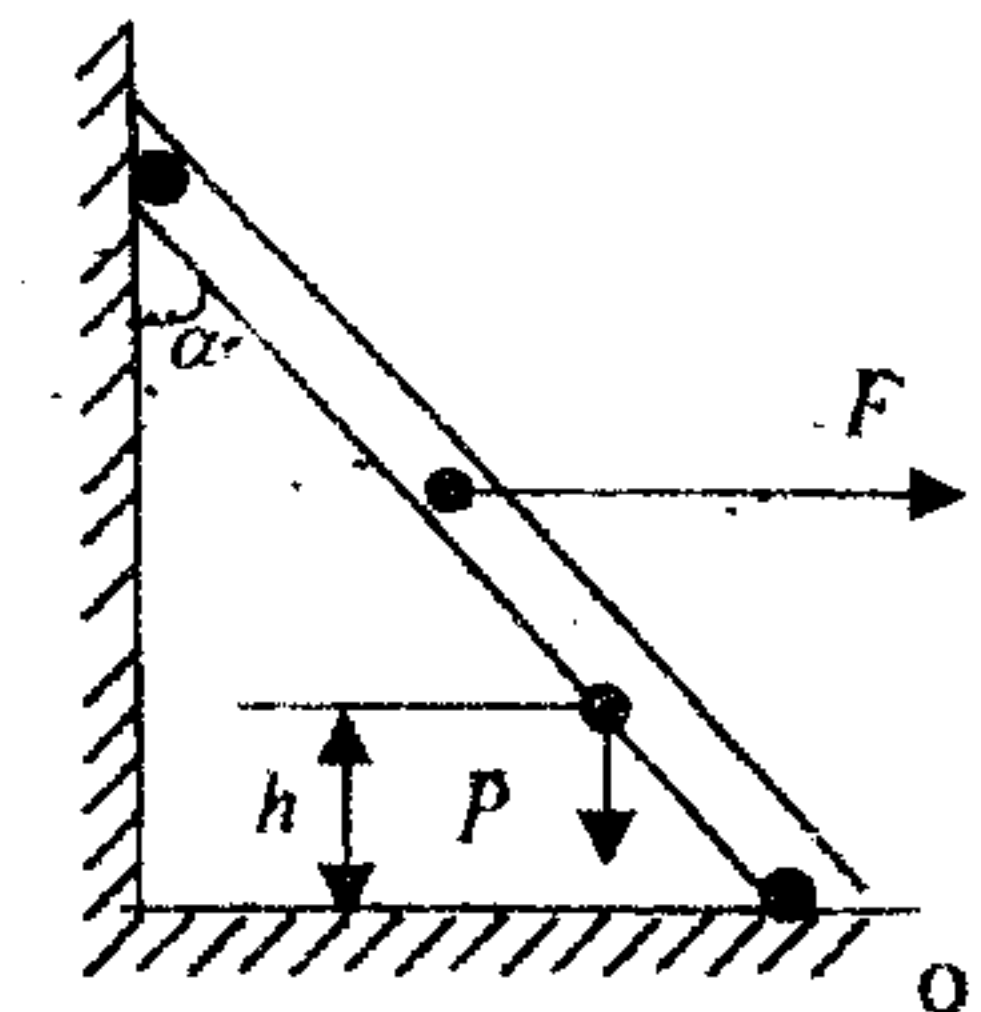
3.2.16 Салмағы P , ал ұзындығы ℓ саты жылтыр тік қабырғамен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасап сүйеулі тұр. Оның ауырлық центрі еденнен h биіктікте. Егер сатының төменгі ұшымен еден арасындағы үйкеліс өте үлкен болса, сатының жоғарғы ұшын қабырғадан кейін ығыстыру үшін адам оның ортасынан қандай ең аз F күшімен көкжиек бағытында тарту керек?

Берілгені: P, ℓ, h ;
 $\alpha = 30^\circ$
Шешуі: Сатының жоғарғы ұшы қабырғадан кейін ығысу үшін, ол О нүктесінен айналуы керек (18-сурет). Ол үшін мына шарт орындалу тиіс (1) $P \ell_1 \leq F \ell_2$,
 $F_{\min} - ?$

мұндағы $\ell_1 = h \lg \alpha$ және $\ell_2 = \ell \cos \alpha / 2$, демек $P h \lg \alpha \leq F \ell \cos \alpha / 2 \Rightarrow F \geq 2 P h \sin \alpha / \ell \cos^2 \alpha$.

$$\text{Осыдан } F_{\min} = \frac{2 P h \sin \alpha}{\ell \cos^2 \alpha}.$$

$$\text{Жауабы: } F_{\min} = \frac{2 P h \sin \alpha}{\ell \cos^2 \alpha}.$$

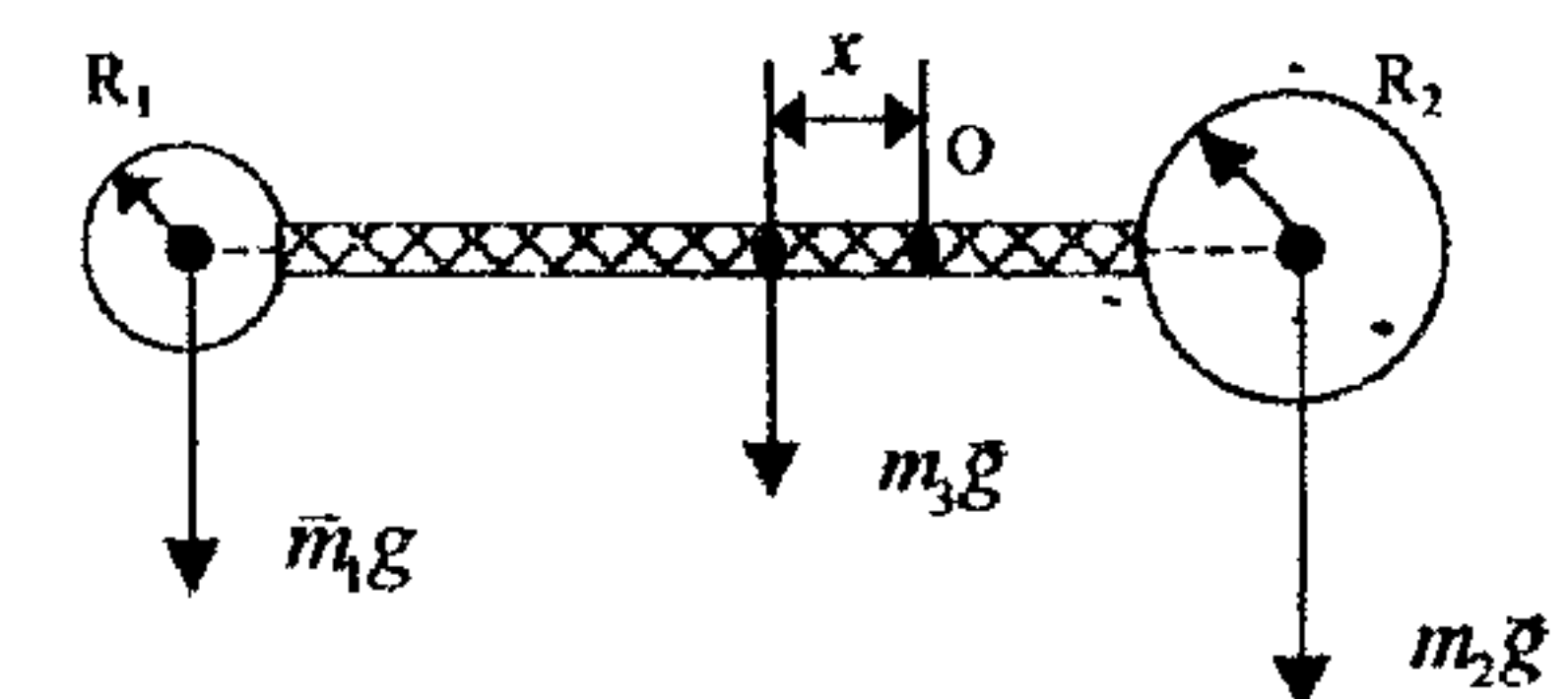


18-сурет

3.2.17 Массалары 3 кг және 5 кг екі шар, массасы 2 кг ал ұзындығы 30 см шыбықшамен қосылған. Бірінші шардың радиусы 5 см , екіншісінікі 7 см болса осы жүйенің масса центрі табындар.

Берілгені: $5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$; $7 \text{ см} = 0,07 \text{ м}$; $30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$.
Шешуі: Жүйенің орналасуы 19-суретте көрсетілген.
 $m_1 = 3 \text{ кг}$; $m_2 = 5 \text{ кг}$; $m_3 = 2 \text{ кг}$; $\ell = 30 \text{ см}$;
Жүйенің орналасуы 19-суретте көрсетілген. Айналыс өсін О деп алып жалпы жүйенің тепе-теңдікте болу шартын жазайық, сонда $M_1 + M_3 = M_2$ немесе
 $R_1 = 5 \text{ см}$; $R_2 = 7 \text{ см}$;
 $x - ?$
 $m_1 g (\ell / 2 + R_1 + x) + m_3 g x = m_2 g (R_2 + \ell / 2 - x) \Rightarrow x = (m_2 R_2 - m_1 R_1 - \ell (m_2 - m_1) / 2) / (m_1 + m_2 + m_3).$
 $x = (5 \cdot 0,07 - 3 \cdot 0,05 - 0,3 (5 - 3) / 2) / (3 + 5 + 2) = 0,05 \text{ м}.$

Жауабы: $x = 0,05 \text{ м}$.



19-сурет

3.2.18 $R = 30 \text{ Н}$ күшін A_1 және A_2 нүктелеріне түсірілген екі параллел күшке жіктендір (20-сурет).

Берілгені: $R = 30 \text{ Н}$;
 $n, 2a$
Шешуі: A_1 нүктесіне F_1 - күші, ал A_2 нүктесіне F_2 - күші түсірілген дейік, сонда олардың екеуінде тік төмен бағытталған болсын, онда $R = F_1 + F_2$ (1)
 $F_1 - ?$; $F_2 - ?$

Ал A_1 , A немесе A_2 нүктелеріне салыстырғанда тепе-теңдік шарттары

(2) $Ra = F_2 \cdot 3a$;

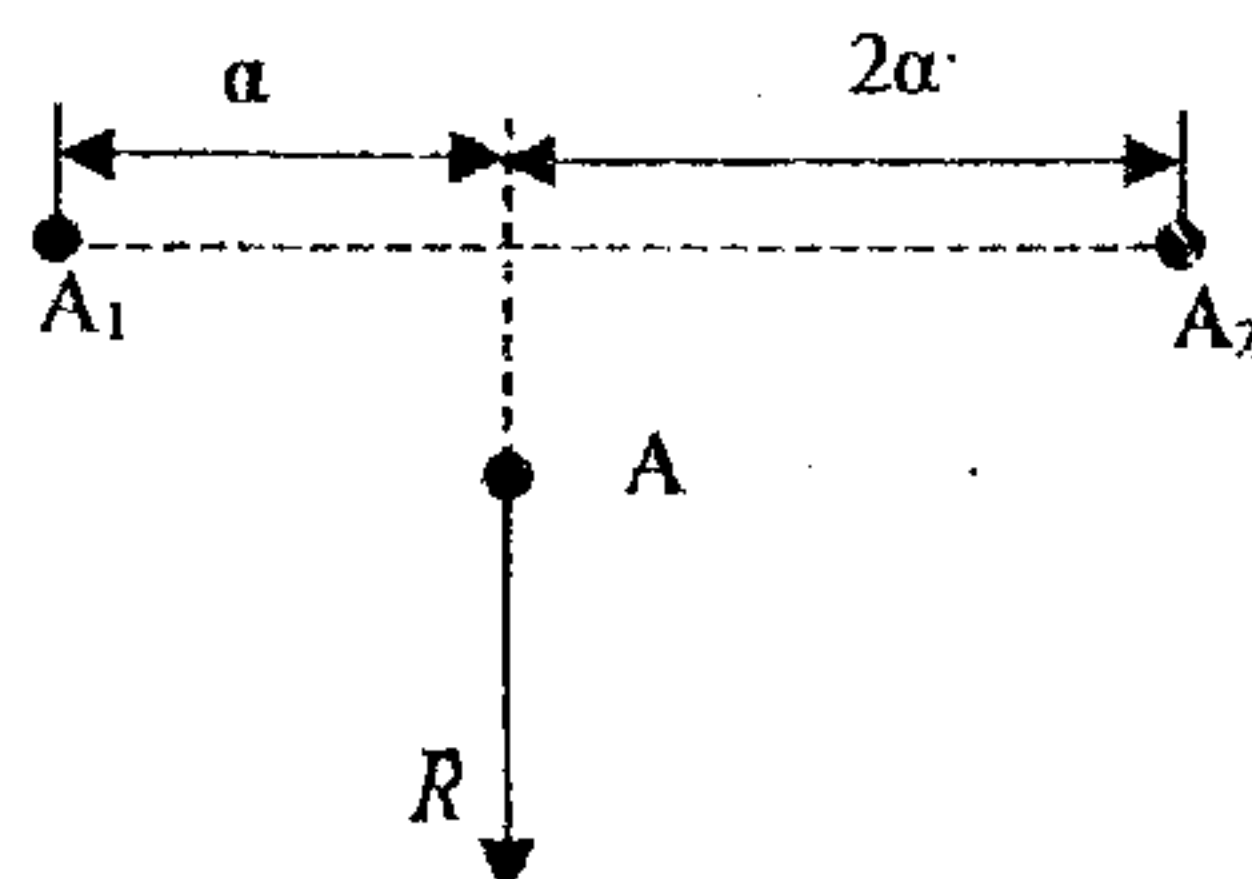
(3) $F_1 a = F_2 \cdot 2a$;

(4) $R \cdot 2a = F_1 \cdot 3a$

Осылардан $F_1 = \frac{2}{3}R$ және $F_2 = \frac{R}{3}$.

$F_1 = \frac{2}{3} \cdot 30\text{Н} = 20\text{Н}$; $F_2 = \frac{30\text{Н}}{3} = 10\text{Н}$

Жауабы: $F_1 = 20\text{Н}$; $F_2 = 10\text{Н}$.



20-сурет

3.2.19 Массасы M , ұзындығы ℓ біртекті белағаш екі ұшынан серіппемен бекітілген (21-сурет). Серіппелердің алғашқы ұзындықтары бірдей және A серіппенің қатандығы B серіппесінікінен n есе артық. Белағаштың A ұшынан қандай қашықтықта m массалы жүкті ілгенде ол тұтасымен көкжиек қалпында тұратын болады?

Берілгені: M ; ℓ ; m ; $k_1 = nk_2$; x - ?
Шешуі: Белағашқа әсер ететін күштер: mg ; Mg ; F_1 және F_2 (21-сурет).
Белағаштың тепе-теңдікте болу шарттарын жазайық,

сонда A нүктесі үшін: $mgx + Mg \frac{\ell}{2} = F_2 \ell$ (1),

B нүктесі үшін: $F_1 \ell = mg(\ell - x) + Mg \ell / 2$.

Гук заңынан $F_1 = k_1 \Delta \ell$ және $F_2 = k_2 \Delta \ell$ мұндағы $\Delta \ell$ - бірдей ұзарулар. Ал есеп шарты бойынша $k_1 = nk_2$, онда

$F_1 = nk_2 \Delta \ell$ және $F_2 = k_2 \Delta \ell$ (3)

(1), (2) және (3)-ден

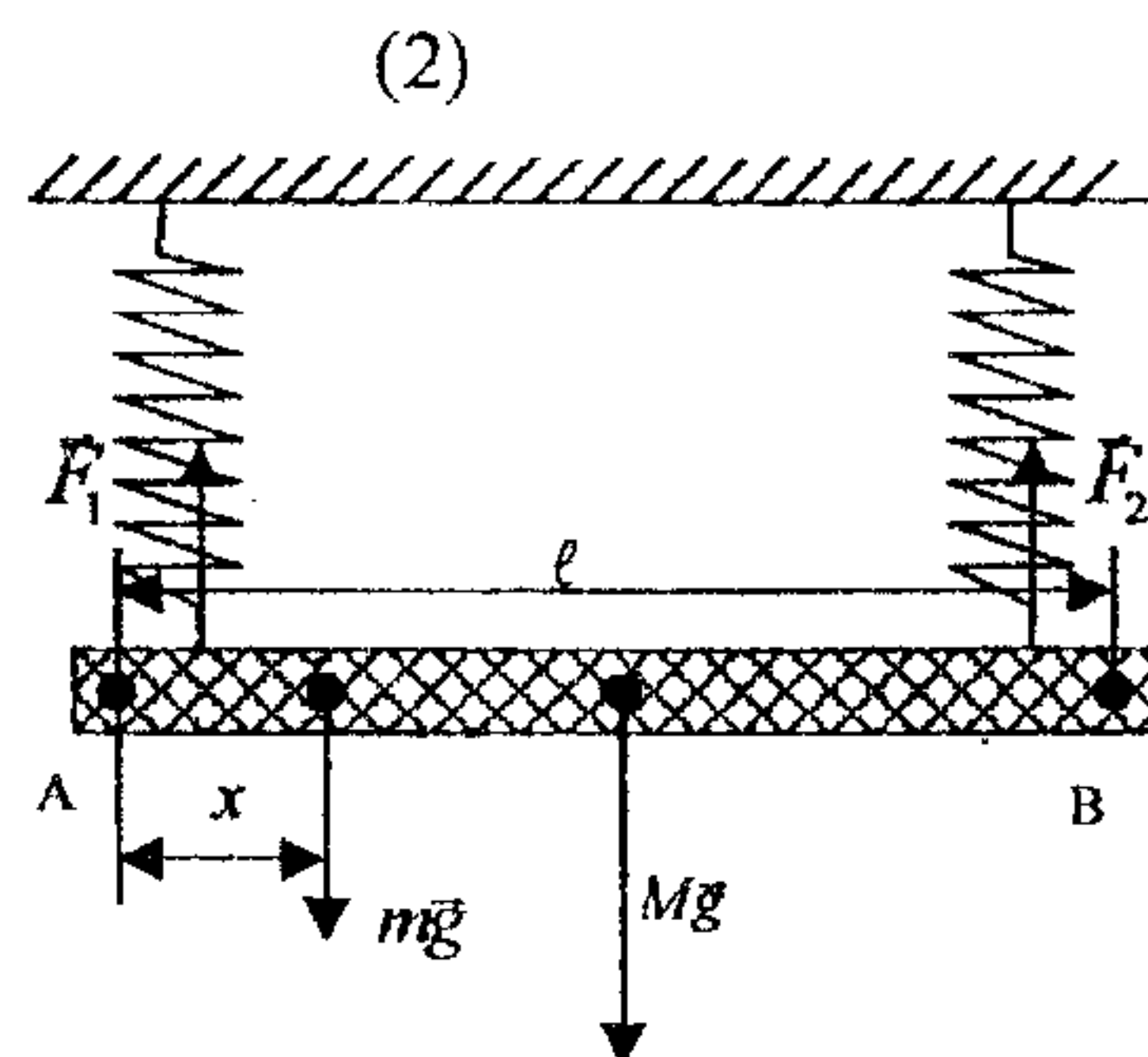
(4) $nk_2 \Delta \ell = Mg/2 + (\ell - x)mg/\ell$ және

$k_2 \Delta \ell = Mg/2 + mgx/\ell$ (5).

(4) және (5)-ден

$x = \ell(M(1-n) + 2m)/(2m(1+n))$.

Жауабы: $x = \ell(M(1-n) + 2m)/(2m(1+n))$.



21-сурет

3.2.20 Темір жол вагонның орнынан қалай қозғаған оңай: вагон тұлғасынан итеріп пе, әлде вагон доңғалағын итеріп пе?

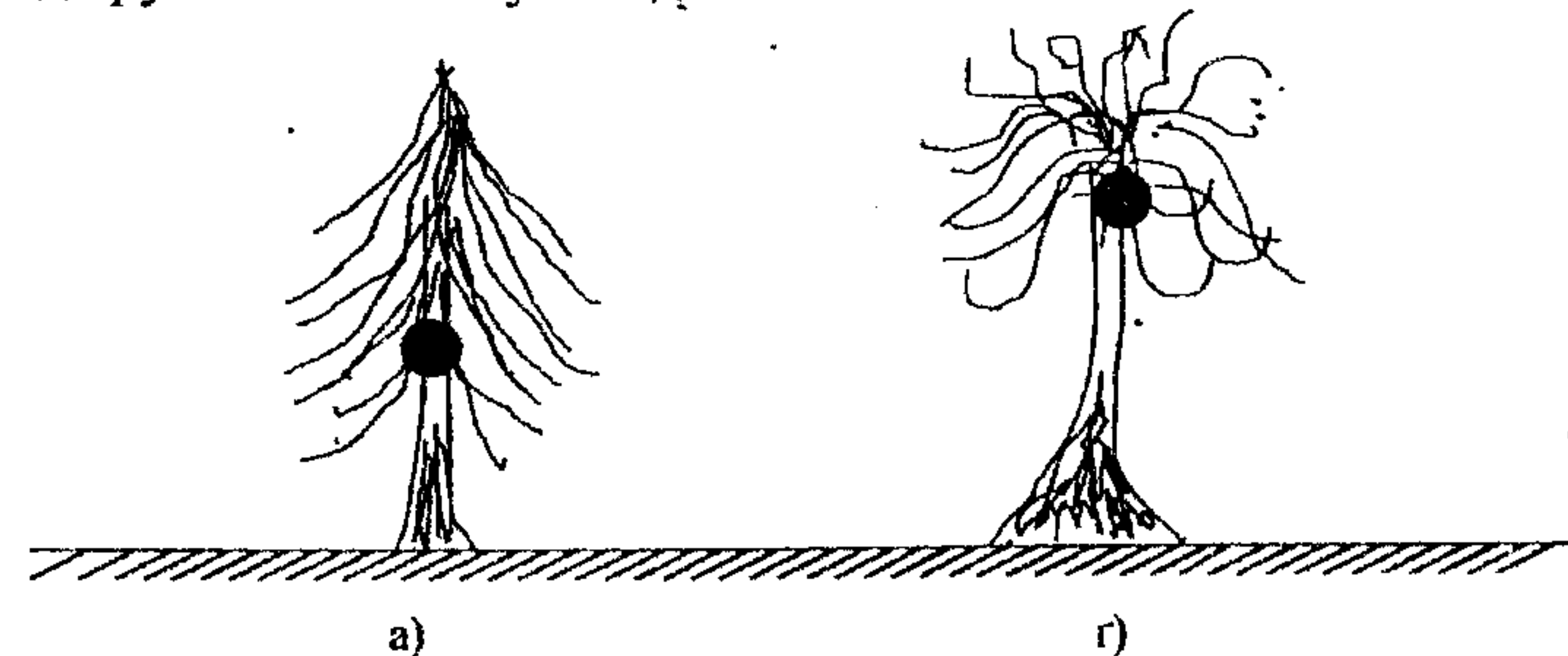
Жауабы: Вагон доңғалағынан итерген дұрыс, өйткені бұл жағдайда жұмсалған күштің моменті екі еседей көп болады.

3.2.21 Неге жүк таситын арба доңғалағын барынша үлкен етін жасаған дұрыс?

Жауабы: Арба доңғалағы үлкен болса, оның радиусы да үлкен болады, демек арба доңғалағын айналдырушы күш моментінің иіне доңғалақ радиусына пропорционал болғандықтан аз күш жұмсап — ақ арбаны қозғалтушы күш моментін туғызуға болады.

3.2.22 Дауыл соққанда шыршаға қарағанда қарағай әлдеқайда көп сынады. Соның ең басты себебінің бірін атаңдар.

Жауабы: Оның басты себебі, қарағайдың шыршаға қарағанда ауырлық центрі жер бетінен алыс жатады (22(ә) — сурет), ал шыршада керісінше (22(а) — сурет). Сондықтан желдің біртәй күш әсері қарағайда үлкен айналдырушы момент туғызады.



22-сурет

2.2.23 Неге сырғанақ тебуші жүгіру кезінде екі қолын екі жаққа серіе қозғалады?

Жауабы: Сырғанау кезінде оның аяқтары белгілі бір арақашықтықта біріне-бірі параллель болатын екі түрлі жазықтықта қозғалады. Сырғанақ тебушінің кеңеттен қозғалысы оның денесін тік өстен айналдыруға тырысатын күш моментін туғызады, сондықтан ол қолын серпу арқылы фазасы жөнінен аяққа қарама — қарсы болатын айналдырушы момент туғызады.

3.2.24 Шегені ағаштан қысқышпен тартғын суырудан гөрі бұрап суырған оңай, неліктен?

Жауабы: Біз қысқышпен шегені суыру үшін оған $F_{\text{тарту}}$ күшінен артық болатын F күшімен тартуымыз керек, яғни $F \geq F_{\text{тарту}}$. Ал егер шегені қысқышпен айналдыра суырсақ, онда $F_1 R \geq F_{\text{тарту}} r$ шарты орындалғанда шеге ілгерілемелі қозғала бастайды. Мұндағы: F_1 — қысқышпен тарту күші; R — қысқыш радиусы; r — шеге радиусы; $F_{\text{тарту}}$ — шегеге әсер ететін үйкеліс күші. Сонда $F_1 \geq \frac{r}{R} F_{\text{тарту}}$. Ал, $R > r$ болса, $F_1 < F_{\text{тарту}}$ болады, яғни шеге қысқышпен бұрап суырылғанда оңай болады.

3.2.25 Ұзындығы ℓ жіпке байланған сурет тік қабырғамен α бұрыш жасап ілінген (23 – сурет). Сурет биіктігі d және оның төменгі бөлігі қабырғаға бекітілмеген. қабырға мен сурет арасындағы үйкеліс коэффициентінің шамасы қандай болғанда ол тепе – теңдікте болады?

Берілгені: $\ell; \alpha; d$ Шешуі: Суреттің тепе-теңдікте болу шарттарын жазайық

$\mu - ?$

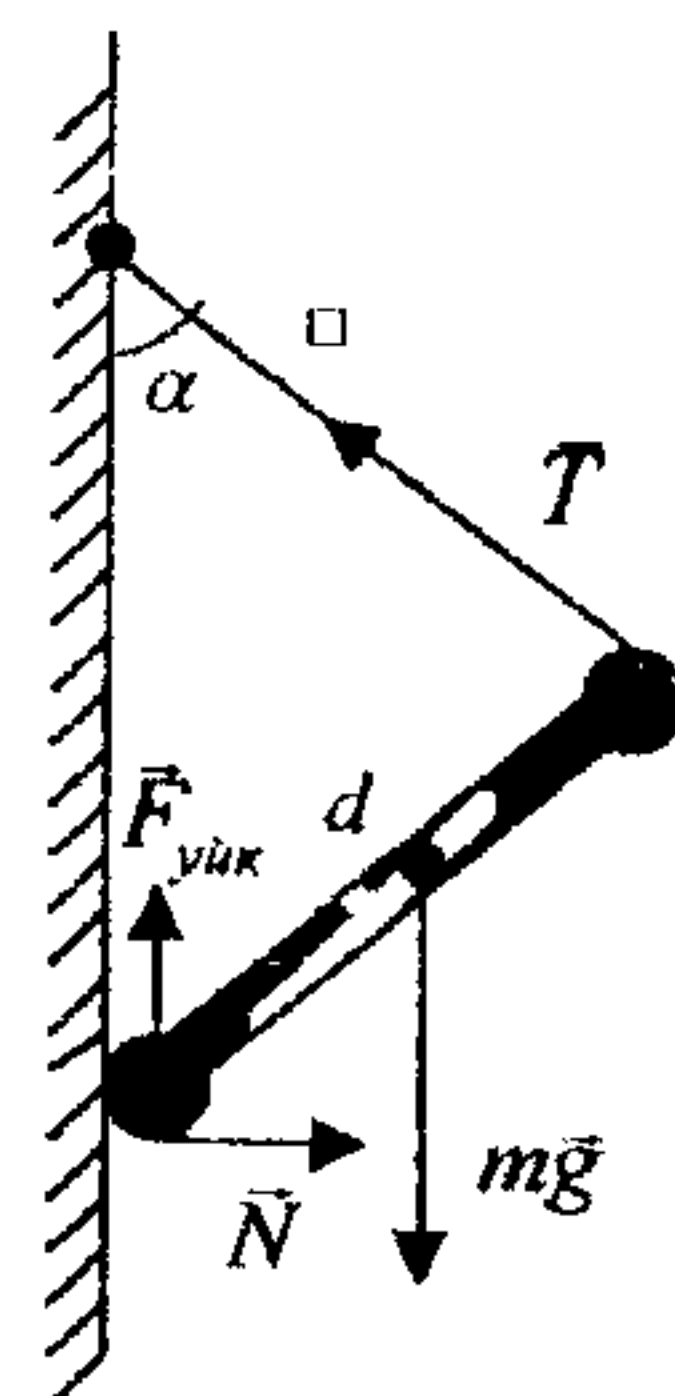
$$\begin{cases} mg = F_{\text{үйк}} + T \cos \alpha \\ N = T \sin \alpha \\ \left(\frac{mg}{2} \right) \ell \sin \alpha = T (\ell \cos \alpha + \sqrt{d^2 - \ell^2 \sin^2 \alpha} \sin \alpha) \\ F_{\text{үйк}} \leq \mu N \end{cases}$$

Осы теңдеулерден

$$F_{\text{үйк}} / N = (\ell \cos \alpha + 2 \sqrt{d^2 - \ell^2 \sin^2 \alpha}) / \ell \sin \alpha,$$

$$\text{ал } \mu \geq \frac{F_{\text{үйк}}}{N} \text{ шартынан } \mu \geq \frac{\ell \cos \alpha + 2 \sqrt{d^2 - \ell^2 \sin^2 \alpha}}{\ell \sin \alpha}$$

$$\text{Жауабы: } \mu \geq \frac{\ell \cos \alpha + 2 \sqrt{d^2 - \ell^2 \sin^2 \alpha}}{\ell \sin \alpha}$$



23-сурет

3.2.26 Тік қабырғалардың арақашықтығы ℓ . Егер шыбықша ұштары мен қабырға арасындағы үйкеліс коэффициенті μ болса, оның ұзындығы қандай болғанда қиғаш қойылған шыбықша қабырғадан сырғып түспейді?

Берілгені: $\ell; \mu$ Шешуі: Қиғаш қойылған шыбықшаға әсер ететін күштер: F_1 және F_2 үйкеліс күштері; N_1 және N_2 реакция күштері;

mg - ауырлық күші (24-сурет).

Шыбықшаның тепе-теңдік шартын естер бойынша жазайық, сонда

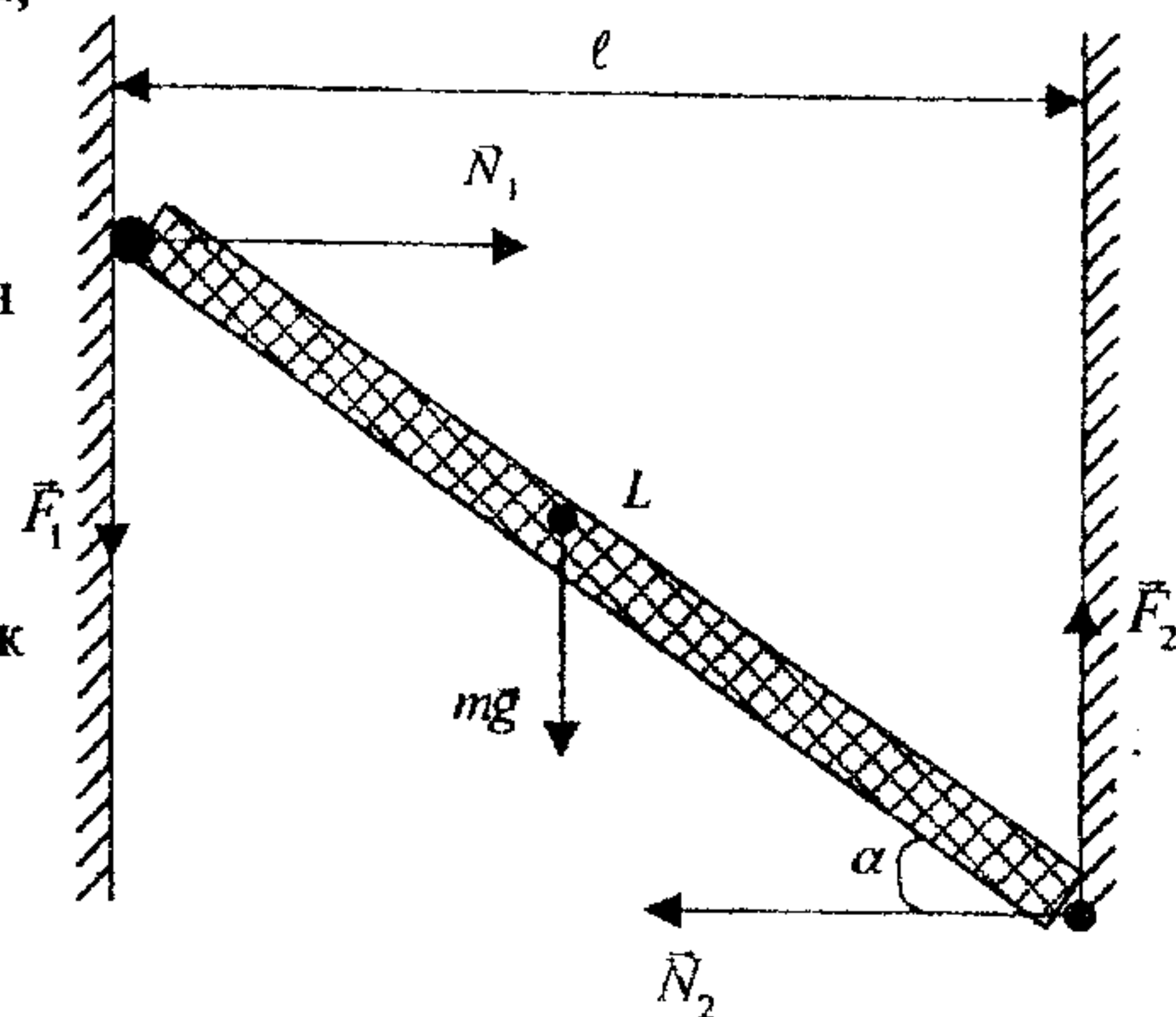
$$|N_1| = |N_2| \text{ және } \mu \geq \frac{F}{N} = \tan \alpha.$$

Ал, $\tan \alpha = \frac{\sqrt{L^2 - \ell^2}}{\ell}$ екендігін ескерсек

$$\mu \geq \frac{\sqrt{L^2 - \ell^2}}{\ell} \Rightarrow L \leq \ell \sqrt{1 + \mu^2}; \text{ демек}$$

$$\ell < L \leq \ell \sqrt{1 + \mu^2}.$$

Жауабы: $\ell < L \leq \ell \sqrt{1 + \mu^2}$.



24-сурет

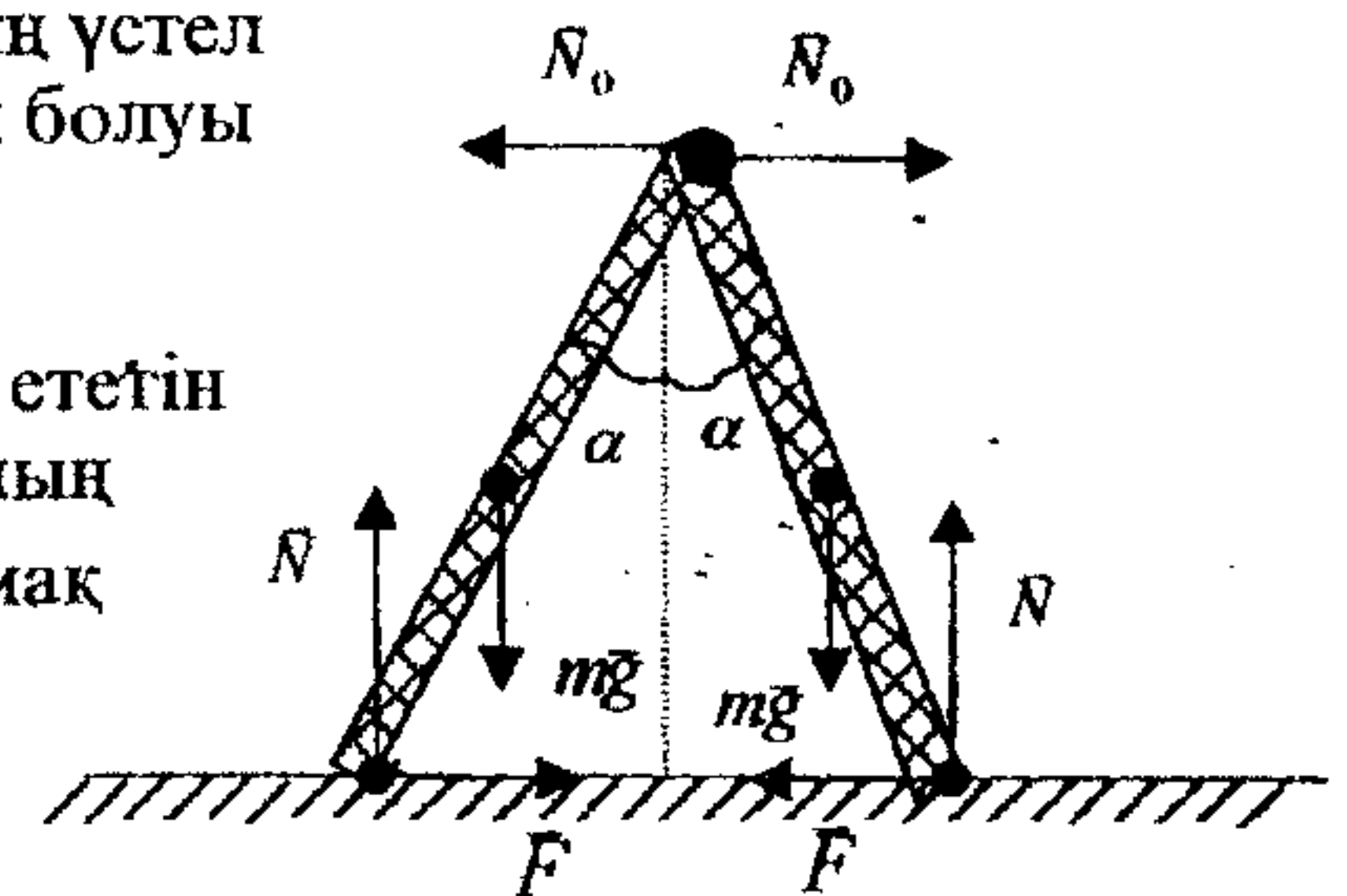
3.2.27 Екі тақтайды тік бағытпен α бұрышын жасайтындай біріне-екіншісін сүйеп үстел үстіне қойылған (25-сурет).

Тақтайлар құлап кетпес үшін олардың үстел бетімен үйкеліс коэффициенті қандай болуы керек?

Берілгені: α Шешуі: Тақтайларға әсер ететін күштер: N_0 таяқ ұштарының реакция күштері; mg - салмақ күші; N - үстелдің реакция күші; F - үйкеліс күші. Тақтайлардың тепе-теңдік шартынан $F \leq \mu N; N = mg$ және

$$mg \left(\frac{\ell \sin \alpha}{2} \right) + F \ell \cos \alpha = N \ell \sin \alpha \Rightarrow \mu \geq \frac{1}{2} \tan \alpha.$$

$$\text{Жауабы: } \mu \geq \frac{1}{2} \tan \alpha.$$



25-сурет

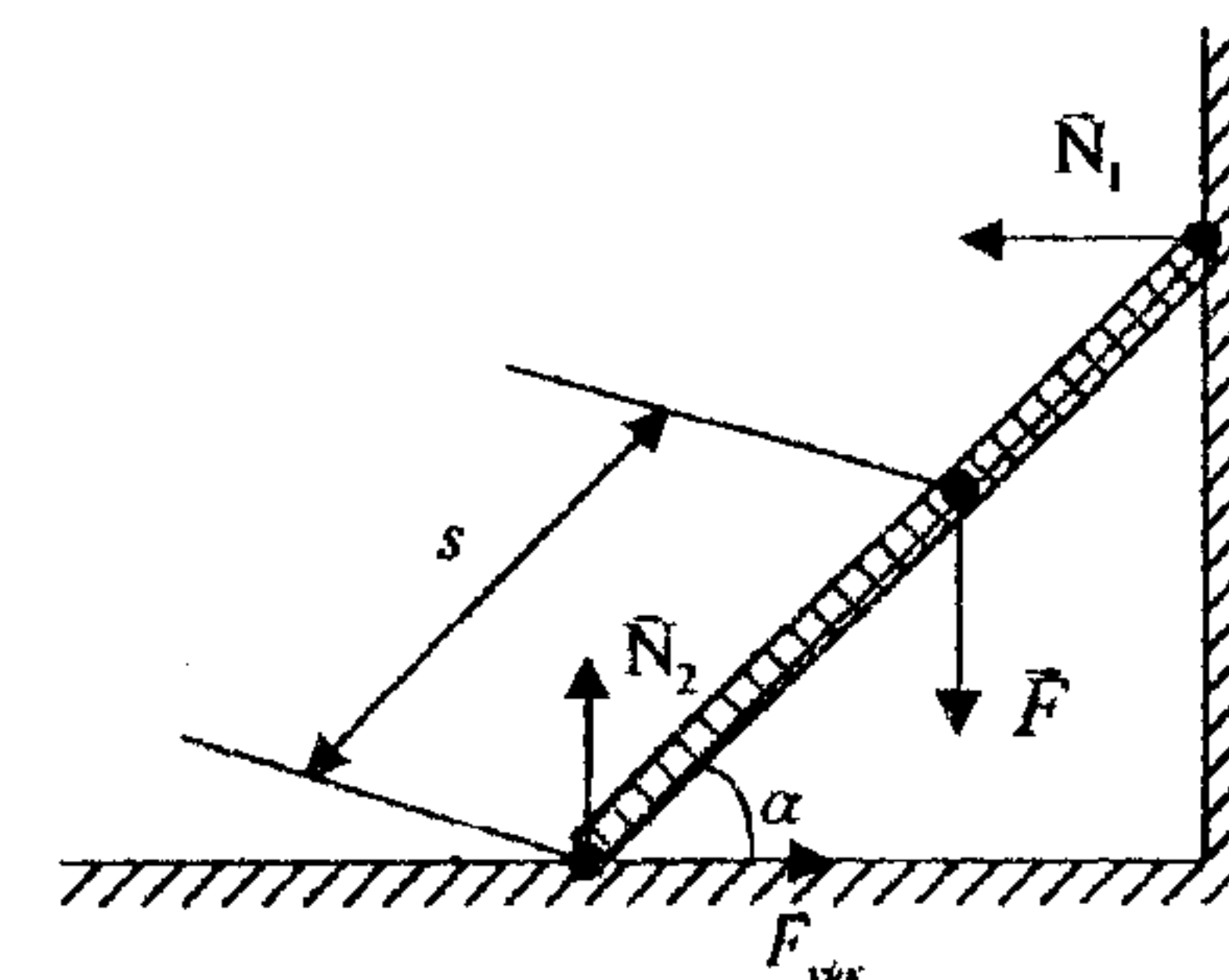
3.2.28 Ұзындығы 4 м саты өте тегіс қабырғаға 60° бұрыш жасап сүйелген. Еденмен саты аяғының арасындағы үйкеліс коэффициенті 0,33. Саты сырғанап кеткенше, адам оның бойымен қандай қашықтыққа көтеріле алады? Саты массасын ескермендер.

Берілгені: $\ell = 4 \text{ м}$ Шешуі: Сатыға әсер ететін күштер 26-суретте көрсетілген.

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\mu = 0,33$$

$s - ?$



26-сурет

F - адамның сатыға түсіретін қысым күші; $N_1; N_2$ - қабырғамен еденнің реакция күштері; $F_{\text{үйк}}$ - үйкеліс күші. Саты сырғанау үшін әрі айналмалы әрі ілгерілемелі қозғалысқа келуі керек, сондықтан оның тепе-теңдікте болу шарттары

$$\begin{cases} F_{\text{үйк}} - N_1 = 0 \\ N_2 - F = 0 \end{cases} \text{ және } N_1 \ell \sin \alpha - F s \cos \alpha = 0 \Rightarrow s = \mu \ell \tan \alpha. \quad s = 0,33 \cdot 4 \text{ м} \cdot \tan 60^\circ \approx 2,3 \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } s \approx 2,3 \text{ м}.$$

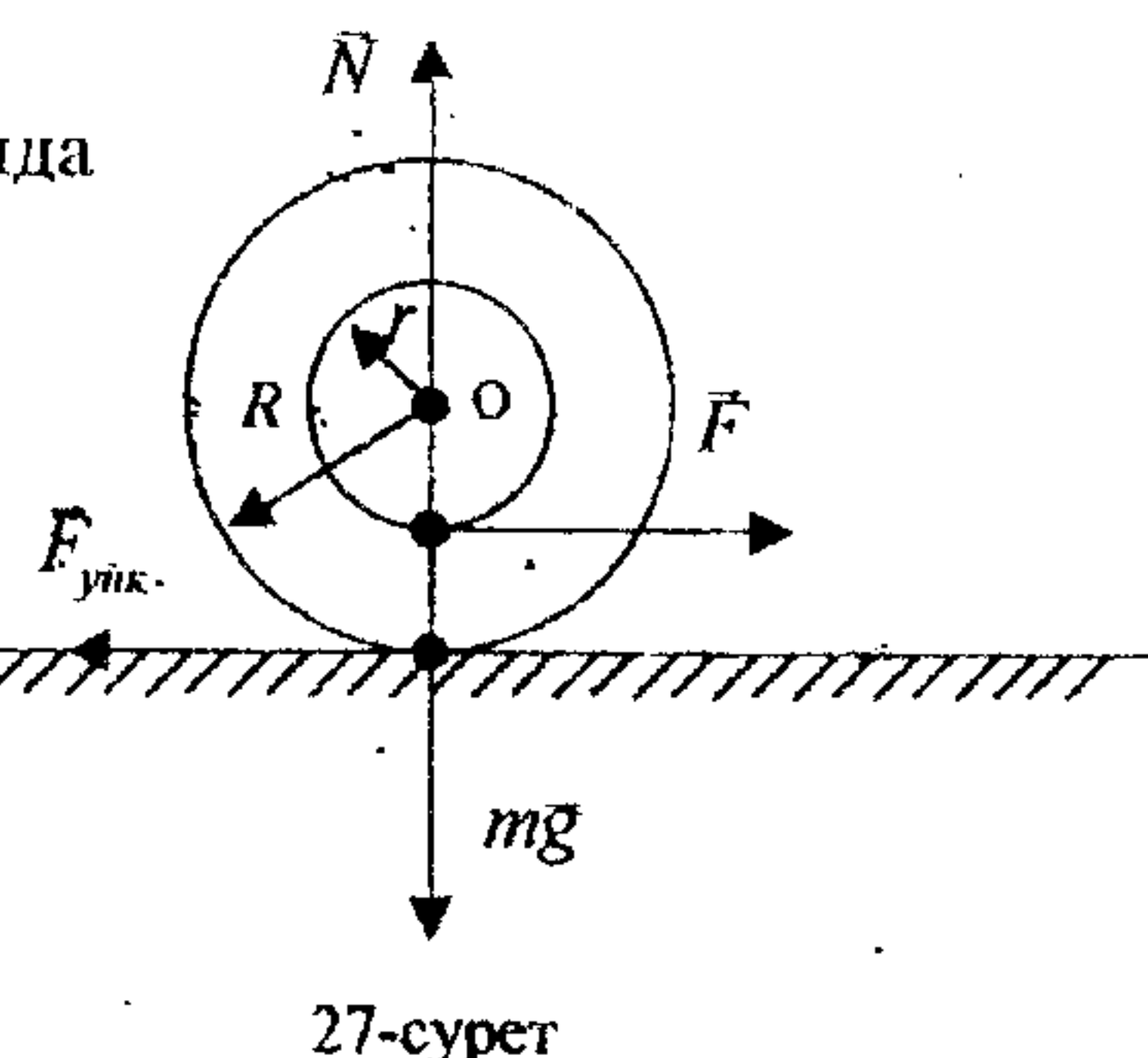
3.2.29 Орауыш тұрақты a үдеумен еден бетінде жіппен тартылады (27-сурет). Орауышпен еден арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда ол еден бетімен айналып сырғиды? Орауыштың сыртқы радиусы R , ал ішкі радиусы r .

Берілгені: a, R, r
Шешуі: Орауыш айналмауы үшін O нүктесіне салыстырғанда
 $\mu = ?$ (1) $F_{\text{т}} \cdot R = Fr$

және $F = F_{\text{т}} + ma$ (2) шарттарын орындауы керек. Енді $F_{\text{т}} = \mu mg$ екендігін ескерсек (1) және (2)-ден

$$\mu = \frac{ar}{(R-r)g}$$

Жауабы: $\mu = \frac{ar}{(R-r)g}$



27-сурет

3.2.30 Қабырғаға сығылған орауыштың массасы m , ал сыртқы радиусы $2R$. Оның ішкі цилиндріне оралған жіп тік бағытта тартылады (28-сурет). Жіптің қандай ең аз F тарту күшінде орауыш айнала бастайды? Еден мен орауыш, қабырға мен орауыш арасындағы үйкеліс коэффициенті бірдей және μ -ге тең, ал цилиндрдің ішкі радиусы R .

Берілгені: $m, 2R, \mu, R$
Шешуі: Орауыштың O центріне салыстырғанда
 $FR = (F_1 + F_2) \cdot 2R$ (1) шарты орындалуы керек.

$F = ?$

Мұндағы: $F_1 = \mu N_1$ және $F_1 = \mu N_2$ (2)
Екінші жағынан қозғалыс

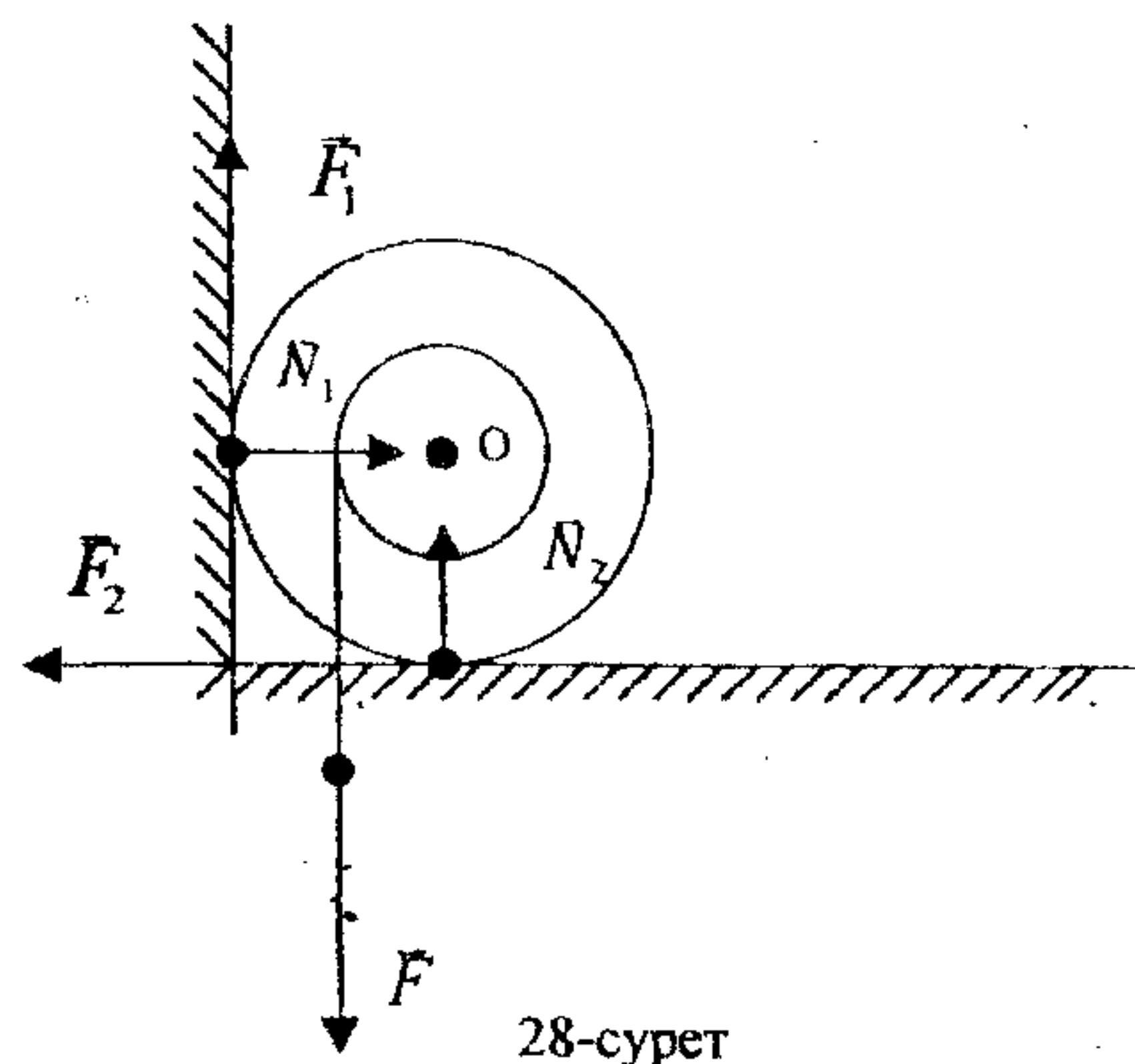
$$\begin{cases} F + mg - F_1 - N_2 = 0 \\ N_1 = F_2 \end{cases} \quad (3).$$

(1), (2) және (3)-ден

$$F = mg \frac{2\mu(1+\mu)}{1-2\mu-\mu^2}$$

Мұндағы $\mu(\mu_1 = \sqrt{2}-1)$ теңсіздігі орындалады, өйткені $\mu = \sqrt{2}-1$ мәнінде өрнектің мағынасы болмайды.

Жауабы: $F = mg \frac{2\mu(1+\mu)}{1-2\mu-\mu^2}$



28-сурет

3.2.31 Өлшемдері a және b тіктөртбұрыш білеушені, көлбеулік бұрышын өзгертіп отыруға болытындай күшпен, көкжиек жазықтығында бірқалыпты тартады (29-сурет). Егер білеушемен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті μ болса, α бұрышы қандай болғанда білеуше жазықтық бетінен көтеріле бастайды?

Берілгені: a, b, μ
Шешуі: Білеушеге әсер ететін күштер сызбада көрсетілген. Сонда тіреуіштің N -реакция күші A -нүктесіне

түсірілгенде ғана білеуше жоғары көтеріле бастайды. Енді көтерілген білеушенің тепе-теңдікте болу шарттарын өстер бойынша жазайық.

Ox өсінде (1) $F \cos \alpha - F_{\text{т}} = 0$;

ал Oy өсінде

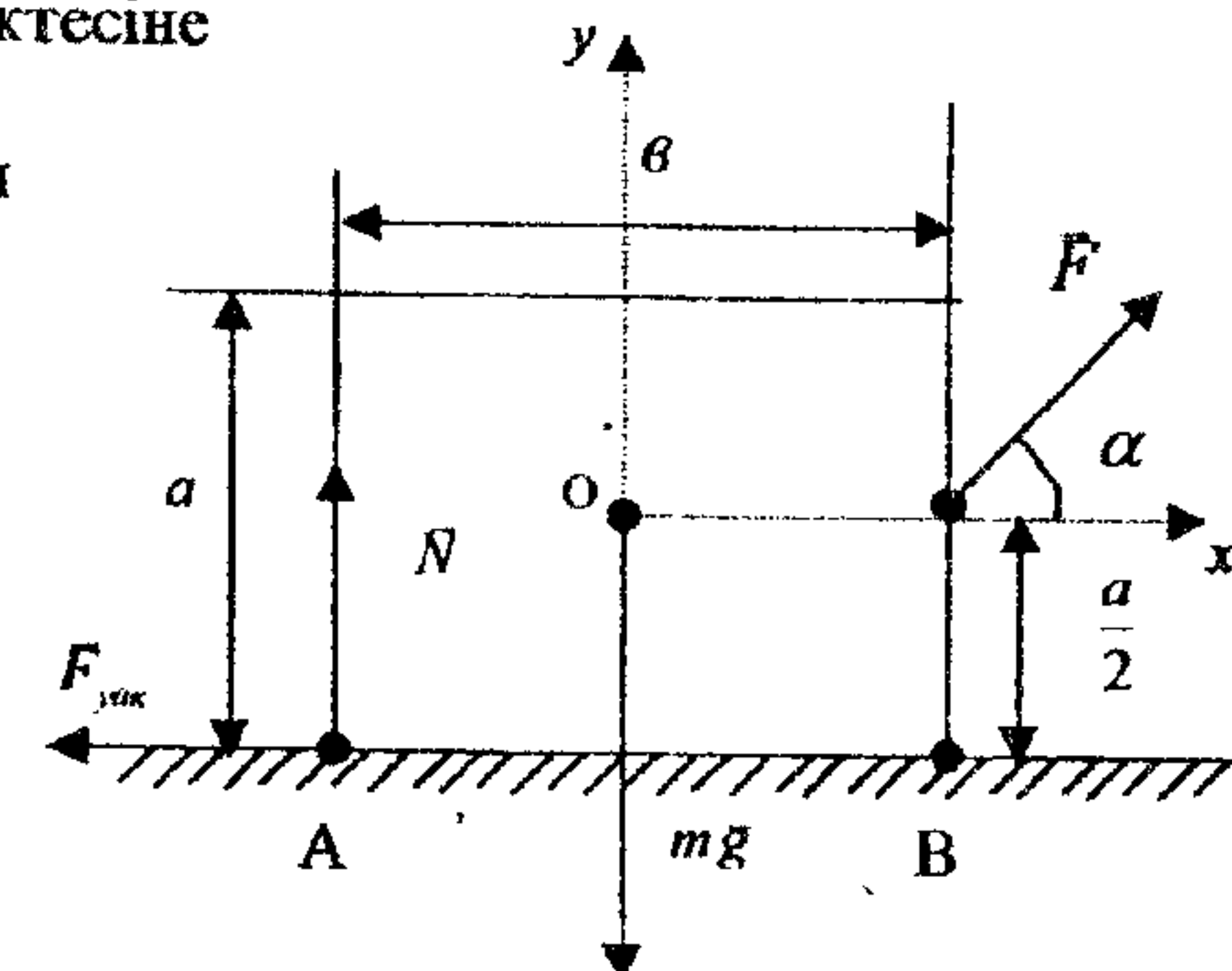
(2) $N + F \sin \alpha - mg = 0$.

O нүктесіне салыстырғанда күш моменттерінің теңдігінен

$$F_{\text{т}} \cdot \frac{a}{2} + N \cdot \frac{b}{2} = F \cdot \frac{a}{2} \sin \alpha \quad (3).$$

(1), (2) және (3)-ден $\tan \alpha = \frac{a+b}{\mu a}$ немесе $\alpha = \arctg \frac{a+b}{\mu a}$.

Жауабы: $\alpha = \arctg \left(\frac{a+b}{\mu a} \right)$.



29-сурет

(*) 3.2.32 Ұзындығы 40 см таяқшаның жоғарғы ұшы су бетінен 25 см шығарылып, екінші ұшын сұйыққа бататындай етіп қойылған. Таяқшаның екінші ұшы көкжиекпен қандай бұрыш жасайды? Таяқша затының тығыздығы $0,4 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, сұйық тығыздығы $1,26 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені: $\ell = 40 \text{ см}; h = 25 \text{ см};$
Шешуі: $40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}; 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}.$

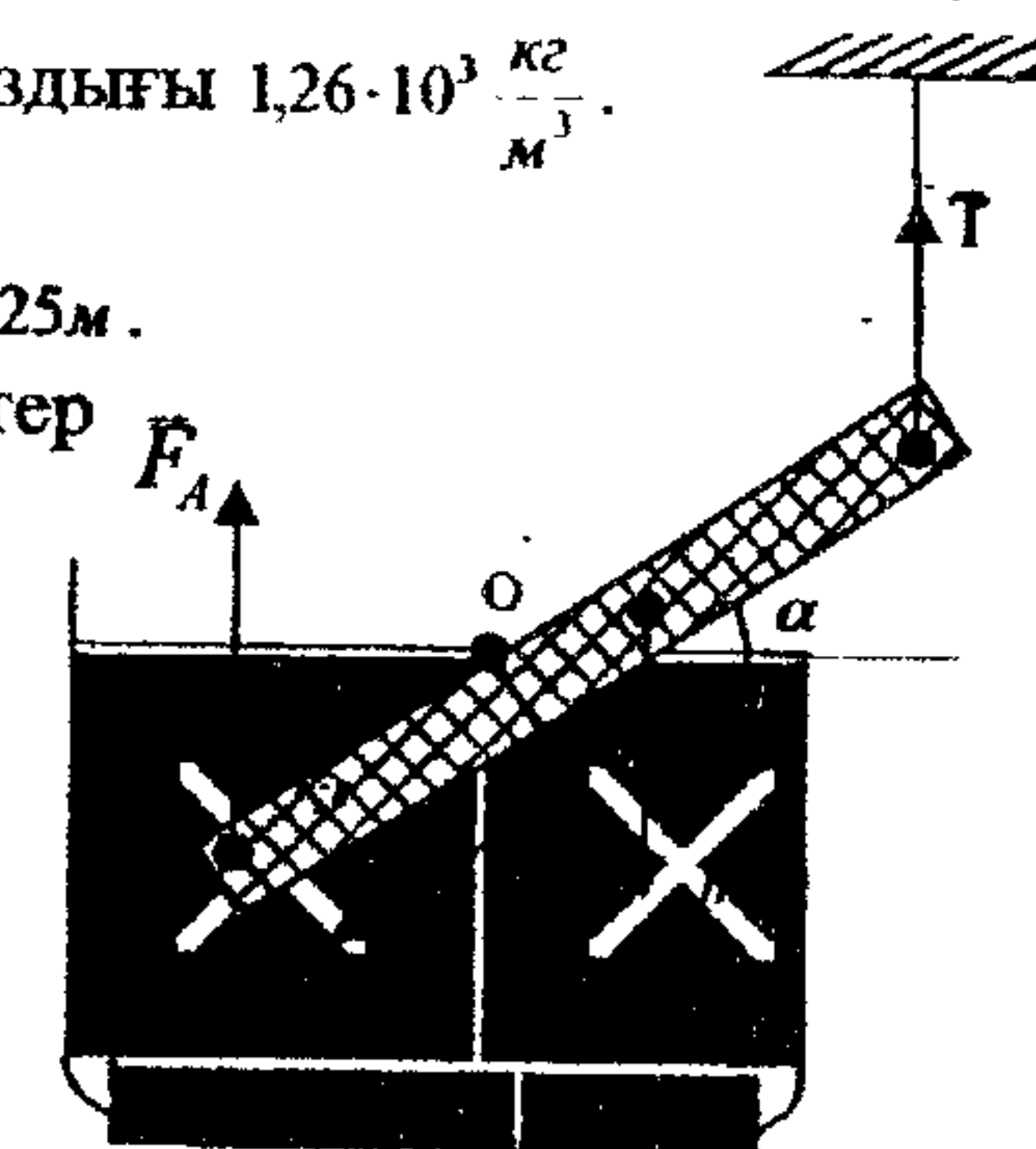
Таяқшаға әсер ететін күштер

30-суретте көрсетілген.

Олар: T -керілу күші;

$\alpha = ?$

F_A -Архимед күші; mg -ауырлық күші.
Таяқшаның тепе-теңдікте болу шартын



30-сурет

жазайық. (О-нүктесіне салыстырғанда). $OA = x$ дейік, сонда $M_1 + M_2 + M_3 = 0$.
немесе $F_A \cdot \ell_1 + mg \cdot \ell_2 = T \cdot \ell_3$

Мұндағы $F_A = Sx\rho_c g$; $\ell_1 = x \cos \alpha$; $m = S\ell\rho_m$; $\ell_2 = \left(\frac{\ell}{2} - x\right) \cos \alpha$; $\ell_3 = (\ell - x) \cos \alpha$;

$$T = (Sx\rho_m g - Sx\rho_c g) = Sxg(\rho_m - \rho_c).$$

Сонда, $Sx\rho_c g \cos \alpha + S\ell\rho_m g \left(\frac{\ell}{2} - x\right) \cos \alpha + (S\ell\rho_m g - Sx\rho_c g) \cdot (\ell - x) \cos \alpha = 0$

$$\text{немесе } x^2 \rho_c - \frac{\ell^2 \rho_m}{2} + \ell \rho_m + \ell^2 \rho_m - \rho_c \ell x - \rho_m \ell x + x^2 \rho_c = 0 \Rightarrow \rho_c x^2 - 2\rho_c \ell x + \ell^2 \rho_m = 0 \quad (1)$$

(1) квадрат теңдеудің шешімі $x_{1,2} = \ell \pm \ell \sqrt{1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}}$, ал $\ell > x$ болғандықтан

$$x = \ell - \ell \sqrt{1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}} \Rightarrow \ell - x = \ell \sqrt{1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}} \quad (2).$$

$$\text{Екінші жағынан } \sin \alpha = \frac{h}{\ell - x} = \frac{h}{\ell \sqrt{1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}}} \quad \sin \alpha = \frac{0,25 \text{ м}}{0,4 \text{ м} \sqrt{1 - \frac{0,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3}{1,26 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3}}} \approx 0,78.$$

Осыдан $\alpha \approx 51^\circ 18'$.

Жауабы: $\alpha \approx 51^\circ 18'$.

3.2.33 Радиусы r , массасы m екі бірдей шар, екі жағы ашық радиусы R ($r > \frac{R}{2}$) тігінен тұрған қуыс цилиндрге салынған (31-сурет). Жүйе

толығымен көкжиек жазықтығында жатыр. Осы жүйе аударылып кетпеуі үшін қуыс цилиндрдің ең аз массасы қандай болуы керек?

Берілгені: r, m, R ; Шешуі: Әрбір шарға және цилиндрге әсер етуші күштер суретте көрсетілген.

Сонда: N_1 - төменгі шардың жоғарғы шарға; N_2 - жоғарғы шардың төменгі шарға әсер күштері. Цилиндр аударылып кетпеуі үшін $MgR \geq F_1^1 \cdot AO - F_2^1 \cdot B'O$ (1)

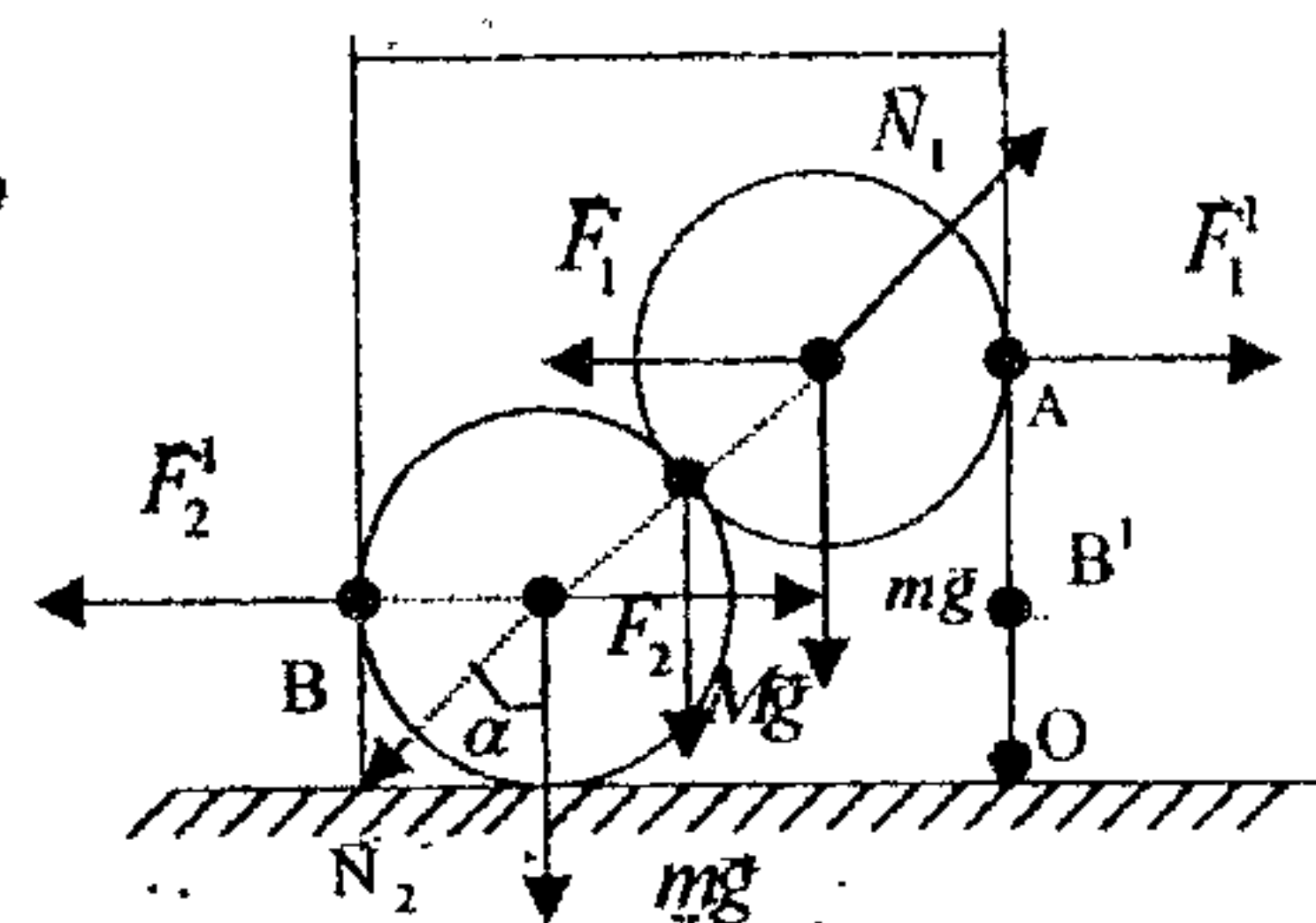
шарты орындалуы керек. Ньютонның үшінші заңынан $|F_1^1| = |F_2|$ және

$$|F_1^1| = |F_1| \quad (2)$$

және (2) ден $MgR \geq F_1 \cdot AO - F_2 \cdot B'O$.

Ал, $F_1 = F_2 = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$ және $(AO - B'O) = 2(R - r) \operatorname{ctg} \alpha$ екендігін ескерсек, онда

$$MgR \geq mg \operatorname{tg} \alpha \cdot 2(R - r) \operatorname{ctg} \alpha \quad \text{немесе} \quad Mg \geq 2mg \left(\frac{R - r}{R} \right) \Rightarrow M_{\min} = 2m \left(1 - \frac{r}{R} \right).$$



31-сурет

$$\text{Жауабы: } M_{\min} = 2m \left(1 - \frac{r}{R} \right).$$

(*) **3.2.34** Ауыр білеуше көкжиек бағытындағы A және B шыбықшалармен қысып ұсталады (32-сурет). Білеуше осы қысқыштардан сусып түсіп кетпеуі үшін оның ауырлық центрі A нүктесінен қандай қашықтықта болуы керек? α қашықтығы, α бұрышы және μ үйкеліс коэффициенті белгілі деп есептендер.

Берілгені: Шешуі:

$a; \alpha; \mu$. Білеушеге әсер ететін күштер:

x - ? mg - ауырлық күші; N_A ; N_B - шыбықшаның реакция күштері; Егер білеушеге әсер ететін ауырлық күшінің

бойлық құраушысы үйкеліс күшінің ең үлкен мәнінен кем немесе тең болса

ғана білеуше сусып кетпейді, яғни $mg \sin \alpha \leq F_{\text{үлк}} \quad (1)$.

Ал, үйкелістің ең үлкен мәні (N_A^1 және N_B^1) - реакция күштерінің бойлық құраушыларының қосындысына тең болады, яғни

$$F_{\text{үлк}} = N_A \cdot \mu + N_B \mu \quad (2).$$

$$\text{немесе } mg \sin \alpha \leq \mu(N_A + N_B) \quad (3).$$

N_A және N_B күштерін, білеуше тепе-теңдігіне моменттер ережесін пайдаланып табуға болады.

A -нүктесіне салыстырғанда; $N_B \cdot a - mgx \cos \alpha = 0$.

B -нүктесіне салыстырғанда; $N_A \cdot a - mg(a + x) \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_B = \frac{mgx \cos \alpha}{a}$

$$\text{және } N_A = \frac{mg(a + x) \cos \alpha}{a} \quad (4). \quad (3) \text{ және } (4) \text{ ден } x \geq \frac{a}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mu} - 1 \right).$$

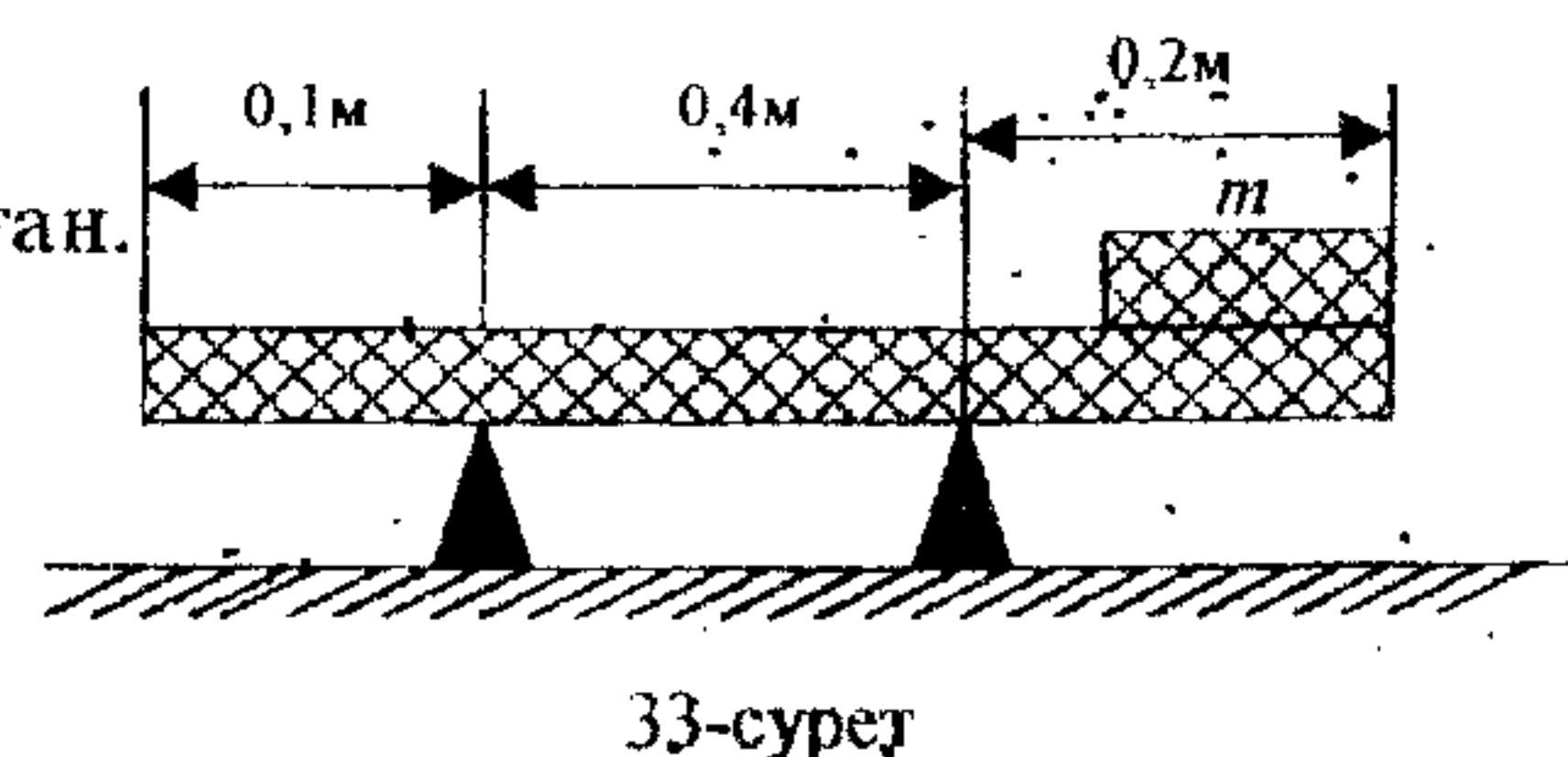
$$\text{Жауабы: } x \geq \frac{a}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\mu} - 1 \right).$$

Қосымша есептер

3.2.35. Ұзындығы $\ell = 10 \text{ м}$, массасы $m = 10 \text{ т}$ белағаш екі тіреуішке қойылған. Белағаштың сол жағынан $\ell_1 = 2 \text{ м}$ қашықтықта массасы $m_1 = 5 \text{ т}$ жүк салынды. Екі ұштарындағы тіреуішке түсетін қысым күшін есептендер.

$$\text{Жауабы: } F_1 \approx 9 \cdot 10^3 \text{ Н}; F_2 \approx 6 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

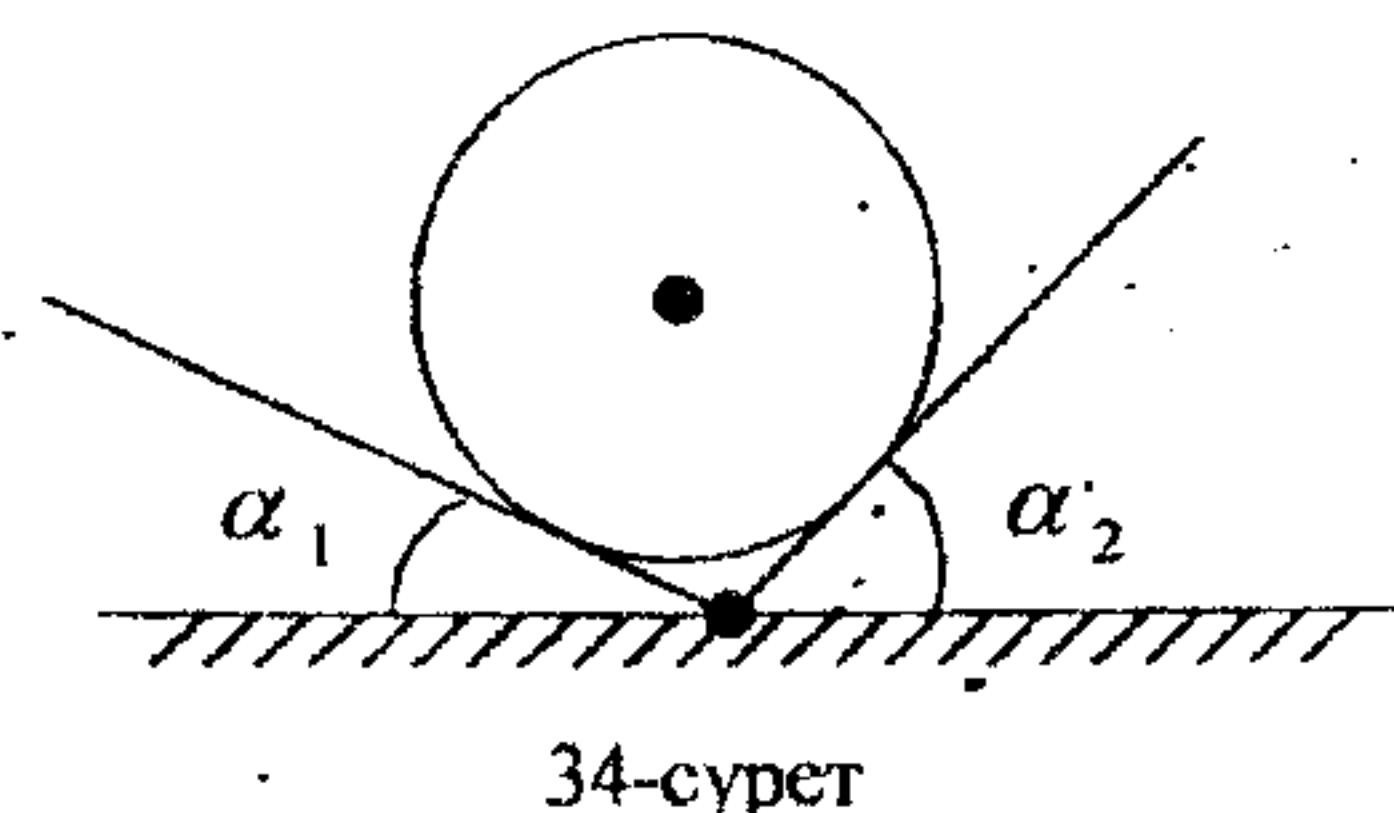
3.2.36 Массасы $m_0 = 0,01 \text{ кг}$ сызғыш екі тіреуішке 33-суреттегідей қойылған. Сызғыштың оң ұшындағы жүк массасы m қандай болғанда жүйе тепе-теңдікте болады? Жауабы: $m \leq 7,5 \text{ г}$.



33-сурет

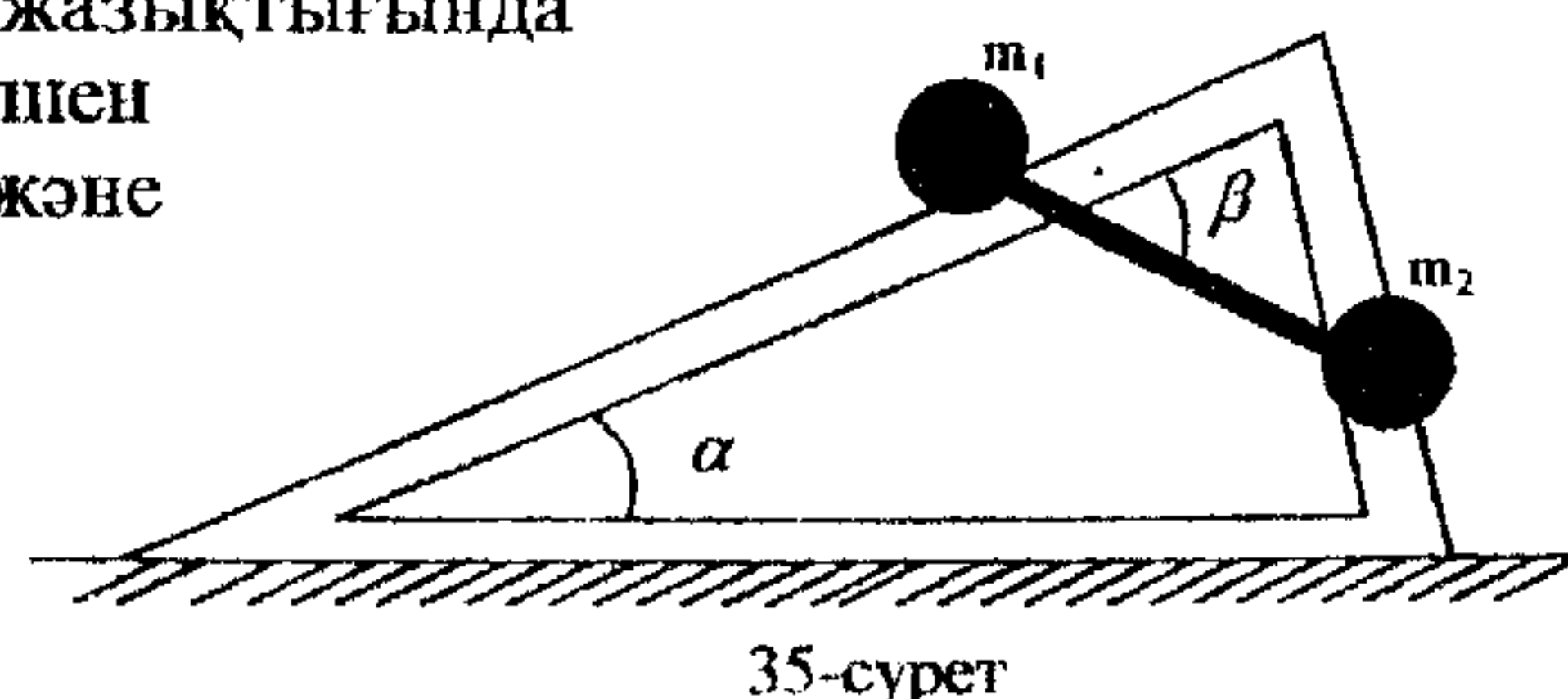
3.2.37 Көкжиек пен $\alpha_1 = 30^\circ$ және $\alpha_2 = 60^\circ$ жасайтын көлбеу жазықтықта m массалы шар жатыр (34-сурет). Егер шармен жазықтық арасындағы үйкеліс жоқ екендігі белгілі болса, оның әрбір жазықтыққа түсеретін қысым күшін есептеңдер.

Жауабы: $N_1 = \frac{mg}{\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \cdot \lg \alpha_1}$;
 $N_2 = \frac{mg}{\sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \cdot \lg \alpha_2}$.



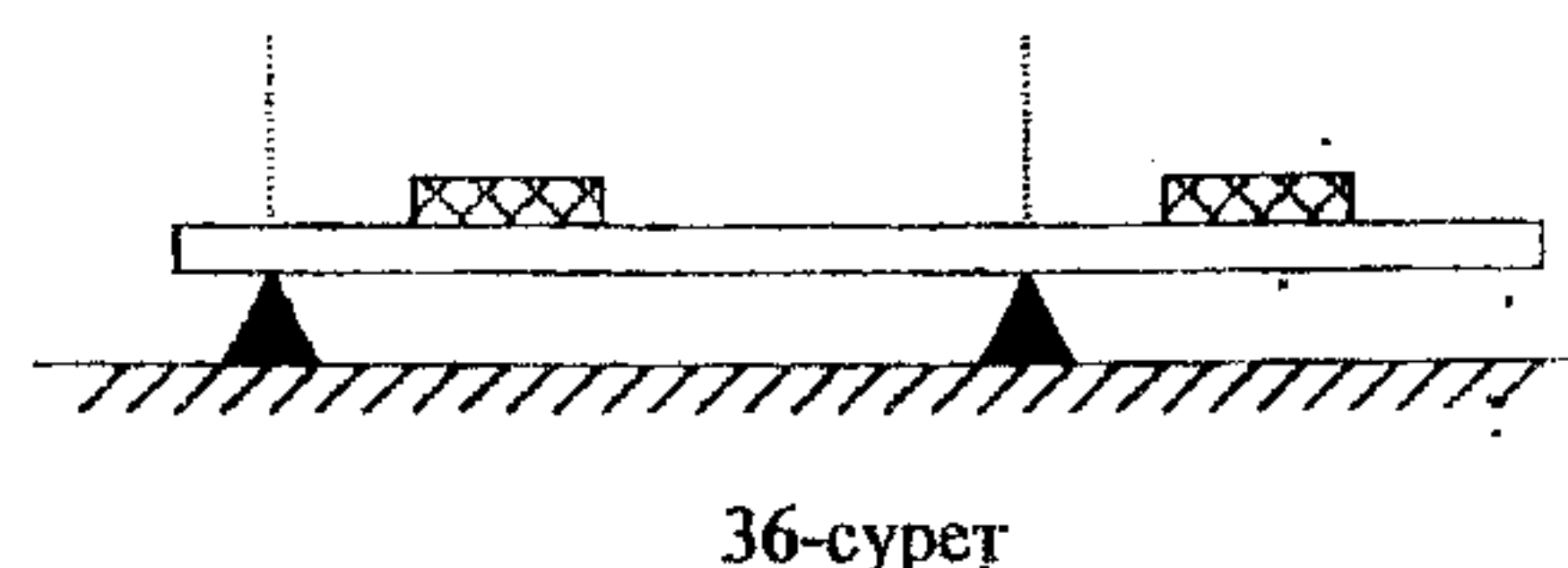
34-сурет

3.2.38 Сымнан тікбұрышты үшбұрыш пішінді кәсек жасалып көкжиек жазықтығында 35-суреттегідей етіп қойған. Жіпмен байланған массалары $m_1 = 0,1 \text{ кг}$ және $m_2 = 0,2 \text{ кг}$ жүктер сым бойымен үйкеліссіз қозғала алады. Егер $\alpha = 30^\circ$ болса, жіптің керілу күшін және β бұрышының табындар. Жауабы: $T \approx 2,6 \text{ Н}$; $\beta = \arctg(3/\sqrt{3})$.



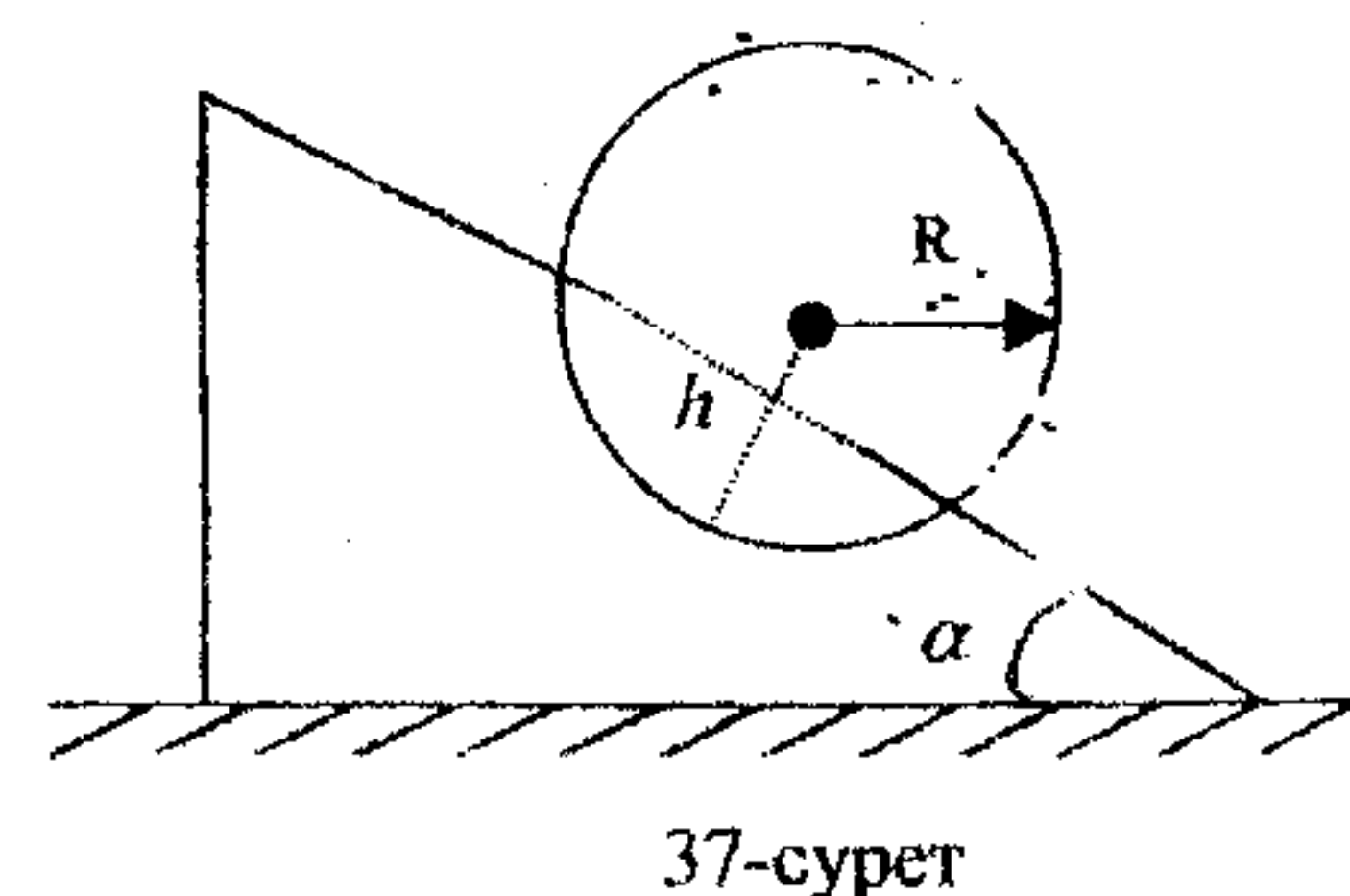
35-сурет

3.2.39 36-суретте әрқайсысының массасы 10 кг жүктер жатқан тіреуші бар белағаш кескінделген. Егер жүктер тіреуіштен бірдей қашықтықта болса, әрбір тіреуішке түсірілетін қысым күштерін табындар. Жауабы: $F_1 = 24,5 \text{ Н}$; $F_2 = 171,5 \text{ Н}$.



36-сурет

3.2.40 Шар қойылған шұңқырдың h тереңдігі шар радиусы R -ің жартысына тең (37-сурет). Көлбеулік бұрышы α қандай болғанда, шар шұңқырдан шыға алады? Жауабы: $\alpha > \frac{\pi}{3}$.



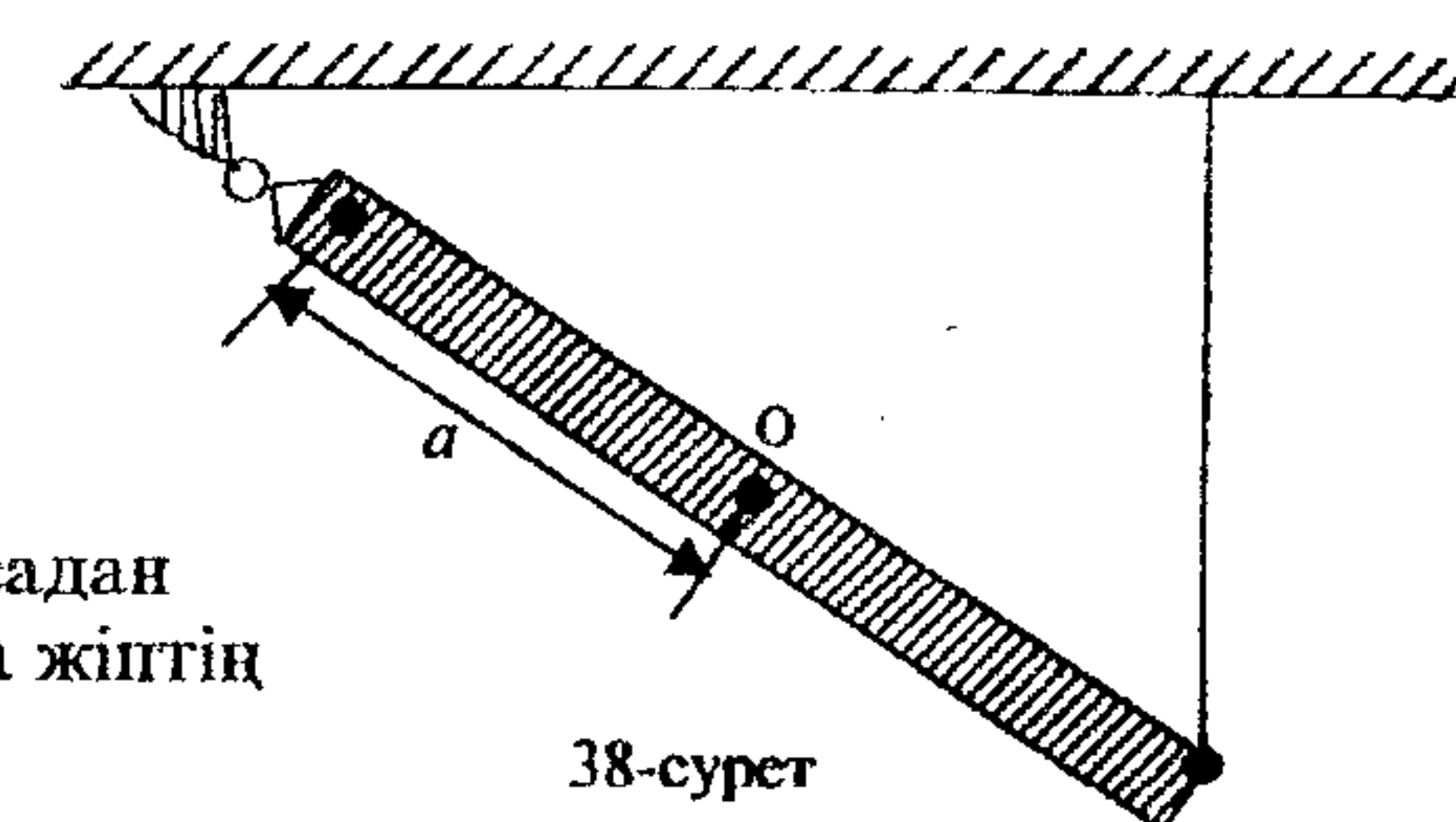
37-сурет

3.2.41 Массасы $m = 80 \text{ кг}$, ал ұзындығы $\ell = 5 \text{ м}$ құбырды екі адам көтеріп келеді. Екінші адам құбырдың ұшынан, ал біріншісі қарсы ұшынан $a = 1 \text{ м}$ қашықтықта ұстаған. Әрбір адамға түсірілетін күшті табындар.

Жауабы: $F_1 = \frac{mg\ell}{2(\ell - a)} = 490 \text{ (Н)}$; $F_2 = \frac{mg(\ell - 2a)}{2(\ell - a)} = 294 \text{ (Н)}$.

3.2.42 Ұзындығы $\ell = 1 \text{ м}$, ал массасы $m = 1,5 \text{ кг}$ шыбықша топсамен төбеге бір ұшынан бекітілген. Ал екінші ұшы жіпке байланған (38-сурет). Егер шыбықшаның масса центрі топсадан $a = 0,4 \text{ м}$ қашықтықта болса, онда жіптің керілу күшін табындар.

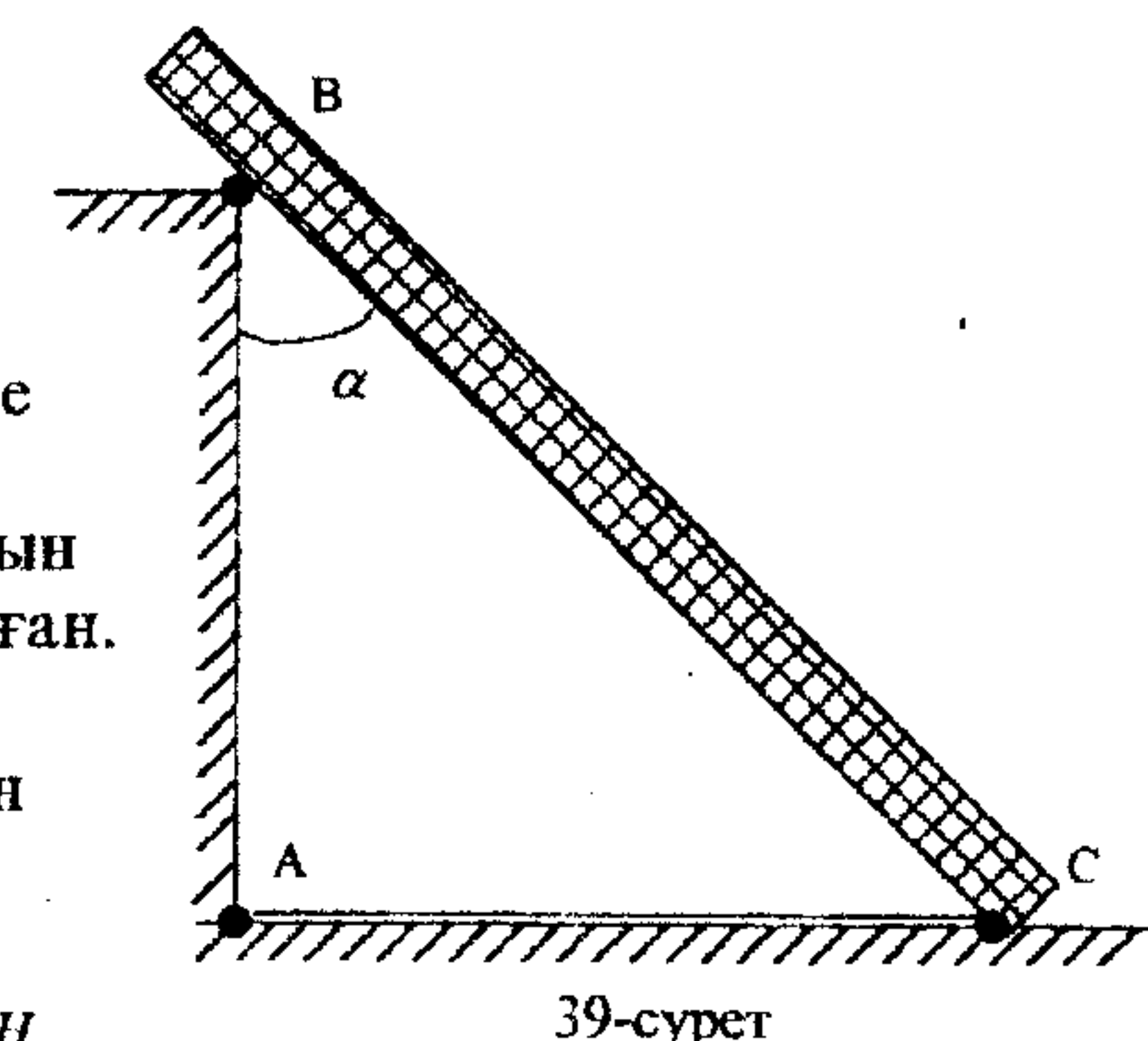
Жауабы: $T = \frac{mga}{\ell} = 6 \text{ (Н)}$.



38-сурет

3.2.43 Ұзындығы $\ell = 4 \text{ м}$, салмағы $P = 600 \text{ Н}$ біртекті белағаш жылтыр еденнен $h = 3 \text{ м}$ биіктіктегі B нүктесіне сүйеліп қойылған (39-сурет). Белағаш тік бағытпен $\alpha = 30^\circ$ жасайтын AC жібімен төменге ұшынан байланған. Жіптің T керілу күшін, еденнің R_1 және B ұшының R_2 реакция күштерін табындар.

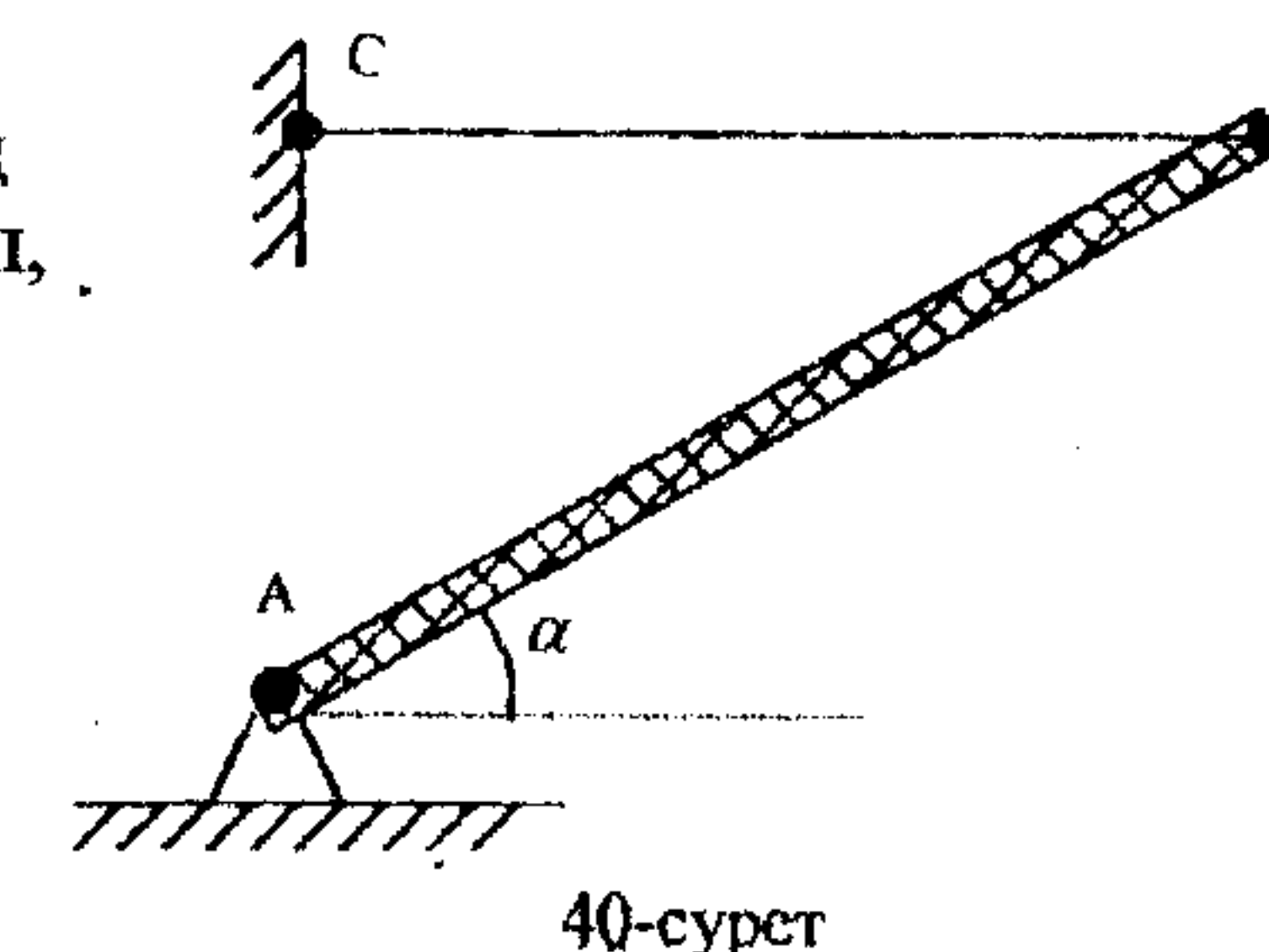
Жауабы: $T = 150 \text{ Н}$; $R_1 = 513 \text{ Н}$; $R_2 = 173 \text{ Н}$.



39-сурет

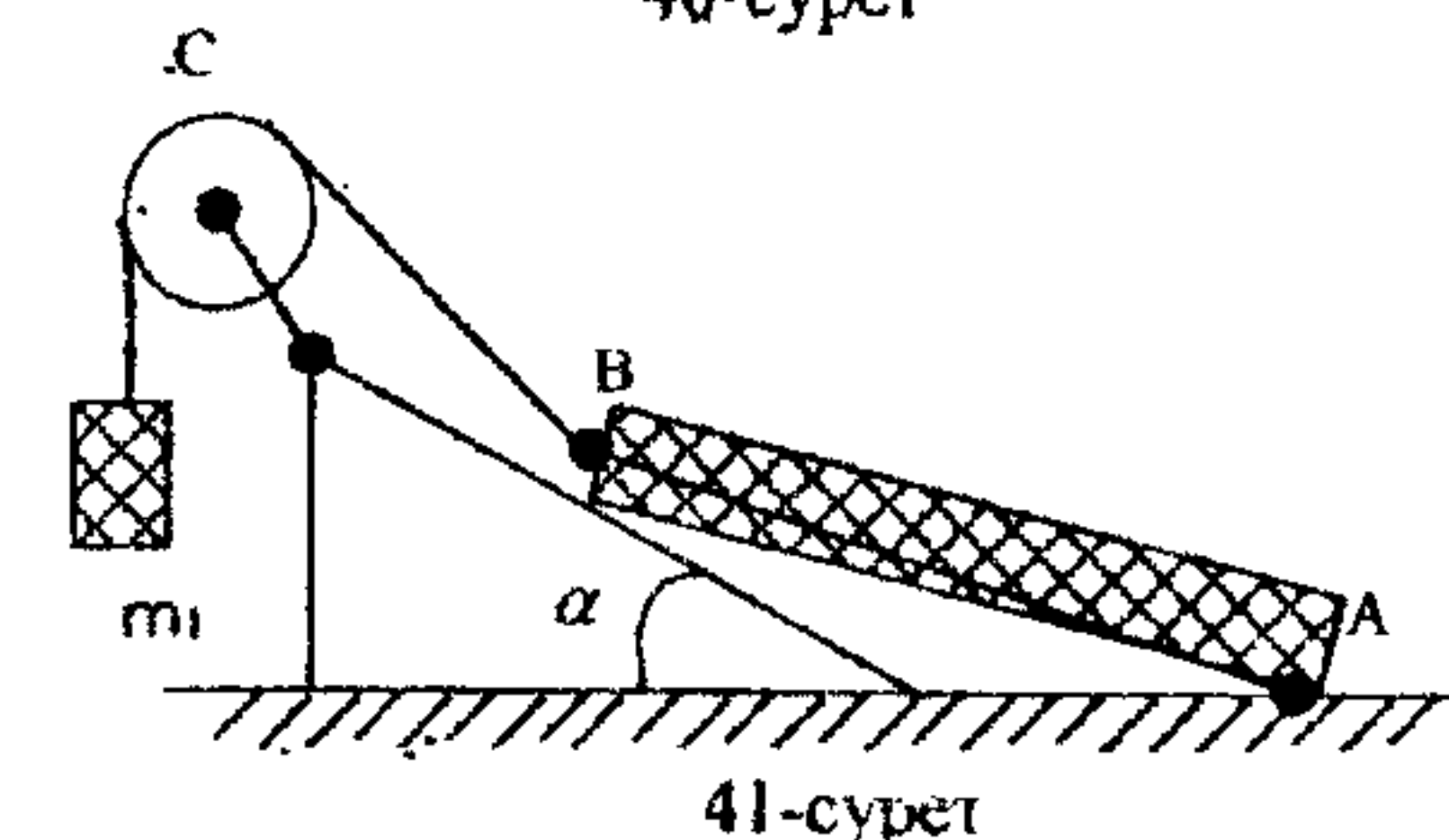
3.2.44 Жіңішке біртекті шыбықшаның бір ұшы топсамен A нүктесіне бекітіліп, екінші ұшы BC жібіне ілулі тұр (40-сурет). Шыбықшаның салмағы P және ол көкжиек жазықтығымен α бұрыш жасайды. Топсаның N реакция күшін және жіптің T керілуін анықтандар.

Жауабы: $T = \frac{P}{2} \lg \alpha$; $N = P \sqrt{1 + \frac{\lg^2 \alpha}{4}}$.



40-сурет

3.2.45 Массасы $m = 100 \text{ кг}$ біртекті белағаштың бір ұшы тегіс еденде, ал екінші ұшы көкжиекпен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайтын тегіс көлбеу жазықтықта жатыр (41-сурет).



41-сурет

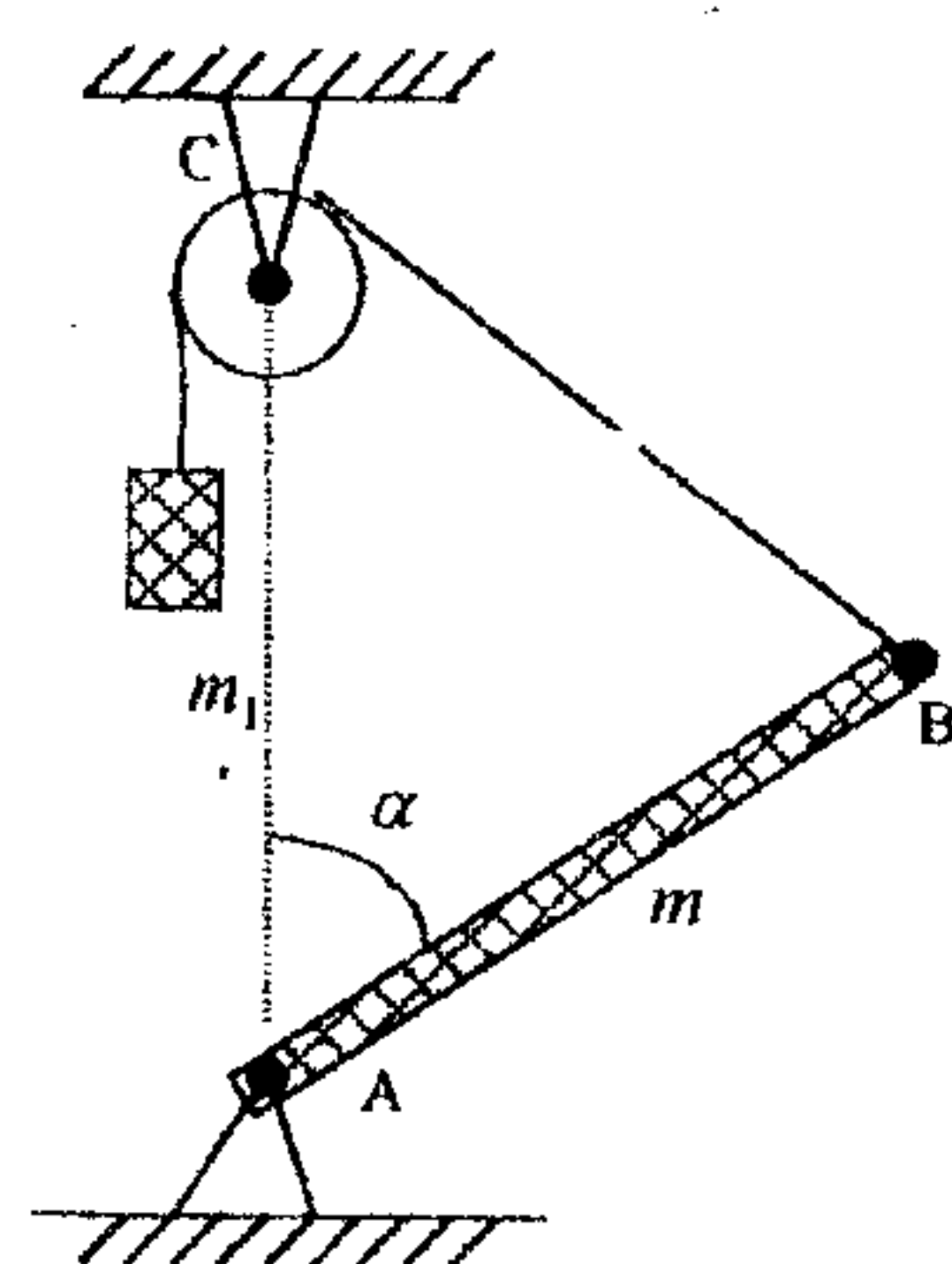
Жіп С блок арқылы өткізіліп m_1 жүгіне байланған. Осы байланған жүктің массасын, еден мен көлбеу жазықтың N_1 және N_2 реакция күштерін анықтаңдар. Блок үйкелісін ескермеңдер.

Жауабы: $m_1 = \frac{m}{2} \sin \alpha = 25(\text{кг})$; $N_1 = \frac{mg}{2} = 490(\text{Н})$; $N_2 = \frac{mg}{2} \cos \alpha \approx 426(\text{Н})$.

3.2.46 Нығыздағын сүйретпенің массасы $m = 100 \text{ кг}$, ал радиусы $R = 0,5 \text{ м}$. Сүйретпені биіктігі $h = 10 \text{ см}$ кедергіден өткізу үшін оған қандай ең аз күшпен әсер ету керек?

Жауабы: $F_{\min} = 580 \text{ Н}$.

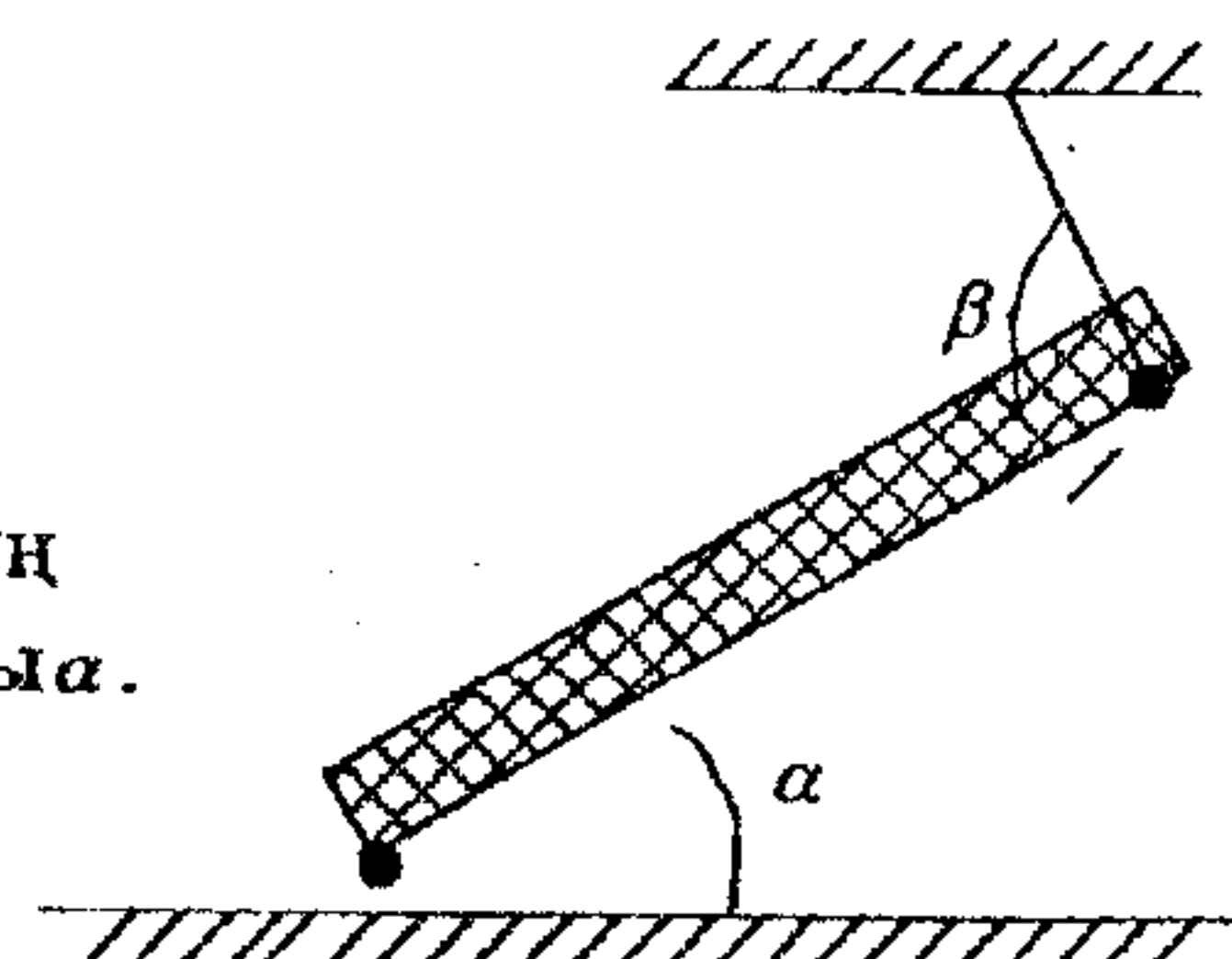
3.2.47 Массасы $m = 100 \text{ кг}$ АВ шыбықшасының А ұшындағы тіреуін топса тік жазықтықта еркін айнала алады (42-сурет). Шыбықшаның В ұшына жіп байланып С блок арқылы асырылған да, ұшына массасы $m_1 = 2,5 \text{ кг}$ жүк ілінген. А топса мен С блок центрлері бірге тік өстің бойында жатады және де $AC = AB$. α -бұрышы қандай болғанда жүйе тепе-теңдік күйде болады? Шыбықша бойымен А нүктесіне әсер ететін күшті табыңдар.



42-сурет

Жауабы: $\alpha = 2 \arcsin \frac{m_1}{m} = 60^\circ$; $F_A = mg \cos^2 \frac{\alpha}{2} \approx 37,5(\text{Н})$.

3.2.48 Массасы M , ұзындығы ℓ біртекті ауыр тақтай бір ұшы арқанмен аспаға ілінген (43-сурет), ал екінші ұшы жерде жатыр. Егер тақтай мен арқан арасындағы бұрыш $\beta = 90^\circ$ болса, арқанның керілу күшін табыңдар. Көлбеулік бұрышы α .



43-сурет

Жауабы: $T = \frac{Mg}{2} \cos \alpha$.

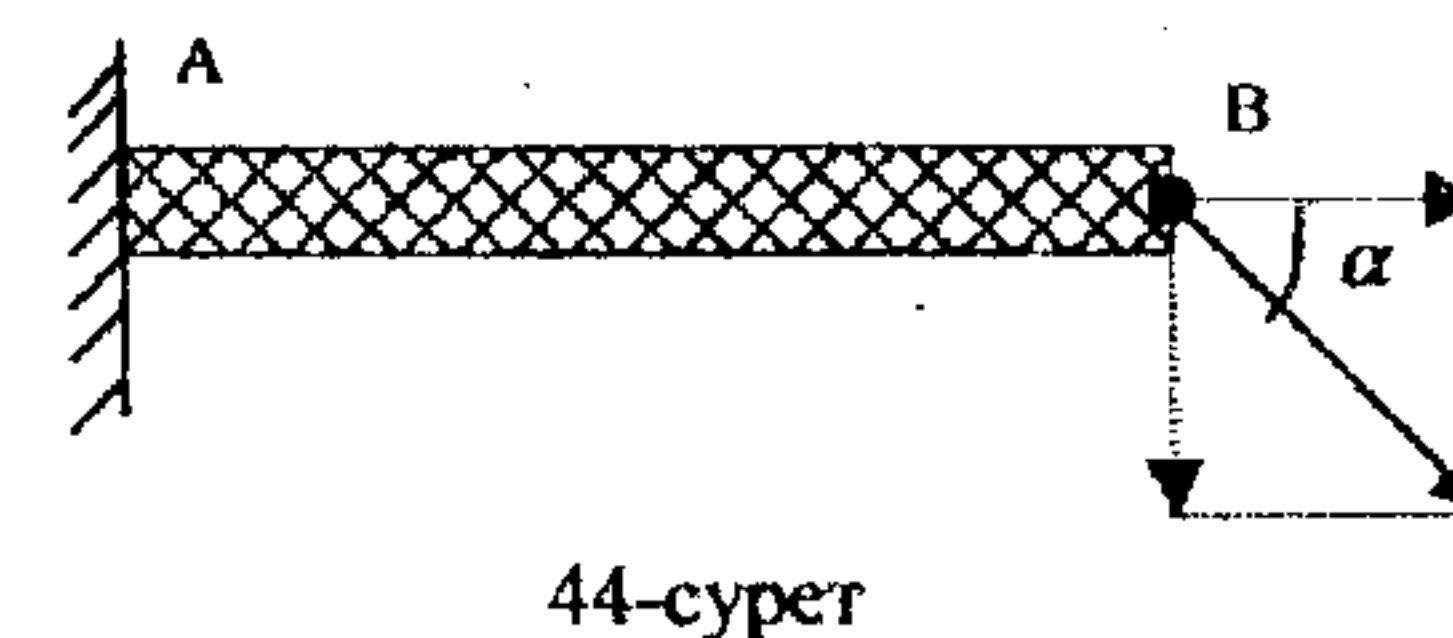
3.2.49 Цилиндр пішінді биік, жылтыр стаканға массасы $m = 0,025 \text{ кг}$ ұзындығы $\ell = 15 \text{ см}$ таяқша салынған. Егер стакан табанының радиусы $R = 6 \text{ см}$ болса, таяқша оның табанына және қабырғасына қандай күшпен әсер етеді? Үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $F_1 = \frac{mgR}{\ell^2 - 4R^2} = 0,09(\text{Н})$; $F_2 = mg \approx 0,25(\text{Н})$.

3.2.50 Массасы $M = 1 \text{ т}$ машина көлбеулік бұрышы $\alpha = 12^\circ$ жолмен біркалыпты көтеріліп келеді. Егер доңғалақ өстерінің арақашықтығы $L = 2,5 \text{ м}$ ал масса центрі өстерден бірдей қашықтықта және $H = 0,75 \text{ м}$ биіктікте екендігі белгілі болса, онда алдыңғы және артқы доңғалақтарының жол бетіне түсіретін қысым күштерінің айырымын табыңдар.

Жауабы: $\Delta N = \frac{2MgH \sin \alpha}{L} \approx 1,2 \cdot 10^3(\text{Н})$.

3.2.51 А ұшы қабырғаға бекітілген белағаш көкжиек жазықтығында жатыр. Белағаштың В ұшына көкжискеп α бұрыш жасайтын $F = 100 \text{ Н}$ күш әсер етеді (44-сурет). Белағаш салмағын ескермей, оны иілуге және созылуға мәжбүр ететін күштерді табыңдар.



44-сурет

Жауабы: $F_1 \approx 86,6 \text{ Н}$; $F_2 = 50 \text{ Н}$.

3.2.52 Ұзындығы ℓ , ал салмағы P біртекті белағаш ұшқырлы призма үстінде тепе-теңдікте тұр (45-сурет). Егер белағаштың оң жағын ортасынан кесіп оның үстіне қойса, тепе-теңдік бұзыла ма? Егер тепе-теңдік бұзылса, тепе-теңдік қайта орнауы үшін оның қай жағына қандай күшпен әсер ету керек?

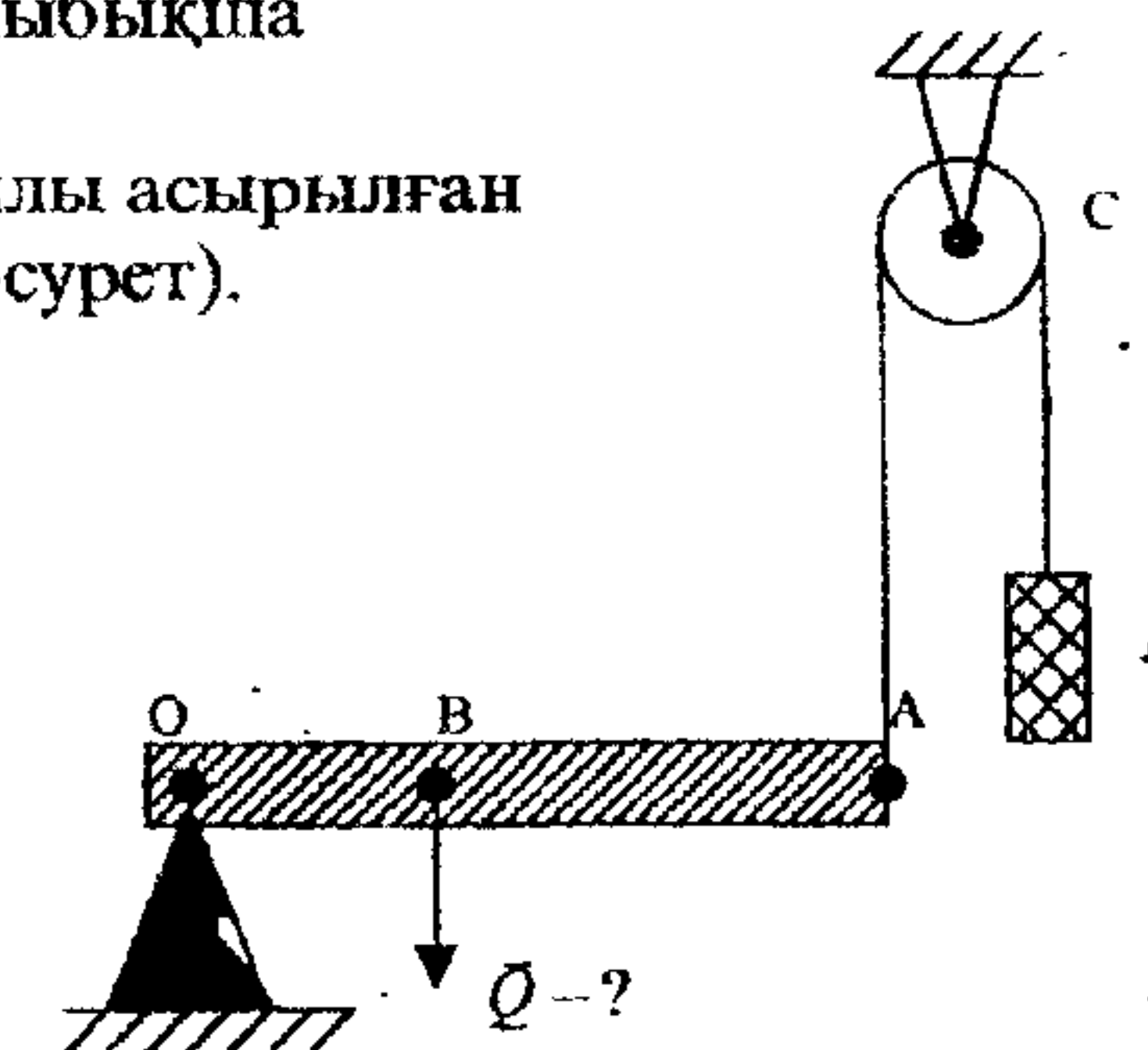


45-сурет

Жауабы: Тепе-теңдік бұзылады.

3.2.53 Салмақсыз ұзындығы $\ell = 30 \text{ см}$ шыбықша О нүктесінен еркін айнала алады. Шыбықшаның А ұшына, блок арқылы асырылған жіппен салмағы $P = 3 \text{ Н}$ жүк ілінген (46-сурет). Шыбықша тепе-теңдікте болуы үшін В нүктесіне ілінген Q жүктің салмағы қандай болуы керек? Мұнда: $OB = \frac{\ell}{3}$,

ал жіппен блоктың салмағын және үйкеліс күштерін ескермеу керек. Егер P жүгін не солға, не оңға ауытқытып жіберсек шыбықшаға не болар еді?



46-сурет

Жауабы: $Q = 3P = 9(\text{Н})$.

3.2.54 Массасы $m = 5 \text{ кг}$ жүкті ұстап тұру үшін ұзындығы $\ell = 1 \text{ м}$ тұтқаны қандай күшпен көтеру керек? (47-сурет)
Мұндағы $r_1 = 20 \text{ см}$; $r_2 = 10 \text{ см}$

Жауабы: $F = \frac{mg(r_1 + r_2)}{2\ell} \approx 2,5(\text{Н})$.

3.2.55 Массасы M , ұзындығы ℓ белтемірдің төменгі ұшы топсамен бекітілген де, жоғарғы ұшы жіп арқылы H биіктіктегі блоктан асырылған (48-сурет). Белтемір тепе-теңдікте болуы үшін жіптің екінші ұшына ең аз массалы қандай жүк ілу керек?

Жауабы: $m_{\min} > \frac{M(H - \ell)}{2H}$

3.2.56 Өлшемдері a және b , массасы m білеуше көлбеулігі α болатын жазықтық бетінде жатыр. Көлбеу жазық бағытында қандай F күштің әсерінен білеуше аударылып кетеді? Білеуше жазық бойымен сырғи алмайды.

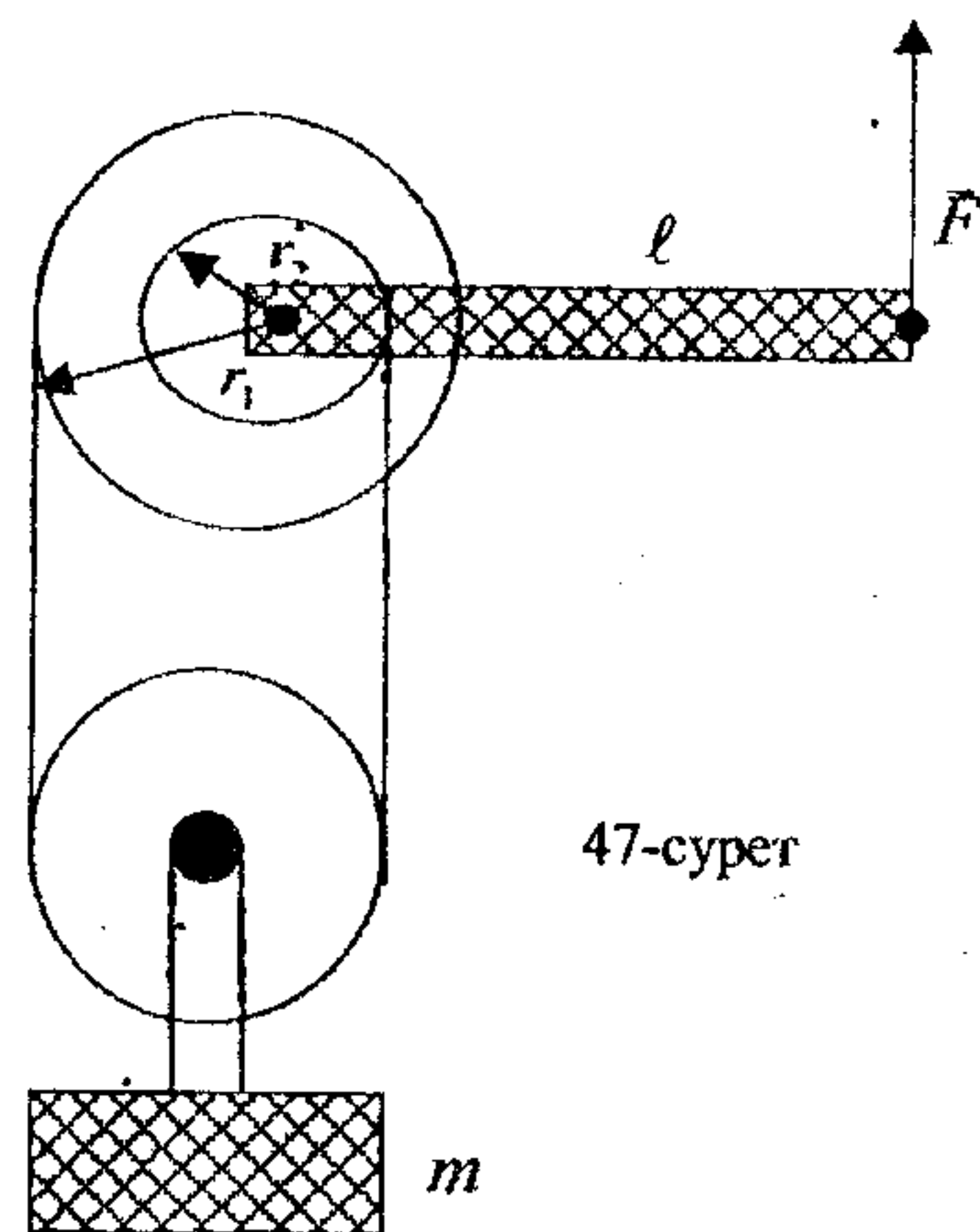
Жауабы: $F = \frac{mg}{2} \left(\frac{a}{b} \cos \alpha - \sin \alpha \right)$

3.2.57. Массасы $m = 4,9 \text{ кг}$ шар көкжиекпен $\alpha = 35^\circ$ және $\beta = 20^\circ$ жасайтын көлбеу жазықтықтың үстінде жатыр. Шар жазықтықты қандай күшпен басады?

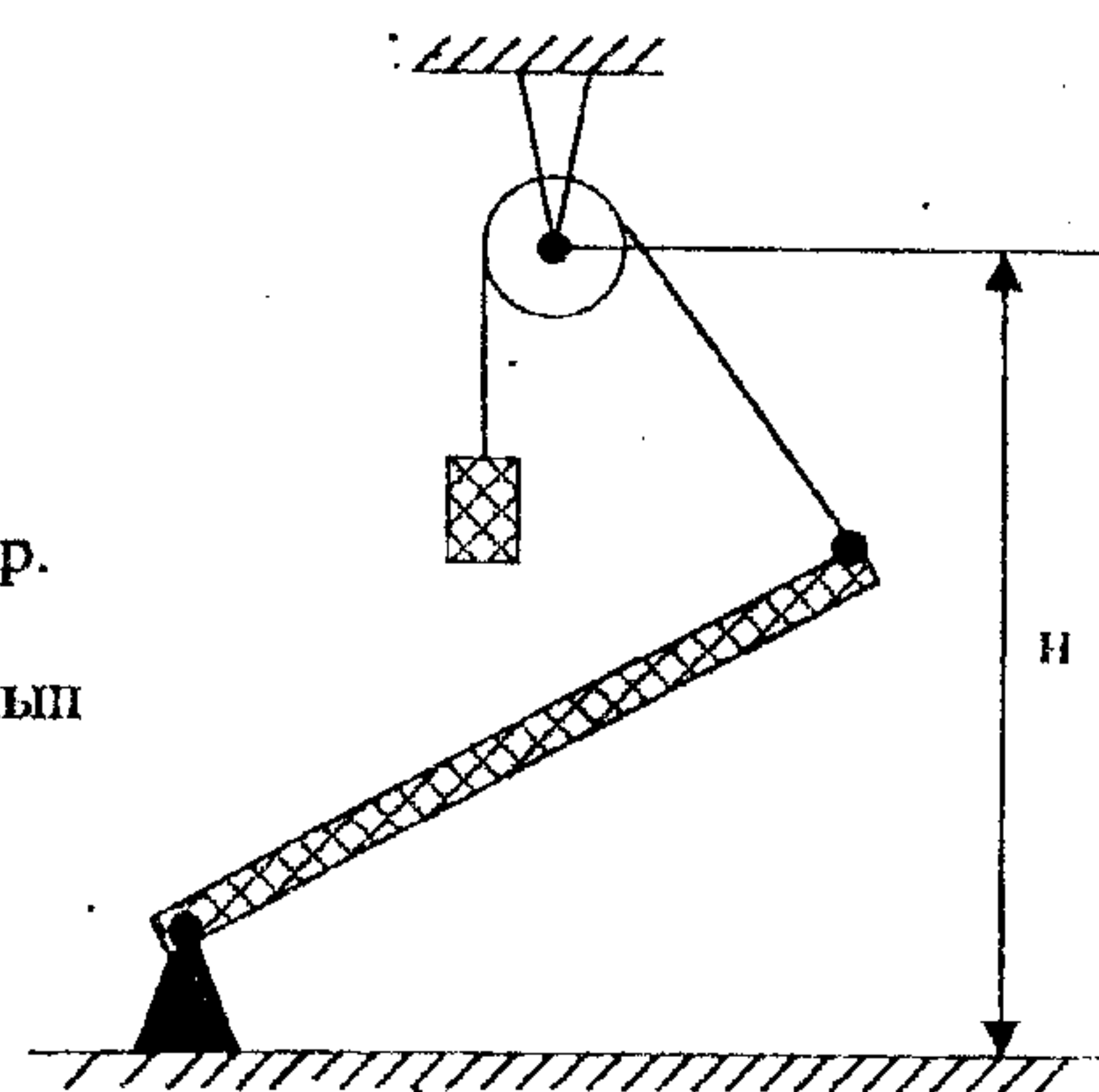
Жауабы: $F_1 = \frac{mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 20(\text{Н})$; $F_2 = \frac{mg \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = 34(\text{Н})$

3.2.58. 49-суреттегідей жіпке байланған жәшік тік қабырғада тұра ала ма? Жәшік пен қабырға арасында үйкеліс жоқ.

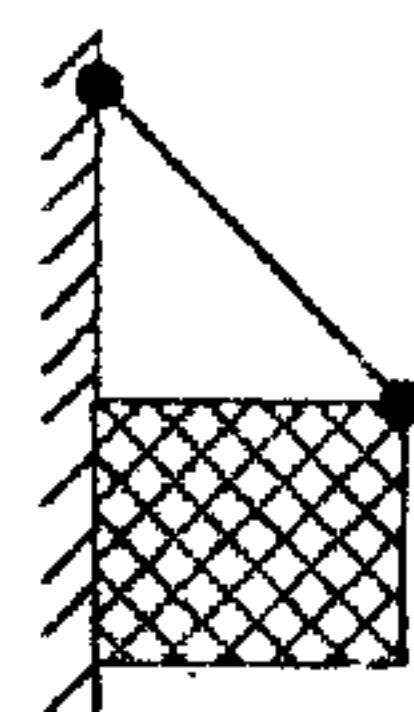
Жауабы: Тұра алмайды.



47-сурет



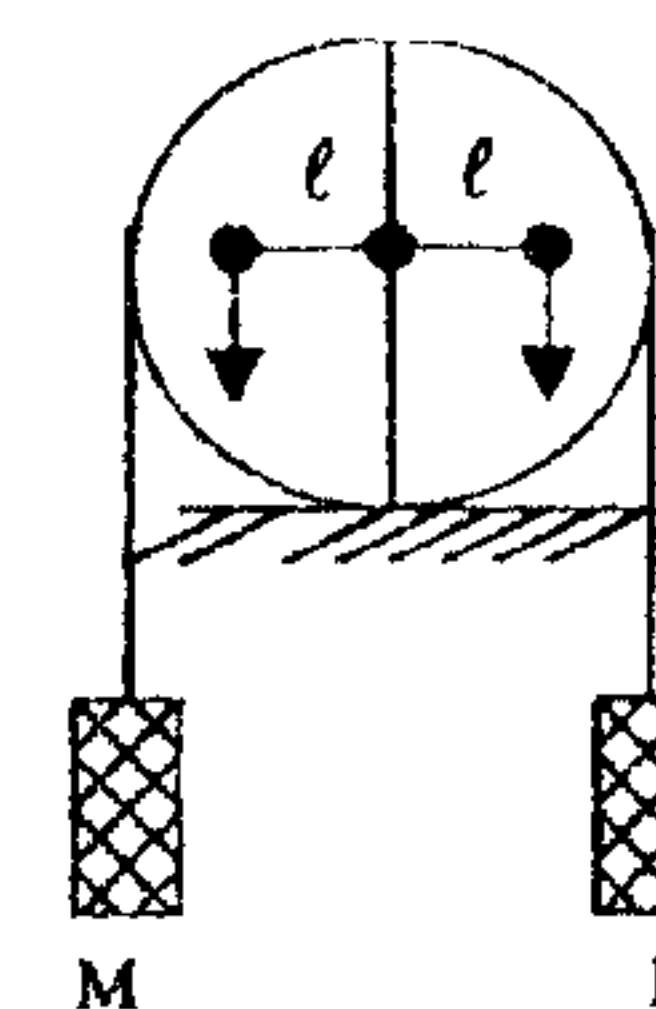
48-сурет



49-сурет

3.2.59. Тіреуіште жатқан радиусы r цилиндр тігінен қақ бөлінген. Әр бөлігінің массасы m және оның ауырлық центрлері цилиндр өсінен ℓ қашықтықта жатыр (50-сурет). Цилиндр бірінен-екіншісі ажырап кетпес үшін, ұштарында жүктері бар созылмайтын жіп үстінен асыра тастаған. Жіп ұштарына ілінген жүктердің ең аз мөлшері $M_{\min}$ -ді табыңдар. Үйкеліс ескерілмесін.

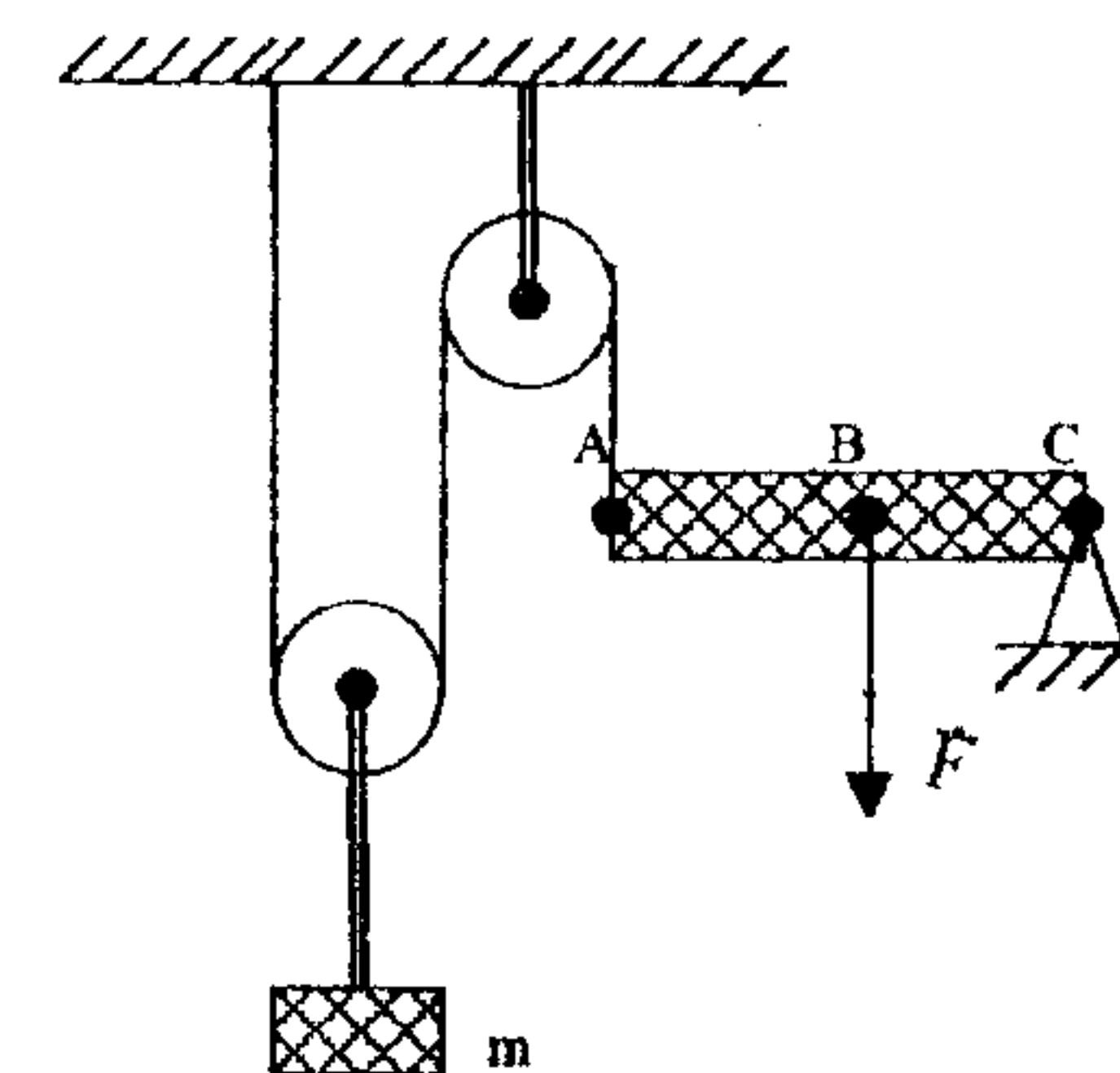
Жауабы: $M_{\min} = \frac{m\ell}{r}$



50-сурет

3.2.60. Қатты шыбықшаның бір ұшы топсамен C нүктесіне бекітілген. Ал екінші ұшы A нүктесіне жалғанған жіппен екі блок арқылы асырылып аспаға байланған (51-сурет). A нүктесінен $\ell = 0,5 \text{ м}$ қашықтықта шыбықшаға $F = 75 \text{ Н}$ тік бағытта күш әсер етеді. Енді шыбықша тепе-теңдікте болуы үшін жылжымалы блокқа $m = 10,25 \text{ кг}$ жүк ілінген. нүктесіндегі топсаға әсер ететін қысым күшін және шыбықшаның ұзындығын табыңдар.

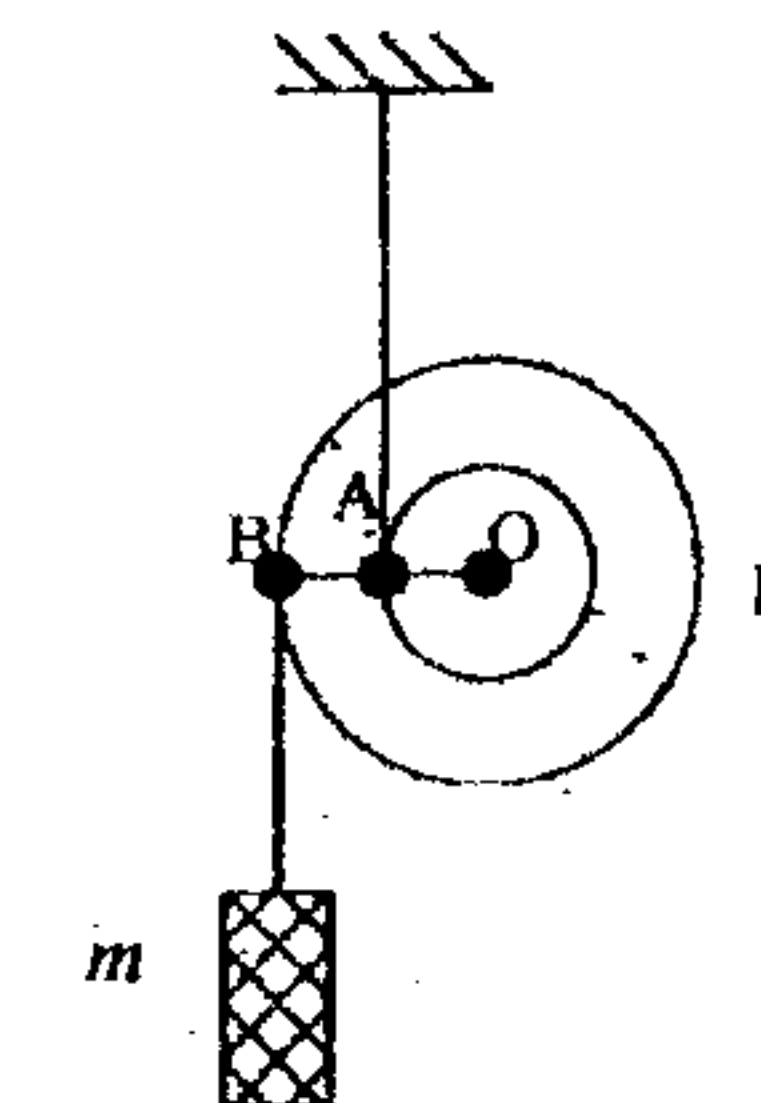
Жауабы: $F_c = \frac{2F - mg}{2} = 25(\text{Н})$; $\ell_0 = \frac{2F\ell}{2F - mg} = 1,8(\text{м})$.



51-сурет

3.2.61. Орауыш A нүктесіне байланған жіппен аспаға бекітілген (52-сурет). Ал B нүктесіне массасы m жүк ілінген. Орауыш массасы M болса, ол тепе-теңдік күйінде болу үшін m жүктің массасы қандай болуы керек? Жіптің көрілу күшін табыңдар.

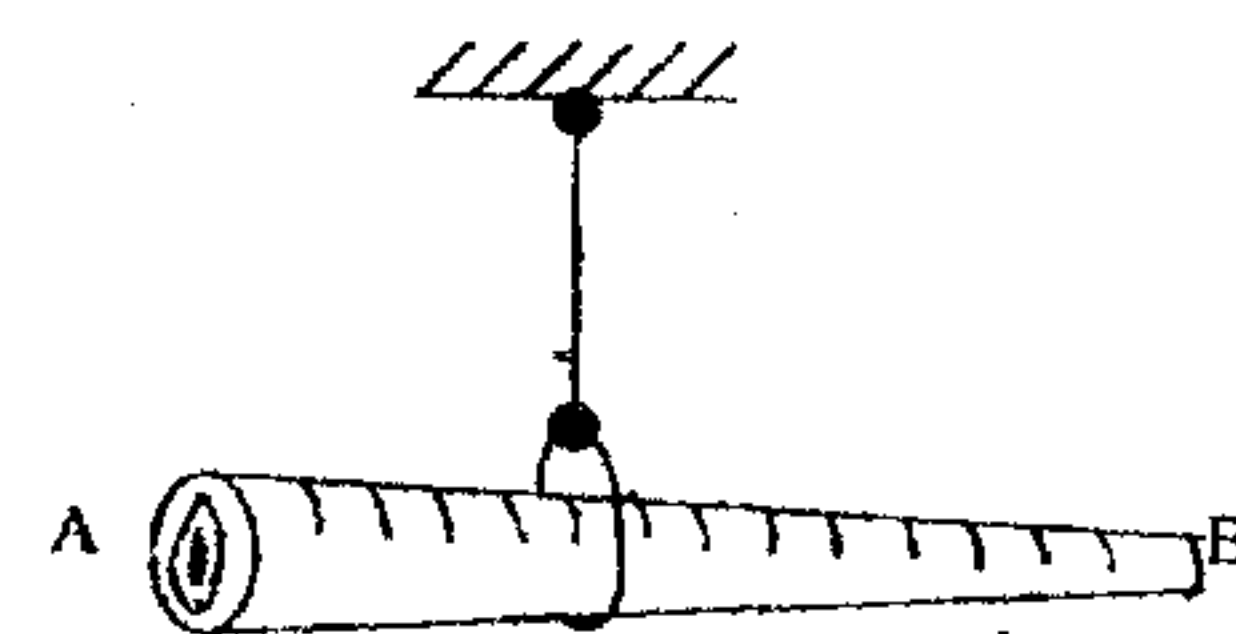
Жауабы: $m = \frac{Mr}{R - r}$; $T = Mg \left(\frac{R}{R - r} \right)$



52-сурет

3.2.62. 53-суретте АВ бөренесі тепе-теңдікте тұр. Егер бөрененің екі жағынан бірдей m кг бөлігін кесіп алса, оның тепе-теңдігі бұзыла ма?

Жауабы: Тепе-теңдігі бұзылады.



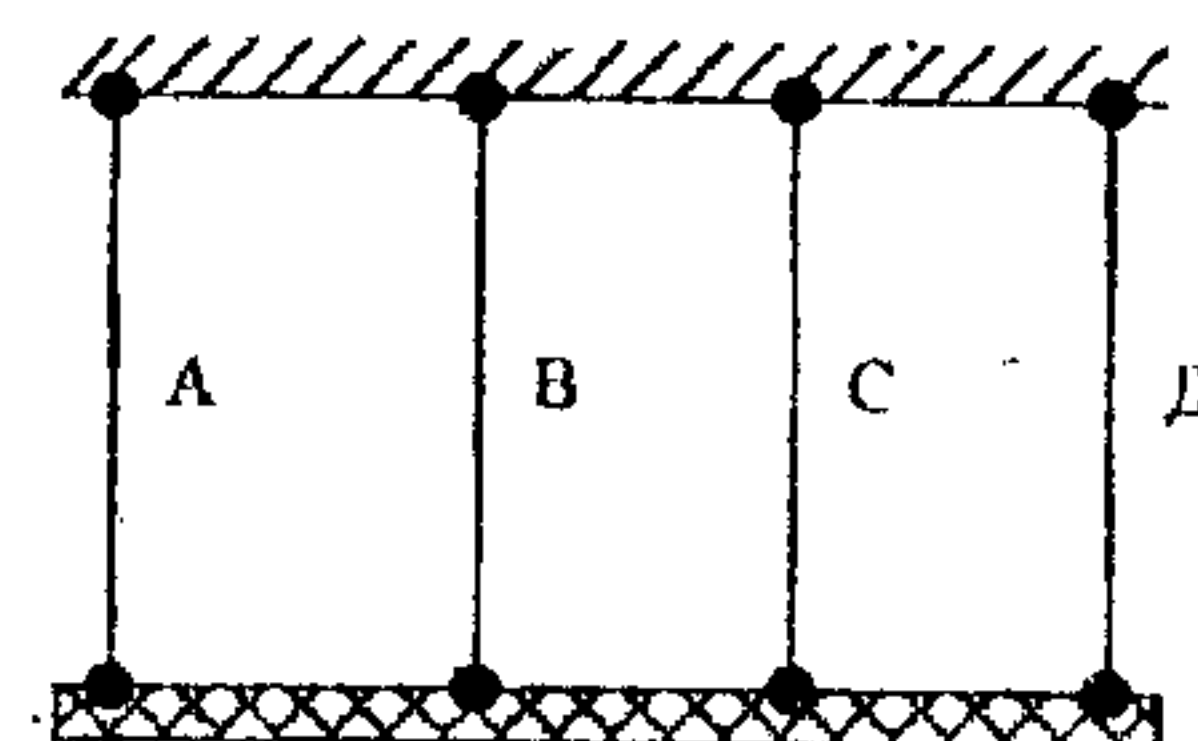
53-сурет

3.2.63 Ұзындығы ℓ біртекті белағаш

арақашықтығы $\frac{1}{3}\ell$ болатын төрт

арқанмен асылып қойылған (54-сурет).

А арқаны үзіліп кетті. Қалған арқандардың үзілу қауіпсіздігін кеміту үшін Д арқанын алыш тастау ұсынылды. Бұл бірде-бір дұрыс ұсыныс па?



54-сурет

Жауабы: Иә.

3.2.64. Массалары бірдей екі машинаның біреуіне көмір екіншісіне сабан тиелген. Тиелген жүк массалары бірдей болса, қайсы машина біршама орнықты болады? Себебін түсіндіріңдер.

Жауабы: Көмір жүктелген машина орнықты.

3.2.65. Цилиндр пішінде стаканға су құйылған. Судың қандай деңгейінде стаканның ауырлық центрі ең төменгі қалыпта болады?

Жауабы: Сулы стаканның ауырлық центрі стакандағы судың деңгейімен теңескенде.

3.2.66. Қималары бірдей екі таяқшаның ұзынын қысқасынан көрі сындыру оңай. Неге?

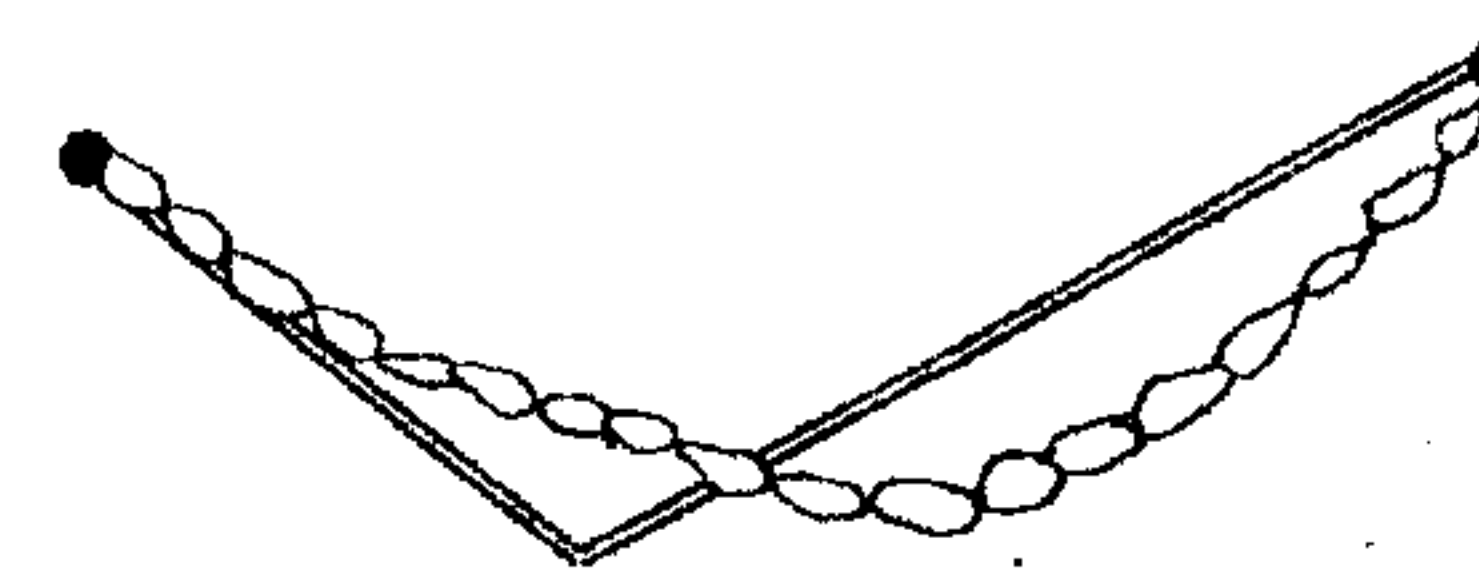
3.2.67. Неге жылтыр шарик қатаң көкжиек жазықтығында жатқанда ғана тепе-теңдікте болады?

3.2.68. Бір қолымен ауыр жүк көтерген адам екінші жағына еңкейіп жүреді. Неліктен?

3.2.69. Мұз бетімен жүріп келе жатқан адам аяғын бүкпеуге тырысады. Неліктен?

3.2.70. Арқасымен аударылып қалған тасбақа өздігінен тұра алмайды. Себебін түсіндіріңдер.

3.2.71. Екі нүктеге ұзындықтары бірдей сынық шыбықша мен шынжыр ұштарымен бекітілген. Шыбықша ұштары тонсалы (55-сурет). Қайсысының ауырлық центрі төмен жатады?



55-сурет

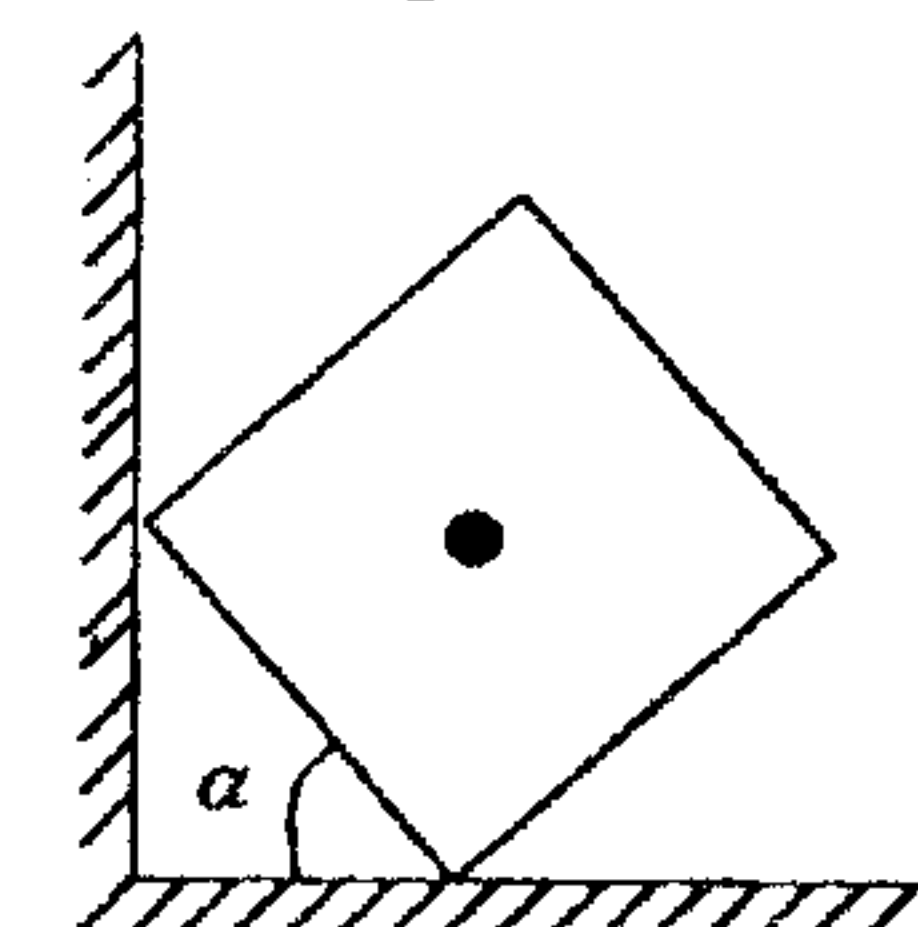
Жауабы: Шынжырдың ауырлық центрі төмен жатады.

3.2.72. Массасы $M = 2\text{ кг}$ белтемірдің ұзындығы $\ell = 50\text{ см}$. Оның ұштарына радиустары $R_1 = 3\text{ см}$ және $R_2 = 6\text{ см}$, ал массалары $m_1 = 1,5\text{ кг}$ және $m_2 = 1,2\text{ кг}$ шарлар бекітілген. Белтемірдің ауырлық центрін табыңдар.

Жауабы: $X = \frac{m_1(\ell + R_1 + R_2) + M\left(\frac{\ell}{2} + R_2\right)}{m_1 + m_2 + M} = 9,7(\text{см})$.

Ілкен шардан $x = 9,7\text{ см}$ қашықтықта.

3.2.73. R радиусы бірдей алюминий және мырыш шарлары түйістеріне қосылған. Күйенің ауырлық центрін табыңдар.



56-сурет

Жауабы: Мырыш шардың центрінен

x қашықтықта, мұндағы $x = \frac{2\rho_a \cdot R}{\rho_a + \rho_m} \approx 0,56R$.

3.2.74. Текше, еденмен көлбеулік α бұрышын жасап қабырғаға бір сырымен қойылған (56-сурет). Текшенің қабырға арасындағы үйкеліс өте аз болса, оның еденмен арасындағы үйкеліс күшін анықтаңдар.

Жауабы: $\mu \geq \frac{1}{2}(\operatorname{ctg} \alpha - 1)$.

3.2.75. Цилиндр пішінде бірдей екі бөрене жер бетінде біріне-екіншісі ғығыз тиісіп жатыр. Олардың үстіне дәл сондай үшінші бөрене қойылады. Арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда бөренелер жан-жаққа домалап кетпейді?

Жауабы: $\mu \geq \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

3.2.76 Көкжиек жазықтығында жатқан текшені оның қыры арқылы аударып жіберу үшін қандай ең аз күш керек? Егер текше массасы M болса, осы кездегі текше жағымен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болады?

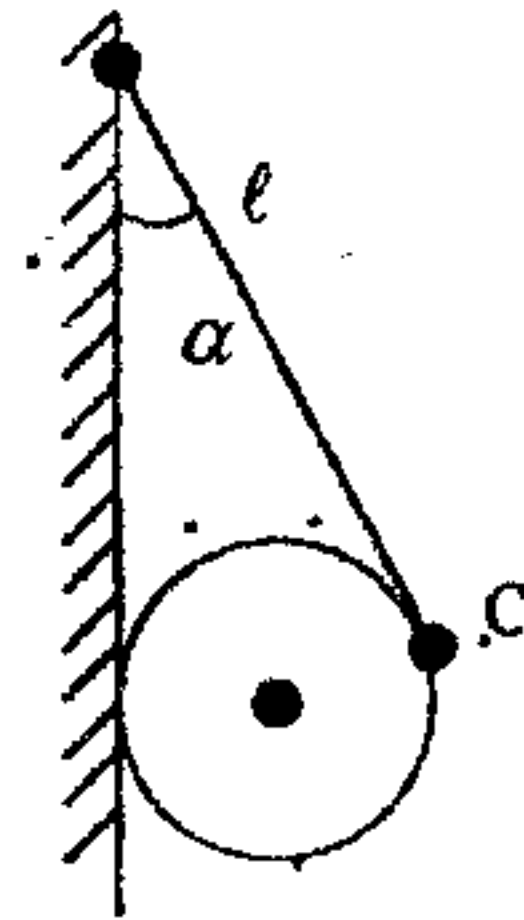
Жауабы: $F_{\min} = Mg \frac{\sqrt{2}}{4}$; $\mu \geq \frac{1}{3}$.

3.2.77 Ұзындығы ℓ эртекті шыбықша тік жарға сүйеніп еденмен ең кемі 45° бұрыш жасап тұра алады. Шыбықшаның еденмен үйкеліс коэффициенті 0,5. Шыбықшаның ауырлық центрі еденнен қандай h биіктікте орналасқан?

Жауабы: $h = \ell \sin \alpha \left(1 + \frac{\mu g \alpha - 1}{1 + \mu^2} \right) \approx 0,43 \ell$.

3.2.78. Ұзындығы $\ell = 20$ см жіпке радиусы $R = 5$ см жүк тік қабырғаға 57-суреттегідей ілінген. Жіп шарға C нүктесінде жанасады. Шармен қабырға арасындағы үйкеліс коэффициентін табыңдар.

Жауабы: $\mu \geq \frac{R^2 + \ell^2}{2R\ell} \approx 2,13$.

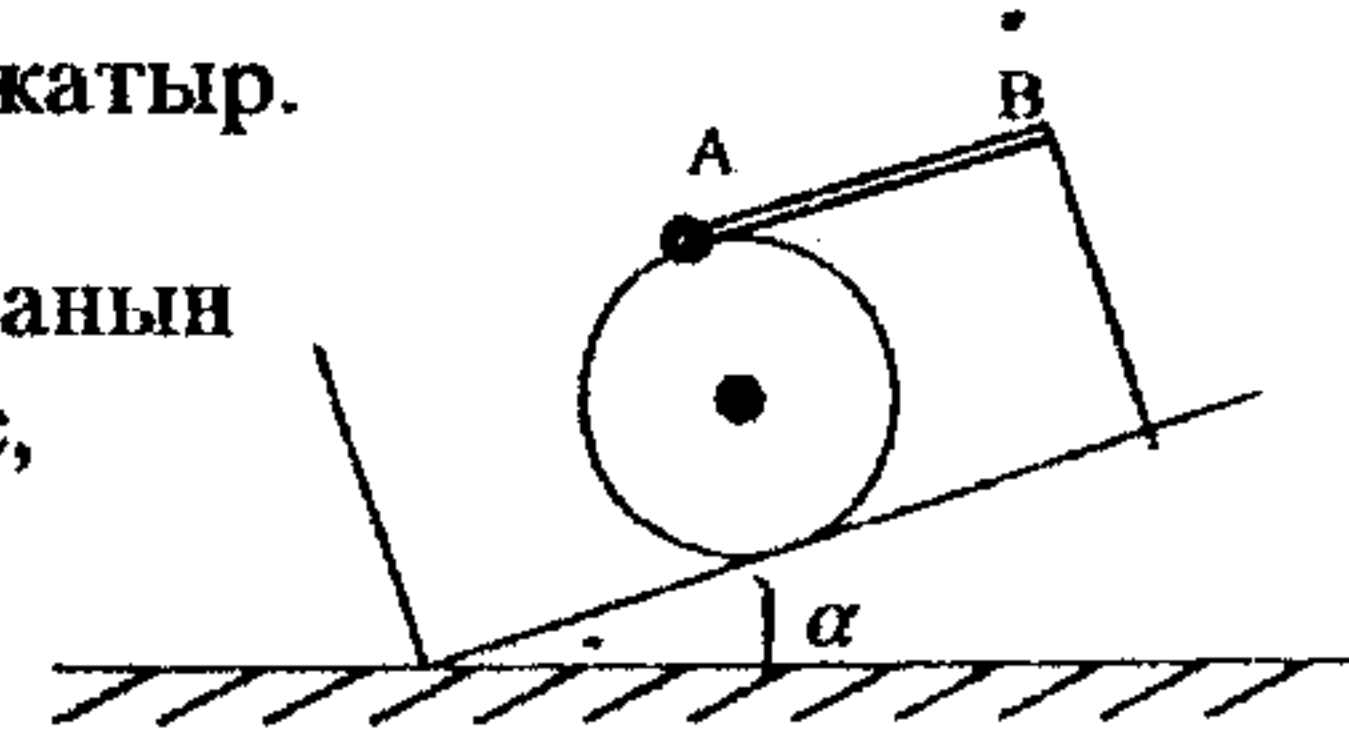


57-сурет

3.2.79. Жазық табанды жәшік ішінде шар жатыр. Шар жәшік табанына параллель АВ жібімен байланып қойылған (58-сурет). Жәшік табанын қандай ең үлкен α бұрышына көтергенше, шар тепе-теңдік күйде бола алады?

Жәшік пен шар арасындағы үйкеліс коэффициенті μ .

Жауабы: $\alpha_{\max} = \arctg 2\mu$.



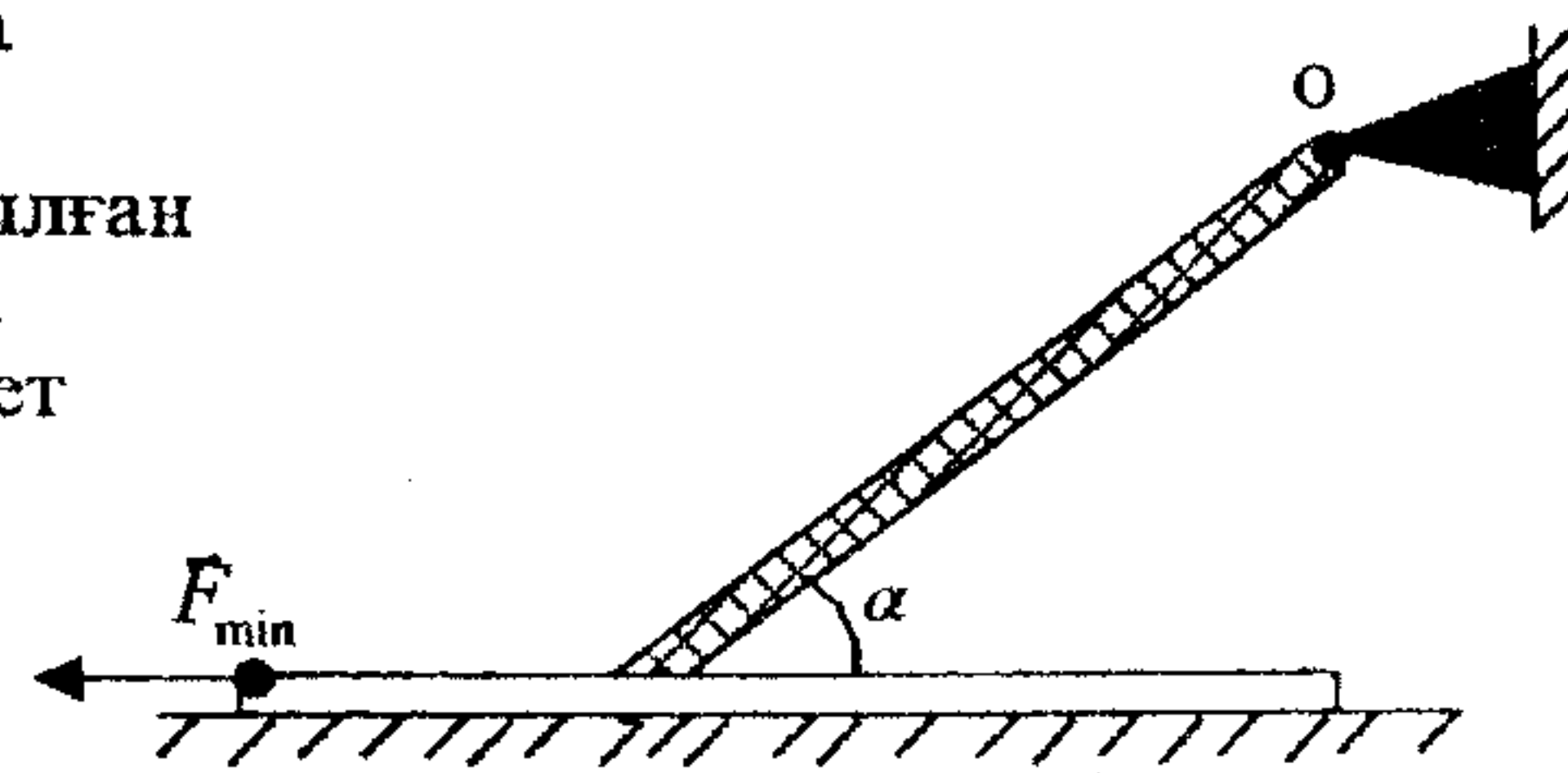
58-сурет

3.2.80. Көкжиек жазықтығында біржағы топсамен бекітілген m массалы шыбықша бастырылған қағаз парағы жатыр (59-сурет). Қағазды суырып алу үшін қажет ең аз күшті есептеп табыңдар.

Шыбықша мен қағаз арасындағы бұрыш α , үйкеліс коэффициенті μ .

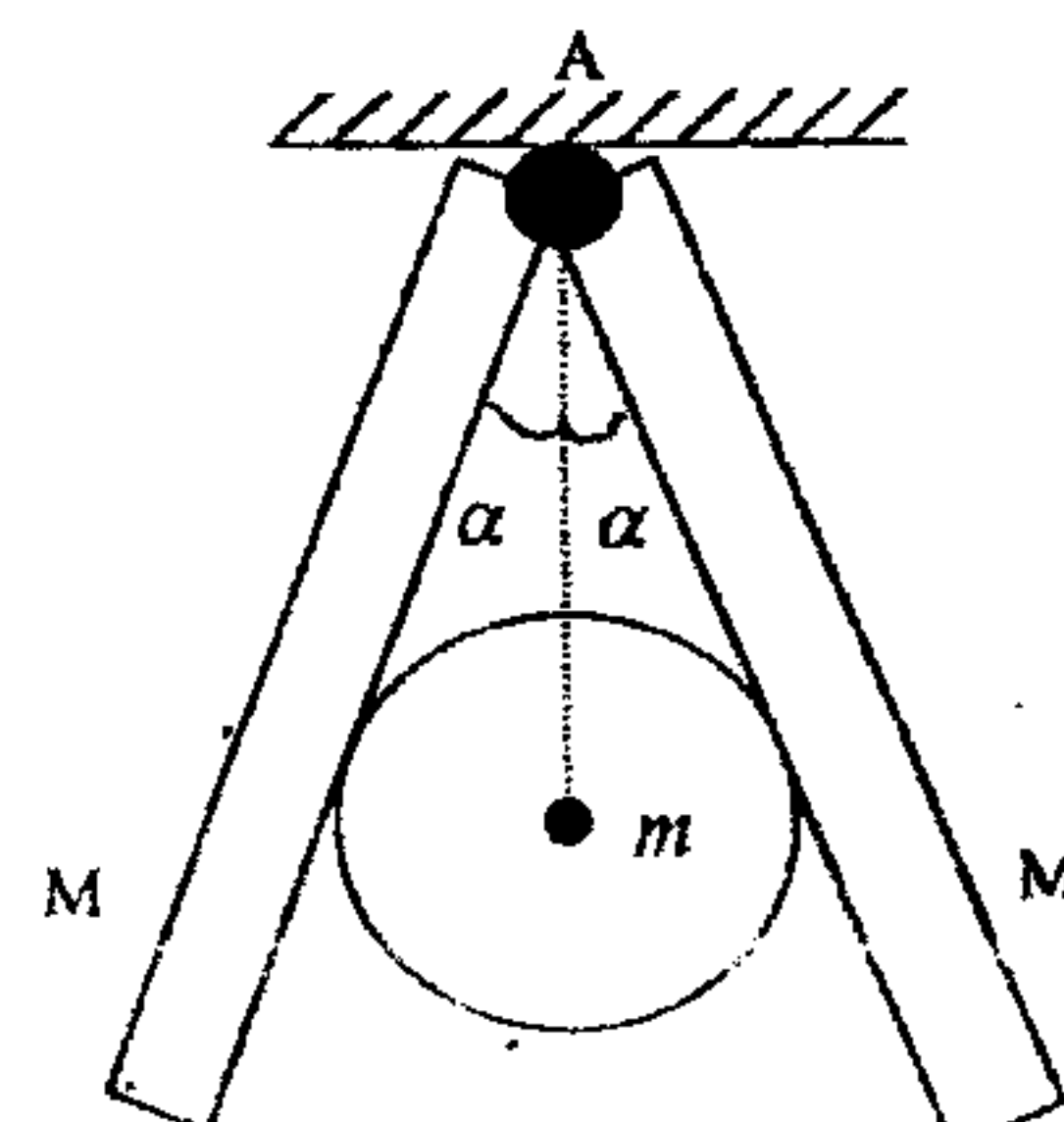
Жазықтықпен қағаз арасындағы үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $F_{\min} = \frac{\mu g m}{2(1 + \mu g \alpha)}$.



59-сурет

3.2.81. A нүктесінде топсамен бекітілген массалары бірдей M тақтайшалар m массалы шарды ұстап тұр (60-сурет). Шар мен тақтайшалардың тиісу нүктелері бір түзде жатады. Егер тақтайшалар арасындағы бұрыш 2α болса, үйкеліс коэффициентінің қандай



60-сурет

ең аз мәнінде мұндай тепе-теңдік сақтала алады?

Жауабы: $\mu \geq \frac{m + 2M \sin^2 \alpha}{M \sin 2\alpha}$ немесе $\mu_{\min} = \frac{m + 2M \sin^2 \alpha}{M \sin 2\alpha}$.

3.2.82. Көкжиек жазықтығында массасы m текше жатыр. Ол сырғанамай аударылып кетуі үшін қырынан қандай ең аз күшпен көкжиекке қандай бұрыш жасап тарту керек? Жазықтықпен текше арасындағы үйкеліс коэффициенті μ .

Жауабы: $F_{\min} = \frac{mg}{2\mu} \sqrt{5\mu^2 - 4\mu + 1}$; $\tg \alpha = \frac{1 - 2\mu}{\mu}$.

Ескерту: $\mu < 0,5$ шарты орындалғанда ғана есеп жауабы дұрыс болады.

4. Гидростатика және аэростатика.

Гидродинамика және аэродинамика

Гидростатика сұйықтардың, ал аэростатика газдардың тепе-теңдік шарттарын зерттейді. Сұйықтар мен газдарды сипаттайтын негізгі шама - қысым.

Қысым – бетке перпендикуляр әсер ететін күш модулінің осы бет ауданына қатынасымен анықталады.

$$p = \frac{F}{S} \quad (1)$$

Қысымның бірлігі – паскаль. $1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

Сұйықтар және газдар өзіне түсірілген қысымды барлық бағытта өзгеріссіз таратады. Бұл Паскаль заңы болып табылады.

$$p = \text{const} \quad (2)$$

Гидравликалық машиналар үшін мына қатынас дұрыс болады.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \quad (3)$$

Мұндағы, S_1 және S_2 - гидромашинаның қатынас ыдыстарының қақпақша аудандары.

Гидростатикалық қысым деп, сұйықтың салмағы әсерінен пайда болатын қысымды айтады. Гидростатикалық қысым былай анықталады.

$$p = g \rho h \quad (4)$$

Ал, гидростатикалық қысым күші

$$F = g \rho h S \quad (5)$$

Мұндағы, h - сұйық деңгейі.

Аэростатикалық қысымның шамасы аз болғандықтан, оны практикада ескере бермейді.

Егер сұйық бетіне түсірілетін атмосфералық қысымды ескеретін болсақ, онда толық қысым

$$p_T = p_0 + g \rho h \quad (6)$$

p_0 - атмосфералық қысым. Қалыпты атмосфералық қысым $p_0 \approx 101,3 \text{ кПа}$. Сұйыққа (газға) батырылған кез-келген денеге сол дене ығыстырып шығарған сұйықтың (газдың) салмағына тең кері итеруші күш әсер етеді.

Бұл Архимед күші болып табылады

$$F_A = \rho g V \quad (7)$$

Мұндағы, V - толық батырылған дененің көлемі, немесе ығыстырылған сұйық (газ) көлемі. Дене сұйық бетінде жүзіп жүргенде

$$F_A = mg \quad (8)$$

Мұндағы mg - дененің салмағы.

Сұйықтар мен газдардың қозғалысын гидродинамика және аэродинамика зерттейді.

Идеал сұйық үшін энергияның сақталу заңы былай жазылады.

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const} \quad (9)$$

(9) Бернулли заңы деп те аталады.

Сұйық ағынының үзіліссіздік теоремасы былай өрнектеледі.

$$\rho v S = \text{const} \quad (10)$$

Мұндағы: ρ - сұйық тығыздығы, v - сұйық жылдамдығы, S - ағын қимасының ауданы.

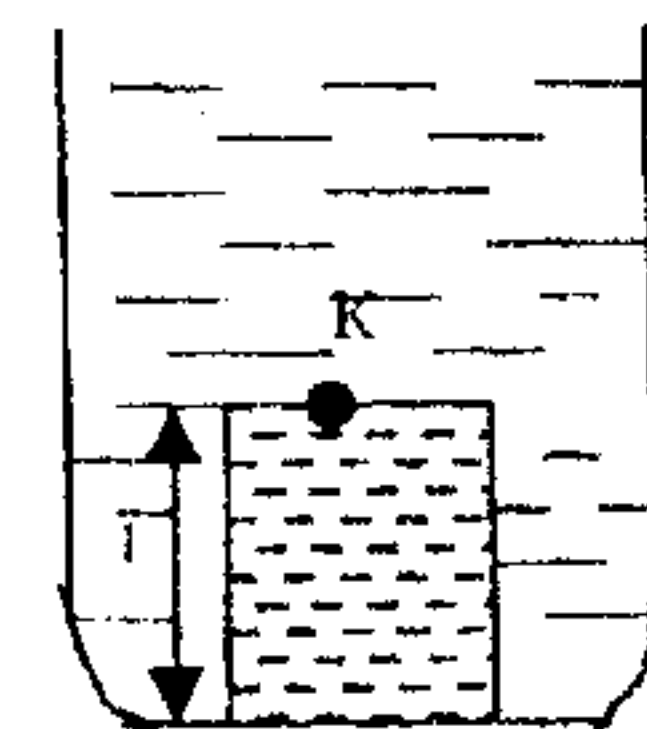
4.1. Ішінде толтырылған суы бар биіктігі $H = 1,2 \text{ м}$ үлкен ыдыстың түбіне, биіктігі $h = 10 \text{ см}$ цилиндр пішінді стакан төңкеріліп қойылған (1-сурет). Стакан ішінде тығыздығы $\rho = 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болатын май бар. Стаканның ішкі бетіндегі К нүктесі қысымын есептендер. Қалыпты атмосфералық қысым $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Берілгені:

$$H = 1,2 \text{ м}; h = 10 \text{ см};$$

$$\rho = 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

p_K - ?



1-сурет

Шешуі: $10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$

К нүктесіндегі қысым былай анықталады.

$p_K = p_0 + p_H - p_h$, мұндағы $p_H = \rho_0 g H$ - биіктігі H сұйықтың қысымы;

$p_h = \rho g h$ - стакан ішіндегі қысым.

Сонда $p_K = p_0 + \rho_0 g H - \rho g h$.

$$p_K = 10^5 \text{ Па} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,2 \text{ м} - 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,1 \text{ м} \approx 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

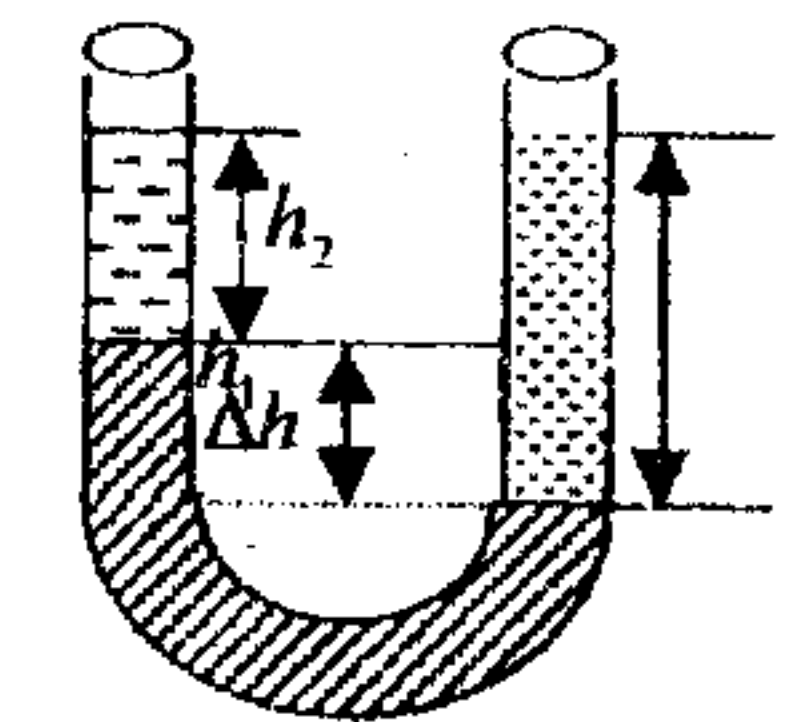
Жауабы: $p_K \approx 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

4.2. Ішінде сынабы бар қатынас ыдыстардың біріне биіктігі $h_1 = 48 \text{ см}$ май, екіншісіне биіктігі $h_2 = 20 \text{ см}$ керосин құйылған (2-сурет). Екі ыдыстағы сынап деңгейлерінің айырмасын есептеп табындар.

Берілгені:

$$h_1 = 48 \text{ см}; h_2 = 20 \text{ см}$$

Δh - ?



2-сурет

Шешуі: $48 \text{ см} = 0,48 \text{ м}$, $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$.

Қатынас ыдыстағы сұйық тепе-теңдікте болуы үшін мына шарт орындалуы керек.

$$\rho_2 g h_2 + \rho_0 g \Delta h = \rho_1 g h_1$$

Мұндағы ρ_2 - керосин, ρ_1 - май, ρ_0 - сынап тығыздықтары.

$$\text{Сонда } \Delta h = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho_0} = \frac{0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,48 \text{ м} - 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,2 \text{ м}}{13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta h = 2 \text{ см}$.

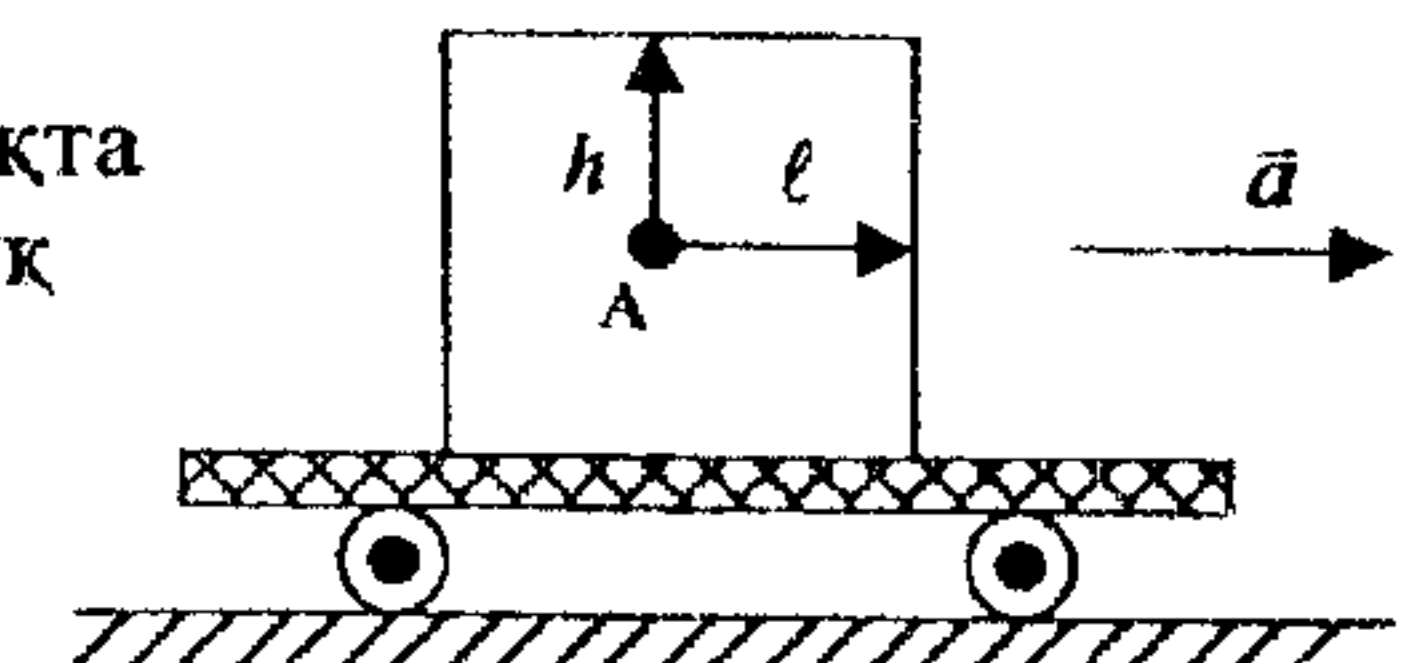
4.3. Арба үстінде сумен толтырылған текше тәрізді ыдыс түр (3-сурет). Арба тұрақты a үдеумен қозғалады. Егер ыдыстың беті мықты жабылған болса, онда h тереңдікте алдыңғы қабырғадан ℓ қашықтықта жатқан А нүктесіндегі қысымды табындар (Қақпақ қысымы ескерілмейді).

Берілгені:

$$a; h; \ell$$

p - ?

Шешуі: Егер ыдыс тыныштықта немесе бірқалыпты түзу сызық бойымен қозғалса, онда А нүктесіндегі сұйық



3-сурет

қысымы (1) $p_1 = \rho g h$ болар еді.

Ыдыс үдемелі қозғалғандықтан,

ұзындығы ℓ сұйық бағанына үдеу беретін қысым

(2) $p_2 = \rho \ell a$.

Онда А нүктесіндегі толық қысым $p = p_1 + p_2$ немесе $p = \rho(g h + a \ell)$ және де Паскаль заңы бойынша бұл қысым барлық бағытта бірдей болады.

Жауабы: $p = \rho(g h + a \ell)$.

4.4. Цилиндрлік ыдысқа массалары бірдей сынап және су құйылған, сонда жалпы деңгей $h = 29,2 \text{ см}$ болды. Ыдыс табанына түсірілетін сұйық қысымын есептендер.

Берілгені:

$$m_1 = m_2$$

$$h = h_1 + h_2 = 29,2 \text{ см}$$

$p = ?$

Шешуі: $29,2 \text{ см} = 2,92 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.

Ыдыс табанына түсірілетін толық қысым $p = p_1 + p_2$

немесе $p = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)$.

Есеп шарты бойынша $h = h_1 + h_2$ және $m_1 = m_2$. Ал, $m_1 = \rho_1 h_1 S_1$ және $m_2 = \rho_2 h_2 S_2$ болғандықтан, $S_1 = S_2 = S$ екендігін ескерсек $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ болады. Демек,

$$h_1 = \frac{h \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad \text{және} \quad h_2 = \frac{h \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$\text{Бұдан } p = \frac{2 \rho_1 \rho_2 g h}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$p = \frac{2 \cdot 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,9 \cdot 10^{-1} \text{ м}}{13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 5,3 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Жауабы: $p \approx 5,3 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

4.5. Су қоймасының қандай тереңдігінде оның гидростатикалық қысымы қалыпты атмосфералық қысымнан үш есе артық болады?

Берілгені:

$$p = 3 \cdot p_0$$

$h = ?$

Шешуі: Есеп шарты бойынша $p = 3 \cdot p_0$ немесе

$$(p_0 + \rho g h) = 3 p_0 \Rightarrow h = \frac{2 p_0}{\rho g} = \frac{2 \cdot 10,13 \cdot 10^4 \text{ Па}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 20,6 \text{ м}.$$

Жауабы: $h \approx 20,6 \text{ м}$.

4.6. Ішінде толтыра сұйық құйылған ыдыс үстел үстінде тұр. Ыдыс табанына түсірілетін қысымның сұйық тереңдігіне тәуелділігінің графигін сызыңдар.

Шешуі: Ыдыс табанына түсірілетін жалпы қысым былай анықталады.

$$p = p_0 + g \rho h.$$

Мұндағы, p_0 - атмосфералық қысым,

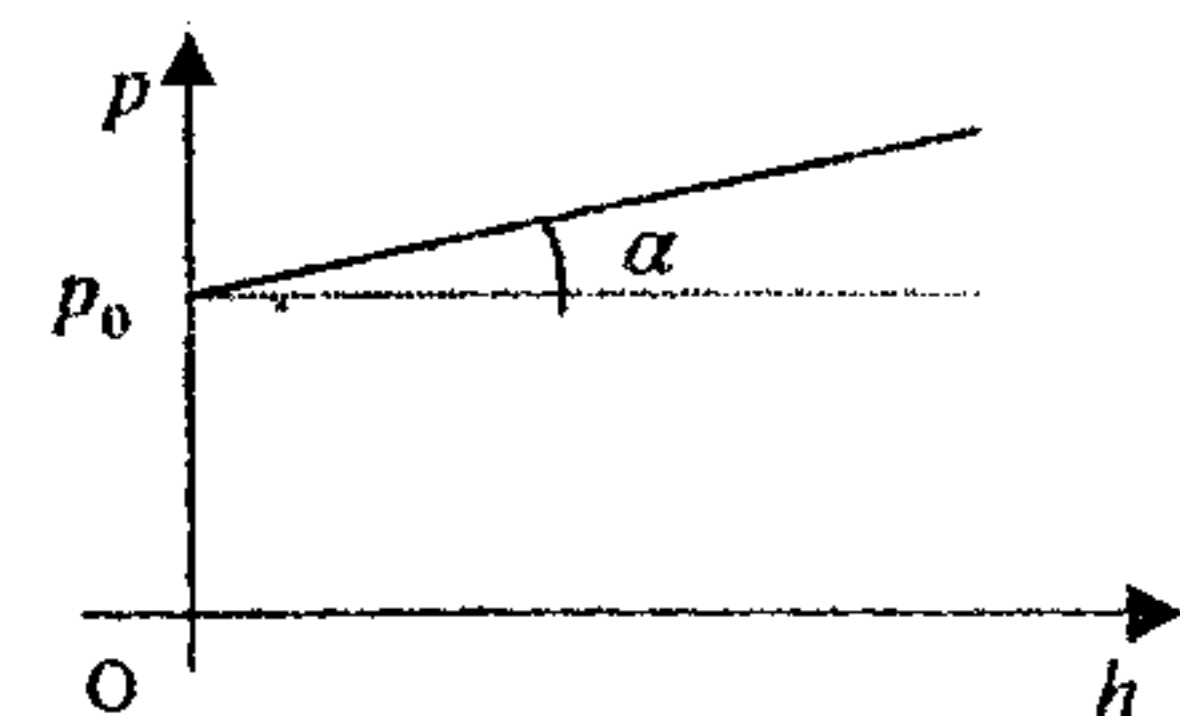
ол h -биіктікке тәуелді емес;

ρ - сұйық тығыздығы,

h -сұйық тереңдігі.

Сонда жалпы қысым тек h -қа ғана тәуелді болады. (1) $p = f(h)$ тәуелділігі сызықтық функция болады оның графигі 4-суретте көрсетілген. Сызықтың Oh өсіне

$$\text{көлбеулігі } \text{tg} \alpha = \frac{p - p_0}{h}$$



4-сурет

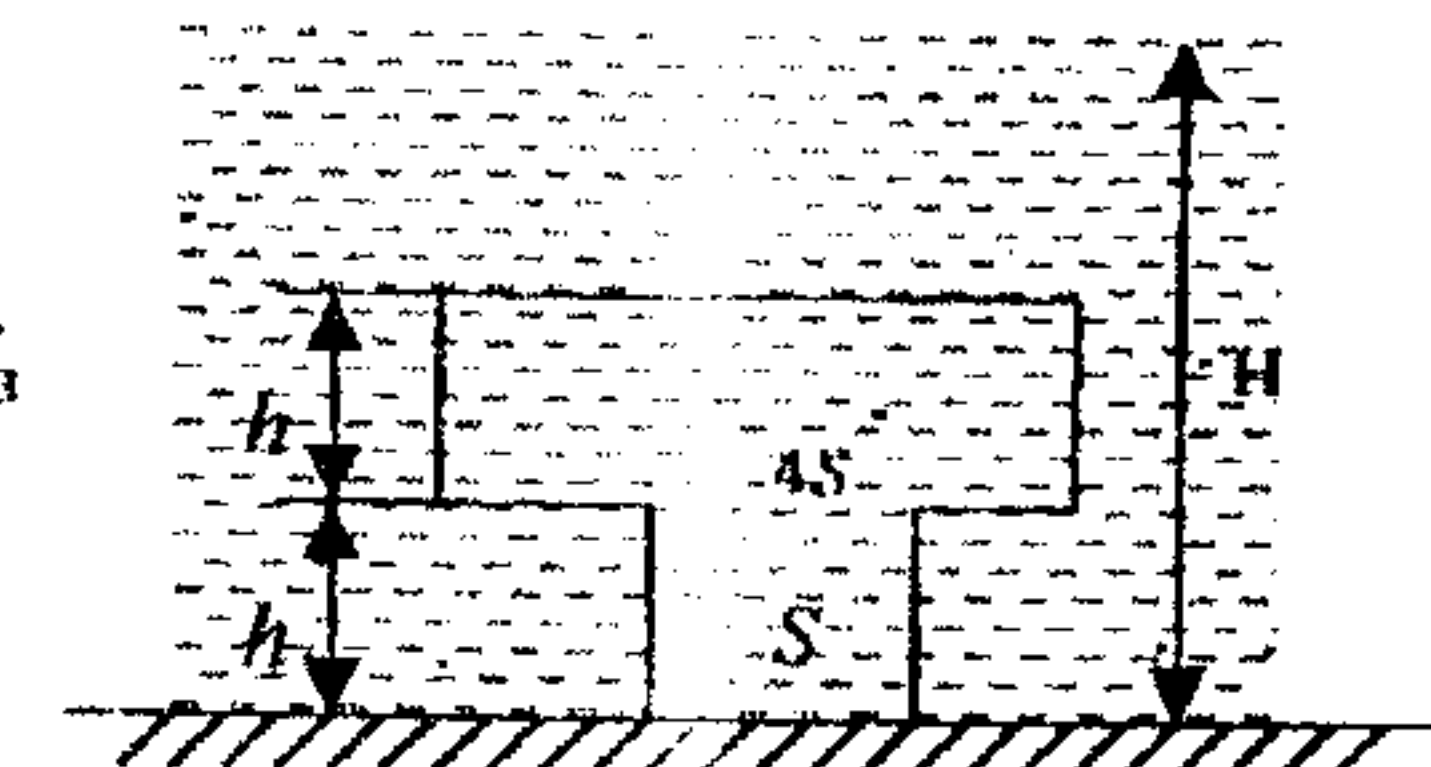
4.7. Су қоймасы түбінде өлшемдері 5-суретте көрсетілгендей құрылғы бар. Су тереңдігі H . Егер құрылғы тығыздығы су (ρ_0) тығыздығынан 2 есе артық екендігі белгілі болса, ол қойма түбіне қандай күшпен әсер етеді?

Берілгені:

$$h; S; 4S; H; \rho_0$$

$F = ?$

Шешуі: Қойма түбіне түсетін күш $F = F_1 + F_2 + F_3$ өрнегімен анықталады,



5-сурет

мұндағы F_1 -деңгейі H судың S бетке

түсіретін күші; F_2 -деңгейі h құрылғы бөлігінің

S бетке түсіретін күші; F_3 -деңгейі h құрылғының

S бетке түсіретін (төменгі бөлігі) күші.

Сонда $F_1 = \rho_0 g S H$; $F_2 = 4 \rho_0 g S h$; $F_3 = \rho_0 g S h$,

демек $F = \rho_0 g S H + 4 \rho_0 g S h + \rho_0 g S h = \rho_0 g S (H + 5h)$.

Жауабы: $F = \rho_0 g S (H + 5h)$.

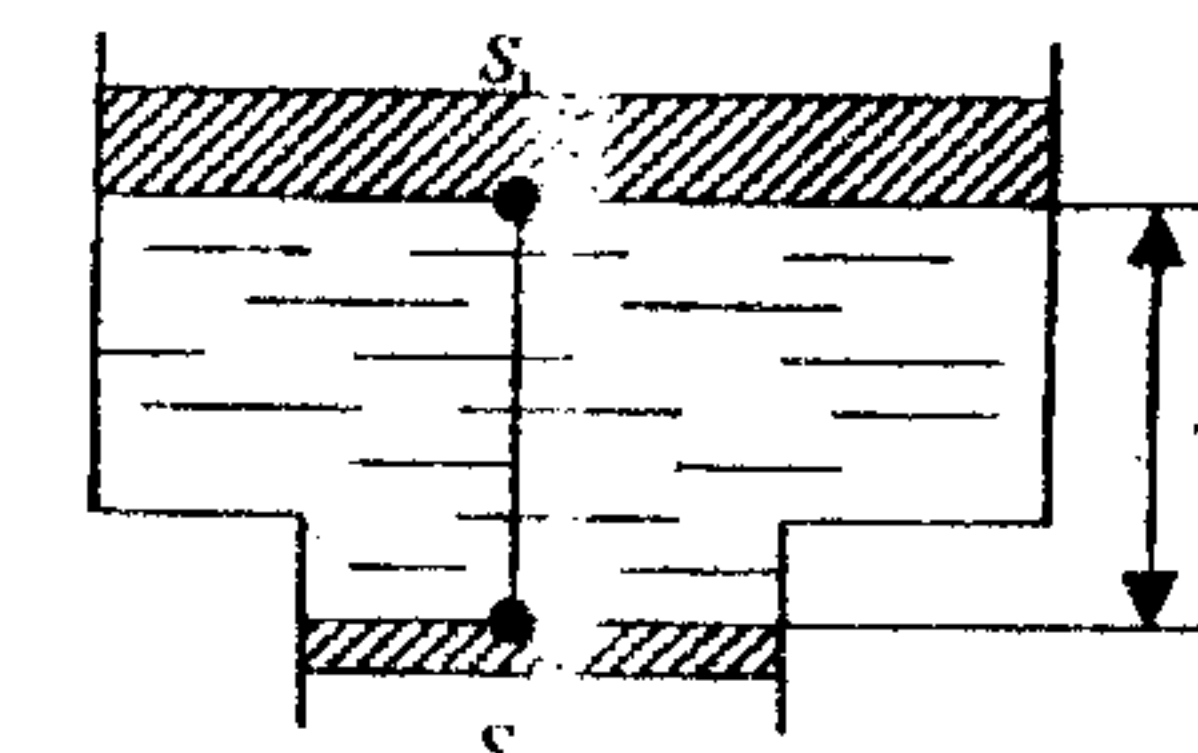
4.8. Ұзындығы ℓ жіңішке сыммен өзара байланып, қималары S_1 және S_2 екі қақпақпен жабылған ыдыстың іші сыммен толтырылған (6-сурет). Ыдыстың қақпақ беттері сыртқы атмосферамен жанасады. Үйкелісті ескермей, жіптің керілу күшін табыңдар.

Берілгені:

$$S_1; S_2; \ell$$

$T = ?$

Шешуі: Қақпақ беттеріне әсер ететін сыртқы атмосфералық қысым p_0 болсын.



6-сурет

Сонда қақпақтардың тепе-теңдік шарты былай жазылады.

Жоғарғы қақпақ үшін: $p_0 S_1 + T = p S_1$ (1)

Төменгі қақпақ үшін: $p_0 S_2 + T = p S_2 + \rho g \ell S_2$ (2).

Мұндағы: T -жіптің керілу күші; p -сұйық тарапынан қақпақтарға әсер ететін қысым; ρ -судың тығыздығы.

$$\text{және (2) ден } T = \frac{\rho g \ell S_1 S_2}{S_1 - S_2}$$

$$\text{Жауабы: } T = \frac{\rho g \ell S_1 S_2}{S_1 - S_2}$$

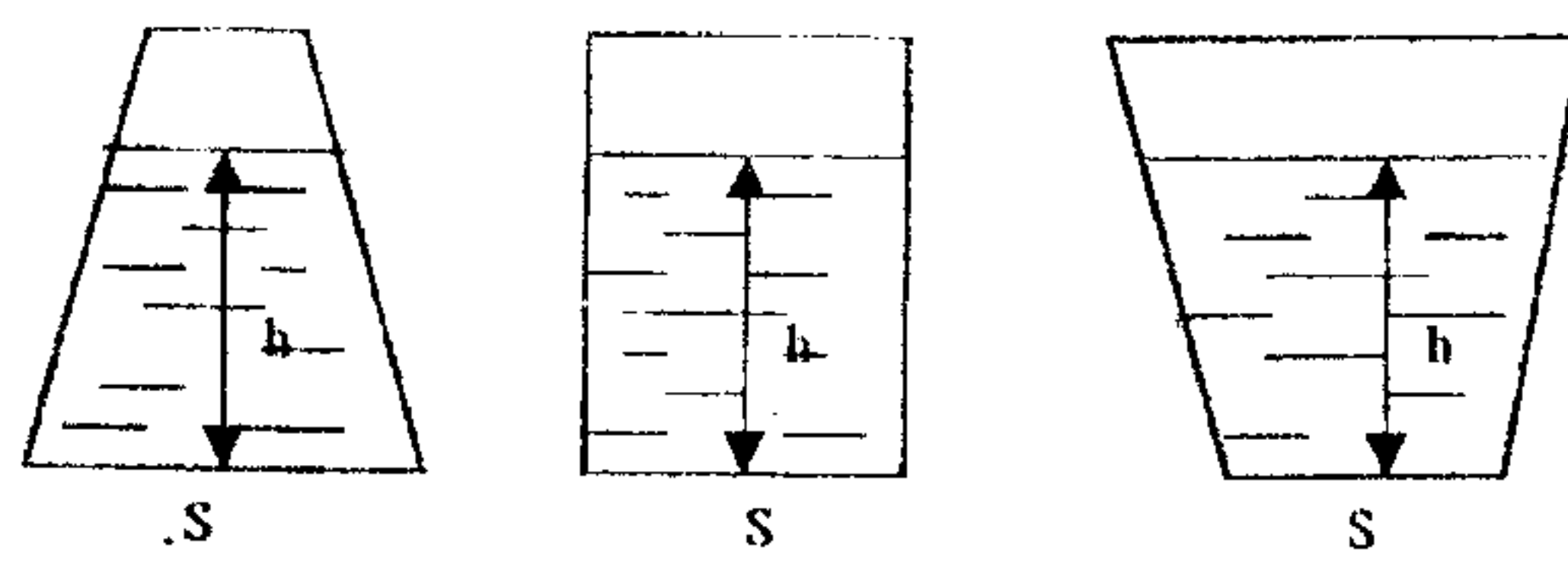
4.9. 7-суретте көрсетілген ыдыстарға деңгейлері бірдей біртекті сұйық құйылған. Ыдыс табанына түсірілетін Q қысым күшімен оған құйылған сұйықтың P салмағы арасындағы қатынасты табыңдар.

Берілгені:

$$h_1 = h_2 = h_3 = h$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S$$

$$\frac{Q_1}{P_1}, \frac{Q_2}{P_2}, \frac{Q_3}{P_3} - ?$$



а)

б)

в)

7-сурет

Шешуі: Ыдыстағы сұйық салмағы $P = mg = \rho Vg$ өрнегімен анықталады. Ал, ыдыс табанына түсірілетін қысым күші. $Q = \rho ghS$.

Мұндағы S - ыдыс табанының ауданы. Сонда $\frac{Q}{P} = \frac{\rho ghS}{\rho Vg} = \frac{hS}{V}$. Ал, h және

S үш ыдыс үшін де бірдей болғандықтан $\frac{Q}{P}$ -қатынасы тек V -ға тәуелді болады. (V - цилиндр көлемі);

Демек, а) $\frac{Q}{P} < 1$, өйткені $hS < V$

б) $\frac{Q}{P} = 1$, өйткені $hS = V$.

в) $\frac{Q}{P} > 1$, өйткені $hS > V$.

Жауабы: $Q_1 < P_1$; $Q_2 = P_2$; $Q_3 > P_3$.

4.10 Суы бар ыдысқа қима ауданы $S = 2 \text{ см}^2$ болатын түтікше тігінен қойылған. Түтікшеге массасы $m = 72 \text{ г}$ май құйылған. Егер май тығыздығы $\rho_m = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болса, сумен май деңгейлерінің айырымы қандай болады?

Берілгені:

$$S = 2 \text{ см}^2$$

$$m = 72 \text{ г}$$

$$\rho_m = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$\Delta h - ?$

Шешуі: $2 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $72 \text{ г} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$.

Өртектегі сұйық құйылған қатынас ыдыстардағы сұйық деңгейлері олардың тығыздықтарына кері

пропорционал болады. Сонда $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$,

Мұндағы ρ_1 - майдың тығыздығы, h_1 - май деңгейі.

Мынадай түрлендірулер енгізейік.

$$\frac{h_2}{h_1} - 1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \quad \text{немесе} \quad \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2},$$

$$\text{мұндағы } h_2 - h_1 \neq \Delta h, \text{ сонда } \frac{\Delta h}{h_1} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \quad (1)$$

(май үшін) $h_1 = \frac{m}{\rho_1 S}$ екендігін ескерсек онда (1)-ден. $\Delta h = \frac{m(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_1 \rho_2 S}$. Есеп

шартынан $m_1 = m$ және $\rho_1 = \rho_m$; $\rho_2 = \rho_c$ болғандықтан $\Delta h = \frac{m(\rho_m - \rho_c)}{\rho_m \rho_c S}$.

$$\Delta h = \frac{7,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \left(900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)}{900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -4 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Демек, ыдыстағы су деңгейінен май деңгейі 4 см биікте болады екен.

Жауабы: $\Delta h = h_c - h_m = -4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

4.11. Төменгі беті үстелге тығыз кептелген ыдысқа сұйық құйылады. Бос ыдыстың салмағы P . Сұйық деңгейі h болғанда ыдыс жиегі үстелден ажырайды. Құйылған сұйықтың тығыздығын анықтаңдар. Ыдыс өлшемдері 8-суретте көрсетілген.

Берілгені:

$$P; h; 2r; 2R;$$

$$\rho - ?$$

Шешуі: Ыдыс жиегі үстелден ажырау үшін $F \geq P$ шарты орындалуы керек.

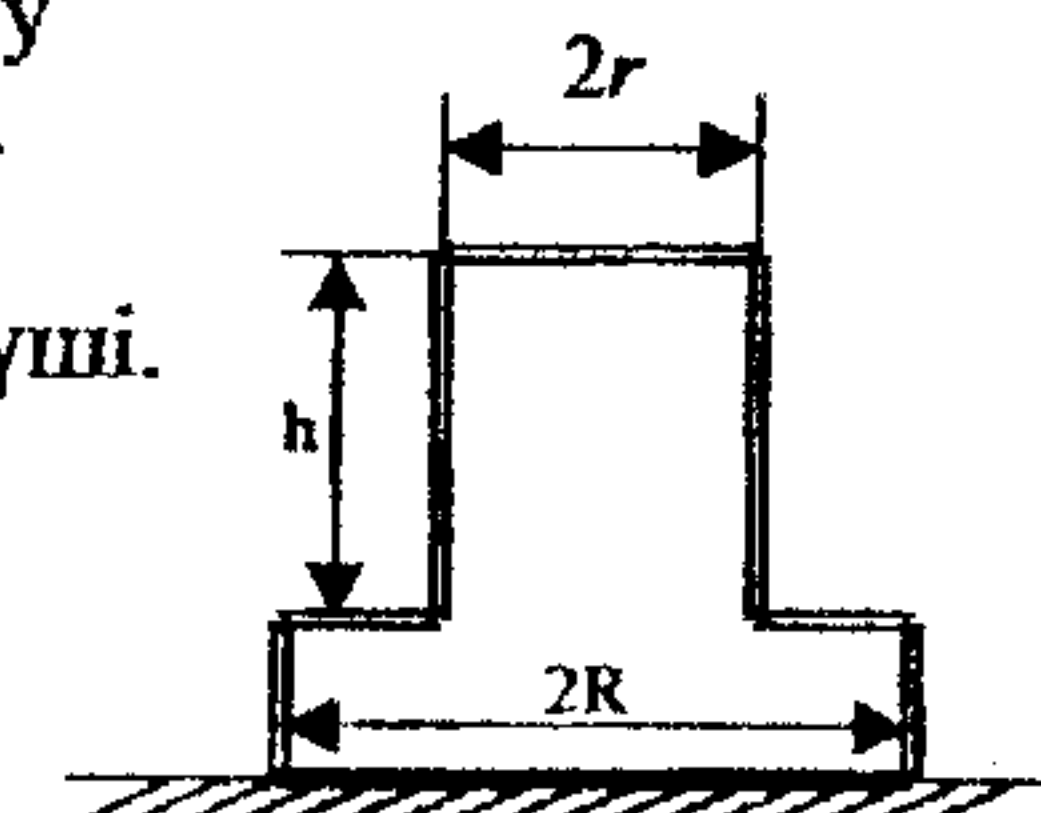
Мұндағы F - сұйық тарапынан болатын гидростатикалық қысым күші.

Сонда

$$F = \pi(R^2 - r^2)\rho gh, \text{ демек,}$$

$$\pi(R^2 - r^2)\rho gh \geq P \Rightarrow \rho \geq \frac{P}{\pi(R^2 - r^2)gh}.$$

$$\text{Жауабы: } \rho_{\min} = \frac{P}{\pi(R^2 - r^2)gh}.$$



8-сурет

4.12. S_0 - көлденең қима аудандары бірдей екі ыдыс жуандығы S түтікшесмен қосылған (9-сурет). Сонда $S_0 = 10S$. Ыдыстың біріншісіне тығыздығы $\rho_1 = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ су, екіншісіне тығыздығы $\rho_2 = 0,85 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ май құйылған. Егер судың үстіне қалыңдығы $\Delta H = 2 \text{ см}$ май құйылса, онда түтіктегі су-май шекарасы қанша $\Delta \ell$ аралыққа ығысады?

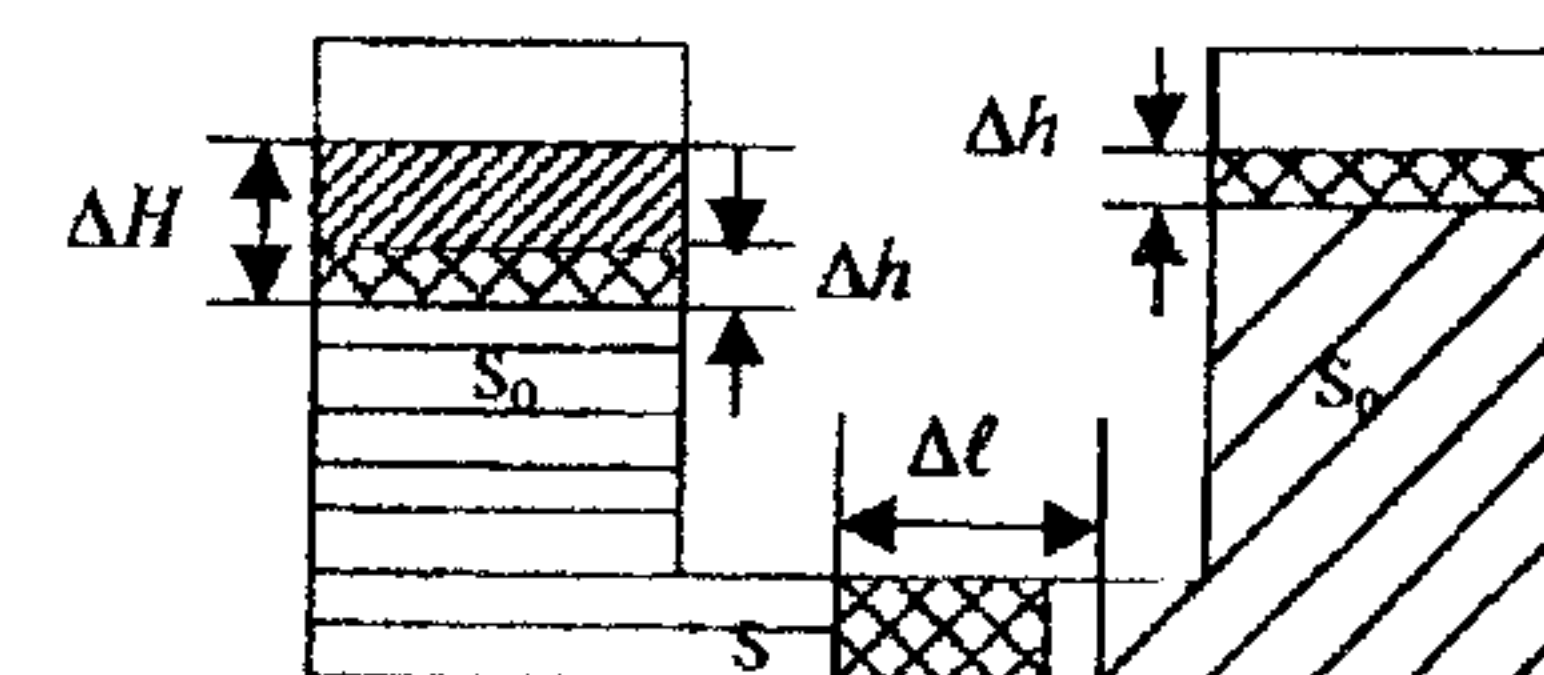
Берілгені:

$$S_0 = 10S; \Delta H = 2 \text{ см}$$

$$\rho_1 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 0,85 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\Delta \ell - ?$$



9-сурет

Шешуі: $2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Су бетіне май құйылғанда су деңгейі Δh биіктікке төмен түседі. Ал екі

ыдыстың көлденең қимасы бірдей болғандықтан екінші ыдыстағы май деңгейіде Δh биіктікке көтеріледі. Сонда $\Delta \ell$ ығысуын, ыдыстың екі жағынан қысымның өзгерісі бірдей болу шартынан табуға болады, яғни $\Delta p_1 = \Delta p_2$, мұндағы $\Delta p_1 = \Delta H \rho_2 g - \Delta h \rho_1 g$;

$$\Delta p_2 = \Delta h \rho_2 g. \text{ Осылардан } \Delta h = \frac{\Delta H \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \quad (1).$$

Екіншіден, ығысқан сұйық көлемдері бірдей болғандықтан $\Delta \ell S = \Delta h S_0 \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\Delta h S_0}{S} \quad (2).$

$$(1) \text{ және } (2) \text{ ден } \Delta \ell = \frac{\Delta H \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{S_0}{S}.$$

$$\Delta \ell = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 0,85 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \cdot \frac{10S}{S} \approx 9,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta \ell \approx 9,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

4.13. Ені 5 м, радиусы 40 м айналма арықпен су ағады. Арықтың екі жағасындағы көкжиек бойында екі манометр қойылған. Манометр көрсеткіштерінің айырымы 500 Па. Судың арықпен ағу жылдамдығын табындар.

Берілгені:	Шешуі: Қысым айырымы $\Delta p = \frac{F_1 - F_2}{S}$,
$\Delta \ell = 5 \text{ м}; R = 40 \text{ м};$	мұндағы $F_1 = m_1 a = \rho S \ell_1 a$ және $F_2 = m_2 a = \rho S \ell_2 a$,
$\Delta p = 500 \text{ Па}$	Сонда $\Delta p = \frac{\rho S a (\ell_1 - \ell_2)}{S} = \rho \Delta \ell a$.
$v = ?$	

Айналма арықта суға центрге тартқыш күш әсер етеді, сонда $a = \frac{v^2}{R}$.

$$\text{Демек } \Delta p = \rho \Delta \ell \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\Delta p R}{\rho \Delta \ell}}. \quad v = \sqrt{\frac{500 \text{ Па} \cdot 40 \text{ м}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \text{ м}}} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Жауабы: $v = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

4.14. Төртбұрышты камераның беріктігін сынау үшін, оның ішіне су құйылған. Камераның түбіне және бүйір қабырғаларына түсетін судың қысым күшін анықтаңдар. Камера өлшемдері: $a = 4 \text{ м}; b = 6 \text{ м}; h = 8 \text{ м}.$

Берілгені:	Шешуі:
$a = 4 \text{ м}; b = 6 \text{ м}; h = 8 \text{ м}$	Түбіне түсетін күші - $F_1 = \rho g h a b$;
	Бірінші бүйіріне түсетін күші -
$F_1 = ?; F_2 = ?; F_3 = ?.$	$F_2 = \frac{1}{2} \rho g h^2 a$; Екінші бүйіріне түсетін күші -

$$F_3 = \frac{1}{2} \rho g h^2 b.$$

$$F_1 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6 = 1881,6 \text{ кН}. \quad F_2 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (8)^2 \cdot 4 = 1254,4 \text{ кН}.$$

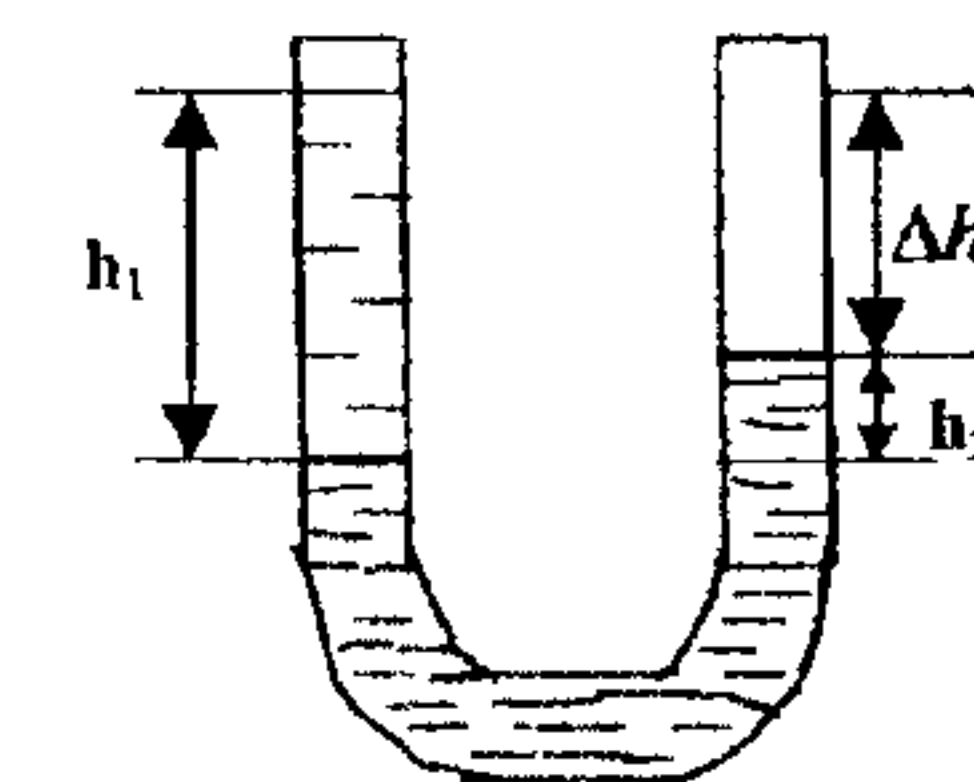
$$F_3 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (8)^2 \cdot 6 = 1881,6 \text{ кН}.$$

Жауабы: $F_1 = 1881,6 \text{ кН}; F_2 = 1254,4 \text{ кН}; F_3 = 1881,6 \text{ кН}.$

4.15. Қатынас ыдыс диаметрі 6 см екі түтікпен тұрады. Егер бірінші түтікке 0,3 литр су, екіншісіне 0,3 литр сынап құйсақ, онда түтік деңгейлерінің айырымы қандай болады? Түтікшенің иілген жеріндегі көлемі ескерілмесін.

Берілгені:	Шешуі: $6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}; 0,3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$
$d = 6 \text{ см}$	Қажетті тығыздықтың мәндері:
$V_1 = V_2 = 0,3 \text{ л}$	$\rho_1 = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{ (су)}, \rho_2 = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{ (сынап)}.$
$\Delta h = ?$	

Сұйық деңгейлерінің сұлбасы 10-суретте көрсетілген. h_1 -деңгейдегі су массасы $m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 S h_1$.



10-сурет

$$\text{Ал, } S = \frac{\pi d^2}{4} \text{ - сәндігін ескерсек } h_1 = \frac{4V}{\pi d^2}.$$

$$\text{Екінші жағынан } \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \text{ онда } h_2 = \frac{4V \rho_1}{\pi d^2 \rho_2}. \text{ Ал, } \Delta h = h_1 - h_2, \text{ онда}$$

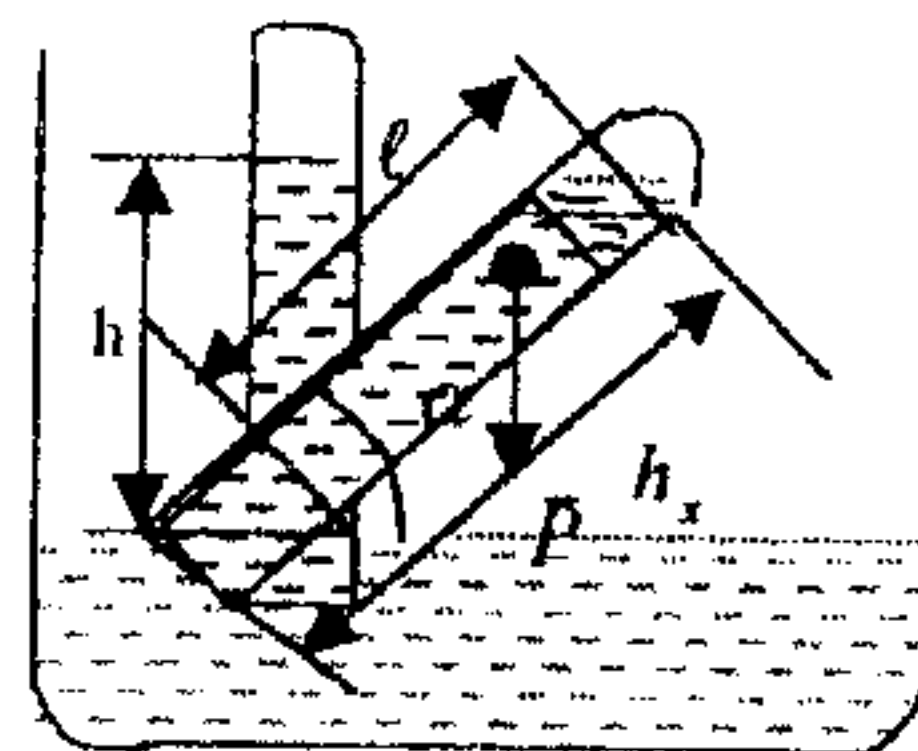
$$\Delta h = \frac{4V}{\pi d^2} - \frac{4V \rho_1}{\pi d^2 \rho_2} = \frac{4V}{\pi d^2} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right).$$

$$\Delta h = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3}{3,14 \cdot (6 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2} \left(1 - \frac{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{13,6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right) \approx 9,8 \cdot 10^{-2}$$

Жауабы: $\Delta h \approx 9,8 \text{ см}.$

4.16. Көлденең қимасы 1 см^2 барометрлік түтікті сынап құйылған ыдысқа батырған. Түтікті тік қалпынан 45° -қа еңкейткен кезде ыдыстағы сынаптың деңгейі қалай өзгереді? Ыдыс диаметрі 5 см .

Берілгені: $S_1 = 1\text{ см}^2$, $\alpha = 45^\circ$, $d = 5\text{ см}$, $h = 76\text{ см}$, $h_2 = ?$
Шешуі: $1\text{ см}^2 = 10^{-4}\text{ м}^2$; $5\text{ см} = 5 \cdot 10^{-2}\text{ м}$.
11-суретті пайдаланайық.
Мұндағы, P_n - ыдыстағы сынапқа әсер етуші күш; P - түтіктегі сынапқа әсер ететін ауырлық күші. Сонда $P_n = P \sin \alpha$.



11-сурет

Түтік ішіндегі сынаптың салмағы, атмосфералық қысым күшіне теңелгенше, сынап түтікпен жоғары көтеріледі.

Демек, $P_n = P_n$, мұндағы $P_n = \rho g h$, ал $P_n = \rho g l \sin \alpha$.

Сонда $\rho g h = \rho g l \sin \alpha \Rightarrow l = \frac{h}{\sin \alpha}$.

Ал, сынаптың түтікпен көтерілген биіктігі $\Delta l = l - h$.

Түтіктің екі жағдайы үшін $S h_2 = S_1 \Delta l$

немесе $\frac{\pi d^2}{4} h_2 = S_1 \left(\frac{h}{\sin \alpha} - h \right) \Rightarrow h_2 = \frac{4 S_1 h}{\pi d^2} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right)$.

$h_2 = \frac{4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 0,76 \text{ м}}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} \left(\frac{1}{\sin 45^\circ} - 1 \right) \approx 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Жауабы: $h_2 \approx 1,6 \text{ см}$.

4.17. Көлемі 3700 см^3 күйдірілген кірпішті суда ұстап тұру үшін қандай күш жұмсау керек?

Берілгені: $V = 3700\text{ см}^3$, $F = ?$
Шешуі: $3700\text{ см}^3 = 3,7 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$.
Күйдірілген кірпіш суда тұрғанда оған екі күш: ауырлық күші және кері итеруші күш әсер етеді.

Кірпішті суда ұстап тұру үшін қажет күш осы екі күштің айырымына тең, яғни $F = mg - F_A$.

Ал, $F_A = \rho_c g V$ және $mg = \rho_k V g$ болғандықтан $F = V g (\rho_k - \rho_c)$.

Мұндағы: $\rho_k = 1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_c = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (ρ_k - кірпіштің, ρ_c - судың тығыздығы).

$F = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) \approx 29 \text{ Н}$.

Жауабы: $F \approx 29 \text{ Н}$.

4.18. Ыдысқа тығыздықтары әртүрлі, өзара араласпайтын екі сұйық құйылған. Сұйық шегаралығында оларға толығымен батқан біртекті текше тұр. Жоғарғы сұйық тығыздығы ρ_1 , төменгі сұйық тығыздығы ρ_2 .

ал текше тығыздығы ρ және де $\rho_1 < \rho < \rho_2$. Текшенің қандай бөлігі жоғарғы сұйық ішінде орналасқан?

Берілгені: $\rho_1 < \rho < \rho_2$
Шешуі: Текшеге әсер ететін күштер 12-суретте көрсетілген.
Сонда: $Mg = \rho g \ell^3$ - ауырлық күші;

$V_1 = ?$

$F_1 = \rho_1 g (h - x) \ell^2$ - текшенің жоғарғы бетіне әсер ететін күш;

$F_2 = [\rho_1 g h + \rho_2 g (\ell - x)] \ell^2$ - текшенің төменгі бетіне әсер ететін күш.

Мұндағы: h - жоғарғы сұйық деңгейі;

x - текшенің жоғарғы сұйық ішіндегі деңгейі;

ℓ - текше қырларының өлшемі.

Текше тепе-теңдікте болуы үшін.

$F_2 = F_1 + Mg$ немесе $[\rho_1 g h + \rho_2 g (\ell - x)] \ell^2 = \rho_1 g (h - x) \ell^2 + \rho g \ell^3 \Rightarrow \frac{x}{\ell} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}$ (1)

Екіншіден, текшенің $V_1 = \ell^2 x$ көлемі жоғары сұйықтық орналасқандықтан,

бұл барлық көлемнің (2) $\frac{V_1}{V} = \frac{\ell^2 x}{\ell^3} = \frac{x}{\ell}$ бөлігі екендігін ескерсек, (1) және

(2) ден $\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}$.

Жауабы: $\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}$.

4.19. Иіңтірек салмағы әртүрлі, бірақ көлемі бірдей денсмен өзара теңестірілген (13-сурет). Егер денелердің екеуінде біртекті сұйыққа толық батырсақ, иіңтіректің тепе-теңдігі бұзыла ма?

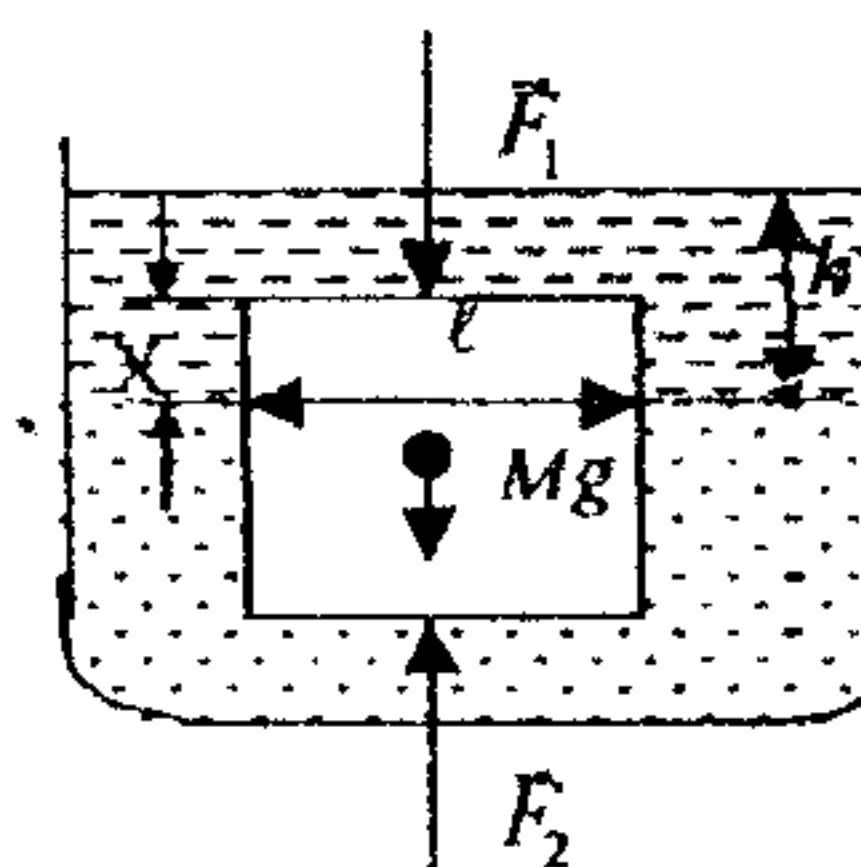
Берілгені: $\rho_1 \neq \rho_2$; $V_1 = V_2$
Шешуі: Иіңтірек тепе-теңдігінің шарты $m_1 g \ell_1 = m_2 g \ell_2$.

Денелер сұйыққа батырылғаннан кейін, енді оларға сұйық тарапынан Архимед күші әсер етеді. Сонда,

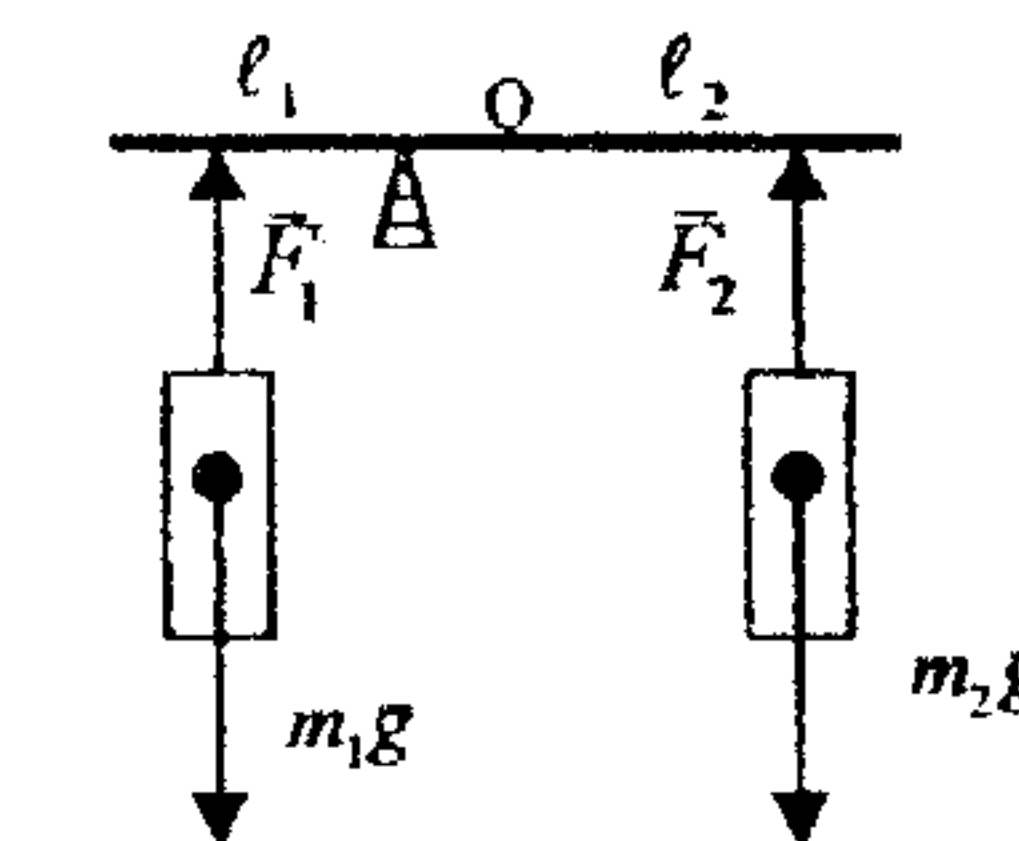
тепе-теңдігі бұзыла ма?

$(m_1 g - F_1) \ell_1 \neq (m_2 g - F_2) \ell_2$, өйткені $F_1 = F_2$ болғанымен $m_1 g \neq m_2 g$. Сондықтан иіңтіректің тепе-теңдігі бұзылады.

Жауабы: Иіңтірек тепе-теңдігі бұзылады.



12-сурет



13-сурет

4.20. Дене суда P_1 , керосинде P_2 салмақ тартады. Осы дененің глицериндегі салмағын анықтаңдар. Судың тығыздығы $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, керосиндікі $800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ал глицериндікі $1250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:	Шешуі: Есеп шарты бойынша
$P_1; P_2; \rho_1 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$	$\begin{cases} P_1 = P - F_{11} \\ P_2 = P - F_{12} \\ P_3 = P - F_{13} \end{cases}$ немесе $\begin{cases} P_1 = P - \rho_1 g V \\ P_2 = P - \rho_2 g V \\ P_3 = P - \rho_3 g V \end{cases}$
$\rho_2 = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \rho_3 = 1250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$P_3 = ?$	

Мұндағы, P -дененің ауадағы салмағы. Теңдеулер жүйесін P_3 -ке салыстырғанда шешсек.

$$P_3 = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} P_1 - \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_1 - \rho_2} P_2.$$

$$P_3 = \frac{1250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} P_1 - \frac{1250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} P_2 = 2,25 P_1 - 1,25 P_2.$$

Жауабы: $P_3 = 2,25 P_1 - 1,25 P_2$.

4.21 Мұзтаудың су үстіндегі көлемі $V_1 = 500 \text{ м}^3$. Мұзтаудың толық көлемін табыңдар. Мұз тығыздығы $\rho_1 = 0,92 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, теңіз суынікі $\rho_2 = 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:	Шешуі: Мұзтауға әсер ететін кері итеруші күш
$V_1 = 500 \text{ м}^3.$	$F_A = \Delta V \rho_2 g$, мұндағы ΔV -мұзтаудың суға батқан
$\rho_1 = 0,92 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	көлемі және де $\Delta V = V - V_1$. Демек,
$\rho_2 = 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$F_A = (V - V_1) \rho_2 g \quad (1)$
$V = ?$	Екінші жағынан мұзтау тепе-теңдікте болғанда
	$(2) P = F_A$, P -мұзтаудың салмағы, яғни $P = V \rho_1 g \quad (3)$.
	$(1) \text{ және } (3) \text{ тен } (V - V_1) \rho_2 g = V \rho_1 g \Rightarrow V = \frac{V_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}$

$$V = \frac{500 \text{ м}^3 \cdot 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 0,92 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 4680 \text{ м}^3.$$

Жауабы: $V \approx 4680 \text{ м}^3$.

4.22. Қорғасыннан құйылған іші қуыс шар суда тең жартысына дейін батып жүзін жүр. Шар ішіндегі қуыстың көлемін тап. Шар массасы $m_1 = 5 \text{ кг}$. Қорғасын тығыздығы $\rho_1 = 11,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:	Шешуі: Іші бос шардың толық көлемі $V = V_1 + V_x \quad (1)$
$m_1 = 5 \text{ кг}$	Мұндағы, V_1 -қорғасын көлемі, V_x -қуыс көлемі.
$\rho_1 = 11,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Қорғасын шардың судағы тепе-теңдік шартын
$\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	пайдалансақ, онда
$V_x = ?$	$P_1 = F_A \text{ немесе } m_1 g = \rho_2 \frac{V}{2} g \quad (2).$

$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$ экендігін ескеріп (1) және (2) - ден.

$$m_1 g = \rho_2 g \left(\frac{m_1}{\rho_1} + V_x \right) \Rightarrow V_x = m_1 \left(\frac{2}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right).$$

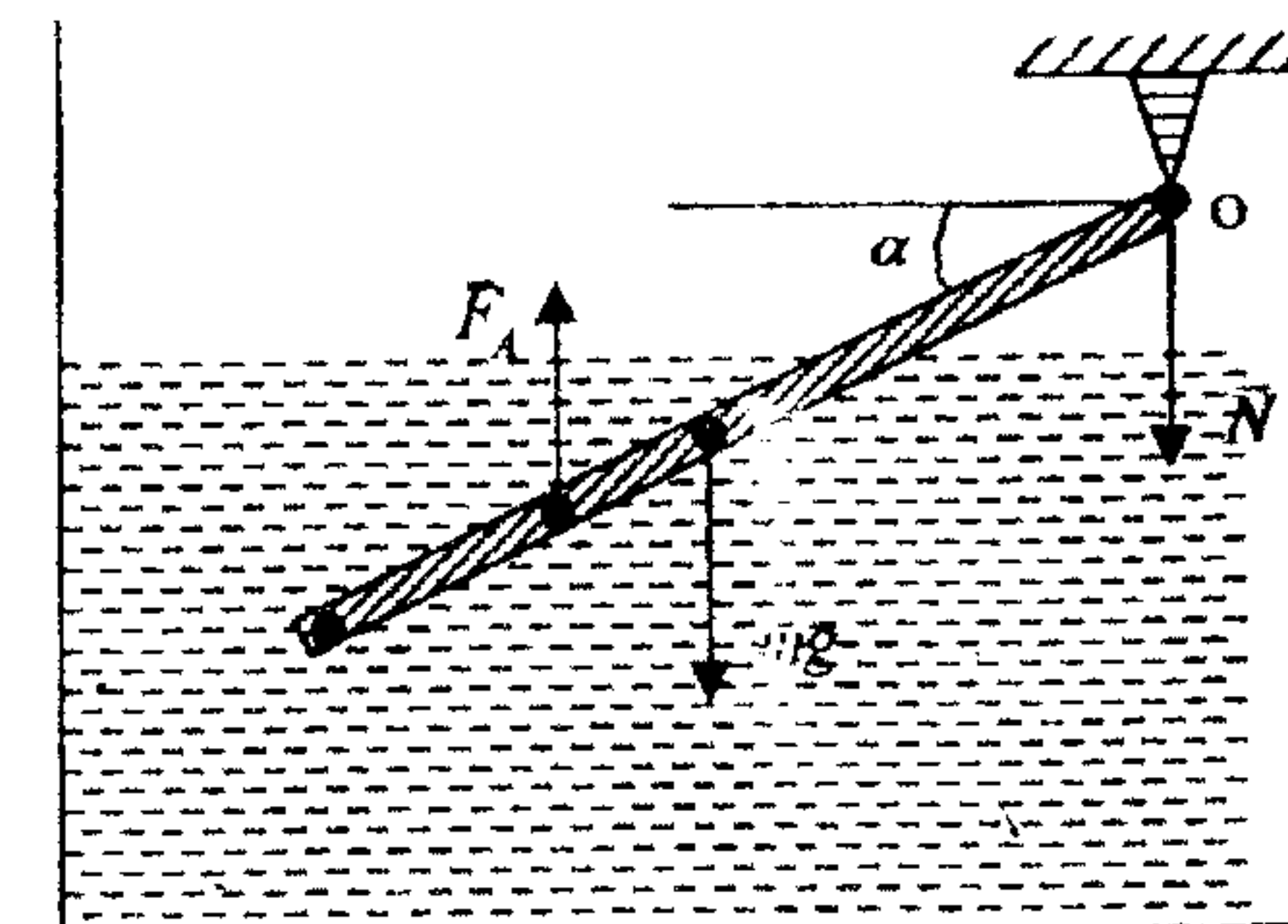
$$V_x = 5 \text{ кг} \left(\frac{2}{1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} - \frac{1}{11,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right) \approx 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Жауабы: $V_x \approx 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

4.23. Бір ұшы топсамен О нүктесіне бекітілген ұзындығы $\ell_0 = 20 \text{ см}$ ағаш шыбықшаның екінші ұшы суға батырылған (14-сурет). Шыбықшаның қандай бөлігі суға батқанда ол тепе-теңдікте болады? Ағаш шыбықшаның тығыздығы $\rho = 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:	Шешуі: $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}.$
$\ell_0 = 20 \text{ см}.$	
$\ell = ?$	

Шыбықшаға әсер ететін күштер:
 mg -ауырлық күші;
 F_A -Архимед күші;
 N -топсанын реакция күші.
 Шыбықша тепе-теңдікте болуы үшін О нүктесіне салыстырғанда күш моменттерінің қосындысы нөлге тең болуы керек.



14-сурет

$$M_1 + M_2 = 0 \text{ немесе } F_1 \ell_1 = mg \ell_2 (1).$$

$$\text{Мұндағы } \ell_1 = \left(\ell_0 - \frac{\ell}{2} \right) \cos \alpha \text{ және } \ell_2 = \frac{\ell_0}{2} \cos \alpha (2)$$

(1) және (2) ден, сондай-ақ $F_1 = \rho_c g S \ell$; $mg = \rho_a S \ell_0 g$ екендігін ескерсек

$$\rho_c g S \ell \left(\ell_0 - \frac{\ell}{2} \right) \cos \alpha = \rho_a S \ell_0 g \cdot \frac{\ell_0}{2} \cos \alpha \Rightarrow \ell^2 - 2\ell_0 \ell + \ell_0^2 \left(\frac{\rho_a}{\rho_c} \right) = 0 \Rightarrow \ell = \ell_0 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{\rho_a}{\rho_c}} \right) \text{ Ес}$$

еп мазмұны бойынша $\ell(\ell_0)$, онда $\ell = \ell_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho_a}{\rho_c}} \right)$.

$$\ell = 0,2 \text{ м} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \right) \approx 0,11 \text{ м}.$$

Жауабы: $\ell \approx 0,11 \text{ м}$.

4.24. Массасы $m = 75 \text{ кг}$ адамды су үстінде ұстап тұруға мүмкіндік беретін, қалыңдығы $h = 40 \text{ см}$ жалпақ мұздың қандай ең аз бет ауданы болуы керек?

Берілгені: $m = 75 \text{ кг}$; $h = 40 \text{ см}$ | Шешуі: $40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$, Үстінде адам тұрған жалпақ мұздың тепе-теңдікте болу шарты.
 $F_A = P_a + P_a$.

$S = ?$

Мұндағы: $F_A = \rho_c g S h$. (Архимед күші); $P_a = \rho_a S h g$ (мұздың салмағы); $P_a = mg$ (адам салмағы).

$$\text{Сонда } \rho_c g S h = \rho_a S h g + mg \Rightarrow S = \frac{m}{(\rho_c - \rho_a) h} = \frac{75 \text{ кг}}{\left(10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) \cdot 0,4 \text{ м}} \approx 2,3 \text{ м}^2;$$

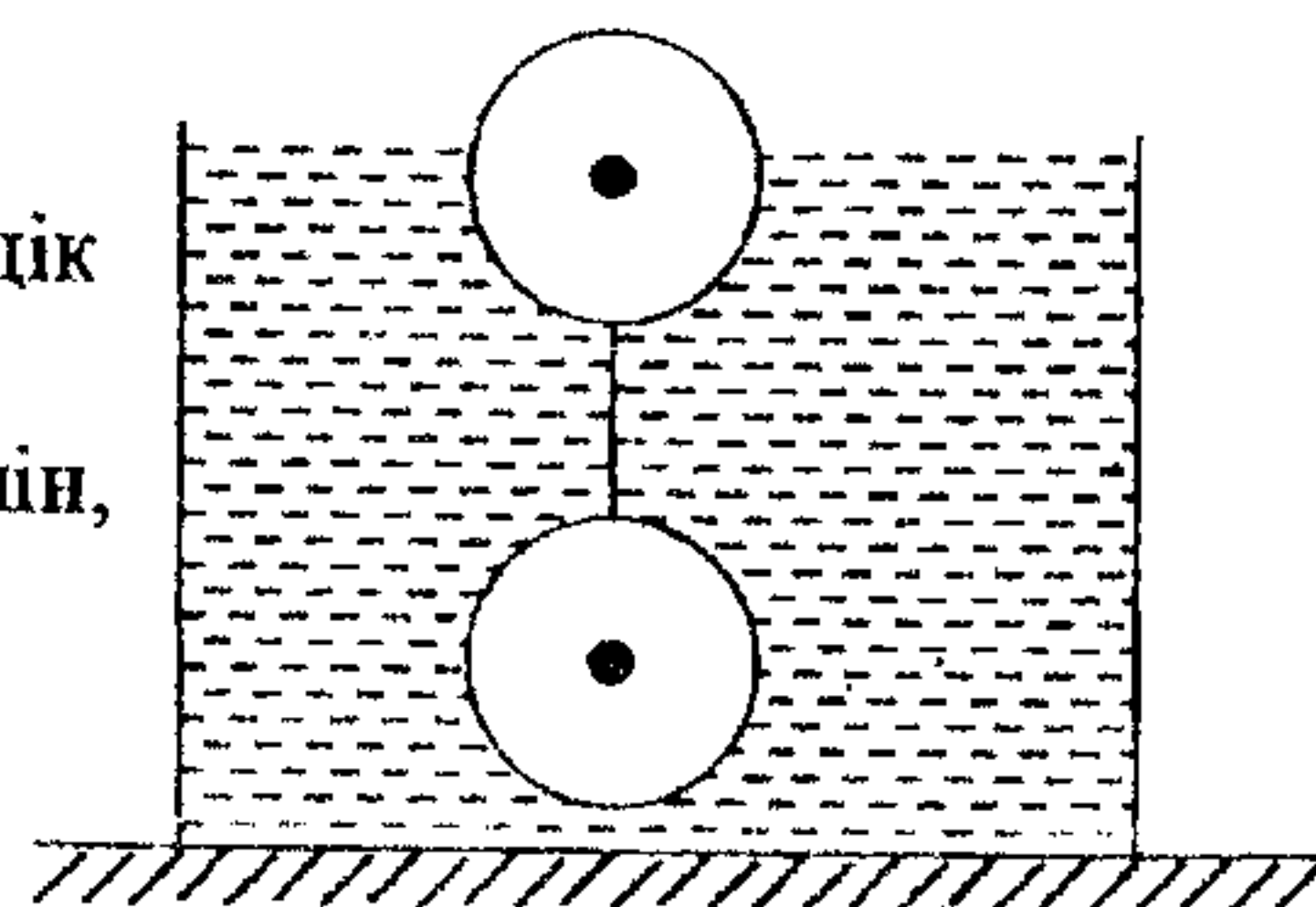
Жауабы: $S \approx 2,3 \text{ м}^2$.

4.25. Көлемдері $V = 10 \text{ см}^3$ болатын екі шарды біріктіріп тұрған жіптің керілу күшін табындар (15-сурет). Жоғарғы шар суға жартылай батып тұр. Төменгі шар жоғарғыдан үш есе ауыр.

Берілгені: $V_1 = V_2 = V = 10 \text{ см}^3$ | Шешуі: $10 \text{ см}^3 = 10^{-5} \text{ м}^3$.
 $m_2 = 3m_1$ | Шар жүйесінің тепе-теңдік шартын жазайық.
 $T = ?$ | Сонда: жоғарғы шар үшін,

$$F_A - T - m_1 g = 0 \text{ немесе } g \rho \left(\frac{V}{2} \right) = T + m_1 g,$$

төменгі шар үшін,



15-сурет

$$F_A + T - m_2 g = 0 \text{ немесе } g \rho V + T = m_2 g$$

Енді $m_2 = 3m_1$ екендігін ескеріп (1) және (2) ден

$$\begin{cases} g \rho V - 2T = 2m_1 g \\ g \rho V + T = 3m_1 g \end{cases} \Rightarrow T = \frac{\rho V g}{8}$$

$$T = \frac{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{8} \approx 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

Жауабы: $T \approx 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$.

4.26. Темір түйіршігінің су ішіндегі салмағы $P_0 = 0,17 \text{ Н}$. Егер темір тығыздығы $\rho = 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ болса, оның көлемін табындар.

Берілгені: $P_0 = 0,17 \text{ Н}$ | Шешуі: $7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Су ішіндегі темір түйіршігі
 $\rho = 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ | тепе-теңдікте болғандықтан $P_0 = P - F_A$, мұндағы
 $P_0 = 0,17 \text{ Н}$ | P -темірдің ауадағы салмағы;
 $V = ?$

F_A -түйіршікке әсер ететін Архимед күші. Ал, $P = \rho V g$ және $F_A = \rho_c V g$ болғандықтан

$$P_0 = \rho V g - \rho_c V g \Rightarrow V = \frac{P_0}{g(\rho - \rho_c)} = \frac{0,17 \text{ Н}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

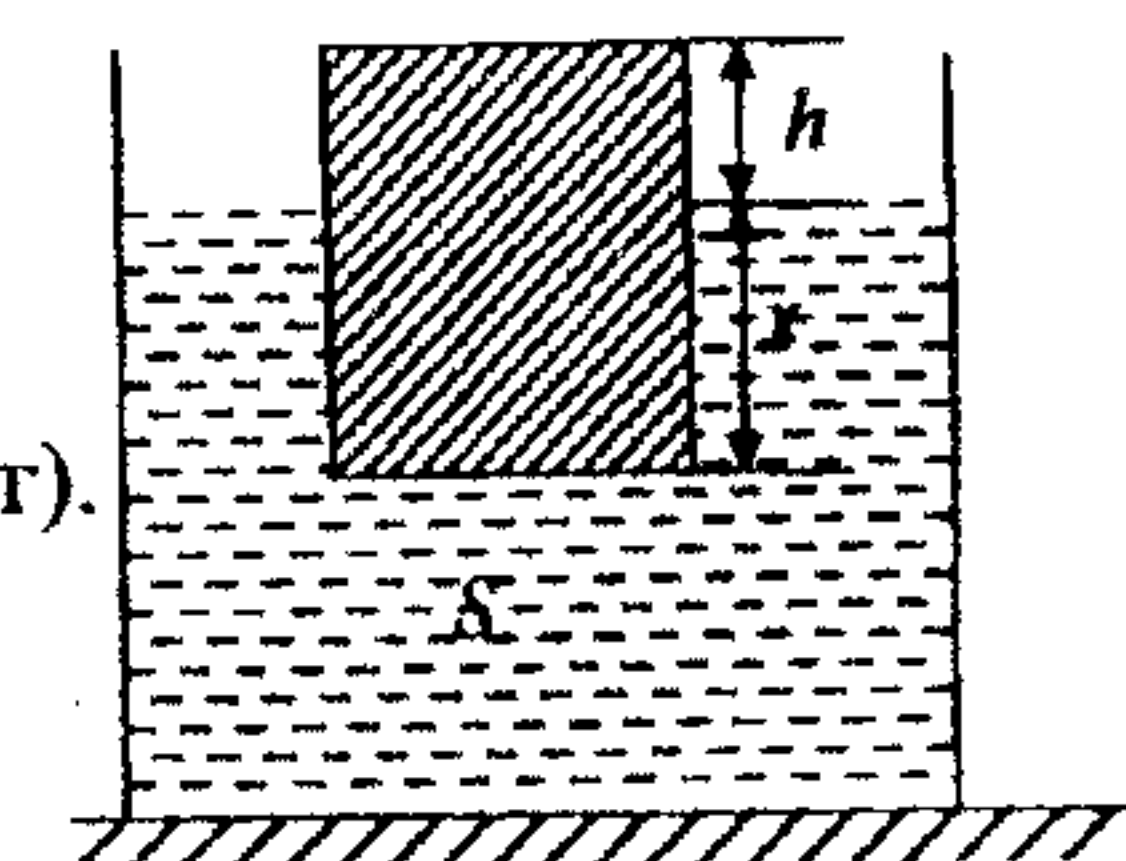
Жауабы: $V = 2,5 \text{ см}^3$.

4.27. Қалыңдығы біртекті мұз кесегі су бетінен $h = 2 \text{ см}$ биіктікке шығып жүзіп жүр. Егер оның табан ауданы $S = 200 \text{ см}^2$ болса, мұз кесегінің массасын табындар. Мұз тығыздығы $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені: $h = 2 \text{ см}$; $S = 200 \text{ см}^2$ | Шешуі: $2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$;
 $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ | $200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$.
 $m = ?$ | Мұздың су ішіндегі бөлігінің биіктігін x деп белгілейік (16-сурет).
Сонда мұз кесегінің массасы

$$m = \rho V = \rho S(h + x) (1).$$

Ал, мұз су бетінде жүзіп жүргендіктен мұздың салмағы Архимед күшінің модуліне тең болады, яғни $P = F_A$ немесе $g \rho S(h + x) = g \rho_c S x (2)$



16-сурет

және (2) ден $x = \frac{\rho h}{\rho_c - \rho}$ немесе $m = \rho \rho_c S h \left(\frac{1}{\rho_c - \rho} \right)$.

$$m = \frac{0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{\left(1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)} \approx 3,6 \text{ кг}.$$

Жауабы: $m \approx 3,6 \text{ кг}$.

4.28. Радиусы $R = 0,15 \text{ м}$, массасы $M = 10 \text{ кг}$, көлемі $V = 0,0141 \text{ м}^3$ шарға ұзындығы $\ell = 3 \text{ м}$, массасы $m = 9 \text{ кг}$ шынжыр байланып тереңдігі $H = 3 \text{ м}$ суатқа тасталған. Сонда шар су ішінде тұр. h_0 биіктікті табындар. Темір тығыздығы судікінен 7,85 есе артық деп есептендер.

Берілгені: Шар су ішінде тепе-теңдікте болуы үшін, шар-шынжыр жүйесінде мына теңдік орындалады

$R = 0,15 \text{ м}; M = 10 \text{ кг};$
 $V = 0,0141 \text{ м}^3; \ell = 3 \text{ м}$
 $m = 9 \text{ кг}; H = 3 \text{ м}$
 $\rho_2 = 7,85 \rho_1$

$h_0 = ?$

$$P = F_A \text{ немесе } \left(M + m \frac{h-R}{\ell} \right) g = \rho_1 \left(V + \frac{m(h-R)}{\rho_2 \ell} \right) g \Rightarrow h = \frac{(\rho_1 V - M)}{m \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)} \ell - R.$$

Демек $h_0 = H - \frac{(\rho_1 V - M)}{m \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)} \ell + R.$

$$h_0 = 3 \text{ м} - \frac{\left(10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,0141 \text{ м}^3 - 10 \text{ кг} \right)}{9 \text{ кг} \left(1 - \frac{1}{7,85} \right)} \cdot 3 \text{ м} + 0,15 \text{ м} \approx 1,4 \text{ м}.$$

Жауабы: $h_0 \approx 1,4 \text{ м}$.

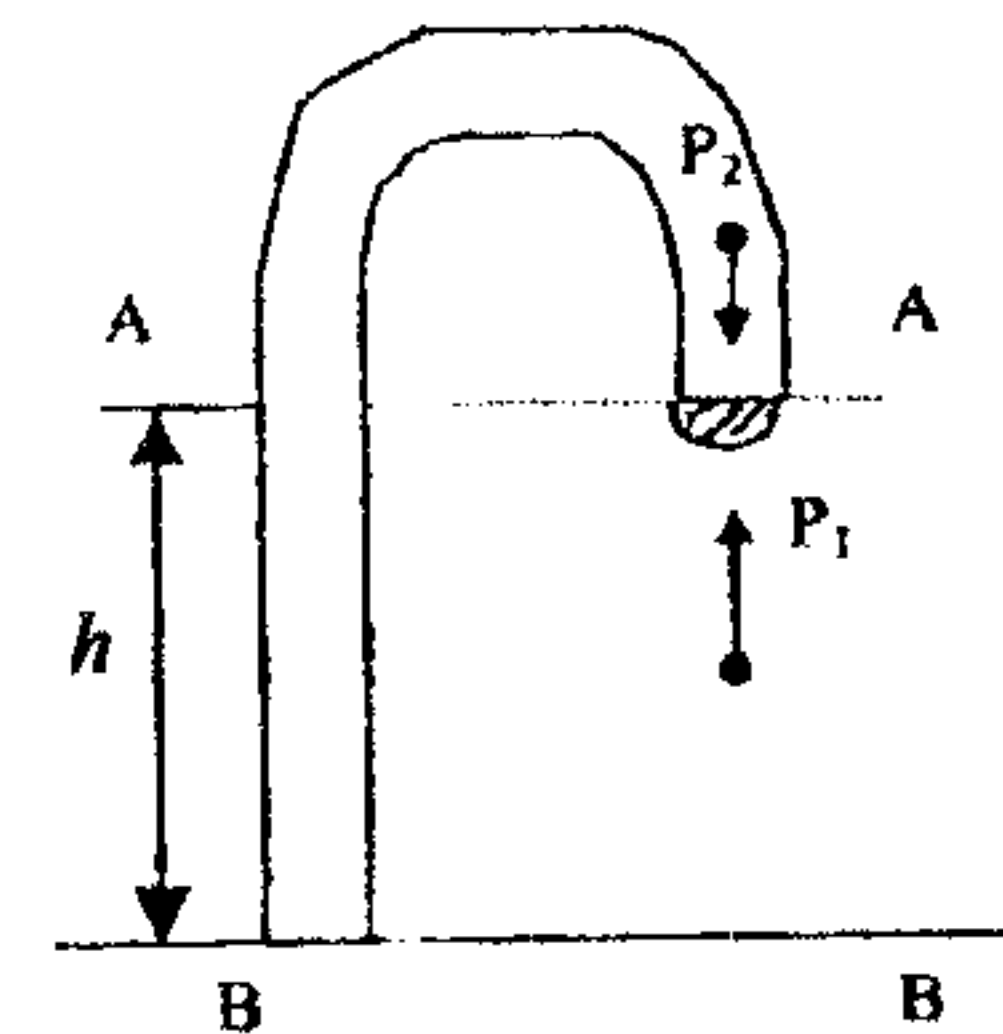
4.29. Автомашина камерасын көтеріп келе жатқан адам, Архимед күші әсерінен оның салмағын кеміту мақсатында камераға жел ұру арқылы көлемін арттырды. Адамның мақсаты орындалды ма? Жауабы: Адам мақсатын орындай алған жоқ, өйткені камера көлемі үлкейіп Архимед күші артқанымен, камера ішіндегі ауа тығыздығының артуы есебінен оның салмағы көбейеді.

4.30. Қайсысын су ішінде ұстап тұру қиын: массалары бірдей болатын темірді ме әлде кірпішті ме?

Жауабы: Темірді, өйткені су тарапынан болатын Архимед күші оған кірпішке қарағанда аз болады.

4.31. Сутегі толтырылған имек түтікшенің ұзын сирағының ауызы ашық (18-сурет). Қысқа тірсектің ауызына керілген резина қабықша қай жаққа қарай торсияды?

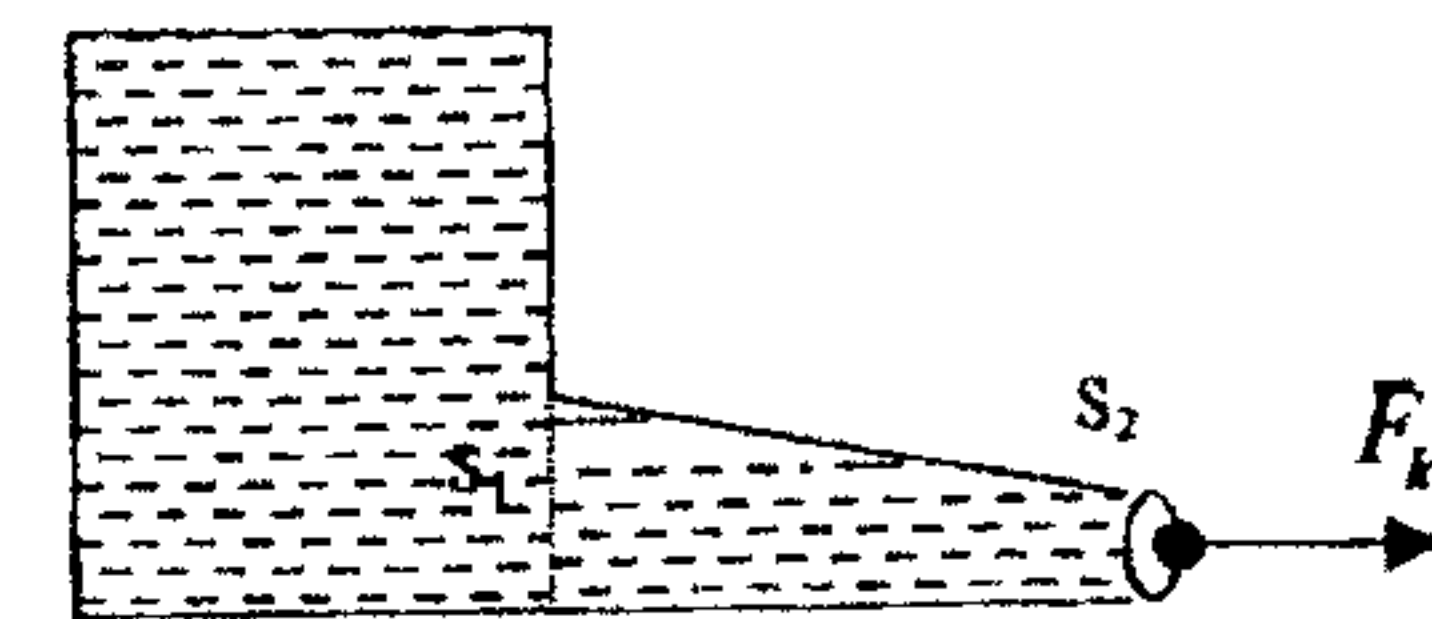
Шешуі: Керілген қабықшаға түтікше ішінде сутегі жағынан P_2 , ал қабық сыртынан болатын P_1 қысымдар айырымының бағытына байланысты резина қабықшаның торсию бағытын анықтауға болады. Сонда $P_1 = P_0 - \rho_a g h$, ал $P_2 = P_0 - \rho_c g h$, мұндағы P_0 - ВВ деңгейдегі ауа қысымы. Ал, $\rho_a > \rho_c$ болғандықтан $P_1 < P_2$, демек резина қабыршақ сыртқа қарай торсияды.



18-сурет

4.32. Кең ыдыстың бүйір қабырғасына конус ішінді түтікше жапсырылған (19-сурет). Көлденең қимасының ауданы $S_1 = 5 \text{ см}^2$ және $S_2 = 1 \text{ см}^2$ болып өзгертін осы түтіктен су ағады. Ыдыстағы судың деңгейі түтіктегіден 5 м жоғары. Суды түтіктен итеріп шығаратын күштің көкжиек бағытындағы құраушысын табындар.

Берілгені: $S_1 = 5 \text{ см}^2; S_2 = 1 \text{ см}^2;$
 $h = 5 \text{ м}$
 $F_k = ?$



19-сурет

Шешуі: S_2 -бет ауданы ыдыстың көлденең қимасымен салыстырғанда өте аз болғандықтан, сұйықтың потенциалдық энергиясы шыққан судың кинетикалық энергиясына толығымен айналады, демек

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Мұндағы, v_2 - судың шығу жылдамдығы. Оны ыдыстың S_1 қимасындағы су жылдамдығының үздіксіздік теңдеуінен табамыз, сонда

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{v_2 S_2}{S_1} \quad (2)$$

Ал, Бернулли теңдеуінен

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (3)$$

Мұндағы, p_1 - судың S_2 қимасындағы асқын қысымы.

Сонда, (1), (2) және (3) - ден $p_1 = \frac{\rho gh}{S_1^2} (S_1^2 - S_2^2)$.

Ал, $F_k = p_1 S_1$ демек $F_k = \frac{\rho gh}{S_1} (S_1^2 - S_2^2)$.

Жауабы: $F_k = \frac{\rho gh}{S_1} (S_1^2 - S_2^2)$.

4.33. Көкжиек жазықтығында орналасқан сорғының қақпағына $F = 20H$ күш түсіріледі. Қақпақ ауданы $S = 10\text{см}^2$ болса, онда сорғы ұшынан шығатын судың шапшу жылдамдығы неге тең болады?

Берілгені: $F = 20H$; $S = 10\text{см}^2$; v - ?
Шешуі: $10\text{см}^2 = 10^{-3}\text{м}^2$.
Бернулли теңдеуін $h = 0$ жағдайы үшін жазсақ
 $p = \rho \frac{v^2}{2}$.

Ал, $p = \frac{F}{S}$ болғандықтан $\frac{F}{S} = \rho \frac{v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2F}{S\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20H}{10^{-3}\text{м}^2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \approx 6,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Жауабы: $v \approx 6,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4.34. Цилиндр пішінді ыдыс түбінде, диаметрі $d = 1\text{см}$ тесік бар. Егер ыдыстың өз диаметрі $D = 0,5\text{м}$ болса, онда тесіктен ағып шығатын сұйық жылдамдығының ондағы су деңгейіне тәуелділігін көрсетіңдер. $h = 0,2\text{м}$ болғанда осы жылдамдықтың сан мәнін табыңдар.

Берілгені: $d = 1\text{см}$; $D = 0,5\text{м}$; $h = 0,2\text{м}$; $v = f(h)$; $v_1(0,2)$ - ?
Шешуі: $1\text{см} = 1 \cdot 10^{-2}\text{м}$.
Белгілеулер енгізейік:
 S_1 - ыдыс түбінің ауданы

S_2 - тесіктің ауданы; v_1 - ыдыстағы су деңгейінің төмендеу жылдамдығы; v_2 - судың тесіктен шығу жылдамдығы. Бернулли теоремасы бойынша

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \text{ немесе } v_1^2 + 2gh = v_2^2 \quad (1)$$

Сұйықтықтың үзіліссіздік теоремасы негізінде (2) $S_1 v_1 = S_2 v_2$ деп жазуға болады. Сонда (1) және (2)ден $v_1 = \frac{S_2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}$. Ал, $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ және $S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$

екендігін ескерсек, онда $v_1 = \frac{d^2 \sqrt{2gh}}{D^2 - d^2}$. $d \ll D$ болғандықтан $v_1 \approx \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh}$.

$h = 0,2\text{м}$ болғанда $v(0,2) \approx \frac{(10^{-2}\text{м})^2}{(0,5\text{м})^2} \cdot 2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,2\text{м} \approx 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Жауабы: $v_1 \approx \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh}$; $v(0,2) \approx 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4.35. Қима ауданы $S_0 = 1,5\text{см}^2$ құбырдан су атқылып төгіледі. Судың шығыны $Q = 60 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$. Түтік ұшынан $h = 2\text{м}$ биіктікте су ағынының қимасын табыңдар.

Берілгені: $S_0 = 1,5\text{см}^2$; $Q = 60 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$; $h = 2\text{м}$
Шешуі: $1,5\text{см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4}\text{м}^2$;
 $60 \frac{\text{л}}{\text{мин}} = 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$.

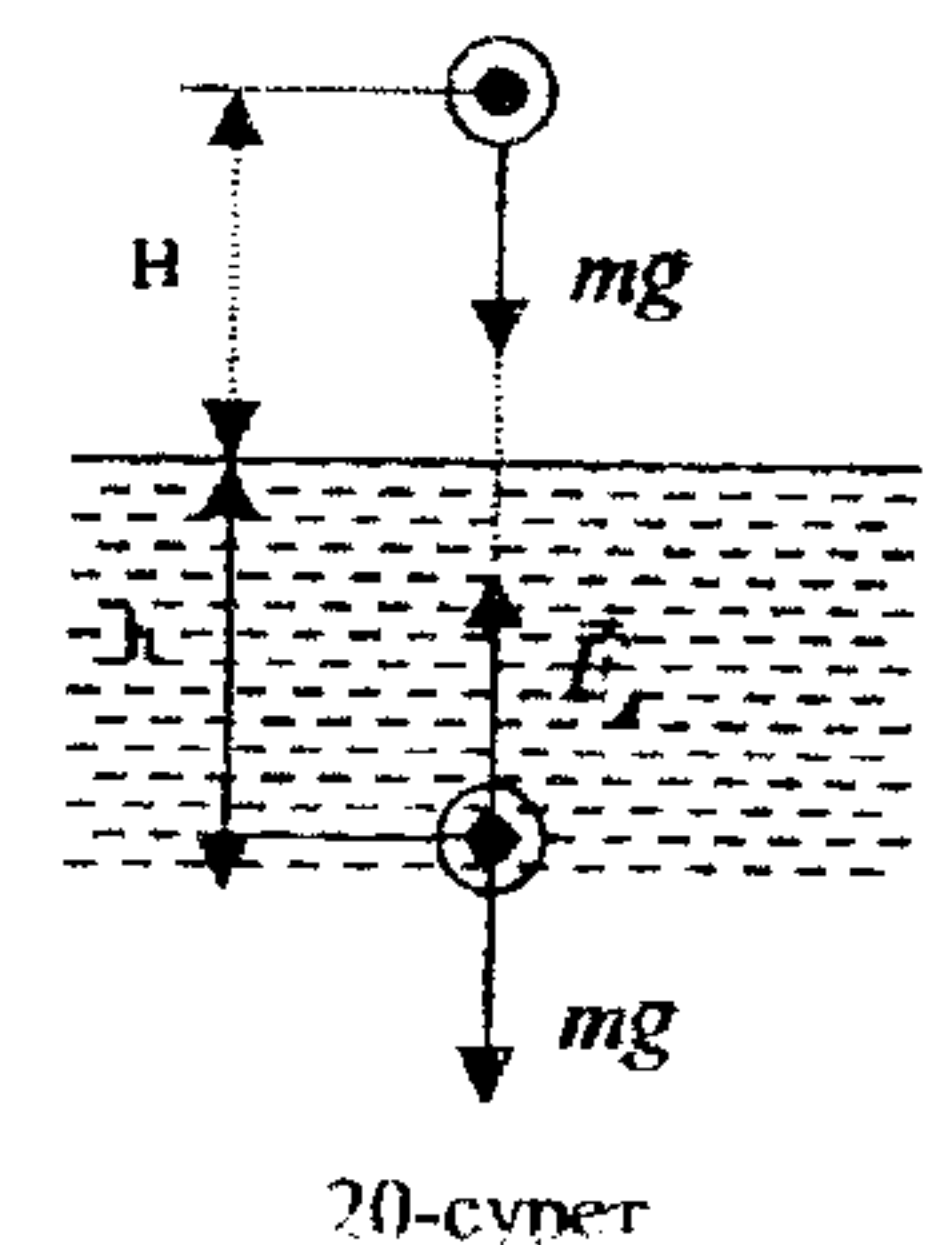
Бернулли заңынан судың құбырдан шығу жылдамдығы (1) $v_0 = \frac{Q}{S_0}$. Ал, үзіліссіздік теоремасы бойынша (2) $v_0 S_0 = v S$, мұндағы v - судың h биіктіктегі жылдамдығы. Бұл жылдамдықты қозғалыс теңдеуінен табамыз, сонда $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$ (3)

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } S = \frac{Q}{\sqrt{\left(\frac{Q}{S_0}\right)^2 - 2gh}} = \frac{10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{\sqrt{\left(\frac{10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{1,5 \cdot 10^{-4} \text{м}^2}\right)^2 - 2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2\text{м}}} \approx 4,37 \cdot 10^{-4} \text{м}^2.$$

Жауабы: $S \approx 4,37 \cdot 10^{-4} \text{м}^2$.

4.36. Радиусы R , массасы m резина допты h тереңдікке суға батырып қайта жіберген. Доп су бетінен қандай биіктікке ырышды? Ауа және су кедергілері ескерілмесін.

Берілгені: R ; m ; h
Шешуі: Допқа әсер ететін күштерді көрсетейік (20-сурет). mg - ауырлық күші (ауада). F_A - Архимед күші (суда). Доп қозғалысы кезінде үйкелісті ескермесек, энергияның сақталу заңы бойынша $F_A \cdot h = mgh + mgH$.
Ал, $F_A = \rho_c \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ екендігін ескерсек, онда $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_c h = mgh + mgH \Rightarrow H = \frac{(4\pi R^3 \rho_c - 3m)h}{3m}$.



20-сурет

$$\text{Жауабы: } H = \frac{(4\pi\rho_e R^3 - 3m)h}{3m}$$

4.37. Диаметр $d = 1 \text{ см}$ түтіктен $v = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен шыққан су ағыны тік қабырғаға перпендикуляр соғады. Ағын соққысын абсолют серпінсіз деп есептеп, оның қабырғаға жасайтын қысым күшін анықтаңдар.

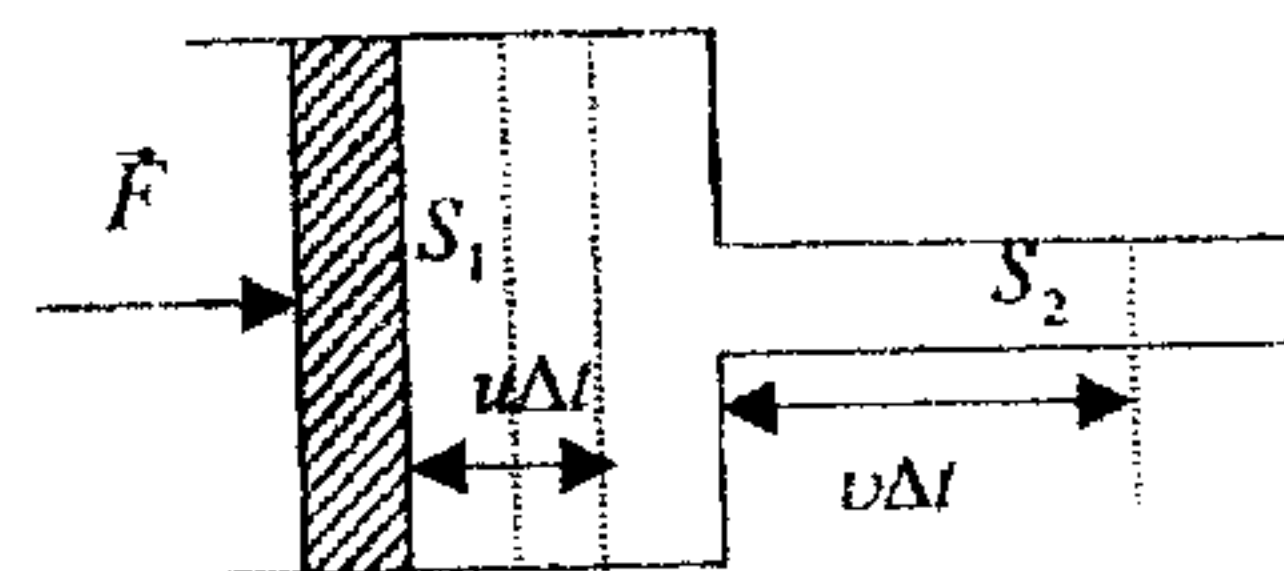
Берілгені: $d = 1 \text{ см}; v = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $F - ?$
 Шешуі: $k_c = 1 \cdot 10^{-2}$.
 Абсолют серпінсіз соққы үшін Ньютонның екінші заңын жазсақ (1) $\Delta m \cdot v = F \cdot \Delta t$ мұндағы, Δm - түтіктің қимасы арқылы Δt уақыт ішінде ағып өткен су массасы. Ол (2) $\Delta m = \frac{\pi \rho d^2 v \Delta t}{4}$ өрнегімен анықталады. Сонда (1) және

$$(2) \text{ ден } F = \frac{\pi \rho d^2 v^2}{4} \cdot F = \frac{3,14 \cdot 10^3 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (1 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2}{4} \approx 8 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F \approx 8 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

4.38. 21-суретте көкжиек жазықтығында жатқан сорғы көрсетілген. Егер үлкен қақпақ F күннің әсерінен тұрақты жылдамдықпен оңға қарай қозғалса, онда сорғыдан шығатын сұйық жылдамдығын анықтаңдар. Сұйық тығыздығы ρ , қақпақ аудандары S_1 және S_2 .

Берілгені: $F; \rho; S_1; S_2$
 $v - ?$
 Шешуі: Үлкен қақпақ Δt уақыт ішінде $u \Delta t$ қашықтыққа орын ауыстырады да F күші $A = F \cdot u \cdot \Delta t$



21-сурет

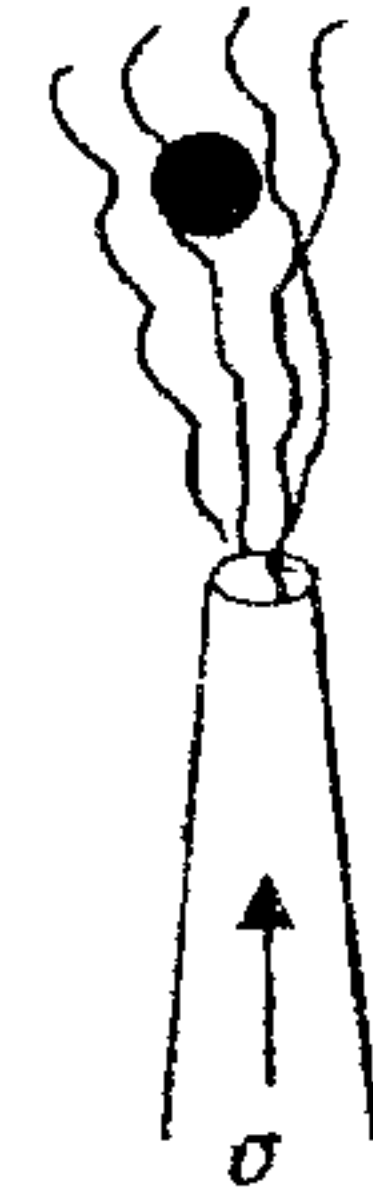
жұмысын істейді. Сұйықтың үзіліссіздік теоремасынан (2) $S_1 u = S_2 v$.

Сонда Δt уақыт ішіндегі сұйықтың кинетикалық энергиясының өзгерісі істелген A жұмысқа тең, яғни $\Delta W_k = A$ немесе $\frac{m \Delta v^2}{2} = F \cdot u \cdot \Delta t$. Ал, $m = \rho S_1 \cdot u \cdot \Delta t$ және $\Delta v^2 = (v^2 - u^2)$ екендігін ескерсек, онда $\rho S_1 u \Delta t \left(\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = F u \Delta t$ (3) -ні ескеріп (3)-ті қайта жазайық,

$$\text{сонда } v = \sqrt{\frac{2F}{S_1 \rho \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right)}}. \text{ Шекті жағдайда, яғни } S_2 \ll S_1 \text{ болғанда } v \approx \sqrt{\frac{2F}{S_1 \rho}}.$$

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{2F}{S_1 \rho \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right)}}.$$

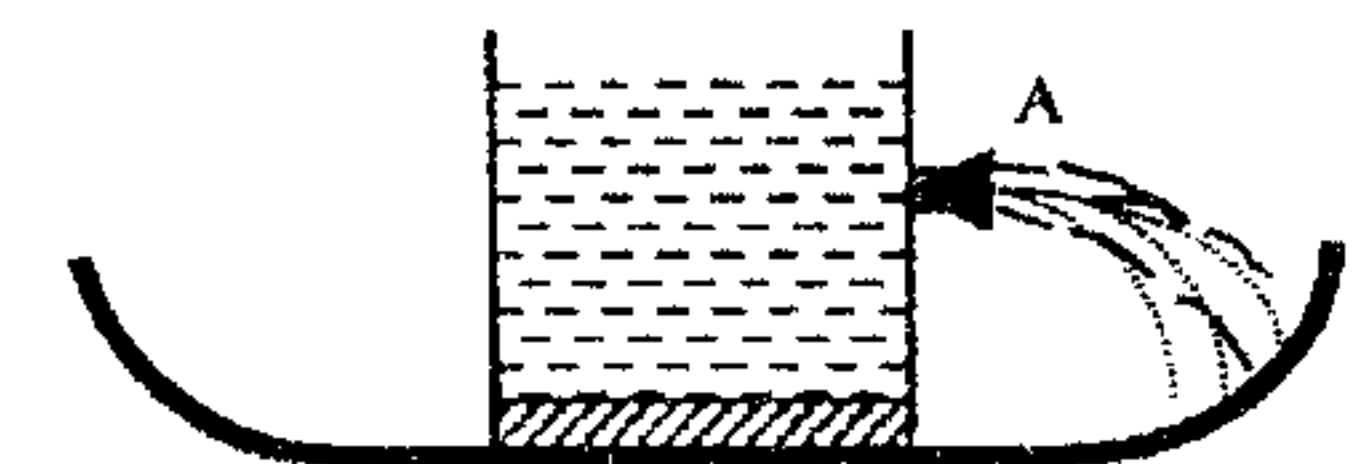
4.39. Жылдам қозғалған поезге жақындасақ «өзіне тартады». Қалайша?
 Жауабы: Жылдам қозғалған поездің өзінше бірге көршілес ауа қабатын ілестіре қозғалтады. Сонда бұл қабаттағы ауа қысымы одан алыста жатқан ауа қысымынан кем болады. Қысымдар айырымы адамды поезге қарай «итереді».



22-сурет

4.40. Күшті ауа немесе су ағынының жолына қойылған жеңіл шарик, сол ағын үстінде еркін қалықтап тұрады (22-сурет). Қалайша?
 Жауабы: Ағын жылдамдығы аса жоғары болғандықтан ағын ішіндегі қысым сыртқы атмосфералық қысымнан кем болады. Сондықтан, шарик бүйірлерінен болатын атмосфералық қысым әсерінен және төменгі ауа ағыны сығымымен ұсталып тұрады.

4.41. Таразының бір табақшасында суы бар ыдыс түр (23-сурет). Таразы кәзір тепе-теңдікте. Егер A суағарын аңсақ таразы теңдігі бұзыла ма? (аққан су таразының ыдыс тұрған табағына төгіледі).
 Жауабы: Тесіктен аққан су таразы табағына жеткенше тепе-теңдік бұзылады да табақша жоғары көтеріле бастайды. Су ағыны табаққа жеткенде тепе-теңдік қайта орнайды. Толық себебін түсіндеріңдер.



23-сурет

4.42. Неге су ағатын құбырдың суағары бұрандалы етіп жасалады?
 Жауабы: Егер құбырдан аққан суды лезде тоқтататын болсақ инерция нәтижесінде гидравликалық соққы пайда болады, бұл жетекші құбырдың бүлінуіне әкеліп соғады. Сондықтан, аққан суды бұранданы бұрау арқылы бірте-бірте тоқтатады.

(*) 4.43. Секунд сайын стаканға шәугімнен тұрақты мөлшердегі $Q \text{ см}^3$ су құйылады. Егер стакан табанының ауданы S болса, оған түсірілетін F күштің t уақытқа тәуелділігін формула түрінде өрнектендер. Қажетті өлшемдер 24-суретте көрсетілген. Су тығыздығы ρ_0 .

Берілгені: $Q; S; \rho_0; h; H$
 $F = f(t)$.
 Шешуі: Стаканның S табанына түсірілетін F күшін екі күштің қосындысы түрінде қарастыруға болады, сонда $F = F_1 + F_2$. Мұндағы, $F_1 = mg = g \rho_0 S h$ - құйылған сұйықтың салмағы; $F_2 = \Delta h S \rho_0$ - әрбір секунд сайын құйылған сұйықтың әсер күші;

Δh - секунд сайын көтерілетін су деңгейі,
ол $\Delta h = \frac{Q}{S}$; (1) v - судың тік бағытта стакан

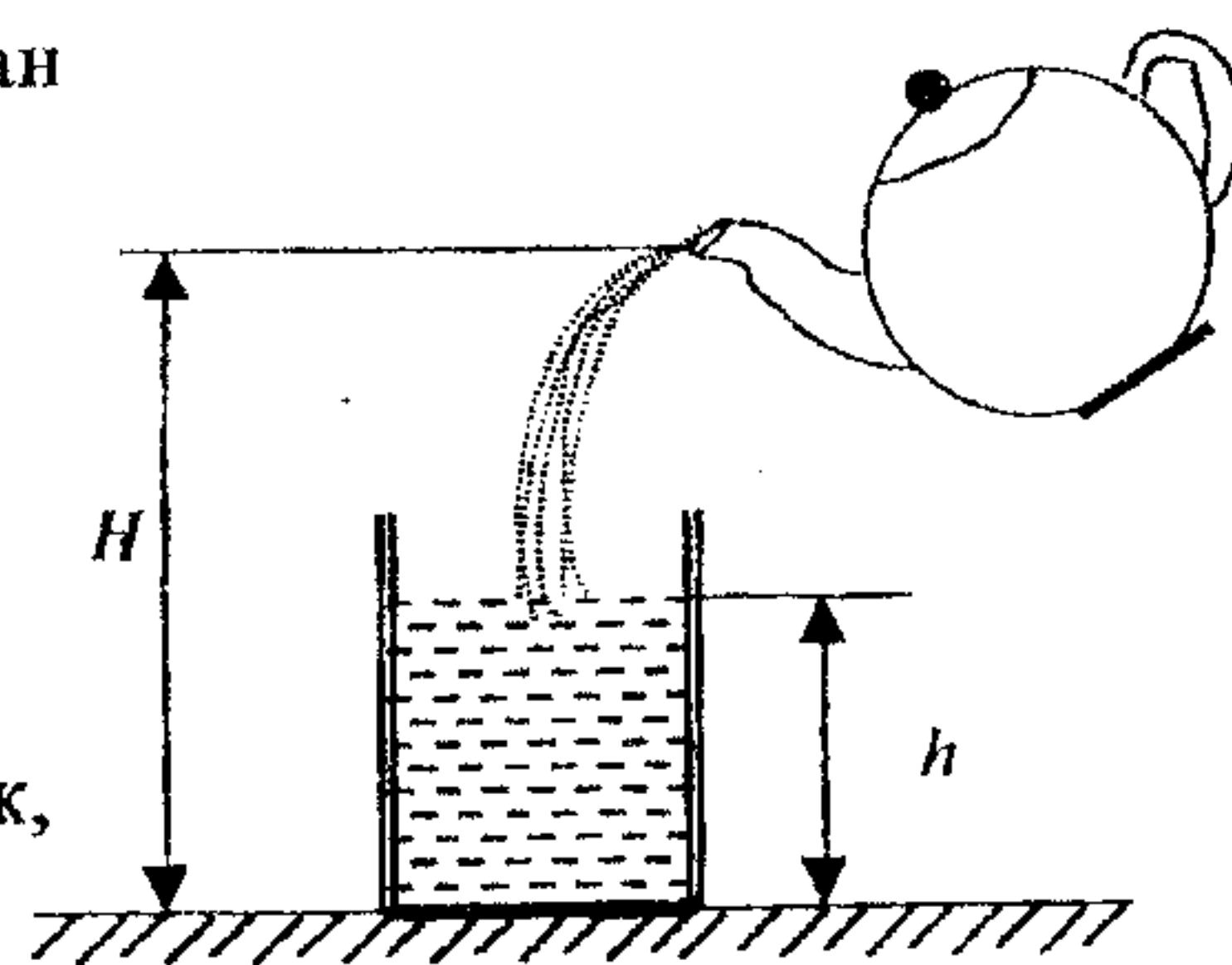
бетіне түсер кездегі жылдамдығы.
Демек $F = g\rho_0 Sh + \rho_0 S v \Delta h$ (2)

v - ны анықтау үшін энергияның
сақталу заңын қолданайық, сонда

$$\frac{\Delta m v^2}{2} = \Delta m g (H - h) \Rightarrow v^2 = 2g(H - h) \quad (3)$$

Ал, $h = \Delta h \cdot t$ екендігін және (1)-ді ескерсек,

$$\text{онда } F = Q\rho_0 \left[gt + \sqrt{2g\left(H - \frac{Qt}{S}\right)} \right].$$



24-сурет

$$\text{Жауабы: } F = Q\rho_0 \left[gt + \sqrt{2g\left(H - \frac{Qt}{S}\right)} \right].$$

(*) 4.44. Радиусы $r = 15 \text{ мм}$, массасы $m = 50 \text{ г}$ жеңіл шарик тереңдігі $h = 30 \text{ см}$ су түбіне батырылып жіберіледі. Сонда шарик су бетінен $h_1 = 10 \text{ см}$ биіктікке секіріп көтеріледі. Шариктің суға үйкелуі салдарынан энергияның жылуға айналған мөлшерін табыңдар.

Берілгені: $r = 15 \text{ мм}$; $m = 50 \text{ г}$; $h = 30 \text{ см}$, $h_1 = 10 \text{ см}$.
Шешуі: $15 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$;
 $30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$; $10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$.
Жоғары қарай бағытты оң бағыт деп есептейік,
онда шарик су ішінен жоғары көтерілгенде
істелетін жұмыс $A = F_A \cdot h - mgh$ немесе

$$(1) A = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 - m \right) gh. \text{ Мұндағы } \rho_0 - \text{су тығыздығы, } F_A - \text{Архимед күші.}$$

Ал, су бетінен ыршып h_1 биіктікке көтерілген шариктің потенциалдық энергиясы $W_p = mgh_1$ (2). Бірақ, шарик жоғары көтерілгенде істелген жұмыс толығымен көтерілген шариктің потенциалдық энергиясына ауысқан жоқ, оның бір бөлігі жылуға айналады, демек (1) және (2)-ден

$$Q = A - W_p = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 gh - mgh - mgh_1 \text{ немесе } Q = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 h - mh - mh_1 \right) g.$$

$$\text{Жауабы: } Q = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 h - mh - mh_1 \right) g.$$

(*) 4.45. Сұйық ішінде қозғалған шарикке әсер ететін кедергі күші R^n (мұндағы R - шарик радиусы және $1 \leq n \leq 3$) және v жылдамдыққа пропорционал болатындығы белгілі. Осыған байланысты шарик радиусы неғұрлым үлкен болған сайын ол сұйық ішінде соғұрлым үлкен жылдамдықпен түсетіндігін дәлелдендер.

Берілгені:
 $F_{\text{кед}} \sim (R^n; v)$

Шешуі: Жеткілікті v жылдамдық алған шарик
сұйық ішінде тұрақты түсе бастайды.

Сонда $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_{\text{кед}} = 0$.

Д/к: $v \sim (R)$

Күш бағыттарын ескеріп теңдікті қайта жазсақ
 $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_w g - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_c g - k g R^n v = 0 \quad (1)$

Мұндағы: R - шарик радиусы; k - пропорционалдық коэффициенті.

(1)-ден $v = \frac{4\pi(\rho_w - \rho_c)R^{3-n}}{3k}$. $n < 3$ болғандықтан R неғұрлым үлкен болса
 v шамасыда соғұрлым артады.

$$\text{Жауабы: } v = \frac{4\pi(\rho_w - \rho_c)R^{3-n}}{3k}.$$

4.46. Тығыздығы ρ болатын дене h биіктіктен сұйыққа құлайды. Егер сұйық тығыздығы ρ_0 болса, дене қандай h_1 тереңдікке сүңгиді? Сұйық тарапынан денеге әсер ететін кедергі күшінің орташа мәні осы дене салмағының $\frac{1}{n}$ бөлігіне тең. Ауа кедергісі ескерілмейді және $\rho < \rho_0$.

Берілгені:
 $\rho; \rho_0; h_1; \frac{1}{n}; \rho < \rho_0$.
 h_2 - ?

Шешуі: Қозғалысты екіге бөліп қарастыруға
болады. Дененің ауадағы және сұйық
ішіндегі қозғалысы.

Әрбір ортадағы қозғалыс теңдеулері (1) $ma_1 = mg$ және (2)
 $mg - F_1 - F_{\text{кед}} = -ma_2$. Мынаны ескеру керек, яғни ауадағы дене
қозғалысының соңғы v жылдамдығы, оның суға енер кездегі бастапқы
жылдамдығына тең болады, сонда $ma_1 = m \cdot \frac{v^2}{2h_1}$ (3) және $ma_2 = -\frac{mv^2}{2h_2}$ (4)

(1), (3) және (4) мәндерін (2)-ге қойсақ. $mg - \rho_0 g V - \frac{mg}{n} = -\frac{mv^2}{2h_2}$. Ал, $V = \frac{m}{\rho}$

екендігін ескерсек, онда $mg - \rho_0 g \frac{m}{\rho} - \frac{mg}{n} = -\frac{mv^2}{2h_2} \Rightarrow g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{1}{n} \right) = -\frac{v^2}{2h_2}$.

(1) және (3)-ден $g = \frac{v^2}{2h_1}$, онда $\frac{mv^2}{2h_1} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{1}{n} \right) = -\frac{mv^2}{2h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{\frac{\rho_0}{\rho} + \frac{1}{n} - 1}$.

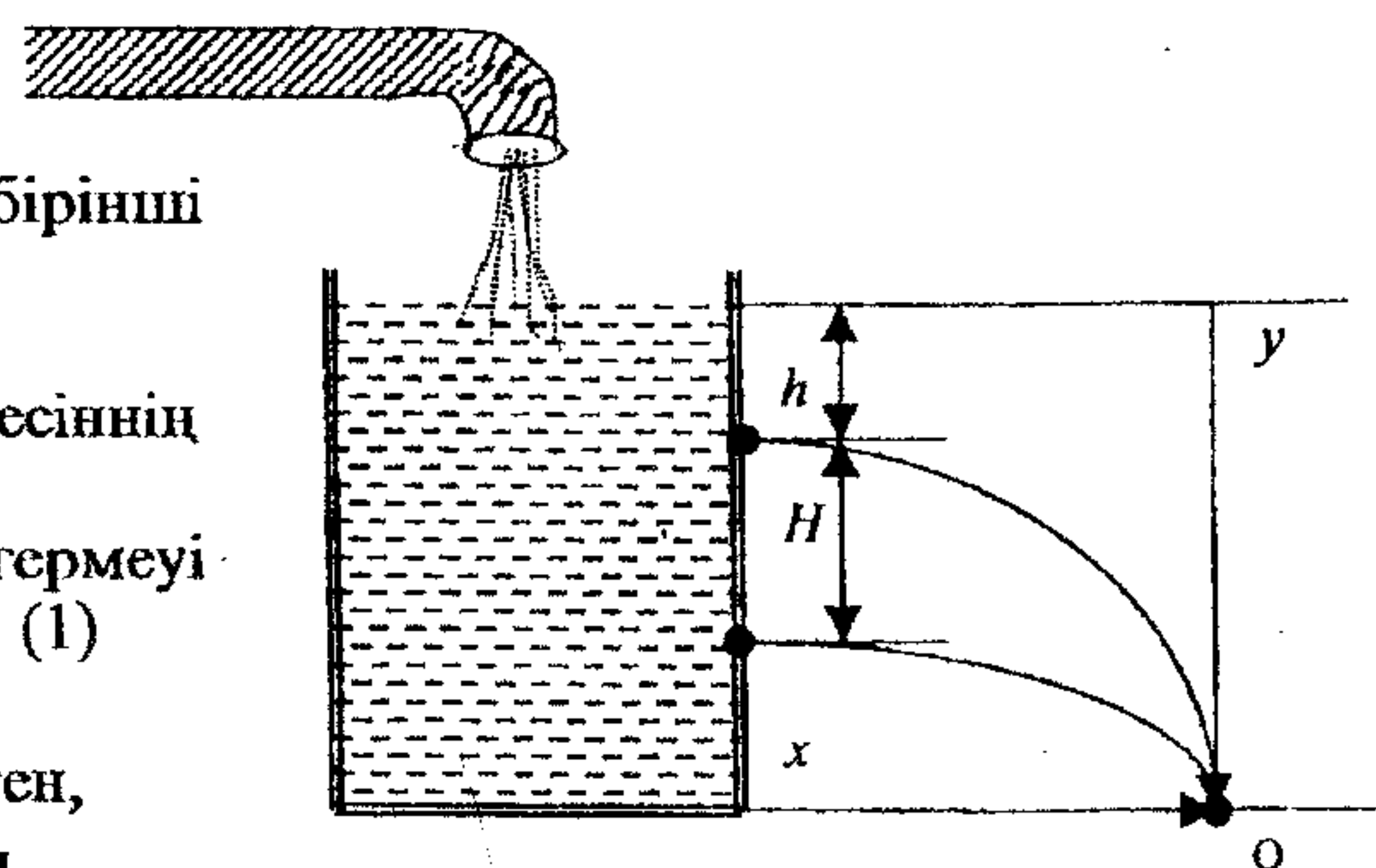
$$\text{Жауабы: } h_2 = \frac{h_1}{\frac{\rho_0}{\rho} + \frac{1}{n} - 1}$$

(*) 4.47. Су құйылған ыдыстың бүйірінен арақашықтығы $H = 50\text{ см}$ болатын екі тесік қатар тесілген. Тесік аудандары $S = 0,2\text{ см}^2$. Ыдысқа секунд сайын $Q = 140\text{ см}^3/\text{с}$ су құйылады. Тесіктен шығатын су ағындарының қиылысу нүктесін табындар.

Берілгені: $50\text{ см} = 0,5\text{ м}; 0,2\text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2;$
 $H = 50\text{ см}; S = 0,2\text{ см}^2;$
 $Q = 140\text{ см}^3/\text{с}$
 $140\text{ см}^3/\text{с} = 1,4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3/\text{с}.$
 Белгілеулер енгізейік (25-сурет).

x -?; y -?

Мұндағы: h -сұйық бетінен бірінші тесікке дейінгі қашықтық;
 H -тесіктер арақашықтығы.
 Ағындардың қиылысу нүктесінің орны өзгеріссіз қалуы үшін ыдыстағы сұйық деңгейі өзгермеуі керек. Ол үшін $Q = Sv_1 + Sv_2$ (1) шарты орындалуы керек.
 Мұндағы: v_1 -бірінші тесіктен, v_2 -екінші тесіктен шығатын судың жылдамдығы, Сонда
 (2) $v_1 = \sqrt{2gh}$ және $v_2 = \sqrt{2g(H+h)}$.



25-сурет

Қозғалыс заңы бойынша (3) $x = v_1 t_1 = v_2 t_2$ және $y = h + \frac{gt_1^2}{2} = H + h + \frac{gt_2^2}{2}.$

Мұндағы, t_1 және t_2 судың тесіктерден шығып бірімен-бірі кездесуге дейінгі "құлау" уақыты. Сонда (1), (2) және (3) теңдеулерден

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{2gS^2} - H^2 \frac{2gS^2}{Q^2} \right); y = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{2gS^2} + H^2 \frac{2gS^2}{Q^2} \right).$$

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{(1,4 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^2} - (0,5)^2 \cdot \frac{2 \cdot 9,8 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^2}{(1,4 \cdot 10^{-4})^2} \right) = 1,2\text{ м}.$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{(1,4 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^2} + (0,5)^2 \cdot \frac{2 \cdot 9,8 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^2}{(1,4 \cdot 10^{-4})^2} \right) = 1,3\text{ м}.$$

Жауабы: $x = 1,2\text{ м}; y = 1,3\text{ м}.$

(*) 4.48. Тік өстен ω бұрыштық жылдамдықпен айналатын цилиндр ыдыстың ішіндегі сұйық бетінің пішінін анықтандар, яғни сұйық беті биіктігінің айналыс өсіне дейінгі қашықтыққа тәуелділігін табындар.

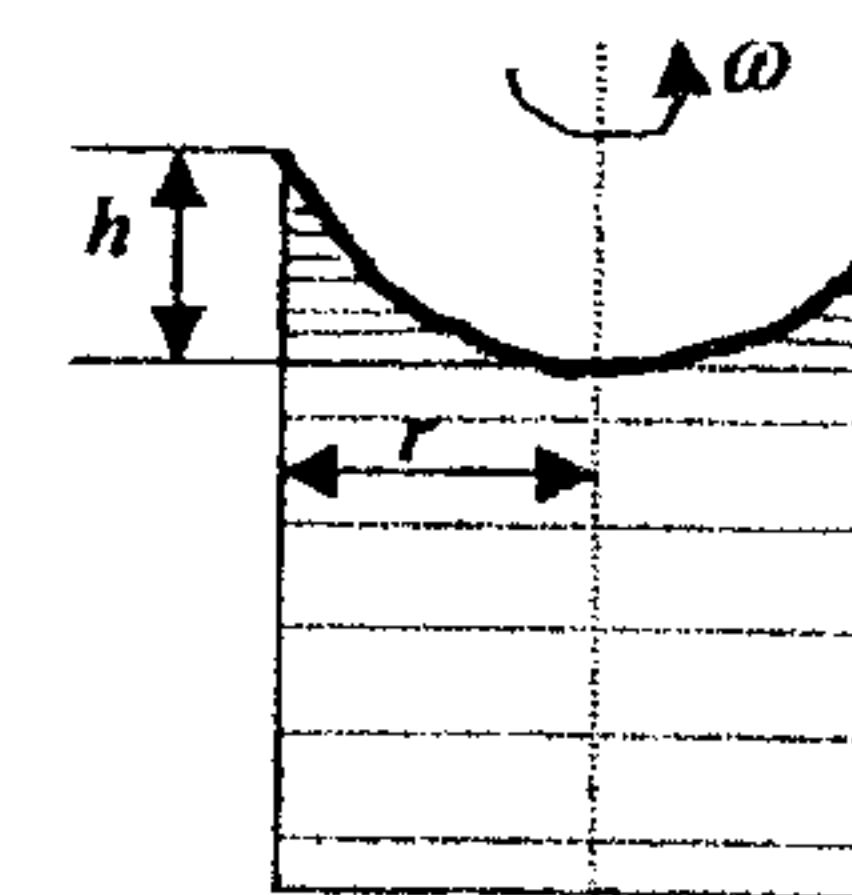
Берілгені: ω
 Шешуі: 26-сурет бойынша белгілеулер енгізейік.
 h - r қашықтықтағы сұйық деңгейі болсын және h
 r -ге тәуелді. Сұйық тік өстен ω жылдамдықпен $h = f(r)$ айналғанда оның деңгейі көтеріледі және де деңгей көтерілуінен пайда болатын қосымша қысым (1) $p = \frac{\rho \omega^2 r^2}{2}$ өрнегімен анықталады.

Екінші жағынан $p = gph$ (2) екендігін ескерсек,

онда (1) және (2)-ден $h = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$ (3).

(3) өрнегі $h = f(r)$ параболалық қисық болады. Сонымен, айналатын ыдыс ішіндегі сұйық бетінің пішіні параболоид болып табылады.

Жауабы: $h = \frac{\omega^2 r^2}{2g}.$



26-сурет

Қосымша есептер

4.49. Ыдысқа құйылған керосин бағанының деңгейі 56 см . Керосиннің ыдыс түбіне түсіретін қысымын және қысым күшін есептендер. Ыдыс түбінің ауданы $0,6\text{ м}^2$.

Жауабы: $p = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}; F = 2,4 \cdot 10^3 \text{ Н}.$

4.50. Қабырғасы a текше пішінде ыдыс тығыздығы ρ сұйықпен толтырылған. Текше жақтарына түсірілетін қысым күштерін есептеп табындар.

Жауабы: $F_m = \rho ga^3; F_n = \frac{\rho ga^3}{2}.$

4.51. Гидравликалық қысқыштың кіші қақпағына $F_1 = 100\text{ Н}$ күш түсірілсе, онда аудандары $S_1 = 5\text{ см}^2$ және $S_2 = 500\text{ см}^2$ болатын осы қысқышпен қандай күш өндіруге болады? Қысқыштың пайдалы әсер коэффициенті $\eta = 0,8$.

Жауабы: $F_2 = \frac{\eta \cdot F_1 \cdot S_2}{S_1} = 8 \cdot 10^3 (\text{Н}).$

4.52. Суы бар ыдысқа көлденең қимасының ауданы $S = 2\text{ см}^2$ түтікшенің бір ұшы батырылып, тік қалпында тұрғызылады. Түтікшенің массасы $m = 72\text{ г}$ май құйылды. Сумен май деңгейлерінің айырымын табындар.

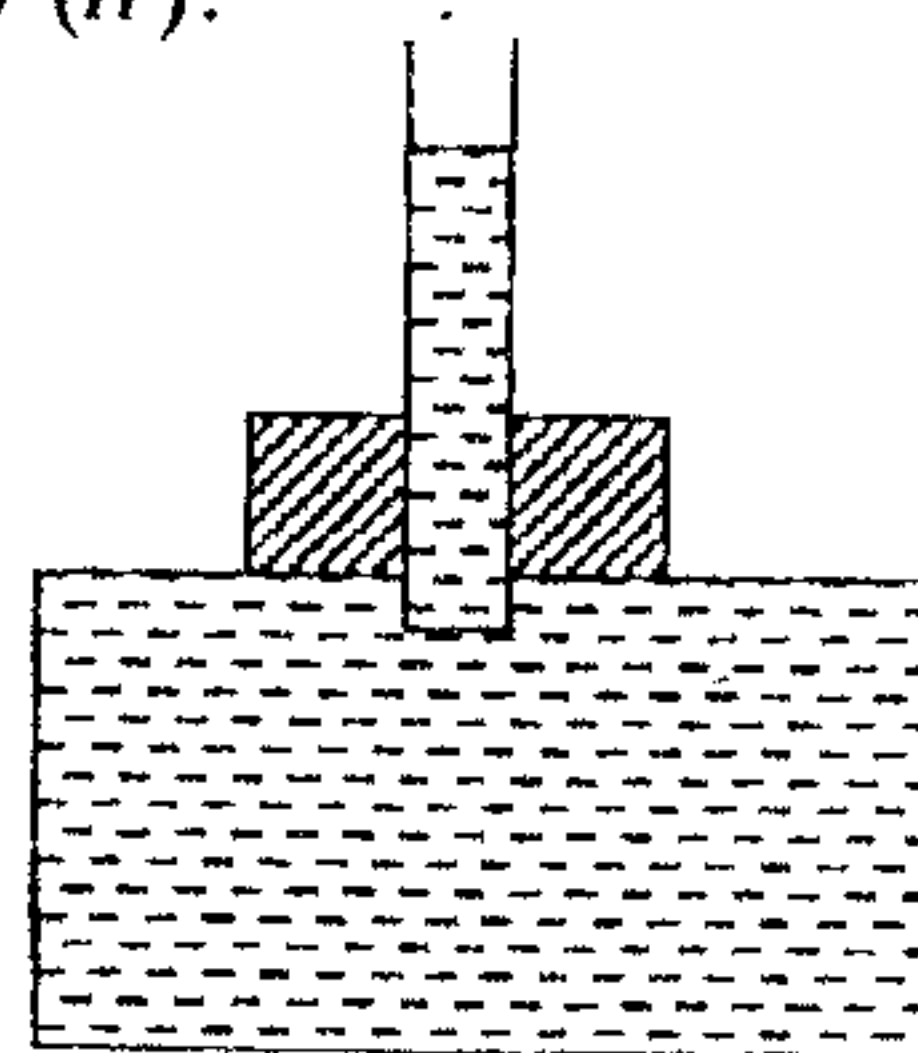
Май тығыздығы $\rho_m = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$

Жауабы: $\Delta h = \frac{m}{s} \left(\frac{1}{\rho_n} - \frac{1}{\rho_c} \right) = 4(\text{см})$.

4.53. Су түбіне сүңгігенде қиылетін арнайы киімнің бет ауданы $S = 3 \text{ м}^2$. Осы киімді қиғен $h = 200 \text{ м}$ тереңдіктегі сүңгігішке әсер ететін қысым күшін есептеңдер.

Жауабы: $F = (H_0 + g\rho h)S \approx 6,36 \cdot 10^6 (H)$.

4.54. Су толтырылған ыдыстың жоғарғы бетінде қақпақпен жабылған цилиндрлік тесік бар (27-сурет). Тесік арқылы радиусы $r = 5 \text{ см}$ тік түтікше орнатылған. Егер қақпақ радиусы $R = 10 \text{ см}$, ал салмағы $P = 20 \text{ Н}$ болса, су тік түтікше бойымен қандай биіктікке көтерілер еді?



27-сурет

Жауабы: $h = \frac{P}{\pi(R^2 - r^2)g\rho} \approx 8,5(\text{см})$.

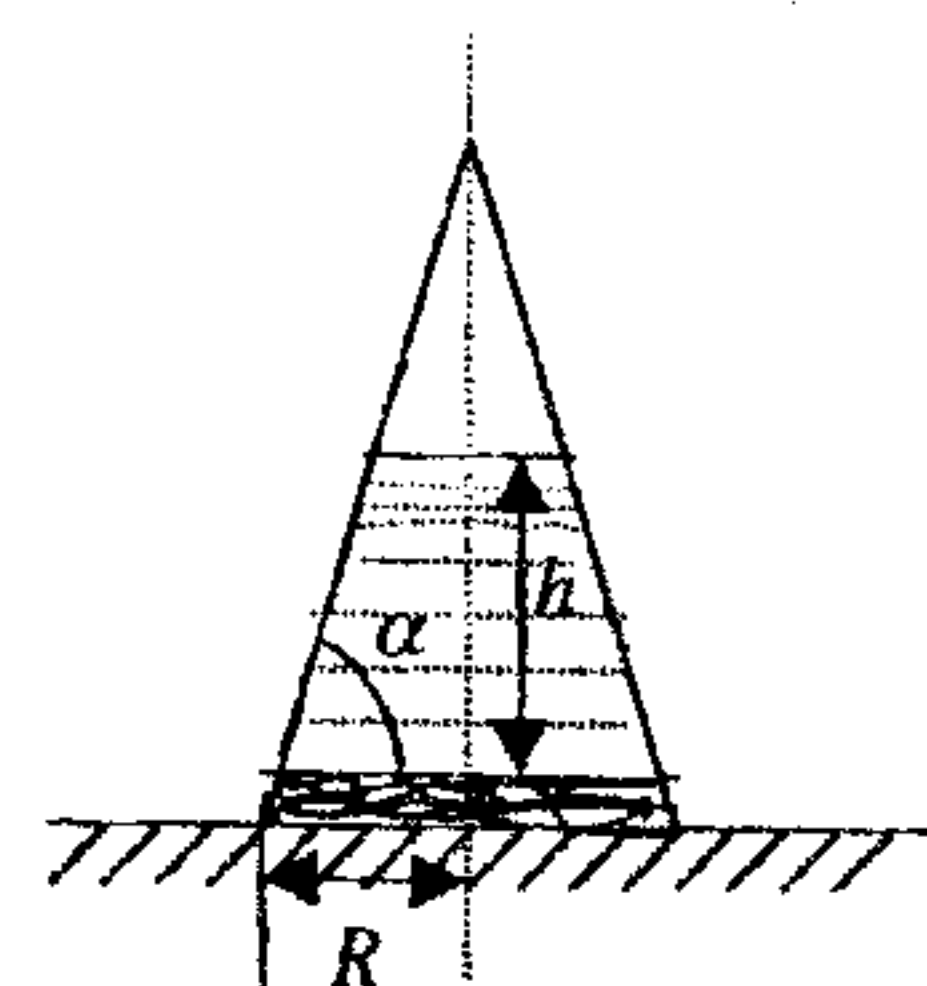
4.55. Іші сумен толтырылған гидравликалық сыққыш қақпақтарының ауданы $S_2 = 10 \text{ см}^2$ және $S_1 = 100 \text{ см}^2$. Үлкен қақпақ үстіне массасы $m = 80 \text{ кг}$ адам шығатын болса, кішкене қақпақ қандай биіктікке көтерілер еді?

Жауабы: $h = \frac{mS_1}{\rho_0 S_2^2} \approx 7,27(\text{см})$.

4.56. Радиусы $R = 0,1 \text{ м}$ ауа көпіршігі, тереңдігі $H = 10 \text{ м}$ су түбінен бетіне шыққанда қанша жылу мөлшері бөлініп шығады?

Жауабы: $Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g H \approx 410 (\text{Дж})$.

4.57. Төменгі беті үстелмен тығыз кептелген конустық ыдыстың салмағы P . Сұйық деңгейі h болғанда ыдыс жиегі үстелден ажырайды. 28-суреттегі қосымша мәліметтерде пайдаланып сұйық тығыздығын анықтаңдар.



28-сурет

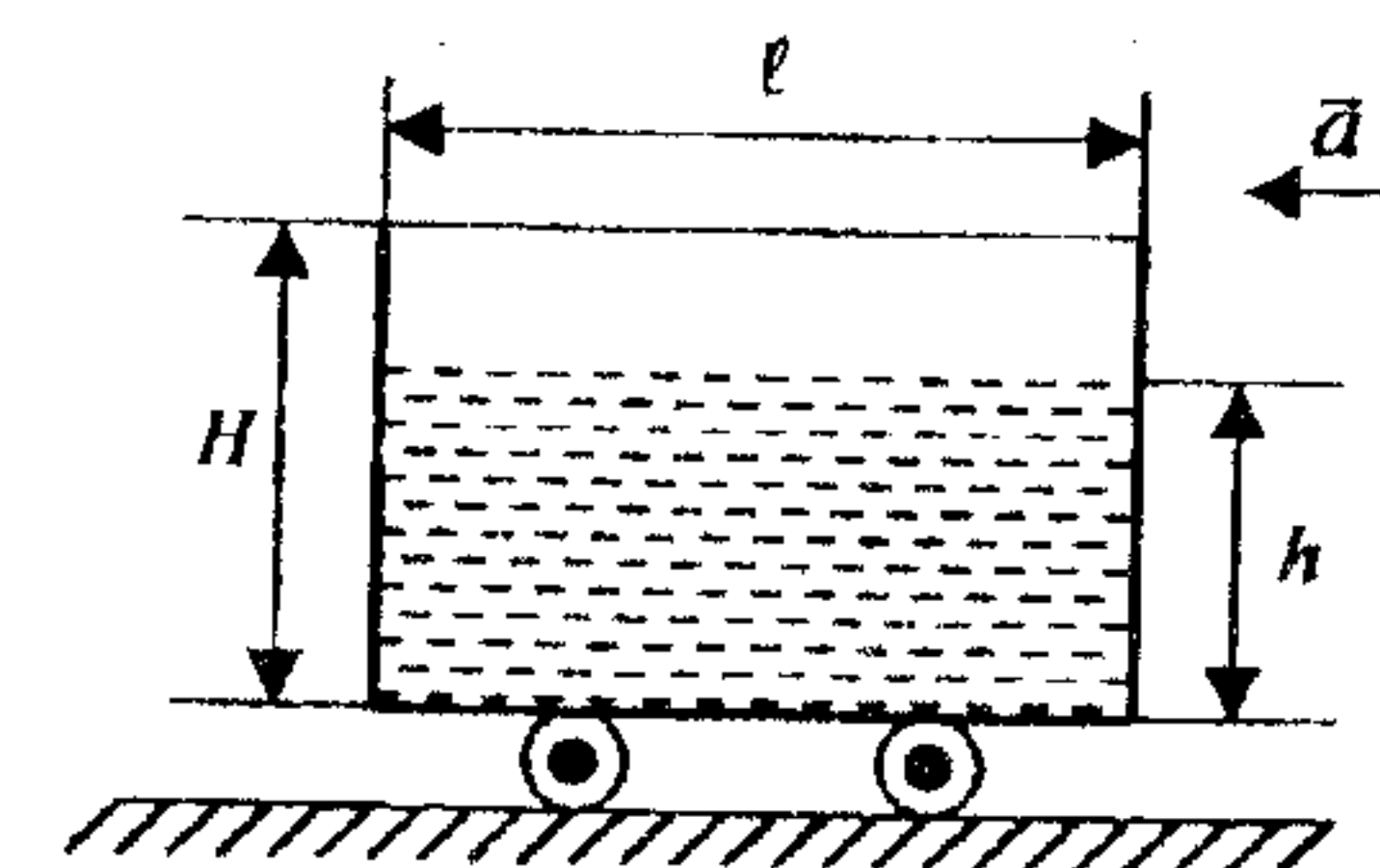
Жауабы: $\rho = \frac{3P}{\pi g h^2 \cdot \tan \alpha (3R - h \tan \alpha)}$.

4.58. Сұйық құйылған ыдыс $a < g$ үдеумен түсіп келеді. Ыдыс ішіндегі қысым шамасы h деңгейге қандай тәуелділікте болады?

Жауабы: $p = \rho h(g - a)$.

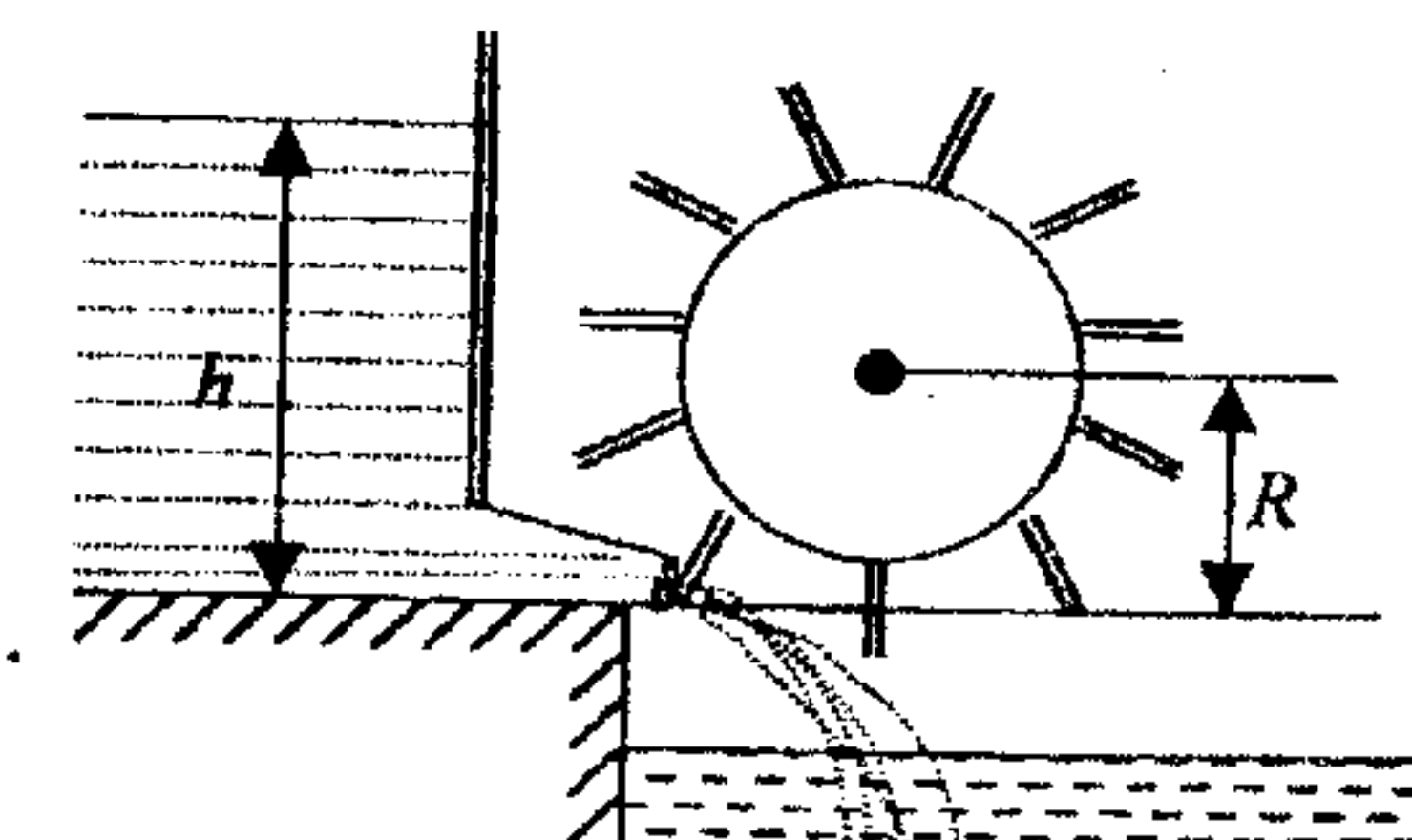
4.59. Тікбұрыш пішінде төбесі ашық ыдыс a үдеумен қозғалады. Ыдысқа h деңгейге дейін су құйылған (29-сурет). Су төбесінен төгілуі үшін ыдыс қандай үдеумен қозғалуы керек?

Жауабы: $a > \frac{2g(H-h)}{\ell^2 - 4(H-h)^2}$.



29-сурет

4.60. Доңғалақтың төменгі қалақшаларына әсер ететін күшті табындар (30-сурет). Судың қалақшаға соққаннан кейінгі жылдамдығы қалақша жылдамдығымен бірдей. Ағынның қима ауданы S , доңғалақтың бұрыштық жылдамдығы ω . Басқалай өлшемдері суретте көрсетілген.



30-сурет

Жауабы: $F = \rho S (\sqrt{2gh} - \omega R)^2$.

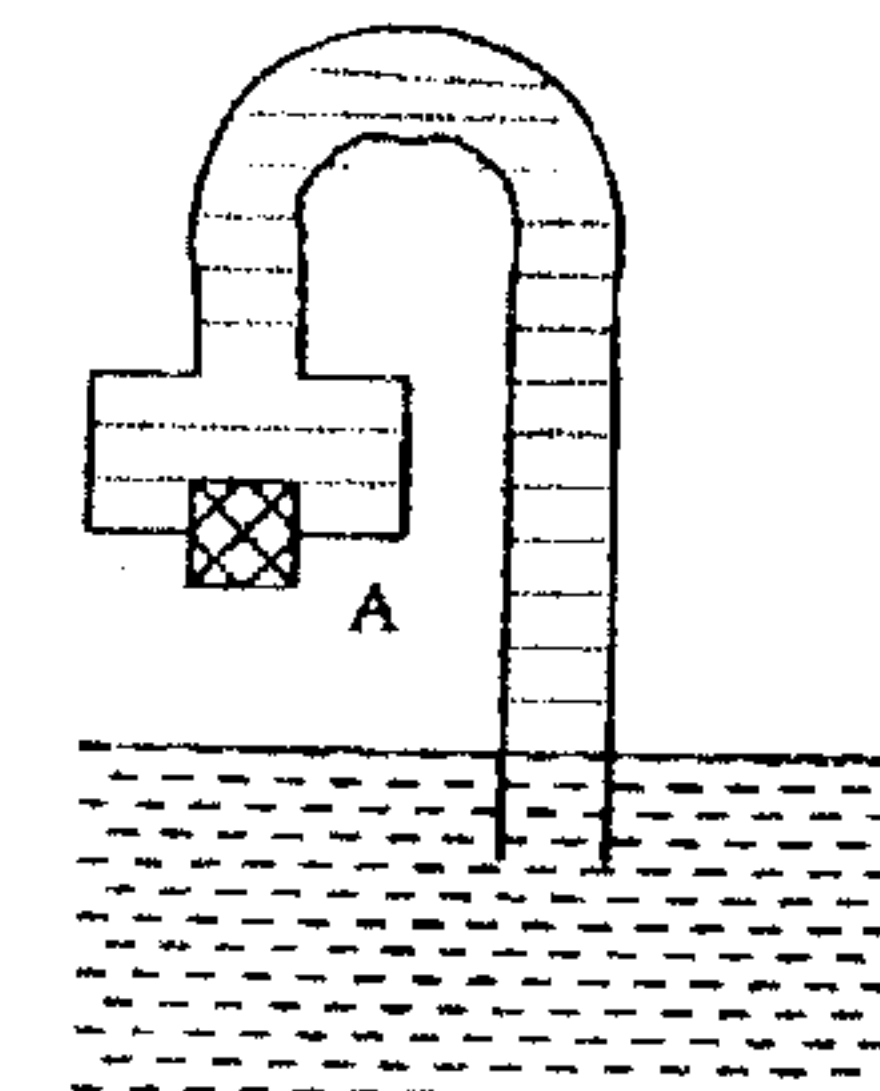
4.61. Диаметрі $D = 25 \text{ см}$ цилиндр пішінде шелекке $V = 12 \text{ л}$ су құйылған. Шелек түбінен $h = 10 \text{ см}$ биіктікте, су қабырғаға қандай қысым түсіреді?

Жауабы: $p = \rho_c \cdot g \left(\frac{4V}{\pi D^2} - h \right) \approx 1,2 (\text{кПа})$.

4.62. Ыдысқа уақыт бірлігінде тұрақты жылдамдықпен $V = 2 \frac{\text{дм}^3}{\text{с}}$ көлеміндегі су құйылады. Ыдыс түбінде, ауданы $S = 2 \text{ см}^2$ тесік бар. Ыдыстағы су деңгейі қандай h биіктікте тұрақтайды?

Жауабы: $h = \frac{V^2}{2gS} = 5(\text{м})$.

4.63. 31-суретте кескінделген ыдыс сумен толтырылған. Егер A тығынды шығарып алсақ не болар еді? Тесік радиусы $r = 0,5 \text{ см}$.



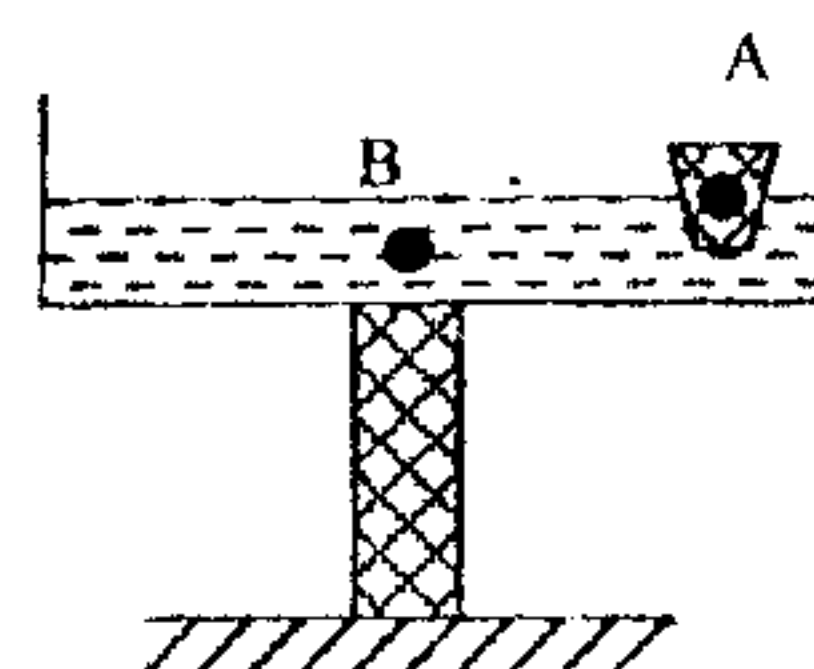
31-сурет

4.64. Стакан ішіндегі суда тігінен ағаш білеуше жүзіп жүр. Осы білеуше көлденең жатқызылса стакандағы су деңгейі өзгере ме?

Жауабы: Өзгермейді. Себебін түсіндіріңдер.

4.65. Ішінде суы бар ыдыс тепе-теңдікте тұр (32-сурет). Егер денені A нүктесінен B нүктесіне әкеліп қойсақ ыдыс тепе-теңдігі өзгере ме?

Жауабы: Өзгермейді. Себебін түсіндіріңдер.



32-сурет

4.66. Үрлемелі көрпедегі ауа қысымы атмосфералық қысымнан бірнеше есе артық. Осы көрпенің ішіндегі ауа қысымы қай жағдайда көп болады: адам үстінде түрегеліп тұрғанда ма, әлде үстінде жатқанда ма?

Жауабы: Түрегеліп тұрғанда. Себебін түсіндіріңдер.

4.67. Құрамында кварцпен алтын қоспасы бар түйіршіктің ауадағы салмағы $1,32H$, ал оның судағы салмағы $0,2H$ болды. Түйіршікте қанша кварц, қанша алтын болғаны? Алтын тығыздығы $\rho_1 = 19,3 \cdot 10^3 \frac{K}{M^3}$, ал кварцтікі $\rho_2 = 2,6 \cdot 10^3 \frac{K}{M^3}$.

Жауабы: $m_1 = 9,3 \cdot 10^{-2} K$; $m_2 = 3,9 \cdot 10^{-2} K$.

4.68. Сутегі толтырылған аэростаттың Жер бетінен көтерілгендегі үдеуі $1,0 \frac{M}{C^2}$. Аэростат массасы $0,7m$. Ауа тығыздығы $1,29 \frac{K}{M^3}$, сутегі тығыздығы $0,09 \frac{K}{M^3}$ болса, аэростаттың көлемін табыңдар.

Жауабы: $V = 656 M^3$.

4.69. Қуыс темір шардың салмағы ауада және керосинде өлшенген. Сонда динамометрлердің көрсетулері сәйкесінше $P_1 = 2,59H$ және $P_2 = 2,16H$ болды. Ауадағы кері итеруші күшті есепке алмай-ақ шар ішіндегі қуыс көлемін анықтаңдар.

Жауабы: $V_0 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g} - \frac{P_1}{\rho_1 g} \approx 2,1 \cdot 10^{-5} (M^3)$.

Мұндағы: ρ_2 - керосиннің, ал ρ_1 - темірдің тығыздығы.

4.70. Жүзіп жүрген ағаш көлемінің $\frac{3}{4}$ бөлігі суға батқан. Осы ағаштың тығыздығын табыңдар.

Жауабы: $\rho = 0,75 \cdot 10^3 \frac{K}{M^3}$

4.71. Көлемі $445 M^3$ қуыс мыс шары суға жартысына дейін батып жүзеді. Шардың ішкі қуысының көлемін есептеп табыңдар.

Мұнда $\rho_0 = 8,9 \cdot 10^3 \frac{K}{M^3}$.

Жауабы: $V = 4,2 \cdot 10^{-5} M^3$.

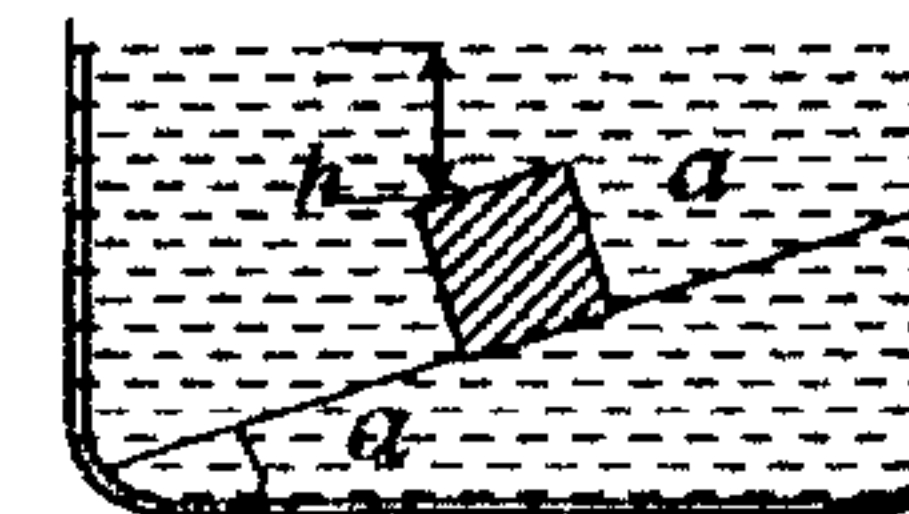
4.72. Бір ұшы ыдыс қабырғасында жатқан жұқа шыбықшаның екінші ұшы $\frac{1}{n}$ бөлігіне дейін суға батырылған. Егер шыбықша тепе-теңдікте тұрған болса, шыбықша затының тығыздығын табыңдар.

Жауабы: $\rho = 1 - \frac{1}{n^2}$.

4.73. Биіктігі $H = 40 CM$, қима ауданы $S = 0,5 M^2$ болатын мұз бөлігі су бетінде жүзіп жүр. Осы мұзды толығымен суға батыру үшін қандай жұмыс істеу керек?

Жауабы: $A = \frac{(\rho_c - \rho_0)^2 g S H^2}{2 \rho_c} = 4 (Дж)$.

4.74. Сумен толтырылған ыдыстың көлбеу табанында қырлары $a = 10 CM$ кішкене алюминий текше жатыр (33-сурет). Көлбеу бетпен текше арасында су жоқ. Текшенің көлбеу бетке түсіретін қысым күшін және екеуінің арасындағы үйкеліс күшін табыңдар. Мұндағы $h = 50 CM$; $\alpha = 30^\circ$.



33-сурет

Жауабы: $F_K = a^2 g \left[\rho_c \left(h - \frac{a}{2} \sin \alpha \right) + \rho_0 \cdot a \cos \alpha \right] \approx 69 (H)$.

$F_{\text{үйк}} = (\rho_0 - \rho_c) a^3 g \sin \alpha \approx 8,3 (H)$.

4.75. Қима ауданы $S = 100 CM^2$, ал ұзындығы $\ell = 2,3 M$ алюминий цилиндрді тұрақты жылдамдықпен судан шығарады. Цилиндрдің $\frac{1}{4}$ -і судан шыққанда жіп үзіліп кетті. Жіп шыдас беретін ең үлкен керілу күшін табыңдар. Алюминий тығыздығы $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{K}{M^3}$.

Жауабы: $T_{\text{max}} = g S \ell \left(\rho - \frac{3}{4} \rho_c \right) \approx 440 (H)$.

4.76. Өз көлемінің $\frac{1}{4}$ бөлігі батқан текше сынапта жүзіп жүр. Енді сынабы бар ыдысқа су құйайық, сонда текше суға толық бататын болады. Егер сынап тығыздығы ρ_1 ал судікі ρ_0 болса, енді текшенің қандай көлемі сынапқа батады?

Жауабы: $\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{3 \rho_1}{4(\rho_1 - \rho_0)} \approx 0,19$.

4.77. Көлемі $V = 0,5 \text{ м}^3$, ал тығыздығы $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болатын тас кесегін тереңдігі $h = 1 \text{ м}$ су түбінен жайлап көтергенде істелетін A жұмысты есептеңдер.

Жауабы: $A = g(\rho - \rho_0)V \approx 7,35 \cdot 10^4 (\text{Дж})$.

4.78. Цилиндр ыдысқа $H = 15 \text{ см}$ деңгейде су құйылған. Оған іші бос қола стакан салғанда судың деңгейі тағы $h = 2,2 \text{ см}$ көтерілді де, стакан су бетінде жүзіп жүрді. Егер стаканды суға толық батырсак, онда су деңгейі

H_1 қандай болар еді? Қола тығыздығы $\rho = 8,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, ал су тығыздығы $\rho_0 = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Жауабы: $H_1 = H + \frac{h\rho_0}{\rho} = 15,25 (\text{см})$.

4.79. Ыдысты ауамен толтырғанда салмағы $P_1 = 126,29 \text{ Н}$, көмірқышқыл газымен толтырғанда $P_2 = 126,94 \text{ Н}$, ал сумен толтырғанда $P_3 = 1,125 \text{ Н}$ болды. Егер ауа тығыздығы $\rho_1 = 1,29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болса онда көмірқышқыл газының тығыздығы ρ_2 -ні, ыдыс көлемі V_0 -ді, және бос ыдыс салмағы P_0 -ді есептеп табыңдар. Су тығыздығы ρ_0 .

Жауабы: $\rho_2 = \frac{(P_2 - P_1)\rho_0 + (P_3 - P_2)\rho_1}{P_3 - P_1} = 1,94 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right);$
 $P_0 = \frac{P_1\rho_0 - P_3\rho_1}{\rho_0 - \rho_1} = 125 (\text{Н}); V_0 = \frac{P_1 - P_0}{(\rho_0 - \rho_1)g} = 10^{-3} (\text{м}^3).$

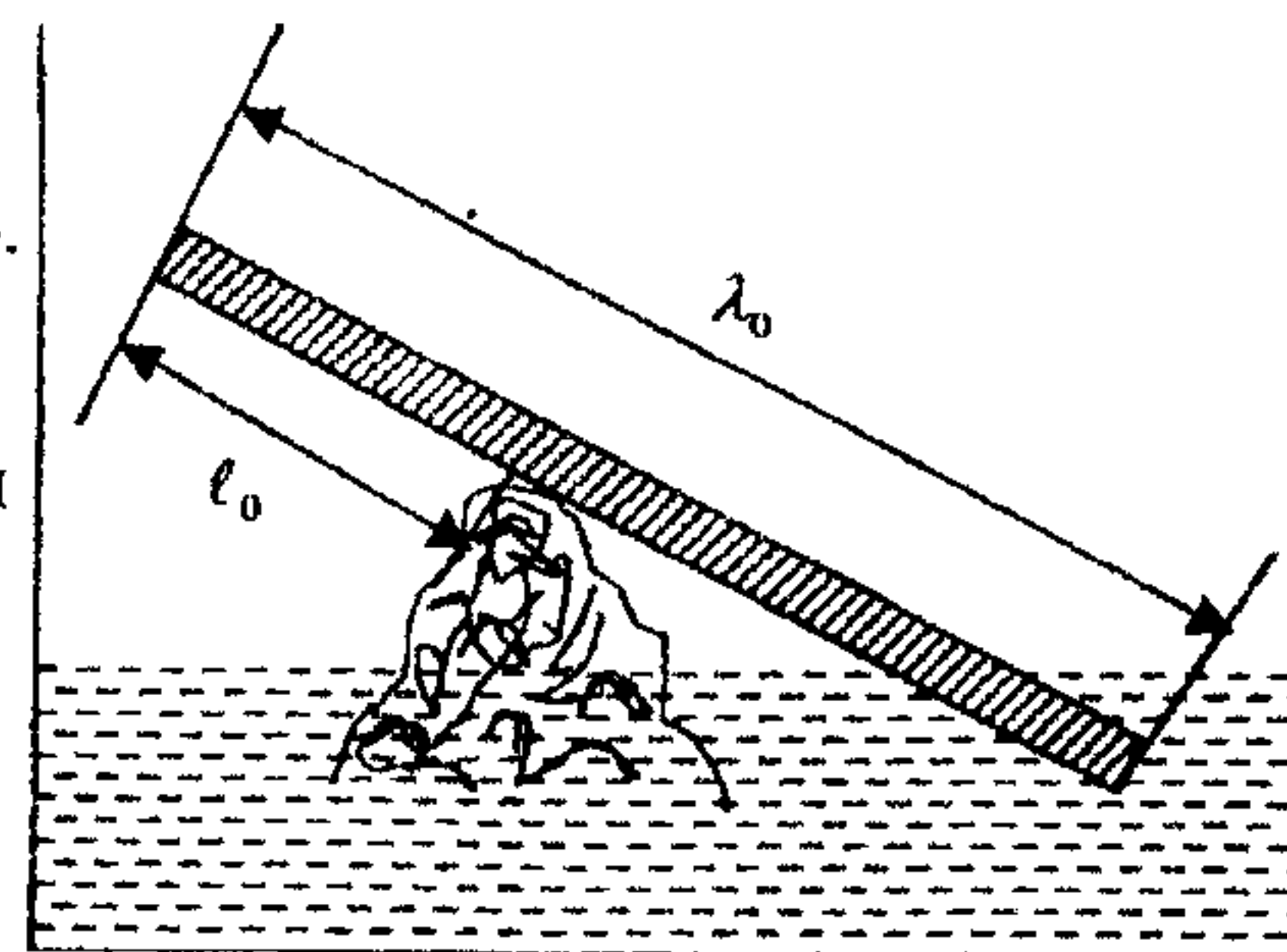
4.80. Табан ауданы S тік қабырғалы ыдысқа тығыздығы ρ сұйық құйылған. Егер оған еркін пішінді, осы сұйыққа батпайтын m массалы дене салсақ сұйық деңгейі қаншаға өзгереді?

Жауабы: $\Delta h = \frac{m}{\rho S}$.

4.81. Массасы $m = 2 \text{ кг}$, көлемі $V = 1000 \text{ см}^3$ дене су түбінде $h = 5 \text{ м}$ тереңдікте жатыр. Осы денені су бетінен $H = 5 \text{ м}$ биіктікке көтеріп шығару үшін қандай жұмыс істеу керек?

Жауабы: $A = (m - \rho V)gh + mgH \approx 150 (\text{Дж})$.

4.82. Су бетіне шығып тұрған тастың үстінде бір ұшы суға батып тақтай жатыр. (34-сурет). Тақтайдың тас бетінен сыртқа шығып тұрған ұшының ұзындығы ℓ_0 . Егер тақтай затының тығыздығы ρ болса, оның қандай бөлігі су ішінде жатыр? Тақтайдың жалпы ұзындығы λ_0 .



34-сурет

Жауабы:

$$x = (\lambda_0 - \ell_0) - \sqrt{(\lambda_0 - \ell_0)^2 - \frac{\rho}{\rho_c} [\lambda_0(\lambda_0 - 2\ell_0)]}.$$

Мұндағы, ρ_c - су тығыздығы.

4.83. Суда жүзіп жүрген мұзға, көлемі $V_2 = 0,1 \text{ м}^3$ алюминий білеуше жабысса екеуі де суға батып кетеді. Егер мұз тығыздығы $\rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, ал алюминий тығыздығы $\rho_2 = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болса, таза мұздың V_1 көлемін табыңдар. Су тығыздығы $\rho_c = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Жауабы: $V_1 \leq \frac{(\rho_2 - \rho_c) \cdot V_2}{(\rho_c - \rho_1)} = 1,7 (\text{м}^3).$

4.84. Ұзындығы $\ell = 3,5 \text{ м}$, ал диаметрі $D = 30 \text{ см}$ бөрене суда жүзіп жүр. Осы бөрене үстінде, суға аяғы тимей тұратын адамның массасы қандай болуы керек? Бөрене тығыздығы $\rho = 0,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Жауабы: $m = \frac{(\rho_c - \rho) \pi D^2 \ell}{4} \approx 74 (\text{кг}).$

4.85. Көлемі $V = 1 \text{ см}^3$ ауа көпіршігі су түбінен тұрақты жылдамдықпен көтеріледі. Көпіршікке су тарапынан болатын келергі күшін табыңдар.

Жауабы: $F = \rho_c V g \approx 9,8 \cdot 10^{-3} (\text{Н}).$

4.86. Массасы $m = 0,5 \text{ кг}$, ал диаметрі $d = 24 \text{ см}$ доп судың $h = 4 \text{ м}$ тереңдігіне дейін батырылған. Доптың потенциалдық энергиясы өзгерісін табыңдар. Доп деформациясын ескермеңдер.

Жауабы: $\Delta E = (\pi d^3 \rho_c - m)gh \approx 265 (\text{Дж}).$

4.87. Массасы 10 кг темір плитканы судың ішінде ұстап тұру үшін қанша күш жұмсау керек?

Жауабы: $F \approx 850 \text{ Н}.$

4.88. Дене A сұйықтыққа 40 мм тереңдікке, ал B сұйықтыққа 60 мм тереңдікке батады. Осы дене тығыздығы A мен B -ның арифметикалық орта тығыздығына тең болатын, C сұйықтығына қандай тереңдікке батып жүреді?

$$\text{Жауабы: } h = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2} \approx 48(\text{мм}).$$

4.89. Суда қатар жүзіп келе жатқан екі кемелің біріне-бірі өте жақын келуіне болмайды. Неге?

4.90. Акула үнемі ілгерілемелі қозғалыс жасамаса суға батып кетеді. Неге?

4.91. Өзеннің қай жерінде ағыс жылдамдығы көп: кең де терең жерінде ме, әлде тар да саяз жерінде ме? Себебін түсіндіріңдер.

4.92. Қатар қойылған екі парактың арасына ауа үрлесек, олар біріне-бірі жақындап жабысады. Неге?

4.93. Көлденең қимасының ауданы әртүрлі көкжиек жазықтығында жатқан түтіктен су ағады. Түтіктің кең қимасы мен ағатын судың жылдамдығы $v_1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Диаметрі екі есе аз түтіктен ағатын судың жылдамдығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } v_2 = 2v_1 = 4\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

4.94. Жел қабырғаға перпендикуляр бағытта $p = 200\text{ Па}$ қысым түсіреді. Егер ауаның орташа тығыздығы $\rho = 1,29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болса, оның жылдамдығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{p}{2\rho}} \approx 8,8\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

4.95. Диаметрі $D = 2\text{ см}$ түтік арқылы жарты сағатта $m = 0,51\text{ кг}$ көмірқышқыл газы ағып өтеді. Егер газдың тығыздығы $\rho = 7,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ болса, оның ағыс жылдамдығын есептеңдер.

$$\text{Жауабы: } v = \frac{4m}{\pi D^2 t} \approx 0,12\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

4.96. Бояу шапқыштан сұйық бояу $25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен шығатын болса, оның сығымдағышы қандай қысым туғызатын болғаны?

$$\text{Жауабы: } p = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

4.97. Құбыр бойымен ағатын мұнай жылдамдығы $0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Мұнайдың шығыны $2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{сағ}}$ болатын болса, құбырдың диаметрін анықтандар.

$$\text{Жауабы: } D \approx 0,33\text{ м}.$$

(*4.98. Массасы m білеуше, тік шапшып тұрған тығыздығы ρ сұйық ағысының әсерінен көкжиек бағытында ұсталып тұр. N ағыстың әрқайсысының қима ауданы S , жылдамдығы v . Егер су ағысы білеушеге соғылғаннан кейін көкжиек бағытында ағады деп есептесек, онда білеуше ағыс көзінен қандай аралықта ұсталып тұрады?

$$\text{Жауабы: } h = \frac{1}{2g} \left[v^2 - \left(\frac{mg}{\rho v S N} \right)^2 \right].$$

(*4.99. Көкжиек жазықтығында орналасқан түтіктің кең бөлігінен су $v_1 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ағады. Егер түтіктің кең және тар бөліктеріндегі қысымның айырымы $\Delta p = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$ болса, онда тар түтіктен ағатын судың v_2 жылдамдығын табу керек?

$$\text{Жауабы: } v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta p}{\rho}} \approx 14,6\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

5. Сакталу заңдары

Тұрақты күштің жұмысы

$$A = F \cdot S \cos \alpha \quad (1)$$

формуласымен анықталады. 1-суреттен көріп отырғандай F күштің жұмысы оның F_1 құраушысы жасайтын жұмысына тең болады екен. Егер күш айнымалы болса, онда жұмыс былай анықталады.

$$A = \sum_{i=1}^n F_i \Delta S_i \quad (2)$$

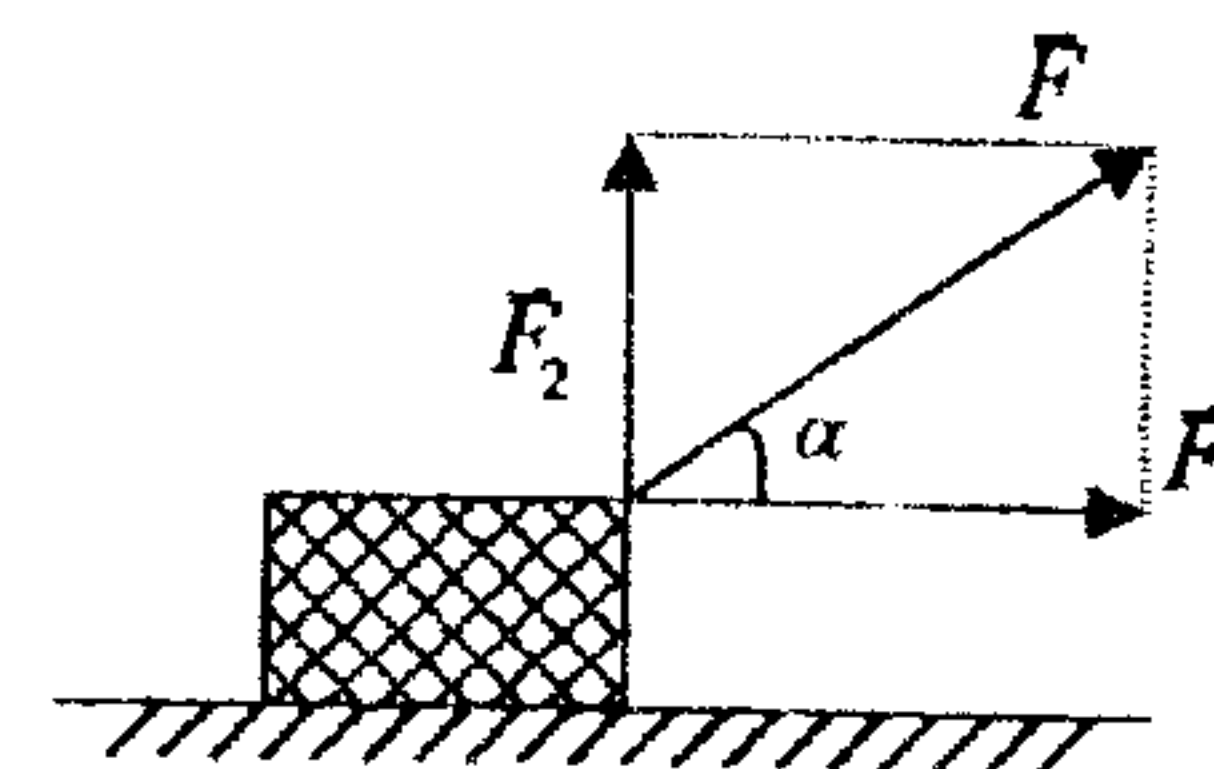
Жұмыстың өлшем бірлігі 1 Дж . $1\text{ Дж} = 1\text{ Н} \cdot 1\text{ м} = 1\text{ Н} \cdot \text{м}$

Ауырлық күшінің жұмысы. $A = mg(h_2 - h_1)$ (3), мұндағы $(h_2 - h_1)$ дененің бастапқы және соңғы орындары биіктіктерінің айырымы.

Серпінділік күшінің жұмысы. $A = \frac{k}{2} (x_2^2 - x_1^2)$ (4), мұндағы k - қатаңдық $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$.

Бүкіләлемдік тартылыс күшінің жұмысы.

$$A = \gamma m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (5)$$



1-сурет

Үйкеліс күшінің жұмысы. $A = -\mu mgl$ (6) мұндағы μ - үйкеліс коэффициенті. Механикалық қуат $N = \frac{A}{t}$ (7) формуласымен анықталады. Егер қозғалыс бірқалыпты болса, онда қуатты былай өрнектеуге болады

$$N = Fv \quad (8)$$

Қуаттың өлшем бірлігі 1 Вт . $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$.

Дененің жұмыс істеу қабілеттілігін сипаттайтын шама энергия болып табылады. Механикалық энергияны екі түрге бөледі. Кинетикалық энергия-қозғалыстағы денеде болады да ол былай анықталады

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad (9)$$

Денелер жүйесінің орналасуына байланысты болатын энергия - потенциалдық энергия. Деформацияланған дененің потенциалдық энергиясы

$$E_n = \frac{kx^2}{2} \quad (10)$$

Жер бетінен h ($h \ll R$) биіктікке көтерілген дененің потенциалдық энергиясы.

$$E_n = mgh \quad (11)$$

Гравитациялық өрістің потенциалдық энергиясы

$$E_n = -\gamma \frac{m_1 m_2}{R} \quad (12)$$

Кинетикалық және потенциалдық энергиялардың қосындысын толық механикалық энергия деп атайды.

$$W = E_k + E_n \quad (13)$$

Егер тұйықталған жүйеде тек консервативтік күштер әсер ететін болса, онда жүйенің толық механикалық энергиясы тұрақты болады.

$$\sum_{i=1}^n W_i = \text{const}, \text{ немесе } E_k + E_n = \text{const} \quad (14)$$

(14) өрнек энергияның сақталу заңын анықтайды.

Егер денелер жүйесіне сыртқы күштер әсер ететін болса, онда жүйенің толық механикалық энергиясының өзгерісі сыртқы күштер істеген жұмысқа тең болады, яғни

$$A = \Delta W \quad (15)$$

Дене массасы мен оның жылдамдығының көбейтіндісімен анықталатын векторлық шама қозғалыс мөлшері немесе дене импульсі деп аталады

$$\vec{P} = m \vec{v} \quad (16)$$

Егер денелер жүйесіне сыртқы күштер әсер етпейтін болса, онда жүйенің толық қозғалыс мөлшері өзгермейді.

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \text{const} \text{ немесе } m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const} \quad (17)$$

Бөлшектердің кез келген қысқа мерзімді өзара әрекеттесуі соқтығысу деп аталады. Денелер соқтығысқаннан кейін бірдей жылдамдықпен (бір дене болып) қозғалатын болса, онда мұндай соққы абсолют серпінсіз соққы деп аталады. Абсолют серпінсіз соққы кезінде соқтығысуға дейінгі денелердің кинетикалық энергиялардың қосындысы, соқтығысқаннан кейін пайда болған денелердің кинетикалық энергиясына тең болмайды. Соқтығысқан кезде денелердің импульстерінің қосындысымен қатар кинетикалық энергияларының қосындысы да сақталатын соққы серпінді соққы деп аталады.

5.1. Массасы 3 кг денені 10 м биіктікке тік көтергенде 350 Дж жұмыс істелетін болса, онда ол дене қандай үдеумен қозғалады?

Берілгені:	Шешуі: Денені тік көтергенде істелінетін жұмыс
$m = 3 \text{ кг}$	$A = Fh$. Мұндағы F - денеге әсер етуші тең
$h = 10 \text{ м}$	әсерлі күш және $F = (mg + ma)$.
$A = 350 \text{ Дж}$	Сонда $A = (mg + ma)h \Rightarrow a = \frac{A - mgh}{mh}$.

$a = ?$

$$a = \frac{350 \text{ Дж} - 3 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10 \text{ м}}{3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м}} = 1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Жауабы: } a = 1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

5.2. Салмағы 392 Н жүкті 8 с ішінде 10 м биіктікке көтеру үшін қанша жұмыс істеу керек?

Берілгені:	Шешуі: Көтеру кезінде істелген жұмыс
$P = 392 \text{ Н}$	$A = (mg + ma)h$ (5.1 - есепке қараңдар).
$t = 8 \text{ с}$	Ал, дененің үдемелі қозғалысы кезінде
$h = 10 \text{ м}$	$h = \frac{at^2}{2} \quad (v_0 = 0).$
$A = ?$	

Онда $a = \frac{2h}{t^2}$, демек $A = mgh + \frac{2mh^2}{t^2}$. Екіншіден

$$P = mg \text{ екендігін ескерсек онда } A = Ph + \frac{2Ph^2}{gt^2}.$$

$$A = 392 \text{ Н} \cdot 10 \text{ м} + \frac{2 \cdot 392 \text{ Н} \cdot (10 \text{ м})^2}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (8 \text{ с})^2} = 4045 \text{ Дж}.$$

$$\text{Жауабы: } A = 4045 \text{ Дж}.$$

5.3. Массасы $4,5\text{ кг}$ бөрене көкжиек бетімен сүйретіледі. Бөренеге байланған жіп көкжиекпен 30° бұрыш жасайды. Жіптің керілу күші 6 Н . Егер үйкеліс коэффициенті $0,1$ болса, онда 10 с ішінде қанша жұмыс істеледі?

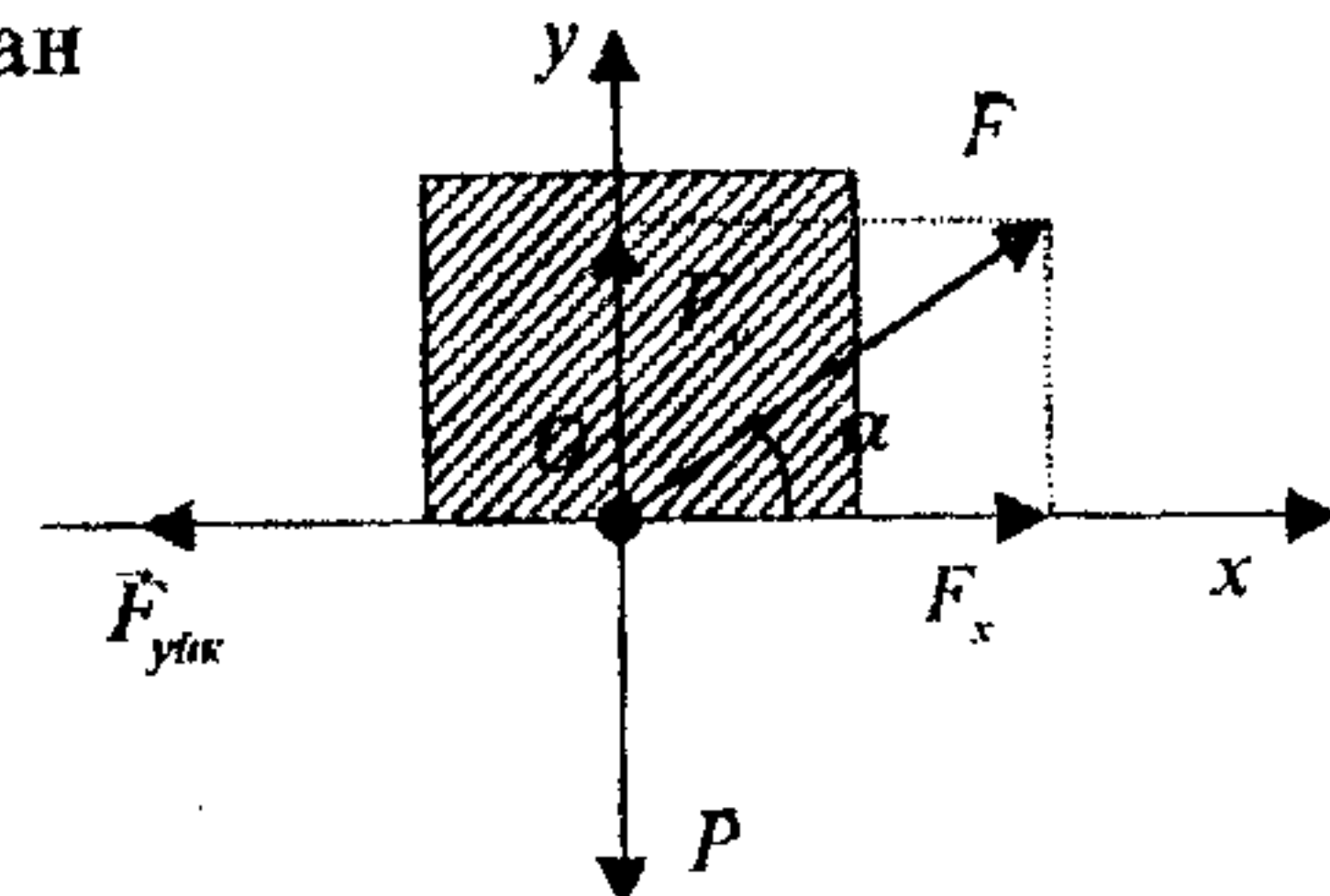
Берілгені: $m = 4,5\text{ кг}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $F = 6\text{ Н}$
 $t = 10\text{ с}$
 $\mu = 0,1$
 $A = ?$

Шешуі: Бөренеге әсер ететін күштердің өстердегі проекцияларын анықтайық (2-сурет).

Сонда бөренені сүйрету кезінде істелетін жұмыс $A = F \cdot s \cos \alpha$. Ал, көкжиек бағытында бірқалыпты үдемелі қозғалған

дененің жүрген жолы $s = \frac{at^2}{2}$,

сонда (1) $A = \frac{F \cdot at^2}{2} \cos \alpha$.



Ньютонаң екінші заңынан $a = \frac{F_{\text{м}}}{m}$,

мұндағы $F_{\text{м}}$ теңәсерлі күш және

$F_{\text{м}} = F_x - F_{\text{yuk}}$. Ал, $F_x = F \cos \alpha$ және

$F_{\text{yuk}} = \mu(mg - F \sin \alpha)$ демек, $a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m}$ (2). 2-сурет

(1) және (2) ден $A = \frac{Ft^2}{2m} [F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)] \cos \alpha$.

$$A = \frac{6 \cdot (10)^2}{2 \cdot 4,5} \left[6 \cdot \cos 30^\circ - 0,1 \left(4,5 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 6 \cdot \sin 30^\circ \right) \right] \cos 30^\circ \approx 60,7 \text{ Дж}$$

Жауабы: $A \approx 60,7 \text{ Дж}$.

5.7. 1 кг жүк динамометр шкаласын $0,5\text{ см}$ ұзартады. Егер динамометрге 6 кг жүк ілінсе онда серпінділік күші қандай жұмыс істейді?

Берілгені: $m_1 = 1\text{ кг}$
 $\ell_1 = 0,5\text{ см}$
 $m_2 = 6\text{ кг}$
 $A = ?$

Шешуі: $0,5\text{ см} = 0,5 \cdot 10^{-2}\text{ м}$. Серпінділік күшінің жұмысы

(1) $A = k \frac{\ell_1^2}{2}$ формуламен анықталады.

Мұндағы $k = \frac{F_{\text{сп}}}{\ell} = \frac{m_1 g}{\ell}$. Сонда екі жағдай үшін жазсақ

(2) $\begin{cases} m_1 g = k \ell_1 \\ m_2 g = k \ell_2 \end{cases} \Rightarrow \ell_2 = \frac{m_2 \ell_1}{m_1}$. (1) және (2) ден $A = \frac{m_2^2 g \ell_1}{2 m_1}$.

$$A = \frac{(6\text{ кг})^2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}\text{ м}}{2 \cdot 1\text{ кг}} = 0,882 \text{ Дж}$$

Жауабы: $A = 0,882 \text{ Дж}$.

5.8. Жүгімен қоса есептегенде ұшақтың массасы $m = 6 \cdot 10^3\text{ кг}$. Осы ұшақ 150 с ішінде 2250 м биіктікке көтерілді. Ұшақ бірқалыпты үдемелі қозғалады деп есептеп қозғалтқыштың істеген жұмысын табу керек?

Берілгені: $m = 6 \cdot 10^3\text{ кг}$
 $t = 150\text{ с}$
 $h = 2250\text{ м}$
 $A = ?$

Шешуі: Қозғалтқыш жұмысы $A = Fh$. Мұндағы F күшін екі құраушыға жіктесек $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, сонда $F_1 = P = mg$ (тік бағыттағы құраушысы) $F_2 = ma$ (көкжиек бағыттағы құраушысы).

Ал, $a = \frac{2h}{t^2}$ екендігін ескерсек, сонда $A = mgh + \frac{2mh^2}{t^2}$ немесе $A = mh \left(g + \frac{2h}{t^2} \right)$.

$$A = 6 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot 2250\text{ м} \left(9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{2 \cdot 2250\text{ м}}{(150\text{ с})^2} \right) = 0,35 \cdot 10^8 \text{ Дж}$$

Жауабы: $A = 0,35 \cdot 10^8 \text{ Дж}$.

5.9. Машина бірқалыпты үдемелі қозғала отырып $s = 40\text{ м}$ аралықта жылдамдығын $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ -ке жеткізді. Егер машина массасы $m = 2000\text{ кг}$, үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,04$ болса машина қозғалтқышының осы аралықта істеген жұмысы неге тең болады?

Берілгені: $s = 40\text{ м}$; $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;
 $m = 2000\text{ кг}$; $\mu = 0,04$
 $A = ?$

Шешуі: Машина қозғалысының бағыты күш бағытымен бағыттас болғанда $A = F \cdot s$. Мұндағы, F -теңәсерлі күш. Сонда $F = F_{\text{yuk}} + ma$.

$F_{\text{yuk}} = \mu mg$ және $a = \frac{v^2}{2s}$ екендігін ескерсек, онда

$$A = \left(\mu mg + \frac{mv^2}{2s} \right) s = m \left(\mu sg + \frac{v^2}{2} \right). A = 2000\text{ кг} \left(0,04 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 40\text{ м} + \frac{\left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2}{2} \right) \approx 1,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

Жауабы: $A \approx 1,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

5.10. Массасы 2 кг жүк 5 м биіктіктен құлап жұмсақ топыраққа 5 м енеді. Топырақтың орташа кедергі күшін анықтандар.

Берілгені: $m = 2\text{ кг}$
 $h = 5\text{ м}$
 $h_1 = 5\text{ см}$
 $F_{\text{орп}} = ?$

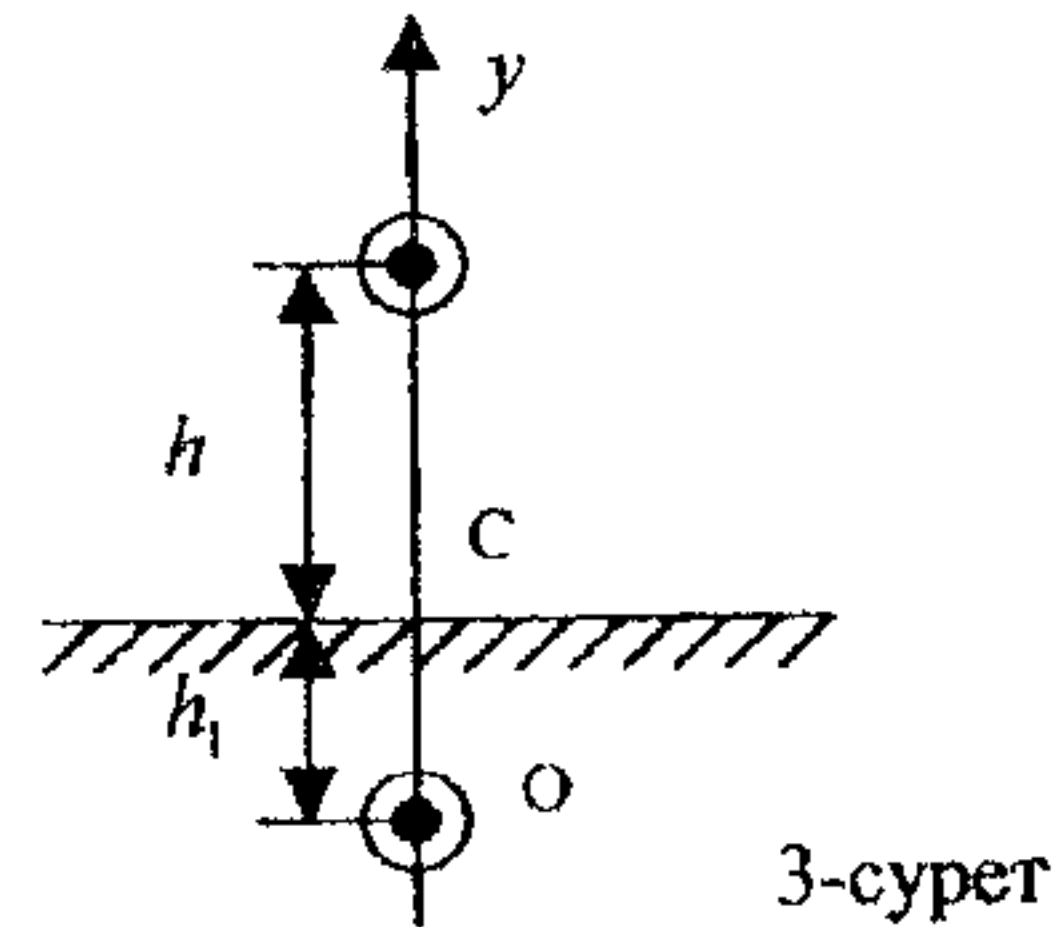
Шешуі: $5\text{ см} = 5 \cdot 10^{-2}\text{ м}$. Есепті шығару үшін 3-суретті пайдаланайық. Сонда $(h + h_1)$ биіктіктен түскенде істелген жұмыс $A = mg(h_1 + h)$ (1)

Ал, екінші жағынан (2) $A = F_{орн} \cdot h_1$ екендігін ескерсек, онда (1) және (2) ден

$$F_{орн} h_1 = mg(h_1 + h) \Rightarrow F_{орн} = mg \left(1 + \frac{h}{h_1} \right).$$

$$F_{орн} = 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(1 + \frac{5 \text{ м}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} \right) \approx 1,98 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F_{орн} \approx 1,98 \cdot 10^3 \text{ Н}$.



3-сурет

5.11. Биіктен құлаған массасы 5 кг жүк Жер бетіне 2,5 с жетеді. Ауырлық күшінің жұмысын есептеңдер.

Берілгені: $m = 5 \text{ кг}$
Шешуі: $A = mg\Delta h$, мұндағы $\Delta h = h_1 - h_2$ (бастапқы және кейінгі биіктіктерінің айырымы).

$t = 2,5 \text{ с}$ Ал, $\Delta h = \frac{gt^2}{2}$ онда $A = \frac{mg^2 t^2}{2}$.

А-?

$$A = \frac{5 \text{ кг} \cdot \left(9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)^2 \cdot (2,5 \text{ с})^2}{2} = 1500 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $A = 1500 \text{ Дж}$.

5.12. Массасы 5 кг білеуше бедерлі жазық жолмен қозғалып 0,5 м қашықтықта тоқтады. Үйкеліс коэффициенті 0,2 болса, үйкеліс күшінің істеген жұмысын табыңдар.

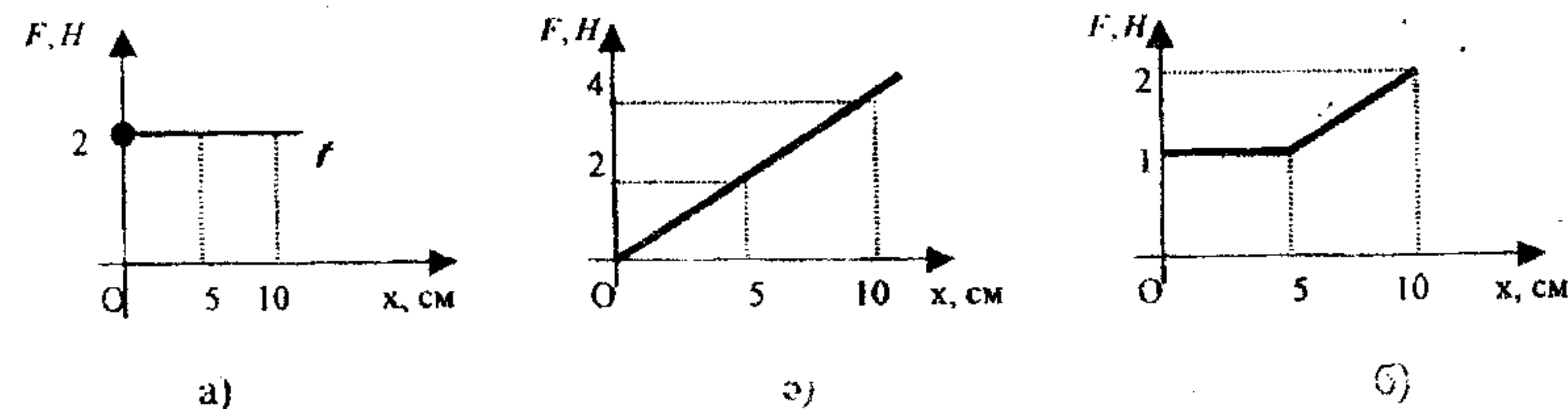
Берілгені: $m = 5 \text{ кг}$
Шешуі: $A = -F_{\text{үйк}} \ell$ (үйкеліс күшімен қозғалыс бағыты қарама-қарсы сонда $\cos 180^\circ = -1$).

$\ell = 0,5 \text{ м}$ Ал, $F_{\text{үйк}} = \mu mg$ екендігін ескерсек $A = -\mu mg \ell$.

$\mu = 0,2$ $A = -0,2 \cdot 5 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,5 \text{ м} = -4,9 \text{ Дж}.$

Жауабы: $A = -4,9 \text{ Дж}$.

5.13. 4-суретте $F = f(x)$ тәуелділігінің графиктері берілген. График бойынша дене 5 см және 10 см орын ауыстырғанда күштің жұмысын табыңдар.



а)

б)

в)

Шешуі: а) Мұнда әсер етуші күштің шамасы тұрақты және $F = 2 \text{ Н}$.

Онда $A_1 = Fx_1 = 2 \text{ Н} \cdot 0,05 \text{ м} = 0,1 \text{ Дж}.$

$A_2 = Fx_2 = 2 \text{ Н} \cdot 0,1 \text{ м} = 0,2 \text{ Дж}.$

ә) Мұнда әсер етуші күш шамасы x -ке тура пропорционал, демек $F = kx$,

онда $A = \frac{kx^2}{2}$. Графиктен $k = \frac{F}{x}$ немесе $k = \frac{4 \text{ Н}}{10 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 40 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, онда

$A_1 = \frac{kx_1^2}{2} = \frac{40 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{2} = 0,05 \text{ Дж}.$

$A_2 = \frac{kx_2^2}{2} = \frac{40 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot (10 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{2} = 0,2 \text{ Дж}.$

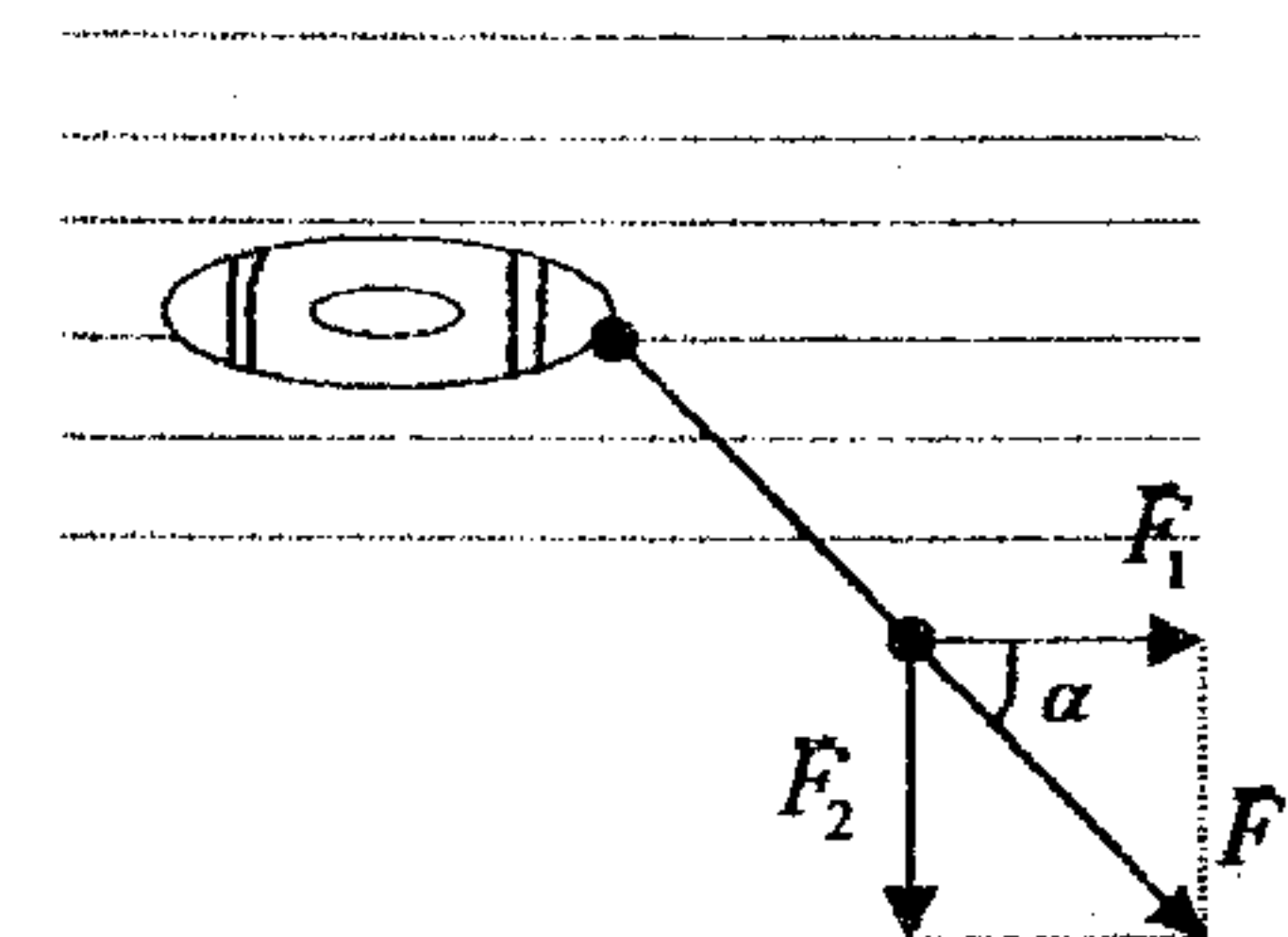
б) $A_1 = F \cdot x_1 = 1 \text{ Н} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м}) = 0,05 \text{ Дж}.$

$A_2 = \frac{kx_2^2}{2} = \frac{2 \text{ Н} \cdot (10 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{(10 \cdot 10^{-2} \text{ м}) \cdot 2} = 0,1 \text{ Дж}.$

5.14. Жағада тұрған адам жіппен қайықты ағысқа қарсы бағытта $F = 150 \text{ Н}$ күшпен тартады. Жіппен жаға бағыты арасындағы бұрыш $\alpha = 30^\circ$. Адам $s = 1 \text{ км}$ жол жүрсе қанша жұмыс істейді?

Берілгені: $F = 150 \text{ Н}$
Шешуі: Сызбасын келтірейік (5-сурет).

$\alpha = 30^\circ$ Онда F -күші екі құраушыға жіктелген. Мұндағы, F_2 -құраушысының жұмысы нөлге тең, өйткені дене бұл



5-сурет

бағытта жұмыс істемейді.

$(\cos(F; v) = \cos 90^\circ = 0).$

Онда адамның істейтін жұмысы $A = F_1 s$,

ал $F_1 = F \cos \alpha$ болғандықтан

$A = F s \cos \alpha.$

$A = 150 \text{ Н} \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \cos 30^\circ \approx 130 \text{ кДж}.$

Жауабы: $A \approx 130 \text{ кДж}.$

5.15. Массасы 50 т ТУ-104 ұшағы $30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен қонды. Ұшақты тоқтататын үйкеліс күшінің жұмысын табыңдар.

Берілгені: $m = 50 \text{ т}$
Шешуі: $50 \text{ т} = 5 \cdot 10^4 \text{ кг}$. Үйкеліс күшінің жұмысы

$A = F s \cos \alpha$, ал $\alpha = 180^\circ$ екендігін ескерсек

$v_0 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $A = -F s$ (1). Бірқалыпты үдемелі қозғалыс

кезінде $v^2 = v_0^2 - 2as$, мұнда $v = 0$ болғандықтан

А-?

$$v_0^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2a} \text{ немесе } s = \frac{mv_0^2}{2F} \quad (2).$$

$$\text{және (2)-ден } A = -\frac{mv_0^2}{2} = -\frac{5 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \left(30 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = -2,25 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $A = -2,25 \cdot 10^7 \text{ Дж}$.

5.16. Көтергіш кран салмағы $29,4 \text{ кН}$ жүкті 120 с ішінде 15 м биіктікке көтереді. Көтергіш кран қозғалтқышының қуатын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: $29,4 \text{ кН} = 2,94 \cdot 10^4 \text{ Н}$.

$$P = 29,4 \text{ кН} \quad N = \frac{Ph}{t}$$

$$t = 120 \text{ с} \quad N = \frac{2,94 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot 15 \text{ м}}{120 \text{ с}} = 3675 \text{ Вт}.$$

$$h = 15 \text{ м}$$

$$N = ?$$

Жауабы: $N = 3675 \text{ Вт}$.

5.17. Мотоцикл қуаты $N = 13 \text{ кВт}$. Осы мотоцикл $60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен келе жатқанда оның қозғалтқышының тарту күші қандай болады?

Берілгені: Шешуі: $13 \text{ кВт} = 1,3 \cdot 10^4 \text{ Вт}$; $60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 16 \frac{2}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$N = 13 \text{ кВт}$ Қуатты анықтайтын $N = Fv$ формуласынан $F = \frac{N}{v}$.

$$v = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} \quad F = \frac{1,3 \cdot 10^4 \text{ Вт}}{16 \frac{2}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 7,8 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

$$F = ?$$

Жауабы: $F = 7,8 \cdot 10^2 \text{ Н}$.

5.18. Тепловоз 900 кВт қуат жұмсап, салмағы 1500 т поезді $54 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен қозғайды. Үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: $900 \text{ кВт} = 9 \cdot 10^5 \text{ Вт}$;

$$N = 900 \text{ кВт} \quad 1500 \text{ т} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ кг}; \quad 54 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$m = 1500 \text{ т}$ $N = Fv$ формуласын пайдаланамыз, сонда поезд

$v = 54 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ бірқалыпты қозғалғандықтан $F = F_{\text{үйк}}$.

$$\mu = ?$$

Екінші жағынан $F_{\text{үйк}} = \mu mg$ екендігін ескерсек, онда

$$N = \mu mgv \Rightarrow \mu = \frac{N}{mgv} = \frac{9 \cdot 10^5 \text{ Вт}}{1,5 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 4 \cdot 10^{-3}.$$

Жауабы: $\mu \approx 4 \cdot 10^{-3}$.

5.19. Шахтадың жүк тиелген жәшігінің массасы 12 т . Ол $0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен 30 с жоғары көтерілді. Көтергіштің пайдалы әсер коэффициенті $0,7$ деп есептеп, осы уақыт аралығындағы оның орташа қуатын анықтаңдар.

Берілгені:

Шешуі: $12 \text{ т} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ кг}$.

$$m = 12 \text{ т}; \quad a = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t = 30 \text{ с}; \quad \eta = 0,7$$

$$N_{\text{орт}} = ?$$

Көтергіштің пайдалы әсер коэффициенті жүкті көтеруге жұмсалған пайдалы қуаттың, толық қуатқа қатынасымен анықталады

$$\eta = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{м}}}$$

(1)

Ал, пайдалы қуат $N_{\text{п}} = F \cdot v_{\text{орт}}$. Жәшік үдеумен көтерілгендіктен

$$F = m(g + a), \text{ ал } v_{\text{орт}} = \frac{v_1 + v_0}{2} = \frac{at}{2} \text{ себебі } v_0 = 0 \text{ сонда } v_1 = at.$$

$$\text{Демек, } N_{\text{п}} = m(g + a) \frac{at}{2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } N_{\text{м}} = \frac{m(g + a)at}{2\eta}. \text{ Ал } N_{\text{м}} \approx N_{\text{орт}}, \text{ онда } N_{\text{орт}} = \frac{m(g + a)at}{2\eta}.$$

$$N_{\text{орт}} = \frac{1,2 \cdot 10^4 \text{ кг} \left(9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \cdot 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 30 \text{ с}}{2 \cdot 0,7} \approx 10^6 \text{ Вт}.$$

Жауабы: $N_{\text{орт}} \approx 10^6 \text{ Вт}$.

5.20. Көлбеулік бұрышы α -ға тең жазықтықпен жоғары қарай тепловоз массасы m поезді сүйреп келеді. Поез s жолды жүргенде оның жылдамдығы v_1 -ден v_2 -ге дейін кеміді. Егер де үйкеліс коэффициенті μ болса, онда поездің орташа қуатын есептеп табыңдар.

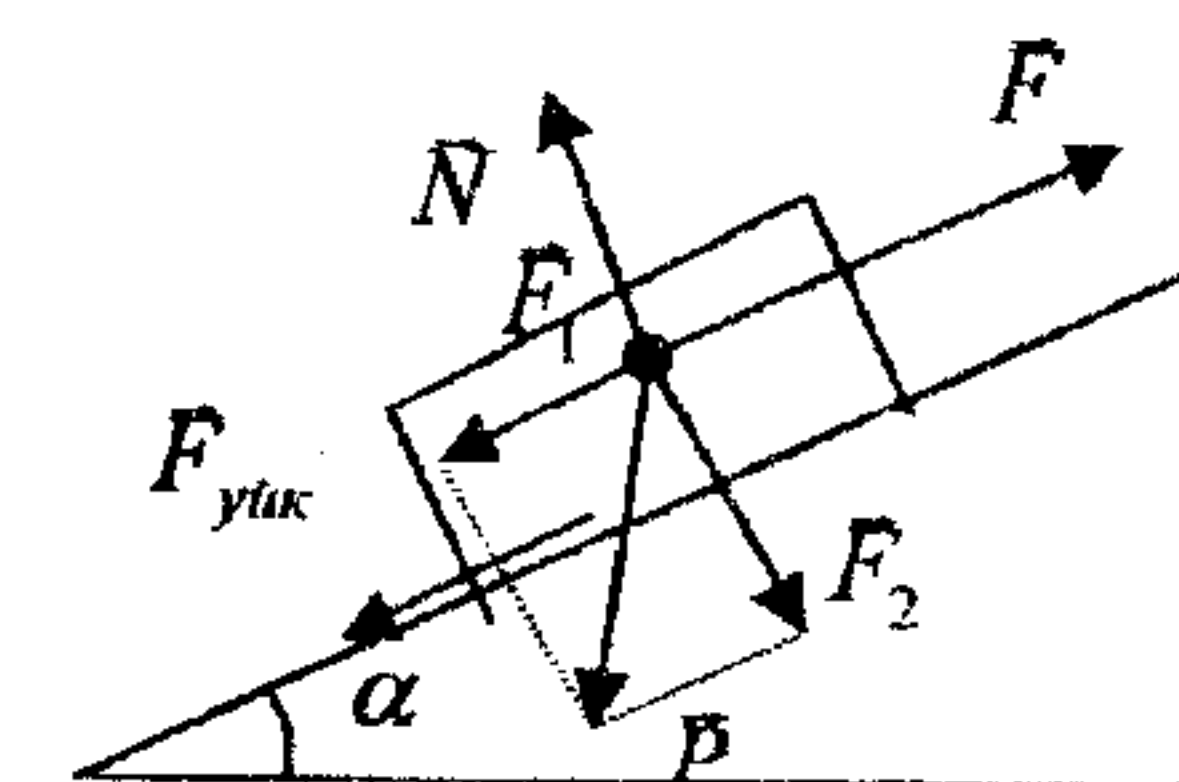
Берілгені:

Шешуі: Поезге әсер ететін күштер 6-суретте көрсетілген: $\bar{N}$ -реакция күші; $\bar{P}$ -салмақ күші (F_1 және F_2 құраушылары);

$F_{\text{үйк}}$ -үйкеліс күші; F -поездің тарту күші.

Сонда, $N_{\text{орт}} = F \cdot v$. Мұндағы

$$F = P \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha + ma \text{ және}$$



6-сурет

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}, \text{ демек } N_{\text{опт}} = \frac{v_1 + v_2}{2} (P \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha + ma).$$

Ал, бірқалыпты үдемелі қозғалыста $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$ болғандықтан

$$N_{\text{опт}} = \frac{m(v_1 + v_2)}{2} \left(g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \right).$$

$$\text{Жауабы: } N_{\text{опт}} = \frac{m(v_1 + v_2)}{2} \left(g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \right).$$

5.21. Қозғалтқышының қуаты $N_1 = 30 \text{ кВт}$ автомобиль $v_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

жылдамдықпен, ал қуаты $N_2 = 20 \text{ кВт}$ $v_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен

қозғалады. Егер осы автомобилдерді өзара темір арқанмен қоссақ олар қандай жылдамдықпен қозғалар еді?

Берілгені:

$$N_1 = 30 \text{ кВт}; v_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$N_2 = 20 \text{ кВт}; v_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

v - ?

Шешуі: $30 \text{ кВт} = 3 \cdot 10^4 \text{ Вт};$

$$20 \text{ кВт} = 2 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

Автомобилдерді арқанмен қосқаннан

кейінгі екеуінің жалпы қуаты

$$N = N_1 + N_2 \text{ немесе } N = (F_1 + F_2)v.$$

Мұндағы, F_1 және F_2 бірінші және екінші автомобиль қозғалысына әсер ететін күштер, v -автомобилдің ортақ жылдамдығы.

Ал, $F_1 = \frac{N_1}{v_1}$ және $F_2 = \frac{N_2}{v_2}$ екендігін ескерсек, онда

$$N_1 + N_2 = \left(\frac{N_1}{v_1} + \frac{N_2}{v_2} \right) v \Rightarrow v = \frac{(N_1 + N_2)v_1 v_2}{N_1 v_2 + N_2 v_1}.$$

$$v = \frac{(3 \cdot 10^4 \text{ Вт} + 2 \cdot 10^4 \text{ Вт}) 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3 \cdot 10^4 \text{ Вт} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 2 \cdot 10^4 \text{ Вт} \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 12,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v = 12,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.22. Локомотив тұрақты қуатпен жұмыс істей отырып, массасы

$M = 2000 \text{ т}$ поезді көлбеулігі $\alpha_1 = 0,05$ болатын жолда $v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$

жылдамдықпен, ал көлбеулігі $\alpha_2 = 0,25$ жолда $v_2 = 40 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен

тартады. Локомотивтің тарту күшін F тұрақты деп оны есептеп табыңдар.

Берілгені:

$$M = 2000 \text{ т}; \alpha_1 = 0,05;$$

$$v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}; \alpha_2 = 0,25;$$

$$v_2 = 40 \frac{\text{км}}{\text{сағ}};$$

F - ?

Шешуі: $2000 \text{ т} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг}; 30 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}};$

$40 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}};$ Өрге қарай қозғалған локомотивке

әсер ететін күштер 7-суретте көрсетілген.

Сонда, поезд бірқалыпты қозғалуы

$$\text{үшін } \vec{F} + \vec{F}_{\text{кед}} + \vec{N} + M\vec{g} = 0.$$

F -бағытында проекцияласақ

$$F = F_{\text{кед}} + Mg \sin \alpha \quad (1)$$

$F = \frac{N}{v}$ сцендігін ескеріп (1)-ді екі жағдай

үшін жазайық, сонда:

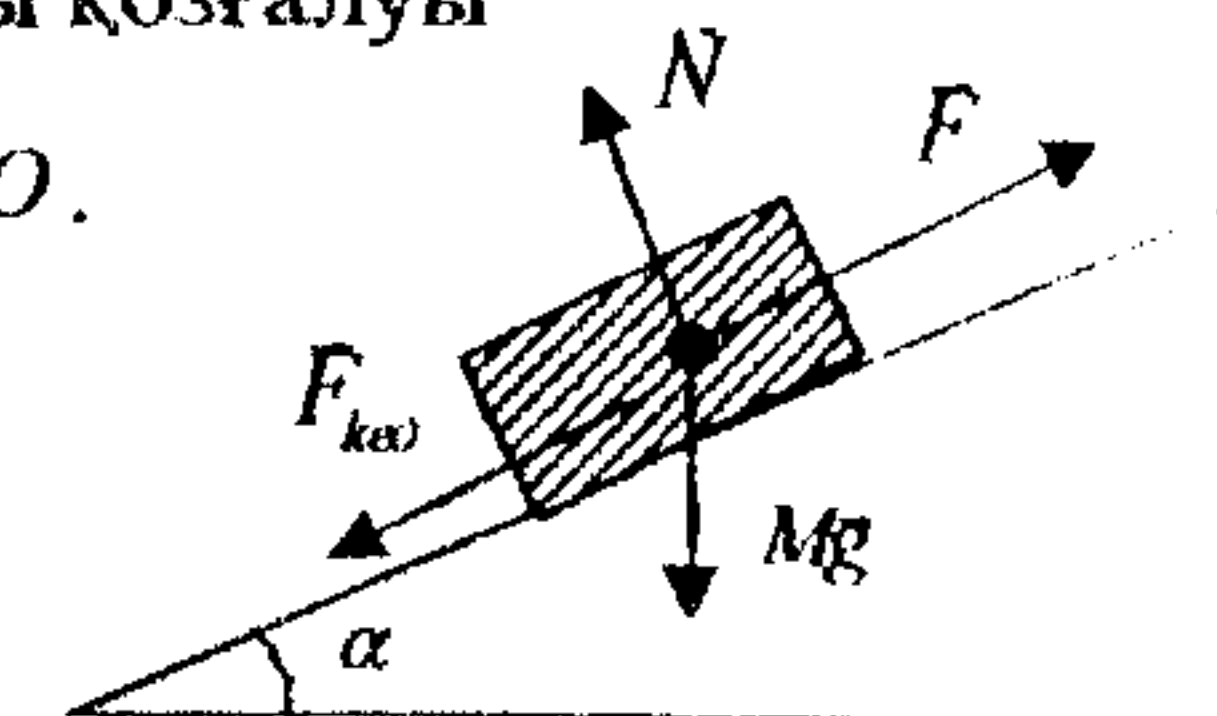
$$N_1 = (F_{\text{кед}} + Mg \sin \alpha_1)v_1 \text{ және } N_2 = (F_{\text{кед}} + Mg \sin \alpha_2)v_2.$$

Ал, $N_1 = N_2$ болғандықтан

$$(F_{\text{кед}} + Mg \sin \alpha_1)v_1 = (F_{\text{кед}} + Mg \sin \alpha_2)v_2 \Rightarrow F_{\text{кед}} = \frac{Mg(v_1 \sin \alpha_1 + v_2 \sin \alpha_2)}{v_2 - v_1}.$$

$$F_{\text{кед}} = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(\frac{25 \text{ м}}{3 \text{ с}} \cdot 0,05 + \frac{100 \text{ м}}{9 \text{ с}} \cdot 0,25 \right)}{\frac{100 \text{ м}}{9 \text{ с}} - \frac{25 \text{ м}}{3 \text{ с}}} \approx 9,8 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

$$\text{Жауабы: } F_{\text{кед}} \approx 9,8 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$



7-сурет

5.23. Аэроплана азғана өрге тұрақты $v_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен шығып

келеді. Егер ол осы қуатпен өрден түскенде $v_2 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдық алатын

болса, онда мотор қуатын өзгертпей жазық жолмен қандай v жылдамдықпен қозғалар еді?

Берілгені:

$$v_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$N = \text{const}$$

v - ?

Шешуі: Аэроплана бірқалыпты жылдамдықпен

өрге шыққанда мотордың тарту күші

$$F_1 = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha \quad (1).$$

$$\text{Ал, өрден түскенде } F_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \quad (2).$$

$$\text{Қозғалтқыш қуаты тұрақты болғандықтан } N = F_1 v_1 = F_2 v_2 = \text{const} \quad (3)$$

Егер аэроплана көкжиек бағытында қозғалатын болса, онда қуат $N = \mu mg \cdot v \quad (4)$

$$(1) \text{ мен } (2)\text{-не мүшелеп қосайық, сонда } F_1 + F_2 = 2\mu mg \cos \alpha \quad (5)$$

$$(5)\text{-ге } (3)\text{-дегі мәндерін қойсақ, онда } N \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = 2\mu mg \cos \alpha. \text{ Енді } (4)\text{-і}$$

$$\text{ескерсек } \mu mg v \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = 2\mu mg \cos \alpha \Rightarrow v = 2 \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \cos \alpha \quad (6)$$

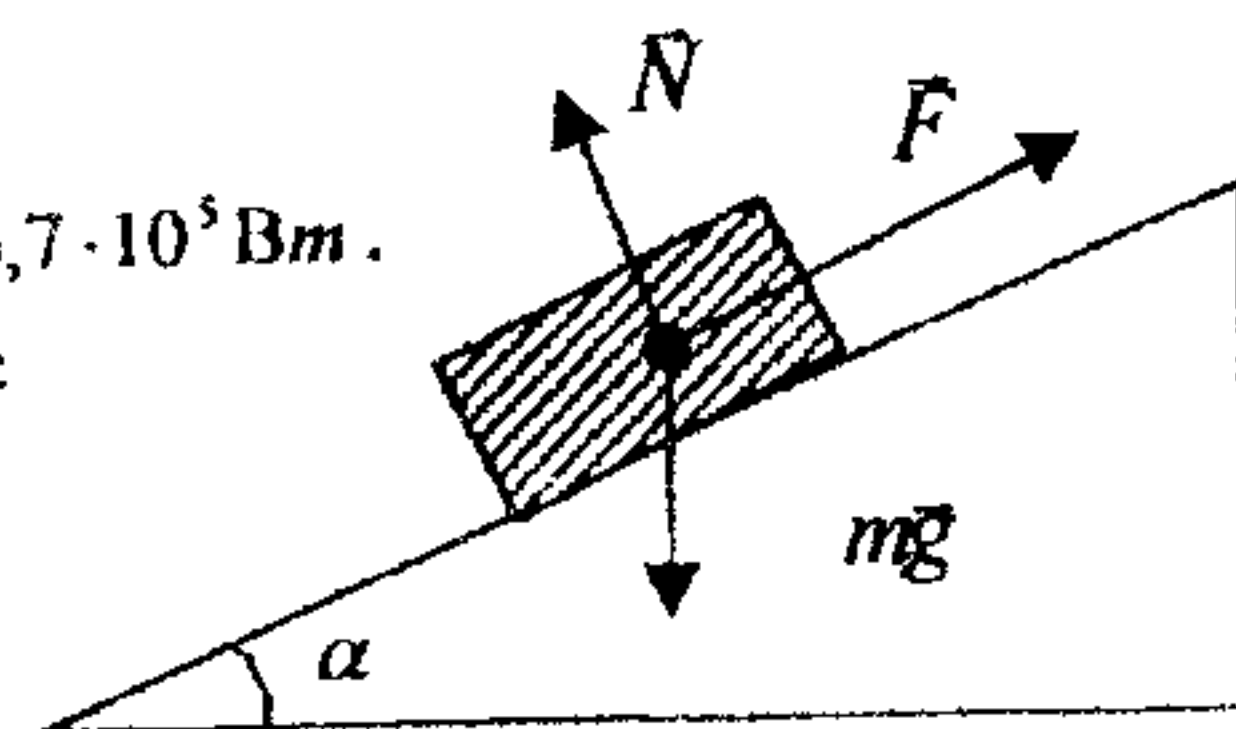
Өрдің көтерілуі өте аз болғандықтан $\cos \alpha \approx 1$, өйткені $\alpha \rightarrow 0^\circ$, онда

$$v = 2 \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 2 \frac{20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{20 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Жауабы: } v = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5.24. Трактор тұрақты жылдамдықпен 30° -тық бұрыш жасай өрге шығып барады. Трактор массасы 15 т , мотордың тарту қуаты 370 кВт болса, оның көтерілу жылдамдығын табындар.

Берілгені: $\alpha = 30^\circ$; $m = 15\text{ т}$; $N = 370\text{ кВт}$
Шешуі: $15\text{ т} = 1,5 \cdot 10^4\text{ кг}$; $370\text{ кВт} = 3,7 \cdot 10^5\text{ Вт}$.
Ох өсін трактордың қозғалыс бағытымен бағыттайық (8-сурет).



8-сурет

Сонда бірқалыпты қозғалған тракторға әсер ететін күштердің проекцияларының қосындысы нөлге тең, яғни $F - mg \sin \alpha = 0$ (1).

$$\text{Ал, } N = Fv \text{ болғандықтан } \frac{N}{v} = mg \sin \alpha \Rightarrow v = \frac{N}{mg \sin \alpha}$$

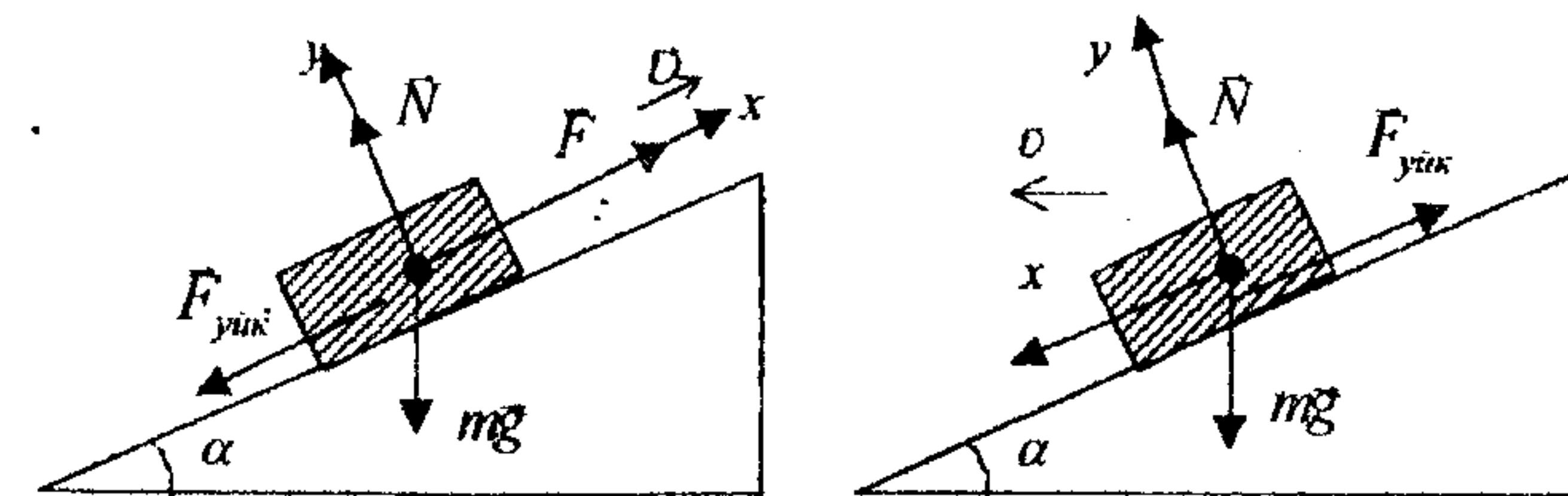
$$v = \frac{3,7 \cdot 10^5\text{ Вт}}{1,5 \cdot 10^4\text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \sin 30^\circ} \approx 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Жауабы: } v \approx 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5.25. Әрбір $\ell = 20\text{ м}$ жүргенде көлбеу жол $h = 1\text{ м}$ жоғары көтеріледі. Қозғалтқышын өшірген автомобиль осы жолмен төмен $v = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен бірқалыпты түседі. Осындай жылдамдықпен жоғары көтерілген автомобиль қозғалтқышының қуатын анықтаңдар. Автомобиль массасы $m = 1,5\text{ т}$.

Берілгені: $\ell = 20\text{ м}$; $h = 1\text{ м}$; $v = 60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$; $m = 1,5\text{ т}$
Шешуі: $60 \frac{\text{км}}{\text{сағ}} = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $1,5\text{ т} = 1,5 \cdot 10^3\text{ кг}$.
Автомобиль жолмен бірқалыпты көтерілуі кезінде қозғалтқыш қуаты $N = Fv$ орнымен анықталы

Сонда, автомобиль төмен түсуі кезінде (9(ә)-сурет) және жоғары көтерілуі кезінде (9(а)-сурет) оған әсер ететін күштерді анықтайық.



9-сурет

F - қозғалтқыштың тарту күші; mg - ауырлық күші;

N - жолдың нормал реакция күші. Демек, а) жағдайы үшін $F = F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha$ (1)

ә) жағдайы үшін $mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0$ (2).

$$N = mg \cos \alpha, \sin \alpha = \frac{h}{\ell} \text{ екендігін ескеріп (1) және (2)-ден } N = mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\ell}$$

$$N = 1,5 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 16 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1\text{ м}}{20\text{ м}} \approx 2,5 \cdot 10^4\text{ Вт}$$

$$\text{Жауабы: } N \approx 2,5 \cdot 10^4\text{ Вт}$$

(*) 5.26. Көтергіш кран жүкті жоғары көтерумен бірге өзі де алға қарай жылжиды. Сонда істелетін жұмыс қалай анықталады?

Шешуі: Есеп шартында ешқандай шамалық мәліметтер берілмеген, сондықтан біз кран істеген жұмыстың қандай шамаларға тәуелді болатындығын анықтайық.

1. Кранға байланысты санақ жүйесінде жүкке ауырлық күші - $m_1 g_0$ және оған қарсы бағытталған темір арқанның серпінділік күші - F_1 әсер етеді. Сонда кранның бірқалыпты қозғалысы кезінде $F_1 = m_1 g_0$ (тік өсте), демек істелінетін жұмыс (1) $A_1 = m_1 g_0 h$ мұндағы h - жүктің көтерілу биіктігі.

2. Жерге байланысты алғанда кранға әсер ететін күштер қосындысы нөлге тең, яғни $m g_0 + N + F_{\text{тр}} + F_2 = 0$ немесе Ох өсіндегі проекциясын жазсақ, онда $F_2 - F_{\text{тр}} = 0$. Ал, $F_{\text{тр}} = \mu mg$ екендігін ескерсек $F_2 = \mu mg$. Істелінетін жұмыс $A_2 = \mu mgs$ (2).

A_2 - жұмысы үйкеліс күшін жеңуге жұмсалады, сонда кранды қозғалтушы күштердің жалпы жұмысы $A = A_1 + A_2 = m_1 g_0 h + \mu mgs$.

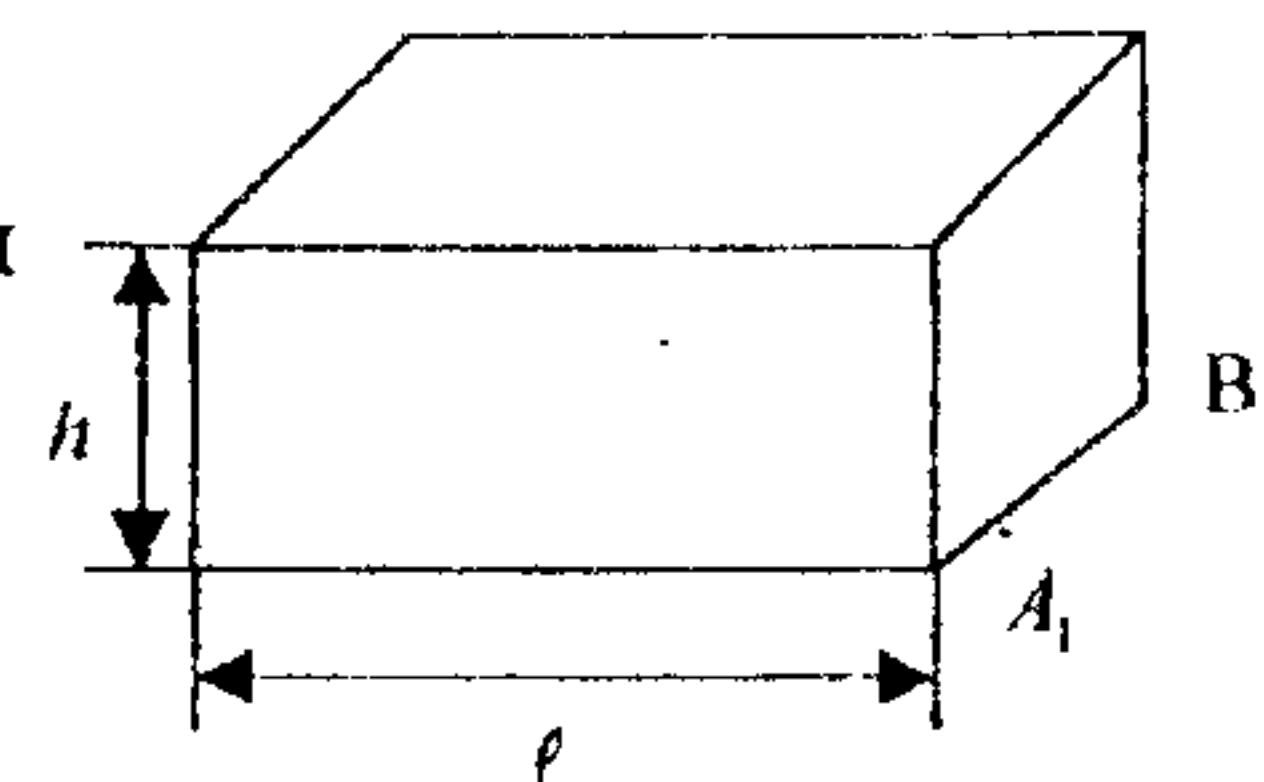
Мұндағы m_1 - жүктің ал m - кранның массасы; s - кран жүрген жол; g - еркін түсу үдеуі.

$$\text{Жауабы: } A = m_1 g_0 h + \mu mgs$$

(*) 5.27. Ұзындығы $\ell = 0,8\text{ м}$, биіктігі $h = 0,6\text{ м}$, массасы $m = 10^3\text{ кг}$ жәшікті A, B қыры бойымен аударып жіберу үшін істелетін ең аз жұмыстың шамасын есептеңдер (10-сурет).

Берілгені:
 $\ell = 0,8\text{ м}$; $h = 0,6\text{ м}$;
 $m = 10^3\text{ кг}$.

Шешуі: Жәшікті A, B қыры бойымен аудару үшін, оның диагональ жазықтығын тік бағытта



10-сурет

болатындай етіп көтеру керек, ал ары қарай жәшік ауырлық күшінің әсерінен аударылады (11-сурет). Сонда жәшіктің масса центрі (O) көрсетілген биіктікке көтеру үшін істелінетін ең аз

жұмыс $A_{\min} = mg \left(\frac{h'}{2} - \frac{h}{2} \right)$, мұндағы

$h' = \sqrt{h^2 + \ell^2}$ болғандықтан

$$A_{\min} = \frac{mg}{2} (\sqrt{h^2 + \ell^2} - h).$$

$$A_{\min} = \frac{10^3 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (\sqrt{(0,6\text{ м})^2 + (0,8\text{ м})^2} - 0,6\text{ м})}{2} = 1,96 \cdot 10^3 \text{ кДж}.$$

Жауабы: $A_{\min} = 1,96 \cdot 10^3 \text{ кДж}$.

(*) 5.28. Қабырғасының қалыңдығы δ , ал биіктігі H цилиндр пішінді құбырдың радиусы R . Егер құбыр затының тығыздығы ρ болса, оны тігінен құрастыру үшін ауырлық күшінің істейтін жұмысын табыңдар.

Берілгені:
 δ ; H ; R ; ρ
 A ?

Шешуі: Ауырлық күшінің істейтін жұмысы, бұл жағдайда теріс, өйткені күш бағыты көтерілу бағытына қарама-қарсы бағытталған, демек
 $A = -mg(h - h_0).$

Мұндағы h_0 - құрастырылғанға дейінгі, h - құрастырылғаннан кейінгі құбыр материалының ауырлық центрлерінің биіктігі.

Сонда, $h_0 = 0$; $h = \frac{H}{2}$ (12-сурет). Демек,

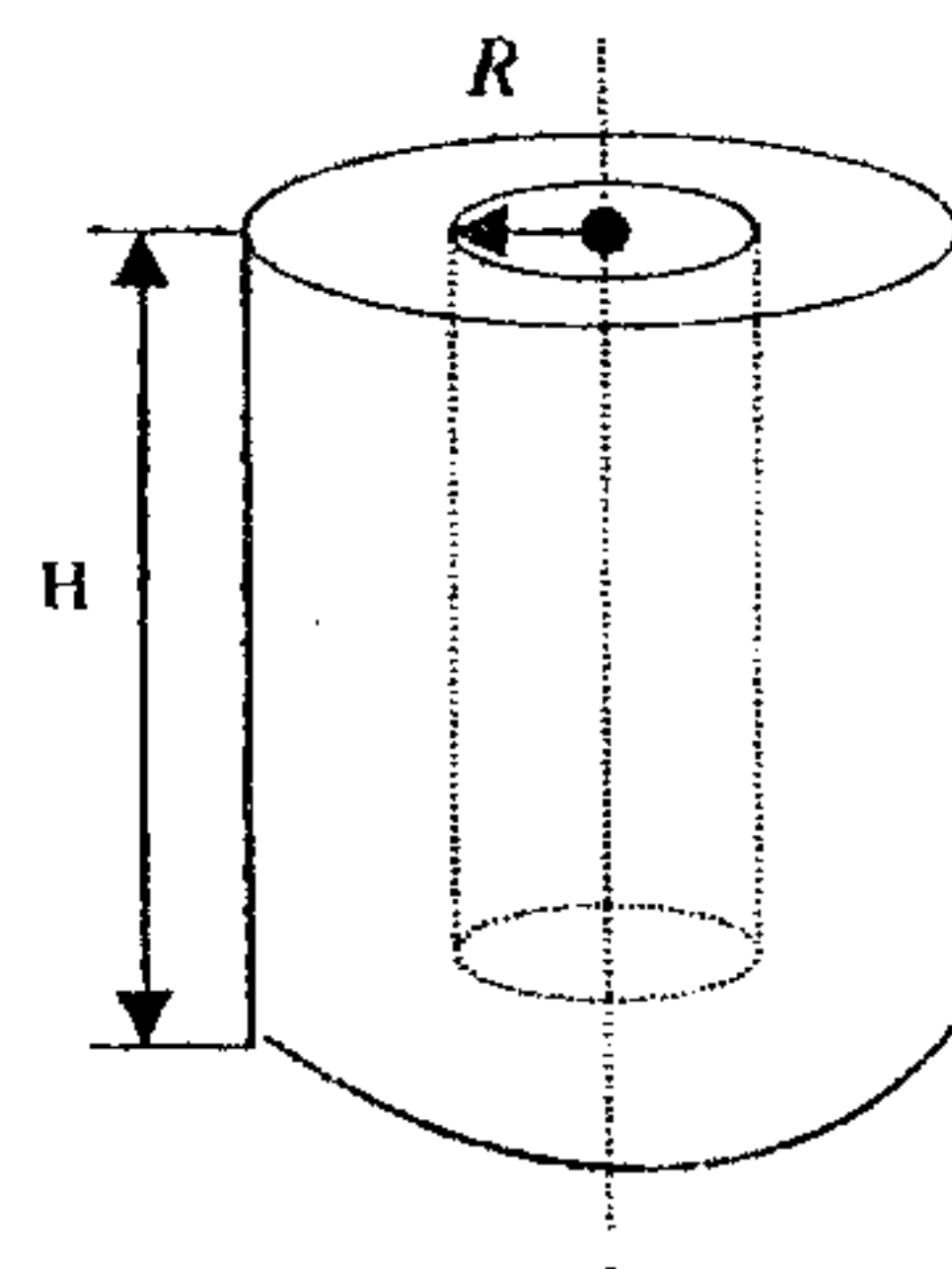
$$A = -\frac{mgH}{2} \quad (1). \text{ Ал, } m = \rho V \quad (2),$$

мұндағы V - сақина құбырдың көлемі.

Ол $V = SH$, ал $S = \pi(R_2^2 - R^2) = \pi(2R + \delta)$

өйткені $R_2 = R + \delta$ онда (1) және (2)-ден

$$A = -\frac{\rho g H^2 \pi (2R + \delta)}{2}.$$



12-сурет

$$\text{Жауабы: } A = -\frac{\pi \rho g H^2 \pi (2R + \delta)}{2}.$$

(*) 5.29. Табанының ауданы S , тереңдігі H тікбұрышты шұңқырдың жартысы сумен толған. Сорғы осы суды, қима ауданы R болатын цилиндр пішінді құбыр арқылы жер бетіне t уақытта сорып шығарады. Барлық су сорылып шығарылғанда істелетін толық жұмысты анықтаңдар.

Берілгені:
 S ; H ; R ; t

Шешуі: Сорғы істейтін толық жұмыс $A = A_1 + A_2$, мұндағы A_1 - суды шұңқырдан көтеру үшін істелген жұмыс, A_2 - ағызылған суға кинетикалық энергия беру жұмысы.

Сонда, $A_1 = mgh$, ал $A_2 = \frac{1}{2} mv^2$. Мұндағы $m = \rho V = \rho \frac{H}{2} \cdot S$ және $h = \frac{3}{4} H$,

демек $A_1 = \frac{3}{8} \rho g S H^2$. Енді v - ны анықтайық (v - құбырдағы судың жылдамдығы).

Ол үшін 13-суретті пайдаланайық.

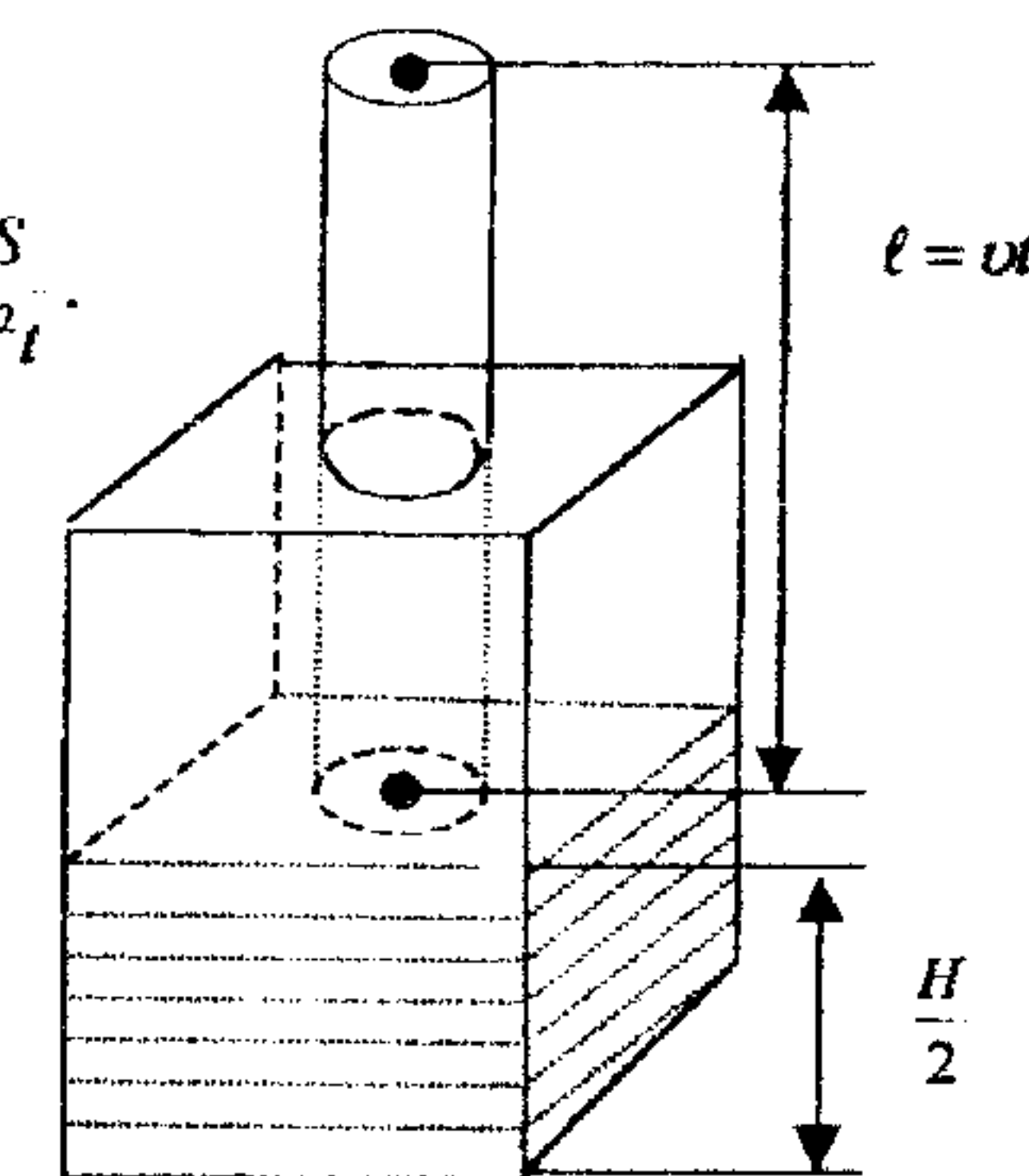
Шұңқырдағы су құбыр арқылы ағып өтуі

тиіс, сонда су көлемдері $\frac{H}{2} S = \pi R^2 v t \Rightarrow v = \frac{H \cdot S}{2 \pi R^2 t}$.

$$\text{Демек } A_2 = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \rho \frac{H}{2} S \cdot \left(\frac{HS}{2 \pi R^2 t} \right)^2 = \frac{\rho H^3 S^3}{16 \pi^2 R^4 t^2}.$$

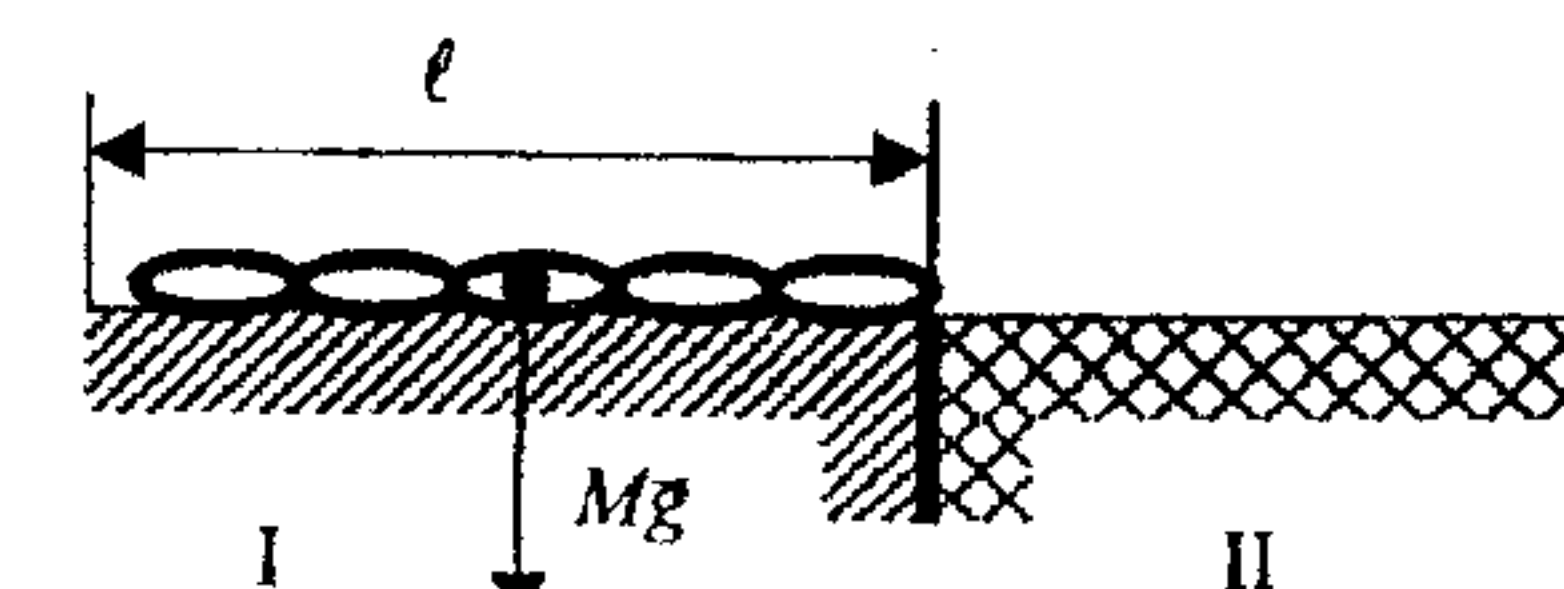
$$A = \frac{3}{8} \rho g S H^2 + \frac{\rho H^3 S^3}{16 \pi^2 R^4 t^2} = \frac{\rho S H^2}{8} \left(3g + \frac{HS^2}{2 \pi^2 R^4 t^2} \right).$$

$$\text{Жауабы: } A = \frac{\rho S H^2}{8} \left(3g + \frac{HS^2}{2 \pi^2 R^4 t^2} \right).$$



13-сурет

(*) 5.30. Ұзындығы ℓ және массасы M шынжыр, әртүрлі материалдан түйістіріліп жасалған жарты жазықтықтың шегарасында жатыр (14-сурет). Шынжырды екінші жазықтыққа ығыстыру үшін қандай жұмыс жасау керек? Шынжырдың жарты жазықтықтармен үйкеліс коэффициенттері сәйкесінше μ_1 және μ_2 . Есепті графиктік тәсілмен шығарыңдар.



14-сурет

Берілгені: $\ell; M; \mu_1; \mu_2$.
 A - ?

Шешуі: Шынжырды екінші жызықтыққа ығыстыру үшін, оған әсер ететін үйкеліс күштерін жеңу керек, сонда

$$F_{\text{шж}} = F_1 + F_2 = \mu_1 \frac{Mg}{\ell} (\ell - x) + \mu_2 \frac{Mg}{\ell} x = \mu_1 Mg - \frac{Mg}{\ell} (\mu_1 - \mu_2)x.$$

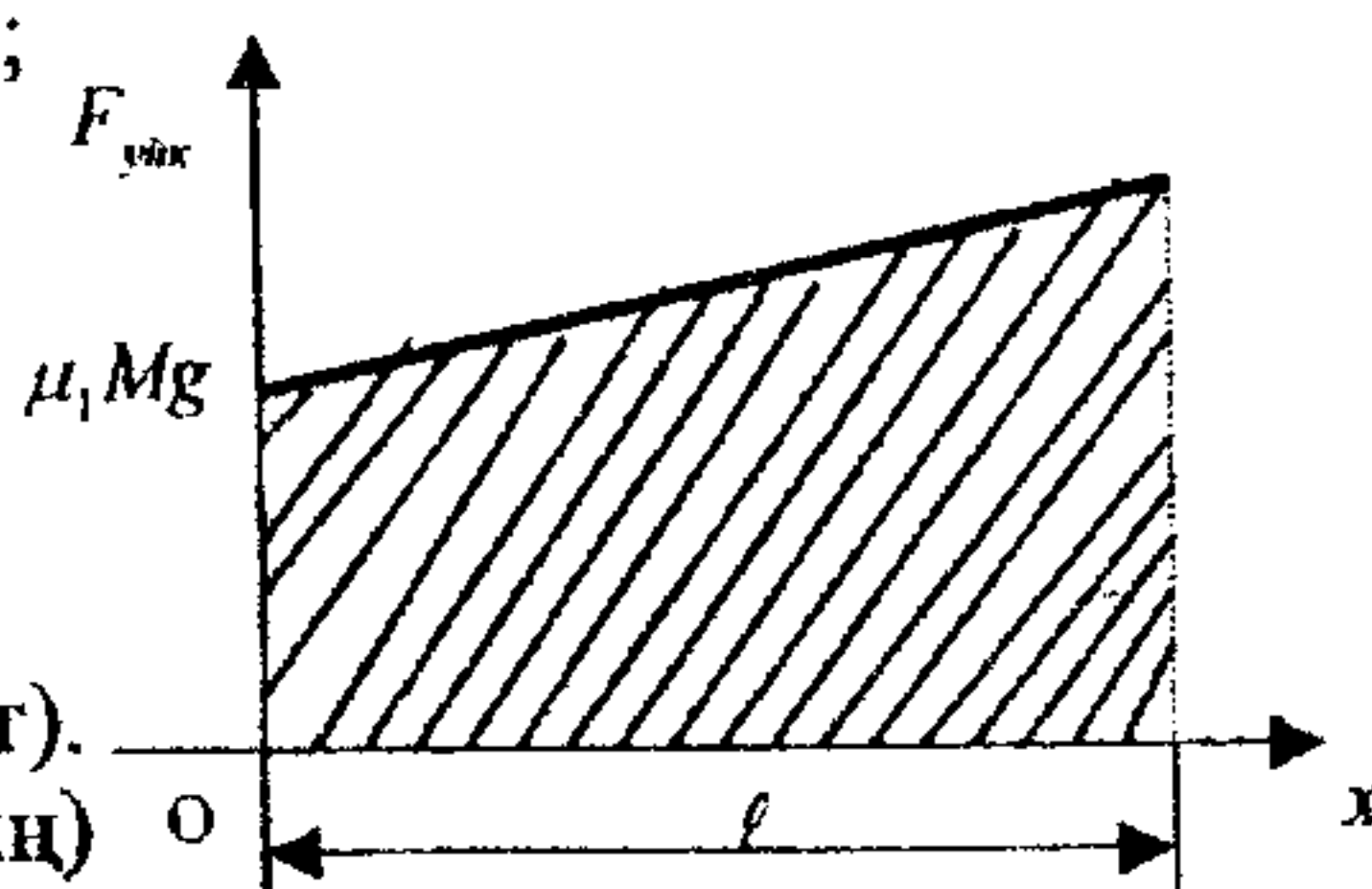
Мұндағы: x - жартыжызықтық шегарасынан шынжырдың бастауына дейінгі қашықтық;
 $\frac{Mg}{\ell}$ - бірлік ұзындыққа келетін шынжыр

салмағы. $F_{\text{шж}} = \mu_1 Mg - \frac{Mg}{\ell} (\mu_1 - \mu_2)x$

немесе $F_{\text{шж}} = f(x)$ тәуелділігінің графигін сызайық, бұл сызықтық функция (15-сурет). Сонда графиктегі фигураның (трапецияның) ауданы істелінген жұмыстың шамасына тең,

$$\text{демек } A = \frac{\mu_1 Mg + \mu_2 Mg}{2} \ell = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) Mg \ell.$$

$$\text{Жауабы: } A = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) Mg \ell.$$



15-сурет

5.31. Массасы 2400 кг автомашина $36 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ жылдамдықпен келе жатты.

Автомашина тежелген кезде, ол 25 м жерге барып тоқтайтын болса, онда тежегіш күшті және тежегіш күш істейтін жұмысты есептеңдер.

Берілгені: $m = 2400 \text{ кг}$; $v_1 = 36 \frac{\text{км}}{\text{с}}$;
 $s = 25 \text{ м}$

Шешуі: $2400 \text{ кг} = 2,4 \cdot 10^3 \text{ кг}$; $36 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Тежегіш күштің істейтін жұмысы,
 автомашинаның кинетикалық энергиясы

F - ?; A - ?

өзгерісіне тең, сонда $A = Fs = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$. Ал, $v_2 = 0$ болғандықтан

$$Fs = -\frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow F = -\frac{mv_1^2}{2s}. \text{ Істелінген жұмыс } A = Fs = -\frac{mv_1^2}{2};$$

$$F = -\frac{2,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 25 \text{ м}} = -4,8 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$A = -\frac{2,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = -1,2 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

Жауабы: $F = -4,8 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $A = -1,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

5.32. Жылдамдығы $72 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ болғанда айдаушы автомашинаның қозғалтқышын өшірді. Бұдан кейін ол, 34 м жол жүріп тоқтады. Егер үйкеліс күші 5880 Н болса, қозғалтқышты өшірген кездегі автомашинаның кинетикалық энергиясын, массасын табыңдар.

Берілгені: $v_0 = 72 \frac{\text{км}}{\text{с}}$;
 $s = 34 \text{ м}$;
 $F_{\text{шж}} = 5880 \text{ Н}$

Шешуі: $72 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $5880 \text{ Н} = 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

$A = F_{\text{шж}} \cdot s$, ал автомашинаның кинетикалық энергиясының өзгерісі істелген жұмысқа тең, яғни $\Delta E_k = A$ немесе $\Delta E_k = F_{\text{шж}} \cdot s(1)$.

E_1 - ?; m - ?

$$\Delta E_k = E_1 - E_2 = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}, \text{ ал } v = 0 \text{ болғандықтан } \Delta E_k = \frac{mv_0^2}{2}, \text{ демек}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{шж}} \cdot s \Rightarrow m = \frac{2F_{\text{шж}} \cdot s}{v_0^2}.$$

Ал, $E_1 = \Delta E_k$ болғандықтан, $E_1 = F_{\text{шж}} \cdot s$.

$$m = \frac{2 \cdot 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot 34 \text{ м}}{\left(20 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} \approx 10^3 \text{ кг}; E_1 = 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot 34 \text{ м} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $m = 10^3 \text{ кг}$; $E_1 \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

5.33. Массасы $2,5 \text{ кг}$ жүк 10 м биіктіктен құлайды. Түсе бастағаннан 1 с өткеннен кейін оның потенциалдық энергиясы қаншаға өзгерді?

Берілгені: $m = 2,5 \text{ кг}$; $h = 10 \text{ м}$;
 $t = 1 \text{ с}$

Шешуі: $\Delta E_p = -mg(h - h_1)$,

мұндағы $h_1 = \frac{gt^2}{2}$, онда $\Delta E_p = -mg\left(h - \frac{gt^2}{2}\right)$.

ΔE_p - ?

$$\Delta E_p = -2,5 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(10 \text{ м} - \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (1 \text{ с})^2}{2}\right) \approx -1,2 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $\Delta E_p = -1,2 \cdot 10^2 \text{ Дж}$.

5.34. 100 м биіктіктен $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен салмағы 5 Н дене көкжиек бағытында лақтырылған. Дененің жерге түсер кездегі кинетикалық энергиясын анықтаңдар.

Берілгені:

$$h = 100 \text{ м}; v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$P = 5 \text{ Н}$$

E_k - ?

Онда $E_k = \frac{m(v_0^2 + 2gh)}{2}$. Ал $m = \frac{P}{g}$ екендігін ескерсек $E_k = \frac{P(v_0^2 + 2gh)}{2g}$.

$$E_k = \frac{5 \text{ Н} \left(\left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 + 2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 100 \text{ м} \right)}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 5,3 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $E_k \approx 5,3 \cdot 10^2 \text{ Дж}$.

5.35. Массасы 100 кг бағанды, массасы 400 кг балғамен соғады. Балға 5 м биіктіктен еркін түскен кезде, баған 5 см тереңдікке енеді. Топырақтың кедергі күшін есептендер.

Берілгені:

$$m_1 = 400 \text{ кг}; m_2 = 100 \text{ кг};$$

$$h = 5 \text{ м}; s = 5 \text{ см}$$

$F_{\text{кед}}$ - ?

$(m_1 g h)$ топырақтың кедергі күшіне қарсы және бағанды s тереңдікке енгізу үшін жұмсалады, сонда $m_1 g h = m_2 g s + F_{\text{кед}} \cdot s \Rightarrow F_{\text{кед}} = \frac{m_1 g h}{s} - m_2 g$.

$$F_{\text{кед}} = \frac{4 \cdot 10^2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \text{ м}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} - 10^2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 39,7 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F_{\text{кед}} = 39,7 \cdot 10^5 \text{ Н}$.

5.36. Жұқа біртекті құрсау жазық бойымен дөңгеленеді (16-сурет). Егер құрсаудың массасы m , ал O нүктесінің жылдамдығы v болса, оның кинетикалық энергиясын есептеп табындар.

Берілгені:

$$m; v$$

E_k - ?

Шешуі:

Құрсау біртекті және симметриялы болғандықтан оның

толық энергиясы $E_k = E_{k1} + E_{k2}$,

мұндағы E_{k1} - құрсаудың ілгерілемелі,

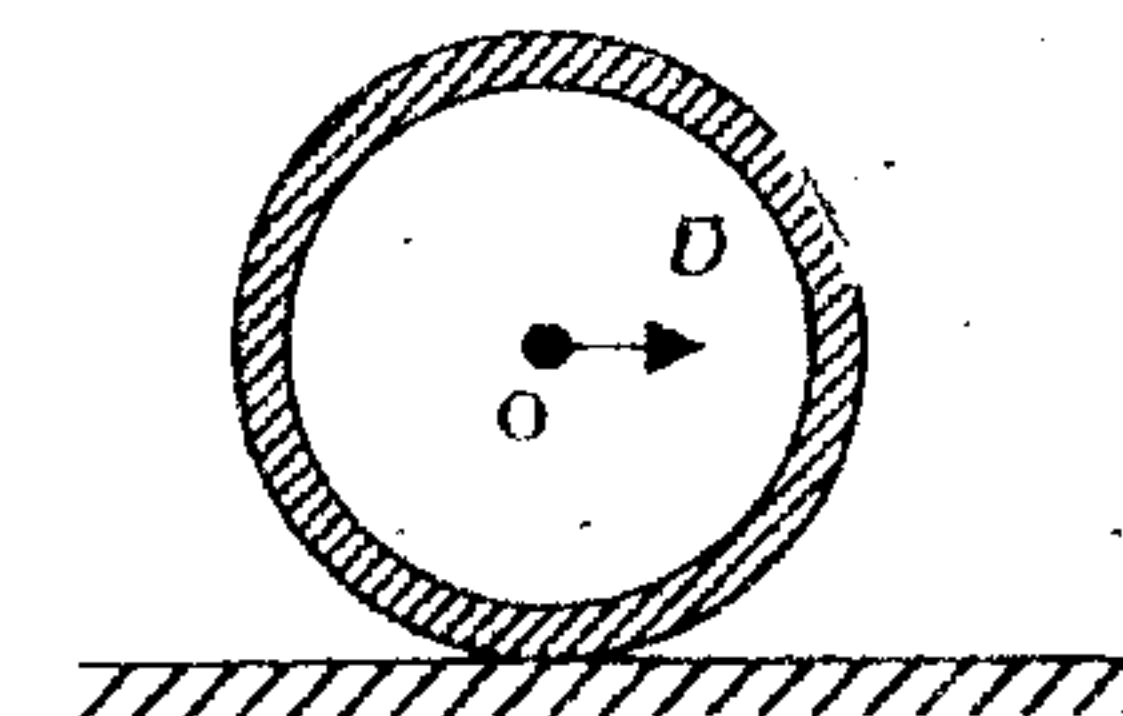
E_{k2} - айналым қозғалысы кезіндегі кинетикалық энергиялары.

Сонда $E_{k1} = \frac{mv^2}{2}$ және $E_{k2} = \frac{m\omega^2}{2}$. Ал,

ω - құрсаудың O нүктесін айнала қозғалғандағы шеткі нүктелерінің сызықтық жылдамдығы және құрсау бетпен сырғымайтын болса, $\omega = v$.

$$\text{Демек, } E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{m\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2;$$

Жауабы: $E_k = mv^2$.



16-сурет

5.37. Массасы 2 кг зымыран тік жоғары қарай $40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен атылады. Атылғаннан 4 с өткенде оның потенциалдық және кинетикалық энергиялары қандай болды? Зымыран массасы тұрақты деп есептендер.

Берілгені:

$$m = 2 \text{ кг} = \text{const};$$

$$v_0 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}; t = 4 \text{ с}$$

E_k - ? E_p - ?

Шешуі: $E_k = \frac{mv^2}{2}$ және $E_p = mgh$ екендігі

белгілі. Ал, тік жоғары лақтырылған дененің

қозғалыс теңдеуінен $v = v_0 - gt$ және

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$\text{Онда } E_k = \frac{m}{2} (v_0 - gt)^2, \quad E_p = mg \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right).$$

$$E_k = \frac{2 \text{ кг}}{2} \left(40 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \text{ с} \right)^2 \approx 0,64 \text{ Дж}.$$

$$E_p = 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left(40 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 4 \text{ с} - \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (4 \text{ с})^2}{2} \right) \approx 8 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $E_k \approx 0,64 \text{ Дж}$; $E_p \approx 8 \cdot 10^2 \text{ Дж}$.

5.38. Көкжиек жазықтығында мұз бетімен қозғалған шана $v_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен келіп асфальтқа тіреледі. Шана ұзындығы $\lambda = 2 \text{ м}$, ал оның асфальтпен үйкеліс коэффициенті $\mu = 1$. Толық тоқтағанға дейін шана қанша жол жүреді?

Берілгені:

$$v_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \lambda = 2 \text{ м}; \mu = 1.$$

s - ?

Шешуі: $F_{\text{үйк}}$ күшінің s жүрілген жолға

тәуелділігінің графигі 17-суретте

көрсетілген.

Ос өсімен және графикпен шектелген фигураның ауданы үйкеліс күшінің істейтін жұмысына тең болады.

Сонда, $A = S_{\Delta} + S_{\square} = \frac{mg\mu\lambda}{2} + mg\mu x$.

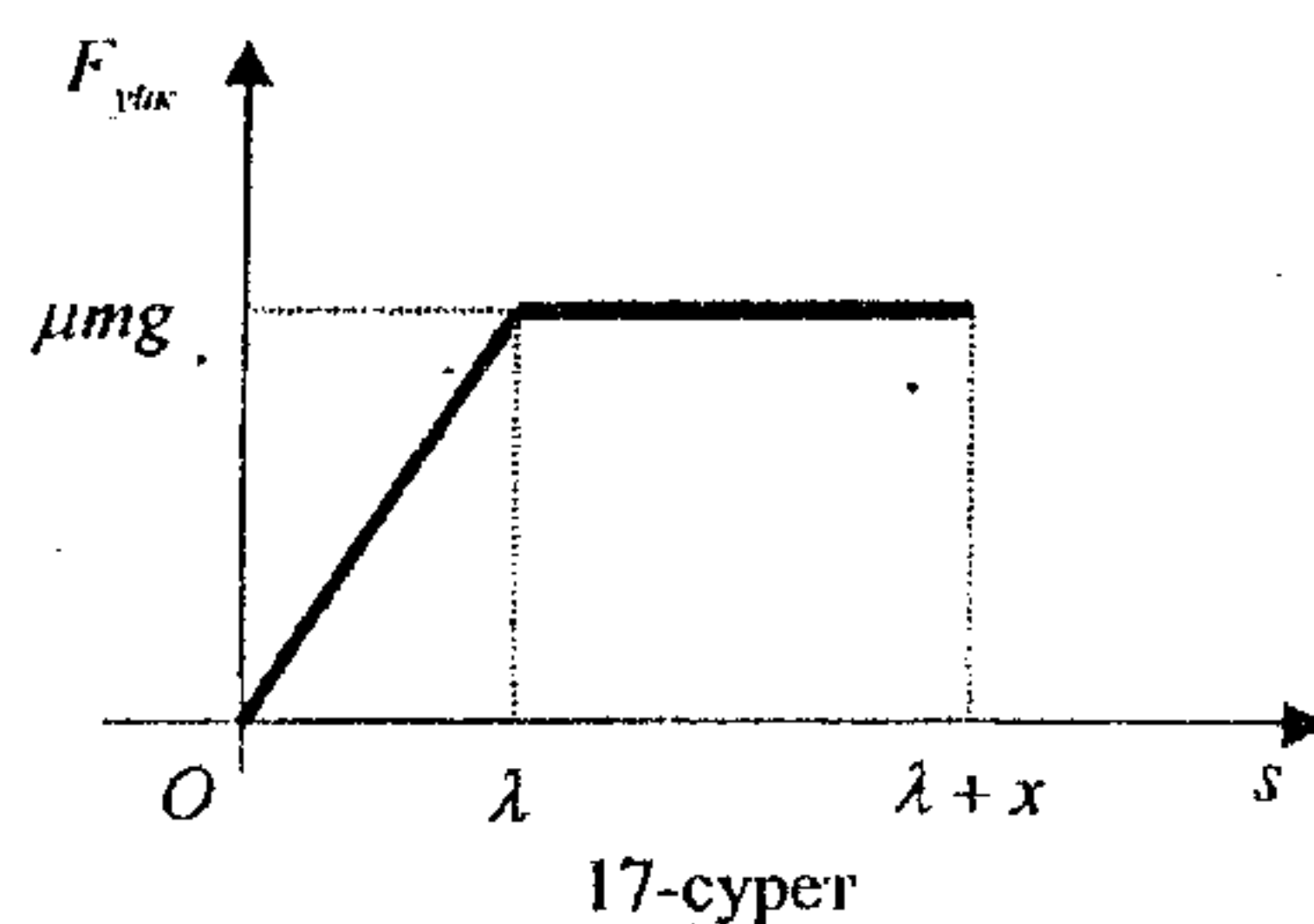
Ал, екінші жағынан $E_k = A$

немесе $\frac{mv_0^2}{2} = mg\mu \left(\frac{\lambda}{2} + x \right) \Rightarrow x = \frac{v_0^2 - g\mu\lambda}{2g\mu}$.

$s = \lambda + x$ екендігін ескерсек

$$s = \lambda + \frac{v_0^2 - g\mu\lambda}{2g\mu} \quad s = 2\lambda + \frac{\left(\frac{6\frac{M}{c}}{c} \right)^2 - 1 \cdot 9,8 \frac{M}{c^2} \cdot 2\lambda}{2 \cdot 9,8 \frac{M}{c^2} \cdot 1} \approx 2,84\lambda.$$

Жауабы: $s = 2,84\lambda$.



5.39. v_0 жылдамдықпен ұшқан оқ өзара қатар тұрған бірдей тақтайшаларды тесіп өтеді. Оқтың бірінші тақтайдан өткеннен кейінгі жылдамдығы $v_1 = \frac{v_0}{1,2}$ болса, ол нешінші тақтайдың ішінде тоқтап қалады?

Берілгені: $v_0; v_1 = \frac{v_0}{1,2}$
Шешуі: Оқтың әрбір тақтайды тесіп өткен кездегі кинетикалық энергиясының шығыны бірдей және

$$\Delta W = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}(v_0^2 - v_1^2).$$

Ал, оның бастапқы толық кинетикалық энергиясы $W_0 = \frac{mv_0^2}{2}$.

Енді W_0 -энергия қанша ΔW шығынға жететіндігін анықтайық, сонда

$$n = \frac{W_0}{\Delta W} = \frac{\frac{mv_0^2}{2}}{\frac{m}{2}(v_0^2 - v_1^2)} \approx 3,3. \text{ Демек, оқ төртінші тақтайдың ішінде қалып}$$

қояда екен.

Жауабы: $n = 4$.

5.40. Шана биіктігі h мұз төбешіктен сырғанап СВ қашықтыққа барып тоқтайды (18-сурет). $AB = s$ екендігі белгілі болса, шанамен мұз бетіндегі үйкеліс коэффициентін табындар.

Берілгені: $h; s; E = mgh$
Шешуі: D нүктесінде тұрған шанының потенциалдық энергия қоры бар. Шана төмен түскен кезде ол, осы энергия есебінен DC жолы

аралығындағы үйкеліс күштерін жеңу жұмысын істейді, яғни (1)

$$mgh = A_1 + A_2 \text{ немесе } mgh = F_1 \cdot DC + F_2 \cdot CB.$$

Мұндағы F_1 DC аралығында,

F_2 аралығында шанаға әсер ететін үйкеліс күштері.

$AC = \ell$ деп белгілейік, сонда (2)

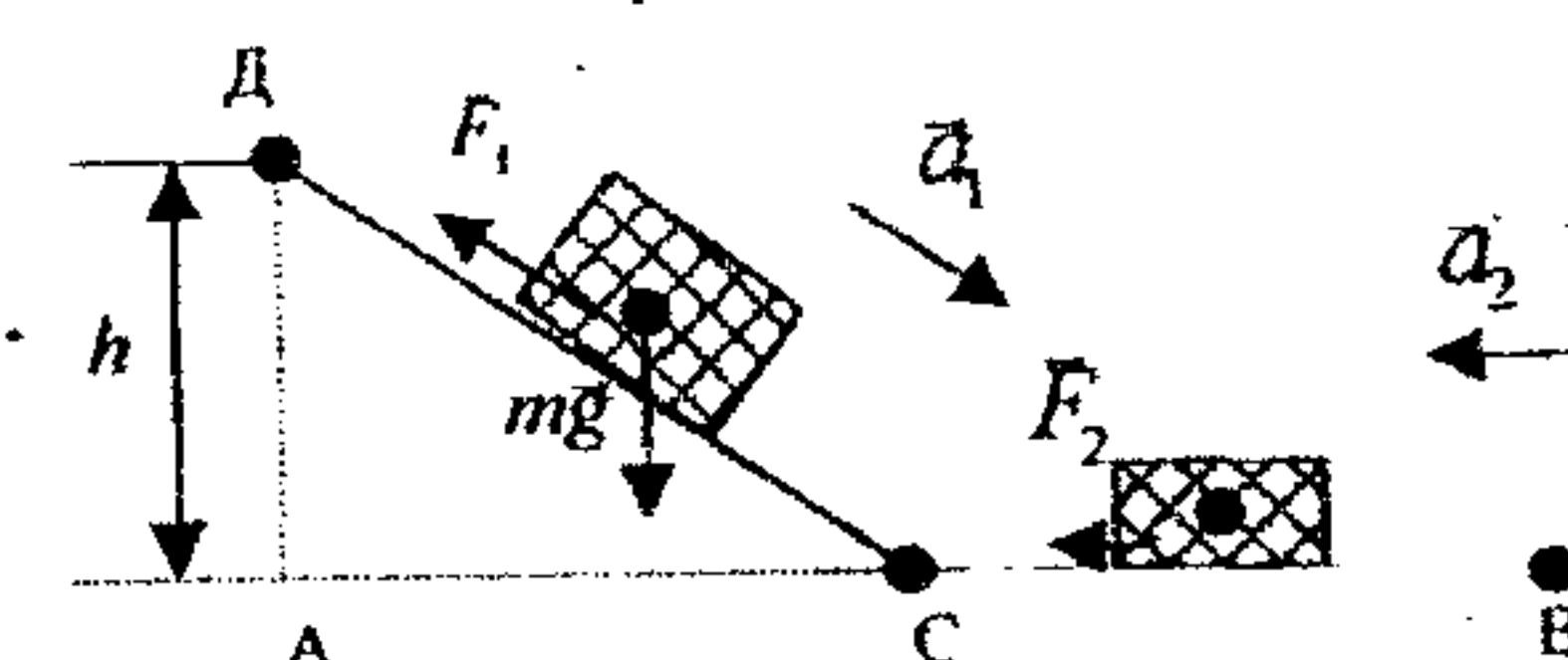
$$DC = \sqrt{\ell^2 + h^2}. \text{ Демек, } F_1 = \mu mg \cos \alpha \text{ немесе } F_1 = \frac{\mu mg \ell}{\sqrt{\ell^2 + h^2}} \quad (3).$$

Ал, $F_2 = \mu mg$ және $CB = (s - \ell)$ (4).

Енді, (2), (3) және (4)-ді ескерсек, онда (1)ден

$$mgh = \frac{\mu mg \ell}{\sqrt{\ell^2 + h^2}} \cdot \sqrt{\ell^2 + h^2} + \mu mg(s - \ell) \Rightarrow \mu = \frac{h}{s}.$$

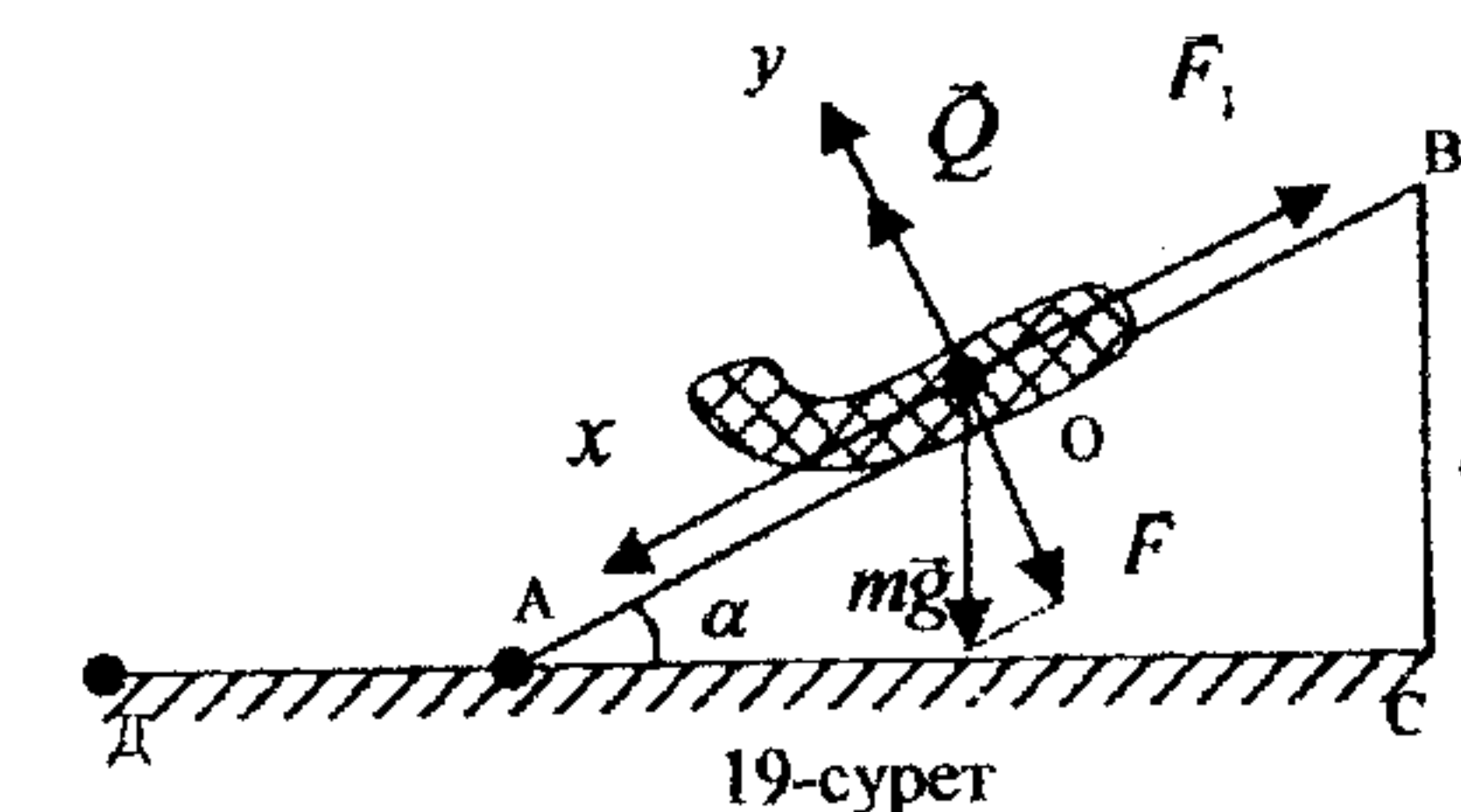
Жауабы: $\mu = \frac{h}{s}$.



18-сурет

5.41. Биіктігі 35 м, көлбеулігі 30° қырдан түскен шана көкжиек бағытында қанша жерге барып тоқтайды? Үйкеліс коэффициенті 0,2.

Берілгені:
 $h = 35\text{ м}; \alpha = 30^\circ;$
 $\mu = 0,2$
 $s = ?$



19-сурет

Шешуі: Денеге әсер етуші күштер 19-суретте көрсетілген. Бұл есепті шығару үшін энергияның сақталу заңын қолданған ыңғайлы, сонда (1) $mgh = A_1 + A_2$ немесе $mgh = F_1 \cdot \ell + F_2 \cdot s$. Мұндағы, $F_1 = \mu mg \cos \alpha$ көлбеу бетте қозғалған шанаға әсер ететін күш (2), $F_2 = \mu mg$ (3), көкжиек бетте шанаға әсер ететін күш. $AC = \ell$; $AD = s$. $\triangle ABC$ -дан $\ell = \frac{h}{\sin \alpha}$ (4).

(2), (3) және (4)-ді ескерсек, он да (1)-ден.

$$mgh = \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} + \mu mgs \Rightarrow s = h \left(\frac{1}{\mu} - \cot \alpha \right). s = 35\text{ м} \left(\frac{1}{0,2} - \cot 30^\circ \right) \approx 115,5\text{ м}.$$

Жауабы: $s \approx 115,5\text{ м}$.

5.42. Бастапқы жылдамдығы $26 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ тығырық көкжиекпен 30° бұрып жасайтын биіктігі 10 м төбешікте жоғары қарай үйкеліссіз сырғанады. Төбешік басына шығуға тығырдың энергия қоры жете ма?

Берілгені: $v_0 = 26 \frac{M}{c}$; $h = 10 \text{ м}$;
 $\alpha = 30^\circ$
 $v = ?$

Шешуі: Егер $E_0 \geq E$ болса, онда
 тығырық төбешік басына жетеді, мұндағы
 E_0 - тығырықтың бастапқы кинетикалық
 энергиясы, E - тығырыққа қажетті энергия.

Ал, $E = A + E_p$, мұндағы A - төбешіктің басына шығу жұмысы, ал E_p -
 тығырықтың төбе басындағы потенциалдық энергиясы. Сонда
 $A = mgs \sin \alpha \cdot \ell$, $E_p = mgh$ екендігін және $\sin \alpha = \frac{h}{\ell}$ ескерсек, онда $E = 2mgh$.
 Онда $\frac{mv^2}{2} = 2mgh \Rightarrow v = 2\sqrt{gh}$ $v = 2\sqrt{9,8 \frac{M}{c^2} \cdot 10 \text{ м}} \approx 19,8 \frac{M}{c}$. Мұндағы, v - төбешікке
 шығуға қажетті ең аз жылдамдық) Демек, $v < v_0$ болғандықтан тығырық
 төбешік басына жете алады.

5.43. Арба үстінде тұрған адам екінші арбаны итереді. Сонда екі арбада
 қозғалып, тиісінше s_1 және s_2 қашықтықта үйкеліс әсерінен тоқтайды.
 Егер адам мінген арба массасы екінші арбадан 3 есе артық болса,
 олардың жүрген жолдарының қатынасын табыңдар.

Берілгені: $m_1 = 3m_2$
 $s_2 = ?$
 s_1

Шешуі: Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан
 $m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} = \frac{m_2 v_2}{3m_2} = \frac{v_2}{3}$, $v_1 = \frac{v_2}{3}$ (2)
 Екінші жағынан, кинетикалық энергияның өзгерісі

үйкеліс күшінің істеген жұмысына тең болады, сонда $\Delta E_k = A$.

Мұндағы $\Delta E_k = -\frac{mv^2}{2}$ және $A = -F_{\text{үйк}} \cdot s = -\mu mgs$. Демек
 $-\frac{mv^2}{2} = -\mu mgs \Rightarrow v^2 = 2\mu gs$ (3).

(3) теңдеуін әрбір арбаша үшін жазсақ, онда (4) $v_1^2 = 2\mu gs_1$ және
 $v_2^2 = 2\mu gs_2$ (5).

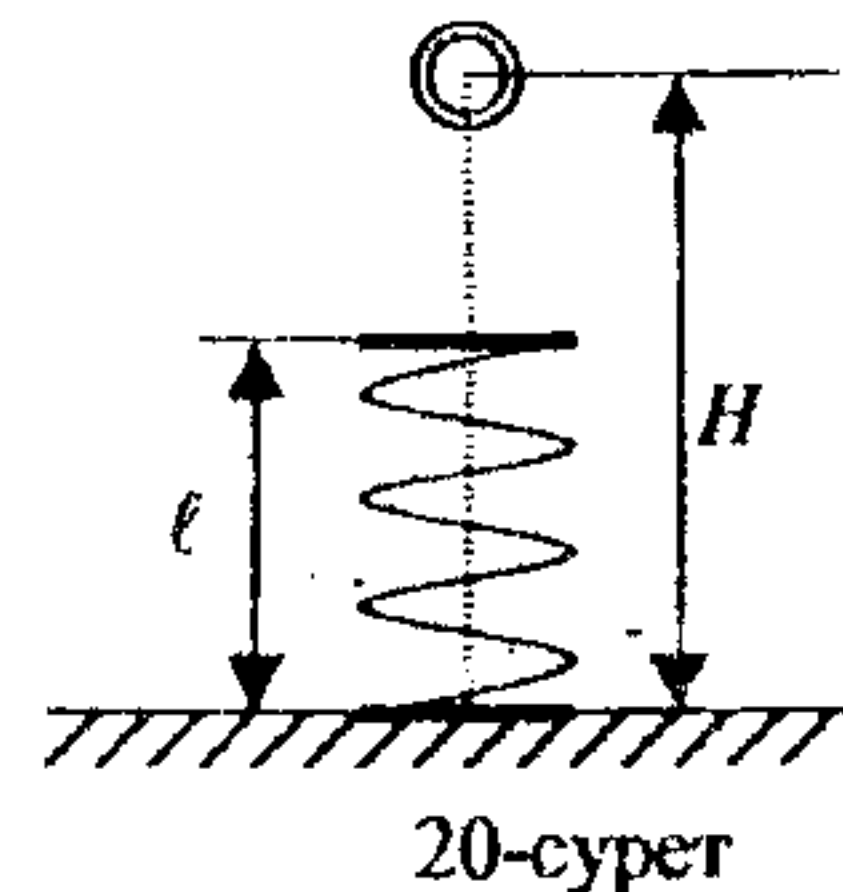
(5)-ті (4)-ке мүшедеп бөліп және (2)-ні ескерсек, онда $\frac{s_2}{s_1} = \frac{9v_1^2}{v_2^2} = 9$, демек
 $s_2 = 9 \cdot s_1$.

Жауабы: Екінші арбаша біріншіге салыстырғанда
 9 есе артық жол жүреді.

5.44. Ұзындығы ℓ , қаттылығы k жеңіл серіппе үстел үстінде тік қалыпта
 тұр. Оған m массалы кішкене шарик H биіктіктен құлайды (20-сурет).
 Шарик серіппемен бірге қандай ең үлкен жылдамдықпен қозғалады?
 Үйкелісті ескермеңдер.

Берілгені: ℓ ; k ; m ; H .
 $v_m = ?$

Шешуі: Құлаған шар соққысынан
 серіппе x аралыққа сығылсын,
 сонда энергияның сақталу



заңынан $E_{k, \text{ш}} = E_{p, c} + E_{k, c}$, мұндағы

$E_{k, \text{ш}}$ - шариктің кинетикалық,

$E_{p, c}$ - серіппенің потенциалдық,

$E_{k, c}$ - серіппенің кинетикалық энергиялары.

Сонда, (1)

$$\frac{mv^2}{2} = mg[H - (\ell - x)] - \frac{kx^2}{2}, \text{ мұндағы } E_{p, c} = -\frac{kx^2}{2}.$$

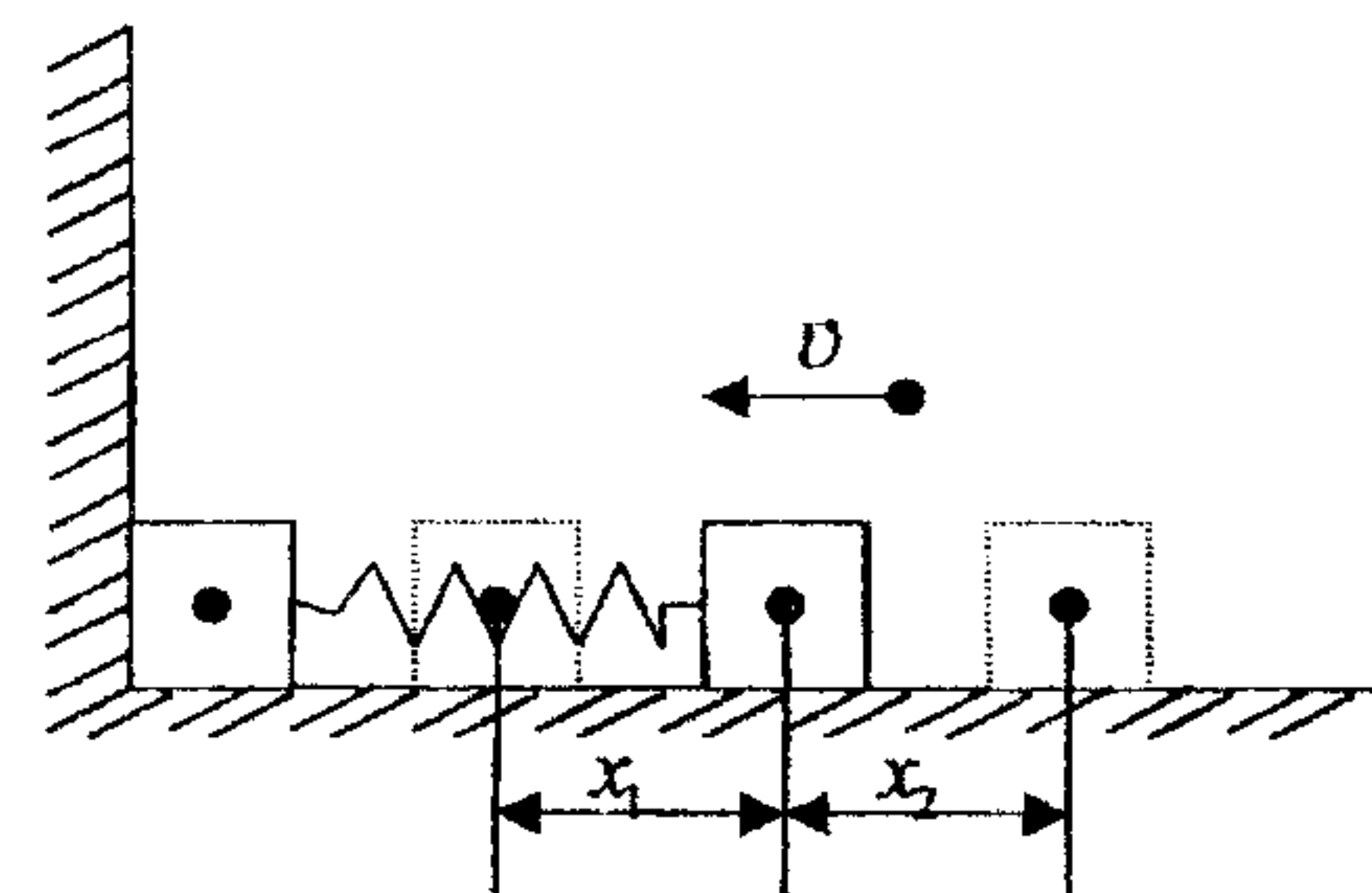
Шариктің ең үлкен жылдамдығын мына шарт бойынша анықтаймыз
 $kx = mg$, яғни серіппеде пайда болған серпінділік күші шарик салмағына
 теңелгенде. Демек $x = \frac{mg}{k}$ (2).

(1) мен (2)-ні біріктіріп ішкісек, онда $v_m = \sqrt{2g(H - \ell) + \frac{mg^2}{k}}$.

$$\text{Жауабы: } v_m = \sqrt{2g(H - \ell) + \frac{mg^2}{k}}.$$

5.45. Массасы бірдей m болатын екі дене, қаттылығы k серіппемен
 қосылған. Екеуі де көкжиек жазықтығында жатыр (21-сурет). Сол
 жақтағы дене тік қабырғаға тірелген. Оң жақтағы денеге, қабырғаға
 қарай бағытталған қандай ең аз жылдамдық бергенде, ол кері
 қозғалысында сол жақтағы денені орнынан қозғай алады? Әрбір дененің
 жазықтықпен үйкеліс коэффициенті μ -ге тең. Серіппе алғашқы кезде
 деформацияланбаған.

Берілгені:
 m ; k ; μ
 $v = ?$



Шешуі: Оң жақтағы дененің солға қарай ең үлкен жылжуы x_1 , ал солға
 қарай ығысуы x_2 болсын. Онда энергияның сақталу заңы бойынша:

дене солға қарай ығығанда (1) $\frac{mv^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \mu m g x_1$, мұндағы $(\mu m g x_1)$ - үйкеліс

күшінің жұмысы; оңға қарай ығысқанда $\frac{kx_1^2}{2} = \frac{kx_2^2}{2} + \mu mg(x_1 + x_2)$ (2).

Ал, сол жақтағы дененің қозғалу шарты $F_{\text{сер}} \geq F_{\text{янк}}$ немесе $kx_2 \geq \mu mg$ (3).

Онда (1), (2) және (3) өрнектерінен $x_1 = 3x_2$ және $v = \mu g \sqrt{\frac{15m}{k}}$.

Жауабы: $v = \mu g \sqrt{\frac{15m}{k}}$.

5.46. $v_0 = 20 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен көкжиек бағытында лақтырылған массасы $m = 1 \text{ кг}$ дененің $t = 4 \text{ с}$ кейінгі кинетикалық энергиясын табындар.

Берілгені: $v_0 = 20 \frac{M}{c}$; $m = 1 \text{ кг}$; $t = 4 \text{ с}$ $E_k = ?$	Шешуі: Көкжиек бағытында лақтырылған дене t уақыттан кейін h биіктікке төмен түседі де, оның потенциалдық энергиясы $\Delta E_p = mgh$ -қа кемиді. Энергияның сақталу заңы бойынша
--	--

бұл энергия дененің кинетикалық энергиясына ауысады, сонда оның толық кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv_0^2}{2} + mgh$, ал $h = \frac{gt^2}{2}$ болғандықтан

$$E_k = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mg^2 t^2}{2} \text{ немесе } E_k = \frac{m}{2} (v_0^2 + g^2 t^2).$$

$$E_k = \frac{1 \text{ кг}}{2} \left[\left(20 \frac{M}{c} \right)^2 + \left(9,8 \frac{M}{c} \right)^2 \cdot (4 \text{ с})^2 \right] \approx 10^3 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $E_k \approx 10^3 \text{ Дж}$.

5.47. Егер жұлдыз массасы Күн массасынан үш еседей артық болса, онда жұлдыз «қара құрдымға» айналады, яғни мұндай жұлдыздың тартылыс өрісінен ешқандай зат бөлшегі де, тіпті жарық та шығып кете алмайды. Осындай жұлдыздың радиусын бағаландар.

Берілгені: $M \geq 3 M_\odot$ $R = ?$	Шешуі: Мұндай жұлдыздың тартылыс өрісінен еш нәрсе шыға алмауы үшін, ол жұлдыз үшін екінші ғарыштық жылдамдық жарықтың вакуумдағы жылдамдығына тең болуы керек. Бұл жылдамдықты энергияның сақталу
--	---

заңын қолданып табамыз, сонда $\frac{mv^2}{2} = \gamma \frac{mM}{R}$, мұндағы m - зат бөлшегінің немесе жарық квантының массасы, M - жұлдыз массасы. Енді $v = c$ шартын қолдансақ, онда $\frac{mc^2}{2} = \gamma \frac{Mm}{R} \Rightarrow R = \frac{2\gamma M}{c^2}$.

$$R = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{кг}^2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} \right)^2} \approx 9 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Жауабы: $R \approx 9 \cdot 10^3 \text{ м}$.

5.48. Массалары бірдей екі мұз түйіршегі бірдей жылдамдықпен қарама-қарсы қозғалады. Егер олардың бастапқы температуралары $t_0 = -30^\circ \text{C}$ болса, түйіршіктер серпімсіз соққы кезінде толығымен балқуы үшін қандай жылдамдықпен қозғалуы керек?

Берілгені: $m_1 = m_2 = m$; $t_0 = -30^\circ \text{C}$ $v_1 = v_2 = v = ?$	Шешуі: Қозғалған мұз түйіршіктерінің толық кинетикалық энергиясы $E_k = E_1 + E_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = mv^2$.
--	---

Абсолют серпімсіз соққы кезінде мұз түйіршектерінің ішкі энергиясы оның кинетикалық энергиясының есебінен өзгереді, демек $E_k = \Delta E$ немесе $E_k = Q_1 + Q_2$. Мұндағы, Q_1 - екі түйіршікті балқу температурасына дейін қыздыруға жұмсалатын энергия; Q_2 - балқу температурасындағы екі түйіршікті толығымен балқыту үшін жұмсалатын энергия.

Демек, $Q_1 = 2mc\Delta t$ және $Q_2 = 2m\lambda$; c - мұздың меншікті жылу сыйымдылығы, λ - мұздың меншікті балқу жылуы. Сонымен $E_k = Q_1 + Q_2$ немесе $mv^2 = 2m(c\Delta t + \lambda) \Rightarrow v = \sqrt{2(c\Delta t + \lambda)}$.

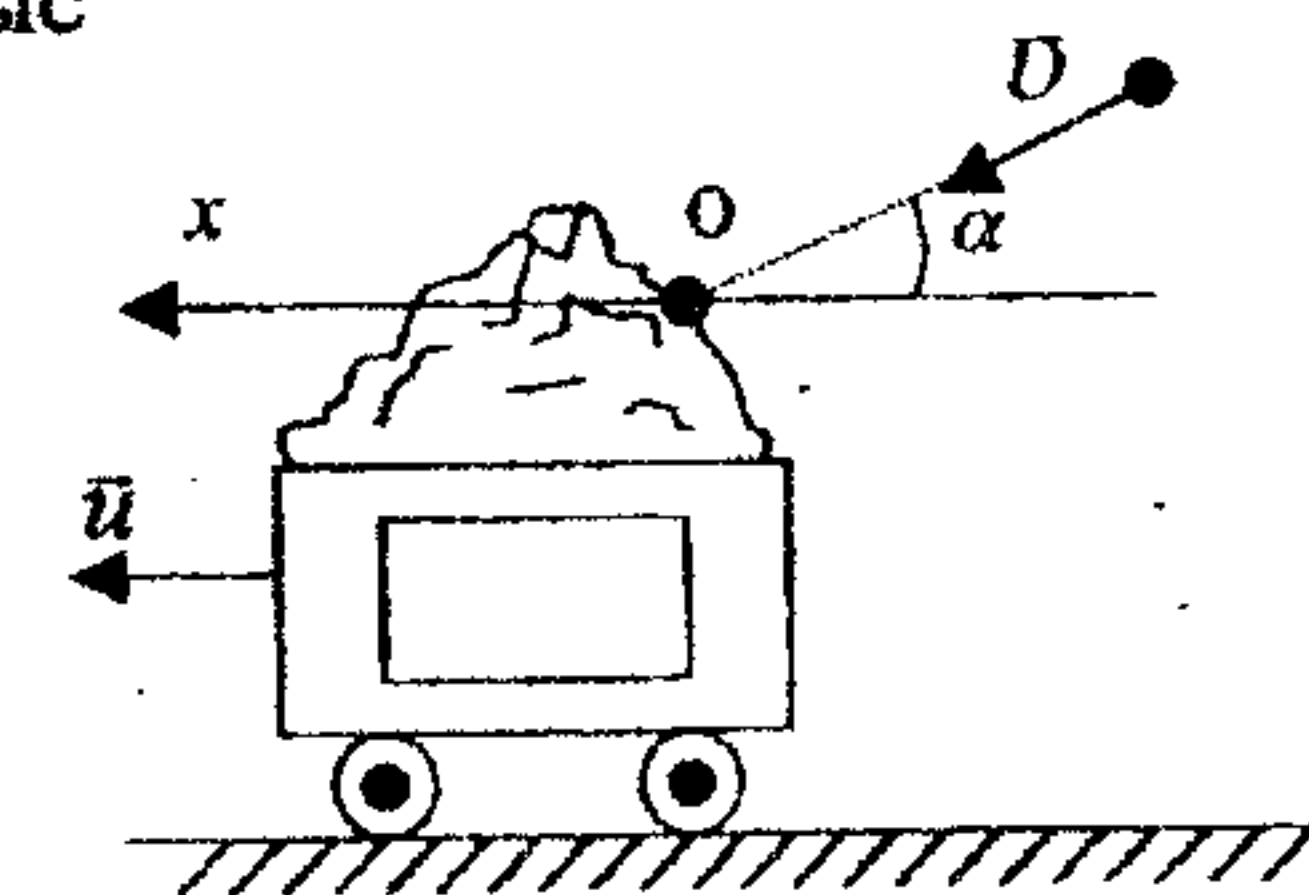
$$v = \sqrt{2 \left(2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} \cdot 30^\circ \text{C} + 3,4 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)} \approx 9 \cdot 10^2 \frac{M}{c}.$$

Жауабы: $v \approx 9 \cdot 10^2 \frac{M}{c}$.

5.49. Көкжиек жазықтығында, үстіне құм тиелген массасы $5 \cdot 10^3 \text{ кг}$ арбаша тұр. Оған массасы 5 кг оқ $400 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен тиеді де, құм ішінде қалып қояды. Егер оқтың ұшу жылдамдығы көкжиекпен 30° бұрыш жасайтын болса, арбаша қандай жылдамдықпен қозғалар еді?

Берілгені: $M = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$; $m = 5 \text{ кг}$; $v = 400 \frac{M}{c}$; $\alpha = 30^\circ$ $u = ?$	Шешуі: Есепті қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын пайдаланып
---	---

шығарған қолайлы, өйткені қозғалыс заңдары берілмеген және де соққы серпімсіз болғандықтан энергияның сақталу заңын да қолдана алмаймыз.



21-сурет

Құбылыс сызба түрінде 21-суретте көрсетілген. Әсерлескенге дейінгі толық қозғалыс мөлшері $p = mv$. Әсерлескеннен кейінгі толық қозғалыс мөлшері $p_2 = (M+m)u$. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы бойынша $p_1 = p_2$ немесе $mv = (M+m)u$ (1)

1-ді Ox өсі бойынша проекцияласақ, онда

$$mv \cos \alpha = (M+m)u \Rightarrow u = \frac{mv}{M+m} \cos \alpha. u = \frac{5 \text{ кг} \cdot 400 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{(5 \cdot 10^3 \text{ кг} + 5 \text{ кг})} \cos 30^\circ \approx 0,32 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } u \approx 0,32 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

5.50. Массасы m адам арба үстінде тыныштықта тұр. Егер адам арба бойымен оған салыстырғанда v жылдамдықпен жүгіретін болса, массасы M арба қандай жылдамдықпен қай бағытта қозғалар еді?

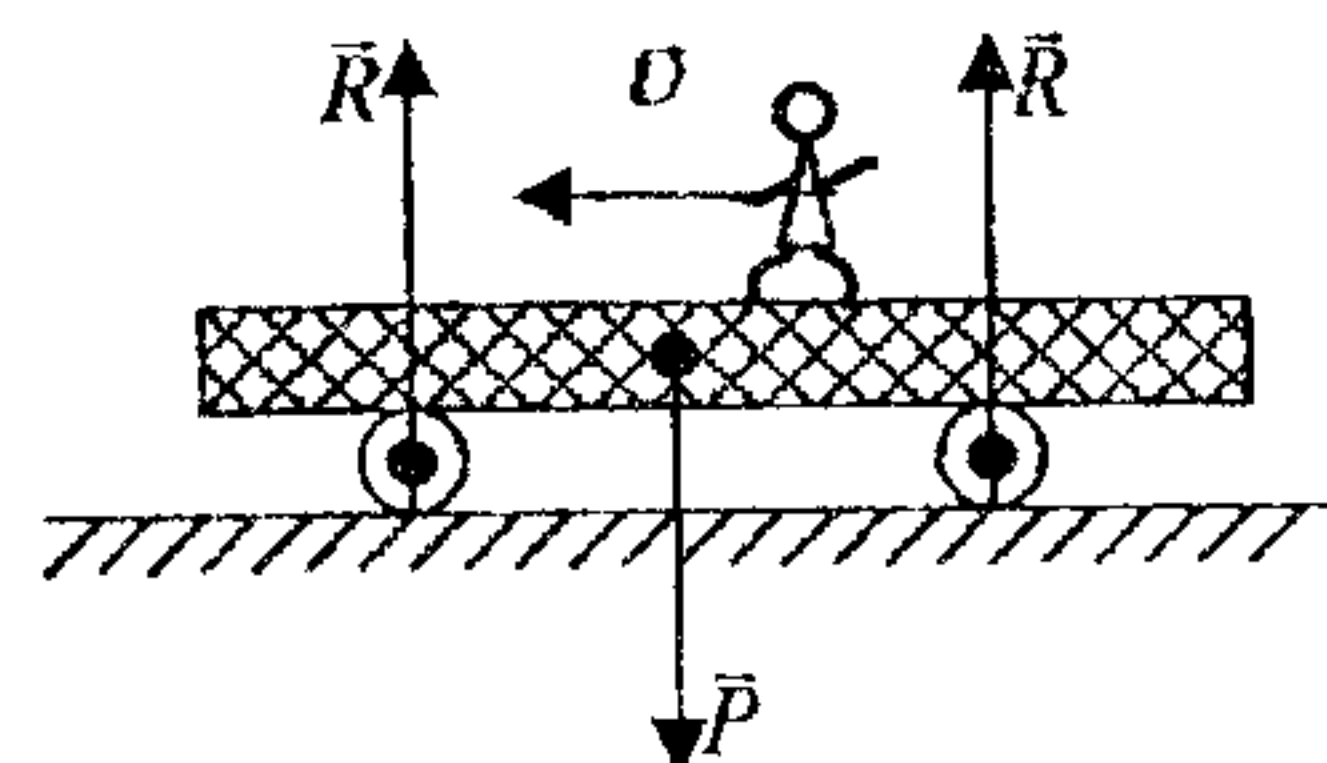
Берілгені: $m; M; v$
 u -?
 Шешуі: Бұл жүйеге әсер ететін сыртқы күштер: P -жердің ауырлық күші және $\bar{R}$ -реакция күші. Бұл күштер қозғалыс бағытына перпендикуляр болғандықтан жүйеге әсері болмайды (22-сурет).

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан

$$Mv + (M+m)u = 0 \Rightarrow u = -\frac{mv}{M+m}.$$

Мұндағы «минус» таңбасы арба жылдамдығының адам жылдамдығы бағытына қарама-қарсы екендігін білдіреді.

$$\text{Жауабы: } u = -\frac{mv}{M+m}.$$



22-сурет

5.51. Массасы $m = 5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ молекула $v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен қабырғаға 30° бұрыш жасай серпінді соғылысады. Соққы кезінде қабырғаның алған күш импульсін табындар (23-сурет).

Берілгені: $m = 5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}; \alpha = 30^\circ;$
 $v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $F \cdot \Delta t$ -?
 Шешуі: Ньютонның үшінші заңы бойынша $F \cdot \Delta t = m(v_2 - v_1)$ (1)
 Ox және Oy өстеріндегі проекцияларын жазсақ, онда (1)-ден.

$$\begin{cases} (F \Delta t)_x = m(v_{2x} - v_{1x}) \\ (F \Delta t)_y = m(v_{2y} - v_{1y}) \end{cases}$$

Соққы серпінді болғандықтан

$$v_1 = v_2 = v \text{ және } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha,$$

$$\text{демек } v_{1x} = v \sin \alpha; v_{2x} = v \sin \alpha;$$

$$v_{1y} = -v \cos \alpha \text{ және } v_{2y} = v \cos \alpha.$$

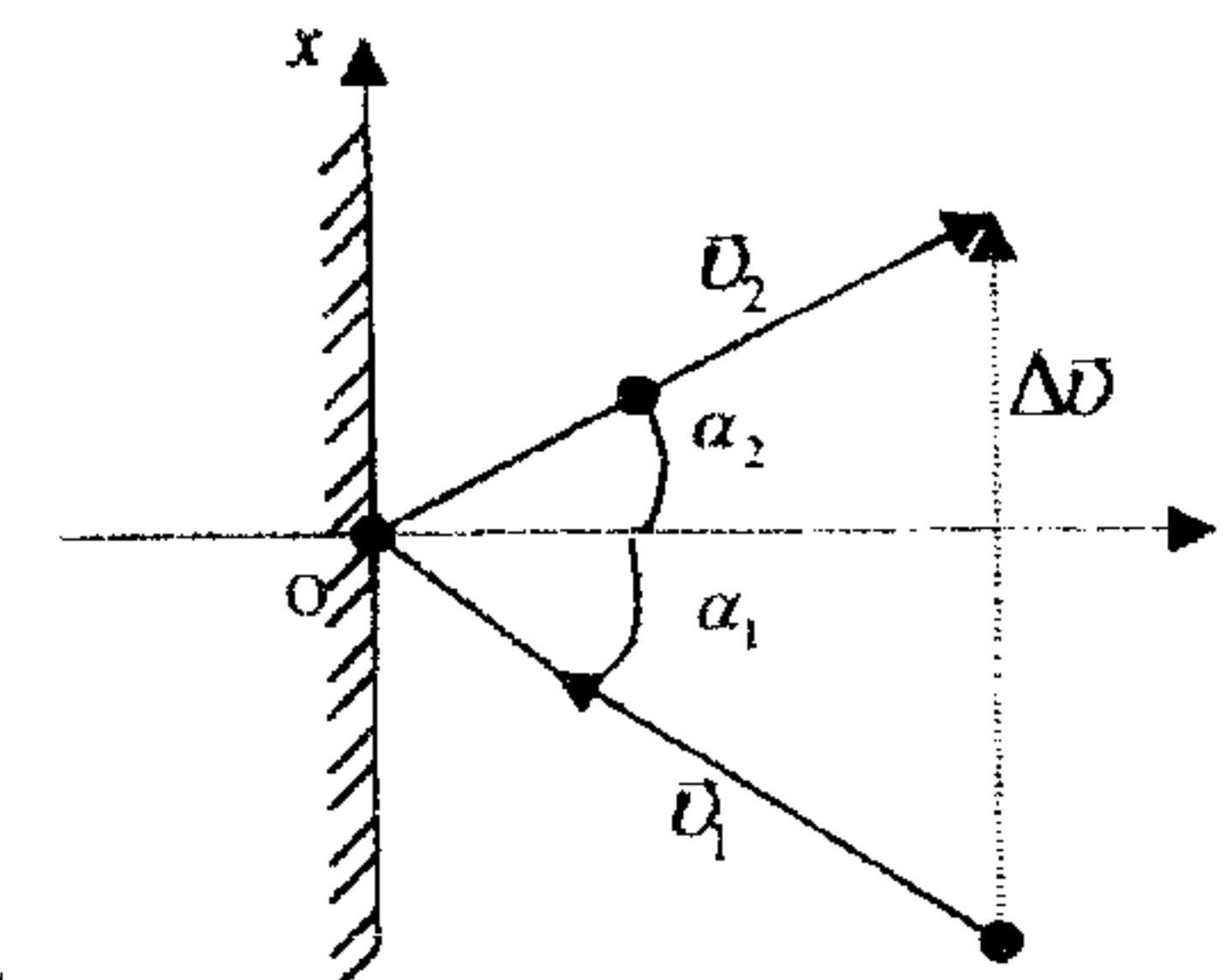
$$\text{Осылардан } (F \Delta t)_x = 2mv \sin \alpha;$$

$$(F \Delta t)_y = 0$$

$$\text{Ал, } F \Delta t = \sqrt{(F \Delta t)_x^2 + (F \Delta t)_y^2} = 2mv \sin \alpha.$$

$$F \Delta t = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \cdot 500 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sin 30^\circ = 2,5 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

$$\text{Жауабы: } F \Delta t = 2,5 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с}$$



23-сурет

5.52. Ұңғысының массасы $M = 500 \text{ кг}$ зеңберектен көкжиек бағытында оқ атылды. Оқтың массасы $m = 5 \text{ кг}$, ал бастапқы жылдамдығы $u = 460 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Атылу кезінде ұңғы $s = 40 \text{ см}$ қашықтыққа кері тебілетін болса, ұңғы тежегіш тетігінде пайда болатын орташа күшті табындар.

Берілгені: $M = 500 \text{ кг}; m = 5 \text{ кг};$
 $u = 460 \frac{\text{м}}{\text{с}}; s = 40 \text{ см}$
 F -?
 Шешуі: Ұңғы қозғалысын бірқалыпты үдемелі деп қарастырайық, сонда (1) $F = Ma$, мұндағы a -ұңғының тежелу кезінде алған үдеуі. Ал, (2) $a = \frac{u^2}{2s}$,

мұндағы u -ұңғының атылу кезінде алған бастапқы жылдамдығы. u -жылдамдықты, қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын пайдалынап табамыз, сонда $Mu = mv \Rightarrow u = \frac{m}{M}v$ (3). (1); (2) және (3)-ден $F = \frac{m^2 v^2}{2sM}$.

$$F = \frac{(5 \text{ кг})^2 \cdot \left(460 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 0,4 \text{ м} \cdot 500 \text{ кг}} = 1,32 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$\text{Жауабы: } F = 1,32 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

5.53. Автомат қаруының массасы $3,8 \text{ кг}$, ал атылатын оқ массасы $7,9 \text{ г}$. Атылған кезде оқ сыртқа $715 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен шықса, автоматтың өзі қандай жылдамдықпен кері тебіледі?

Берілгені: $m_1 = 3,8 \text{ кг}; m_2 = 7,9 \text{ г};$
 $v_2 = 715 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 v_1 -?
 Шешуі: $7,9 \text{ г} = 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.
 Атылған оқ көкжиек өсі бойымен қозғалатын болсын, онда автоматтың өзі де осы өстің бойымен кері тебіледі. Жүйенің бастапқы

толық импульсі нөлге тең, яғни $p_1 = 0$. Ал, оқ атылғаннан кейінгі жүйенің толық импульсі $p_2 = m_1 v_0 + m_2 v_2$. Импульстің сақталу заңынан $p_1 = p_2$

$$\text{немесе } m_1 v_0 + m_2 v_2 = 0 \Rightarrow v_0 = -\frac{m_2 v_2}{m_1} = -\frac{7,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 715 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3,8 \text{ кг}} \approx -1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_0 = -1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.54. v_0 жылдамдықпен келе жатқан шар тыныш тұрған екінші шармен соқтығысқанда бағытын 60° -қа өзгерткен, ал екінші шар біріншінің бағытымен 90° бұрыш жасай қозғалған. Шарлардың массалары бірдей болса, соқтығысқаннан кейінгі олардың жылдамдықтары қандай болады?

Берілгені:
 v_0 ; $\alpha_1 = 60^\circ$; $\alpha_2 = 30^\circ$

Шешуі: Ох өсін бірінші шардың бастапқы v_0 жылдамдығы бағыты бойымен бағыттайық (24-сурет).

v_1 -?; v_2 -?

Соқтығысқаннан кейін бірінші шар

D_1 бағытында, ал екінші шар

D_2 бағытында қозғалсын. Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы бойынша

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2, \text{ мұнда } m_1 = m_2,$$

$$\text{демек } v_0 = v_1 + v_2.$$

Есеп шартында v_1 және v_2 өзара тік бұрыш жасайтын болғандықтан,

$$\text{Пифагор теоремасынан } v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad (1)$$

Ал, $v_1 = v_0 \sin \alpha_1$ ($\triangle OAB$ - дан). Енді (1)-ді ескерсек

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 - v_1^2} = \sqrt{v_0^2 (1 - \sin^2 \alpha_1)} = v_0 \cos \alpha_1; \quad v_2 = v_0 \cos \alpha_1.$$

$$v_1 = v_0 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} v_0; \quad v_2 = v_0 \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = \frac{1}{2} v_0; \quad v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0.$$

5.55. Тығыздығы ρ_1 аққыш пішінді кішкене дене h биіктіктен тығыздығы ρ_2 сұйыққа құлап түседі және $\rho_1 < \rho_2$ екендігі белгілі. Дененің сұйыққа бату тереңдігі h_1 -ді, бату уақыты t -ны және оның a үдеуін анықтаңдар. Сұйық кедергісің ескермеңдер.

Берілгені:
 ρ_1 ; ρ_2 ; h
 h_1 -?; t -?; a -?

Шешуі: Дененің сұйыққа бату тереңдігін табу үшін энергияның сақталу заңын пайдаланамыз, сонда $mg(h + h_1) = F_A \cdot h_1$

Мұндағы F_A -сұйық тарапынан денеге әсер етуші Архимед күші, ал $F_A = V_A \cdot \rho_2 g = \frac{mg}{\rho_1} \rho_2$. Демек, $mg(h + h_1) = \frac{mg \rho_2}{\rho_1} h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{h \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$. Екіншіден,

қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын пайдалансақ $Ft = mv$, мұндағы $F = F_A - mg$ және $v = \sqrt{2gh}$. Демек, $\left(\frac{mg}{\rho_1} \rho_2 - mg \right) t = m \sqrt{2gh} \Rightarrow t = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Ньютонаң екінші заңынан $a = \frac{F}{m} = \frac{F_A - mg}{m} = \frac{mg \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)}{m} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} g$, яғни

$$a = g \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right).$$

$$\text{Жауабы: } h_1 = \frac{h \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}; \quad t = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad a = g \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right).$$

5.56. Массасы 10 г оқ көкжиек бағытта $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшып барып, жіпке ілулі тұрған массасы 2 кг шарға тиеді де оның ішінде қалып қояды. Оқпен бірге шар қандай биіктікке көтеріледі? Оқ шарға тигенде оның кинетикалық энергиясының қандай бөлігі ішкі энергияға айналады?

Берілгені:

$$m = 10 \text{ г}; \quad m_2 = 2 \text{ кг};$$

$$u_1 = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_2 = 0$$

$$h - ?; \quad \frac{\Delta E_k}{E_k} - ?$$

$$\text{Шешуі: } 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}; \quad 500 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

1) Оқ шар ішінде қалып қойғандықтан,

оның толық энергиясы шардың кинетикалық

энергиясы мен соқтығысу кезінде бөлінетін жылу энергиясына айналады (серпінсіз соққы). Оқпен шар бірқалыпты үдемелі қозғалады деп есептесек олардың ақтық жылдамдығы былай табылады.

$$v^2 = 2gh \quad \text{немесе} \quad h = \frac{v^2}{2g} \quad (1).$$

v -ны қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан табуға болады, сонда

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } h = \frac{m_1^2 u_1^2}{2g(m_1 + m_2)^2}.$$

2) Оқтың кинетикалық энергиясының өзгерісі $\Delta E_k = \frac{m_1 u_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$. Ал,

$$(2)\text{-ден } v\text{-ның мәнен қойсақ } \Delta E_k = \frac{m_1 u_1^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} \left(\frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{m_1 u_1^2}{2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Онда $\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 \cdot 2}{2(m_1 + m_2)m_1 u_1^2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$, демек $\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$.

$$h_1 = \frac{(10^{-2} \text{ кг})^2 \cdot \left(5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (10^{-2} \text{ кг} + 2 \text{ кг})^2} \approx 0,63 \text{ м}.$$

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{2 \text{ кг}}{10^{-2} \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 0,99.$$

Жауабы: $h \approx 0,63 \text{ м}$; $\frac{\Delta E_k}{E_k} = 0,99$.

5.57. Массалары $0,6 \text{ кг}$ және $0,4 \text{ кг}$ екі шар көкжиек жазықтығында сәйкесінше $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ және $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен бір-біріне 90° бұрыш жасап серпінсіз соқтығысады да екеуі бірге қозғала бастайды. Соқтығысқаннан кейінгі біріккен шарлардың жылдамдығын және β бұрышын анықтаңдар (25-сурет).

Берілгені: $m_1 = 0,6 \text{ кг}$; $m_2 = 0,4 \text{ кг}$; $v_1 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $\alpha = 90^\circ$ $u = ?$; $\beta = ?$	Шешуі: Соқтығысу серпінсіз болғандықтан энергияның сақталу заңы орындалмайды, сондықтан қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын қолданамыз.
---	---

Ox және Oy өстері бойымен v_1 және v_2 бағыттарын сәйкестендіріп алайық, сонда Ox өсі бойынша (1) $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u \sin \beta$

Екінші жағынан Пифагор теоремасын пайдалансақ

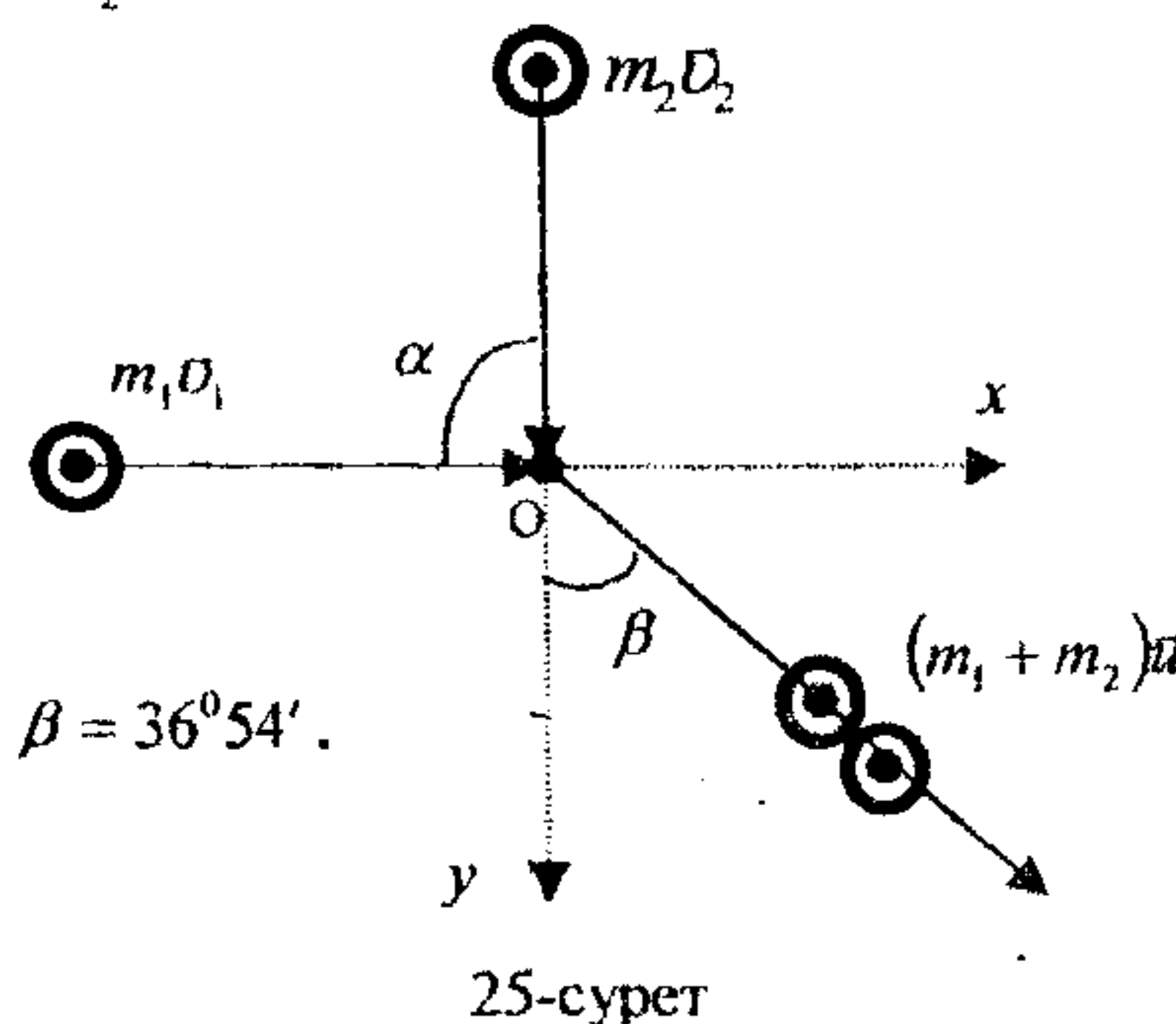
$$(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 = [(m_1 + m_2) u]^2 \Rightarrow u = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_1 + m_2} \quad (2).$$

(1) және (2)-ден $\sin \beta = \frac{m_1 v_1}{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}$.

$$u = \frac{\left(0,6 \text{ кг} \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{0,6 \text{ кг} + 0,4 \text{ кг}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\sin \beta = \frac{0,6 \text{ кг} \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\sqrt{\left(0,6 \text{ кг} \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}} \approx 0,6 \Rightarrow \beta = 36^\circ 54'.$$

Жауабы: $u = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\beta = 36^\circ 54'$.



5.58. Жану қалдығының тесіктен шығу жылдамдығы $v_0 = 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ болатын зымыран $F_m = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Н}$ тарту күшін тудыру үшін мұнда секундына қанша килограмм газ жануы керек?

Берілгені: $v_0 = 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$; $F_m = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Н}$; $m = ?$	Шешуі: $2 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Ньютоның екінші заңы бойынша
--	---

зымыранның тарту күші $F_m = M_0 a$ (1).

Мұндағы M_0 -зымыран массасы. Газ шығу кезінде зымыран массасы тұрақты болса, қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан $m v_0 t = M_0 v$ (2).

Мұндағы m -бір секунд ішінде жағылатын газ массасы; v -зымыран жылдамдығы. (2)-ден $\frac{v}{t} = \frac{m v_0}{M_0}$ (3). $\frac{v}{t} = a$ екендігін ескерсек, онда (1) және

(3)-ден $F_m = m v_0 \Rightarrow m = \frac{F_m}{v_0} = \frac{1,2 \cdot 10^6 \text{ Н}}{2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 6 \cdot 10^2 \left(\frac{\text{кг}}{\text{с}}\right).$

Жауабы: $m = 6 \cdot 10^2 \left(\frac{\text{кг}}{\text{с}}\right).$

5.59. Бастапқы жылдамдығы $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болатын дене көлбеу жазықтың бетімен төменнен жоғары қарай сырғанайды. Белгілі бір биіктікке көтерілгеннен соң көлбеу жазықтықпен қайтадан төмен сырғанайды. Бастапқы орнына қайтып келген кездегі дененің жылдамдығын табыңдар. Жазықтықтың көлбеулік бұрышы 45° , ал үйкеліс коэффициенті $0,6$.

Берілгені: $v_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\alpha = 45^\circ$; $\mu = 0,6$ $v = ?$	Шешуі: Дене көлбеу жазықтықпен жоғары көтерілген жағдай үшін энергияның сақталу заңын жазайық, сонда $\frac{m v_0^2}{2} = mgh + F_{\text{тр}} \cdot \ell$ (1).
--	---

Мұндағы $F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$, $h = \ell \sin \alpha$ (ℓ -дене жүрген жолы).

Демек, $\frac{m v_0^2}{2} = mg \ell \sin \alpha + \mu mg \ell \cos \alpha = mg \ell (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow \ell = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$ (2).

Дене көлбеу жазықтықпен төмен сырғанағанда, энергияның сақталу заңы бойынша $\frac{m v^2}{2} = mgh - F_{\text{тр}} \cdot \ell = mg \ell (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow v^2 = 2g \ell (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ (3).

(2) және (3)-ден $v^2 = 2g \frac{v_0^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{v_0^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$ немесе

$$v = \frac{v_0}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} \sqrt{\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 10^3}{\sin 45^\circ + 0,6 \cdot \cos 45^\circ} \sqrt{\sin^2 45^\circ - (0,6)^2 \cos^2 45^\circ} \approx 1 \frac{M}{c}.$$

Жауабы: $v \approx 1 \frac{M}{c}$.

5.60. Адам баспалтақтан жоғары көтеріледі. Адамды қозғалысқа келтіретін қандай күш? Ол күш жұмыс істей ме?

Жауабы: Адамды қозғалысқа келтіретін баспалтақтың реакция күші. Ол күш жұмыс істемейді. Адамды жоғары қозғап жұмыс істейтін, ол адам бұлшық еттерінде әрекет ететін ішкі күштер.

5.61. Массасы m дене көкжиек бағытында α бұрып жасай лақтырылады. t уақыттан кейінгі дененің потенциалдық және кинетикалық энергияларын табындар.

Берілгені: $m; \alpha; t$. Шешуі: Лақтырылған дене t уақыттан кейін әйтеуір бір A нүктесінде болсын дейік (26-сурет).

$E_k - ?; E_p - ?$

Бұл нүктедегі дененің кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv^2}{2}$, ал потенциалдық

энергиясы $E_p = mgy_0$. Енді,

v және y_0 шамаларын анықтайық.

Көкжиекке бұрын жасай лақтырылған дене үшін:

а) $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2 = v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 gt \sin\alpha$, демек

$$E_k = \frac{m}{2} (v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 gt \sin\alpha);$$

ә) $y = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$, онда $E_p = mg \left(v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \right)$.

Жауабы: $E_k = \frac{m}{2} (v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 gt \sin\alpha); E_p = mg \left(v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \right)$.

5.62. Жер бетінен тік бағытта $9 \frac{KM}{c}$ жылдамдықпен ұшырылған зымыран Жерден қандай биіктікке көтерілер еді?

Берілгені: Шешуі: $9 \frac{KM}{c} = 9 \cdot 10^3 \frac{M}{c}$.

$v_0 = 9 \frac{KM}{c}$

$h - ?$

Тартылыс күшінің жұмысы $A = \gamma m M \left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right)$,

ал екінші жағынан істелген жұмыс кинетикалық энергияның өзгерісіне тең, яғни $A = -\frac{mv_0^2}{2}$ (2).

(1) және (2)-ден $\gamma m M \left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right) = -\frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow \frac{\gamma M h}{R(R+h)} = \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow \frac{\gamma M h R}{R^2(R+h)} = \frac{v_0^2}{2}$

Ал, $\frac{\gamma M}{R^2} = g_0$ екендігін ескерсек, онда $\frac{R h g_0}{R+h} = \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_0^2 R}{2Rg_0 - v_0^2}$, мұнда

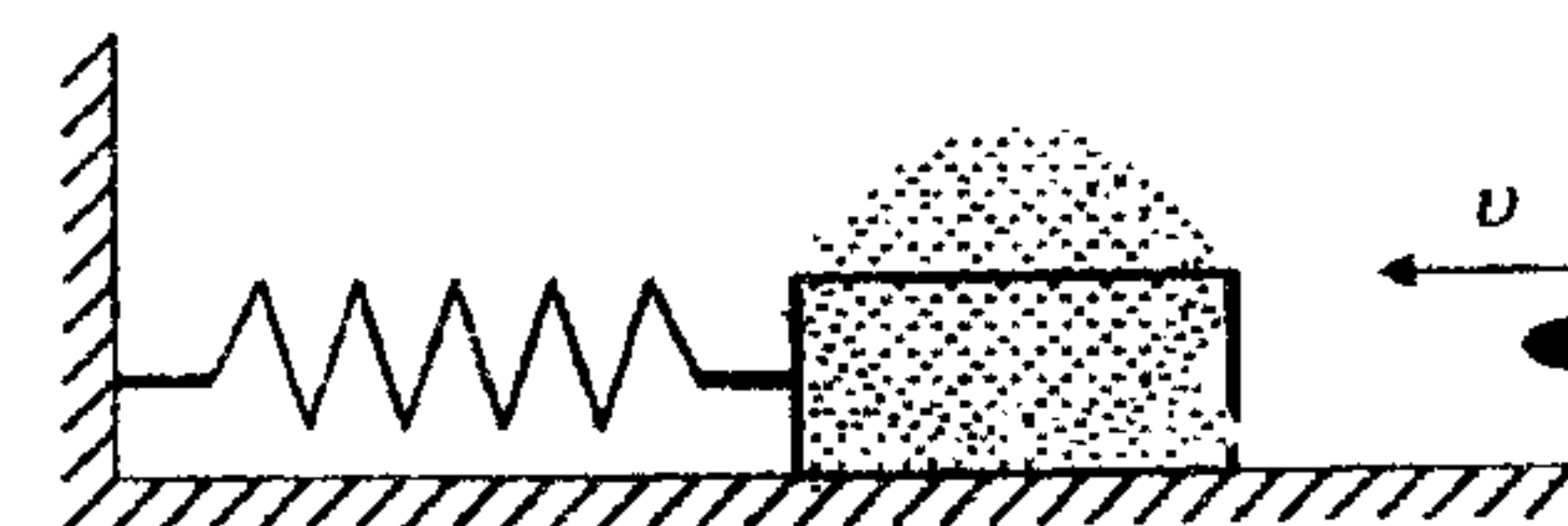
R -жер радиусы. $h = \frac{\left(9 \cdot 10^3 \frac{M}{c} \right)^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 M}{2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 M \cdot 9,8 \frac{M}{c^2} - \left(9 \cdot 10^3 \frac{M}{c} \right)^2} \approx 1,7 \cdot 10^7 M$.

Жауабы: $h \approx 1,7 \cdot 10^7 M$.

5.63. Массасы m , жылдамдығы v оқ, ішінде құмы бар жәшікке тиеп, оның ішінде қалып қояды (27-сурет). Егер құмы бар жәшіктің массасы M ал серіппе қатаңдығы k болса, бекітілген серіппе қаншаға жиырылады?

Берілгені: $m; v; M; k$.

$\Delta x - ?$



27-сурет

Шешуі: Оқ тиген кезде жәшік u жылдамдық алсын дейік, сонда қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы бойынша $u(M+m) = mv$ немесе $u = \frac{mv}{M+m}$. Онда

қозғалған жәшіктің кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2(M+m)}$. Осы

кезде серіппе жиырылады да, онда потенциалдық энергия $E_p = \frac{k\Delta x^2}{2}$ пайда

болады. Энергияның сақталу заңынан $E_k = E_p$ немесе

$$\frac{m^2 v^2}{2(M+m)} = \frac{k\Delta x^2}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{mv}{(M+m)\sqrt{k}}.$$

Жауабы: $\Delta x = \frac{mv}{(M+m)\sqrt{k}}$.

5.64. Әрбір жүктің жолдарының s екендігі белгілі болса, олардың жылдамдықтарын анықтандар (28-сурет). Жүктің бастапқы жылдамдықтары нөлге тең, блок массасы ескерілмейді.

Берілгені:
 $s_1 = s_2 = s$
 $v_1 = ?; v_2 = ?$

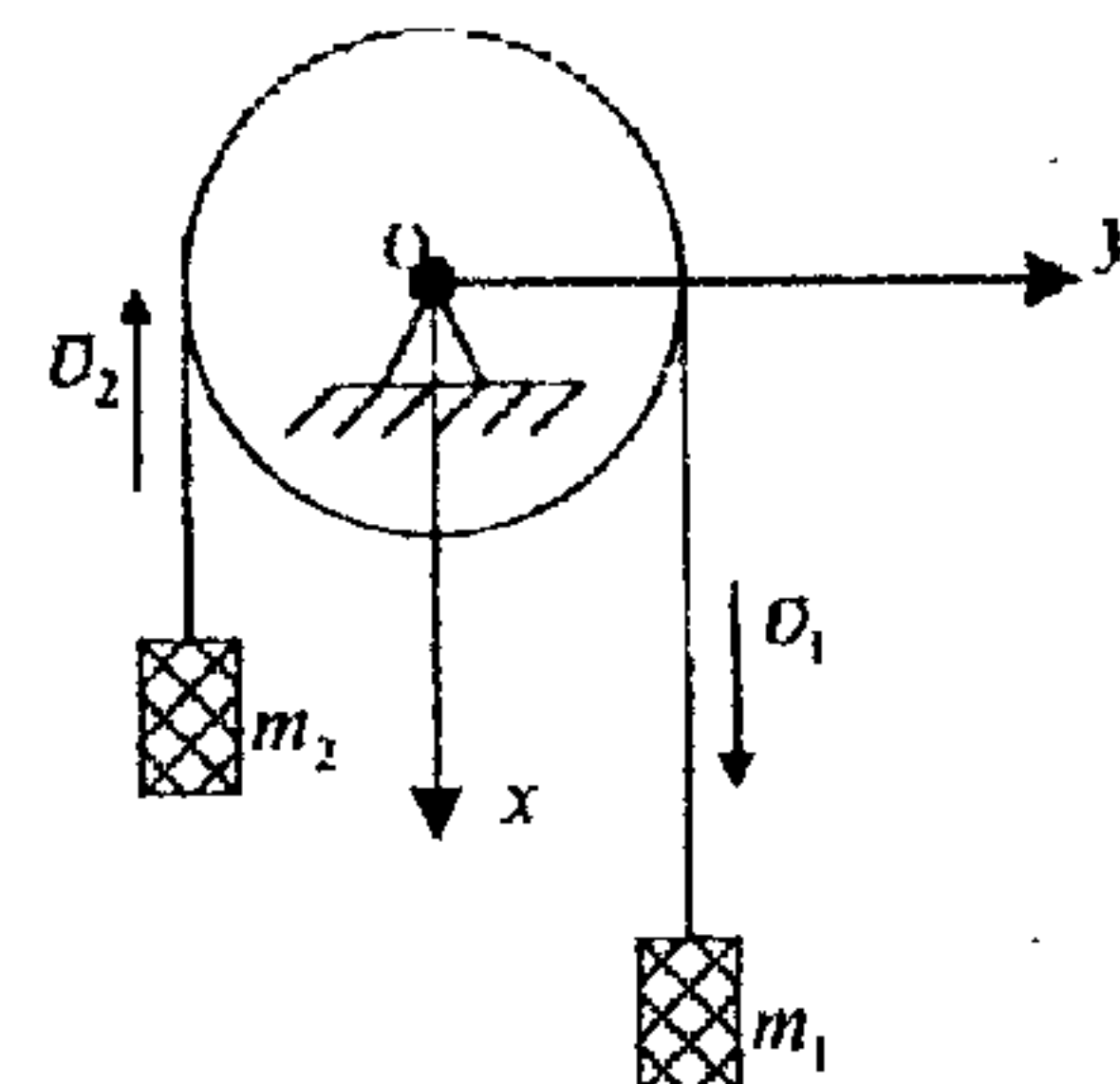
Шешуі:
 Жіптер созылмайтын болғандықтан $v_1 = v_2 = v$ болады және $s_1 = s_2 = s$ екендігі белгілі. Сонда, жүктердің кинетикалық энергиялары $E_{k1} = \frac{m_1 v^2}{2}$

және $E_{k2} = \frac{m_2 v^2}{2}$, ал потенциалдық энергиялары $E_{p1} = m_1 g s$ және $E_{p2} = -m_2 g s$.

Мұндағы «минус» таңбасы Ox өсіне қарсы бағытты анықтайды. Энергияның сақталу заңы бойынша

$$E_{k1} + E_{k2} = E_{p1} + E_{p2} \text{ немесе } \frac{v^2}{2} (m_1 + m_2) = g s (m_1 - m_2) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gs}{m_1 + m_2}}$$

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gs}{m_1 + m_2}}$$



28-сурет

5.65. Ұзындығы ℓ , массасы m математикалық маятник әрбір тепе-теңдік қалыптан өткен кезде оның жылдамдығына бағыттал F -күшпен, t уақыт аралығында әсер етеді. Маятник қанша тербелістен кейін 90° -қа ауытқиды?

Берілгені:
 $\ell; m; F; t; 90^\circ$
 $n = ?$

Шешуі: Әрбір тепе-теңдік қалыптан өткен кезде маятник жылдамдығы $\Delta v = \frac{Ft}{m}$ (1) шамасына

артады. Ал, бір тербеліс жасағанда маятник тепе-теңдік қалыптан екі рет өтеді, сонда оның жылдамдығы n тербелістен кейін $v_n = \frac{2nFt}{m}$ (2) болады.

Маятник 90° -қа ауытқуы үшін, ол тепе-теңдік күйінен өткенде кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv_n^2}{2} = mg\ell$ (3) болуы керек.

Сонда (2)-ні ескеріп (3)-ді қайта жазамыз, $\frac{m \left(\frac{2nFt}{m} \right)^2}{2} = mg\ell \Rightarrow n = \frac{m}{2Ft} \sqrt{2g\ell}$.

$$\text{Жауабы: } n = \frac{m}{2Ft} \sqrt{2g\ell}$$

5.66. Ұзындығы ℓ жіпке ілінген массасы M ағаш білеушеге оқ тиіп оның ішінде қалып қояды. Егер оқтың массасы m , ал жылдамдығы v болса, маятник қандай бұрышқа ауытқиды?

Берілгені:
 $\ell; M; m; v$
 $\alpha = ?$

Шешуі: Оқ әсерінен маятник α бұрышқа ауытқысын дейік (29-сурет).

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан маятниктің бастапқы v_0 жылдамдығын анықтауға болады, сонда

$$v_0 = \frac{mv}{M+m} \quad (1). \text{ Енді } v_0 \text{ жылдамдық}$$

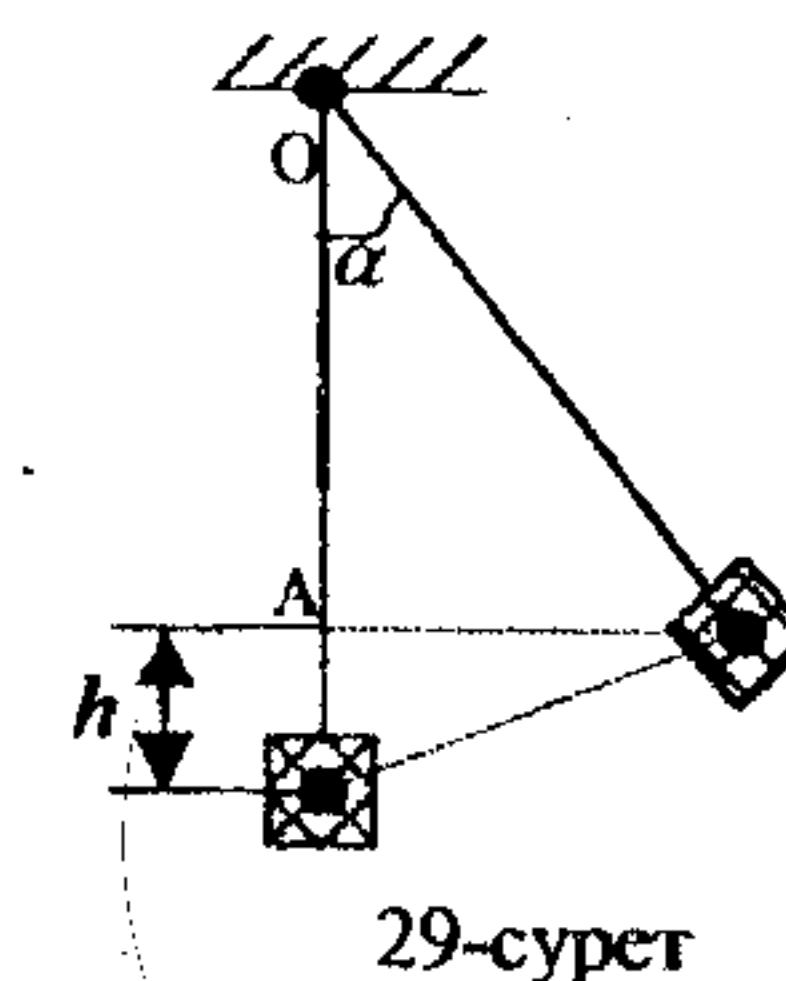
алған маятник α бұрышына ауытқиды да h -биіктікке көтеріледі. Бұл көтерілу биіктігін энергияның сақталу заңын пайдаланып анықтаймыз,

$$\text{сонда } \frac{(M+m)v_0^2}{2} = (M+m)gh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$

$\triangle OAB$ -дан $\cos \alpha = \frac{OA}{OB}$, мұндағы $OA = (\ell - h) = \ell - \frac{v_0^2}{2g}$, ал $OB = \ell$. Сонда

$$\cos \alpha = 1 - \frac{v_0^2}{2g\ell} \quad (1)\text{-ді ескерсек, онда } \cos \alpha = 1 - \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2 \cdot 2g\ell}$$

$$\text{Жауабы: } \alpha = \arccos \left(1 - \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2 \cdot 2g\ell} \right)$$



29-сурет

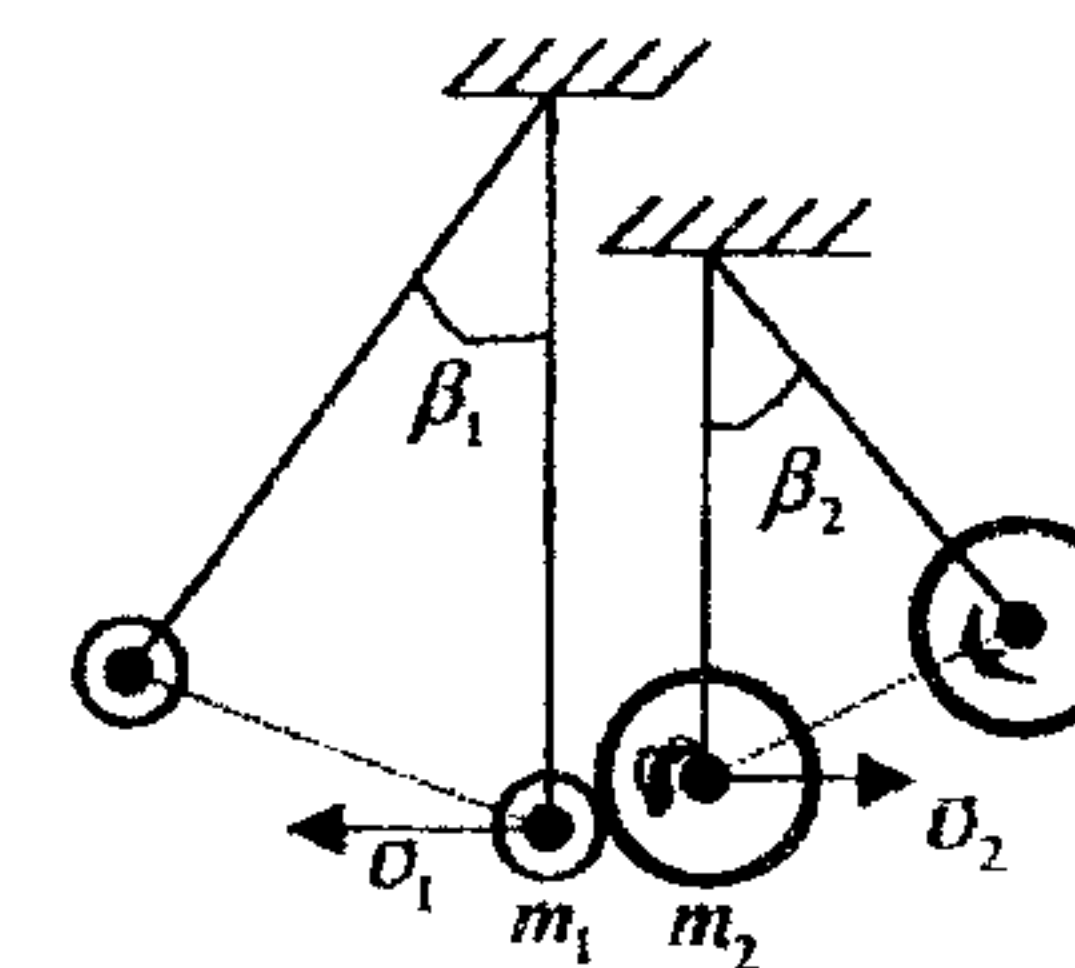
5.67. Екі серпінді шарлар жіңішке жіптерге тік бағытта ілініп қатар тиістіріліп қойылған. Жіптің ұзындықтары $\ell_1 = 10 \text{ см}$ және $\ell_2 = 6 \text{ см}$, ал шар массалары $m_1 = 8 \text{ г}$ және $m_2 = 20 \text{ г}$. Массасы m_1 шарды $\alpha = 60^\circ$ -қа ауытқытып, қайта жібереді. Соққы абсолют серпінді деп есептеп, шарлардың ауытқу бұрыштарын табындар.

Берілгені:
 $\ell_1 = 10 \text{ см}; \ell_2 = 6 \text{ см};$
 $m_1 = 8 \text{ г}; m_2 = 20 \text{ г}; \alpha = 60^\circ$

Шешуі: Әсерлесуді сызба түрінде көрсетейік (30-сурет).

$\beta_1 = ?; \beta_2 = ?$

Бірінші шариктің алғашқы v_0 жылдамдығы $v_0^2 = 2gh$, мұндағы h -бірінші шариктің алғашқы көтерілу биіктігі. Сонда $h = \ell_1 - \ell_1 \cos \alpha$, демек $v_0^2 = 2g(\ell_1 - \ell_1 \cos \alpha)$ (1).



30-сурет

Қозғалыс мөлшерінің және энергияның сақталу заңдарынан

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_0}{m_1 + m_2} \quad (2) \text{ және } v_2 = \frac{2m_1 v_0}{m_1 + m_2} \quad (3).$$

m_1, m_2 болғандықтан v_1 жылдамдығының бағыты v_2 бағытына қарама-қарсы бағытталған, сондықтан шарлар соқтығысқанда m_1 шары кейін серпіледі де h_1 биіктікке көтеріледі, ал екінші шар h_2 биіктікке көтеріледі

$$\text{және де } h_1 = \frac{v_1^2}{2g} \quad (4), \quad h_2 = \frac{v_2^2}{2g} \quad (5).$$

Ал, $\cos \beta_1 = 1 - \frac{h_1}{\ell_1}$ және $\cos \beta_2 = 1 - \frac{h_2}{\ell_2}$. Енді (1), (2), (3), (4) және (5)-ді ескерсек

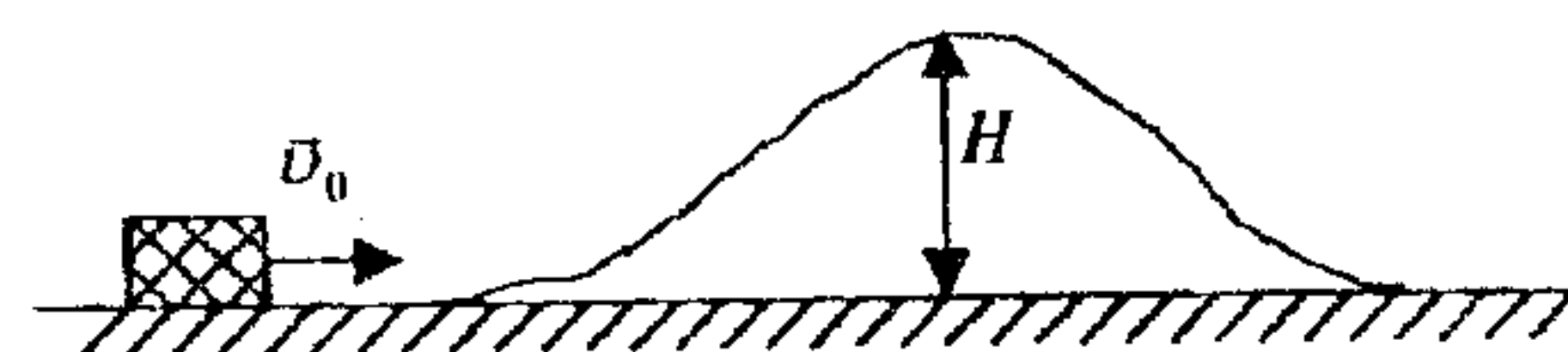
$$\cos \beta_1 = \frac{1}{2} + \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad \text{және} \quad \cos \beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{2m_1^2 \ell_1}{\ell_2 (m_1 + m_2)^2}.$$

$$\text{Жауабы: } \cos \beta_1 = \frac{1}{2} + \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}; \quad \cos \beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{2m_1^2 \ell_1}{\ell_2 (m_1 + m_2)^2}.$$

5.68. Массасы $m = 1 \text{ кг}$ дене көкжиек жазықтығы мен үйкеліссіз қозғала отырып, массасы $M = 5 \text{ кг}$ тыныштықта тұрған биіктігі $H = 1,2 \text{ м}$ төбешіктің үстіне шыға бастады (31-сурет). Дененің бастапқы жылдамдығы $v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, оның кейінгі жылдамдығын және төбешіктің жылдамдығын анықтаңдар. Төбешік пен бет арасындағы үйкеліс ескерілмейді.

Берілгені:

$$\begin{aligned} m &= 1 \text{ кг}; \quad M = 5 \text{ кг}; \\ H &= 1,2 \text{ м}; \quad v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ v_1 &=?; \quad v_2 = ? \end{aligned}$$



31-сурет

Шешуі: Әуелі, дене төбешік төбесінен аударылып түсе ме, әлде жоқпа соны анықтайық. Егер аударылып түспесе, онда $v_1 = v_2$ болғаны. Сақталу заңдарын пайдаланып төбешікке шыға алатындай H_1 биіктігін табамыз,

сонда (1) $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m+M)v^2}{2} + mgH_1$ және $m v_0 = (m+M)v$ (2). Мұндағы, v -дене мен төбешіктің қозғалыс жылдамдығы.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } H_1 = \frac{M v_0^2}{2g(m+M)} = 1,04 \text{ м}.$$

Демек, $H_1 < H$ онда дене төбешіктің төбесіне шыға алмайды, яғни H_1 биіктікке көтеріледі де қайта кейін сырғиды.

Дененің кейінгі v_1 , төбешіктің v_2 жылдамдықтарын сақталу заңдарын қолданып таба аламыз, сонда $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2}$ және $m v_0 = m v_1 + M v_2$. Осы теңдеулер жүйесін шешсек.

$$(3) \quad v_1 = v_0; \quad v_2 = 0 \quad \text{және} \quad v_1 = -v_0 \frac{M-m}{M+m}; \quad v_2 = v_0 \frac{2m}{M+m} \quad (4).$$

Сонда (3) шешімінде дене төбешіктен аударылып түседі. Ал, (4) шешімде дене төбешік төбесіне шыға алмайды, яғни біздің жағдай орындалады. Сонымен $v_1 = -v_0 \frac{M-m}{M+m}$ және $v_2 = v_0 \frac{2m}{M+m}$.

$$v_1 = -5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{5 \text{ кг} - 1 \text{ кг}}{5 \text{ кг} + 1 \text{ кг}} \approx -3,33 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{2 \cdot 1 \text{ кг}}{5 \text{ кг} + 1 \text{ кг}} \approx 1,67 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 \approx -3,33 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_2 \approx 1,67 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.69. Ұшына массасы m шарик байланған ұзындығы ℓ жіп тік қалшынан 90° -қа ауытқытып жіберілген (32-сурет). Егер жіп T керілу күшіне шыдайтын болса, осы жіп ілінip үзілуі үшін шегені тіреу нүктесінен қандай ең жақын қашықтықта қағу керек?

Берілгені:

$$\ell; m; 90^\circ; T.$$

$$x_{\min} = ?$$

Шешуі: Жіп A нүктесіндегі шегеге ілінгенде, шарик шеңбер бойымен қозғала бастайды. Сонда шарик үшін қозғалыс теңдеуі $ma = T + mg$. Ох өсінде проекциялап жазсақ, онда

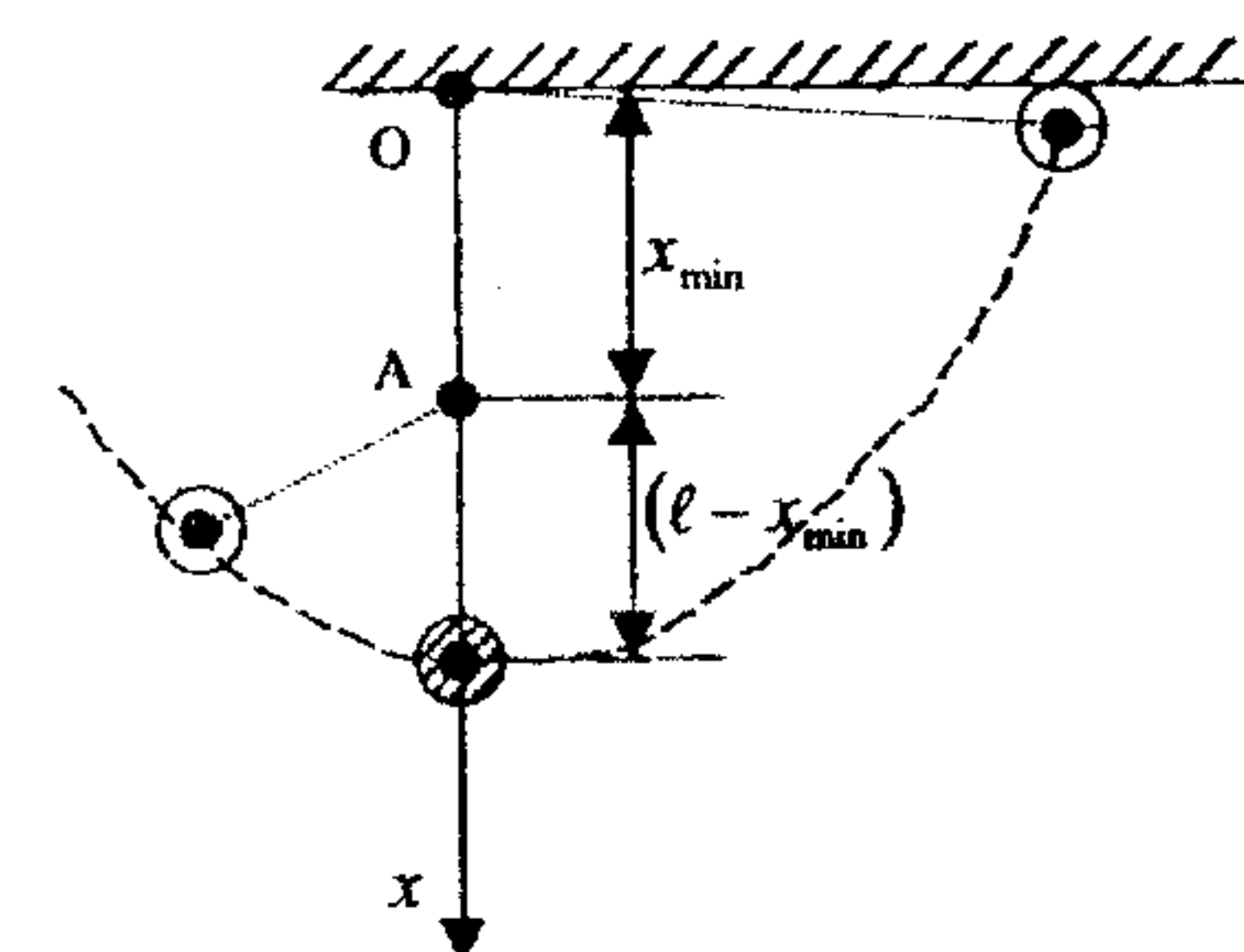
$$ma = T - mg \quad \text{немесе} \quad m \frac{v^2}{\ell - x_{\min}} = T - mg \quad (1).$$

$$\text{Энергияның сақталу заңынан } \frac{m v^2}{2} = mg \ell \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } x_{\min} = \ell \frac{T - 3mg}{T - mg}.$$

Егер $T < 3mg$ болса, онда жіп шегеге жетпей үзіледі.

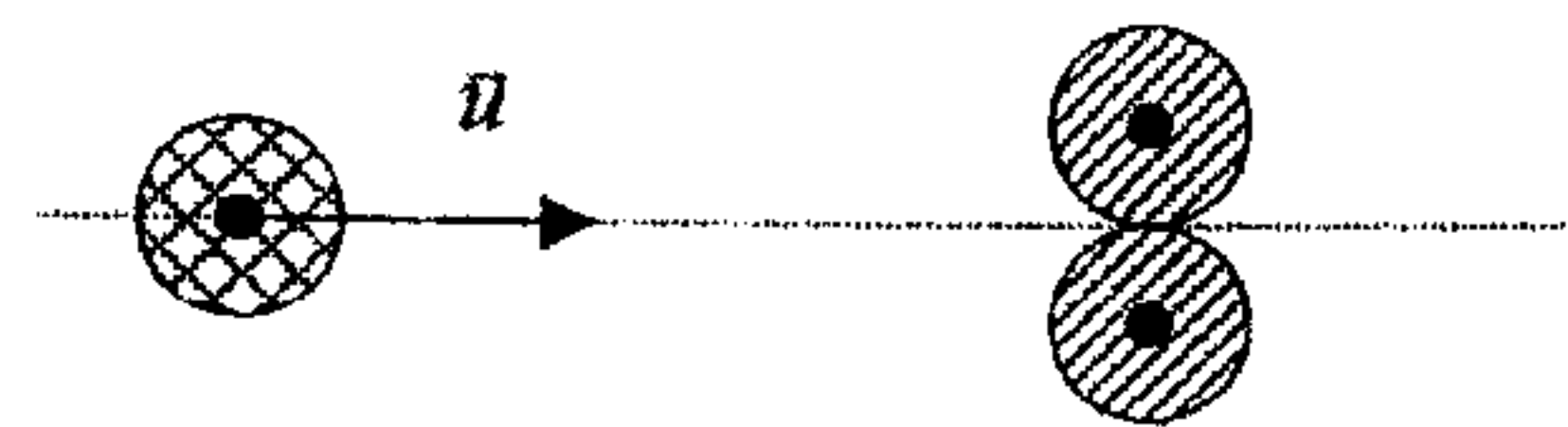
$$\text{Жауабы: } x_{\min} = \ell \frac{T - 3mg}{T - mg} \quad \text{және} \quad T > 3mg.$$



32-сурет

5.70. Массалары m болатын екі шар біріне-бірі тиісіп тыныш тұр (33-сурет). Радиусы алғашқы шардікіндей үшінші шар түзу бойымен бұларға келіп соқтығысады да тоқтай қалады. Соққы серпінді деп есептеп, үшінші шардың массасын табыңдар.

Берілгені:
 $m_1 = m_2 = m$;
 $m_3 = ?$



33-сурет

Шешуі: Соқтығысу құбылысына сақталу заңдарын қолданайық, сонда энергияның сақталу заңынан

$$\frac{m_1 u^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2} = m v^2 \quad (1).$$

Мұндағы u - үшінші шардың алғашқы, v - бастапқы екі шардың кейінгі жылдамдықтары. Ал, импульстің сақталу заңынан

$$m_1 u = m_1 v_1 \cos \alpha + m_2 v_2 \cos \alpha = m v \cos \alpha + m v \cos \alpha = 2 m v \cos \alpha \quad (2).$$

Мұндағы, α - соққыдан кейінгі екі шардың көкжиек бағытынан ауытқу бұрышы (34-сурет).

α - бұрышын анықтайық $\triangle OAC = \triangle OBC$,
 осылардан $\cos \alpha = \frac{OC}{OA}$ немесе $\cos \alpha = \frac{OC}{OB}$.

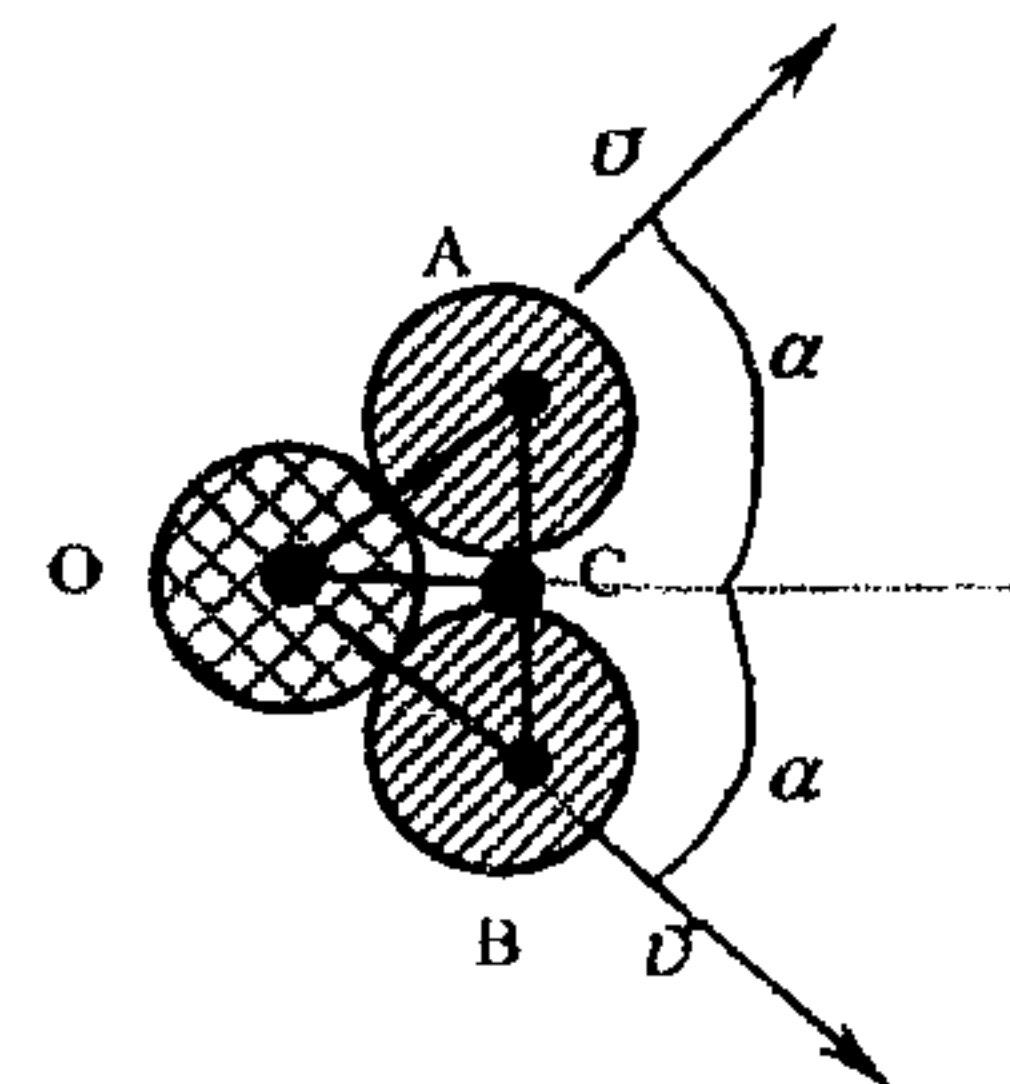
Ал, $OA = OB = 2R$ және

$$OC = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}, \text{ демек}$$

$$\cos \alpha = \frac{R\sqrt{3}}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3).$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } m_3 = \frac{3m}{2}.$$

$$\text{Жауабы: } m_3 = \frac{3m}{2}.$$



34-сурет

5.71. Автокөлікті күшті тежегеннің өзінде, ол тоқтағанға дейін біраз жол жүреді. Неге? Осы тежелу жолының шамасы неге байланысты болады?

Жауабы: Автокөлік тежегенде оның кинетикалық энергиясының өзгерісі

кедергі күштерін жеңу жұмысына тең болады, сонда $\Delta E_k = \frac{m v_0^2}{2} = F_k \cdot s$, ал

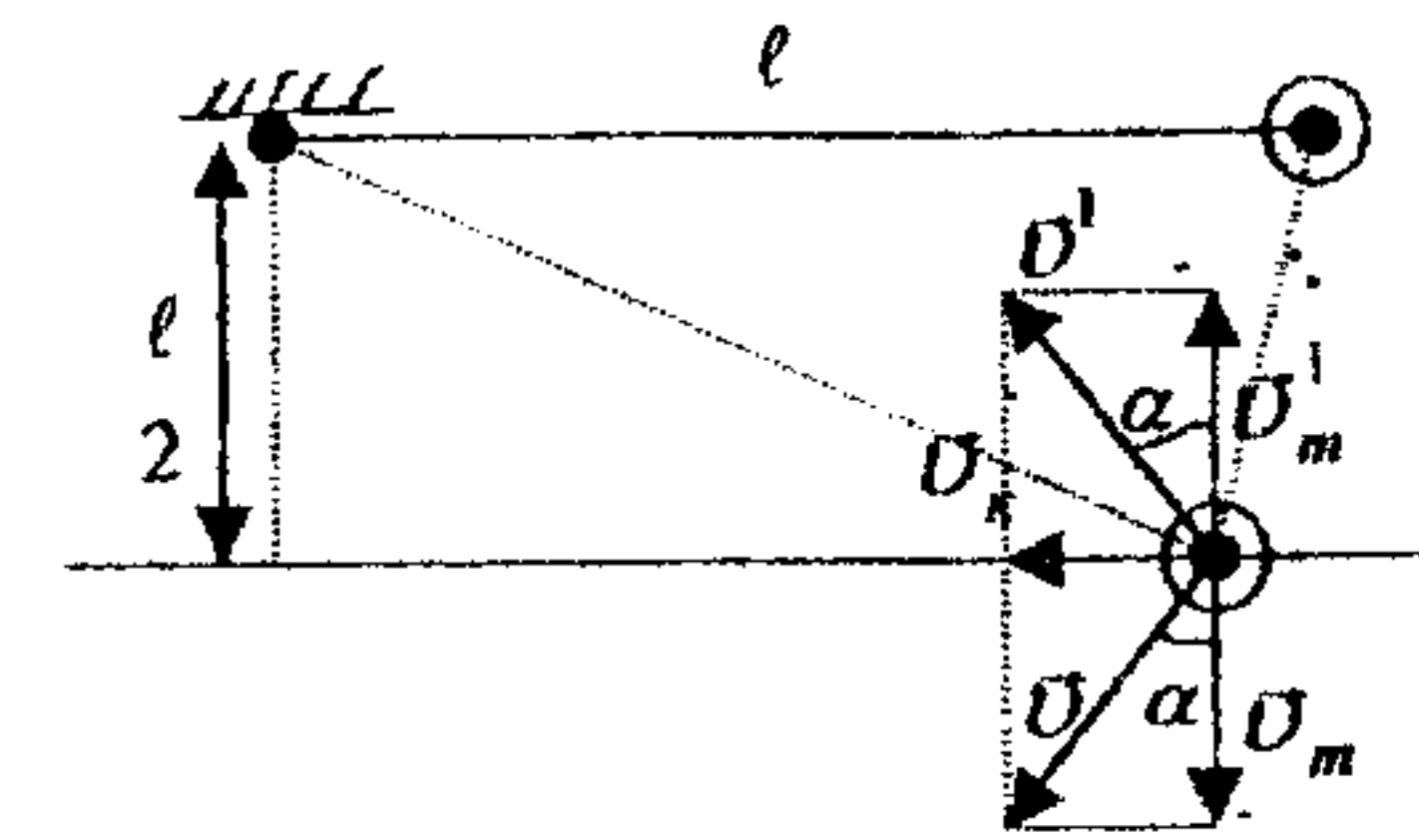
$$F_k = \mu mg, \text{ онда } \frac{m v_0^2}{2} = \mu m g s \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2 \mu g}.$$

Мұндағы: s - тежелу жолы; v_0 - тежелу мезетіндегі жылдамдық; μ - үйкеліс коэффициенті. Демек, автокөліктің тежелу жолы оның бастапқы жылдамдығына (v_0), жолдың күйіне (μ) байланысты болады екен.

5.72. Ұзындығы ℓ математикалық маятник алғашында көкжиек бағытында тұр (35-сурет). Маятник ілінген нүктеден $\frac{\ell}{2}$ қашықтықта болат білеуше орналасқан. Шариктің білеушеге соққысын абсолют

серпінді деп оның қайтадан көтерілу биіктігін табындар.

Берілгені:
 ℓ ; $\frac{\ell}{2}$;
 $h = ?$.



35-сурет

Шешуі: Маятник шаригінің болат білеушеге соққан кезіндегі

$\vec{v}$ жылдамдығын екі: $\vec{v}_m$ - тік бағыттағы және $\vec{v}_k$ - көкжиек бағыттағы құраушыларға жіктейік.

Сонда соққыдан кейін, мұның тік құраушысы ғана өзгереді, яғни $\vec{v}_m = -\vec{v}_m^1$, ал көкжиек бағыттағысы өзгермейді (абсолют серпінді). Сонда энергияның сақталу заңынан

$$\frac{m v^2}{2} = m g \frac{\ell}{2} \Rightarrow v = \sqrt{g \ell} \quad (1).$$

Екінші жағынан $v_m = v \cos \alpha$, мұнда $\cos \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - \frac{\ell^2}{4}}}{\ell} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, демек $v_m = \sqrt{g \ell} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{немесе } v_m = \frac{\sqrt{3 g \ell}}{2} \quad (2).$$

Ал, маятниктің көтерілу биіктігі $h = \frac{v_m^2}{2g}$. (2)-ні ескерсек

$$h = \left(\frac{\sqrt{3 g \ell}}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2g} = \frac{3}{8} \ell.$$

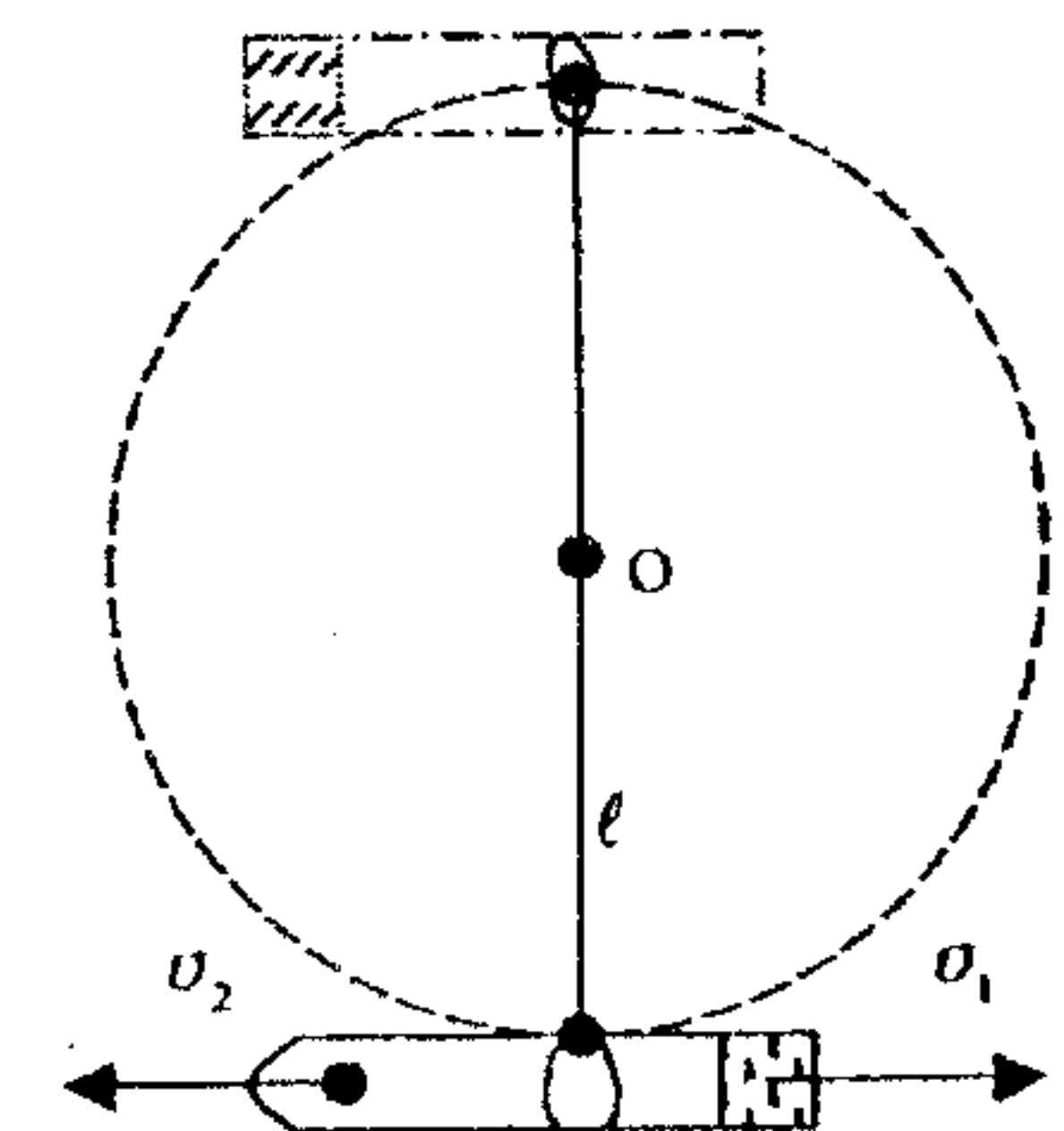
$$\text{Жауабы: } h = \frac{3}{8} \ell.$$

5.73. m массалы тығынмен ауызы жабылған массасы M шыны түтікшенің ішінде эфир тамшысы бар.

Түтікше ұзындығы ℓ жіпке байланып көлденең бағытта ілулі тұр (36-сурет).

Түтікшені қыздырғанда эфир буының әсерінен тығын атылады. Атылу кезінде, түтікше айналу нүктесінен (O) толық бір айналым жасауы үшін, тығын жылдамдығының ең аз мәні қандай болуы керек?

Берілгені:
 m ; M ; ℓ
 $v = ?$



36-сурет

Шешуі: Түтікше толық бір айналым жасау үшін, M массалы түтікшені 2ℓ биіктікке көтере алатындай энергия беруіміз керек. «Тығын-түтікше» жүйесі үшін қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан (1) $v_2 = \frac{mv_1}{M}$, мұндағы v_2 - түтікше, ал v_1 - тығын жылдамдықтары. Энергияның сақталу заңынан

$$\frac{Mv_2^2}{2} = Mg \cdot 2\ell. \quad (1)\text{-ді ескерсек } \frac{M}{2} \left(\frac{mv_1}{M} \right)^2 = Mg \cdot 2\ell \Rightarrow v_1 = \frac{2M}{m} \sqrt{\ell g}.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = \frac{2M}{m} \sqrt{\ell g}.$$

5.74. Математикалық маятник тік қалыптан 90° -қа ауытқытып қайта жіберілген. Маятник тепе-теңдік қалыптан өткенде, оның ілу нүктесінен жоғары қарай a үдеумен тартқан. Сонда маятник тік бағыттан қандай ең үлкен бұрышқа бұрылады?

Берілгені: a Шешуі: Маятниктің ұзындығы ℓ , массасы m ал тепе-теңдік қалыптан өткендегі жылдамдығы v болсын (37-сурет).

α -?. Энергияның сақталу заңынан $\frac{mv^2}{2} = mg\ell \Rightarrow v = \sqrt{2g\ell}$ (1).

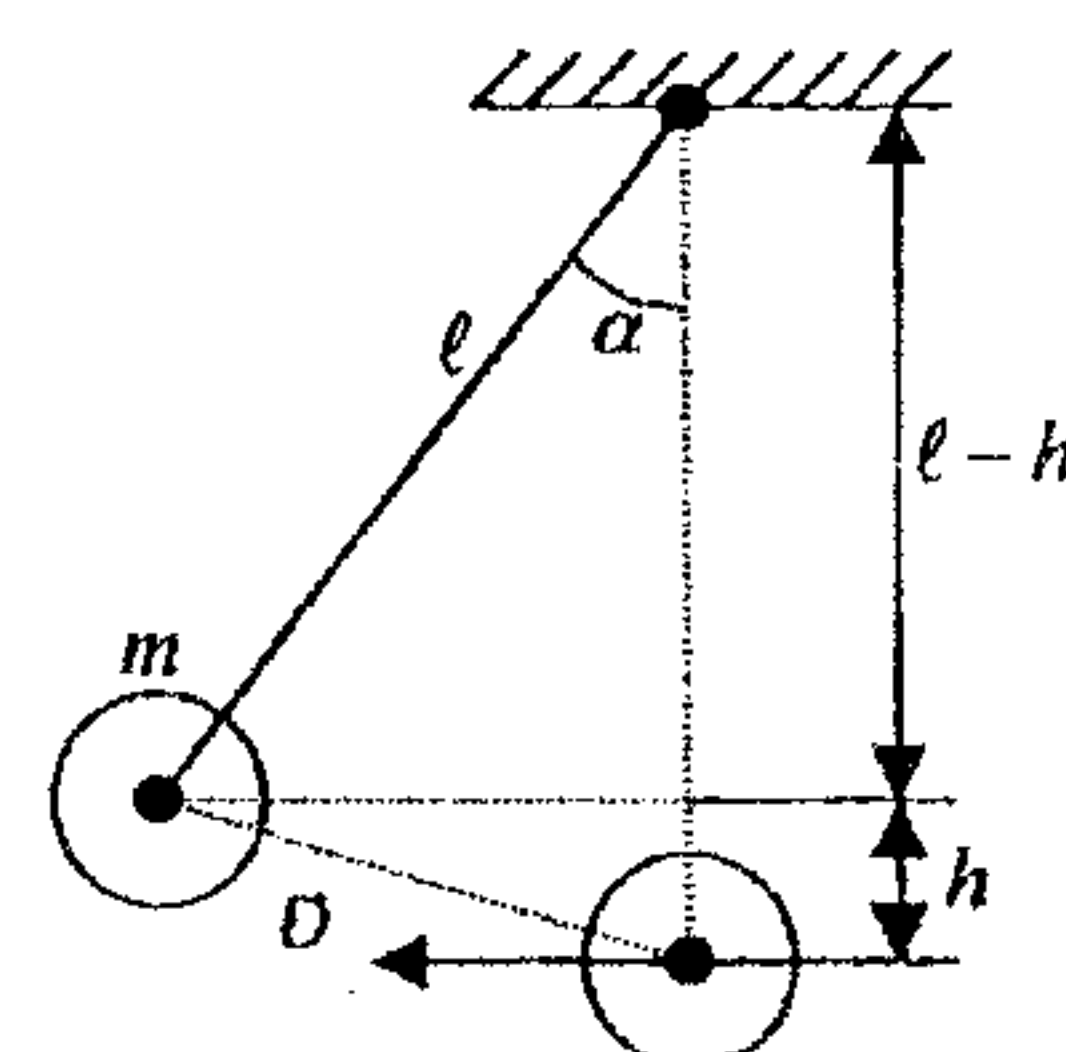
Бұл жағдайда маятник қозғалысын, ілу нүктесі өзгермейтін бірақ оған әсер ететін ауырлық күші $F = m(g+a)$ заңымен өзгереді деп қарастыруға болады, сонда маятниктің көтерілу биіктігі h -ті энергияның сақталу заңын қолданып табуға болады.

$$m(g+a)h = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2(g+a)} \quad (2)$$

$$\text{Ал, суреттен } h = \ell(1 - \cos\alpha) \quad (3).$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } \cos\alpha = \frac{a}{g+a}.$$

$$\text{Жауабы: } \alpha = \arccos\left(\frac{a}{g+a}\right).$$

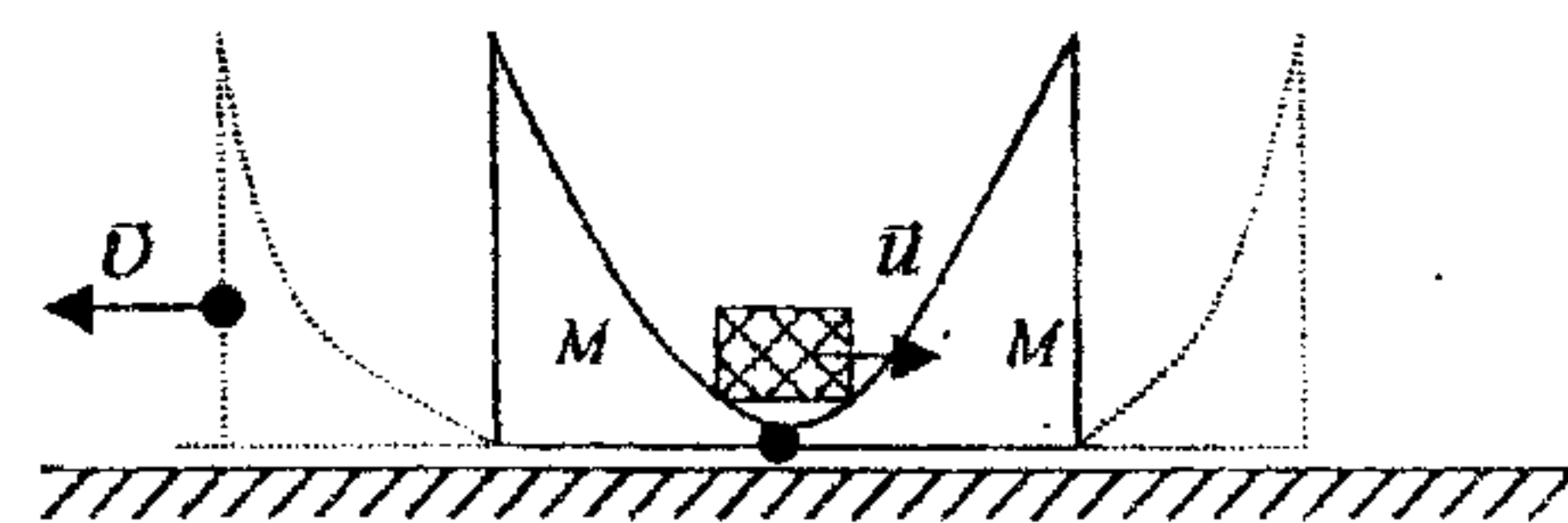


37-сурет

5.75. Массалары M , биіктіктері H екі қозғалғыш сына көкжиек жазықтығында біріне-бірі біртіндеп түйіскен (38-сурет). Сол жақтағы сына төбесінен m массалы дене сырғып түседі. Үйкелісті ескермесек осы дене оң жақтағы сына бетімен қандай биіктікке көтеріле алады?

Берілгені: $H; M; m$.

h -?



38-сурет

Шешуі: Үйкеліс болмағандықтан, m дене u жылдамдықпен сырғып түскенде, сол жақтағы сына v жылдамдықпен кері қозғалады және бұл жылдамдық сақталу заңдары бойынша анықталады. $\frac{Mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = mgH$

$$\text{және } Mv = mu. \text{ Екі теңдеуден } v = m \sqrt{\frac{2gH}{mM+M^2}} \quad (1) \quad u = \sqrt{\frac{2gHM}{m+M}} \quad (2).$$

Енді u жылдамдықпен қозғалған m дененің оң жақтағы сына бетімен көтерілетін биіктігін анықтайық. Тағыда сақталу заңдарынан $\frac{mu^2}{2} = \frac{M+m}{2} v^2 + mgh$ және $mu = (M+m)v$ (3).

Мұндағы v - дене мен сынаның біріккен жылдамдығы.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ні ескерсек } (3) \text{ өрнектерінен } h = H \frac{M^2}{(M+m)^2}.$$

$$\text{Жауабы: } h = H \frac{M^2}{(M+m)^2}.$$

5.76. Массалары m_1 және m_2 батпақ түйіршектері серпінсіз соғылысып бірігеді. Егер олардың алғашқы жылдамдықтары сәйкесінше v_1 және v_2 болса, бірігу кезінде бөлінген жылу мөлшерін есептендер.

Берілгені: $m_1; m_2; v_1; v_2$. Шешуі: Ох өсін m_1 түйіршігінің қозғалыс бағытымен бағыттадық (39-сурет).

Сонда серпінсіз соққы үшін сақталу заңдарын жазсақ

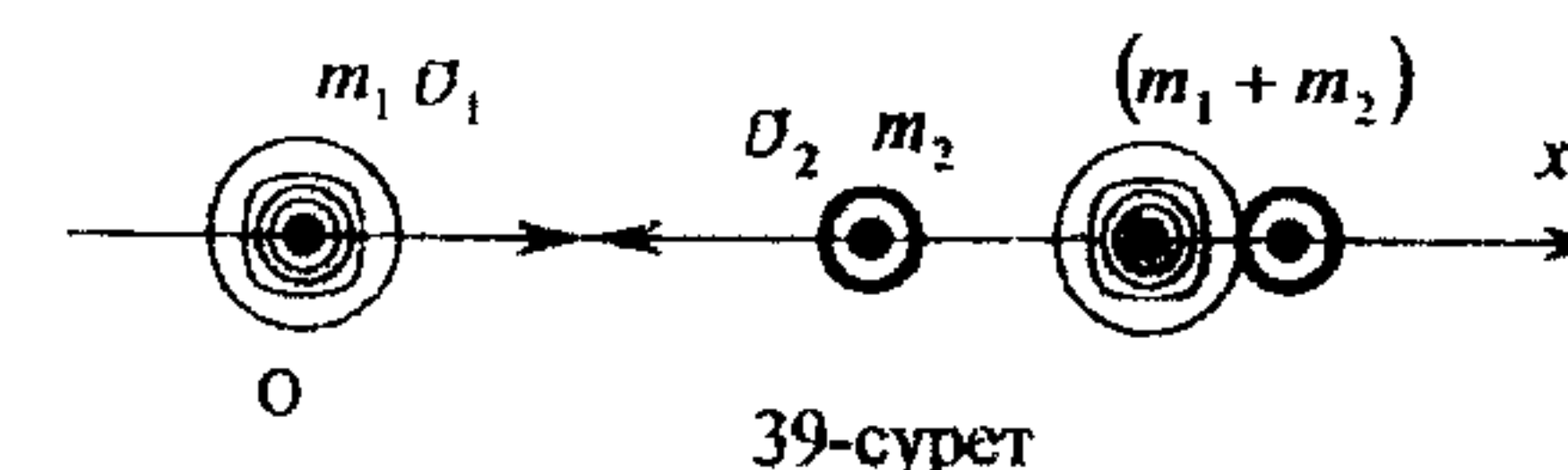
Q -?

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

$$\text{және } \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + Q.$$

$$\text{Екі теңдеуден } Q = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

$$\text{Жауабы: } Q = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$



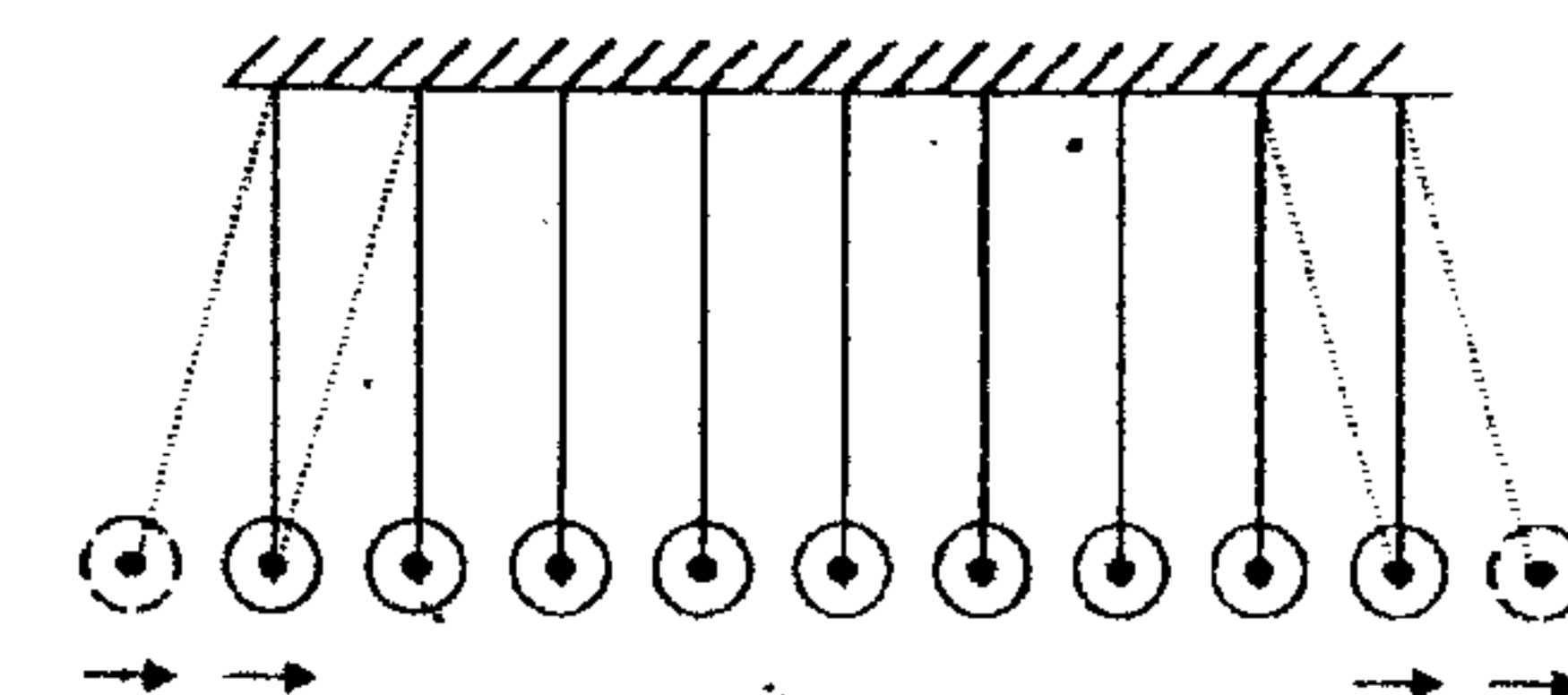
39-сурет

5.77. Тік бағытта жіпке ілініп қатар қойылған бірнеше шарлардың қапшасын қосақтап ауытқытып қайта жіберсек, екінші қарама-қарсы жағында сонша қосақталған шар ауытқиды (40-сурет). Шар массалары бірдей болғанда осы қорытындының дұрыс екендігін дәлелдендер.

Берілгені: $m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n$.

Дәлелдеуі:

Сол жағынан k_1 қосақталған шарларды v_1 жылдамдықпен ауытқытып жіберейік.



40-сурет

Сонда оң жағында k_2 қосақталған шарлар v_2 жылдамдықпен қозғалатын болсын.

Сақталу заңдары бойынша $k_1 m v_1 = k_2 m v_2$ және $\frac{k_1 m v_1^2}{2} = \frac{k_2 m v_2^2}{2}$ немесе

$$k_1 v_1 = k_2 v_2 \quad (1) \text{ және } k_1 v_1^2 = k_2 v_2^2 \quad (2).$$

(1) өрнегінің екі жағында квадраттап нәтижені (2)-ге мүшелеп бөлсек, онда $k_1 = k_2$. Ал (2) не (1)-ге мүшелеп бөлсек $v_1 = v_2$. Демек, екі жақтағы қосақталған шарлардың саны да, жылдамдықтары да бірдей болады екен.

5.78. Биіктігі $h = 5\text{ м}$ тіреуіш үстінде массасы $M = 200\text{ г}$ шарик жатыр.

Көкжиек бағытында $v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшқан, массасы $m = 10\text{ г}$ оқ

шарикті диаметрі бойымен тесіп өтеді. Егер: а) шар тіреуіш түбінен $\ell = 20\text{ м}$ қашықтыққа түсетін болса, онда оқ қандай λ қашықтыққа жетер еді? ә) оқтың кинетикалық энергиясының қандай бөлігі тесілген шариктің ішкі энергиясына ауысады?

Берілгені:

$$h = 5\text{ м}; M = 200\text{ г}; v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$m = 10\text{ г}; \ell = 20\text{ м};$$

Шешуі: а) Шарды тесіп өткеннен

кейінгі оқтың жылдамдығын v_1 ,

ал шариктің v_2 деп белгілейік

(41-сурет). Сонда оқ және шарик λ -?; $\frac{\Delta U}{E_k}$ -?

қозғалысының кинематикалық теңдеулері:

(1) $\lambda = v_1 t$; (2) $\ell = v_1 t$; (3) $y = h - \frac{gt^2}{2}$. (3)-ден шариктің және оқтың жерге түсу уақытын табуға болады,

расында да $y = 0$ болғанда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (4).

v_1 және v_2 шама мәндерін анықтау үшін қозғалыс мөлшерінің сақталу заңын қолданамыз, сонда

$$mv = mv_1 + Mv_2 \Rightarrow v_1 = v - \frac{M}{m} v_2 \quad (5).$$

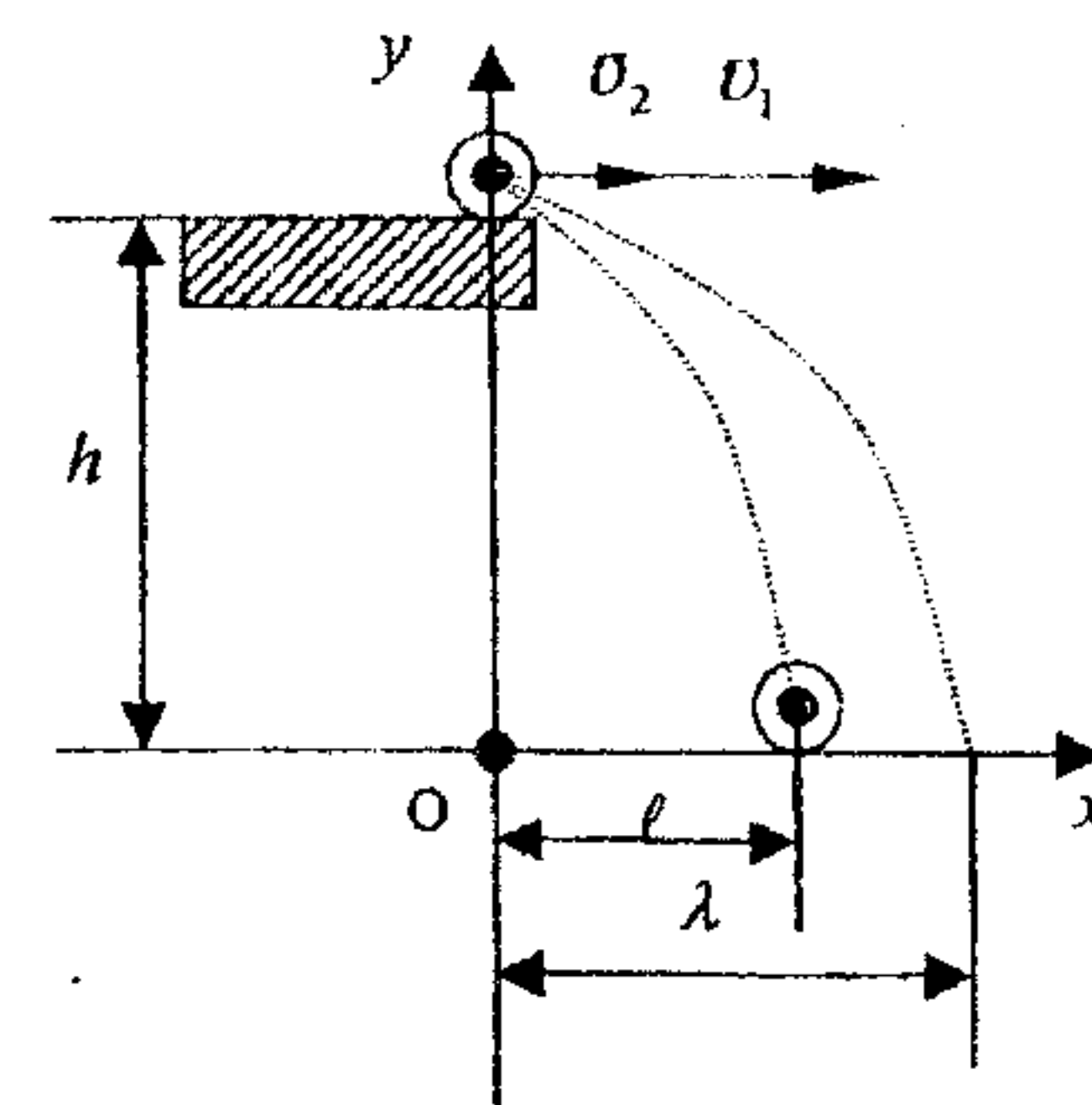
$$(1) \text{ мен } (5)\text{-ден } v_1 = v - \frac{M}{m} v_2 \quad (6).$$

$$(2) \text{ Енді, } (1) \text{ мен } (4)\text{-ден } \lambda = v \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} \ell.$$

ә) Энергияның сақталу заңы бойынша

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} + \Delta U \quad (7). \text{ Мұндағы } E_k \text{ - оқтың кинетикалық энергиясы,}$$

$$\text{сонда } (7)\text{-ден } \Delta U = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} - \frac{Mv_2^2}{2}.$$



41-сурет

$$\frac{\Delta U}{E_k} = \frac{\frac{1}{2}(mv^2 - mv_1^2 - Mv_2^2)}{\frac{1}{2}mv^2} = 1 - \frac{v_1^2}{v^2} - \frac{M}{m} \frac{v_2^2}{v^2}.$$

Алынған қатынасқа v_1 және v_2 мәндерін қойсақ

$$\frac{\Delta U}{E_k} = 1 - \frac{\left(v - \frac{M}{m} \ell \frac{g}{2h}\right)^2}{v^2} - \frac{M \left(\ell \frac{g}{2h}\right)^2}{mv^2}. \lambda = \left(5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \sqrt{\frac{2 \cdot 5\text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} - \frac{0,2\text{ кг}}{0,01\text{ кг}} \cdot 20\text{ м} = 100\text{ м}.$$

$$\frac{\Delta U}{E_k} = 1 - \frac{\left(5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}} - \frac{0,2\text{ кг}}{0,01\text{ кг}} 20\text{ м} \cdot \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 5\text{ м}}\right)^2}{\left(5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} - \frac{0,2\text{ кг} \left(20\text{ м} \cdot \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 5\text{ м}}\right)^2}{0,01\text{ кг} \cdot \left(5 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} \approx 0,928.$$

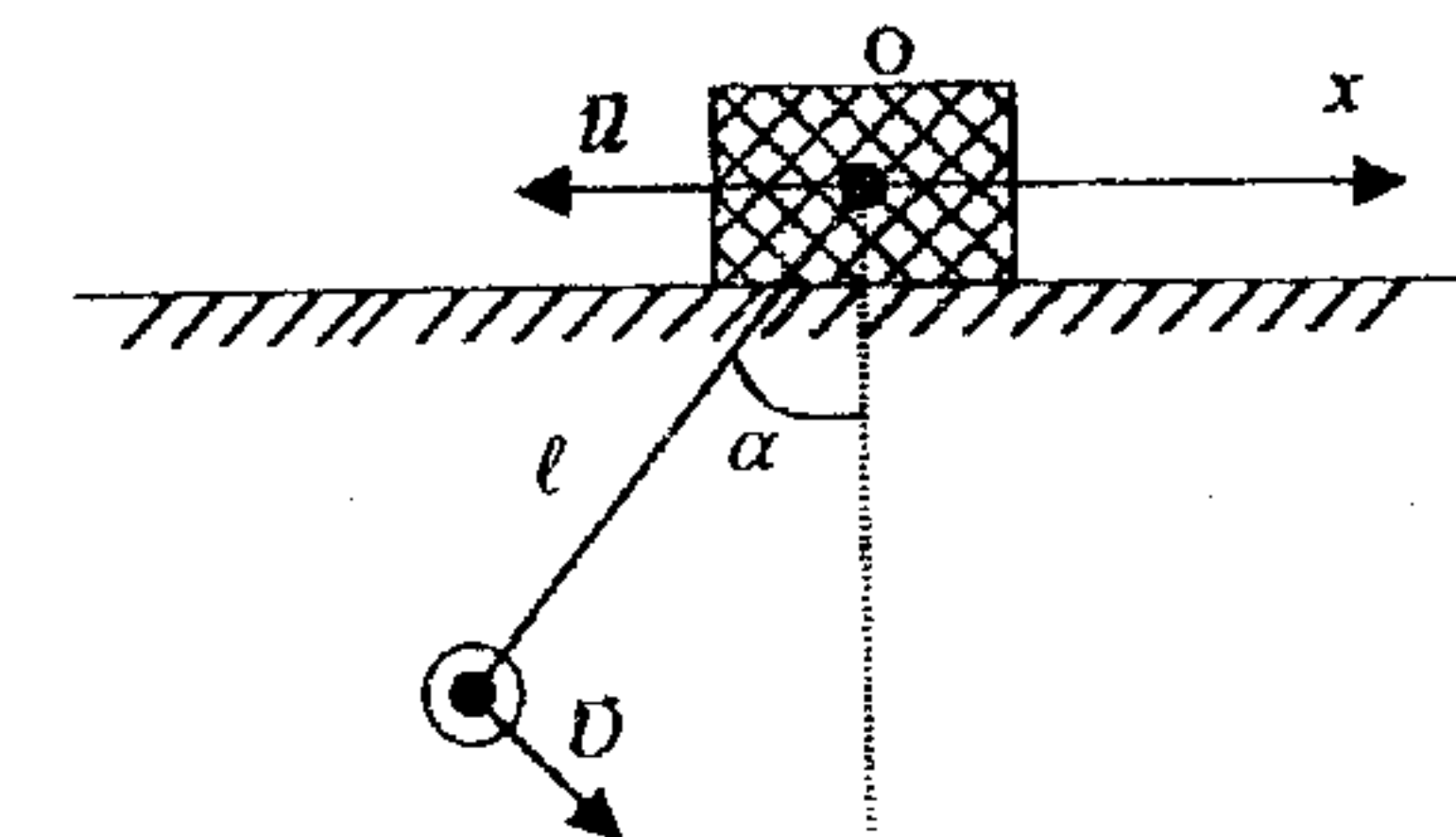
$$\text{Жауабы: } \lambda = 100\text{ м}; \frac{\Delta U}{E_k} \approx 0,928.$$

5.79. Теп-тегіс көкжиек жазықтығында массасы M білеуше жатыр (42-сурет). Білеушеге ұшында m массалы шарикі бар, ұзындығы ℓ жіп байланған. Енді шарикті α бұрышына ауытқытып оған ω бұрыштық жылдамдық беретін болсақ білеуше қандай u жылдамдықпен қозғалар еді?

Берілгені:

$$M; m; \ell; \omega.$$

u -?



42-сурет

Шешуі: Шарикті ауытқытқанға дейінгі жүйенің толық қозғалыс мөлшері нөлге, ал ауытқытып жібергеннен кейінгісі $m v + M u$.

Сақталу заңы бойынша $m v + M u = 0$.

ОХ өсі бойынша проекциялап жазсақ, $m v_x + M u_x = 0$ ондағы $v_x = \omega \ell \cos \alpha - u$,

$$\text{және } u_x = -u, \text{ демек } m(\omega \ell \cos \alpha - u) - M u = 0 \Rightarrow u = \frac{m \omega \ell}{M + m} \cos \alpha.$$

$$\text{Жауабы: } u = \frac{m \omega \ell}{M + m} \cos \alpha.$$

5.80. Жіпке ілулі шарикті 60° бұрышқа бұрып бастапқы жылдамдықсыз еркін жіберген (43-сурет). Шарик тік қалшына жеткенде қабырғаға соғып, өзінің кинетикалық энергиясының жартысын жоғалтты. Соққыдан кейін шарик қандай бұрышқа ауытқиды?

Берілгені: $\alpha = 60^\circ$
 $\beta = ?$

Шешуі: Шариктің қабырғаға соққандағы потенциалдық энергиясы $E_{p1} = mgh_0$. Мұндағы $h_0 = \ell \cos \alpha$
 демек $E_{p1} = mg\ell \cos \alpha$ (1).

Ал, соққыдан кейінгі потенциалдық энергиясы $E_{p2} = E_{p1} : 2$ немесе

$$E_{p2} = \frac{1}{2} mg\ell \cos \alpha \quad (2).$$

Екінші жағынан, шарик қайта β бұрышына ауытқағанда оның потенциалдық энергиясы $E_{p3} = mg(\ell - h)$ (3).

Мұндағы $\ell = OC$; $h = AC$, сонда

$OA = OC - AC$, демек $\triangle OAB$ -дан

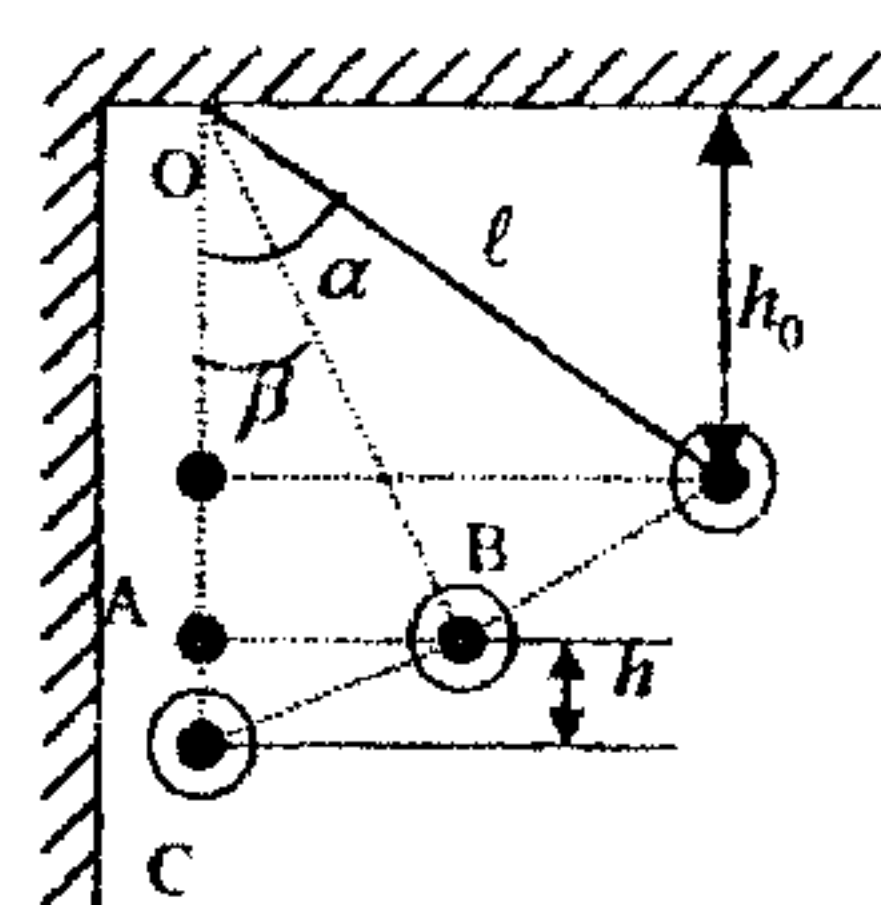
$OA = OB \cos \beta = \ell \cos \beta$ немесе $(\ell - h) = \ell \cos \beta$ (4).

(3) және (4)-ден $E_{p3} = mg\ell \cos \beta$.

(4) Энергияның сақталу заңынан $E_{p2} = E_{p3}$ немесе

$$\frac{1}{2} mg\ell \cos \alpha = mg\ell \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{\cos \alpha}{2}. \quad \cos \beta = \frac{\cos 60^\circ}{2} = \frac{1}{4}; \quad \beta = \arccos \frac{1}{4} \approx 41^\circ.$$

Жауабы: $\beta \approx 41^\circ$.



43-сурет

(*) 5.81. Массасы 600 т поезд бекеттен $2,5 \text{ км}$ алыстағанда $60 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ жылдамдық алды. Егер үйкеліс коэффициенті $0,005$ болса локомотив өрбіткен орташа қуатты табындар.

Берілгені:

$$m = 600 \text{ т}; \quad s = 2,5 \text{ км};$$

$$v = 60 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad \mu = 0,005.$$

$N_{\text{орт}} = ?$

Ох осін поезддің қозғалыс бағытымен жүргізейік (44-сурет).

Сонда поезге әсер ететін күштер:

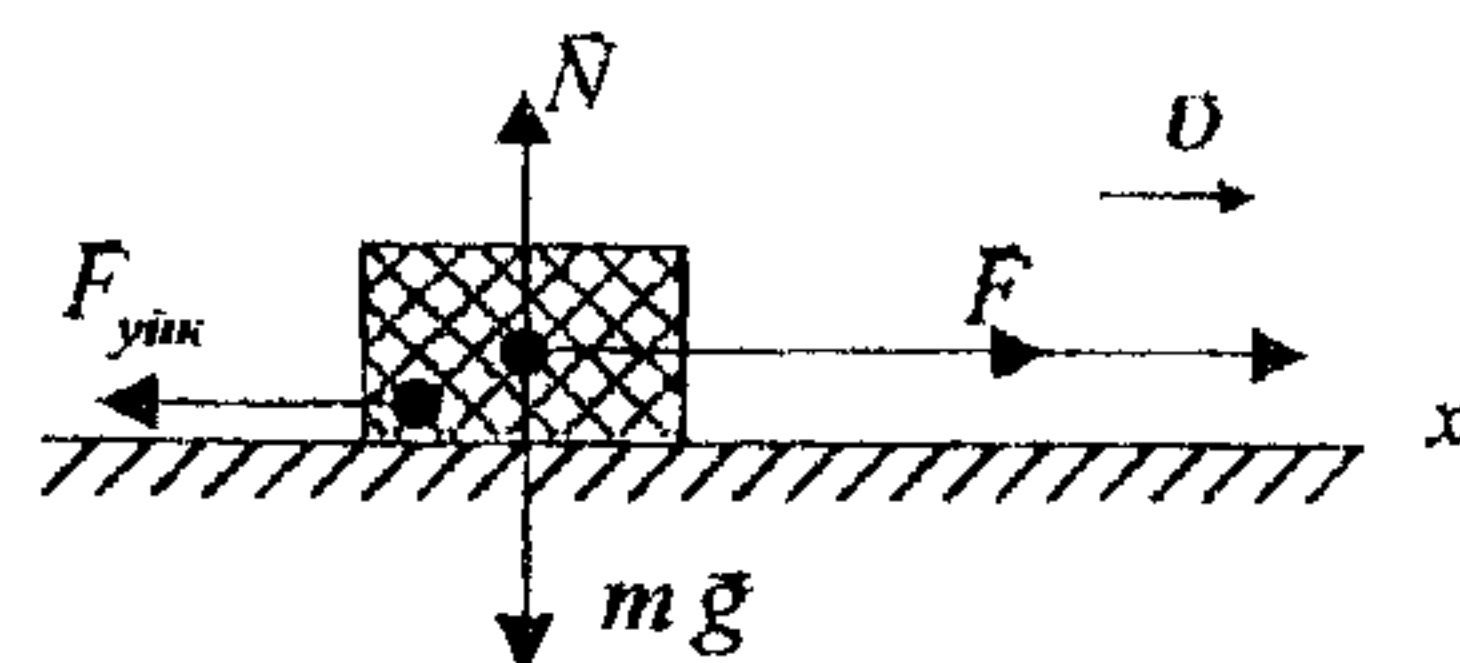
mg -ауырлық күші; $\vec{N}$ -реакция

күші; F -локомотивтің тарту күші, $\vec{F}_{\text{үйк}}$ -үйкеліс күші.

Кинетикалық энергияның өзгерісі сыртқы күштердің істейтін жұмысына тең болғандықтан $\Delta E_k = A_1 + A_2$.

Мұндағы: A_1 -тарту күшінің, A_2 -үйкеліс күшінің жұмысы. Ал N және mg күштерінің істейтін жұмысы нөлге тең.

Сонымен $(E_{k2} - E_{k1}) = F \cdot s - F_{\text{үйк}} \cdot s$ немесе $\frac{mv^2}{2} = s(F - F_{\text{үйк}})$. Ал, $F_{\text{үйк}} = \mu mg$



44-сурет

$$\text{екендігін ескерсек } \frac{mv^2}{2} = s(F - \mu mg) \Rightarrow F = m \left(\frac{v^2}{2s} + \mu g \right) \quad (1).$$

Бірқалыпты айнымалы қозғалыстың орташа жылдамдығы $v_{\text{орт}} = \frac{v + v_0}{2}$,

$$v_0 = 0 \text{ болғандықтан } v_{\text{орт}} = \frac{v}{2} \quad (2).$$

Ал, орташа қуаттың анықтамасы бойынша $N_{\text{орт}} = F \cdot v_{\text{орт}}$. Енді (1) және (2)-

$$\text{ні ескерсек } N_{\text{орт}} = \frac{mv}{2} \left(\frac{v^2}{2s} + \mu g \right).$$

$$N_{\text{орт}} = \frac{6 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} \left(\frac{\left(\frac{50 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^3 \text{ м}} \right)^2 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} \right) = 5,2 \cdot 10^5 \text{ Вт}.$$

Жауабы: $N_{\text{орт}} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ Вт}$.

(*) 5.82. Радиусы $0,5 \text{ м}$ жартышардың жылтыр бетінде массасы 10 г тығырық жатыр. Тығырыққа көкжиск бағытта қысқа мезетті $2 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}$ күш импульсі берілді. Жартышардың табанынан есептегенде қандай биіктікте тығырық оның бетінен ажырап түседі?

Берілгені:

$$R = 0,5 \text{ м}; \quad m = 10 \text{ г};$$

$$F\Delta t = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}$$

$H = ?$

Шешуі: $10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$.

Тығырықтың беттен ажырау кезінде оған әсер ететін күштерді анықтайық (45-сурет). Олар:

mg -ауырлық, $\vec{N}$ -реакция күштері.

Сонда тығырық үшін Ньютонның екінші заңы былай жазылады

$$mg + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Өстер бойынша жазсақ (Oy).

$$(1) \quad mg \cos \alpha - N = ma, \text{ мұндағы}$$

$$(2) \quad a - \text{центрге тартқыш үдеу, сонда } a = \frac{v^2}{R} \quad (2).$$

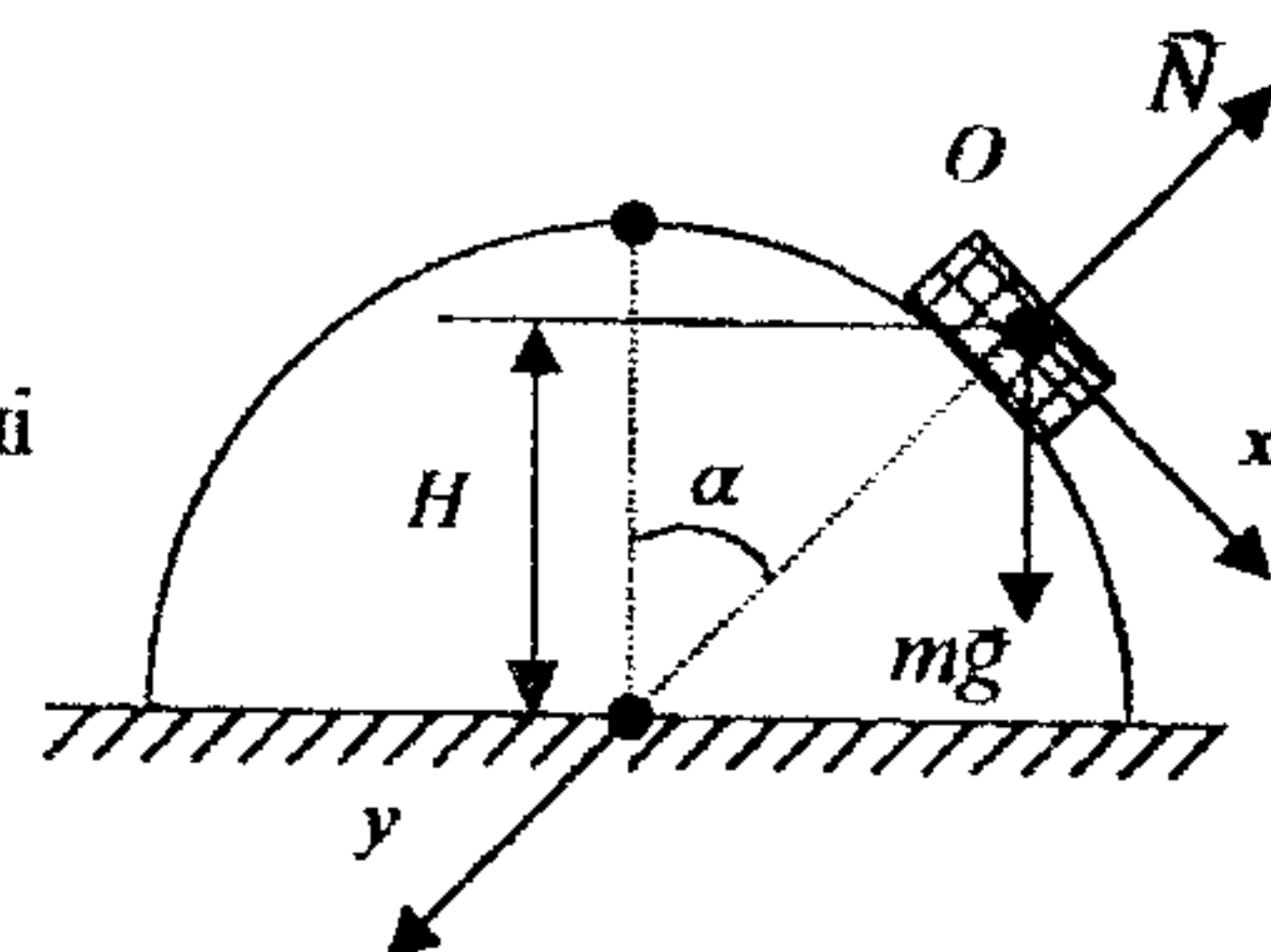
Екінші жағынан $\cos \alpha = \frac{H}{R}$ екендігін ескеріп (1) және (2) ден $mg \frac{H}{R} - N = m \frac{v^2}{R}$

(3). Тығырық беттен ажырау кезінде $N = 0$, демек (3)-ден

$$mg \frac{H}{R} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow mgH = mv^2 \quad (4).$$

Механикалық энергияның сақталу заңы бойынша

$$\frac{(F\Delta t)^2}{2m} + mgR = \frac{mv^2}{2} + mgH \Rightarrow mv^2 = \frac{(F\Delta t)^2}{m} + 2mg(R - H) \quad (5).$$



45-сурет

$$(4) \text{ және } (5) \text{ ден } mgH = \frac{(F\Delta t)^2}{m} + 2mg(R-H) \Rightarrow H = \frac{2}{3}R + \left(\frac{F\Delta t}{m}\right)^2 \cdot \frac{1}{3g}$$

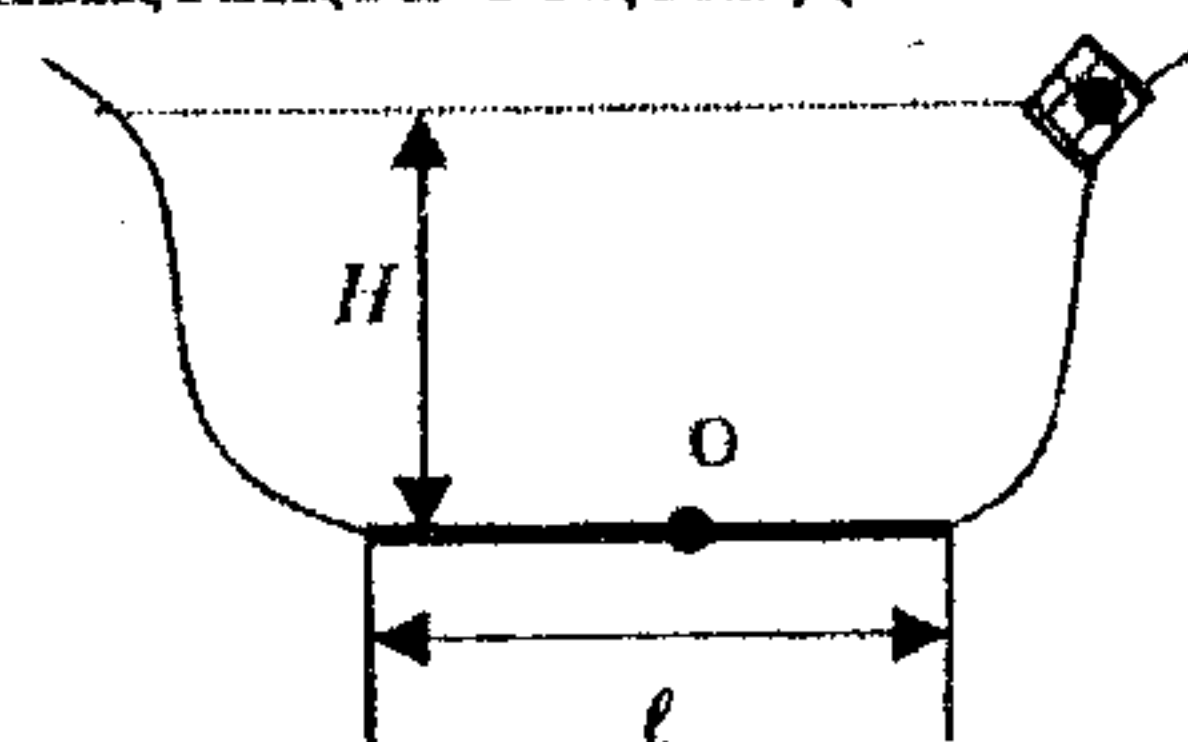
$$H = \frac{2}{3} \cdot 0,5 \text{ м} + \left(\frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{с}}{10^{-2} \text{ кг}}\right)^2 \cdot \frac{1}{3 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 0,47 \text{ м}.$$

Жауабы: $H \approx 0,47 \text{ м}.$

(*) 5.83. Дене бастапқы жылдамдықсыз, тереңдігі $H = 5 \text{ м}$ шұңқыр табанындағы ұзындығы $\ell = 2 \text{ м}$ жолға сырғып түседі (46-сурет). Егер дененің шұңқыр табанымен үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,3$ болса, ол шұңқыр табанының ортасынан (О) қандай қашықтықта тоқтайды?

Берілгені:
 $H = 5 \text{ м}; \ell = 2 \text{ м};$
 $\mu = 0,3.$

$x = ?$



46-сурет

Шешуі: Дененің бастапқы потенциалдық энергиясы үйкеліс күшіне қарсы істелетін жұмысқа ауысады, сонда $E_p = A$ немесе $mgH = \mu mg\ell$. Әуелі, дене шұңқыр табанындағы О нүктесінен қанша рет екі жаққа өте алады (mgH энергия есебінен), соны анықтайық, яғни $n = \frac{E_p}{2A} = \frac{mgH}{2\mu mg\ell} = \frac{H}{2\mu\ell} = \frac{5}{2 \cdot 0,3 \cdot 2} \approx 4,167.$

Демек дене E_p энергия есебінен О нүктесінен 4 рет өткеннен кейін тағыда біраз энергия қоры қалады. Егер О нүктесінен дене тоқтаған жерге дейінгі қашықтықты x -деп белгілесек, онда осы қашықтықта істелетін жұмыс. $A_x = mgH - 4 \cdot A$ немесе $A_x = mgH - 8\mu mg\ell$ (1). Екінші жағынан

$$A_x = \mu mg\left(\frac{\ell}{2} - x\right) \quad (2). \quad (1) \text{ және } (2)\text{-ден}$$

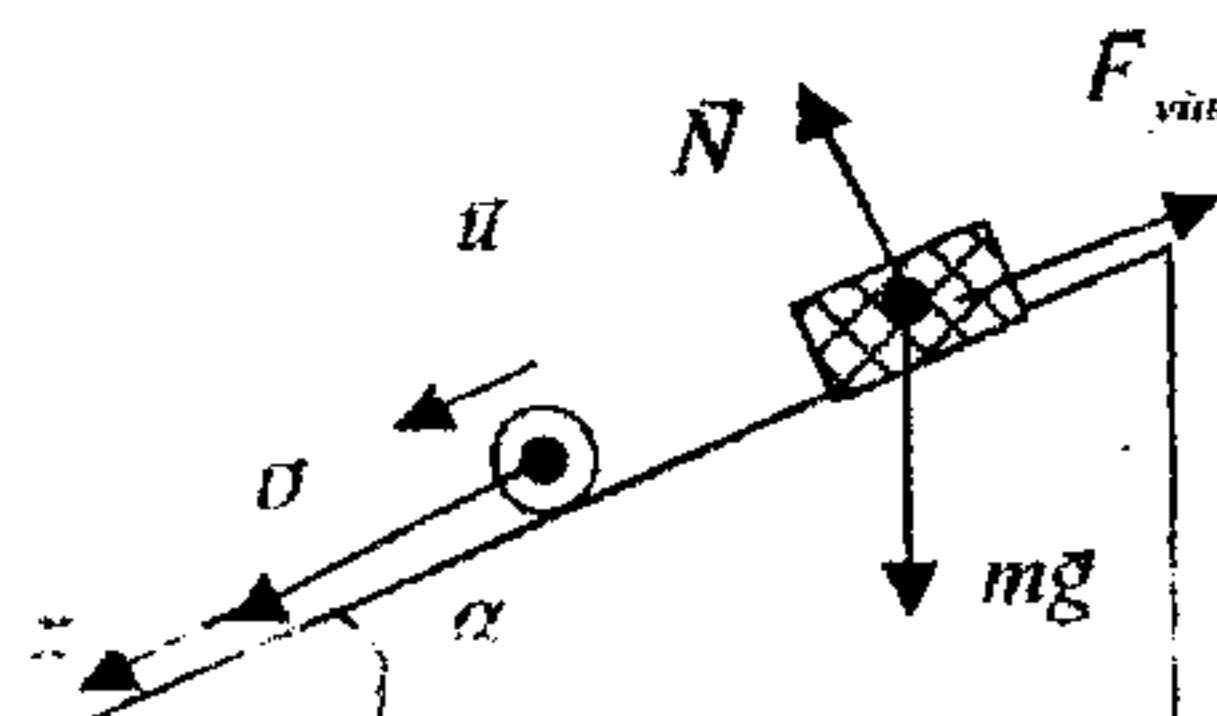
$$mgH - 8\mu mg\ell = \mu mg\left(\frac{\ell}{2} - x\right) \Rightarrow x = 8,5\ell - \frac{H}{\mu}. \quad x = 8,5 \cdot 2 \text{ м} - \frac{5 \text{ м}}{0,3} \approx 0,33 \text{ м}.$$

Жауабы: $x \approx 0,33 \text{ м}.$

(*) 5.84. Көлбеулігі α болатын жазықтықтан бір мезгілде білеуше сырғып, ал құрсау дөңгелеп келеді (47-сурет). Білеуше мен жазықтық арасындағы үйкеліс коэффициенті қандай болғанда екі дене бірдей қозғалады?

Берілгені:
 α

$\mu = ?$



47-сурет

Шешуі: 1. Білеушені қарастырайық. Оның a_1 үдеуін Ньютонның екінші заңынан анықтаймыз, сонда $a_1 m_1 = F_{\text{тр}} + m_1 g + N$ немесе $a_1 m_1 = m_1 g \sin \alpha - \mu g m_1 \cos \alpha \Rightarrow a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ (1).

2. Құрсау екі қозғалысқа қатысады: бірі ілгерілемелі, екіншісі айналмалы. Егер құрсау бетпей сырғымайтын болса, онда $v_i = v_a = v$. Мұндағы, v_i -құрсаудың ілгерілемелі, ал v_a -айналмалы қозғалыс жылдамдықтары; v -құрсау центрінің қозғалыс жылдамдығы.

Энергияның сақталу заңынан

$E_p = E_k + E_m$ немесе $mgh = \frac{mv_i^2}{2} + \frac{mv_a^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2$ (2). Мұндағы h -көлбеу жазықтықтың биіктігі. h және v -ны анықтау үшін кинематиканың қозғалыс теңдеулерін қолданайық, сонда

$$(3) \quad h = \frac{a_1 t^2}{2} \sin \alpha \quad \text{және} \quad v = a_1 t \quad (4). \quad (2), (3) \text{ және } (4)\text{-ден } a_1\text{-ні табуға болады,}$$

$$\text{сонда } a_2 = \frac{g}{2} \quad (5).$$

Екі дене бірдей қозғалуы үшін олардың үдеулері бірдей болуы керек, яғни $a_1 = a_2$.

$$\text{Демек, (1) және (5)-тен } g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = \frac{g}{2} \Rightarrow \mu = \frac{1}{2} \tan \alpha.$$

Жауабы: $\mu = \frac{1}{2} \tan \alpha.$

(*) 5.85. Реактивтік катердің суатқыш қозғалтқышының пайдалы әсер коэффициентін табындар. Қозғалтқыштың кіріс тесігінің ауданы $s_1 = 0,9 \text{ м}^2$, ал шығыс тесігінің ауданы $s_2 = 0,02 \text{ м}^2$.

Берілгені:
 $s_1 = 0,9 \text{ м}^2; \quad s_2 = 0,02 \text{ м}^2.$

Шешуі: Қозғалтқыштың пайдалы әсер коэффициентін мына формуламен анықтаймыз.

$\eta = ?$

$$(1). \quad \eta = \frac{A_p}{A_m}. \quad \text{Мұндағы } (2) \quad A_m = E_{k2} - E_{k1}, \text{ ал } A_p = F_p \cdot v \cdot \Delta t \quad (3).$$

A_m -судың кинетикалық энергиясының өзгерісі мен анықталады;

A_p -катерге әсер ететін F_p -реактивтік күштің жұмысы; F_p -реактивтік күш барлық уақыт ішіндегі судың қозғалыс мөлшерінің өзгерісіне тең, яғни

$$F_p = \frac{\Delta P}{\Delta t}. \quad \text{Енді } A_m, A_p, F_p \text{ шамаларын анықтайық.}$$

$$E_{k1} = \frac{m_1 v^2}{2}, \quad \text{бұл қозғалтқышқа } \Delta t \text{ уақыт ішінде енген массасы } m_1 \text{ судың}$$

$$\text{энергиясы, демек } m_1 = \rho V = \rho v s_1 \Delta t, \text{ онда } E_{k1} = \frac{1}{2} \rho s_1 v^3 \Delta t \quad (4).$$

Ал, осы мөлшердегі су сыртқа шыққандағы оның кинетикалық

энергиясы $E_{k2} = \frac{m_1 u^2}{2}$ немесе $E_{k2} = \frac{1}{2} \rho s_1 v \Delta t u^2$. Су сығылмайтын

болғандықтан $V_1 = V_2$ немесе $u s_1 \Delta t = u s_2 \Delta t \Rightarrow u = \frac{s_1}{s_2} v$, онда $E_{k2} = \frac{1}{2} \rho \frac{s_1^3}{s_2^2} v^3 \Delta t$ (5).

(4) және (5)-ден $A_m = \frac{1}{2} \rho s_1 v^3 \Delta t \left(\frac{s_1^2}{s_2^2} - 1 \right)$ (6). Енді F_p -ді анықтайық, сонда

$$F_p = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m(u-v)}{\Delta t} = \frac{\rho s_1 v \Delta t}{\Delta t} \left(\frac{s_1}{s_2} v - v \right) = \rho s_1 v^2 \left(\frac{s_1}{s_2} - 1 \right).$$

(3)-ші өрнектен $A_n = \rho s_1 v^3 \left(\frac{s_1}{s_2} - 1 \right) \Delta t$ (7).

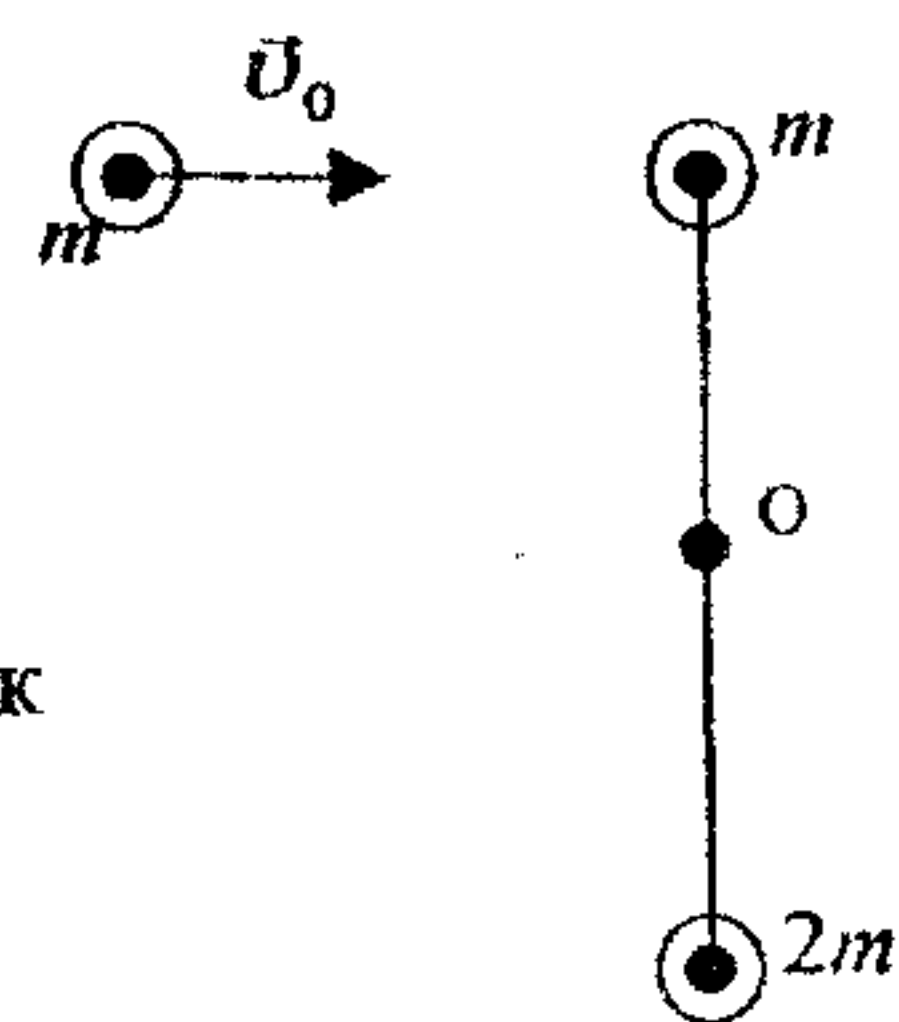
(5) және (7)-ні ескеріп (1) бойынша

$$\eta = \frac{\rho s_1 v^3 \left(\frac{s_1}{s_2} - 1 \right) \Delta t}{\frac{1}{2} \rho s_1 v^3 \left(\frac{s_1^2}{s_2^2} - 1 \right) \Delta t} = \frac{2s_2}{s_1 + s_2} \cdot \eta = \frac{2 \cdot 0,02 \text{ м}^2}{0,9 \text{ м}^2 + 0,02 \text{ м}^2} \approx 0,0434.$$

Жауабы: $\eta \approx 4,34\%$.

(*) 5.86. Үстел бетінде ұзындығы ℓ жіпке байланған массалары m және $2m$ шариктер жатыр (48-сурет). Керілген жіпке перпендикуляр бағытта v_0 жылдамдықпен m массалы үшінші шарик келін бірінші шарикке маңдайлық соққы жасайды.

Жіптің ең үлкен T керілуін және $2m$ массалы шариктің үдеуін табындар.



Берілгені: $m; 2m; \ell;$
Шешуі: Үшінші шардың бірінші шарикке соғылуы v_0 өте тез болады да осы уақыт ішінде, массасы $2m$ шарик қозғалып үлгере алмайды, сондықтан

екі шардың соқтығысуы маңдайлық деп есептеуге болады, демек үшінші шарик соққыдан кейін тоқтайды да, бірінші шарик v_0 жылдамдықпен қозғалады. Сонда байланған шариктердің масса центрінің (О-нүктесі) v_u жылдамдығы, қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы бойынша анықталады

$$v_u (2m + m) = m v_0 \Rightarrow v_u = \frac{1}{3} v_0 \quad (1).$$

Ал, масса центріне салыстырғанда шариктердің ω бұрыштық

$$\text{жылдамдығы } \omega = \frac{v_0 - v}{R} = \frac{v_0 - \frac{1}{3} v_0}{\frac{2}{3} \ell} = \frac{v_0}{\ell}.$$

Шеңбер бойымен қозғалған шариктер жібінің керілуі

$$T = \frac{mv_u^2}{R} = m \omega^2 R = m \left(\frac{v_0}{\ell} \right)^2 \frac{2}{3} \ell = \frac{2}{3} \frac{mv_0^2}{\ell}.$$

Бұл күштің массасы $2m$ шарикке беретін үдеуі $a = \frac{T}{2m} = \frac{v_0^2}{3\ell}$.

$$\text{Жауабы: } T = \frac{2mv_0^2}{3\ell}; \quad a = \frac{v_0^2}{3\ell}.$$

Қосымша есептер

5.87. Шанаға байланған жіпті бала көкжиек бағытында 30° бұрып жасай 100 Н күшпен тартады. Бала шананы 50 м жерге сүйреген болса, ол қандай жұмыс істейді?

Үйкеліс күшінің жұмысы неге тең?

$$\text{Жауабы: } A = 4325 \text{ Дж}; \quad A_{\text{ук}} = -4325 \text{ Дж}.$$

5.88. Массасы 1 кг , ұзындығы 2 м ілулі тұрған терезе шілтерін дөңгелектен орау үшін істелетін ең аз жұмыстың шамасын есептеңдер. Үйкелісті ескермендер.

$$\text{Жауабы: } A \approx 9,8 \text{ Дж}.$$

5.89. Ұзындығы 5 м , массасы 8 кг таяқ жерде жатыр. Таяқты бір ұшынан көтеріп тік қалпында қою үшін істелетін жұмысты есептеп табындар.

$$\text{Жауабы: } A \approx \frac{mgh}{2} \approx 196 \text{ (Дж)}.$$

5.90. Егер серіппені $\ell_2 = 1 \text{ см}$ сығу үшін $F = 30 \text{ кН}$ күш жұмсалатын болса, осы серіппені $\ell_1 = 5 \text{ см}$ сығу үшін қажетті күштің жұмысын есептеп табындар.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{F \ell_1^2}{2 \ell_2} = 3,8 \text{ (кДж)}.$$

5.91. Қай жағдайда автомашина қозғалтқышы көп жұмыс істейді: тыныштық күйінен $27 \frac{\text{км}}{\text{сәт}}$ жылдамдық алғанға дейін бе әлде $27 \frac{\text{км}}{\text{сәт}}$ -тан

$54 \frac{\text{км}}{\text{сәт}}$ жылдамдық алғанға дейін бе? Кедергі күші және қозғалу уақыты екі жағдайда бірдей деп есептендер.

$$\text{Жауабы: } \frac{A_2}{A_1} = 3, \text{ демек екінші жағдайда үш есе көп жұмыс жасайды.}$$

5.92. Жүгімен қоса есептегенде массасы 6 т тікұшақ $2,5$ минутта 2250 м биіктікке көтеріледі. Тікұшақтың көтерілуі бірқалыпты үдемелі деп, оның қозғалтқышы істеген жұмысын есептеңдер.

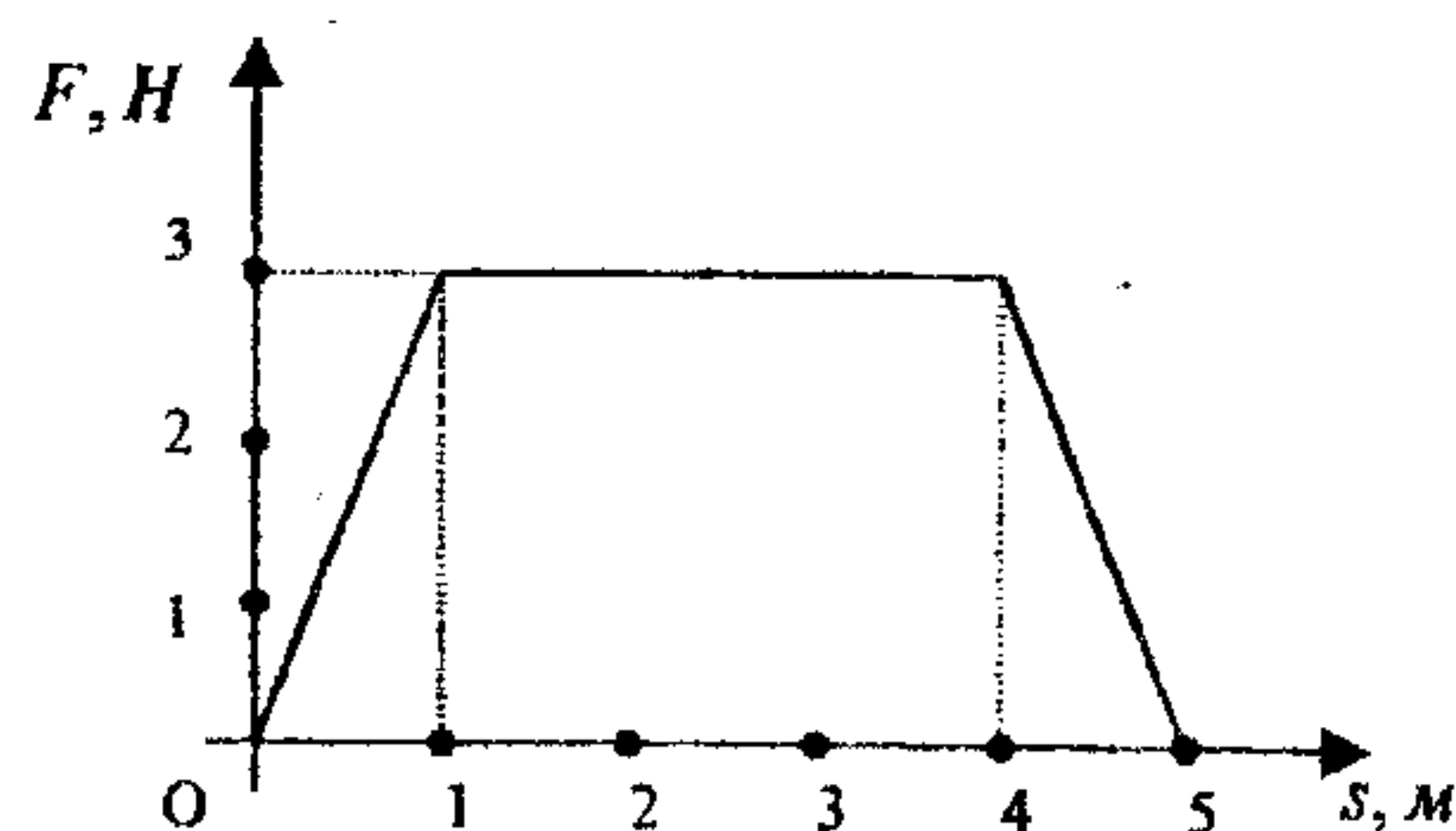
Жауабы: $A = 1,35 \cdot 10^7 \text{ Дж}$.

5.93. Өзара перпендикуляр $F_1 = 3\text{Н}$ және $F_2 = 4\text{Н}$ күштердің теңсерлі күші бағытында дене $s = 15\text{м}$ қашықтыққа орын ауыстырады. Әрбір күштің істеген жұмысы неге тең? Теңсерлі күштің жұмысын есептеңдер.

Жауабы: $A_1 = \frac{F_1^2}{F_1^2 + F_2^2} \cdot s$; $A_2 = \frac{F_2^2}{F_1^2 + F_2^2} \cdot s$; $A = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \cdot s$.

5.94. Денеге қозғалыс сызығы бағытында әсер ететін күштің орын ауыстыруға тәуелділігі 49-суретте көрсетілген. Осы күштің әрбір жол бөлігіндегі және барлық жолдағы істеген жұмыстарын жеке-жеке есептеп табындар.

Жауабы: $A_1 = 1,5 \text{ Дж}$; $A_2 = 9 \text{ Дж}$;
 $A_3 = 1,5 \text{ Дж}$; $A = 12 \text{ Дж}$.



49-сурет

5.95. Массасы 60кг дене көлбеу жазықтық бойымен бірқалыпты жоғары қарай жылжытылды. Жазықтықтың көлбеулік бұрышы 22° . Денені көлбеу жазықтықтың бетімен 146м қашықтыққа жылжытқанда істелінетін жұмысты есептеңдер. Үйкеліс коэффициенті $0,01$.

Жауабы: $A \approx 32,3 \text{ кДж}$.

5.96. Массасы 150кг лифт қорабы 10м биіктікке 15с ішінде көтеріледі. Лифт қорабын көтеру кезінде қандай жұмыс істелінді?

Жауабы: $A \approx 14,8 \text{ кДж}$.

5.97. Тік қойылған және көлбей қойылған сатылар бойымен көтерілетін адамның істейтін жұмыстарын салыстырындар.

5.98. Ауырлық күші қай жағдайда жұмыс істей алады? Егер дене:

- а) тік жоғары лақтырылған болса;
- ә) еркін түсетін болса;
- б) көкжиек бетпен бірқалыпты қозғалатын болса.

5.99. Өлшемдері бірдей темір және мыс серіппелерді бірдей ұзындыққа серпінді созады. Серіппелерді созу кезінде істелетін жұмыстар бірдей бола ма?

5.100. Қай жағдайда механикалық жұмыс көп істелінеді: шегені ағашқа қаққанда ма, әлде қағылған шегені қайтып суырғанда ма?

Жауабы: Қаққанда көп жұмыс істелінеді.

5.101. Массасы m жүкті h биіктікке көтереді, ал кейін осы жүкті көкжиек жазықтығында h қашықтыққа бірқалыпты орын ауыстырады. Беттің үйкеліс коэффициенті μ болса, қай жағдайда істелген жұмыс көп болады?

Жауабы: Бірінші жағдайда жұмыс көп істелінеді.

5.102. Массасы $M = 1\text{т}$ автомашина орнынан бірқалыпты үдемелі қозғалып $t = 5\text{с}$ ішінде $s = 50\text{м}$ жол жүрді. Автомашина қандай қуат өндірген?

Жауабы: $N = \frac{4Ms^2}{t^3} = 8 \cdot 10^4 (\text{Вт})$.

5.103. Массасы $M = 2000\text{т}$ поезд $a = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен қозғалып бір минуттан кейін өзінің тұрақты жүрісіне енеді. Егер кедергі коэффициенті $\mu = 0,005$ болса, онда тұрақты жүрістегі тепловоздың қуатын анықтаңдар.

Жауабы: $N = Mg\mu at \approx 1,2 \cdot 10^6 (\text{Вт})$.

5.104. Массасы $m = 500\text{т}$ поезд көлбеулігі $\sin \alpha = 0,1$ жолда $v = 30 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен көтеріледі. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,002$ болса, локомотивтің өрбітетін қуатын табындар.

Жауабы: $N = 1,23 \cdot 10^5 \text{ Вт}$.

5.105. Ұшақ жер бетінен көтерілу кезінде бірқалыпты үдемелі қозғала отырып $v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдық алуы керек. Егер кедергі коэффициенті $k = 0,02$ болғанда ұшақтың жүгіру ұзындығы $s = 100\text{м}$ болса, оның қуатын есептеп табындар. Ұшақ массасы $m = 1000\text{кг}$.

Жауабы: $N = mv \left(\frac{v^2}{2s} + kg \right) \approx 83,1 (\text{кВт})$.

5.106. Тау өзенінің h құламасының қима ауданы s . Өзен ағысының жылдамдығы v . Құлама судың қуатын есептеп табындар.

Жауабы: $N = \rho g s v h + \frac{\rho s v^3}{2}$.

5.107. Жеңіл автомашина көлбеу жазықтықта $12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен жүріп келеді. Көлбеулік бұрышы 15° . Егер автомашина массасы $1,2\text{т}$, ал үйкеліс коэффициенті $0,1$ -ге тең болса, онда мотордың қуаты қандай болғаны?

Жауабы: $N = 5,1 \text{ кВт}$.

5.108. Ұзындығы ℓ , диаметрі D біртекті цилиндр жерде жатыр. Цилиндрді тік бағытта қою үшін ең аз дегенде қандай жұмыс атқару керек? Цилиндр материалының тығыздығы ρ .

$$\text{Жауабы: } A_{\min} = \left(\frac{1}{8} \pi g D^2 \ell (\ell^2 - D^2 - D) \right) \rho.$$

5.109. Биіктігі $h = 2\text{ м}$, көкжиекпен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасайтын көлбеу жазықтықтың үстінде салмағы $P = 980\text{ Н}$ денені $a = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен жоғары қарай жылжыту үшін қандай жұмыс істеу керек? Орташа қуатты табындар. Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,1$.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{m(a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha)h}{\sin \alpha} \approx 275,1 (\text{Дж});$$

$$N_{\text{орт}} = m \sqrt{\frac{ah}{2 \sin \alpha}} (a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) \approx 950,7 \text{ Вт}.$$

5.110. Массасы $m_1 = 70\text{ т}$ электр поезі $a = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен қозғала бастады. Донғалақ пен рельс арасындағы үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,018$ болса $t_1 = 2$ минуттан кейінгі поезд қозғалтқышының істеген жұмысын және орташа қуатын анықтандар. Егер ол $t_2 = 12\text{ с}$ -тан кейін қозғалтқышын өшірсе, қанша жер жүріп барып тоқтайды?

$$\text{Жауабы: } A = m(a + \mu g) \frac{at_1^2}{2} \approx 9,67 \cdot 10^8 (\text{Дж});$$

$$N_{\text{орт}} = \frac{m(a + \mu g)at_1}{2} \approx 8,1 \cdot 10^6 (\text{Вт}); \quad s = \frac{a^2 t_1^2}{2\mu g} \approx 689,7 (\text{м}).$$

5.111. Тарту күші 2 кН болатын моторлы қайық тау өзені ағысына қарсы жүзіп, жағаға салыстырғанда қозғалмай тұрады. Өзеннің жағаға салыстырғандағы жылдамдығы $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, 5 с -тан кейінгі қайық моторының істейтін жұмысын және қуатын есептеп табындар.

$$\text{Жауабы: а) жағаға салыстырғанда: } A = 0; \quad N = 0.$$

$$\text{ә) өзенге салыстырғанда: } A = 5 \cdot 10^4 \text{ Дж};$$

$$N = 1 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

5.112. Радиусы R дөңгелек минутына n айналым жасай отырып жетекші белбеу арқылы N қуат береді. Сырғымай қозғалатын белбеудің T керілуін табындар.

$$\text{Жауабы: } T = \frac{N}{2\pi R n}.$$

5.113. Тепловоздың тарту күші 240 кН , ал қуаты 2200 кВт . Ол бірқалыпты қозғала отырып $s = 50\text{ км}$ жолды қанша уақытта жүріп өтеді?

$$\text{Жауабы: } t = \frac{Fs}{N} \approx 5,4 \cdot 10^3 (\text{с}).$$

5.114. Тереңдігі H болатын теңіз түбінде биіктігі h текше пішінді ыдыс суға толтырылған. Осы ыдыстағы суды сыртқа толығымен шығару үшін жасалатын жұмыстың ең аз мәнін есептеп табындар. Су тығыздығы ρ_0 .

$$\text{Жауабы: } A_{\min} = \rho_0 g h^3 \left(H - \frac{h}{2} \right).$$

5.115. Массасы 2 кг жүкті биіктігі $h = 2,5\text{ м}$ көлбеу жазықтықта $a = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ үдеумен қозғалтатын $F = 30\text{ Н}$ күштің істейтін жұмысын есептеңдер. Күш көлбеу жазықтыққа параллель әсер етеді. Үйкеліс ескерілмесін.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{mghF}{F - ma} \approx 73,5 (\text{Дж}).$$

5.116. Жылжымалы баспалтақтың (эскалатор) қуаты және жұмысы мына жағдайларда қалай болады? Егер: адам баспалтақ бойымен бірқалыпты қозғалатын болса; адам баспалтақ үстінде қозғалыссыз тұрса.

5.117. Ұзындығы $\ell = 40\text{ м}$, биіктігі $h = 7\text{ м}$ көлбеу жазықтықтан білеуше жылжып түсті де көкжиек жазықтығы бойымен $s = 142\text{ см}$ жерге сырғанып барып тоқтады. Үйкеліс коэффициентін анықтандар.

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{h}{\sqrt{\ell^2 - h^2} + s} = 0,038.$$

5.118. Көкжиек бағытында $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ бастапқы жылдамдықпен атылған оқ жерге $100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен келіп түсті. Егер оқтың салмағы $9,8 \cdot 10^{-2}\text{ Н}$ болса, ауаның кедергі күшін жеңу үшін ол қандай жұмыс атқаруы керек?

$$\text{Жауабы: } A = 1200 \text{ Дж}.$$

5.119. Ұзындығы $\ell = 80\text{ мм}$ шеге ағашқа 6 соққыдан кейін енген болса, оны суырып алу үшін қандай күш жұмсау керек? Балға массасы $m = 0,5\text{ кг}$, ал оның шегеге соғар кездегі жылдамдығы $v = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Шеге массасын ескермеңдер.

$$\text{Жауабы: } F = \frac{6mv^2}{\ell} = 150 (\text{Н}).$$

5.120. Массасы $m = 10\text{ г}$ оқ $v_0 = 600 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен қалыңдығы $d = 4\text{ см}$ тақтайды тесіп өтті. Оқтың шығар кезіндегі жылдамдығы $v = 400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, тақтайшаның орташа кедергі күшін табындар.

Жауабы: $F_{\text{ср}} = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2d} = -2,5 \cdot 10^4 (H)$.

5.121. Қимасы $S = 6 \text{ см}^2$ су ағыны қабырға бетінің нормаліне 60° жасап соғады да, одан серпінді шағылысады. Егер су ағынының жылдамдығы $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, оның қабырғаға түсіретін қысым күшін табыңдар.

Жауабы: $F = 2\rho S v^2 \cos \alpha = 86,4 (H)$.

5.122. Массасы $m = 100 \text{ г}$ метал шарик көкжиек жазықтығында радиусы $R = 50 \text{ см}$ шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалады. Айналу жиілігін $n_1 = 3 \frac{1}{\text{с}}$ -тен $n_2 = 5 \frac{1}{\text{с}}$ -ке дейін арттыру үшін қандай жұмыс істеледі?

Жауабы: $A = 2m\pi^2 R^2 (n_2^2 - n_1^2) \approx 7,9 (Дж)$.

5.123. Кинетикалық энергиясы 10 Дж болатын дене, радиусы $0,5 \text{ м}$ шеңбер бойымен бірқалыпты айналады. Денеге қандай күш әсер етеді? Ол қалай бағытталған? Бұл күштің істеген жұмысы неге тең?

Жауабы: $F = \sqrt{\frac{2E}{R}} \approx 8,9 (Дж)$; Күш шеңбер центріне қарай бағытталған; $A = 0$.

5.124. Дене v_0 бастапқы жылдамдықпен тік жоғары лақтырылған. Қандай биіктікте оның потенциалдық энергиясы кинетикалық энергиясына тең болады?

Жауабы: $h = \frac{v_0^2}{4g}$.

5.125. Жұқа біртекті құрсау, көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу жазық бойымен жоғары дөңгеленіп барады. Құрсау жазық бойымен ℓ қашықтыққа жету үшін оның центріне қандай бастапқы жылдамдық беру керек?

Жауабы: $v_0 = \sqrt{g\ell \sin \alpha}$.

5.126. Ойыншық пистолет серіппесінің ұзындығы 15 см , ал қаттылығы $10 \frac{H}{\text{м}}$. Егер оның серіппесі 5 см -ге дейін сығылатын болса, ол массасы 10 г шарикті тік бағытта қандай биіктікке көтерер еді? Ауа кедергісін ескермеңдер.

Жауабы: $h \approx 5 \text{ м}$.

5.127. Сығылған серіппемен қосылып, массаларының қатынасы $1:4$ болатын екі дене үстел бетінде жатыр. Серіппе түзетілгенде массасы аз дене 40 Дж кинетикалық энергияға ие болады. Сығылған серіппенің

потенциалдық энергиясын табыңдар. Үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $E_p = 50 \text{ Дж}$.

5.128. Жол уақиғасын зерттеу барысында автомашинаның тежелу жолы $\lambda = 60 \text{ м}$ екендігі анықталған. Егер доңғалақтың жолмен үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,5$ болса, автомашина қандай v_0 жылдамдықта тежеліс бастаған?

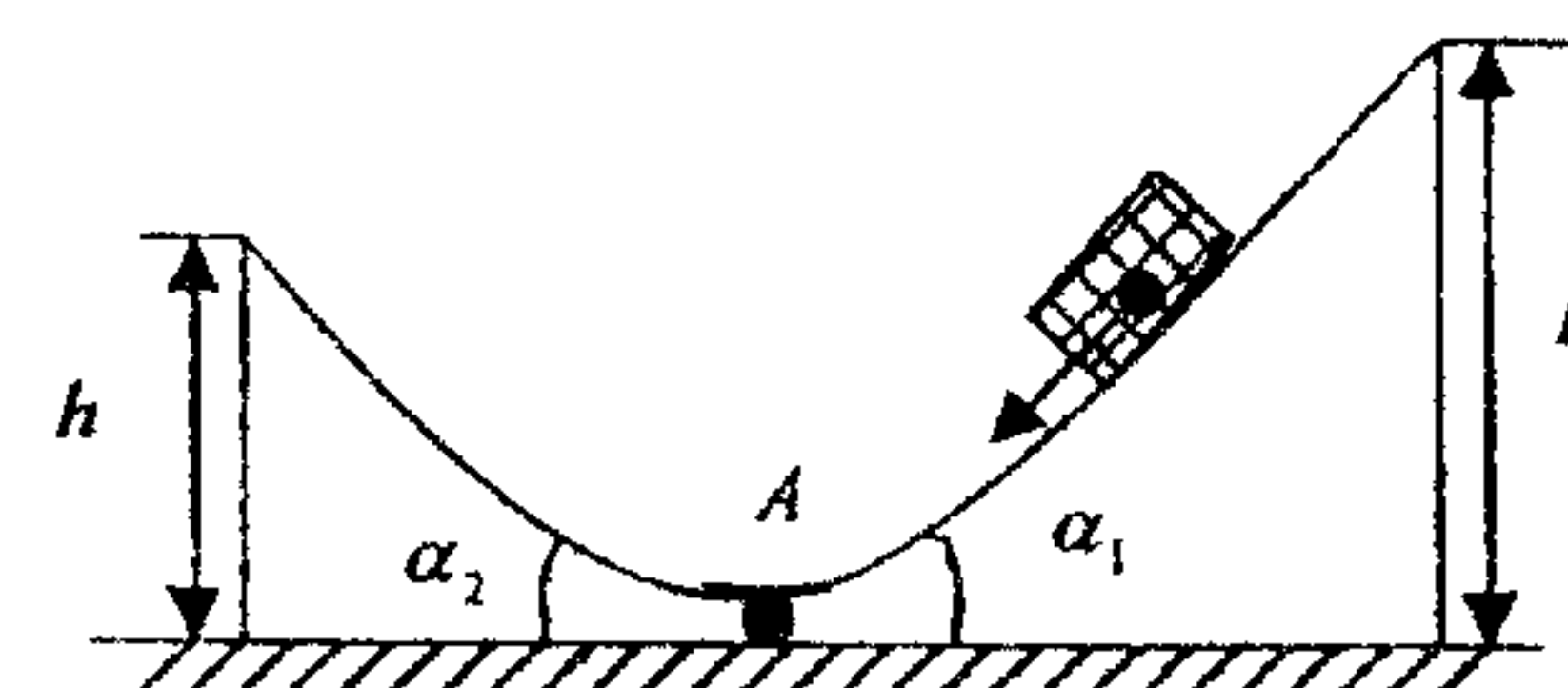
Жауабы: $v_0 = \sqrt{2\mu g \lambda} \approx 24,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$.

5.129. Көкжиекке α_1 бұрыш жасайтын биіктігі H көлбеу жазықтықтан бастапқы жылдамдықсыз дене сырғып келеді (50-сурет).

Ол A нүктесіне жеткеннен кейін енді көлбеулігі α_2 болатын екінші жазықтыққа көтеріледі. Егер беттердің сәйкесінше үйкеліс коэффициенттері μ_1 және μ_2

болса, онда осы дене қандай h биіктікке көтеріле алады? Дене бір жазықтықтан екіншісіне біртіндеп өтеді.

Жауабы: $h = H \frac{1 - \mu_1 \text{ctg} \alpha_1}{1 + \mu_2 \text{ctg} \alpha_2}$.

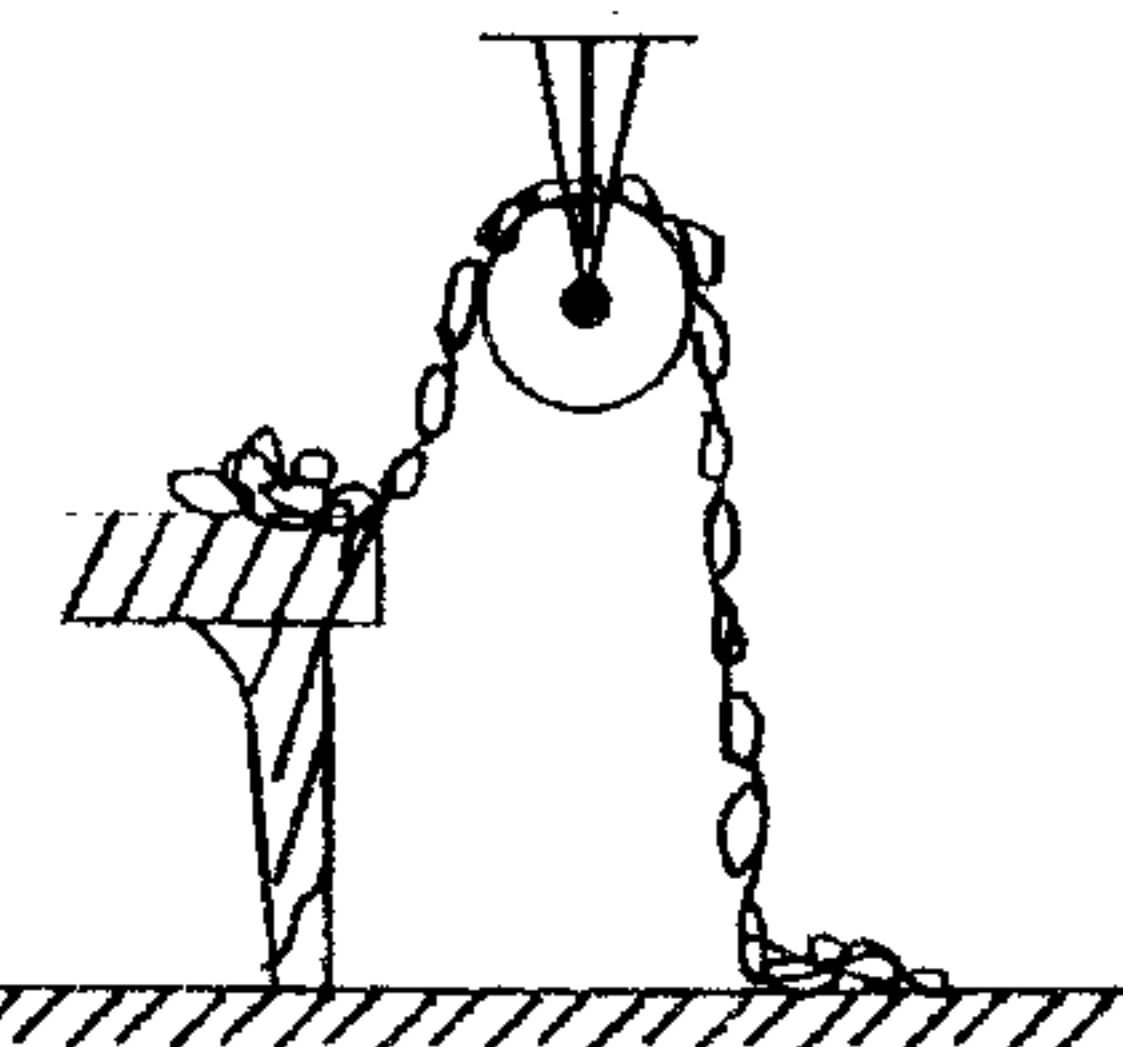


50-сурет

5.130. Блок арқылы өткізілген шынжырдың бір ұшы үстел үстінде, ал екінші ұшы сденде жатыр (51-сурет). Шынжырды еркін жібергенде ол қозғала бастады. Егер қозғалыс бірқалыпты болса оның жылдамдығын табыңдар.

Үстел биіктігі h .

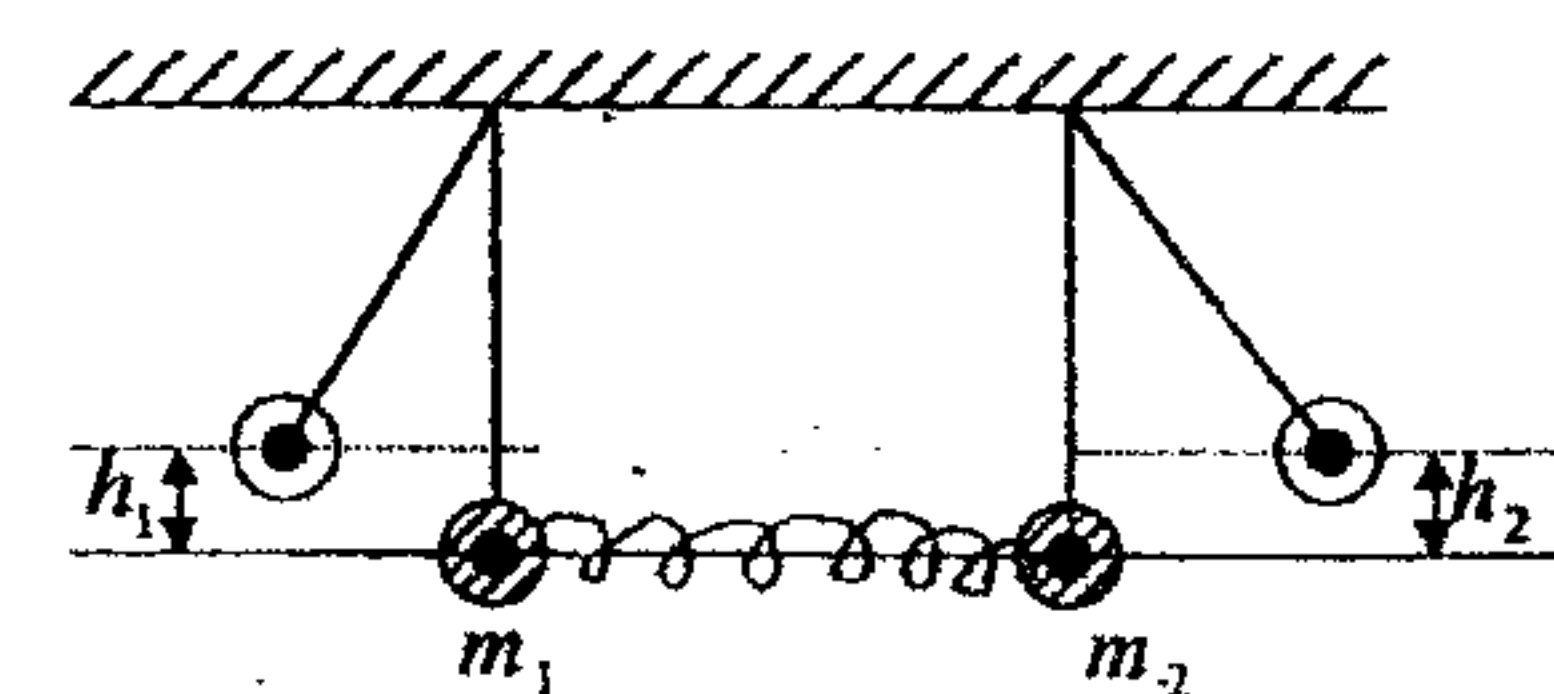
Жауабы: $v = \sqrt{gh}$.



51-сурет

5.131. Массасы m_1 оқ жіпке ілінген массасы m_2 денені тесіп өткеннен кейін жылдамдығын екі есе кемітті. Оқтың кинетикалық энергиясының қанша бөлігі жылуға айналды?

Жауабы: $\frac{Q}{E_k} = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{m_1}{m_2} \right)$.



52-сурет

5.132. Массалары m_1 және m_2 екі шар ұзындығы бірдей жіпке ілінген. Екі шар арасында

серіппе бар және ол байланған жіппен сығылған күйде ұсталып тұр (52-сурет). Серіппенің потенциалдық энергиясы U . Егер серіппені ұстап тұрған жіпті күйдіріп жіберсек шарлар ауытқитын ең үлкен биіктікті анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } h_1 = \frac{m_2 U}{m_1 g (m_1 + m_2)}; \quad h_2 = \frac{m_1 U}{m_2 g (m_1 + m_2)}.$$

5.133. Сырғанаушы $v = 27 \frac{\text{км}}{\text{сәт}}$ жылдамдықпен мұзды төбешікке көтеріледі. Егер ол $s = 10 \text{ м}$ жол жүрген сайын $h = 0,5 \text{ м}$ биіктікке көтерілетін болса, алғашқы екпінімен барлығы қандай биіктікке көтерілер еді? Үйкеліс коэффициенті $\mu = 0,02$.

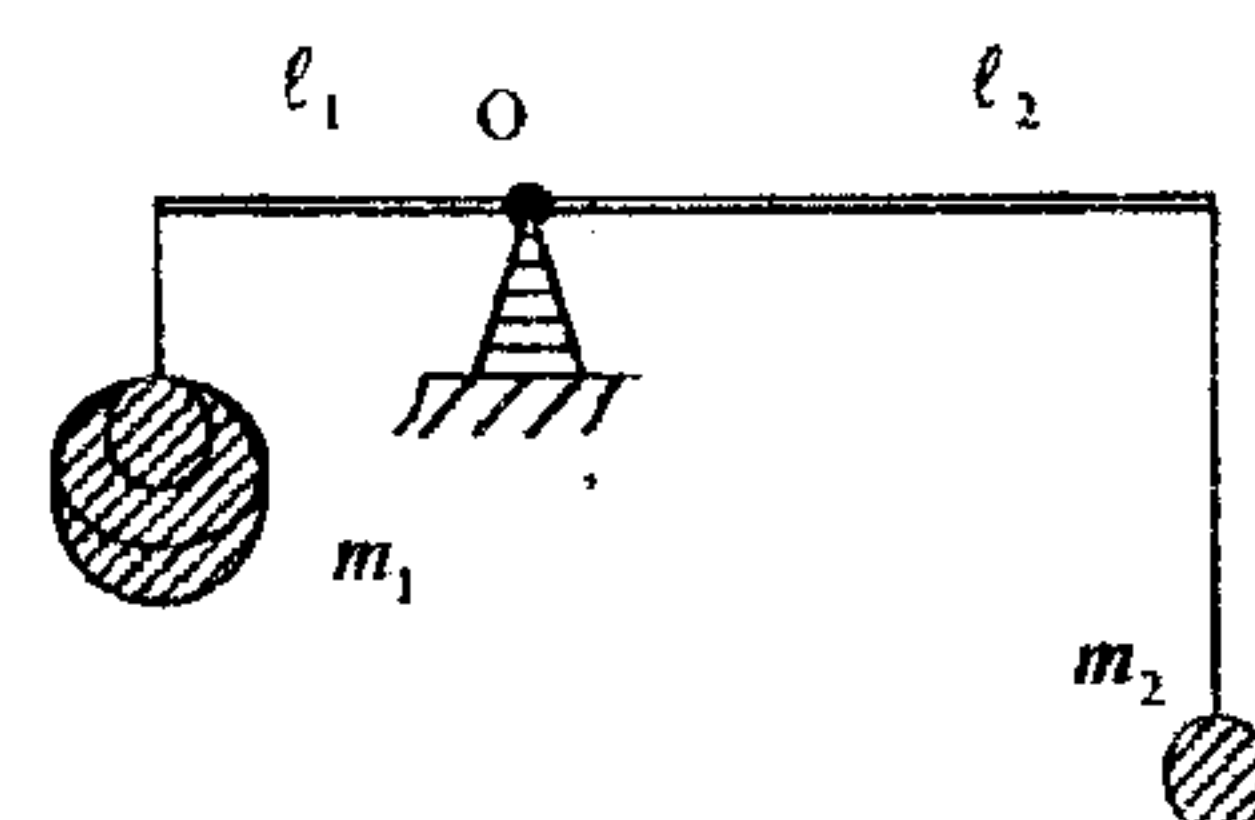
$$\text{Жауабы: } H = \frac{v^2}{2g \left(1 + \frac{\mu s}{h}\right)} \approx 2(\text{м}).$$

5.134. O көкжиек өсі айналасында, иіндері ℓ_1 және ℓ_2 жеңіл иінтірек еркін айнала алады (53-сурет).

Иінтірек ұштарына массалары m_1 және m_2 жүкшелер ілінген.

Алғашында көкжиек жазықтығында жатқан жүкшелердің бірі ең төменгі нүктеде болғанда оның жылдамдығы қандай болар еді?

$$\text{Жауабы: } v_1 = \sqrt{\frac{2g(m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2)}{m_1 + m_2 \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^2}}.$$



53-сурет

5.135. Қатаңдығы $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, массасы $m = 400 \text{ г}$ серіппе жерге $h = 5 \text{ м}$ биіктіктен құлайды. Соққы кезінде серіппенің өсі тік күйде орналасқан болса, онда ол қанша сығылады?

$$\text{Жауабы: } x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \approx 2 \cdot 10^{-2}(\text{м}).$$

5.136. Адырнасы өте қатты немесе бос тартылған жағдайдың екеуінде де садақ жебесі жақсы ұшайды. Жебе алысқа ұшуы үшін қандай жағдайды таңдау керек?

5.137. Қатаңдығы $9,8 \frac{\text{Н}}{\text{см}}$ резенкіден жасалған рогатқаны бала 10 см -ге созады. Массасы 20 г тас осы рогаткадан қандай жылдамдықпен ұшып шығады?

$$\text{Жауабы: } v \approx 2,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.138. Зымыран 50 км биіктікке көтерілгенде оның жылдамдығы $2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ болды. Егер зымыран массасы 800 кг болса, онда зымыран қозғалтқышының атқарған жұмысы, потенциалдық және кинетикалық энергиясы неге тең болады?

$$\text{Жауабы: } A = 199 \text{ МДж}; \quad E_{\text{п}} = 392 \text{ МДж}; \quad E_{\text{к}} = 1600 \text{ МДж}.$$

5.139. Тепловоз $18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен бірқалыпты қозғалғанда қозғалтқыштың қуаты 800 кВт болды. Егер қозғалтқыштың п.э.к $\eta = 0,75$ болса, онда тепловоздың тарту күші қандай?

$$\text{Жауабы: } F_{\text{т}} = 33 \text{ кН}.$$

5.140. Салмағы 680 Н шырағдан ұзындығы 3 м метал шынжырға ілінген. Шырағдан тербелген кезде шынжыр үзілмеуі үшін, оны қандай биіктікке дейін бастапқы қалшынан ауытқытуға болады? Шынжыр керілу күші 1360 Н болғанда үзіледі.

$$\text{Жауабы: } h \approx 1,5 \text{ м}.$$

5.141. $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшып келе жатқан, массасы 500 г қорғасын шар қозғалмай тұрған массасы 200 г балауыз шармен соғылысып, екі шар бірге қозғалды. Соқтығысқаннан кейінгі шарлардың кинетикалық энергиясын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } E_{\text{к}} \approx 14,6 \text{ Дж}.$$

5.142. Массасы 4 кг дене 8 м биіктіктен еркін түседі. Осы дененің қозғалыс мөлшерінің өзгерісін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \Delta p = m \sqrt{2gh} \approx 50 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right).$$

5.143. Үстіндегі жүгімен қоса алғанда қайық массасы $M = 200 \text{ кг}$. Тыныш тұрған қайықтан аңшы көкжиек бағытында мылтық атады. Егер оқ массасы $m = 10 \text{ г}$, ал жылдамдығы $v = 800 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, атылыстан кейін қайық қандай жылдамдық алады?

$$\text{Жауабы: } v = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.144. Зарядын есептемегенде массасы 400 г зымыран, 50 г оқ-дәрі жануынан 125 м биіктікке көтеріледі. Оқ-дәрі лезде жанған деп есептеп, оның шығу жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v = 400 \frac{M}{c}$.

5.145. Массасы $M = 120 \text{ кг}$, ұзындығы $\lambda = 3 \text{ м}$ арбаша өте тегіс жолда тұр. Егер массасы $m = 60 \text{ кг}$ адам оның бір ұшынан екінші ұшына өтетін болса, арбаша қандай қашықтыққа орын ауыстырады?

Жауабы: $s = \frac{m\lambda}{M+m} = 1(\text{м})$.

5.146. Массасы m_1 тақтайша мұз бетінен v_1 жылдамдықпен еркін сырғыды. Осы тақтайға жағадан массасы m_2 бала v_2 жылдамдықпен секіріп мінді. Егер баланың жылдамдығы тақтай жылдамдығына перпендикуляр болса, адам мінген тақтайдың жылдамдығын және оның бағытын анықтаңдар. Үйкеліс ескерілмесін.

Жауабы: $u = \frac{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2}$; $\text{tg} \alpha = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$.

5.147. v жылдамдықпен қозғалған массасы m_1 дене тыныш тұрған екінші денеге соғады, сөйтіп алғашқы бағытымен 90° бұрыш жасап $\frac{v}{2}$ жылдамдықпен қозғалысын жалғастырады. Екінші дененің массасын табыңдар.

Жауабы: $m_2 = \frac{5m_1}{3}$.

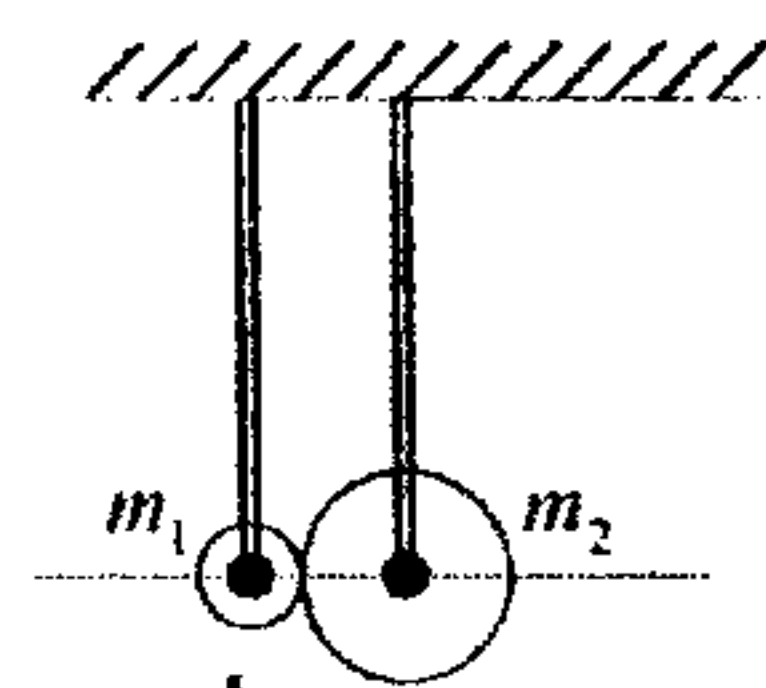
5.148. Массалары m_1 және m_2 екі шарик бір мезгілде, пішіндері бірдей биіктігі H болатын төбешіктен біріне-бірі қарсы үйкеліссіз және сырғанамай соқтығысады. Осы соқтығысу кезінде олар бірігіп кеткен болса, шарлар қандай биіктікке көтеріле алар еді?

Жауабы: $h = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} H$.

5.149. Тік құлаған массасы $m = 200 \text{ г}$ шарик еденге $v = 5 \frac{M}{c}$ жылдамдықпен соғылды да $h = 46 \text{ см}$ биіктікке қайта көтеріледі. Соққы кезінде шариктің қозғалыс мөлшері қаншаға өзгерді?

Жауабы: $\Delta p = m(v + \sqrt{2gh}) \approx 1,6 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right)$.

5.150. Массалары $m_1 = 100 \text{ г}$ және $m_2 = 300 \text{ г}$ абсолют серпінді шарлар ұзындығы $\ell = 50 \text{ см}$ жіпке байланып тік қалпында ілінген (54-сурет). Бірінші шарды тепе-теңдік күйінен 90° -қа ауытқытып жіберген.



54-сурет

Соққыдан кейін екінші шар қандай биіктікке көтеріледі?

Жауабы: $h_2 = \frac{4\ell m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \approx 2,5(\text{см})$.

5.151. Массасы M пластмасса шар, астында тесігі бар тіреуіш үстінде жатыр. Тіреуіш тесігінен тік бағытта шыққан массасы m оқ, бұл шарды тесіп өтеді, сонда шар H биіктікке ыршыды. Егер шарға енер кездегі оқтың жылдамдығы v_0 болса, оқ шыққаннан кейінгі шардың көтерілу биіктігін есептеп табыңдар.

Жауабы: $h = \frac{(m v_0 - M \sqrt{2gH})^2}{2m^2 g}$.

5.152. Көкжиекпен α бұрыш жасайтын көлбеу бетте, ішінде құмы бар массасы M жәшік үйкеліссіз қозғалады. Жәшік ℓ жол жүргенде оның үстіне көкжиекпен β бұрыш жасай массасы m дене түседі де бұлар тоқтап қалады. Жәшік қандай жылдамдықпен қозғалған еді?

Жауабы: $v = \frac{M \sqrt{2g\ell \sin \alpha}}{m \cos(\alpha \pm \beta)}$.

5.153. Массасы M болатын v жылдамдықпен қозғалып келе жатқан арбашаға, азғана биіктіктен m массалы кірпіш құлап түседі. Осы кезде қанша жылу мөлшері бөлініп шығады?

Жауабы: $Q = \frac{mv^2 M}{2(m+M)}$.

(*) 5.154. Тыныштықта тұрған ядро массалары m_1 , m_2 және m_3 болатын үш жарықшаққа ыдырайды. Егер жарықшақтардың жалпы кинетикалық энергиясы E_0 болып, жылдамдықтары өзара бірі-бірімен 120° бұрыш жасайтын болса, олардың әрқайсысының жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v_1 = \sqrt{\frac{2E_0 m_2 m_3}{m_1(m_2 + m_3 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2E_0 m_1 m_3}{m_2(m_1 + m_3 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}}$;
 $v_3 = \sqrt{\frac{2E_0 m_1 m_2}{m_3(m_1 + m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}}$.

5.155. ℓ қашықтықтан еркін түскен жеңіл шарик, тік жоғары қарай u жылдамдықпен қозғалған ауыр білеуімен серпінді соғылысады. Соққыдан кейін шарик қандай биіктікке көтеріледі?

Жауабы: $h = \frac{(\sqrt{2g\ell} + 2u)^2}{2g}$.

5.156. Дененің қозғалыс мөлшері $p = 8 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$, ал кинетикалық энергиясы $E_k = 16 \text{ Дж}$. Осы дененің массасын және жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $m = \frac{p^2}{2E_k} = 2(\text{кг}); v = \frac{2E_k}{p} = 4\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

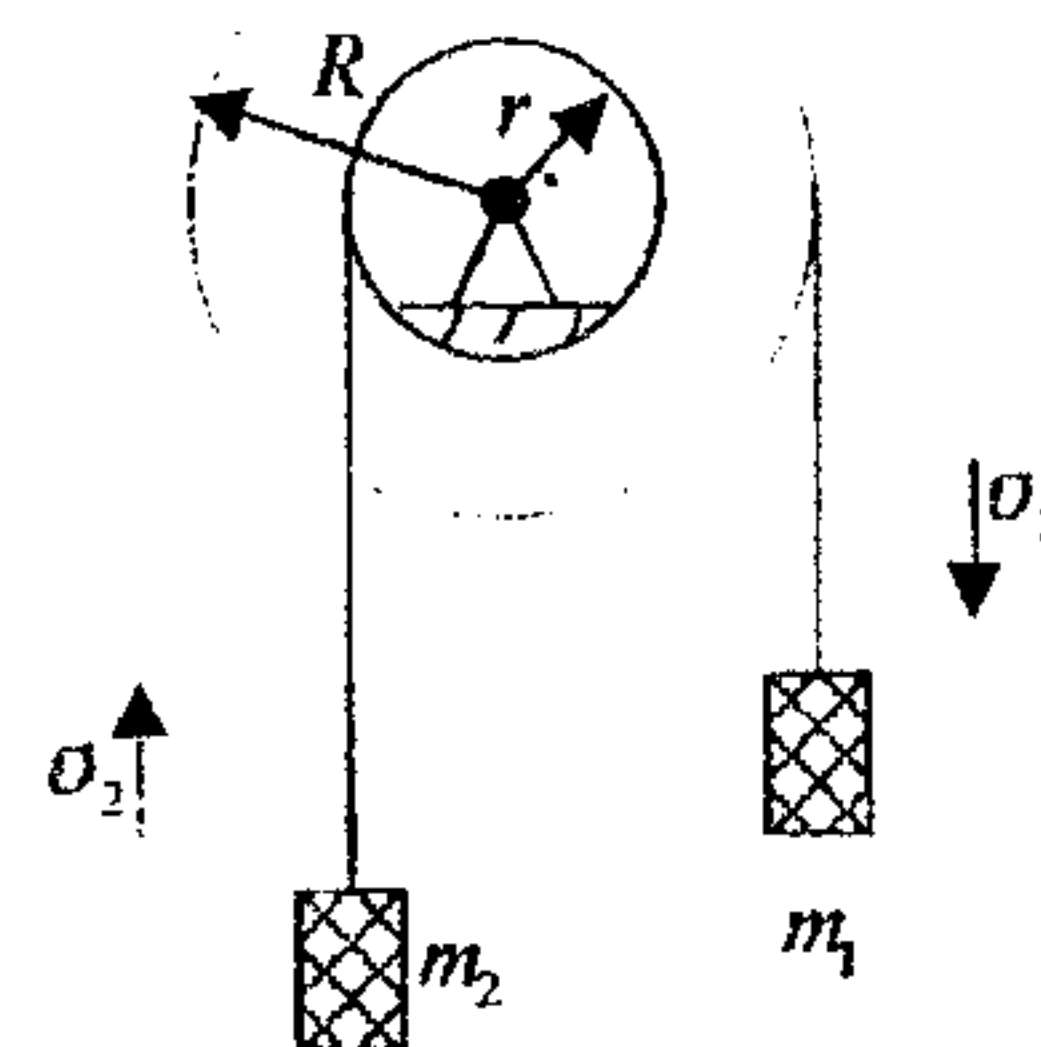
5.157. Массасы 750 т кемеден, көкжиек бағытымен 60° бұрыш жасай оның қозғалысына қарсы зеңбіректен оқ атылды. Массасы 30 кг оқ кемеге салыстырғанда $1\frac{\text{км}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшып шықса, кеме жылдамдығы қаншаға өзгереді?

Жауабы: $\Delta v = 0,02\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5.158. Оң жақтағы жүктің s жол жүргендігі белгілі болса, әрбір жүктің жылдамдығын табындар (55-сурет). Блок массасын және үйкелісті ескермендер.

Жауабы: $v_1 = \frac{2R(m_1R - m_2r)gs}{m_1R^2 + m_2r^2}$.

$v_2 = \frac{2r^2(m_1R - m_2r)gs}{R(m_1R^2 + m_2r^2)}$.



55-сурет

5.159. Тік жоғары атылған оқ 300 м биіктікте массалары 3 кг және 2 кг екі бөлікке бөлінді. Бірінші бөлік тік төмен, ал екіншісі жоғары қарай қозғалды. Жарылу кезіндегі бөліктердің толық энергиясы $2,47 \cdot 10^5\text{ Дж}$. Жарылыстан 2 с өткеннен кейін, әрбір бөліктің жылдамдығын табындар.

Жауабы: $v_1 = 245\frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = 164\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5.160. Өрт сөндіруші ағыс жылдамдығы $v = 16\frac{\text{м}}{\text{с}}$ суды отқа бағыттайды.

Құбыр тесігі қимасының ауданы $S = 5\text{ см}^2$ болса, өрт сөндіруші оны қандай күшпен ұстап тұрады?

Жауабы: $F = \rho S v^2 = 1,28 \cdot 10^2 (\text{Н})$.

5.161. Біріне-бірі қарама-қарсы $v = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен қозғалған екі дене соқтығысқаннан кейін $u = 1,5\frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен бірге қозғала бастады. Осы екі дене массаларының қатынасын анықтандар.

Жауабы: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v+u}{v-u} = 3$.

5.162. Массасы $M = 300\text{ г}$ дене $H = 10\text{ м}$ биіктіктен еркін құлайды. Дене $\frac{H}{2}$

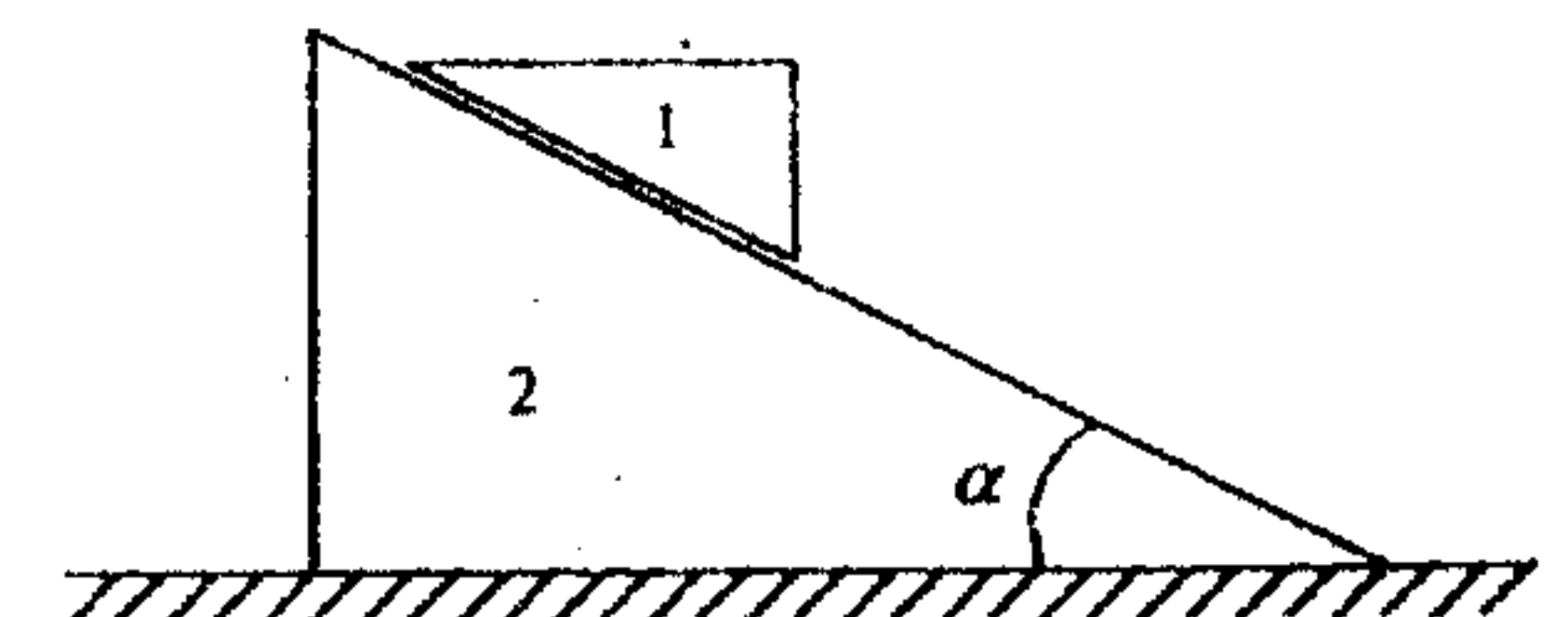
биіктікке жеткенде, оған көкжиек бағытында $v_0 = 400\frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшқан массасы $m = 10\text{ г}$ оқ тиіп ішінде қалып қояды. Оқ тигеннен кейінгі дененің жылдамдығын және жылдамдық векторының көкжиекпен жасайтын бұрышын табындар.

Жауабы: $u = \sqrt{\frac{(mv_0)^2 + M^2 gH}{m+M}} \approx 16\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right); \alpha = \arctg\left(\frac{M gH}{mv_0}\right) \approx 37^\circ$.

5.162. Массасы M , жылдамдығы v дене массалары m және $(M-m)$ болатын екі бөлікке бөлінеді. Массасы m бөлігінің жылдамдығы v_1 . Ол v жылдамдық бағытымен тік бұрыш жасайды. Массасы $(M-m)$ бөлігінің жылдамдығын анықтандар.

Жауабы: $u = \frac{(mv_1)^2 + (Mv)^2}{M-m}$.

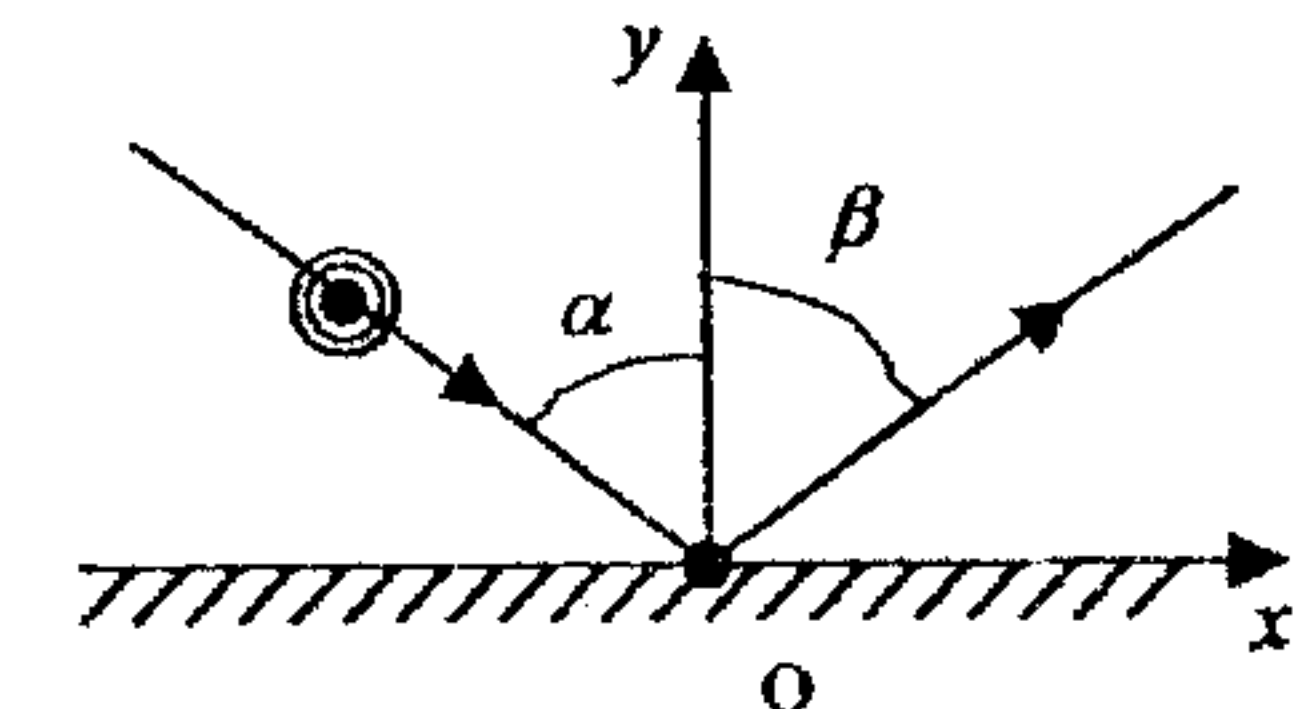
5.164. Массасы m 1-ші призма, 2-ші $3m$ массалы призма үстіне 56-суреттегідей қойылған. Бірінші призма екіншіге салыстырғанда v_0 жылдамдықпен қозғала бастады. Үйкелісті ескермеген жағдайда екінші призма қандай жылдамдықпен қозғалар еді?



56-сурет

Жауабы: $u = \frac{v_0 \cos \alpha}{4}$.

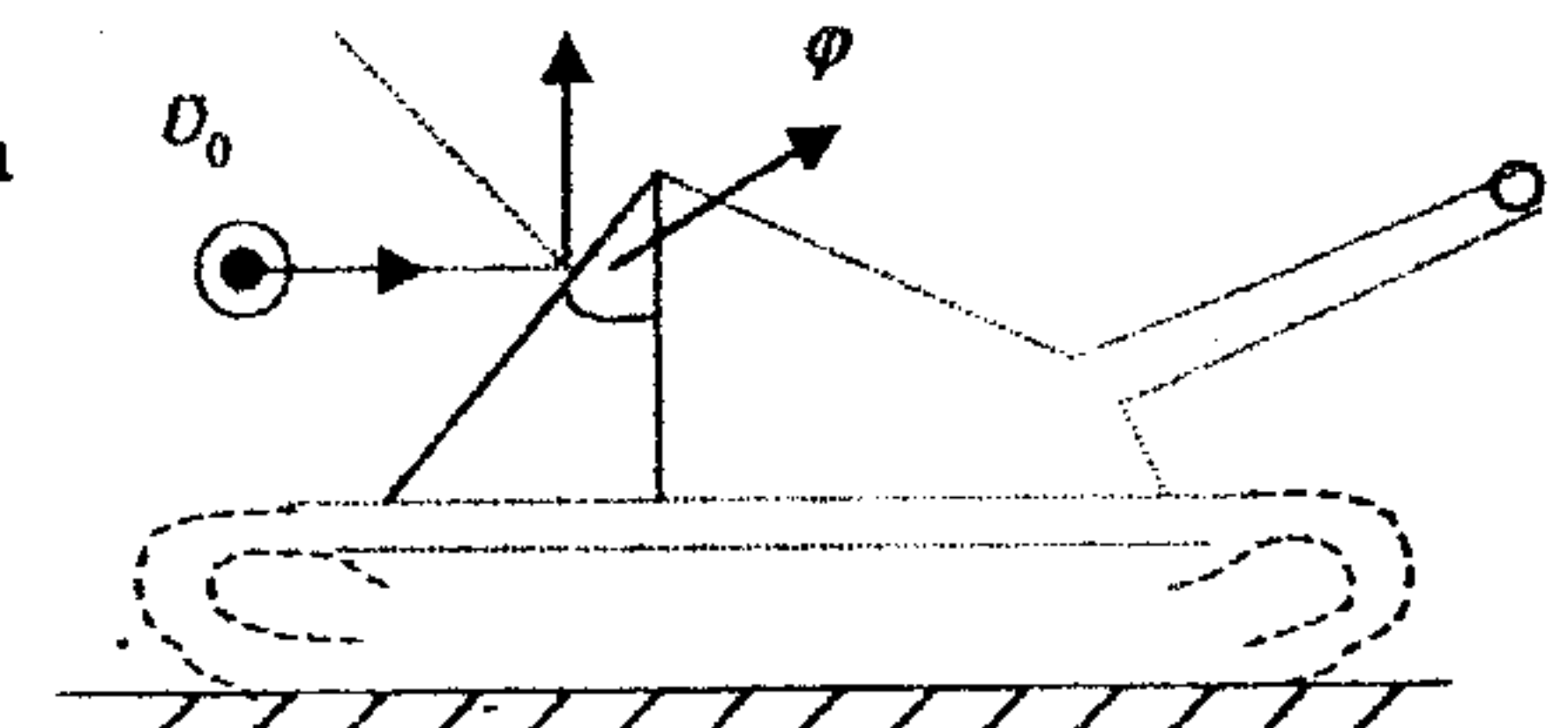
5.165. Идеал тегіс жазық бетке шарик соғылып кинетикалық энергиясының үштен бірін жоғалтады. Түсу бұрышы $\alpha = 45^\circ$ екендігі белгілі болса, шағылу бұрышы β -ны табындар (57-сурет).



57-сурет

Жауабы: $\sin \beta = \sqrt{1,5} \sin \alpha$ немесе $\beta = 60^\circ$.

5.166. $u = 72\frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен бара жатқан танкінің артқы қабырға мұнарасына көкжиек бағытында $v_0 = 750\frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшқан оқ тиеді де серпінді түрде ыршып кетеді (58-сурет). Егер



58-сурет

мұнара қабырғасы тік бағытпен $\varphi = 30^\circ$ бұрыш жасайтын болса, ыршыған оқтық жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v = v_0 \sqrt{1 - 4 \frac{u}{v_0} \cos^2 \varphi} \approx 720 \left(\frac{m}{c} \right)$.

6. Тербелістер мен толқындар

Ығысуға пропорционал болатын сыртқы немесе ішкі күштердің әсерінен тепе-теңдік қалыптың маңайында дененің тербеле қозғалысын тербелмелі қозғалыс деп атайды. Бұл күш шамасы былай анықталады $F = -kx$, мұндағы k -пропорционалдық коэффициенті, x -ығысу.

Тербелмелі қозғалыстың теңдеуі төмендегідей түрлерде жазылады

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0\right) = A \sin(2\pi \nu t + \varphi_0).$$

Мұндағы: A -амплитуда; ω -бұрыштық жылдамдық; $(\omega t + \varphi_0)$ -тербеліс фазасы; φ_0 -бастапқы фаза; T -тербеліс периоды; ν -тербеліс жиілігі. Бұл

шамалар арасында мынадай байланыстар бар: $\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T}$; $T = \frac{1}{\nu}$.

Тербеліс ішкі күштердің әсерінен туатын болса, онда тербеліс «еркін», ал сыртқы күштер әсерінен пайда болатын тербеліс «еріксіз» деп аталады. Нақты тербелістер, сыртқы кедергі күштердің әсерінен белгілі бір уақыт өткеннен кейін тоқтайды. Мұндай тербеліс өшетін тербелістер, оның қозғалыс теңдеуі былай жазылады. $x = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Мұндағы, β -өшу коэффициенті деп аталады және $\beta = \frac{\tau}{2m}$ теңдігімен анықталады. τ -үйкеліс коэффициенті; m -материалдық нүкте массасы. Сонда $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

ω_0 - меншікті тербелістің бұрыштық жылдамдығы.

Тербелетін нүктенің жылдамдығы $v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi A}{T} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi_0\right)$, ал үдеуі

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi_0\right) \quad \text{өрнектерімен анықталады. Тербелетін}$$

нүктенің кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} + \varphi_0\right)$, ал

$$\text{потенциалдық энергиясы } E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} + \varphi_0\right).$$

$$\text{Сонда толық энергиясы } E = E_k + E_p = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}.$$

Гармониялық тербеліске маятниктің тербелісі мысал бола алады.

Маятниктің тербеліс периоды: математикалық маятник үшін $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$,

$$\text{серіпселі маятник үшін } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Мұндағы, l -маятник ұзындығы, m -тербелетін дене массасы, k -серіппенің қатандығы. Периоды бірдей, бірдей бағытталған екі гармониялық тербелісті қосқанда, периоды сондай гармониялық тербеліс болады да оның амплитудасы былай анықталады.

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \text{ ал бастапқы фазасы } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Мұндағы: A_1 және A_2 тербеліс амплитудалары; φ_1 және φ_2 -олардың бастапқы фазалары.

Серпінді ортада тербелістердің таралу процесі толқын деп аталады. Толқын көлденең және қума толқын болып бөлінеді. Толқын ұзындағы (λ), тербеліс периоды (T), толқынның таралу жылдамдығы (v) арасында мынадай қатынас болады.

$$\lambda = vT$$

Жазық толқынның теңдеуі былай анықталады

$$x = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) = A \sin(\omega t - kr).$$

Мұндағы: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ -толқындық сан; r -тербеліс көзінен қарастырылатын нүктеге дейінгі арақашықтық (1-сурет).

Қума толқынның орташа таралу жылдамдығы (қатты, сұйық ортада)

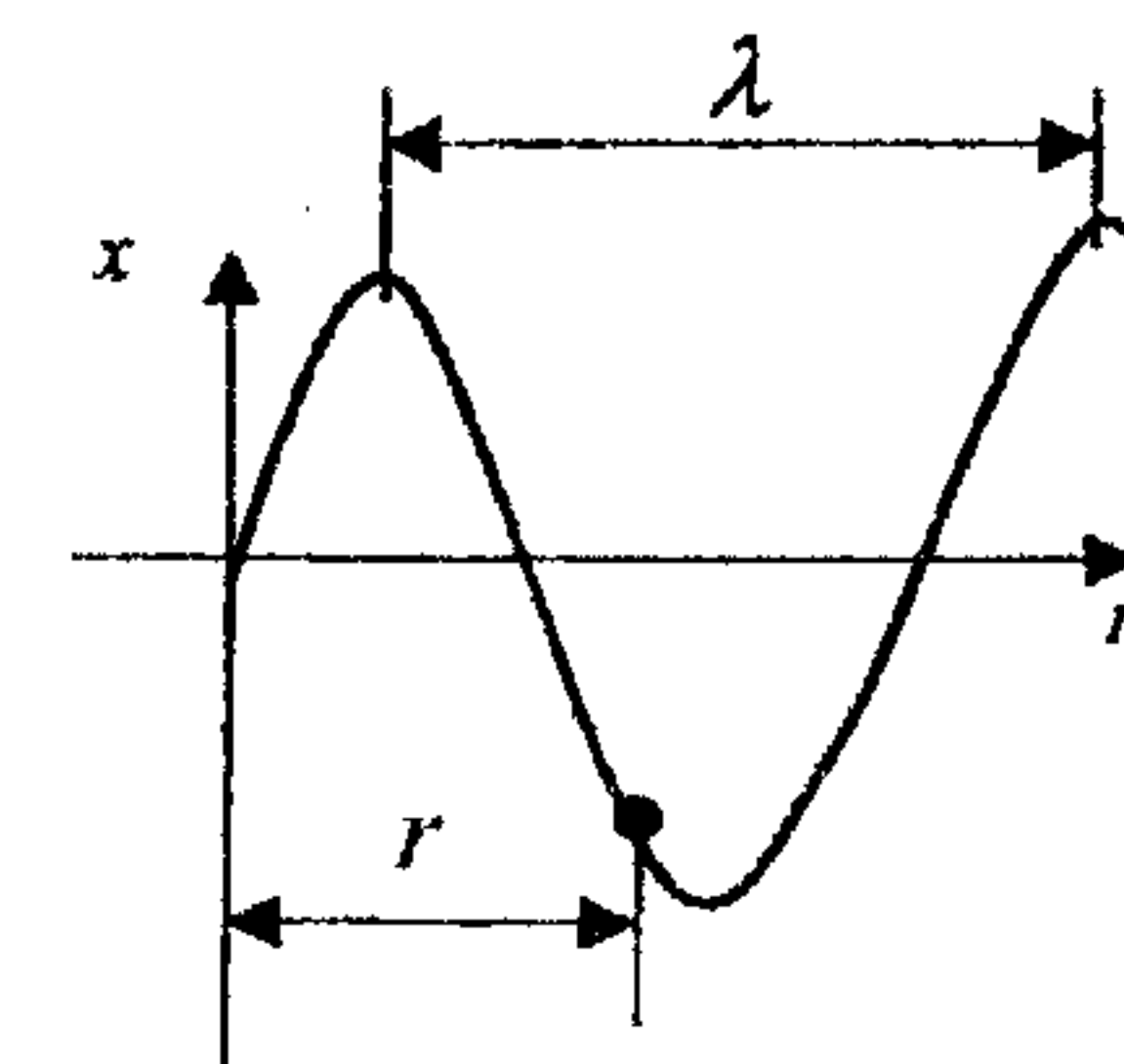
$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \text{ ал газдардағы таралу}$$

$$\text{жылдамдығы } v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$$

формуларымен анықталады.

Мұндағы: E -Юнг модулі;

ρ -орта тығыздығы; $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$; p -газ қысымы.



1-сурет

6.1. Амплитудасы 5 см болатын гармониялық тербелістің теңдеуін жазыңдар. Тербелістің бастапқы фазасы 45° және минут сайын 150 тербеліс жасалады. Осы қозғалыстың графигін сызыңдар.

Берілгені:

$$A = 5 \text{ см}; \varphi_0 = 45^\circ;$$

$$t = t_{\text{мин}}; N = 150$$

$$x = f(t)$$

$$\text{Шешуі: } t_{\text{мин}} = 60 \text{ с}; \quad 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Гармонияның тербелмелі қозғалыс теңдеуінің жалпы түрі былай жазылады.

$$x = A \sin(2\pi \nu t + \varphi_0).$$

Мұндағы, A -амплитуда; ν -жиілік, φ_0 -бастапқы фаза. Сонда,

$$v = \frac{N}{t} = \frac{150}{60c} = 2,5 \frac{1}{c}; \quad \varphi_0 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \text{ демек } x = 0,05 \sin\left(2\pi \cdot 2,5t + \frac{\pi}{4}\right) = 0,05 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Енді осы қозғалыстың графигін сызайық.

Ол үшін тербелістің периодын, амплитудасын анықтау керек.

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60c}{50} = 1,2c,$$

ал $A = 5\text{см}$.

Демек, бір период ішінде

тербеліс O осімен үш

нүктеде қиылысады:

$$t_0 = -0,05c; \quad t_1 = 0,15c;$$

$$t_2 = 0,35c. \text{ Ал амплитуда}$$

бір периодта екі рет

$A = 5\text{см}$ мәнде қабылдайды.

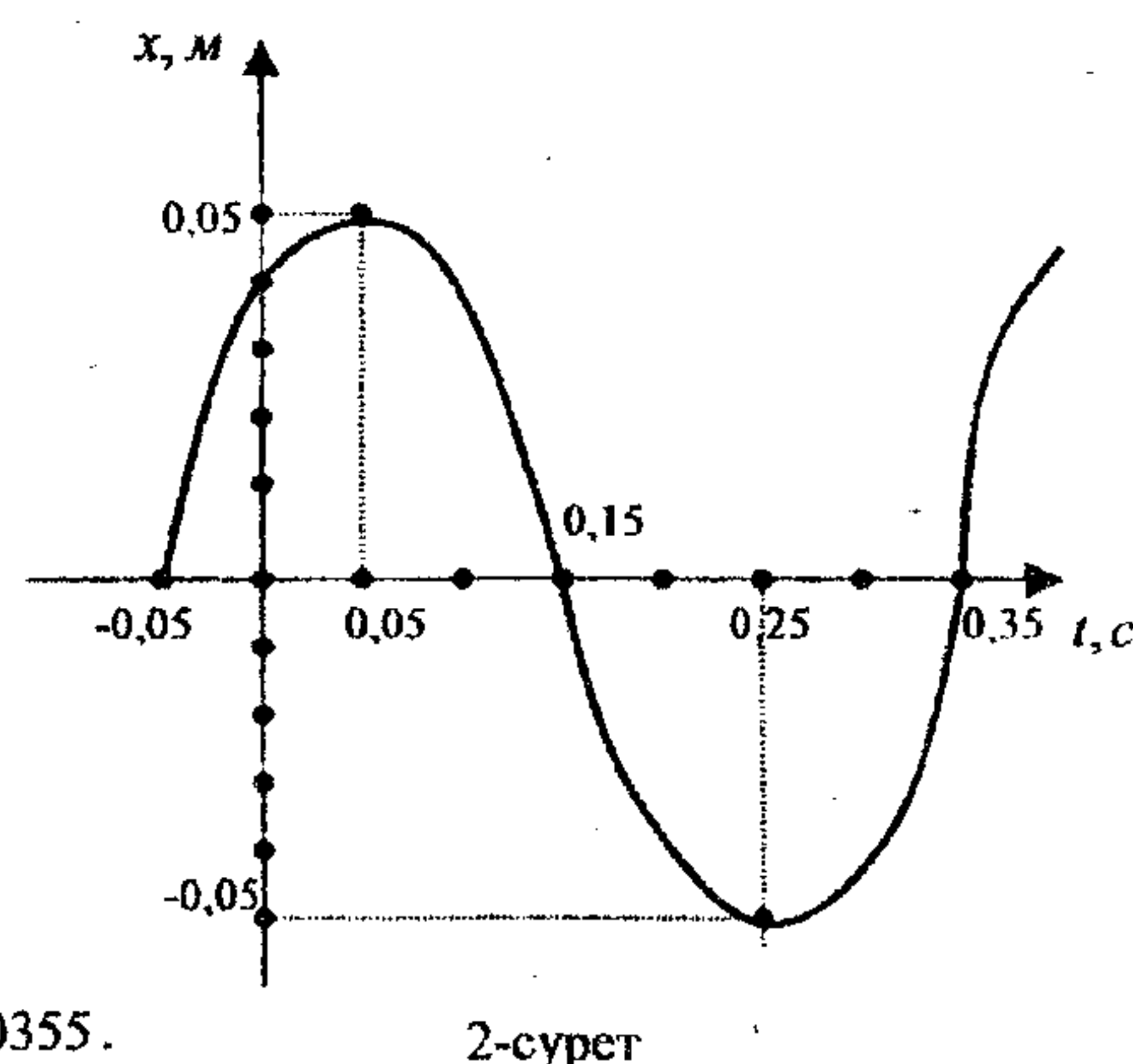
Олар: $t_1 = 0,05c$ болғанда

$$A = 0,05\text{м}; \text{ ал } t = 0,25c$$

болғанда $A = -0,05\text{м}$.

$$\text{Ал, } t = 0 \text{ болғанда } x_{\max} = \frac{0,05\sqrt{2}}{2} \approx 0,0355.$$

Қозғалыс графигі 2-суретте көрсетілген.



6.2. Қозғалыс басталғаннан қанша уақыт өткеннен кейін гармониялық тербеліс жасайтын нүкте, амплитудасының жартысына тең арақашықтыққа ығысады? Тербеліс периоды $24c$, бастапқы фазасы нөлге тең.

Берілгені:

$$x = \frac{A}{2}; \quad T = 24c; \quad \varphi_0 = 0$$

$t = ?$.

Шешуі: Гармониялық тербелістің теңдеуінен

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

Есеп шарты бойынша $x = \frac{A}{2}$ және $\varphi_0 = 0$, онда

$$\frac{A}{2} = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \sin \frac{\pi t}{12} = \frac{1}{2} \text{ немесе } \frac{\pi t}{12} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 2.$$

Жауабы: $t = 2c$.

6.3. Шарик ұзын жіпке ілінген. Бірінші рет тепе-теңдік күйінен 90° -қа бұрылып, ал екінші рет азғана бұрышқа бұрылып жіберілген. Қай жағдайда шарик тепе-теңдік қалыпқа бұрын жетеді?

Берілгені:

$$l_1 = l_2; \quad \alpha_1 = 90^\circ; \quad \alpha_2 \ll \alpha_1$$

$t_1 = ?$
 $t_2 = ?$

Шешуі: Бірінші жағдайда шариктің тепе-теңдік қалыпқа жету уақыты

$$(1) t_1 = \frac{2\ell}{g}, \text{ өйткені үйкелісті ескермеген}$$

жағдайда $\ell = \frac{gl^2}{2}$ өрнегіне $\ell = f(t)$ тәуелділігін өрнектейді. Екінші жағдайдағы t_2 - уақытты табу үшін гармониялық тербелістің теңдеуін пайдаланамыз, сонда $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, мұнда $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Тепе-теңдік күйінде $x = 0$, онда $0 = A \sin\left(\omega t_2 + \frac{\pi}{2}\right)$ немесе $\sin\left(\omega t_2 + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \omega t_2 + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{2\omega}$ немесе $t_2 = \frac{T}{4}$ (2).

Екінші жағынан шарикті математикалық маятник деп қарастырсақ, оның тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$. (2)-ні ескерсек $t_2 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\ell}{g}}$. Демек $t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (3). (1)-ді (3) -ке мүшелен бөлсек $\frac{t_1}{t_2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0,9$, онда $t_1 < t_2$.

Жауабы: Бірінші жағдайда шарик бастапқы қалыпқа бұрын жетеді.

6.4. Периоды мен фазалары бірдей, ал амплитудалары $A_1 = 2,5\text{см}$ және $A_2 = 5\text{см}$ екі тербелмелі қозғалысты қосыңдар. Қорытқы қозғалыстың амплитудасын табыңдар.

Берілгені:

$$T_1 = T_2 = T; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi; \\ A_1 = 2,5\text{см}; \quad A_2 = 5\text{см}$$

Шешуі: Қозғалыстарды $x_1 = A_1 \sin \omega t$

және $x_2 = A_2 \sin \omega t$ түрінде іздесіміз.

Сонда оның графиктері 3-суреттегідей

болады, Мұнда, $A_1 = 2,5\text{см}$, $A_2 = 5\text{см}$

$$x = f(t); \quad A = ?$$

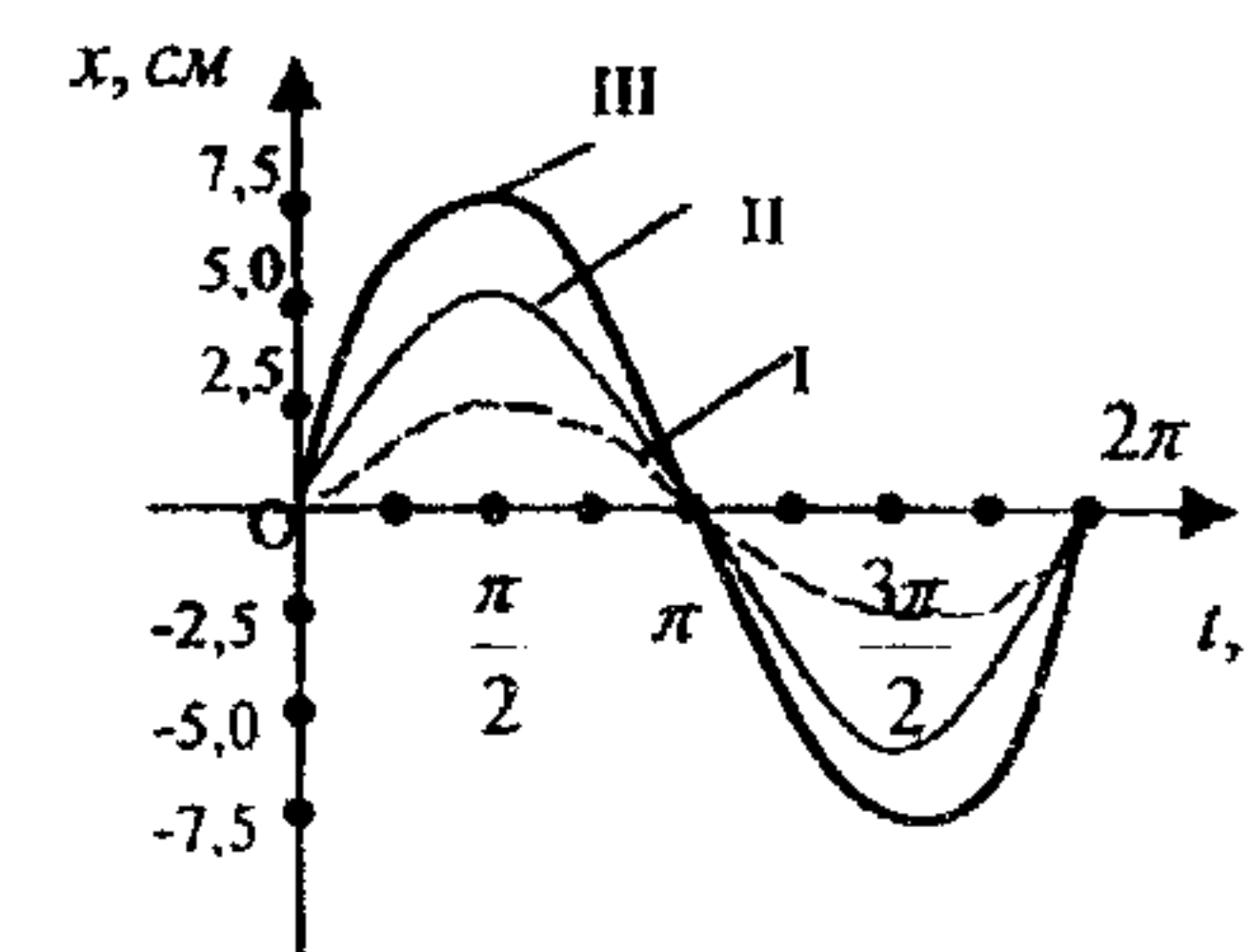
екендігін ескеру керек.

Қорытқы қозғалыстың теңдеуі

$$x = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2) \sin \omega t.$$

Мұндағы $A_1 + A_2 = 7,5\text{см}$.

Сонда қорытқы қозғалыстың графигі 3-суреттегі III-түрдегідей болады.



3-сурет

6.5. Гармониялық тербеліс жасайтын нүктенің амплитудасы 5см . Ал нүкте массасы 10г , толық энергиясы $3,1 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$. Бастапқы фазасы 60° болса, гармониялық тербелістің теңдеуін жазыңдар.

Берілгені:

$$A = 5 \text{ см}; m = 10 \text{ г};$$

$$E = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ Дж};$$

$$\varphi_0 = 60^\circ$$

$$x = f(t) - ?$$

$$T = \frac{2\pi^2 A^2 m}{E}, \text{ немесе } T = \pi A \sqrt{\frac{2m}{E}}.$$

Анықталған мәндерін (1)-ге қойсақ.

$$x = A \sin\left(\frac{1}{A} \sqrt{\frac{2E}{m}} t + \varphi_0\right). \quad x = 5 \cdot 10^{-2} \sin\left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 3,1 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}}} t + \frac{\pi}{3}\right) = 5 \cdot 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$\text{Жауабы: } x = 5 \cdot 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3}\right).$$

6.6. Салмағы $P = 1,96 \text{ Н}$ ареометр сұйықта жүзіп жүр. Егер оны сұйыққа сәл батырып қайта жіберсек периоды $T = 3,4 \text{ с}$ болатын тербеліс жасайды. Ареометрдің тік цилиндрлік түтігінің диаметрі $d = 1 \text{ см}$. Тербелісті өшпейтін деп, ареометр жүзіп жүрген сұйық тығыздығы ρ -ны табыңдар.

Берілгені:

$$P = 1,96 \text{ Н}; T = 3,4 \text{ с};$$

$$d = 1 \text{ см}$$

$$\rho - ?$$

Шешуі: $1 \text{ см} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Жүзіп жүрген ареометрге екі күш әсер етеді: төмен бағытталған салмақ күші және жоғары бағытталған Архимед күші.

Ареометр тепе-теңдікте тұрғанда $P = \rho g(V + Sh)$ шарты орындалады. Мұндағы $(V + Sh)$ -ареометрдің сұйық ішіндегі көлем бөлігі. Енді ареометрді сұйыққа x -тереңдікке батырсақ, онда кері итеруші күштің қорытынды шамасы F -мынаған тең болады.

$$F = \rho g[V + S(h + x)] - P = \rho g[V + S(h + x)] - \rho g(V + Sh) = \rho g S x \text{ немесе } F = kx, \text{ мұндағы}$$

$$k = \rho g S (1). \quad \text{Ал, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ болғандықтан (1)-ді ескерсек}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g S}} = 2\pi \sqrt{\frac{4 \cdot m}{\rho g \cdot \pi d^2}}; \quad T = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{m \pi}{\rho g}} \Rightarrow \rho = \frac{16 \pi m}{T^2 d^2 g} \text{ немесе } \rho = \frac{16 \pi P}{T^2 d^2 g^2}$$

$$\rho = \frac{16 \cdot 3,14 \cdot 1,96 \text{ Н}}{(3,4 \text{ с})^2 \cdot (10^{-2} \text{ м})^2 \cdot \left(9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)^2} = 890 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$$\text{Жауабы: } \rho = 890 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

6.7. Амплитудасы 10 см , периоды 10 с , ал бастапқы фазасы нөл болатын гармониялық тербелістің теңдеуін жазыңдар. Тербеліс басталғаннан 12 с өткендегі тербелетін дененің ығысуын, жылдамдығын және үдеуін табыңдар.

Берілгені:

$$A = 10 \text{ см}; T = 10 \text{ с};$$

$$\varphi_0 = 0; t_1 = 12 \text{ с}.$$

$$x = f(t); x; v; a - ?$$

Шешуі: $10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$; Гармониялық тербелістің теңдеуін жазайық, сонда

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right).$$

Есеп шартын пайдалансақ $x = 0,1 \sin 0,628t$.

$$t_1 = 12 \text{ с үшін } x_1 = 0,1 \sin 0,628 \cdot 12 \approx 0,095 (\text{м}).$$

$$v = x' = 0,1 \cdot 0,628 \cos 0,628t = 0,0628 \cos 0,628t.$$

$$a = v' = -0,628 \cdot 0,628 \sin 0,628t = -0,0393 \sin 0,628t.$$

$$t_1 = 12 \text{ с үшін: } v = 1,95 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}; a = -3,73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Жауабы: } x_1 \approx 0,095 \text{ м}; v = 1,95 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}; a = -3,73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

6.8. Кішкентай шарик ұзындығы 1 м жіпке байланыш вагон төбесіне ілінген. Вагон доңғалақтарының рельс түйістеріне соғылуы салдарынан, вагонның жылдамдығы қандай болғанда шарик аса қатты тербелетін болады. Рельс ұзындығы $12,5 \text{ м}$.

Берілгені:

$$\ell = 1 \text{ м}; S = 12,5 \text{ м}$$

$$v - ?$$

Шешуі: Шарик, доңғалақтың рельс түйісіне соғу жиілігіндей жиілікпен еріксіз тербеліс

$$\text{жасайды, демек } v = \frac{v}{S} (1).$$

Егер шарикті математикалық маятник деп есептесек, онда оның тербеліс периоды $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$, ал меншікті тербеліс жиілігі $\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ (2). $\nu \approx \nu_0$ болғанда резонанс нәтижесінде, шариктің амплитудасы ең үлкен мәнге ие болады. Демек (1) және (2) ден $\frac{v}{S} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow v = \frac{S}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$.

$$v = \frac{12,5 \text{ м}}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1 \text{ м}}} \approx 6,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \text{ сонымен } v \approx 6,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v \approx 6,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

6.9. Ұзындығы 70 см математикалық маятникті амплитудасын 8 см-ге жеткізіп тербелткеннен кейін, 12 с өткенді оның амплитудасы 2 см болып қалды. Осы уақытта маятник неше рет тербеліс жасады? Тербелістің өшу коэффициентін және өшетін тербелістің периодын анықтаңдар.

Берілгені: $\ell = 0,7 \text{ м}; A_0 = 8 \text{ см}; t = 12 \text{ с}; A_1 = 2 \text{ см}; \beta; T; n - ?$
Шешуі: $8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}; 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$
Өшетін тербелістің t уақыттан кейінгі амплитудасы былай анықталады.
 $A = A_0 e^{-\beta t} \quad (1).$

Есеп шартында $\frac{A_0}{A_1} = \alpha = \frac{8 \text{ см}}{2 \text{ см}} = 4$, демек (1)-ге қойсақ.

$$\alpha = e^{\beta t} \Rightarrow \beta = \ln \frac{\alpha}{t} \quad (2).$$

Егер үйкелісті ескермесек, онда маятник жиілігі мен периоды былай табылады.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{және} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad \text{Ал, өшетін тербеліс жиілігі} \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 \quad \text{екендігін}$$

$$\text{ескерсек, онда} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad n = \frac{t}{T} = \frac{t \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{2\pi}. \quad \beta = \ln \frac{\alpha}{t} = \ln \frac{4}{12} = -1,1 \left(\frac{1}{\text{с}} \right).$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,7 \text{ м}}} \right)^2 - \left(-1,1 \frac{1}{\text{с}} \right)^2}} \approx 1,78 \text{ с}. \quad n = \frac{12 \text{ с}}{1,78 \text{ с}} \approx 7.$$

$$\text{Жауабы: } \beta = -1,1 \frac{1}{\text{с}}; T \approx 1,78 \text{ с}; n \approx 7.$$

6.10 Көкжиек бағытында a үдеумен қозғалған вагон ішінде математикалық маятниктің тербеліс периоды неге тең?

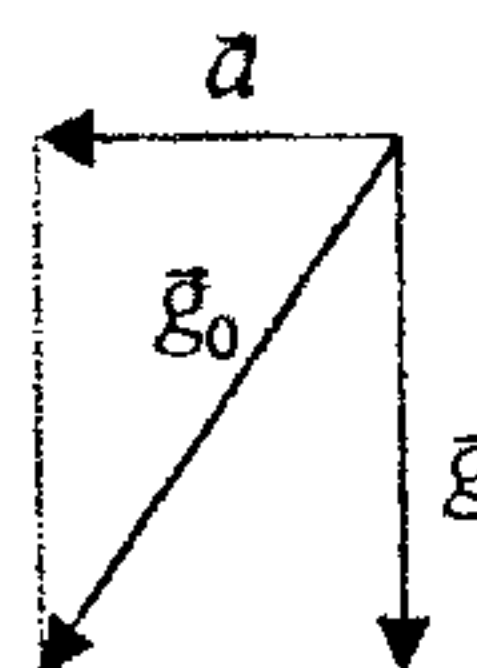
Берілгені: a
Шешуі: Математикалық маятниктің тербеліс периоды былай анықталды.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0}}, \quad \text{мұндағы } g_0 - \text{қарастырылып отырған санақ}$$

жүйесіндегі еркін түсу үдеуі, біздің жағдайда $g_0 = \sqrt{g^2 + a^2}$ (4-сурет).

$$\text{Демек, } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + a^2}}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + a^2}}.$$



4-сурет

6.11. Жер шарының диаметрі бойымен тесік қазылған дейік. Осы тесікке тасталған дене Жер кіндігіне қанша уақытта жетеді? Денеге кедергі жоқ деп есептендер.

Берілгені: R
Шешуі: Тасталған денеге Жер тарапынан әсер ететін күш $F = \frac{4}{3} \pi \rho r m r$, мұндағы r - Жер кіндігіне дейінгі арақашықтық, $g = \frac{4}{3} \pi \rho R$ екендігін ескерсек $F = mg \frac{r}{R}$.

Сонда қозғалыс теңдеуі былай жазылады. $ma = F$ немесе $ma = -mg \frac{r}{R} = -kr$,

$k = \frac{mg}{R}$ деп белгіледік.

Сонымен денеге әсер етуші күш дене ығысуына (r) пропорционал және Жер кіндігіне бағытталған. Демек, дене жиілігі $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ немесе

$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$ болатын гармониялық тербеліс жасайды. Оның тербеліс

периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$, демек дене Жер кіндігіне $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R}{g}}$ уақытта жетеді екен.

$$\text{Жауабы: } t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

6.12. Массасы $m = 10 \text{ г}$ материалдық нүкте $x = 0,05 \sin(0,6t + 0,8)$ заңы бойынша тербеледі. Нүктеге әсер ететін күштің ең үлкен мәнін, тербелетін нүктенің толық энергиясын табыңдар.

Берілгені: $m = 10 \text{ г}; x = 0,05 \sin(0,6t + 0,8)$
Шешуі: Берілген теңдеуді гармониялық теңдеудің $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ жалпы түрімен салыстырамыз.

$$F_m - ?; E_m - ?$$

Сонды: $A = 0,05 \text{ м}; \omega = 0,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \varphi_0 = 0,8 \text{ рад}.$ Ал нүктеге әсер ететін күш

былай анықталатындығы белгілі $F = -mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0).$

Күштің ең үлкен мәні $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1$ болғанда анықталады, демек

$$F_m = -mA\omega^2. \quad \text{Тербелетін нүктенің толық энергиясы} \quad E_m = \frac{mv^2}{2} \quad \text{немесе}$$

$$E_m = \frac{mA^2\omega^2}{2}, \quad \text{өйткені } v = A\omega.$$

$$F_m = -10^{-2} \text{ кг} \cdot 0,05 \text{ м} \cdot \left(0,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

$$E_m = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot (0,05 \text{ м})^2 \cdot \left(0,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Жауабы: $F_m = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$; $E_m = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$.

6.13. Жіпті маятник ауырлық күшінің әсерінен гармониялық тербеліс жасайды. Егер маятниктің энергиясын өзгертпей, оның жібін ℓ_1 -ден ℓ_2 -ге дейін қысқартсақ тербеліс амплитудасы қалай өзгереді?

Берілгені:	Шешуі: Тербелістегі маятниктің энергиясы
$E_1 = E_2$; ℓ_1 ; ℓ_2 .	$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$. Енді маятниктің екі жағдайы үшін
$\frac{A_1}{A_2} = ?$	E -і жазатын болсақ, онда $E_1 = \frac{m\omega_1^2 A_1^2}{2}$

және $E_2 = \frac{m\omega_2^2 A_2^2}{2}$. Екінші жағынан $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ және $E_1 = E_2$ екендігін ескерсек, онда $g \frac{A_1^2}{\ell_1} = g \frac{A_2^2}{\ell_2}$ немесе $\frac{A_1^2}{\ell_1} = \frac{A_2^2}{\ell_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$.

Жауабы: $\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$.

6.14. Екі ұшы бекітілген ұзындығы ℓ ішек f күшімен созылған. Ішек ортасына массасы m кішкене жүк бекітілген (5-сурет). Бекітілген жүктің әлсіз тербелісінің периодын анықтаңдар. Ішек массасын және ауырлық күшін ескермеңдер.

Берілгені:	Шешуі: Төпе-теңдік
ℓ ; f ; m .	қалпынан φ бұрышына
$T = ?$	ауытқыған жүкке әсер ететін күш $F = 2f \sin \varphi$.
	Егер φ бұрышы өте

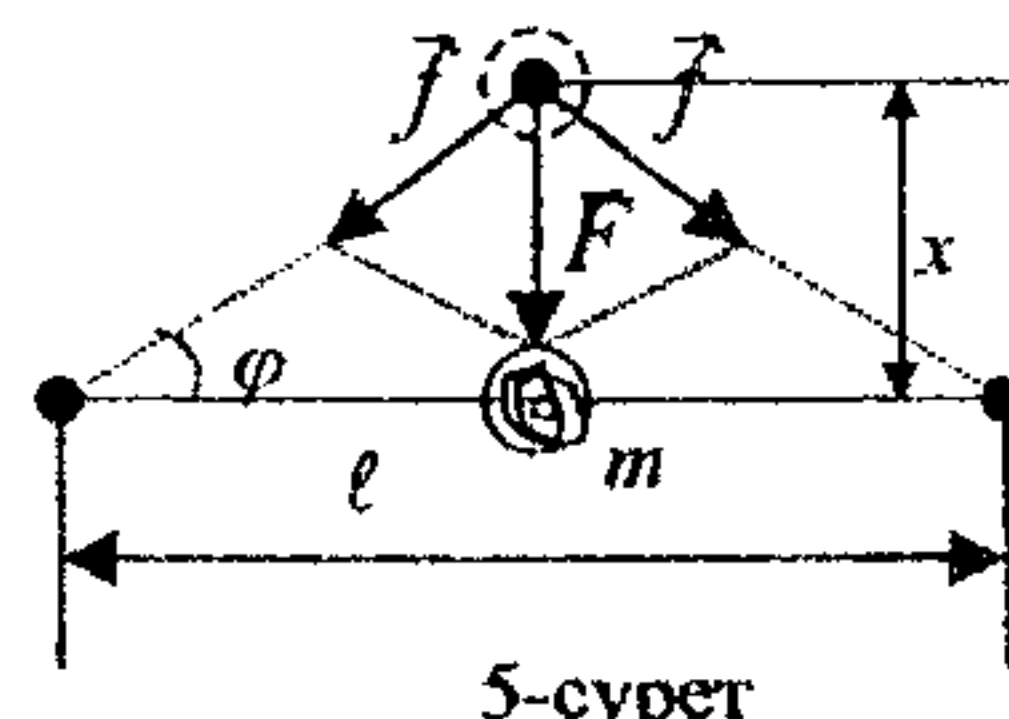
аз болса $\sin \varphi \approx \varphi = \frac{2x}{\ell}$,

демек $F = \frac{4f}{\ell} x$.

Онда $F = kx$, мұндағы $k = \frac{4f}{\ell}$. $F = kx$ күшінің әсерінен ішекке бекітілген

дене тербеледі және тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ немесе $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{4f}}$.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{4f}}$.



5-сурет

6.15. Тең уақыт ішінде бірінші маятник $n_1 = 10$ тербеліс, ал екінші $n_2 = 6$ тербеліс жасайды. Егер маятник ұзындықтарының айырымы $\Delta \ell = 16 \text{ см}$ болса, әрбір маятниктің ұзындығын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $16 \text{ см} = 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.
$n_1 = 10$; $n_2 = 6$; $\Delta \ell = 16 \text{ см}$	Маятник үшін мына қатынасты жазайық
$\ell_1 = ?$; $\ell_2 = ?$	$T = \frac{t}{n}$

Ал, екінші жағынан $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$, демек $\frac{t}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (1).

Әрбір маятник үшін (1) теңдеуін қайта жазайық. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = \frac{t}{n_1}$ және

$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} = \frac{t}{n_2}$. Есеп шарты бойынша $t_1 = t_2 = t$ және $\Delta \ell = \ell_2 - \ell_1$ екендігін

ескерсек, онда $2\pi n_1 \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi n_2 \sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$ немесе $n_1 \sqrt{\ell_1} = n_2 \sqrt{\ell_1 + \Delta \ell} \Rightarrow \ell_1 = \frac{n_2^2 \Delta \ell}{n_1^2 - n_2^2}$

және $\ell_2 = \frac{n_1^2 \Delta \ell}{n_1^2 - n_2^2}$.

$\ell_1 = \frac{6^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ м}}{(10^2 - 6^2)} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $\ell_2 = \frac{10^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ м}}{10^2 - 6^2} = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.

Жауабы: $\ell_1 = 9 \text{ см}$; $\ell_2 = 25 \text{ см}$.

6.16. Айдың массасы Жердікінен 81 есе кем, ал Жердің радиусы Айдыкінен 3,7 есе артық. Маятниктің тербеліс периоды Жерден Айға анарсақ қалай өзгереді?

Берілгені:	Шешуі: Маятниктің тербеліс периоды
$M_{жс} = 81 \cdot M_a$; $R_{жс} = 3,7 R_a$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$
$T_a = ?$	Осы өрнекті Жер және Ай жағдайларына
$T_{жс} = ?$	

жазайық, және $\ell = \text{const}$ екендігін ескерміз.

$T_a = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_a}}$ және $T_{жс} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{жс}}}$. Бұлардан $\frac{T_a}{T_{жс}} = \sqrt{\frac{g_{жс}}{g_a}}$ (1) g -ің M және R -ге

тәуелділігін $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ формуласы бойынша анықталады ($h \ll R$

жағдайында), сонда $\frac{g_{жс}}{g_a} = \frac{M_{жс}}{M_a} \left(\frac{R_a}{R_{жс}}\right)^2$ (2).

(1) және (2)-ден $\frac{T_a}{T_{жс}} = \frac{R_a}{R_{жс}} \sqrt{\frac{M_{жс}}{M_a}}$.

Есеп шарты бойынша $\frac{Ta}{T_{ж}} = \frac{Ra}{3,7Ra} \sqrt{\frac{81 \cdot Ma}{Ma}} \approx 2,43$.

Жауабы: $\frac{Ta}{T_{ж}} \approx 2,43$.

6.17. Ұзындығы 2 м жіпке ілінген шарик 4° бұрышқа ауытқытып тербелді. Тербелісті өпшейтін деп есептеп, шариктің тепе-теңдік күйден өткен кездегі жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $\ell = 2\text{ м}; \alpha = 4^\circ$
 $v_m = ?$
 Шешуі: Жылдамдықты екі тәсілмен табуға болады.
 1-тәсіл: Тербелістің қозғалыс теңдеуін жазайық,
 сонда $x = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

Мұндағы, $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ және аз ауытқулар үшін $A = \ell \sin \alpha$. Демек,
 $x = \ell \sin \alpha \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}} t\right)$. Сонда шариктің жылдамдығы $v = \sqrt{\ell g} \sin \alpha \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}} t\right)$,
 мұндағы $v_m = \sqrt{\ell g} \sin \alpha$. $v_m = \sqrt{2\text{ м} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \sin 4^\circ} \approx 0,31 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2-тәсіл: Энергияның сақталу заңынан $E_p = E_k$ немесе $mgh = \frac{mv^2}{2}$. Ал
 $h = \ell(1 - \cos \alpha)$ екендігін ескерсек, онда $g\ell(1 - \cos \alpha) = \frac{v^2}{2} \Rightarrow v_m = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha)}$.
 $v_m = \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2\text{ м} (1 - \cos 4^\circ)} \approx 0,31 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Жауабы: $v_m \approx 0,31 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

6.18. Бір маятниктің тербеліс периоды $T_1 = 3\text{ с}$, ал екіншісінікі $T_2 = 4\text{ с}$. Ұзындығы осы екі маятник ұзындығының қосындысына тең үшінші маятниктің тербеліс периоды қандай болады?

Берілгені: $T_1 = 3\text{ с}; T_2 = 4\text{ с};$
 $\ell = \ell_1 + \ell_2$
 $T = ?$
 Шешуі: Бірінші маятник ұзындығы
 $\ell_1 = \frac{g}{4\pi^2} T_1^2$, ал екіншісінікі $\ell_2 = \frac{g}{4\pi^2} T_2^2$.
 Есеп шарты бойынша үшінші маятник
 ұзындығы $\ell = \ell_1 + \ell_2$ немесе $\ell = \frac{g}{4\pi^2} (T_1^2 + T_2^2)$.

Онда бұл маятниктің тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ немесе $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$.

$T = \sqrt{(3\text{ с})^2 + (4\text{ с})^2} = 5\text{ с}$.

Жауабы: $T = 5\text{ с}$.

6.19. Қисықтық радиусы R айналма жолмен тұрақты жылдамдықта қозғалған поезд вагоны ішіндегі математикалық маятниктің тербеліс периоды, сондай жылдамдықпен бірқалыпты түзу сызықты қозғалған поездікінен n есе кем. Еркін түсу үдеуін g деп алып, поезддің жылдамдығын табыңдар.

Берілгені: $R; n; g$
 $v = ?$
 Шешуі: Айналма жолмен қозғалған поездтегі маятниктің тербеліс периоды T_1 , ал түзу жолмен қозғалғандыкі T_2 болсын. Есеп шарты бойынша

$T_1 = n T_2$, мұндағы $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$, ал $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + \frac{v^4}{R^2}}}$.

Демек, $\frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g^2 + \frac{v^4}{R^2}}}} = n \Rightarrow n^4 g^2 = g^2 + \frac{v^4}{R^2} \Rightarrow g^2(n^4 - 1) = \frac{v^4}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt[4]{(n^4 - 1)g^2 R^2}$.

Жауабы: $v = \sqrt[4]{(n^4 - 1)g^2 R^2}$.

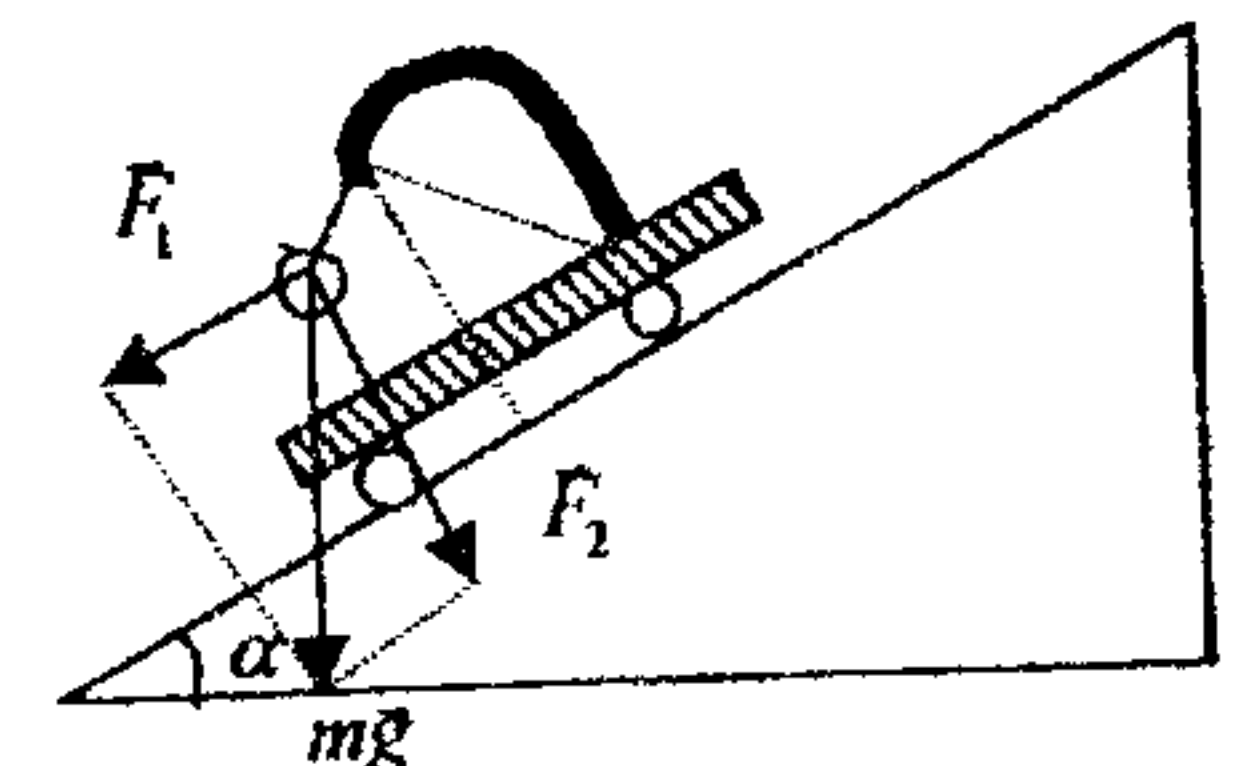
6.20. Көлбеулігі α болатын жазықтықпен сырғанап бара жатқан арбашаға маятник бекітілген (6-сурет). Арбаша қозғалмай тұрған кездегі маятниктің тербеліс периоды T_0 . Арбаша сырғыған кездегі маятниктің тербеліс периоды табыңдар.

Берілгені: $\alpha; T_0$
 $T = ?$
 Шешуі: Арбаша сырғанағанда маятник екі бірдей қозғалысқа қатысады: үдей қозғалған арбашамен бірге ілгерілемелі және арбашаға салыстырғанда тербелмелі қозғалысқа. Арбашаға салыстырғанда маятник тербелісін туғызатын, ауырлық күшінің F_2 -күраушысы; мұнда F_1 -күраушысының оған ешқандай әсері болмайды. Сонда, F_2 күшке сәйкес келетін еркін түсу үдеуінің мәні былай анықталады $g_0 = g \cos \alpha$ (1).

Демек, қозғалыстағы арбашаның тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0}}$. Ал,

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ және (1)-ді ескерсек, онда $T = \frac{T_0}{\cos \alpha}$.

Жауабы: $T = \frac{T_0}{\cos \alpha}$.



6-сурет

6.21. Көкжиек жазықтығымен жасайтын бұрыштары α және β болатын биіктігі h көлбеу жазықтықтарда сырғайтын шариктің тербеліс периодын анықтаңдар (7-сурет).
Үйкелісті және соққы кезіндегі жылдамдық өзгерісін ескермеңдер.

Берілгені: $\alpha; \beta; h$.
Шешуі: Егер шарик h биіктіктен сырғи бастаса, оның

T - ?
көлбеу табанындағы

жылдамдығы (1) $v_0 = \sqrt{2gh}$

болады, одан кейін шарик көлбеу жазықтықпен жоғары қарай (2) $v = v_0 - at$ жылдамдығымен бірқалыпты баяу қозғалады. Сонда оның үдеуі $a = g \sin \beta$ (3).

(2) және (3) ден $v = v_0 - gt \sin \beta$ (4).

$v = 0$ болғанда, шарик тоқтайды. Тоқтау уақыты $t_1 = \frac{v_0}{g \sin \beta}$ (5).

Енді шарик төмен қарай t_1 уақыт бойы бірқалыпты үдей қозғалып көлбеу жазық табанына жетеді, сонда оң жақтағы көлбеу бойымен шариктің толық қозғалу уақыты $T_1 = 2t_1 = \frac{2v_0}{g \sin \beta}$ (6).

Осы сияқты сол жақтағы көлбеу жазықтықта шариктің толық қозғалу уақыты $T_2 = \frac{2v_0}{g \sin \alpha}$ (7).

Осыдан шариктің толық тербеліс периоды $T = T_1 + T_2 = \frac{2v_0}{g} \left(\frac{1}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$.

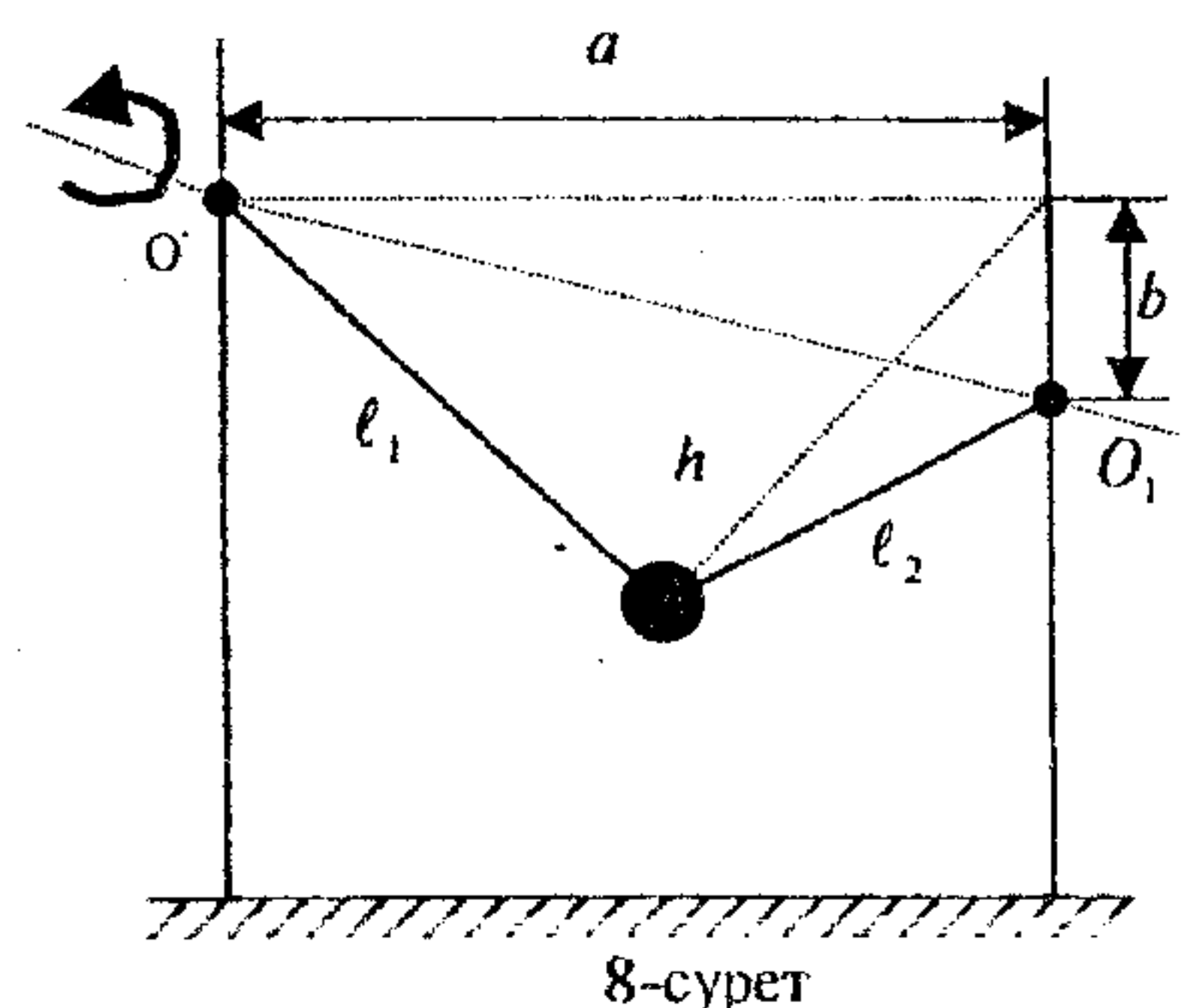
Жауабы: $T = \frac{2v_0}{g} \left(\frac{1}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$.

6.22. Әткеншектің бір жібі екіншісінікінен b шамағы жоғары бекітілген. Әткеншек бағандарының арасы a . Әткеншек жіптерінің ұзындықтары ℓ_1 және ℓ_2 . Бұл шамалар арасында мынадай қатынас бар $\ell_1^2 + \ell_2^2 = a^2 + b^2$ (8-сурет). Осы әткеншектегі азғана тербелістің периодын анықтаңдар.

Берілгені: $b; a; \ell_1; \ell_2; \ell_1^2 + \ell_2^2 = a^2 + b^2$

T - ?

Шешуі: Қосақталған әткеншек OO_1 өсінің



8-сурет

бойымен тербеледі. Бұл жүйе «көлбеу математикалық маятник» болып табылады. Мұнда қозғалтушы күш, ауырлық күшінің перпендикуляр ($mg \sin \alpha$) құраушысы болып табылады. Сонда математикалық маятниктің тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g \sin \alpha}}$. Ал, $h = \frac{\ell_1 \ell_2}{\ell_1^2 + \ell_2^2} = \frac{\ell_1 \ell_2}{a^2 + b^2}$ және

$\sin \alpha = \frac{a}{a^2 + b^2}$ болғандықтан $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1 \ell_2}{ag}}$.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1 \ell_2}{ag}}$.

6.23. Ұзындықтары ℓ жеңіл шыбықтарымен C жүгі, көкжиек бағытымен α бұрып жасай орналасқан топсалы AB білеушеге бекітілген (9-сурет). $\angle BAC = \angle ABC = \beta$ болса, үйкелісті ескермей жүктің тербеліс периодын табыңдар.

Берілгені: $\ell; \alpha; \beta$.
Шешуі: Қалыпты жағдайда маятниктің тербеліс периоды

$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0}{g_0}}$

формуласымен анықталады.

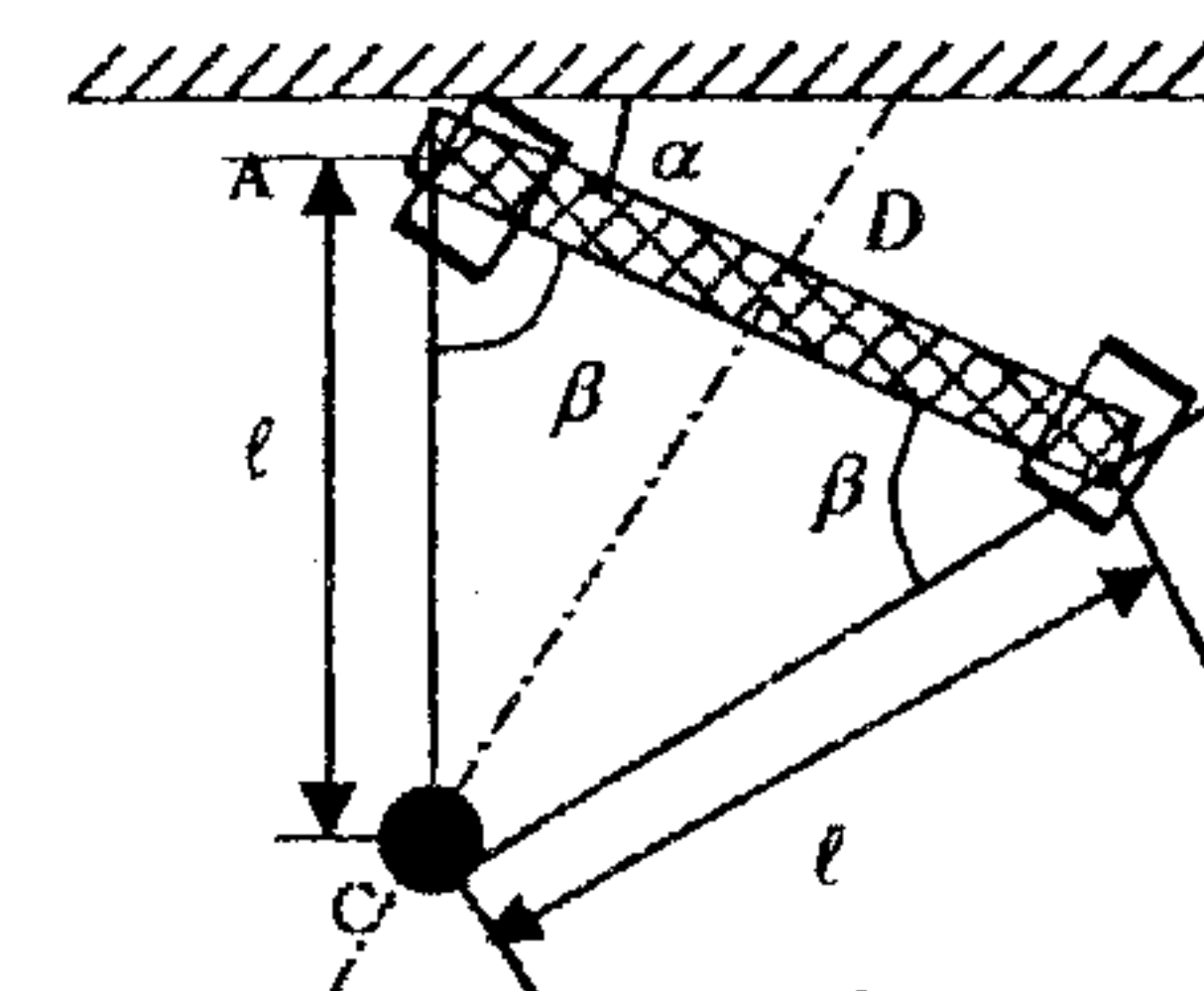
Мұндағы, g_0 - қалыпты жағдайдағы

еркін түсу үдеуі; $\ell_0 = CD$.

Есеп шартына сәйкес ℓ және g мәндерін табуымыз керек. Сонда сурет

бойынша $g_0 = g \cos \alpha$ және $\ell_0 = \ell \sin \beta$, демек $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \sin \beta}{g \cos \alpha}}$.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \sin \beta}{g \cos \alpha}}$.

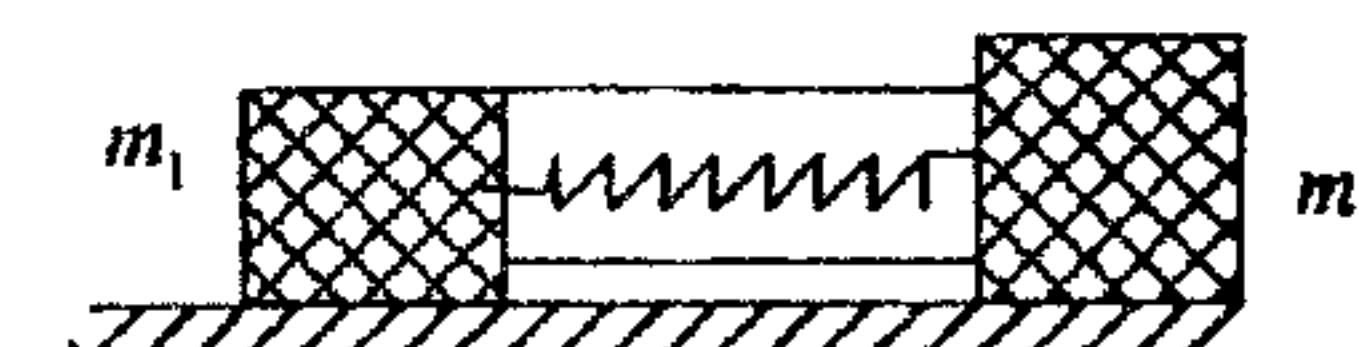


9-сурет

6.24. Массалары m_1 және m_2 екі білеуше бір-бірімен қаттылығы k серіппемен жалғанып, екі жіп арқылы 10-суреттегідей байланған. Жіпті үзіп жібергеннен кейінгі білеушелердің тербеліс периодын анықтаңдар.

Берілгені: $m_1; m_2; k$.
Шешуі: Серіппенің деформацияланбаған кезіндегі ұзындығы ℓ болсын. Сонда

білеушелердің ортақ масса центрлерінің арақашықтығы мына қатынаспен анықталады (1) $m_1 \ell_1 = m_2 \ell_2$,
мұндағы $\ell_1 + \ell_2 = \ell$.



10-сурет

Серіппе сығылғанда бірінші білеушенің ығысуын x деп, ал екіншісінікіні y деп белгілейік, онда (1) мына түрде жазылады (2) $m_1(\ell_1 - x) = m_2(\ell_2 - y)$ немесе $m_1x = m_2y$.

Сонда серіппенің толық сығылуы $x + y = \frac{x(m_1 + m_2)}{m_2}$. Бұл жағдайда серіппе тарапынан бірінші білеушеге әсер ететін күш $F = k_1x_1$, мұндағы $k_1 = k \frac{m_1 + m_2}{m_2}$. Сонда бірінші білеуше F күші әсерінен тербеліс жасайды және оның тербеліс периоды былай анықталады. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$. Екі жүйе өзара байланысқан жүйе болғандықтан екінші білеушенің периоды да (3) өрнегімен анықталады, яғни $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$.

$$\text{Жауабы: } T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}.$$

6.25. 11-суретте массасы m жүктен, қаттылығы k серіппеден және M массалы шығырдан тұратын механикалық жүйе кескінделген. Шығырдан асыра тасталған жіптің бір ұшына серіппе байланып, екінші ұшына жүк ілінген. Шығырды жүк қабырғалы цилиндр пішінді деп есептеп жүктің тербеліс периодың табындар.

Берілгені: $m; k; M$.
Шешуі: ℓ ұзындыққа созылған серіппенің тепе-теңдік шарты
 $T - ?$ (1) $k\ell = mg$. Енді

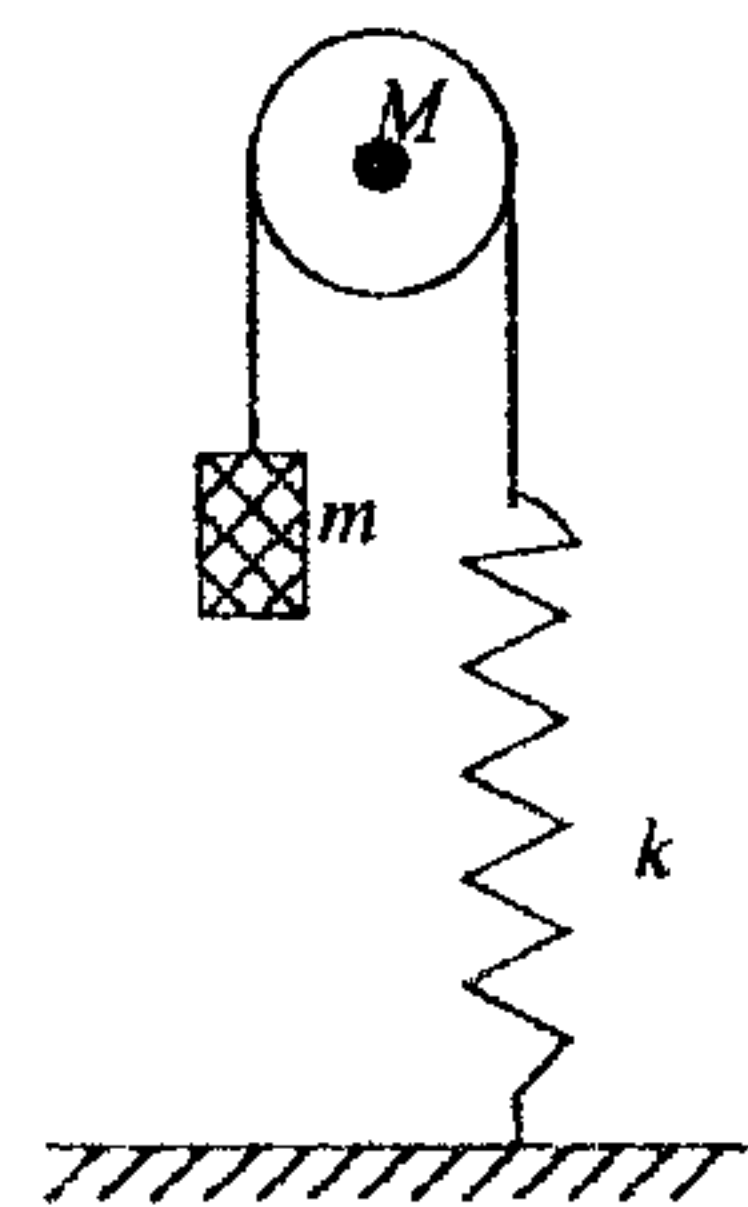
серіппенің ұзындығы x_0 -шамасына артсын, онда жүк тепе-теңдік қалшының маңында $|x_0|$ амплитудамен тербеле бастайды. Энергияның сақталу заңынан

$$\frac{k(x_0 + \ell)^2}{2} - mgx_0 = \frac{(m + M)v^2}{2} + \frac{k(x + \ell)^2}{2} - mgx \quad (2).$$

$$(1)\text{-ді ескерсек, онда (2)-ден } v = \sqrt{\frac{k(x_0^2 - x^2)}{m + M}}.$$

$$\text{Демек, ізделінді жүктің тербеліс периоды } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

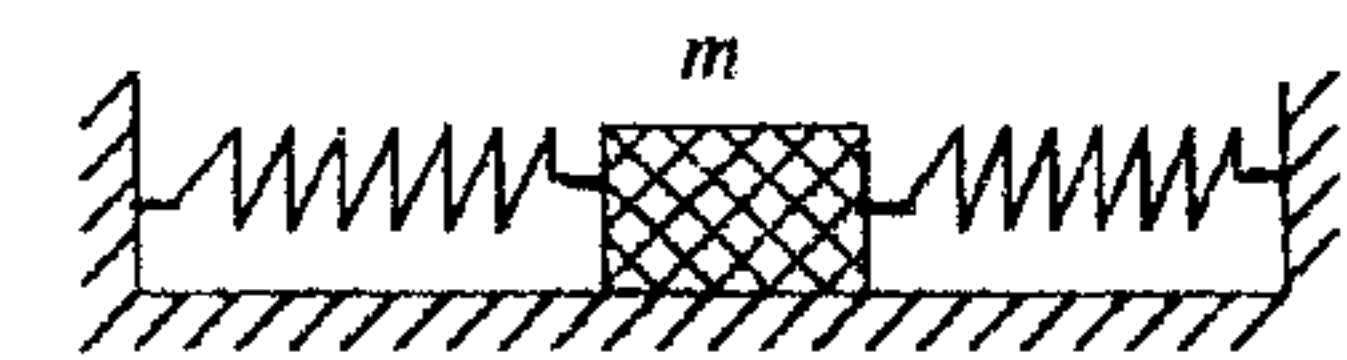


11-сурет

6.26. Массасы 1 кг жүк, қаттылығы $2500 \frac{\text{H}}{\text{м}}$ серіппеге ілінген (12-сурет).

Егер оған $2 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ бастапқы жылдамдық берілсе, жүк тербелісінің амплитудасы қандай болады? Жазық беті өте жылтыр деп есептеңдер.

Берілгені:
 $m = 1 \text{ кг}; k = 2500 \frac{\text{H}}{\text{м}};$
 $v_0 = 2 \frac{\text{М}}{\text{с}};$
 $A = ?$



12-сурет

Шешуі: Жүк тепе-теңдік қалшынан ең алыс болғанда оның потенциалдық энергиясы $E_p = \frac{kA^2}{2}$, ал жүктің бастапқы кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv_0^2}{2}$.

Энергияның сақталу заңынан $E_p = E_k$ немесе $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow A = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}$.

$$A = 2 \frac{\text{М}}{\text{с}} \sqrt{\frac{1 \text{ кг}}{2500 \frac{\text{H}}{\text{м}}}} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } A = 4 \text{ см}.$$

6.27. Математикалық маятниктің тербеліс периоды тепе-теңдік күйден ауытқу бұрышының артуына байланысты өзгертіндігін дәлелдендер.

Жауабы: Біз көп жағдайда математикалық маятниктің тербеліс периоды $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ формуласымен анықталады дейміз, ал шын мәнінде бұл

формула амплитудасы азғана тербелістер үшін дұрыс болады. Өйткені азғана тербелістерде маятникті тепе-теңдік қалыпқа бағыттаушы күштің шамасы ауытқу бұрышы α -ға емес, $\sin \alpha$ -ға пропорционал болады. Ал тербеліс амплитудасы артқанда, сінді бағыттаушы күштің шамасы α -ға пропорционал болады. $\sin \alpha < \alpha$ болғандықтан маятниктің T -шын тербеліс периоды T_0 -ден артық болады, яғни $T > T_0$ немесе $T > 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

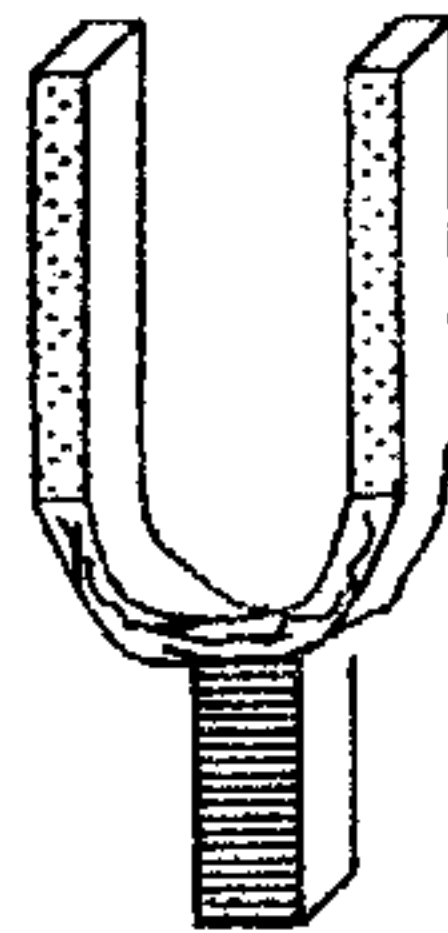
6.28. Тербеліп тұрған эткеншек тақтасының үстіне ауыр жүк қойсақ, оның тербеліс периоды өзгере ме?

Жауабы: Эткеншекті математикалық маятник деп қарастырсақ, онда оның тербеліс периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ формуласымен анықтауға болады. Ал

бұл қатынаста эткеншек периодының оның массасына тәуелді еместігі көрінеді, демек эткеншек тақтасына жүк қойғанда оның периоды өзгермейді.

6.29. Неге резонанс кезінде тербелістегі жүйенің энергиясы артады?

Жауабы: Резонанс кезінде күштің бағыты орын ауыстыру бағытымен бағытталса келеді де мәжбүр етуші күштің жұмысы оң болады, нәтижеде тербелістегі жүйенің энергиясы артады.



13-сурет

6.30. Неге камертонның екі аяқшасы болады? (13-сурет). Егер камертонның бір аяғын кесіп тастасақ не болар еді?

Жауабы: Камертонның екі аяқшасы болғанда оның ұстағышын бекітпесе де, ол тербеліс (дыбыс) шығара алады. Ал, бір аяқшасын кесіп тастасақ, онда камертон тербеліс (дыбыс) шығару үшін оның ұстағышын қатаң бекітіп қою керек, өйткені екі аяқшасы бар камертонның аяқшалары қарама-қарсы фазада тербеледі де, оның масса центрі өзгермейді, нәтижеде тербеліс жасалуы үшін сыртқы әсердің қажеті болмай қалады. Бір аяқшасы кесілген камертон тербеліс кезінде, оның масса центрі үнемі өзгерісте болады, сондықтан сыртқы күшті туғызу үшін оны ұстағышқа қатаң бекітіп қою керек.

6.31. Математикалық маятникті суға батырсақ, оның тербеліс периоды өзгере ме? Маятникке ең оңай аққыш пішін берілген, сондықтан судың кедергі күшін ескермеуге болады.

Жауабы: Архимед күшінің әсерінен дененің салмағы азаяды, сондықтан g шамасының кемуіне байланысты маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

артады.

6.32. Қазандық мұржасынан түгін бұдақтап шығады. Неге олай?

Жауабы: Мұржа үстінен соққан жел оның ішіндегі ауа бағанын тербеліске келтіреді. Төмен және жоғары бағыттағы тербеліс, лықсыған ауа мұржасынан шыққанда онымен ілесе түгінде қозғалады. Содан түгін бұдақтап шығады.

6.33. Атылған оқ неге «ысқырып» ұшады?

Жауабы: Ұшқан оқ ауаны тіліп өткенде оны тербелтеді, осыдан дыбыс (ысқырық) естіледі.

6.34. Айдағы қопарылыс дыбыссыз болады деген дұрыс па? Түсіндіріңдер.

Жауабы: Айдағы қопарылысты ауа арқылы естіе алмаймыз, өйткені Айда ауа жоқ. Айдағы қопарылысты есіту үшін Ай бетіне құлақты тосу керек. Сонда, Ай қыртысы арқылы таралған дыбысты есітуге болады.

(*) 6.35. Тербелмелі сағат Жер бетінде дәл жүріп тұр. Осы сағат қай жағдайда сәткесіне көбірек кейін қалады? 200 м биіктікке көтерсек пе? Олде 200 м тереңдікке төмен түсірсек пе?

Берілгені:

$$h_x = 200 \text{ м}; h_m = 200 \text{ м}$$

$$\Delta t_x - ? \quad \Delta t_m - ?$$

Шешуі: 1) Жер бетіндегі сағат маятнігінің

$$\text{тербеліс периоды (1) } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ . Енді}$$

маятникті h_x биіктікке жоғары көтерсек,

$$\text{оның периоды (2) } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_1}} \text{ болады.}$$

$$\text{Мұндағы } g_1 \text{ } h_x \text{ биіктіктегі еркін түсу үдеуі. (1) және (2)-ден } \frac{T_0}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g}} \text{ (3).}$$

$$\text{Ал, бүкіл әлемдік тартылыс заңынан } \sqrt{\frac{g_1}{g}} = \frac{R}{R+h_x} \text{ . Демек, } \frac{T_0}{T_1} = \frac{R}{R+h_x} \text{ (4).}$$

$$\text{Екінші жағынан } \Delta t_x = t_x - t_0 = N_1(T_1 - T_0) \text{ (5), мұндағы } N_1 \text{ - бір сәткедегі тербеліс саны, сонда } N_1 = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{T_1} = \frac{k}{T_1} \text{ (6).}$$

$$\text{(5) және (6)-дан } \Delta t_x = \frac{k}{T_1}(T_1 - T_0) = k \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \text{ (7). (4)-ті ескерсек}$$

$$\text{(8) } \Delta t_x = \frac{kh}{R+h} \approx k \frac{h}{R}, \text{ себебі } R \gg h.$$

$$\text{2). Енді сағатты 200 м тереңдікке түсірсек } \frac{g_2}{g} = \frac{R-h}{R}, \text{ өйткені: Жер бетінде}$$

$$g = \gamma \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 \rho \cdot \frac{1}{R^2} \text{ ал } h \text{ тереңдікте } g_2 = \gamma \cdot \frac{4\pi}{3} (R-h)^3 \rho \cdot \frac{1}{(R-h)^2} \text{ . Осылардан}$$

$$\frac{T_0}{T_2} \sqrt{\frac{g_2}{g}} = \sqrt{\frac{R-h}{R}} \approx 1 - \frac{h}{2R} \text{ немесе } \frac{g_2}{g} = \frac{R-h}{R} \text{ . Сонда (7)-ден}$$

$$\Delta t_m = k \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \approx k \left(1 - 1 + \frac{h}{2R}\right) \approx \frac{kh}{2R} \text{ себебі } R \gg h. \text{ Сонымен } \Delta t_m \approx \frac{kh}{2R}.$$

$$\Delta t_x = \frac{8,64 \cdot 10^4 \text{ с} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ м}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx 2,7 \text{ с} . \Delta t_m = \frac{8,64 \cdot 10^4 \text{ с} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ м}}{2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx 1,35 \text{ с}$$

$$\text{Жауабы: } \Delta t_x \approx 2,7 \text{ с}; \Delta t_m \approx 1,35 \text{ с}.$$

(*) 6.36. Математикалық маятниктің тербеліс периодының табындар (14-сурет). Массалары m_1 және m_2 шарлар бекітілген шыбықшалардың салмағын ескермеден.

Берілгені:

$$m_1; m_2; \ell_1; \ell_2; \beta$$

$$T - ?$$

Шешуі:

Шыбықша тепе-теңдік қалпынан α бұрышына ауытқытылсын. Сонда шыбықша β бұрышына жеткенде оның бұрыштық жылдамдығы

$$(1) \omega_1 = \sqrt{\frac{2g(m_1\ell_1 + m_2\ell_2)}{m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2}} (\cos\beta - \cos\alpha)$$

формуласымен анықталады. Бұл энергияның сақталу заңына негізделіп қорытылады. Ал, осы α және β ауытқу бұрыштары үшін, ұзындығы ℓ математикалық маятниктің бұрыштық жылдамдығы

$$(2) \omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{\ell}} (\cos\beta - \cos\alpha).$$

Егер, $\omega_1 = \omega_2$ теңдігі орындалатындай шыбықшаның ℓ ұзындығын таңдап

$$\text{алсақ, онда (1) және (2)-ден } \ell = \frac{m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2}{m_1\ell_1 + m_2\ell_2} \quad (3).$$

Шыбықшадағы екі маятниктердің тербеліс периодтары бірдей және ол

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{формуласымен анықталады, сондықтан (3)-ді ескерсек}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2}{m_1\ell_1 + m_2\ell_2} \cdot \frac{1}{g}}$$

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2}{m_1\ell_1 + m_2\ell_2} \cdot \frac{1}{g}}$$

(*) 6.37. Қатаңдығы $k = 18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ серіппенің бір ұшын қозғалмайтындай бекітіп, ал екінші ұшына массасы $m = 400 \text{ г}$ шар ілінген ұзындығы $\ell = 50 \text{ см}$ математикалық маятник байланды. Маятник $\alpha = 4^\circ$ бұрышқа ауытқытып тербелткенде ол $A = 10 \text{ см}$ қашықтыққа ығысты және тепе-теңдік қалыптан өткенде жылдамдығы $v = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болды. Жүйенің тербеліс жиілігін, периодын және ең үлкен кинетикалық энергиясы мен потенциалдық энергиясын анықтаңдар.

Берілгені:

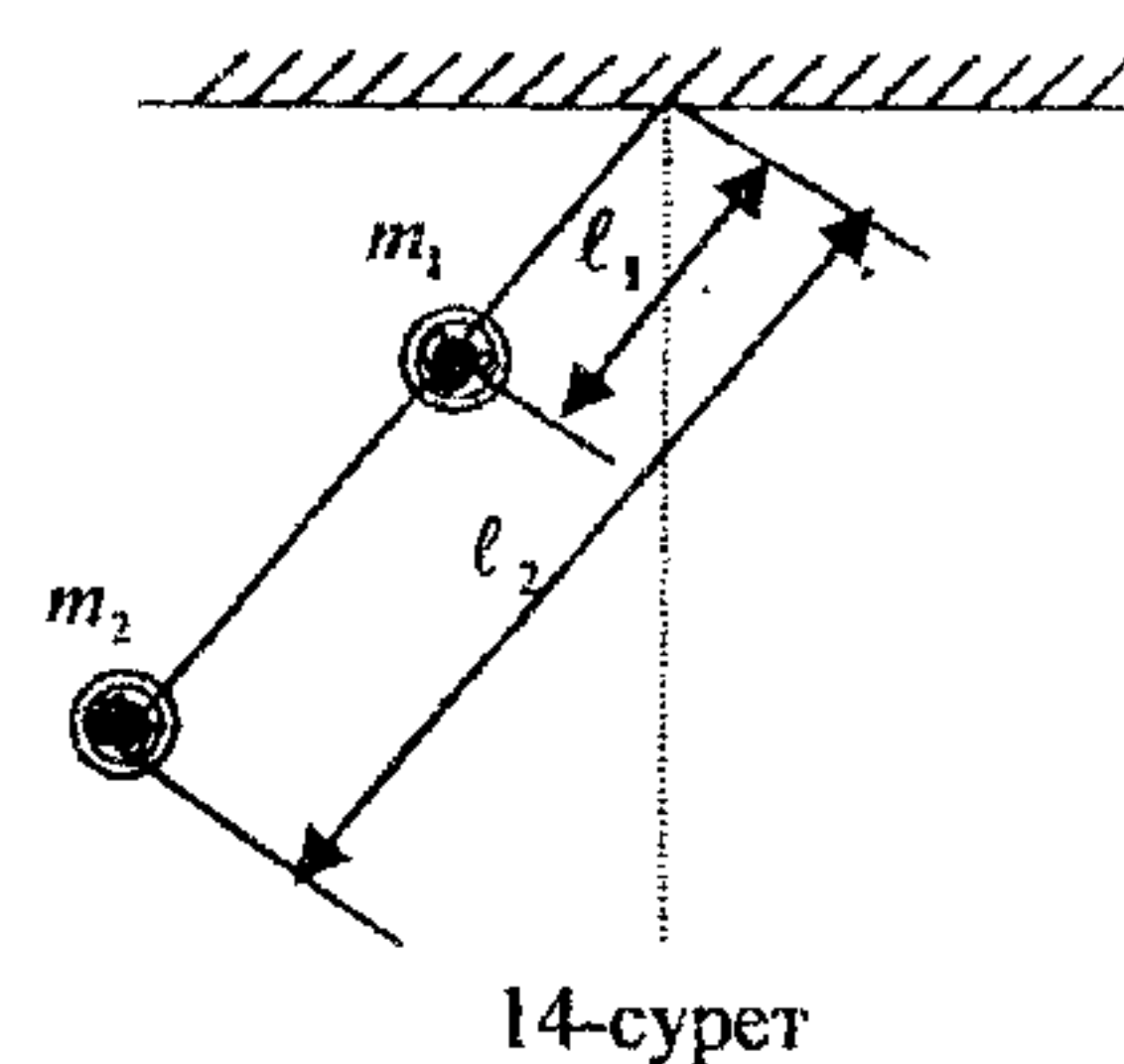
$$k = 18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; m = 400 \text{ г};$$

$$\ell = 50 \text{ см}; \alpha = 4^\circ;$$

$$A = 10 \text{ см}; v = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\omega - ?; T - ?; E_k - ?; E_p - ?$$

онда оның жиілігі $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ формуласымен анықталады. Біздің есебімізде



жүйе өзара тізбектей қосылған математикалық және серіппелі маятниктер болып табылады. Сондықтан, әуелі жүйеге әсер ететін теңәсерлі күшті анықтап алайық. Есепті талдай отырып шарикке екі күш: $F_1 = -kx$ және $F_2 = -mg \frac{x}{\ell}$ қайтарушы күштер әсер етеді. Осы екі күштің теңәсерлі күші шарикке a үдеу береді. Ньютонның екінші заңынан $ma = -kx - mg \frac{x}{\ell}$ немесе $x'' + \left(\frac{k}{m} + \frac{g}{\ell}\right)x = 0$ (1).

(1)-де гармониялық тербелістің қозғалыс теңдеуімен салыстырсақ $x'' + \omega^2 x = 0$, сонда $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{g}{\ell}}$ (2).

$$\text{Ал, тербеліс периоды } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} + \frac{g}{\ell}\right)}} \quad (3).$$

$$\text{Жүйенің кинетикалық энергиясы } E_k = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi).$$

$$\text{Жүйенің потенциалдық энергиясы } E_p = \frac{kA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi).$$

$$E_k \text{ және } E_p \text{ шамаларының ең үлкен мәндері } E_k = \frac{mA^2\omega^2}{2} \text{ және } E_p = \frac{kA^2\omega^2}{2}$$

$$\text{немесе } E_k = \frac{m}{2} A^2 \left(\frac{k}{m} + \frac{g}{\ell}\right) \text{ және } E_p = \frac{k}{2} A^2 \left(\frac{k}{m} + \frac{g}{\ell}\right).$$

$$\omega = \sqrt{\frac{18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{0,4 \text{ кг}} + \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,5 \text{ м}}} \approx 8,1 \frac{1}{\text{с}}; T = \frac{2 \cdot 3,14}{8,1 \frac{1}{\text{с}}} \approx 0,77 \text{ с}.$$

$$E_k = \frac{0,4 \text{ кг}}{2} (0,1 \text{ м})^2 \left(\frac{18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{0,4 \text{ кг}} + \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,5 \text{ м}}\right) \approx 0,13 \text{ Дж}.$$

$$E_p = \frac{18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{2} (0,1 \text{ м})^2 \left(\frac{18,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{0,4 \text{ кг}} + \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,5 \text{ м}}\right) \approx 6,1 \text{ Дж}.$$

$$\text{Жауабы: } \omega \approx 8,1 \frac{1}{\text{с}}; T \approx 0,77 \text{ с}; E_k \approx 0,13 \text{ Дж}; E_p \approx 6,1 \text{ Дж}.$$

(*) 6.38. Массасы m дене радиусы R , көкжиекпен α бұрыш жасайтын, ұзындығы ℓ цилиндр науаның бойымен үйкеліссіз сырғанап келеді (15-сурет). Егер дененің қозғалысы цилиндрдің жоғарғы шетінің ең төменгі A нүктесіне жақын жерден басталса, ол AB сызығын неше рет қиып өтеді?

Берілгені: $m; R; \alpha; \ell$.
 n -?

Шешуі: Дене қозғалысын екі қозғалыстың қосындысы түрінде қарастыруға болады.

Олар: 1) науаша жасаушасының бойымен болатын қозғалыс. Оның теңдеуі, үйкелісті ескермегенде, $ma = mg \sin \alpha$ (16-сурет). Осыдан $a = g \sin \alpha$. Сонда дене B нүктесіне жеткенге дейін

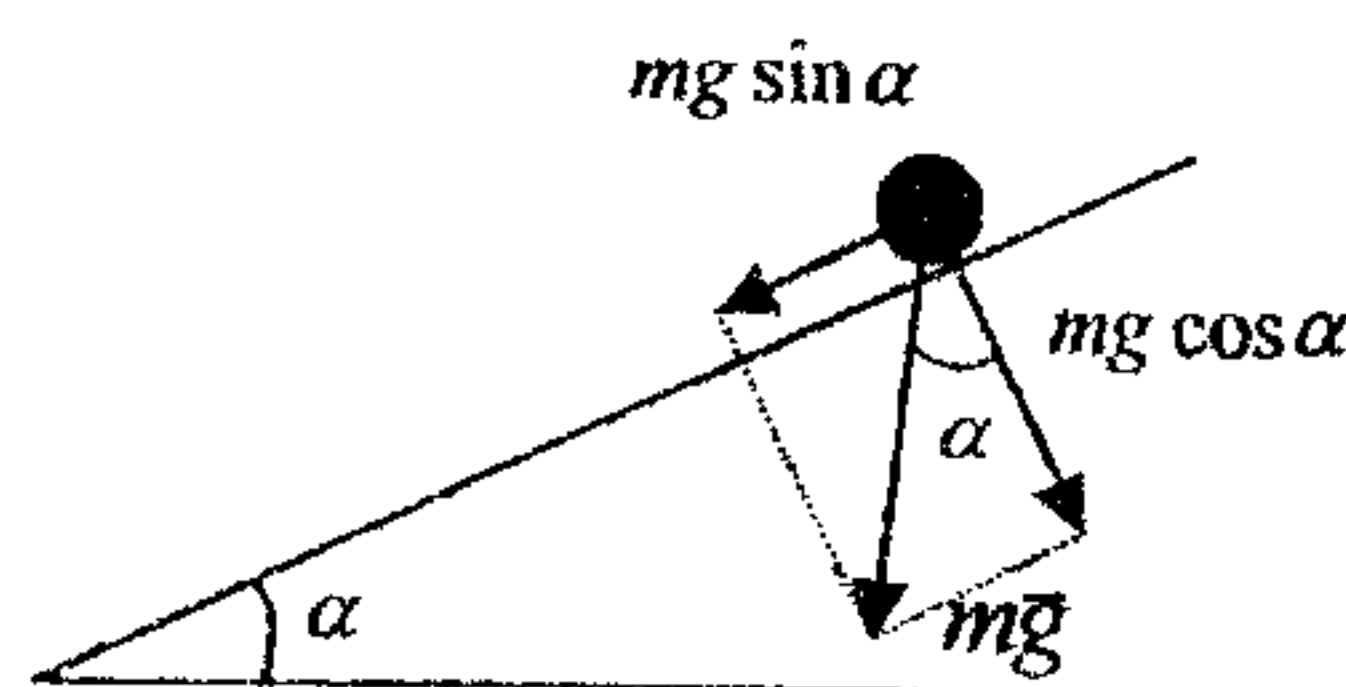
$$(1) t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} \text{ немесе } t = \sqrt{\frac{2\ell}{g \sin \alpha}} \text{ уақыт кетеді.}$$

2) $mg \cos \alpha$ - күшінің әсерінен болатын қозғалыс. Бұл қозғалыс ұзындығы R (цилиндр радиусы) математикалық маятниктің қозғалысына ұқсас болады, сонда бұл қозғалыстың периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \cos \alpha}}$.

Тербелістің әр-бір периодында дене AB сызығын екі рет қиып өтеді, сонда ол AB сызығын барлығы $n = \frac{2t}{T}$ рет кесіп өтеді.

$$\text{Демек, } n = 2 \cdot \frac{\sqrt{\frac{2\ell}{g \sin \alpha}}}{2\pi \sqrt{\frac{R}{g \cos \alpha}}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\ell \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{R}}.$$

$$\text{Жауабы: } n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\ell \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{R}}.$$



16-сурет

(*) 6.39. Кернеулігі $E = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ біртекті электр өрісінде орналасқан полярлық молекуланың тербеліс периоды анықтандар. Полярлық молекула ұптарында массасы $m (m = 10^{-24} \text{ г})$ материалдық нүктесі бар ұзындығы $\ell = 10^{-8} \text{ см}$ қатаң гантел болып табылады. Нүкте зарядтары $+q$ және $-q$. Мұндағы, $|q| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ деп алуға болады.

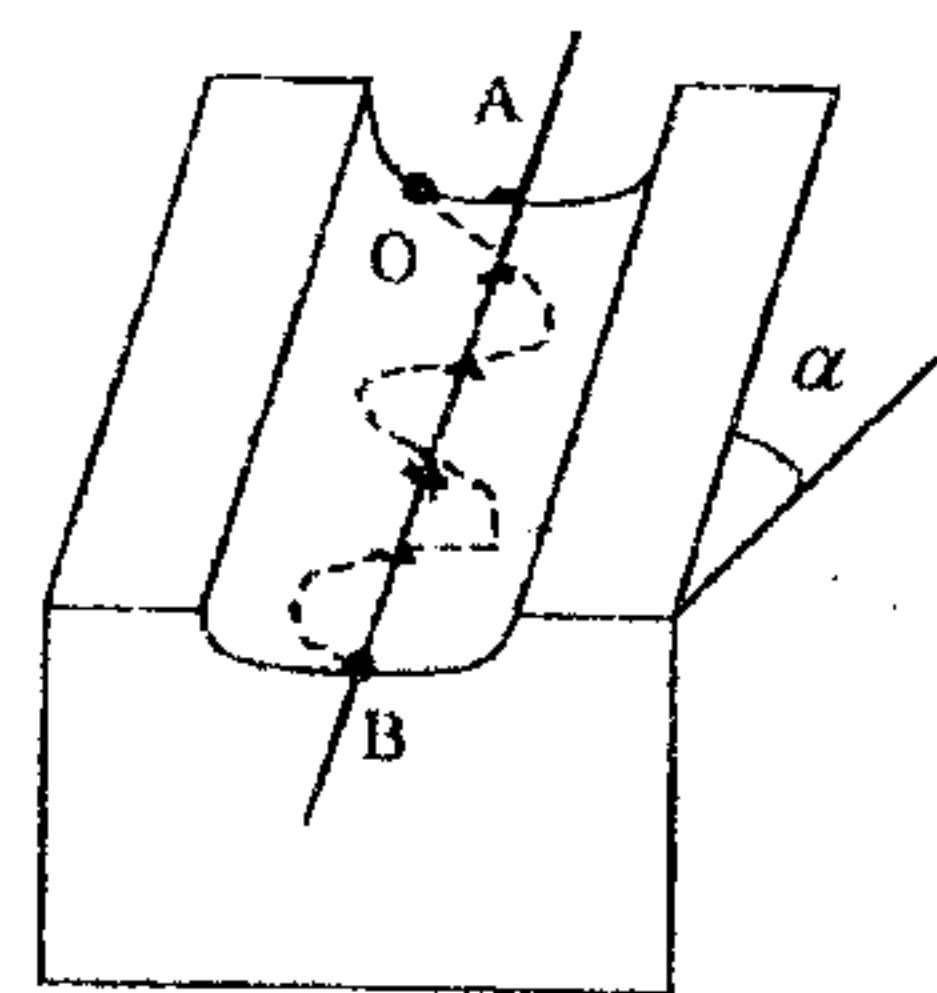
Берілгені:
 $E = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}; \ell = 10^{-8} \text{ см}.$
 $m = 10^{-24} \text{ г}; |q| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Шешуі: $10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м};$
 $10^{-24} \text{ г} = 10^{-27} \text{ кг}.$

Орнықты тепе-теңдік кезінде молекула өрісті бойлай орналасады (17-сурет).

T -?

Егер гантельді тепе-теңдік қалыптан шығарсақ, электр өрісі тарапынан оны O центрінен айналдыратындай қос күш моменті пайда болады. Бұл моментті F және $-F$ электр күштері туғызады. Егер зарядтың әрқайсысын жеке қарастырсақ, математикалық маятникте ауырлық



15-сурет

күшінің қандай әсері болса, онда электр күштерінің сондай әсері болады. Сондықтан зарядтар, ұзындығы $\frac{\ell}{2}$ маятник сияқты тербеліс жасайды. Ал оның тербеліс периоды былай

$$\text{анықталады. } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2a}}.$$

Мұндағы, a - әрбір зарядқа электр өрісі беретін үдеуі.

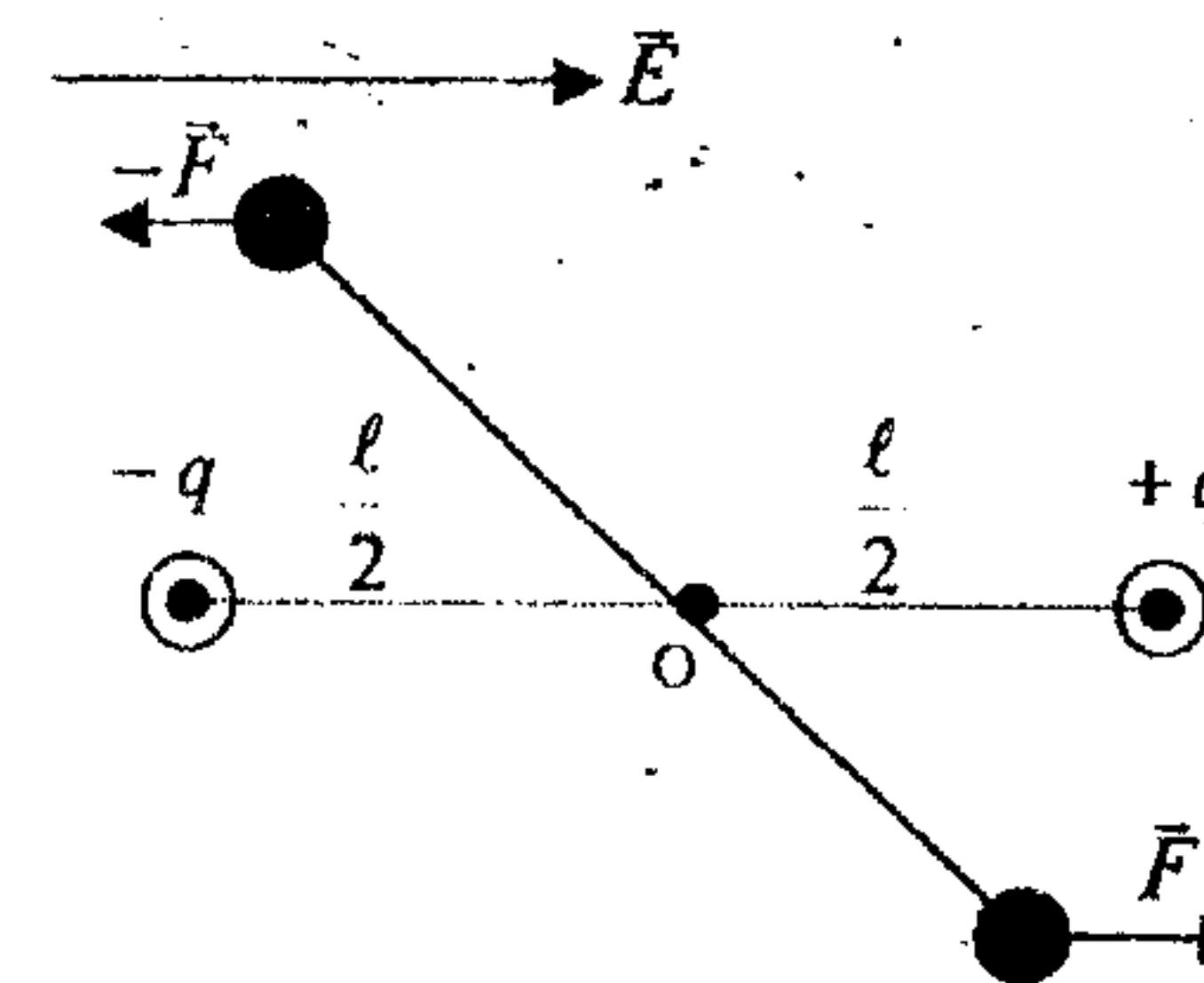
Демек, $a = \frac{F}{m}$, ал $F = qE$ екендігін

ескерсек онда, $a = \frac{qE}{m}$ (2).

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell m}{2qE}}.$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{10^{-10} \text{ м} \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}}} \approx 2 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

Жауабы: $T \approx 2 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$



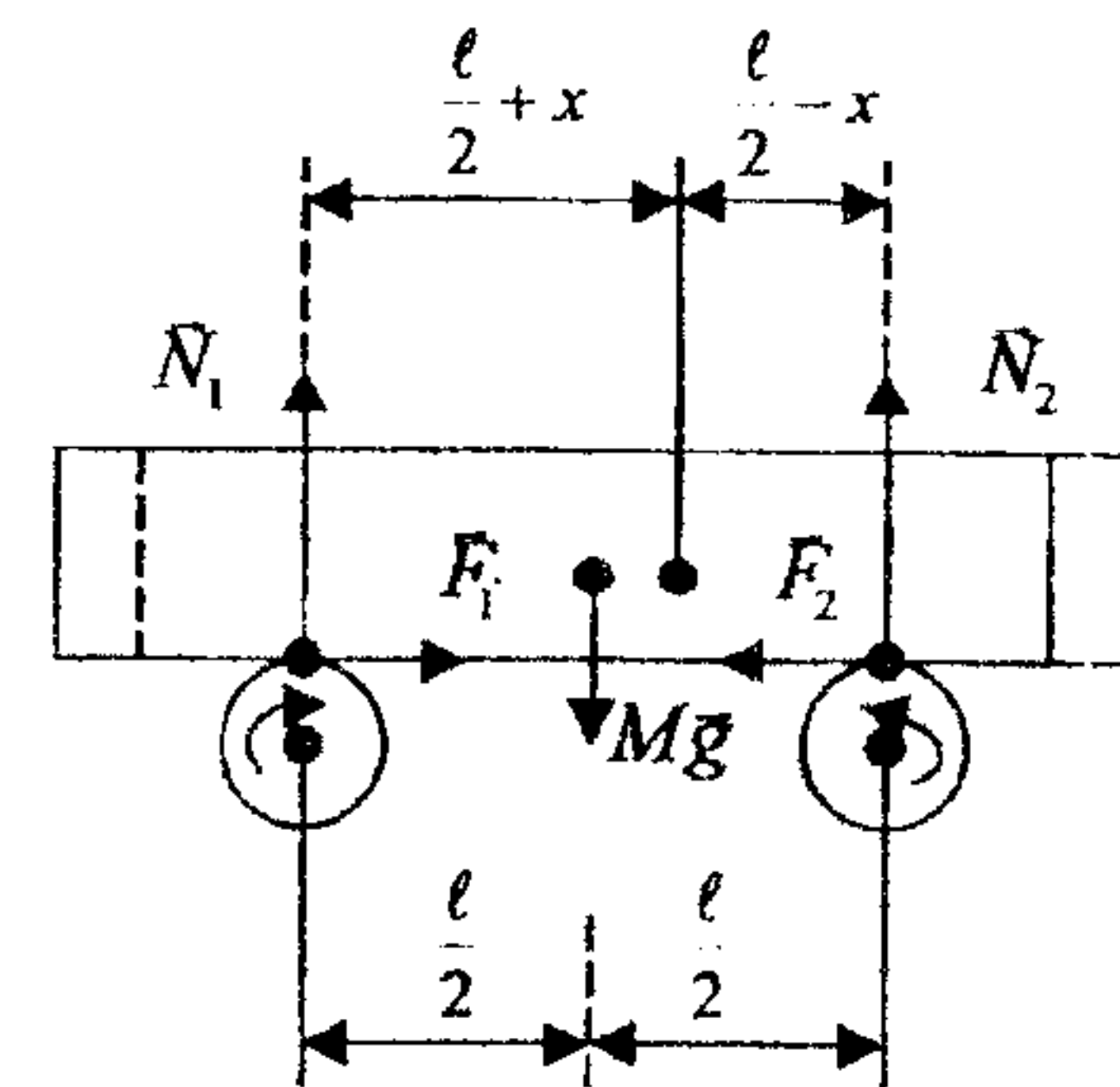
17-сурет

(*) 6.40. Массасы M тақтай көкжиек жазықтығында айналатын екі цилиндр үстінде жатыр (18-сурет). Цилиндр өстерінің арақашықтығы ℓ . Тақтай мен цилиндр арасындағы үйкеліс коэффициенті μ . Цилиндрлер қарама-қарсы айналған кезде, тақтайды көкжиек бағытында тепе-теңдік қалпынан сәл ығыстырсақ, оның гармониялық тербеліс жасайтындығын дәлелдендер. Тербеліс периодын табындар.

Берілгені: $M; \ell; \mu$.
 T -?

Шешуі: Көкжиек бағытында тақтайға, айналатын цилиндрлер тарапынан құрғақ үйкеліс күші әсер етеді. Бұл күштердің бағыты біріне-бірі қарама-қарсы және қысым күшіне пропорционал болады. Тақтай тепе-теңдікте болғанда үйкеліс күштерінің модульдері өзара тең, демек қысым күштерінде біріне-бірі тең. Ендеше тақтай тепе-теңдікте болғанда оның ауырлық центрі цилиндр центрлерінен бірдей қашықтықта жатады.

Енді тақтайды $x < \frac{\ell}{2}$ қашықтыққа ығыстырсақ, мысалы оңға қарай (18-суретте көрсетілген). Онда N_1 және N_2 қысым күштері біріне - бірі тең



18-сурет

болмайды, демек бұл күштер теңгерілмейді. Демек F_1 және F_2 құрғақ үйкеліс күштерінің теңәсерлі күші тақтайға көкжиек бағытында үдеу береді. Сонда тақтайдың тік бағытында тепе-теңдікте болу шартынан

$$N_1 + N_2 = Mg \text{ және } N_2 \left(\frac{\ell}{2} - x \right) = N_1 \left(\frac{\ell}{2} + x \right).$$

$$\text{Бұл теңдеулерден } N_1 = Mg \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{\ell} \right) \text{ және } N_2 = Mg \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{\ell} \right).$$

Сонда F_1 және F_2 күштерінің теңәсерлі күші

$$F = F_1 - F_2 = \mu(N_1 - N_2) = -\frac{2\mu Mg}{\ell} x, \text{ демек } F = -\frac{2\mu Mg}{\ell} x \quad (1).$$

(1)-ден F -күшінің, тақтайдың ығысуы x -ке пропорционал және ығысуға қарсы бағытталғандығы көрінеді, демек тақтай осы күштің әсерінен гармониялық тербеліс жасайды. Тербелістің периоды табу үшін, тақтай қозғалысының теңдеуін жазамыз, сонда x өсі бойындағы проекциясы

$$Ma = -\frac{2\mu Mg}{\ell} x \Rightarrow a = -\frac{2\mu g}{\ell} x \quad (2).$$

(2)-ден $\omega_0^2 = \frac{2\mu g}{\ell}$ екендігі шығады. Сонда тербеліс периоды

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2\mu g}}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2\mu g}}.$$

(*) 6.41. Массасы m қақпақ, газы бар ыдысты теңдей екі бөлікке бөледі. Енді қақпақты азғана x қашықтыққа ығыстырып қайта жібереді (19-сурет). Процесті изотермиялық деп есептеп қақпақ тербелісінің жиілігін анықтаңдар.

Берілгені: $m; d; p; V$. Шешуі: Изотермиялық процесте газ көлемінің өзгерісі Бойль-Мариотт заңымен

анықталады. Сонда

$$p_1(d-x)S = p_2(d+x)S = pSd \quad (1)$$

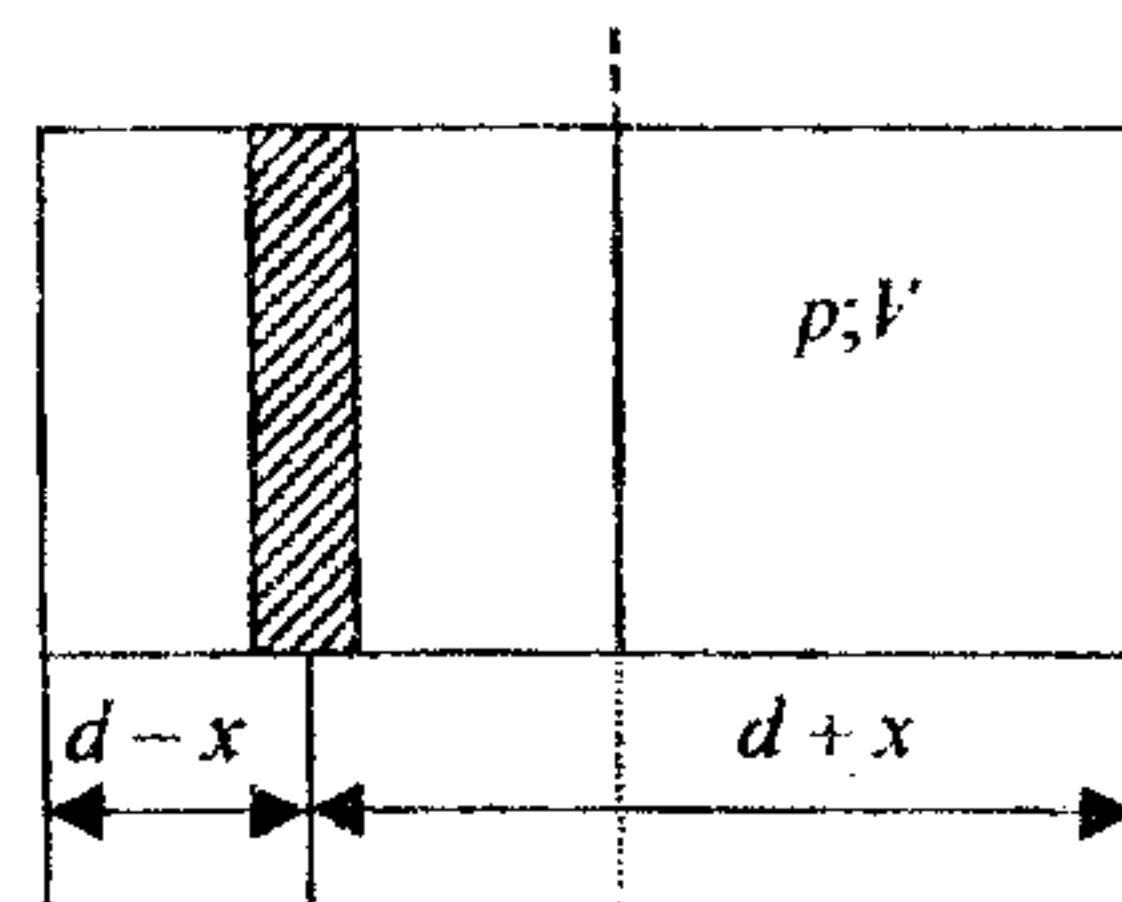
Мұндағы, p_1 және p_2 қақпақ жылдамдығына кейінгі газ қысымдары.

$$(1)\text{-ден } p_1 = \frac{pd}{d-x} \text{ және } p_2 = \frac{pd}{d+x}.$$

Ал, қақпаққа әсер етуші күш (солдан оңға қарай, 19-суретте).

$$F = (p_1 - p_2)S = \frac{2pxSd}{d^2 - x^2} \quad (2).$$

(2) өрнегімен анықталатын F сипаты Гук заңына бағынбайды, демек тербеліс гармониялық емес. Егерде $x \ll d$ деп алсақ, онда (2)-ін



19-сурет

бөліміндегі $d^2 - x^2 \approx d^2$ (себебі $x^2 \ll d^2$) сонда $F \approx \frac{2pVx}{d^2}$ (3).

(1) күшінің әсерінен қақпақ гармониялық тербеліс жасайды, онда бұл тербелістің периоды $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, мұндағы $k = \frac{2pV}{d^2}$.

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{md^2}{2pV}}.$$

(*) 6.42. Ұзындығы ℓ цилиндрлік білеуше екі сұйықтың шегарасында тігінен тұр және де шегара оны теңдей екі бөлікке бөледі (20-сурет). Үйкелісті ескермей, білеушенің тік бағыттағы әлсіз тербелісінің периоды табыңдар.

Берілгені: $\rho_1; \rho_2; \ell$. Шешуі: Есепті шығару үшін білеушеге әсер ететін қайтарушы күшінің шамасын анықтау керек.

Бұл күш сұйық ішінде кері итеруші күшке байланысты болады, расында да

$$\Delta F_{ki} = \Delta F_2 + \Delta F_1, \text{ мұндағы } \Delta F_{ki} \text{ - кері}$$

итеруші күштің өзгерісі, ΔF_1 - төменгі

сұйық тарапынан болатын жоғары бағытталған Архимед күшінің өспелі

шамасы, ΔF_2 - жоғарғы сұйық

тарапынан болатын төмен

бағытталған Архимед күшінің

кемімелі шамасы. Сонда OX өсінің бағытын ескерсек,

$$\Delta F_{ki} = -\rho_1 g \Delta x + \rho_2 g \Delta x = -gS(\rho_1 - \rho_2)x.$$

Демек, $\Delta F_{ki} = -kx$, мұндағы $k = gS(\rho_1 - \rho_2)$. Онда пайда болған тербелістің

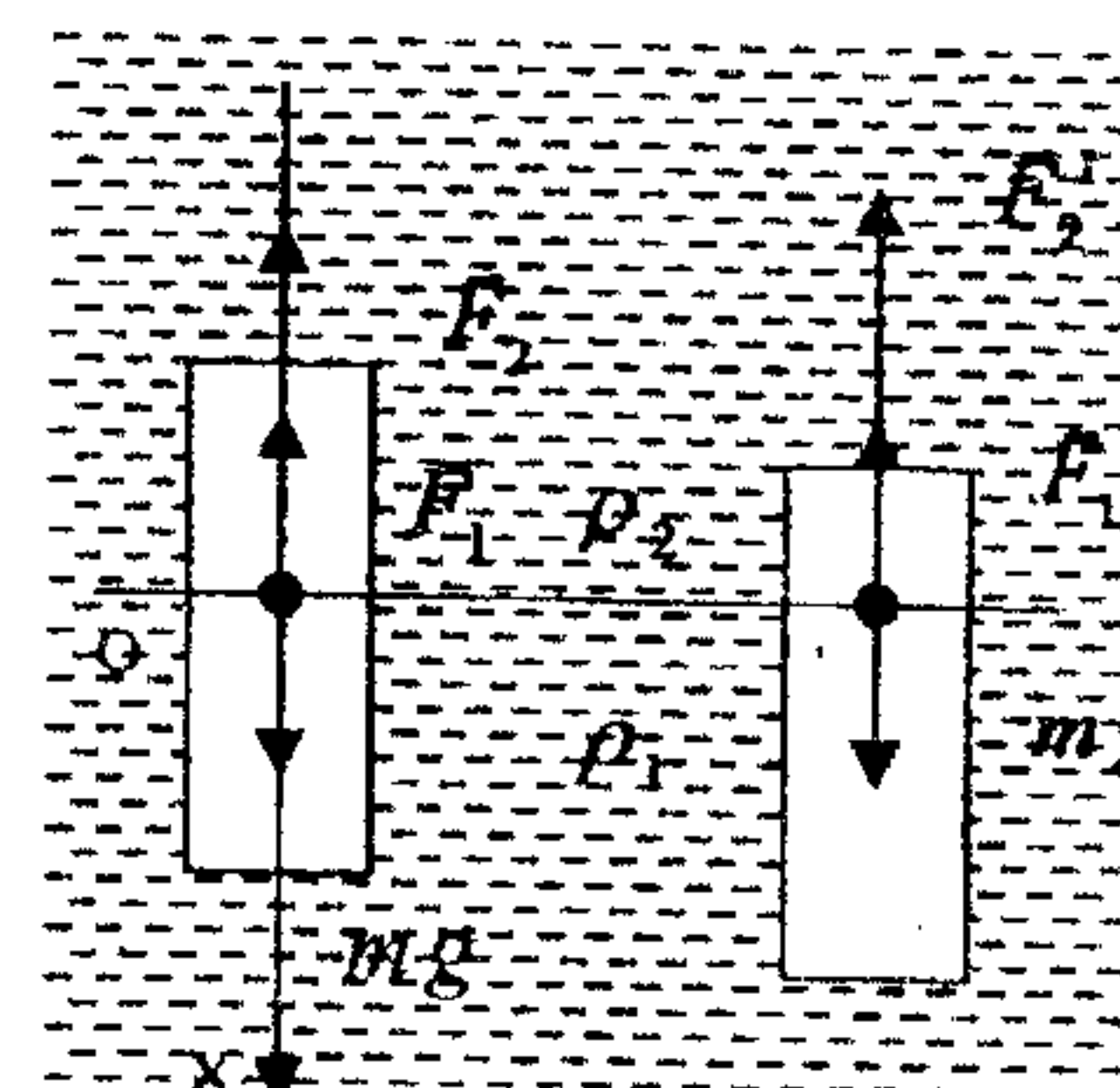
$$\text{периоды } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{gS(\rho_1 - \rho_2)}} \quad (1).$$

Білеуше массасын анықтау үшін, білеушенің тепе-теңдік шартын пайдаланамыз, яғни $mg + F_1 + F_2 = 0$ немесе

$$mg - \rho_1 g \frac{V}{2} - \rho_2 g \frac{V}{2} = 0 \Rightarrow m = \frac{(\rho_1 + \rho_2)V}{2} \text{ немесе } m = \frac{(\rho_1 + \rho_2)\ell S}{2} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell(\rho_1 + \rho_2)}{2g(\rho_1 - \rho_2)}}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell(\rho_1 + \rho_2)}{2g(\rho_1 - \rho_2)}}.$$



20-сурет

6.43. Ұзындығы $\ell = 3,4 \text{ м}$ екі жағы жабық түтік ішіндегі ая бағанының меншікті тербеліс жиілігін табыңдар.

Берілгені:

$$\ell = 3,4 \text{ м}; C = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$v = ?$

Шешуі: Түтік ішінде жарты толқынының бүтін

бөлігі сияқы керек, сонда (1) $\frac{\lambda}{2} k = \ell$, мұндағы

$k = 1, 2, 3, \dots$; λ - ауа тербелісінің толқын

ұзындығы. Ал, ауа бағанының меншікті жиілігі (2) $v = \frac{C}{\lambda}$, мұндағы C - ауадағы дыбыс толқынының таралу жылдамдығы. (1) және (2)-ден

$$v = \frac{kC}{2\ell} \quad v = \frac{k \cdot 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 3,4 \text{ м}} = 50k \frac{1}{\text{с}};$$

$$\text{Жауабы: } v = 50k \frac{1}{\text{с}}.$$

6.44. Периоды 10^{-14} с болатын тербелістің толқын ұзындығын табыңдар.

Тербелістің таралу жылдамдығы $3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Берілгені:

$$T = 10^{-14} \text{ с}; v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$\lambda = ?$

Шешуі: $\lambda = vT$ формуласынан мәндерін

орындарына қойсақ.

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10^{-14} \text{ с} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } \lambda = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

6.45. Ұзындығы $\ell = 20 \text{ см}$, ал диаметрі $d = 0,2 \text{ мм}$ болат ішек жиілігі $\nu = 435 \text{ Гц}$ дыбыс шығаруы үшін оны қандай күшпен созу керек? Осы толқынның таралу жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$\ell = 20 \text{ см}; d = 0,2 \text{ мм};$$

$$\nu = 435 \text{ Гц}.$$

Шешуі: $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м};$

$$0,2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}; 435 \text{ Гц} = 435 \cdot 10^2 \text{ Гц}.$$

Шектің негізгі тонының жиілігі мына формуламен анықталады.

$$F = ?; v = ?$$

$$v = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\rho S}} \Rightarrow F = 4\ell^2 \nu^2 \rho S \text{ немесе } F = \pi \ell^2 \nu^2 d^2 \rho, \text{ мұндағы } S = \frac{\pi d^2}{4}, \rho - \text{болат}$$

тығыздығы. Ал, қатты ортада дыбыстың таралу жылдамдығы $v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$

формуласымен анықталатындықтан, F -мәнін ескерсек, онда $v = 2\ell\nu$.

$$F = 3,14 (0,2 \text{ м})^2 \cdot (435 \text{ Гц})^2 \cdot (2 \cdot 10^{-4} \text{ м})^2 \cdot 7,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 7,8 \text{ Н}. v = 2 \cdot 0,2 \text{ м} \cdot 435 \frac{1}{\text{с}} = 174 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } F \approx 7,8 \text{ Н}; v = 174 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

6.46. Серпінді жіптің бойымен көлденең толқын $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен тарайды. Жіп нүктесінің тербеліс периоды $T = 1,2 \text{ с}$, тербеліс амплитудасы $A = 2 \text{ см}$. Тербеліс көзінен $r = 45 \text{ м}$ қашықтықтағы нүктенің $t = 3 \text{ с}$ -дан кейінгі тербеліс фазасын, толқын ұзындығын және нүкте ығысуын анықтаңдар.

Берілгені:

$$v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}; T = 1,2 \text{ с};$$

$$A = 2 \text{ см}; r = 45 \text{ м}; t = 3 \text{ с}.$$

$$\varphi = ?; \lambda = ?; x = ?$$

Шешуі: $2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м};$

Кез келген нүктедегі толқын ығысуы

және фазасы мына формуладан анықталады

$$x = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right). \text{ Сонда тербеліс фазасы, теңдеудегі}$$

синустың аргументіне тең, яғни $\varphi = \omega \left(t - \frac{r}{v} \right)$ немесе $\varphi = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{v} \right) (1).$

$$\text{Сонда } x = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{r}{v} \right). \text{ Ал } \lambda = vT. \quad \varphi = \frac{2 \cdot 3,14}{1,2 \text{ с}} \left(4 \text{ с} - \frac{45 \text{ м}}{15 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \right) \approx 5,24 \text{ рад}.$$

$$x = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \sin 5,24 \text{ рад} \approx -1,73 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \quad \lambda = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,2 \text{ с} = 18 \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } \varphi \approx 5,24 \text{ рад}; x \approx -1,73 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \lambda = 18 \text{ м}.$$

6.47. Дыбыстың қорғасындағы таралу жылдамдығын есептеп табыңдар:

Берілгені:

ρ

$\nu = ?$

$$\nu = \frac{1,7 \cdot 10^{10} \text{ Па}}{1,4 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Шешуі: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ формуласын пайдаланамыз,

мұндағы E - Юнг модулі, ρ - қорғасын тығыздығы.

Кестеден бұл шамалардың қорғасын үшін мәнін қойсақ

$$\text{Жауабы: } v \approx 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

6.48. Қалыпты жағдайда оттегідегі дыбыстың таралу жылдамдығы $317,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пуассон коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені:

$$v = 317,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$\gamma = ?$

Шешуі: $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ формуласынан $\gamma = \frac{\rho v^2}{p}$.

Мұндағы p - тығыздық, p - газ қысымы. Қалыпты жағдайда

оттегі үшін мәндерін қойып γ -ны табамыз. $\gamma = \frac{14,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left(317,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{1 \cdot 10^3 \text{ Па}} \approx 1,42$.

Жауабы: $\gamma \approx 1,42$.

6.49. Дюралюминий шыбықшасында дыбыстың таралу жылдамдығы $5,1 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, ал оның затының тығыздығы $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Юнг модуль табындар.

Берілгені:	Шешуі: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ формуласынан
$v = 5,1 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$E = \rho v^2$.
$E = ?$	$E = \left(5,1 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$

Жауабы: $E \approx 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$

(*) 6.50. $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшқан реактивтік ұшақ бақылаушыдан 6 км қашықтықтан өтеді. Бақылаушы ұшақ дыбысын есіткен мезетте, ұшақ бақылаушыдан қандай аралықта болады?

Берілгені:	Шешуі: 6 км = $6 \cdot 10^3 \text{ м}.$
$v = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}; h = 6 \text{ км}.$	Бақылаушы мен ұшақтың орындары 21-суретте көрсетілген. Мұндағы С-бақылаушы

$\ell = ?$

қабылдайтын дыбысты шығаратын орын;

А- ұшақтың, бақылаушы дыбысты

қабылдаған мезеттегі орны.

$BC = h, AB = \ell$ деп белгілейік,

сонда $\triangle ABC$ -дан $\sin \alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{BC}{\sin \alpha}$ (1).

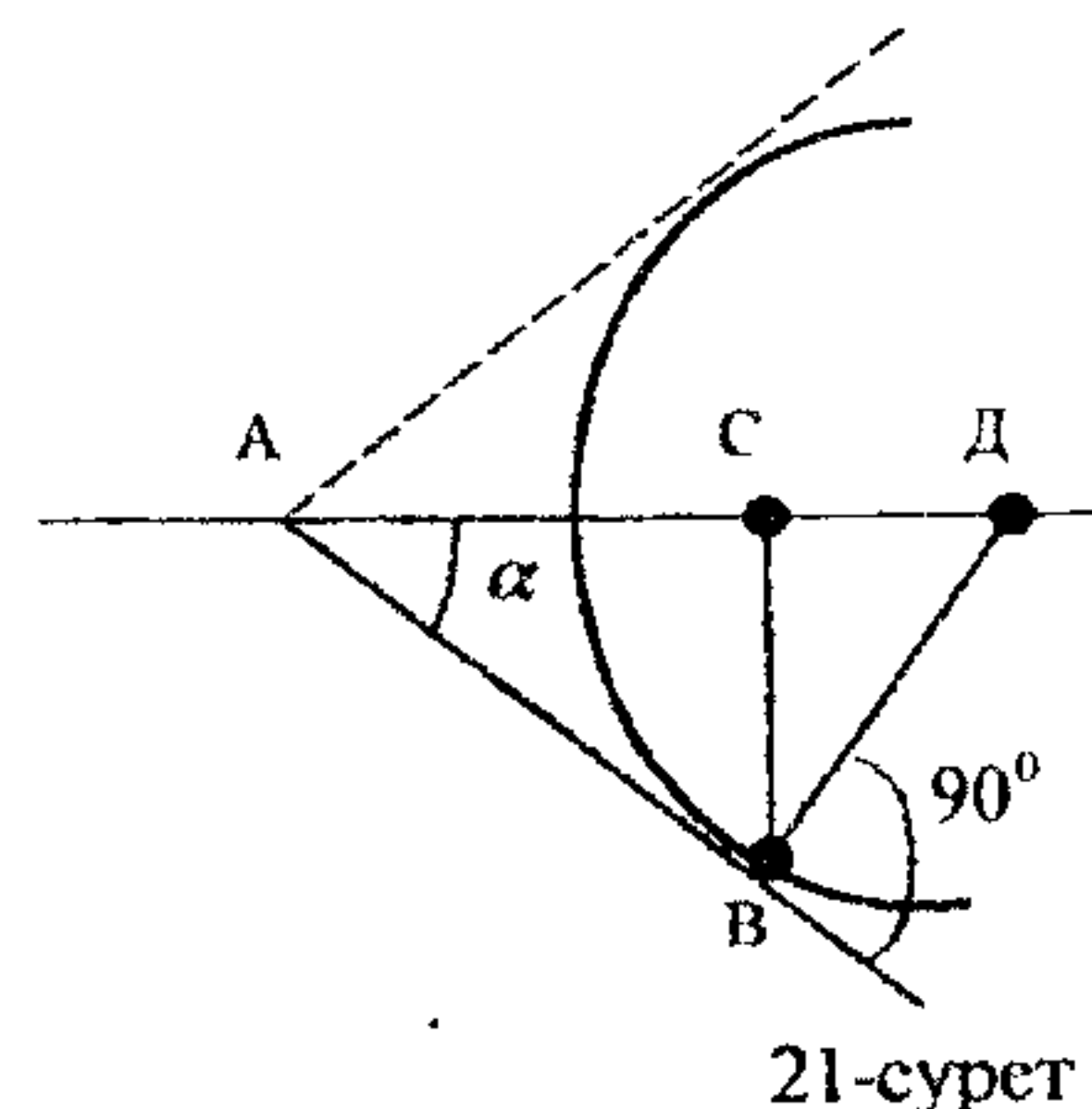
Екінші жағынан $\triangle ABD$ -дан (2)

$\sin \alpha = \frac{DB}{DA}$, мұнда $DA = vt$,

ұшақтың t уақытта ұшқан жолы;

t - D нүктесінде шыққан дыбыстың

бақылаушыға жететін уақыты; $DB = ct$, дыбыстың t уақыт ішінде ауада тараған жолы; c - дыбыстың ауадағы таралу жылдамдығы. Онда (2)-ден



21-сурет

$\sin \alpha = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$, яғни $\sin \alpha = \frac{c}{v}$ (3). және (3)-ден $\ell = \frac{hv}{c} \cdot \ell = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{340 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 9823 \text{ м}.$

Жауабы: $\ell \approx 9823 \text{ м}.$

(*) 6.51. Өзенмен жүзіп бара жатқан кеме жиілігі $\nu_0 = 400 \text{ Гц}$ болатын дыбыс дабылын береді. Ал жағада тұрған бақылаушы оны жиілігі $\nu = 395 \text{ Гц}$ дыбыс ысқырығы түрінде қабылдайды. Кеме қандай жылдамдықпен жүзіп барады? Ол бақылаушыға жақындай ма, әлде алыстай ма? Дыбыстың ауада таралу жылдамдығы $v = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Берілгені:	Шешуі: Допплер құбылысы бойынша
$\nu_0 = 400 \text{ Гц}; \nu = 395 \text{ Гц};$	дыбыс жиілігі дыбыс көзі жылдамдығына
$v = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	тәуелді болады және ол тәуелділік мына
$u = ?$	формуламен өрнектеледі.

(1) $\nu = \left(\frac{v}{v \pm u}\right) \nu_0$. Мұндағы, "+" таңбасы дыбыс көзінің бақылаушыдан жақындауына, ал "-" таңбасы алыстауына сәйкес келеді. Егер $u \ll v$ болса (1)-ті былай түрлендіруге болады. Ол үшін (1) - ің оң жағының алымында бөлімінде $(v \pm u)$ өрнегіне көбейтеміз, сонда $\frac{\nu \nu_0 (v \pm u)}{v^2 \mp u^2}$. Ал,

$u^2 \ll v^2$ болғандықтан u^2 -ні ескермеуге болады, онда $\nu \approx \nu_0 \left(1 \pm \frac{u}{v}\right)$ (2). Есеп шарты бойынша $\nu < \nu_0$, демек кеме бақылаушыдан алыстап барады. Онда

$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{v}\right) \Rightarrow u = v \left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right) = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}} \left(1 - \frac{395 \text{ Гц}}{400 \text{ Гц}}\right) \approx 4,25 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Жауабы: $u \approx 4,25 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

(*) 6.52. Домбыраның ішегін $\nu = 40 \text{ Гц}$ жиілікпен тербелткенде, оның бойында төрт тұрғын толқын пайда болды. Түйін мен шоғырлардың арасы қандай болады? Пайда болған толқын қандай жылдамдықпен тарайды? Ішек ұзындығы $\ell = 1 \text{ м}.$

Берілгені:	Шешуі: OZ өсінің бағытымен тарайтын жазық толқынның
$\nu = 40 \text{ Гц};$	теңдеуі $x_1 = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{Z}{\lambda} \right)$, ал қарсы бағытта
$n = 4$	таралатын толқын теңдеуі $x_2 = A \cos 2\pi \left(\nu t + \frac{Z}{\lambda} \right).$
$\ell = 1 \text{ м}$	Мұнда, A-амплитудалары
$v = ?$	

және фазалар айырымы бірдей болғанда екі толқынды қоссақ, онда тұрғын толқын аламыз

$$(1) x = x_1 + x_2 = 2A \cos\left(2\pi \frac{Z}{\lambda}\right) \cos 2\pi \nu t$$

$$(1)\text{-ден } 2\pi \frac{Z}{\lambda} = \pm n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

болғанда тұрғын толқын амплитудасы ең үлкен болады.

Сонда тұрғын толқын шоғырларының координаттары $(2) Z = \pm n \frac{\lambda}{2}; n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Ал, амплитудасы нөлге тең болатын нүкте тұрғын толқынның түйіндері болып табылады да, ол былай анықталады $\cos\left(2\pi \frac{Z}{\lambda}\right) = 0$ немесе $(3) Z' = \pm(n+1)2 \cdot \frac{\lambda}{2}; n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Демек, (3)-ден шоғырлармен шоғырлар арасы $\frac{\lambda}{2}$ -ге, ал шоғырлар мен түйіндер арасы $Z - Z' = \frac{\lambda}{4}$ болатындығы көрінеді (22-сурет). Суреттен көрінгендей тұрғын толқындардың энергиясы бір бөліктен екінші бөлікке беріле алмайды, ол берілу түйіндер арасында ғана болуы мүмкін. Сонымен ішекті тербелткенде, тұрғын толқын пайда болды және ішекті бекіткен нүктелерде тұрғын толқынның түйіндері орналасады. Ішекті тербелткенде оның бойында жарты толқын ұзындығына тең тербелістер пайда болып, олардың саны ішектің ұзына бойында әр уақытта бүтін санға тең болады, яғни $\ell = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{n}; n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Есеп шарты бойынша ν және n берілген, сондықтан $\lambda = \frac{v}{\nu}$ теңдігінен

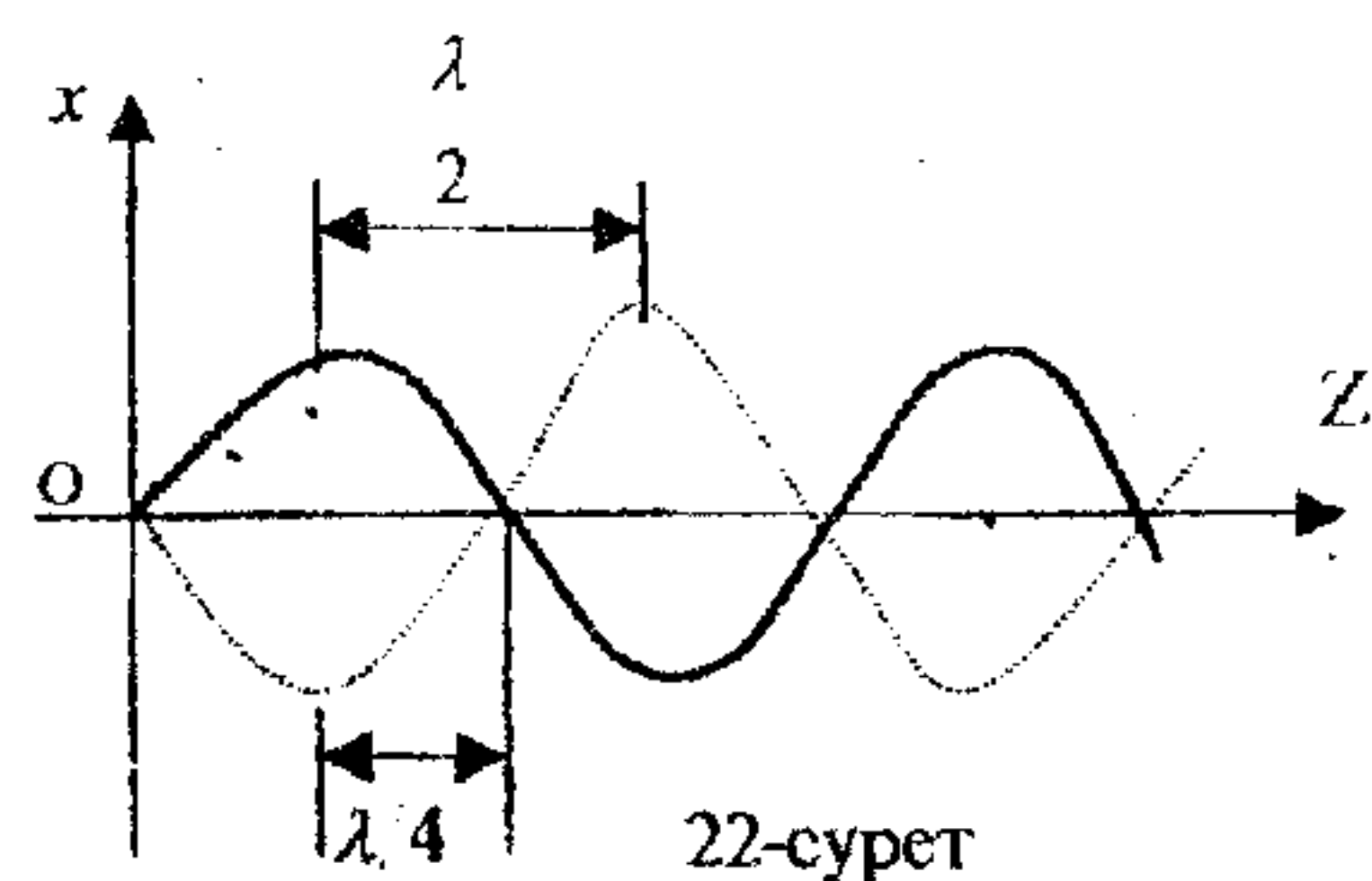
$$\frac{2\ell}{n} = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = \frac{2\ell\nu}{n} = \frac{2 \cdot 1\text{м} \cdot 40\text{Гц}}{4} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Қосымша есептер

6.53. Амплитудасы 50 мм гармониялық тербелістің периоды 4 с, бастапқы фазасы $\frac{\pi}{4}$. Тербелістің теңдеуін жазып оның графигін сызыңдар. Тербелетін нүктенің жылдамдығы мен үдеуінің ең үлкен мәндерін табыңдар.

$$\text{Жауабы: } x = 0,05 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м}; \quad v_{\max} = 0,025\pi \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right); \quad a_{\max} = 0,0125\pi^2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right).$$

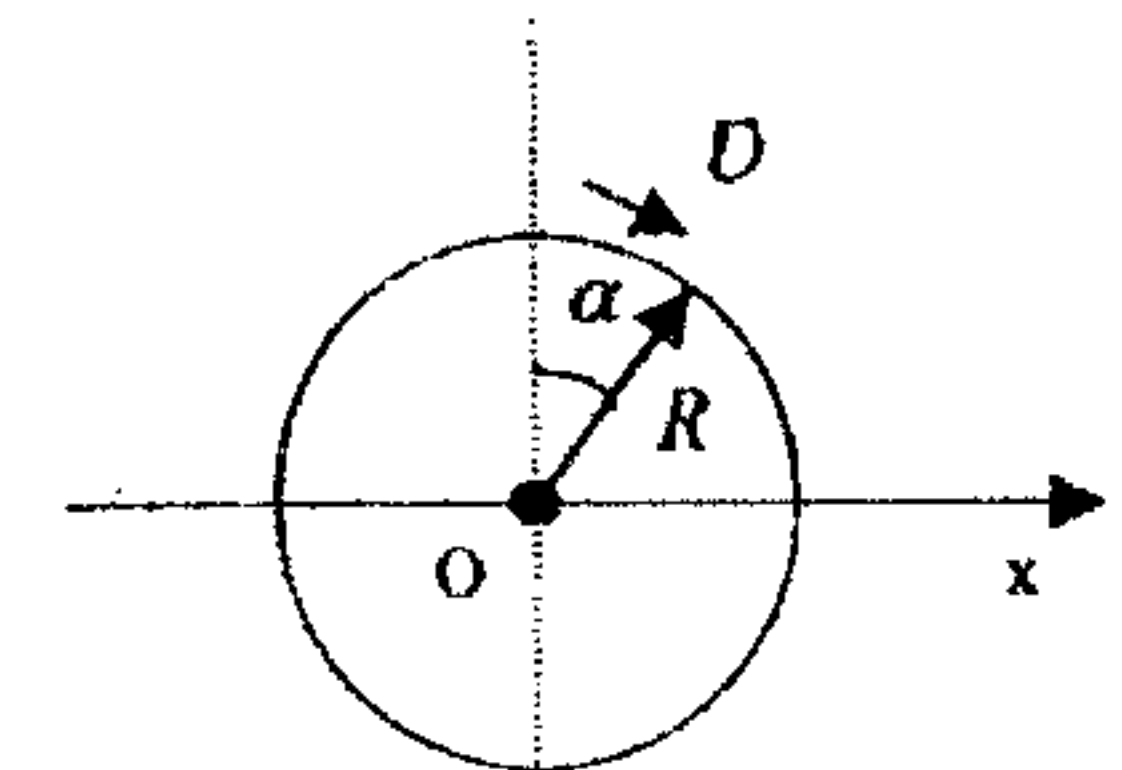


22-сурет

6.54. Бастапқы фазасы $\varphi_0 = 60^\circ$, тербеліс периоды $T = 2\text{с}$ болатын гармониялық тербелістің теңдеуін жазыңдар. Денеге әсер ететін күштің ең үлкен мәні $F_m = 1,5\text{мН}$, ал толық энергиясы $E = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$.

$$\text{Жауабы: } x = 4 \cdot 10^{-2} \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

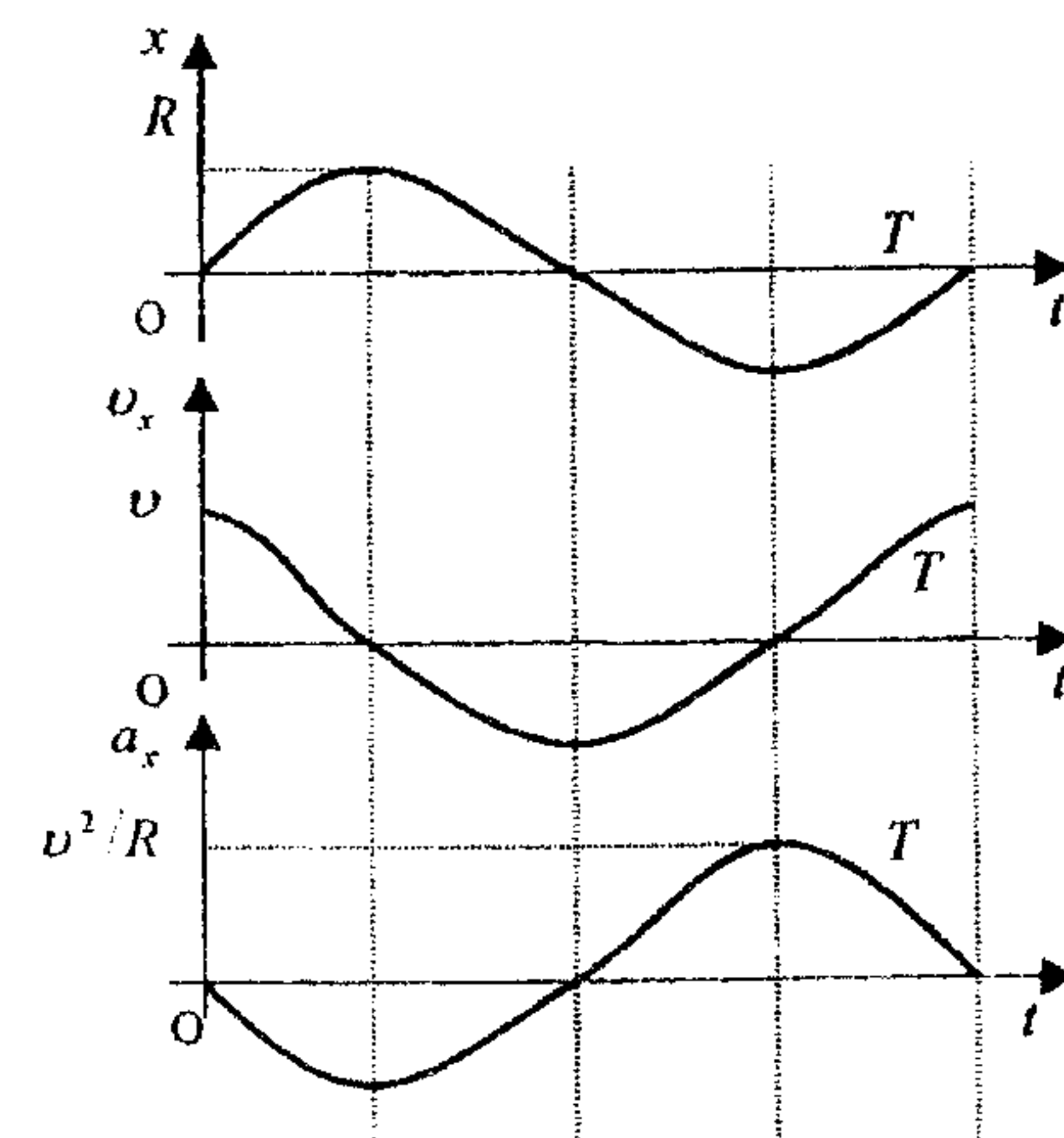
6.55. Нүкте шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалады. Қозғалыс жазықтығында жатқан сызықтағы нүкте проекциясының уақытқа тәуелділігі гармониялық заңмен өзгереді (23-сурет). Бастапқы мезетте $x = 0$ болса: нүктенің x координатасының; жылдамдықтың; үдеудің уақытқа байланысты өзгеруінің $(x(t)), v_x(t)$ және $a_x(t)$



23-сурет

графиктерін салыңдар. Жауабы: $x = R \sin \frac{v}{R} t; v_x = v \cos \frac{v}{R} t; a_x = -\frac{v^2}{R} \sin \frac{v}{R} t$.

Бұл тәуелділіктің графиктері 24-суретте көрсетілген.



24-сурет

6.56. Математикалық маятник: а) тік жоғары a үдеумен, ә) тік төмен a үдеумен қозғалғандағы тербеліс периоды табыңдар.

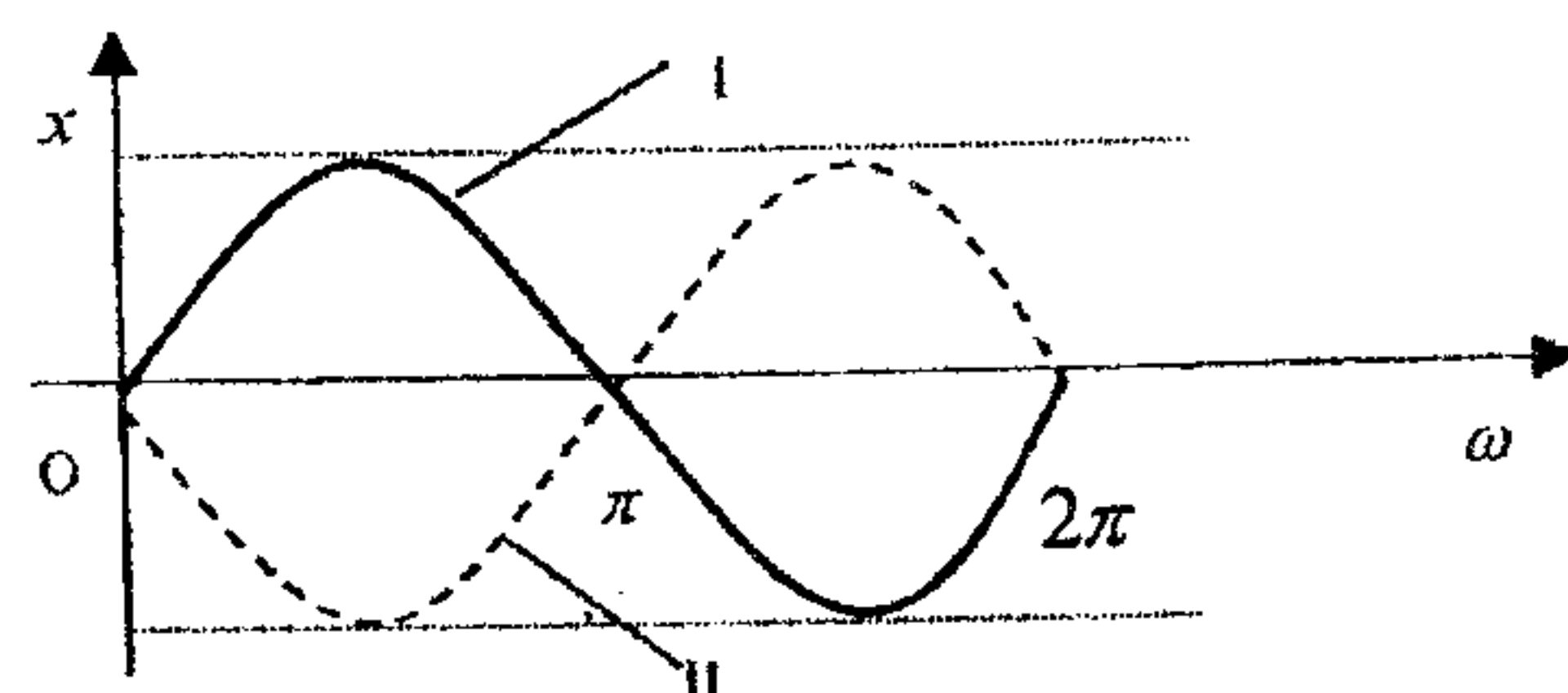
$$\text{Жауабы: а) } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g+a}}; \quad \text{ә) } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g-a}}.$$

6.57. Тыныш бетте тербеліп тұрған матяниктің периоды $T_1 = 1,5c$ болды. Егер оны $a = 4,9 \frac{M}{c^2}$ үдеумен қозғалып бара жатқан вагонның ішіне орналастырса, онда оның периоды қандай болады?

Жауабы: $T_2 = 1,42c$.

6.58. Амплитудасы да периоды да бірдей, бірақ фазаларының бірі – бірімен айырмашылығы π болатын екі тербелісті қосыңдар.

Жауабы: 25-суретте көрсетілген.



25-сурет

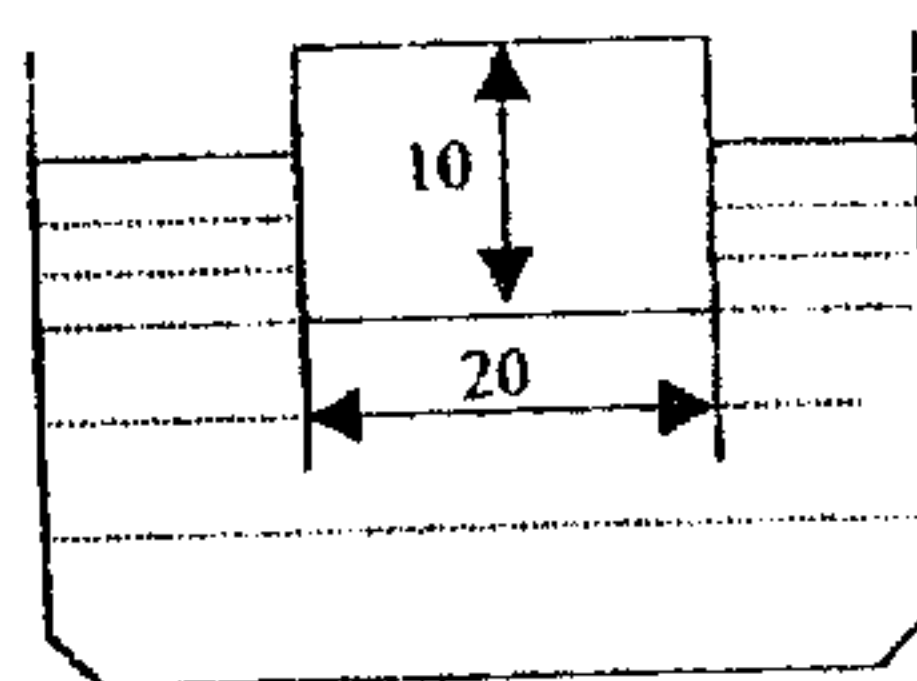
6.59. Азғана α бұрышына ауытқытып жіберілген математикалық маятник тепе – теңдік қалпынан ν жылдамдықпен өтеді. Тербелісті гармониялық деп есептеп, оның периодын анықтандар.

Жауабы: $T = \frac{2\pi\nu}{g \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}} \approx \frac{2\pi\nu}{ag}$.

6.60. Өлшемдері $10 \times 10 \times 20cm$ болатын ағаш білеуше су бетінде жүзіп жүр. Білеушені суға азғана батырып қайта жіберген (26-сурет). Білеушенің тербеліс периодын есептеңдер.

Білеуше тығыздығы $800 \frac{KZ}{M^3}$.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_s V}{\rho_w g S}} \approx 0,75(c)$.



26-сурет

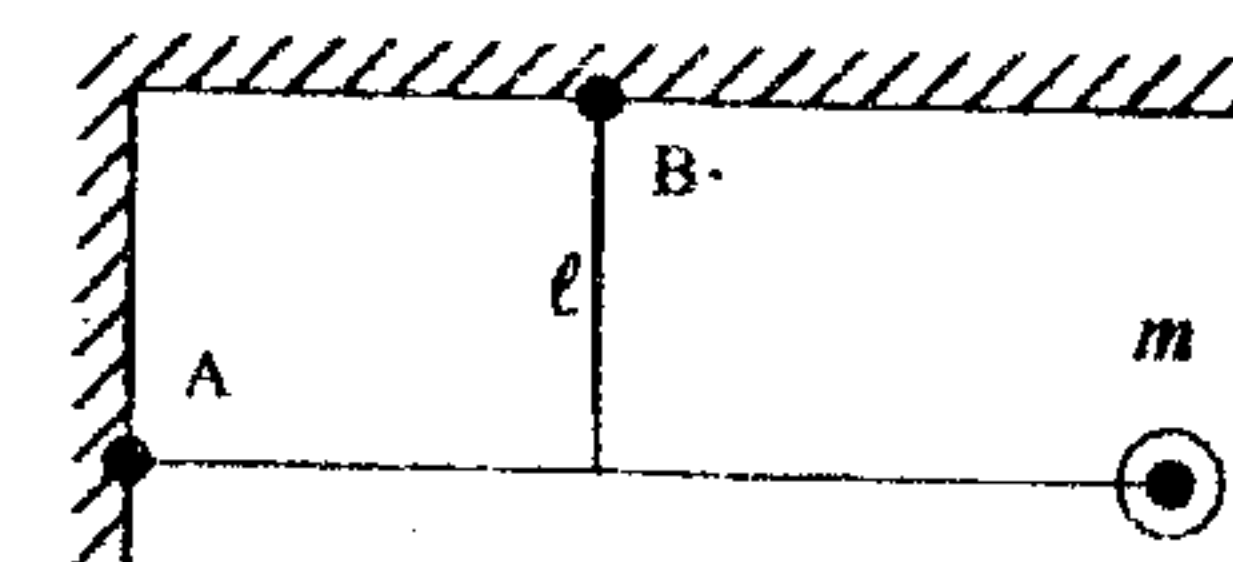
6.61. Массасы m , радиусы r шарик қисықтық радиусы R шұңқыр бетімен сырғиды. Шариктің потенциалдық энергиясының оның тепе-теңдік қалпынан азғана x ауытқуына тәуелділігін табыңдар.

Жауабы: $E_p = \frac{mg}{R-r} \frac{x^2}{2}$.

6.62. Шегеге ілініп тербетілген радиусы R жұқа құрсаудың тербеліс жиілігін табыңдар. Тербеліс құрсау жазықтығында болады және сырғанау жоқ деп есептеңдер.

Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}$.

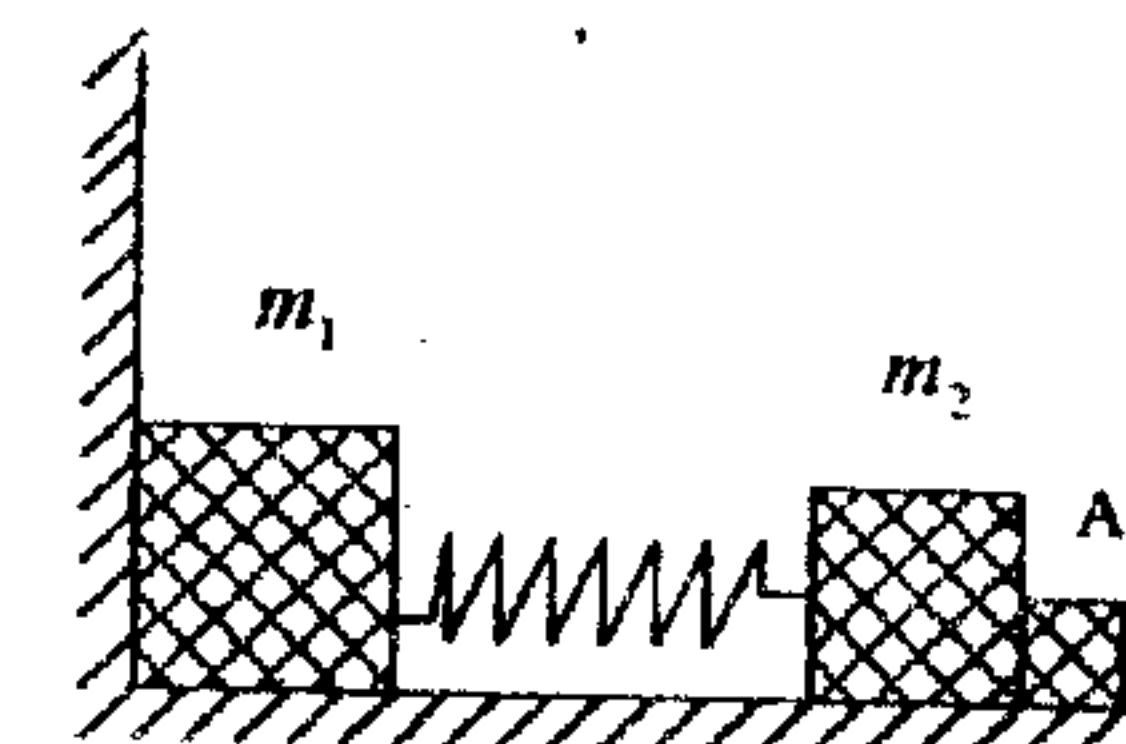
6.63. Ұшына жүгі бар салмақсыз қатаң шыбықша топсамен қабырғаға A нүктесіне кез келген бағытта бұрыла алатындай етіп бекітілген (27-сурет). Шыбықшаның бір ұшы B нүктесіне бекітіліп, ал екінші ұшы ортасына қосылған ұзындығы ℓ созылмайтын жіпшен көкжиек бағытында ұсталып тұрады. m жүгіне сурет жазықтығына перпендикуляр бағытта импульс берген. Жүйеде болатын азғана тербелістің периодын табыңдар.



27-сурет

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{g}}$.

6.64. Массалары m_1 және m_2 екі жүк қатандығы k серіппемен өзара жалғанған (28-сурет). Кәзір серіппе x шамасына сығылып, бірінші дене қабырға мен ал екінші дене A тірекпен ұсталып тұр. Егер тіректі алып тастасақ жүктер қандай қозғалыс жасайды?



28-сурет

Жауабы: Жүктер, масса центріне салыстырғанда

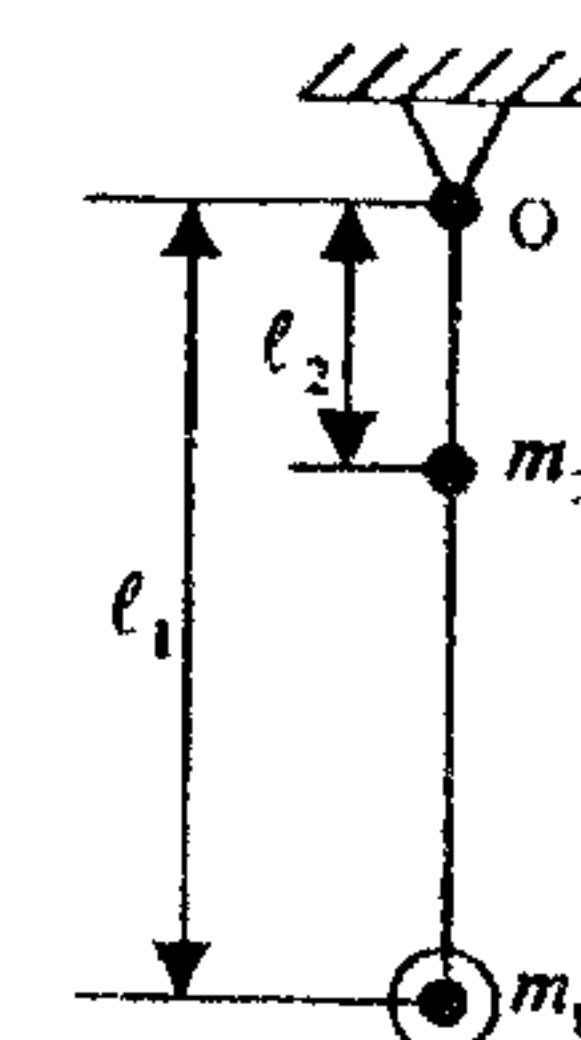
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$ периодпен тербеледі.

6.65. Серіппелі маятникке массасы m_1 жүк ілгенде тербеліс периоды $T_1 = 0,6c$, ал m_2 жүк ілгенде $T_2 = 0,8c$ болды. Егер оған массалары $(m_1 + m_2)$ жүк ілінсе, оның периоды қандай болады?

Жауабы: $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1(c)$.

6.66. Өлшемдері кішкене, массалары m_1 және m_2 екі шарик салмақсыз шыбықшадарға бекітіліп, O нүктесінен ℓ_1 және ℓ_2 қашықтыққа орналастырылған (29-сурет). Шыбықшаның азғана тербелісінің тербеліс периодын анықтандар.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 \ell_1^2 + m_2 \ell_2^2}{g(m_1 \ell_1 + m_2 \ell_2)}}$.



29-сурет

6.67. Массасы m дене h биіктіктен серіппелі таразының табақшасына құлайды (30-сурет). Серіппе қатандығы k . Таразы табақшасымен серіппе массасын ескермеуге болады. Егер дене табақшамен бірге тік бағытта гармониялық тербеліс жасайтын болса, тербелістің амплитудасын және энергиясын табыңдар.

Жауабы: $A = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$; $E = mg \left(h + \frac{mg}{2k} \right)$.

6.68. Массасы m білеуше қатандығы k серіппемен массасы M екінші денеге бекітілген (31-сурет). Серіппені жиырып қайта жіберетін болсақ, денелердің тербеліс периодын анықтаңдар. Денелер арасындағы үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}}$.

6.69. Ұшына m массалы жүк ілінген, ұзындығы ℓ жеңіл шыбықшаның қак ортасына қатандығы k серіппе бекітілген (32-сурет). Осы маятниктің тербеліс жиілігі қалай есептеледі?

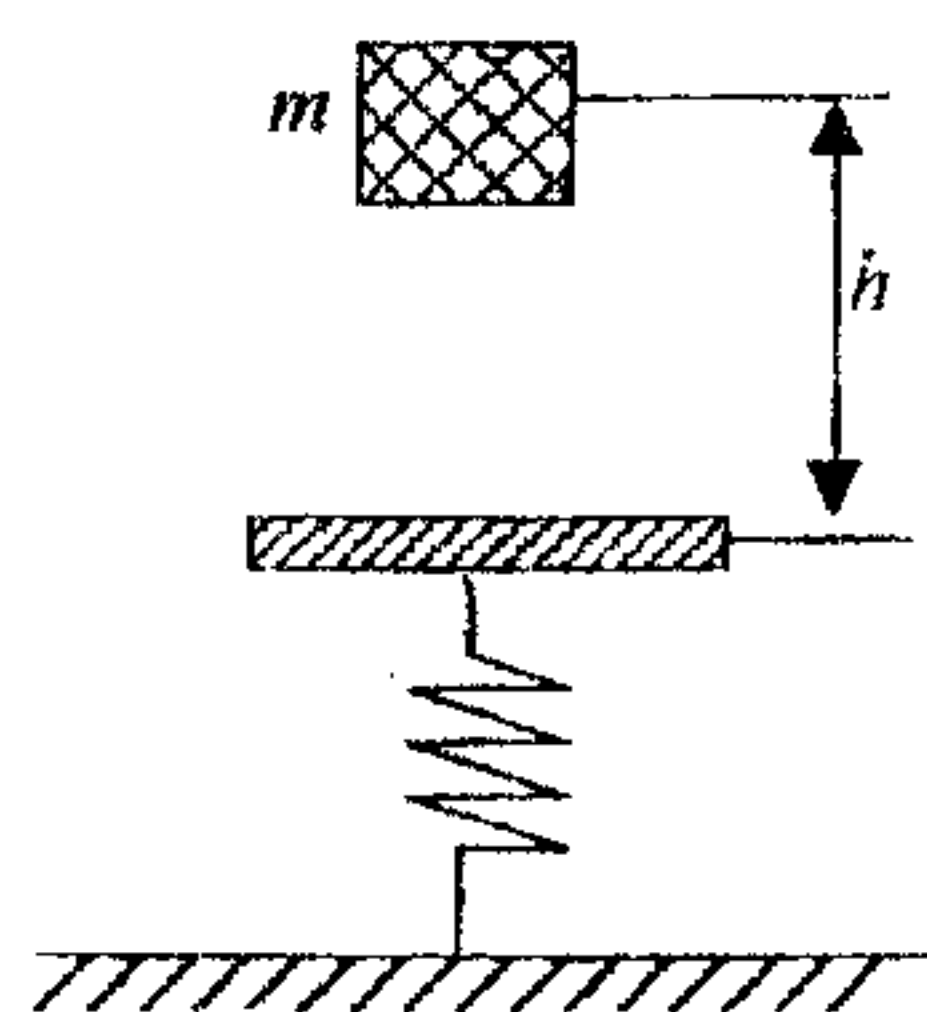
Жауабы: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{k}{4m}}$.

6.70. Қатандығы k серіппеге ілулі тұрған жүктен m массалы бір бөлігі ажырап түсті. Жүктің қалған бөлігі серіппемен енді қандай ең үлкен биіктікке көтеріледі?

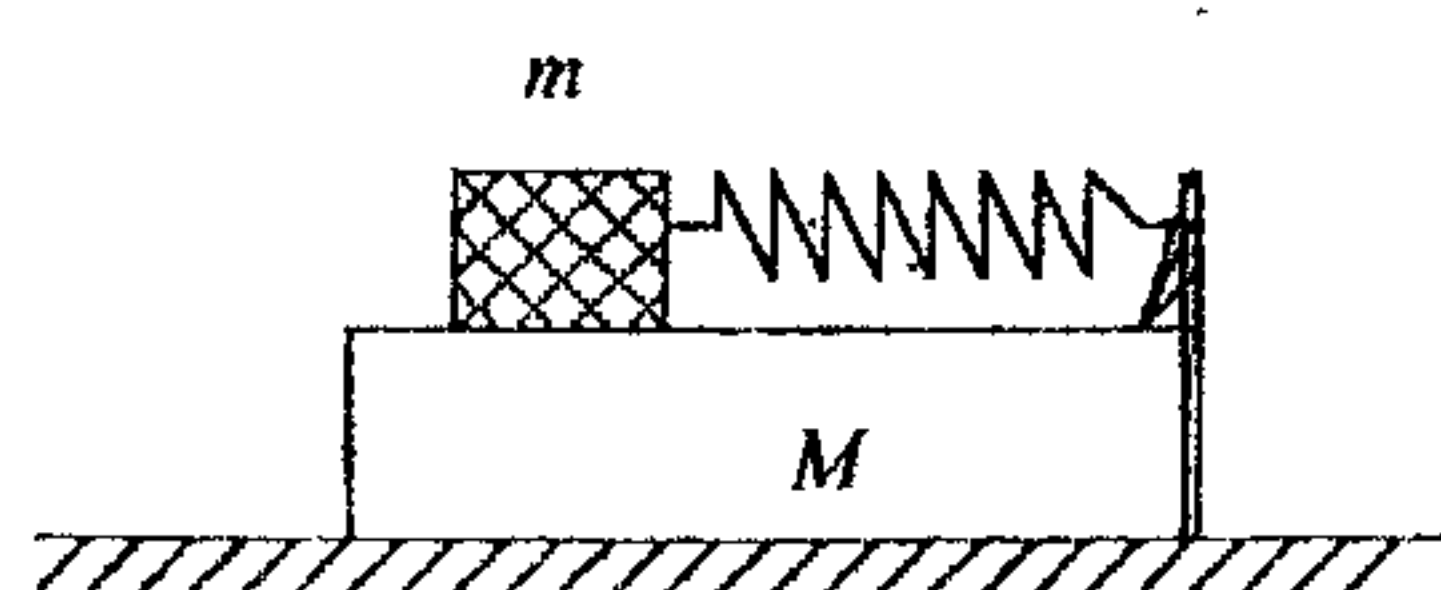
Жауабы: $h_{\max} = \frac{2mg}{k}$.

6.71. Серіппеге ілінген таразы табақшасына h биіктіктен m массалы жүк құлап, секіріс жасамай оның ішінде қалады (33-сурет). Нәтижеде табақша тербеліс жасайды. Егер серіппенің қатандығы k болса, тербелістің A амплитудасын анықтаңдар. Жүкке салыстырғанда табақшаның және серіппенің массаларын ескермеуге болады.

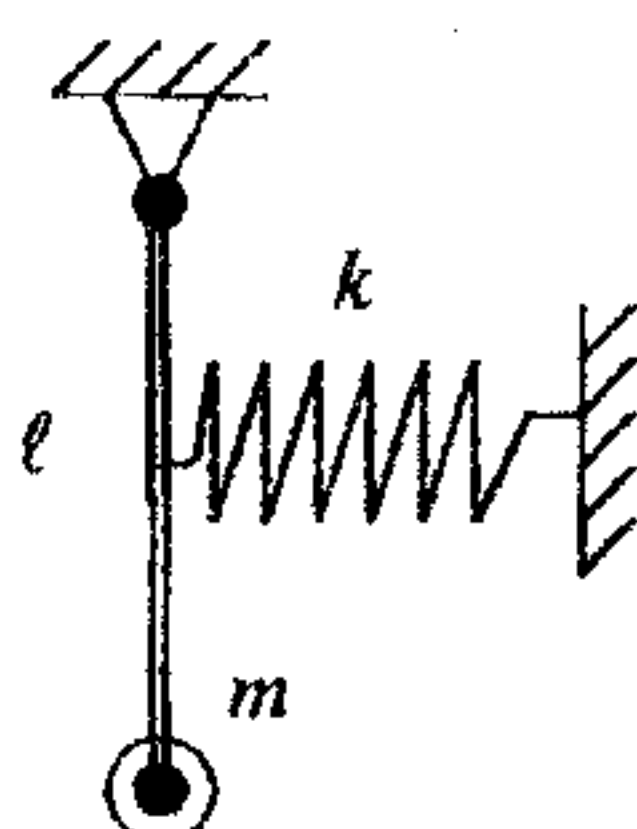
Жауабы: $A = \frac{1}{k} \sqrt{mg(mg + 2hk)}$.



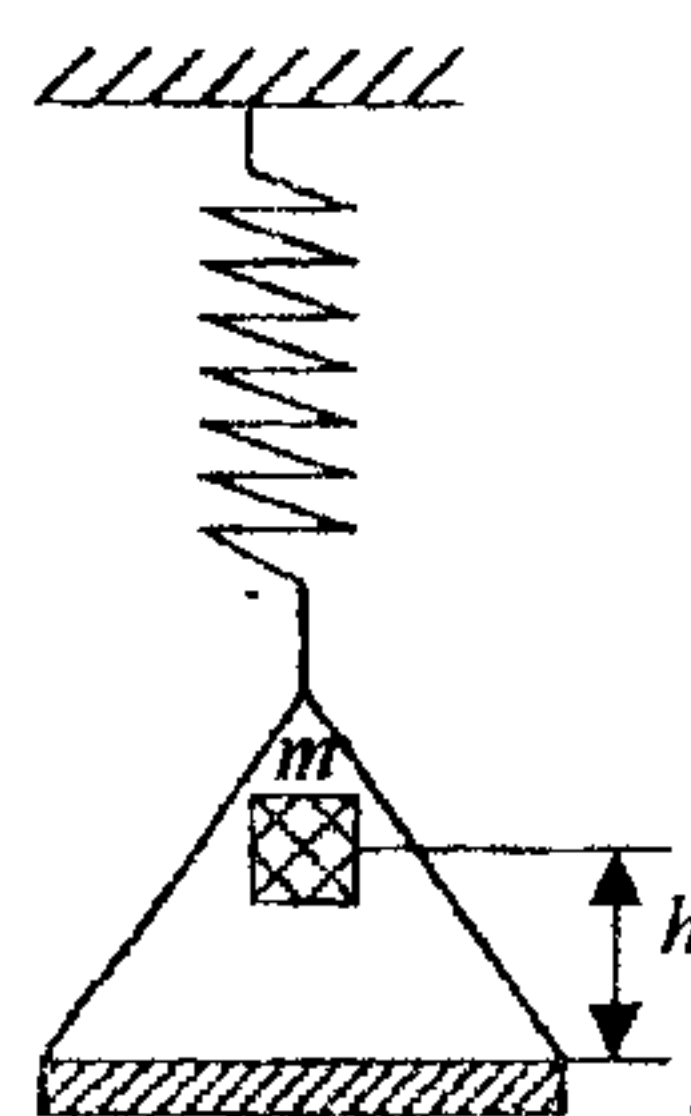
30-сурет



31-сурет



32-сурет



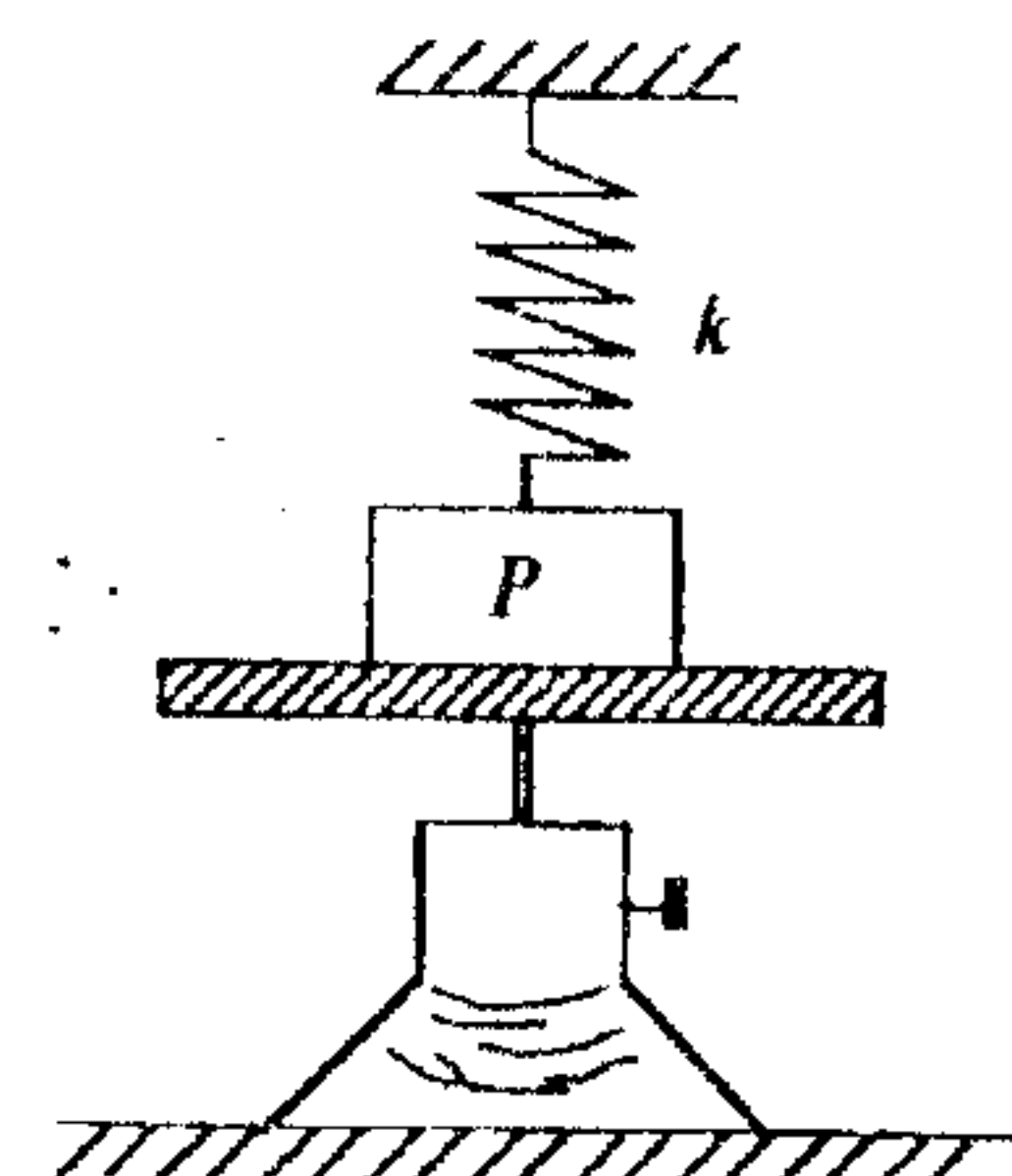
33-сурет

6.72. Математикалық маятник салмақсыздық жағдайда тербеліс жасай ма?

Жауабы: Тербеліс жасамайды.

(*) 6.73. Бір ұшы бекітілген серіппенің екінші ұшына салмағы P жүк ілінген. Жүк, серіппе созылмайтын жағдайда, тіреуіш үстінде жатыр (34-сурет). Егер тіреуішті дүмпуісіз алып тастайтын болсақ, жүктің қозғалысын және серіппенің ең үлкен керілу күшін табыңдар. Серіппенің қатандығы k белгілі деп есептендер.

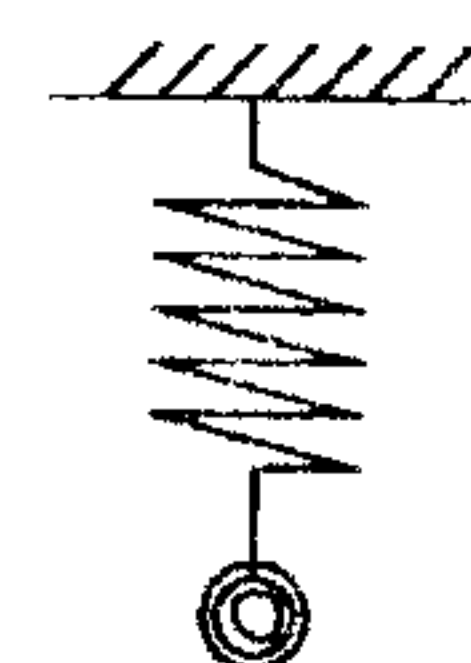
Жауабы: $x = \frac{P}{k} \left(1 - \cos \left(\sqrt{\frac{kg}{P}} t \right) \right)$; $T = 2P$.



34-сурет

(*) 6.74. Қатандығы $k = 18,2 \frac{H}{m}$ серіппенің төменгі ұшына массасы $M = 200$ шар ілінген. Оны, жылдамдығы $v = 8 \frac{m}{c}$ ал массасы $m = 20$ қорғасын бытырамен атқанда екеуде серіппе ұшында қалып қояды, сөйтіп оны тербелмелі қозғалысқа келтіреді (35-сурет). Тербелістің периодын, амплитудасын және жиілігін анықтаңдар. Соқтығысуды серпінсіз деп есептендер.

Жауабы: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}$; $A = \frac{mv}{m+M} \sqrt{\frac{m+M}{k}}$.



35-сурет

6.75. Бақылаушыдан $s = 1068$ м қашықтықта балғамен темір жол рельсін соғады. Сонда келген дыбысты ауамен келген дыбыстан $\Delta t = 3$ с бұрын естиді. Дыбыстың ауадағы таралу жылдамдығы $v = 340 \frac{m}{c}$ болса, болат бойымен дыбыс қандай жылдамдықпен тараған?

Жауабы: $u = \frac{sv}{s - v\Delta t} \approx 5100 \left(\frac{m}{c} \right)$.

6.76. Периоды $T = 0,005$ с, толқын ұзындығы $\lambda = 7,175$ м болатын дыбыс тербелісін туғызатын болса, онда дыбыстың судағы таралу жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v = \frac{\lambda}{T} = 1435 \left(\frac{m}{c} \right)$.

6.77. Жиілігі $\nu = 500$ Гц, ал амплитудасы $A = 0,25$ мм дыбыс тербелістері ауада тарайды. Егер толқын ұзындығы $\lambda = 70$ см болса, оның таралу жылдамдығы және ауа бөлшектерінің ең үлкен жылдамдығын табыңдар.

Жауабы: $v = \lambda \nu = 350 \left(\frac{m}{c} \right)$; $v_{max} = 2\pi A \nu = 0,785 \left(\frac{m}{c} \right)$.

6.78. Радиусы $r = 0,05 \text{ см}$ болат ішекті $F = 981 \text{ Н}$ күшпен созғанда жиілігі $\nu = 320 \text{ Гц}$ дыбыс шығару үшін оның ұзындығы қандай болуы керек?

Жауабы: $\ell = 0,63 \text{ м}$.

6.79. Дыбыс көзінен $r_1 = 6 \text{ м}$ және $r_2 = 12 \text{ м}$ қашықтықта екі нүкте орналасқан. Егер тербелістің периоды $T = 0,04 \text{ с}$, ал таралу жылдамдығы $v = 300 \frac{m}{c}$ болса, осы нүктедегі тербелістің фазалар айырымын табыңдар.

Жауабы: $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{Tv} (r_2 - r_1) = \pi (\text{рад})$.

6.80. Тербеліс көзінен $\ell_1 = 12 \text{ м}$ және $\ell_2 = 14 \text{ м}$ қашықтықтарда бір сәуленің бойында орналасқан нүктелердің фазалар айырымы $\Delta \varphi = \frac{3\pi}{2}$. Егер дыбыс көзінің тербеліс периоды $T = 10^{-3} \text{ с}$ болса, осы ортадағы толқынның таралу жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v = \frac{2\pi(\ell_2 - \ell_1)}{\Delta \varphi T} \approx 3,6 \cdot 10^3 \left(\frac{m}{c} \right)$.

6.81. Бірінші кемеден екінші кемеге дыбыс дабылы, бізмезгілде ауамен және сумен жіберіледі. Бір дабыл екіншісінен $\Delta t = 2 \text{ с}$ кеш қабылдаған. Егер дыбыстың ауадағы жылдамдығы $v = 340 \frac{m}{c}$, ал судағысы $u = 1480 \frac{m}{c}$ болса, кемелердің арақашықтығы қандай болғаны?

Жауабы: $\ell = \frac{v \Delta t}{1 - \frac{v}{u}} \approx 883 (\text{м})$.

6.82. Жиілігі $\nu = 10 \text{ МГц}$ ультрадыбыс генераторының алюминийде қоздыратын дыбыс толқын ұзындығын табыңдар. Алюминийде дыбыстың таралу жылдамдығы $v = 5100 \frac{m}{c}$.

Жауабы: $\lambda = \frac{v}{\nu} = 5,1 \cdot 10^{-4} (\text{м})$.

6.83. Қабылданатын дыбыстың қаттылығы көзден алыстау қашықтығының квадратына пропорционал кемиді. Бесінші партада отырған оқушы бірінші партада отырған оқушыға салыстырғанда мұғалімнен үш есе алыста орналасқан. Бірақ дыбыстың естілу айырмашылығы болмашы ғана. Себебін түсіндіріңдер.

6.84. Тыныш тұрған екі кемеңіз біреуінен сумен жіберілген ультратолқындық дабыл екінші кемесіне t_1 және t_2 уақыттан кейін ($t_2 > t_1$)

екі рет қабылданады. Су түбін тегіс деп есептеп, кеме тұрған судың тереңдігін табыңдар. Дыбыстың судағы таралу жылдамдығы u .

Жауабы: $H = \frac{1}{2} u (t_2^2 - t_1^2)$.

6.85. Дыбыстың судағы жылдамдығы $v = 1450 \frac{m}{c}$. Егер де тербеліс жиілігі $\nu = 725 \text{ Гц}$ болатын болса, қарсы фазада тербелетін ең жақын нүктелердің арақашықтығы қандай болады?

Жауабы: $\Delta x = \frac{v}{2\nu} = 1 (\text{м})$.

6.86. Тұрғын толқында бірінші мен төртінші толқындардың арасы 15 см болса, онда толқынның ұзындығы қандай?

Жауабы: $\lambda = 0,1 \text{ м}$.

6.87. Өшетін тербелістің амплитудасы 10 с ішінде 2 есе кемісе, ол қанша уақытта 8 есе кемиді?

Жауабы: $t = 30 \text{ с}$.

II бөлім
Молекулалық физика

II - БӨЛІМ

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА

7. Заттың молекулалық - кинетикалық теориясының негіздері

Молекулалық физика табиғаттағы құбылыстарды заттың молекулалық құрылысына және олардың өзара әрекеттесу күштеріне сүйене отырып түсіндіреді. Молекулалық физикада зерттелетін жүйелердің қисапсыз көп бөлшектерден тұратыны ескерілетін болғандықтан, оларға механикадағы қолданылатын зерттеу әдістері жарамайды. Мұнда молекулалық - кинетикалық немесе статистикалық және термодинамикалық әдістер қолданылады.

Молекулалық - кинетикалық әдісте зат үздіксіз қозғалыстағы молекулалардан құралған деп қарастырады да мына үш қағиданы басшылыққа алады.

1. Барлық зат жеке бөлшектерден, молекулалардан тұрады.
2. Зат молекулалары үздіксіз қозғалысқа қатысады.
3. Молекулалар арасында өзара әсер күші болады.

Термодинамикалық әдісте тәжірибелерде байқалатын шамалар арасындағы тәуелділіктер тағайындалады (қысым, температура, көлем, т.б.)

Зат мөлшері. Зат мөлшері - заттың белгілі массасындағы атомдар (молекулалар) санымен сипатталады. Зат мөлшерінің өлшем бірлігі -- 1 моль.

Кез келген заттың бір мольіндегі атомдар (молекулалар) саны бірдей және ол Авагадро саны деп аталады.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$$

Бір мольдің массасы - мольдік масса деп аталады. Сонда, $M = m_0 N_A$, мұндағы m_0 - берілген заттың бір молекуласының (атомының) массасы.

Мысалы, көміртегінің мольдік массасы $M_c = 0,012 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Зат мөлшері мына формулалармен анықталады $\nu = \frac{N}{N_A}$ немесе

$$\nu = \frac{m}{M} \quad (1).$$

Мұндағы, N - берілген заттағы молекулалар (атомдар) саны, m - зат массасы.

Салыстырмалы молекулалық масса

(2) $M_r = \frac{m_0}{m_u}$. Мұндағы m_u - массаның атомдық бірлігі.

Сонда $m_u = \frac{m_{\text{ос}}}{12}$ (3) демек, $M = 10^{-3} \cdot M_r$ (4).

Лошмидт саны. Қалыпты жағдайда 1 м^3 көлемдегі молекулалар саны Лошмидт санымен анықталады (газ күйінде). Сонда, (5) $n_0 = \frac{p}{kT}$, мұндағы $p = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 273,15 \text{ К}$.

$$\text{Демек, } n_0 = \frac{1,03 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273,15 \text{ К}} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Молекулалар шоғыры. Көлем бірлігіндегі молекулалар саны молекулалар шоғыры деп аталады. Ол былай анықталады $n = \frac{N}{V}$ немесе

$$n = \frac{\rho}{m_0}$$

Идеал газ. Молекулаларын "материалдық нүкте" деп қарастыруға болатын және молекулалық күштердің әсері ескермейтін газды идеал газ деп атайды.

Идеал газдың негізгі теңдеуі. Негізгі теңдеу идеал газ қысымын анықтайды, яғни $p = \frac{1}{3} n m_0 v^2$ немесе $p = \frac{2}{3} n E_k$ (6), мұндағы n - көлем

бірлігіндегі молекулалар саны; $E_k = \frac{m_0 v^2}{2}$ орташа кинетикалық энергия;

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ немесе } v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}; v^2 - \text{орташа квадраттық жылдамдық.}$$

$$E_k \text{ мәнін (6)-ға қойсақ } p = nkT \quad (7).$$

Идеал газ күйінің теңдеуі.

(8) $\frac{pV}{T} = \text{const}$ немесе $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \dots$ газ күйінің біріккен теңдеуі немесе Клапейрон теңдеуі деп аталады

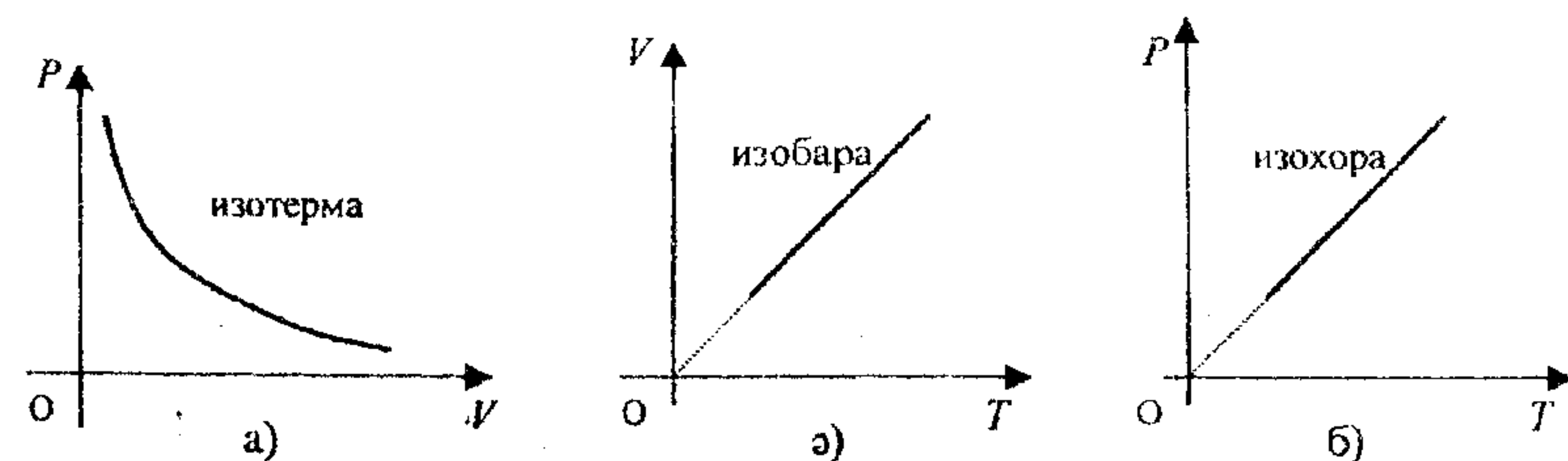
$$(9) pV = \frac{m}{M} RT, \text{ бұл Менделеев - Клапейрон теңдеуі.}$$

Газ заңдары.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Бойль - Мариотт заңы. } pV = \text{const}, \quad T = \text{const} \\ \text{Гей - Люссак заңы. } \frac{V}{T} = \text{const}, \quad p = \text{const} \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\text{Шарль заңы. } \frac{p}{T} = \text{const}, \quad V = \text{const}.$$

Газ заңдарының графиктері 1-суретте көрсетілген.



1-сурет

Адиабаталық процесс. Пуассон теңдеуі.

Қоршаған ортамен жылу алмасусыз өтетін процесті адиабаталық процесс деп атайды. Бұл процесте Пуассон заңы орындалады. (II)

$PV^\gamma = \text{const}$, мұндағы $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Бір атомды идеал газ үшін $\gamma = 1,66$ және

$C_p = \frac{i}{2}R$, $C_v = \frac{R}{2}(i+2)$, сонда біратомды газ үшін $i=3$, екіатомды газ үшін $i=5$, ал көпатомды газ үшін $i=6$.

Барометрлік формула.

Ауырлық күші өрісінде газ қысымының биіктікке байланысты кему заңы барометрлік формула арқылы өрнектеледі

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (12)$$

Газ молекулаларының орташа еркін жүру жолы. Ол былай анықталады $\lambda = \frac{v}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}n\delta^2}$. Мұндағы, v – орташа арифметикалық жылдамдық $\left(v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\right)$, δ – молекуланың тиімді диаметрі, n – молекула шоғыры.

Реал газ. Реал газ үшін күй теңдеуі Вандер – Ваальс заңымен анықталады.

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (13)$$

Мұндағы $a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}$, $b = \frac{T_k R}{8p_k}$, сонда T_k ; p_k берілген газ үшін кризистік температура және қысым.

Дальтон заңы. Егер ыдыста бірнеше газ қоспасы болса, онда газ қоспасының қысымы $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$. Мұндағы, $p_1, p_2, \dots, p_n$ жеке газдардың қысымы немесе парциал қысымдар.

7.1. Судың молдік массасы $0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ болса, онда оның молекуласының массасын, салыстырмалы молекулалық массасын есептеңдер.

Берілгені:

$$M = 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$m_0 = ?$; $M_r = ?$

Шешуі: $m_0 = \frac{M}{N_A}$ өрнегінен

$$m_0 = \frac{0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}} = 2,98 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

$$M = 10^{-3} M_r \Rightarrow M_r = \frac{M}{10^{-3}} = \frac{0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 18;$$

Жауабы: $m_0 = 2,98 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$; $M_r = 18$.

7.2. Егер судың тығыздығы $1,02 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ болса, су молекулаларының шоғырын анықтаңдар.

Берілгені:

$$\rho = 1,02 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$n = ?$

Шешуі: $1,02 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1020 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Молекулалар шоғыры

$n = \frac{N}{V}$ өрнегімен анықталады. Ал екінші жағынан

$$\rho = m_0 n \text{ және } m_0 = \frac{M}{N_A}, \text{ өйткені } \rho = \frac{m}{V} = \frac{Nm_0}{V} = nm_0. \text{ Демек, } n = \frac{\rho N_A}{M}.$$

$$n = \frac{1020 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 3,32 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{м}^3}$$

Жауабы: $n = 3,32 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

7.3. Егер мыстың тығыздығы $\rho = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, ал молдік массасы

$M = 6,35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ болса, онда оның молекулалар шоғырын табыңдар.

Берілгені:

$$\rho = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$M = 6,35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$n = ?$

Шешуі: $n = \frac{\rho}{m_0}$ өрнегін пайдаланамыз.

Сонда $m_0 = \frac{M}{N_A}$ екендігін ескерсек, $n = \frac{\rho N_A}{M}$.

$$n = \frac{9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{6,35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 9 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{м}^3}$$

Жауабы: $n = 9 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

7.4. Массасы 10 г гелийде молекулалар саны қанша?

Берілгені:	Шешуі: $10\text{ г} = 10^{-2}\text{ кг}$.
$m = 10\text{ г}$	$N = nN_A$ формуласынан $n = \frac{m}{M}$ екендігін ескерсек, онда
$N = ?$	$N = \frac{m}{M} N_A$. Мұндағы гелий үшін $M = M_r \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

немесе $M = 4,003 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Сонда, $N = \frac{mN_A}{4,003 \cdot 10^{-3}}$.

$$N = \frac{10^{-2}\text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{4,003 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \approx 1,5 \cdot 10^{24}.$$

Жауабы: $N \approx 1,5 \cdot 10^{24}$.

7.5. Ауданы 10 см^2 қасықтың бетіне қалыңдығы 1 микрон күміс жалатқан. Осы аудандағы күміс атомдарының санын есепте.

Күміс тығыздығы $\rho = 10,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:	Шешуі: $10\text{ см}^2 = 10^{-3}\text{ м}^2$; $1\text{ мкм} = 10^{-6}\text{ м}$.
$S = 10\text{ см}^2$;	$\rho = \frac{m_0 N}{V}$ және $m_0 = \frac{M}{N_A}$ формулаларынан
$d = 1\text{ мкм}$.	$N = \frac{\rho N_A \cdot V}{M}$

$\rho = 10,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Ал, $V = Sd$ екендігін ескерсек, онда

$$N = \frac{\rho \cdot N_A \cdot Sd}{M}$$

$$N = \frac{10,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot 10^{-3}\text{ м}^2 \cdot 10^{-6}\text{ м}}{108 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 0,6 \cdot 10^{20}.$$

Жауабы: $N = 0,6 \cdot 10^{20}$.

7.6. Ұзындығы 250 см , ені 20 см , орташа тереңдігі 10 м көлге бір қасық ($5,8\text{ г}$) тұз тастағанда, ол еріп біркелкі тараса, судың әрбір қасық мөлшерінде (5 см^3) тұздың неше молекуласы болады?

Берілгені:	Шешуі: $250\text{ см} = 2,5 \cdot 10^3\text{ м}$;
$a = 250\text{ см}$; $b = 20\text{ см}$;	$20\text{ см} = 2 \cdot 10^1\text{ м}$; $5,8\text{ г} = 5,8 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$;
$c = 10\text{ м}$; $m = 5,8\text{ г}$; $V_1 = 5\text{ см}^3$	$5\text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-6}\text{ м}^3$.
$N_1 = ?$	

Бір моль тұздағы молекула саны N_A , онда m массалы тұздағы молекула саны $N = \frac{N_A \cdot m}{M}$. Ал, осы молекула теңіз суында біркелкі тараса, онда судағы тұз шоғыры $n = \frac{N}{V}$ немесе $n = \frac{N_A \cdot m}{M_{\text{авс}}}$, мұндағы $V = \text{авс}$. Бір қасық судың үлесіне келетін молекулалар саны $N_1 = n \cdot V_1$ немесе $N_1 = \frac{N_A \cdot m V_1}{M_{\text{авс}}}$.

$$N_1 = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot 5,8 \cdot 10^{-3}\text{ кг} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\text{ м}^3}{58 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,5 \cdot 10^5\text{ м} \cdot 2 \cdot 10^4\text{ м} \cdot 10\text{ м}} = 6,02 \cdot 10^6.$$

Жауабы: $N_1 = 6,02 \cdot 10^6$.

7.7. Көлемі 2 м^3 ыдыста 2 кг азот бар. Оның қысымы $1,5 \cdot 10^5\text{ Па}$ болса, онда азот молекуласының ілгерілемелі қозғалысының орташа энергиясы неге тең?

Берілгені:	Шешуі: $E_k = \frac{3p}{2n}$ формуласын пайдаланамыз, мұндағы.
$V = 2\text{ м}^3$; $m = 2\text{ кг}$;	$n = \frac{N}{V}$. Ал, $N = \frac{m}{M} N_A$ екендігін ескерсек, онда $E_k = \frac{3pMV}{2mN_A}$.
$p = 1,5 \cdot 10^5\text{ Па}$	
$E_k = ?$	

$$E_k = \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 10^5\text{ Па} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2\text{ м}^3}{2 \cdot 2\text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}} = 10,5 \cdot 10^{-21}\text{ Дж}.$$

Жауабы: $E_k = 10,5 \cdot 10^{-21}\text{ Дж}$.

7.8. Идеал газ температурасы 150°С -қа өзгергенде оның молекулаларының орташа квадраттық жылдамдығы 400 -ден $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ -қа артты. Орташа квадраттық жылдамдығы 500 -ден $600 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ -қа артуы үшін оны қандай температураға қыздыру керек?

Берілгені:	Шешуі:
$\Delta T_1 = 150^\circ\text{С}$;	$v^2 = \frac{3RT}{M} \Rightarrow T = \frac{Mv^2}{3R}$ өрнегінен
$\Delta v_1(400;500) \frac{\text{м}}{\text{с}}$;	1-ші жағдай үшін: $\Delta T_1 = T_2 - T_1 = \frac{Mv_2^2}{3R} - \frac{Mv_1^2}{3R} =$
$\Delta v_2(500;600) \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$= \frac{M}{3R} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{M}{3R} \Delta v_1^2$ (I)
$\Delta T_2 = ?$	

2-ші жағдай үшін, осыған ұқсас $\Delta T_2 = \frac{M}{3R} \Delta v_2^2$ (2)

(2)-не (1)-ге мүшелеп бөлсек, онда $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{\Delta v_2^2}{\Delta v_1^2}$ - немесе $\Delta T_2 = \Delta T_1 \left(\frac{\Delta v_2^2}{\Delta v_1^2} \right)$.

$$\Delta T_2 = 150^\circ K \left(\frac{\left(\frac{600 \frac{M}{c}}{c} \right)^2 - \left(\frac{500 \frac{M}{c}}{c} \right)^2}{\left(\frac{500 \frac{M}{c}}{c} \right)^2 - \left(\frac{400 \frac{M}{c}}{c} \right)^2} \right) \approx 183^\circ K.$$

Жауабы: $\Delta T_2 \approx 183^\circ K$.

7.9. Қалыпты жағдайда көмірқышқыл газы үшін квадраттық жылдамдықтың орташа мәнін, ілгерімелі қозғалысының энергиясын табындар. Егер 1 секундтағы орташа соқтығысу саны $9,12 \cdot 10^9$ болса молекуланың еркін жүгіру жолын есептендер.

Берілгені:

$$T_0; p_0; Z_0 = 9,12 \cdot 10^9 \frac{1}{c}$$

$$\rho_0 = 1,98 \frac{K_2}{M^3}$$

$$v_0 - ?; E_0 - ?; \lambda_0 - ?$$

Шешуі:

Квадраттық жылдамдықтың орташа мәнін

$$v_0 = \sqrt{\frac{3p_0}{\rho_0}} \text{ немесе } v_0 = \sqrt{\frac{3RT_0}{\mu}} \text{ формуласымен}$$

анықтауға болады. Ал, ілгерілемелі қозғалыстың энергиясы $E_0 = \frac{3}{2} kT_0$ өрнегімен анықталады. Қалыпты жағдайдағы молекуланың еркін жүгіру жолы $\lambda_0 = \frac{v}{Z_0}$. Мұндағы; v - газ молекуласының арифметикалық орташа

жылдамдығы, сонда $v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$, демек $\lambda_0 = \frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$.

$$v_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,98 \frac{K_2}{M^3}}} \approx 392 \frac{M}{c}. E_0 = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{K} \cdot 273 K = 5,65 \cdot 10^{-21} Дж.$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{9,12 \cdot 10^9 \frac{1}{c}} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K} \cdot 273 K}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3} \frac{K_2}{моль}}} \approx 4 \cdot 10^{-8} м.$$

Жауабы: $v_0 \approx 392 \frac{M}{c}$; $E_0 = 5,65 \cdot 10^{-21} Дж$; $\lambda_0 \approx 4 \cdot 10^{-8} м$.

7.10. Тереңдігі H су түбінен ауа көпіршігі көтеріле бастады. Егер оның су түбіндегі көлемі V болса, көпіршік радиусының су деңгейі h -қа тәуелділігін анықтаңдар. Беттік керілуді ескермендер.

Берілгені:

$$H; V$$

$$r = f(h)$$

Шешуі:

Су түбіндегі қысым p_1 , ал h тереңдіктегі қысымы p_2 , көлемі V_2 болсын. Сонда:

$p_1 = p_0 + g\rho H$; $p_2 = p_0 + g\rho h$ және $V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3$ екендігін ескеріп Бойль-Мариотт заңын жазатын болсақ (температура тұрақты деп есептеледі) $p_1 V = p_2 V_2$

$$\text{немесе } V(p_0 + g\rho H) = \frac{4}{3} \pi r^3 (p_0 + g\rho h) \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3(p_0 + g\rho H)V}{4\pi(p_0 + g\rho h)}}$$

$$\text{Жауабы: } r = \sqrt[3]{\frac{3(p_0 + g\rho H)V}{4\pi(p_0 + g\rho h)}}$$

7.11. 2-суретте түйық цикл кескінделген. Бұл диаграмманы pT және pV жазықтығында кескіндеп көрсетіңдер.

Берілгені:

$$V = f(T).$$

$$p = f(T); p = f(V).$$

Шешуі:

Түйық цикл төрт процес арқылы жүзеге асырылған.

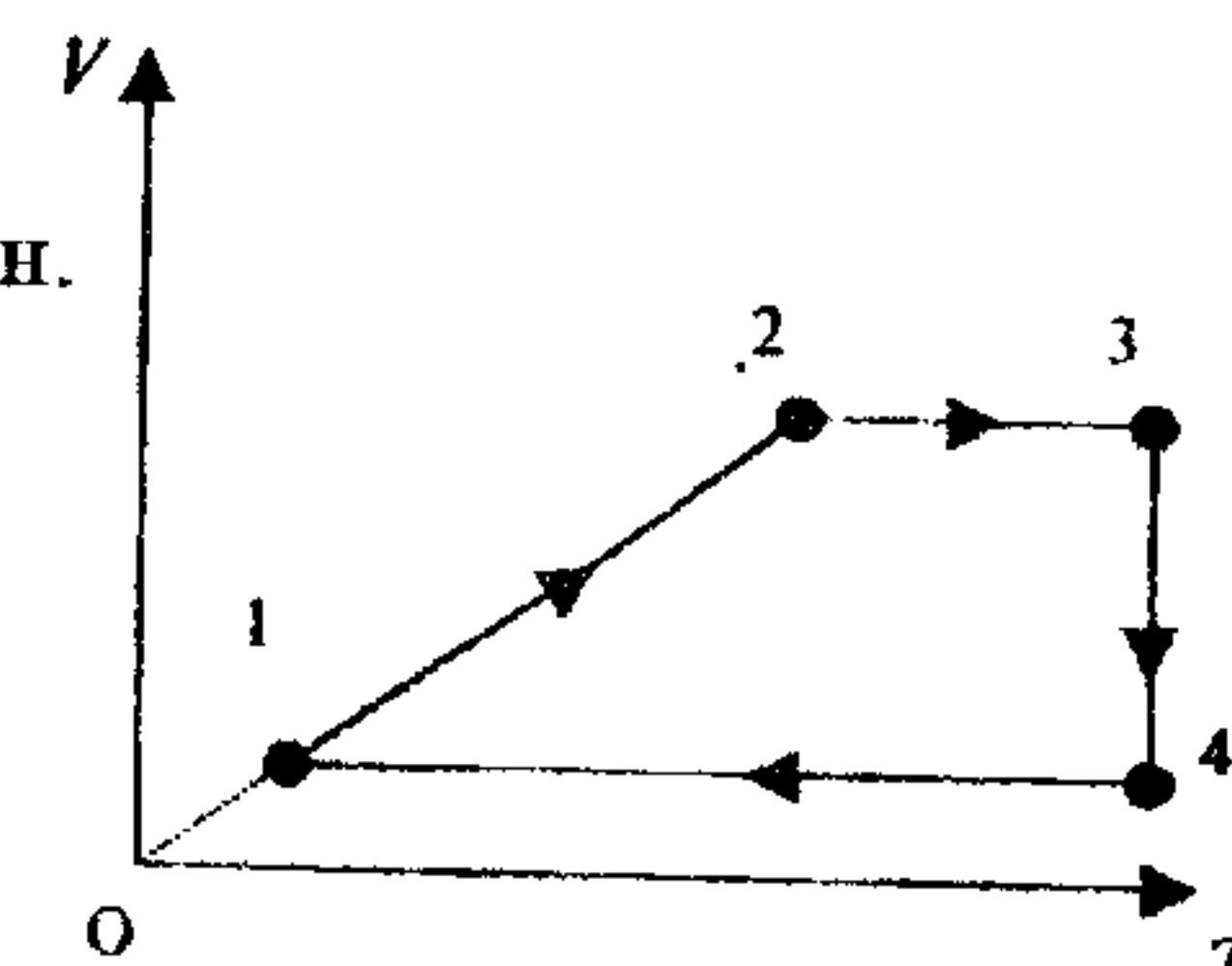
Олар:

1-2 (изобаралық ұлғаю); 2-3 (изохоралық); 3-4 (изотермиялық); 4-1 (изохоралық).

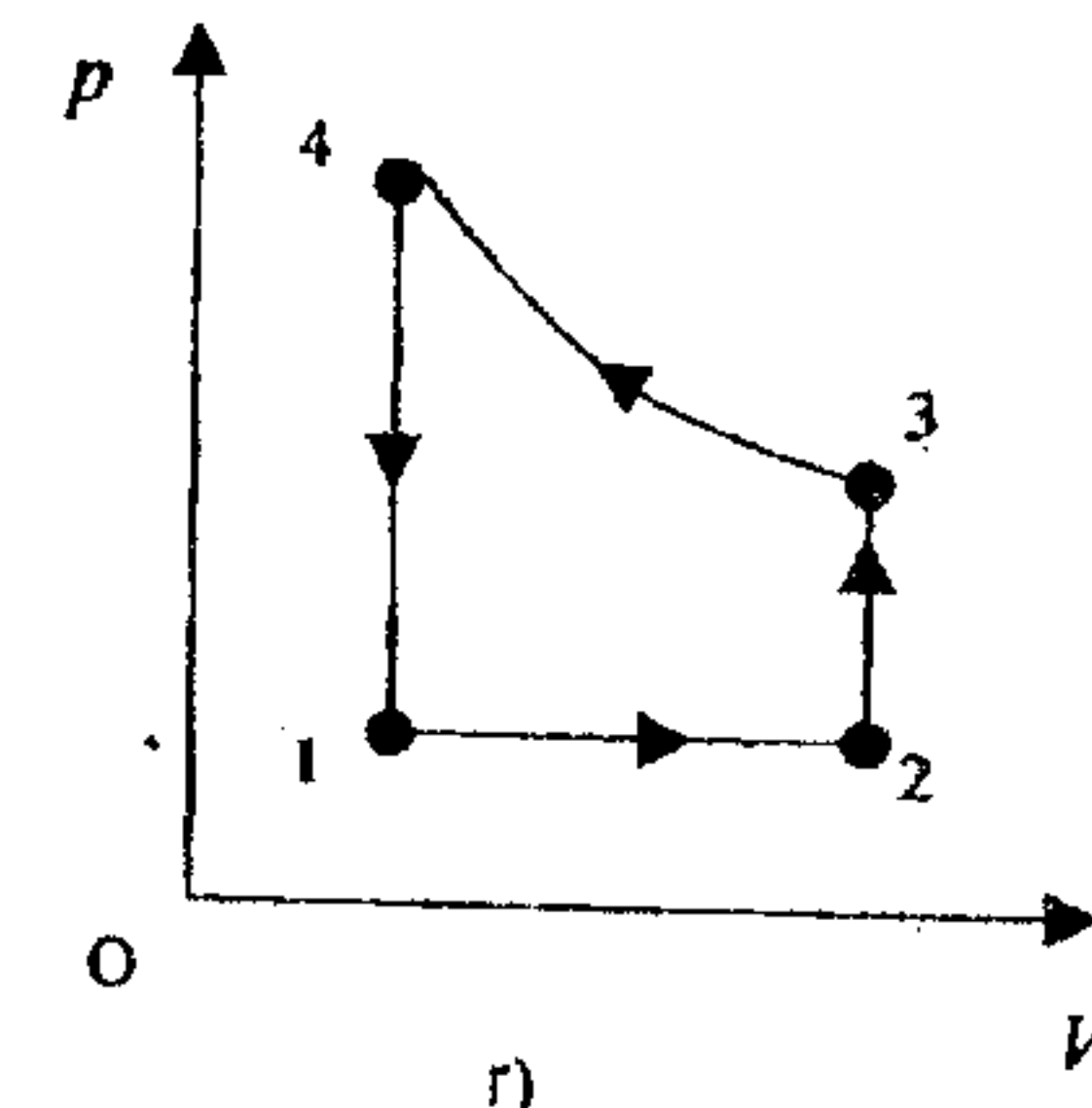
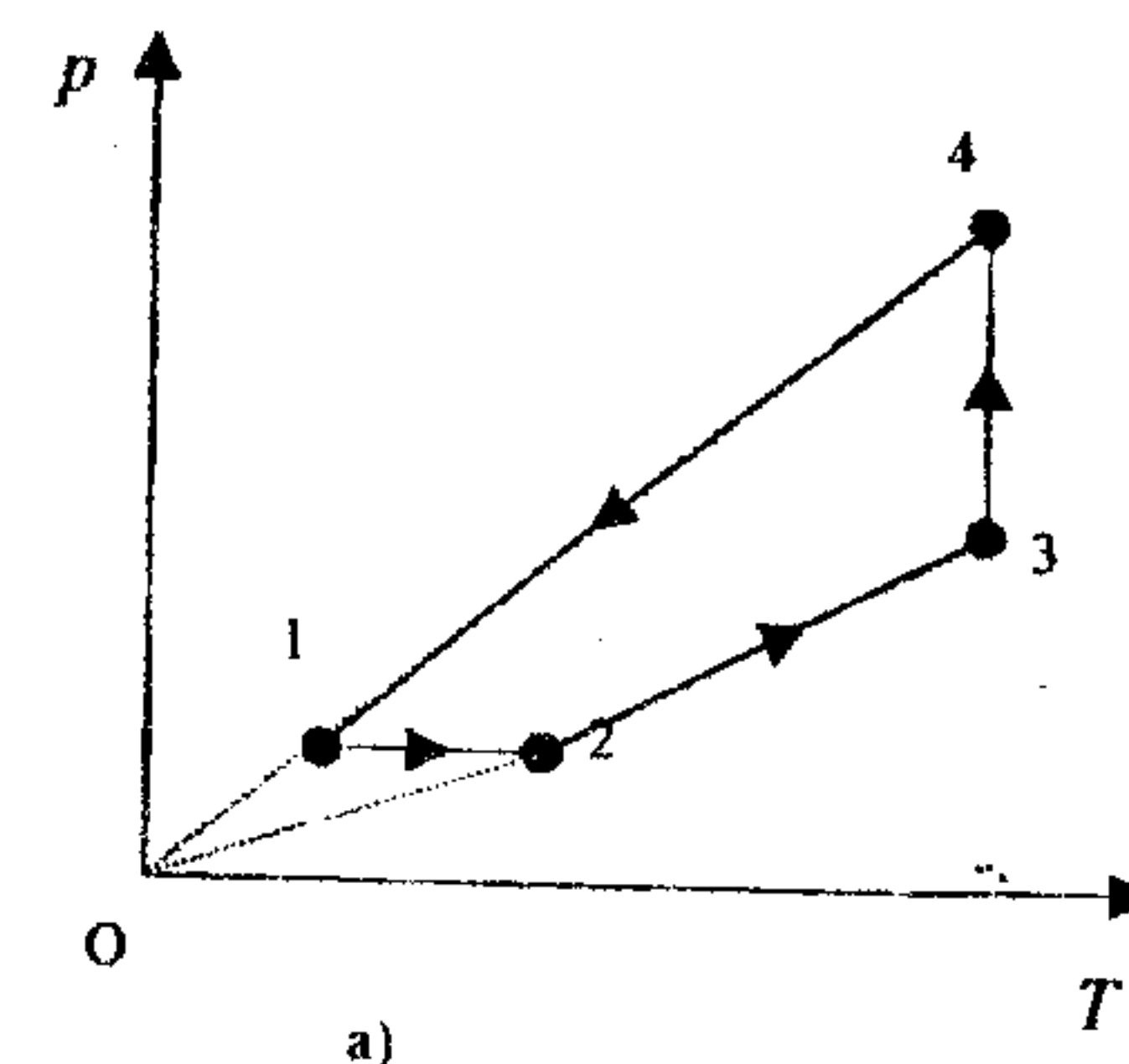
Енді осы процестерді берілген жазықтықтарда кескіндейік:

pT -жазықтығында (3-сурет (а));

pV -жазықтығында (3-сурет (б)).



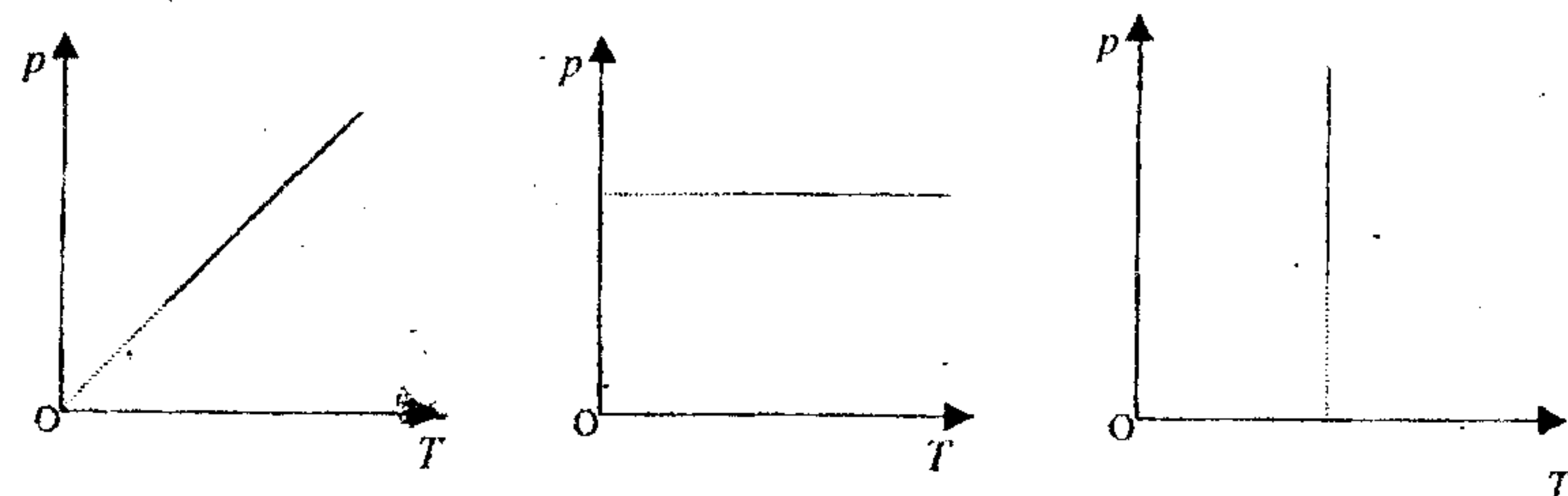
2-сурет



3-сурет

7.12. Идеал газ қысымы мен температура арасындағы тәуелділік диаграммасы изохоралық, изобаралық және изотермиялық процестерде қалай кескінделеді?

Жауабы: 4-суретте кескінделген.



4-сурет

а) изохора

б) изобара

в) изотермия

7.13. Температурасы 100°C , массасы $0,5\text{г}$ сутегі үшін изотерманы сызындар.

Берілгені:

$t = 100^\circ\text{C}$; $m = 0,5\text{г}$

$p = f(V)$

Шешуі: $0,5\text{г} = 5 \cdot 10^{-4}\text{кг}$; $100^\circ\text{C} = 373\text{K}$,

Менделеев-Клапейрон теңдеуінен

$$pV = \frac{mRT}{M} = \text{const.}$$

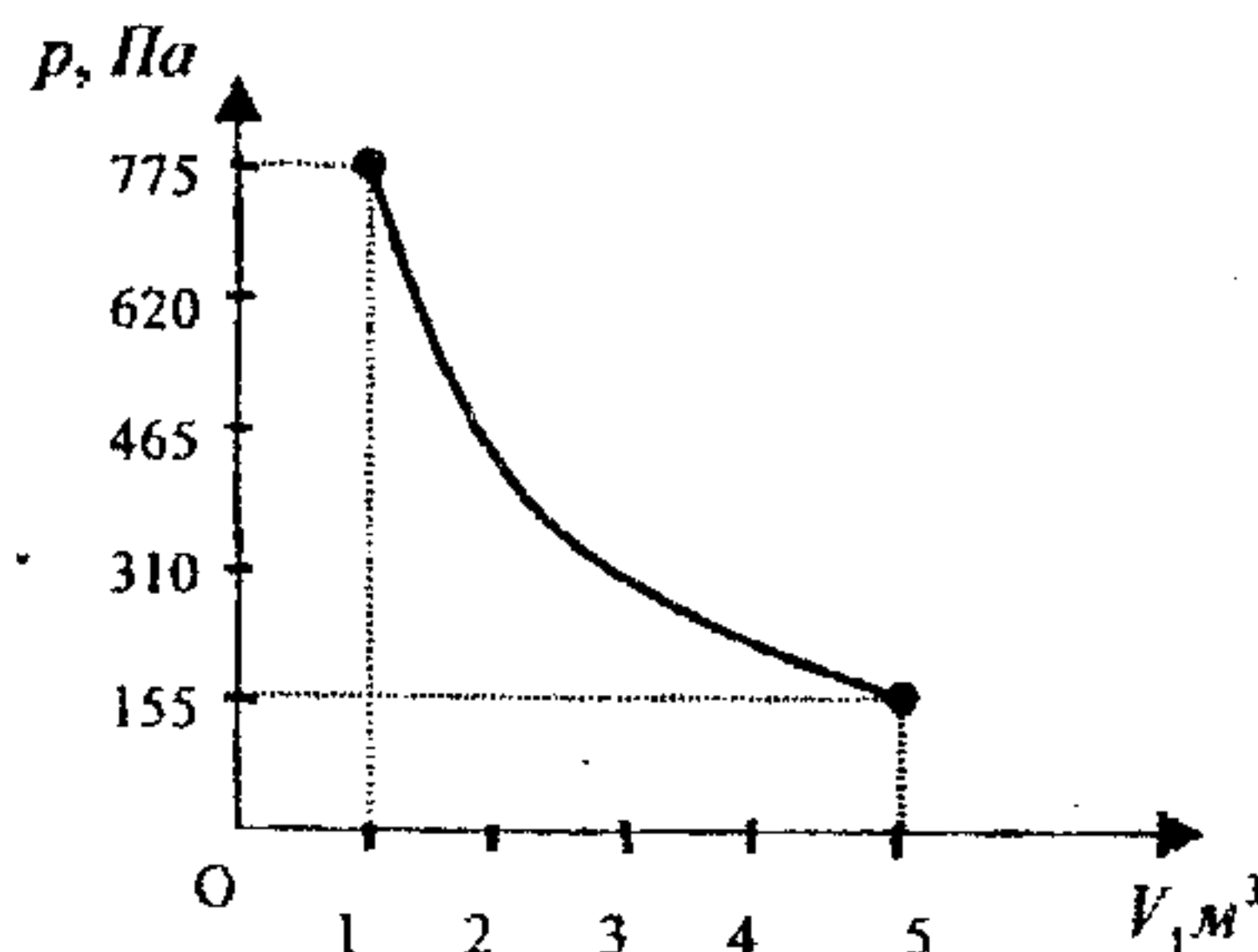
Осы тұрақты шаманы анықтайық, сонда

$$\frac{mRT}{M} = \frac{5 \cdot 10^{-4}\text{кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 373\text{K}}{2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 775 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$$

Сонымен, $pV = 775$ (1).

(1)-ің графигі (изотермасы)

5-суретте көрсетілген.



5-сурет

7.14. Қайсысы ауыр: 1 тонна қорғасын ба, әлде 1 тонна тығын ба? Ауа температурасы 17°C , ал қысымы $1,01 \cdot 10^5 \text{Па}$.

Берілгені:

$m_1 = 1\text{тн}(\text{РБ})$; $m_2 = 1\text{тн}(\text{тығын})$

$t = 17^\circ\text{C}$; $p = 1,01 \cdot 10^5 \text{Па}$.

$\Delta P = ?$ $\Delta m = ?$

Шешуі: $1\text{тн} = 10^3\text{кг}$; $17^\circ\text{C} = 290\text{K}$.

Архимед заңы бойынша газдағы

(сұйықтағы) дененің салмағының

кемуі, осы дене ығыстырған

газдың (сұйықтың) салмағына тең. Сонда m_1 массалы қорғасынның көлемі $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, мұндағы ρ_1 -қорғасын тығыздығы. V_1 көлемді ауаның

салмағы $F_1 = \frac{M p V_1 g}{RT}$ немесе $F_1 = \frac{M p m_1 g}{\rho_1 RT}$ (1). m_2 массалы тығынның көлемі

$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$, мұндағы ρ_2 -тығын тығыздығы. V_2 көлемдегі ауаның салмағы

$F_2 = \frac{M p m_2 g}{\rho_2 RT}$ (2). Ал, қорғасынның шын салмағы $P_1 = m_1 g + F_1$, тығынның

шын салмағы $P_2 = m_2 g + F_2$. Сонда $\Delta P = P_2 - P_1 = m_2 g + F_2 - m_1 g - F_1$. Енді $m_1 = m_2 = m$ және (1), (2)-ні ескерсек

$$\Delta P = \frac{M p m g}{RT} \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \text{ немесе } \Delta m = \frac{M p m}{RT} \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right),$$

$$\Delta P = \frac{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot 10^3 \text{кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 290\text{K}} \left(\frac{1}{2 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} - \frac{1}{11,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right) \approx 58,6 \text{Н}.$$

$\Delta m \approx 6\text{кг}$.

Жауабы: 1 тонна тығынның массасы 1 тонна қорғасынның массасынан 6кг ауыр екен.

7.15. Қалыпты жағдайдағы құрғақ ауасы бар, сыйымдылығы 10л ыдысқа 1г су енгізіледі де 100°C -қа дейін қыздырылады. Осы температурадағы ылғал ауаның қысымын есептендер. Судың қайнау температурасының қысымға тәуелділігін есепке алмаңдар.

Берілгені:

$V = 10\text{л}$; $m = 1\text{г}$;

$t = 100^\circ\text{C}$

$p = ?$

Шешуі: $10\text{л} = 10^{-2}\text{м}^3$; $1\text{г} = 10^{-3}\text{кг}$.

Дальтон заңынан, $p = p_1 + p_2$.

Мұндағы, p_1 - құрғақ ауаның,

ал p_2 -ылғал ауаның қысымдары. Қыздыру тұрақты қысымда өтетін болғандықтан, Шарль заңын пайдаланамыз, сонда

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T} \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 T}{T_0} \quad (1).$$

Су буып идеал газ деп қарастырып оның қысымын анықтайық.

Ыдыстағы су мөлшері үшін $\nu = \frac{m}{M}$. Мұндағы, M - будың мольдік

массасы. Сонда будың қалыпты жағдайдағы алатын көлемі

$$V_2 = V_0 \nu \text{ немесе } V_2 = V_0 \frac{m}{M} \quad (2).$$

Газ күйінің біріккен теңдеуінен

$$\frac{p_0 V_2}{T_0} = \frac{p_2 V}{T} \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 V_2 T}{T_0 V} \text{ немесе (2)-ден } p_2 = \frac{p_0 V_0 m T}{T_0 V M}.$$

Демек, ылғал ауаның қысымы

$$p = \frac{p_0 T}{T_0} + \frac{p_0 V_0 m T}{T_0 V M} \text{ немесе } p = \frac{p_0 T}{T_0} \left(1 + \frac{V_0 m}{V M} \right).$$

Мұндағы, $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$, $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T_0 = 273 \text{ К}$.

$$p = \frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 273 \text{ К}}{273 \text{ К}} \left(1 + \frac{22,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}} \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \right) \approx 190 \text{ кПа}.$$

Жауабы: $p \approx 190 \text{ кПа}$.

7.16. Газ температурасы T_1 болатын 1 күйінен температурасы T_2 болатын 2 күйге, содан температурасы T_3 болатын 3 күйге соңында қайтадан 1 күйге біртіндеп ауыстырылады (6-сурет). T_1 және T_2 белгілі деп есептеп T_3 температураны табындар.

Берілгені:	Шешуі: Газ 3 күйінен 1 күйіне өткенде (1) $\frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$
1-2-3-1; T_1 ; T_2 ;	қатынасы орындалады. Екінші жағынан
T_3 - ?	бұл процесте $V = k p$ (сызықтық

тәуелділік), демек $V_3 p_1 = V_1 p_3$ (2).

1 күйден 2-ге өту изохоралық процес,

демек $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ (3). Ал, 2-ден 3-ш

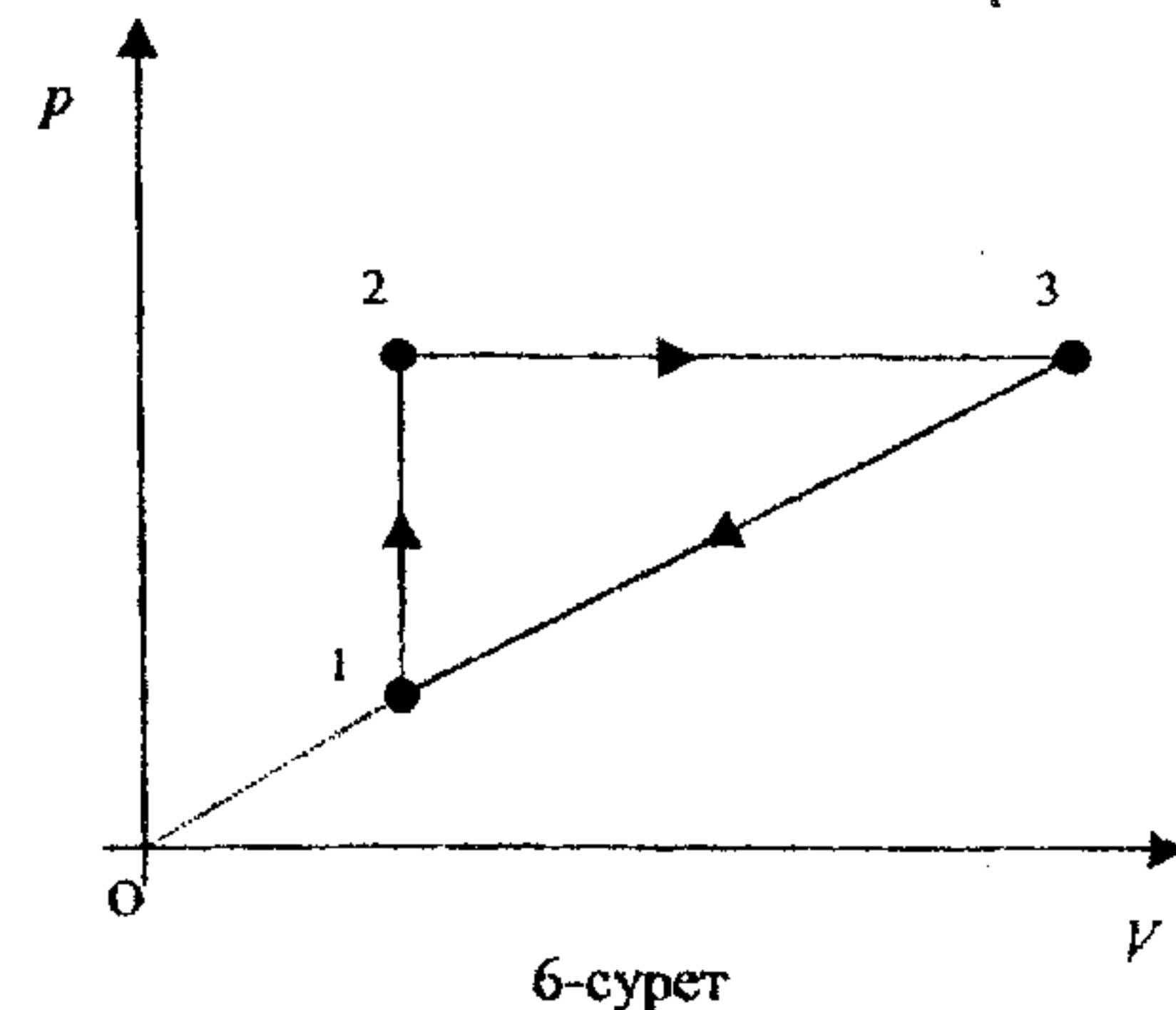
күйге өту изобаралық процес, демек

$p_2 = p_3$ (4). (1), (2), (3) және (4)

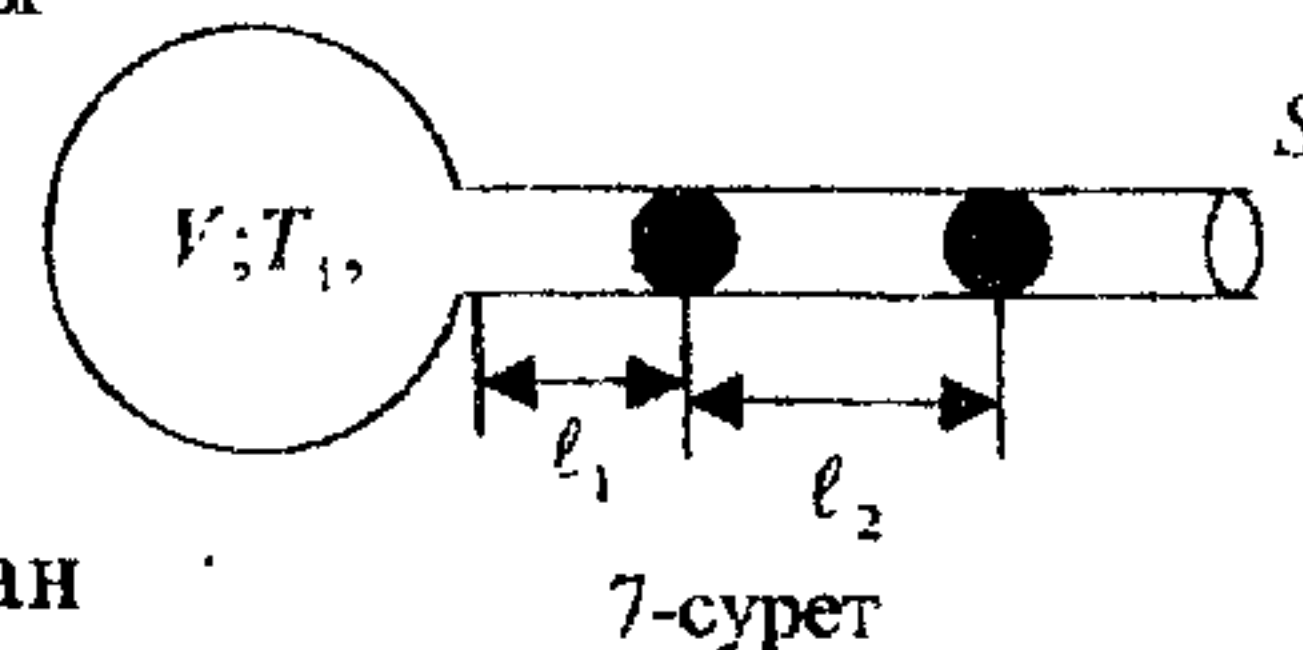
қатынастарынан T_3 табылады,

сонда $T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$.

Жауабы: $T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$.



7.17. Газ термометрі, ішінде сынап тамшысы бар түтікше жалғанған сыйымдылығы V шыны ыдыстан тұрады (7-сурет). Түтік қимасы S . Ыдыстағы температура T_1 және T_2 -ге көтерілгенде сынап тамшысы ℓ_2 қашықтыққа жылжыды. Тамшының ыдыстан алғашқы қашықтығы ℓ_1 болса температура өзгерісін табындар.



Берілгені:	Шешуі: Түтікше көкжиек бағытында жатқандықтан
T_1 ; V ; ℓ_1 ; S ; ℓ_2 .	тамшының қозғалысы түтік ішіндегі қысымның
ΔT - ?	өзгерісіне әсер етпейді, демек процес кезінде қысым
	тұрақты болады, онда Гей-Люссак заңынан

Мұндағы: $V_1 = V + \ell_1 S$; $V_2 = V + (\ell_1 + \ell_2) S$. Демек,

$$\frac{V + (\ell_2 + \ell_1) S}{V + \ell_1 S} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1} \text{ немесе } 1 + \frac{\ell_2 S}{V + \ell_1 S} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1} \Rightarrow \Delta T = T_1 \frac{\ell_2 S}{V + \ell_1 S}.$$

Жауабы: $\Delta T = T_1 \frac{\ell_2 S}{V + \ell_1 S}$.

7.18. Ыдыстағы сутегінің көлемі $V = 10 \text{ дм}^3$, қысымы $p = 10^7 \text{ Па}$ ал температурасы $t = 20^\circ \text{ C}$. Егер жану кезінде $V_1 = 0,5 \text{ дм}^3$ су пайда болған болса, ыдыстағы сутегінің қандай массасы шығын болды?

Берілгені:	Шешуі:
$V = 10 \text{ дм}^3$; $p = 10^7 \text{ Па}$;	$10 \text{ дм}^3 = 10^{-2} \text{ м}^3$; $20^\circ \text{ C} = 290 \text{ К}$; $0,5 \text{ дм}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.
$t = 20^\circ \text{ C}$; $V_1 = 0,5 \text{ дм}^3$.	Алғашқы V көлемдегі сутегінің мөлшері
Δm - ?	$\nu = \frac{m}{M} = \frac{pV}{RT}$ (1).

Ал, $0,5 \text{ дм}^3$ су пайда болуы үшін қажетті сутегінің мөлшері $\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}$.

Мұндағы: $m_1 = \rho_1 V_1$ (судың массасы), $M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ (судың мольдік массасы). Сонда $\nu_1 = \frac{\rho_1 V_1}{M_1}$ (2). Демек шығын болған сутегінің мөлшері

$\Delta \nu = \nu - \nu_1$ немесе $\Delta m = M(\nu - \nu_1)$. және (2) -ні ескерсек $\Delta m = M \left(\frac{pV}{RT} - \frac{\rho_1 V_1}{M_1} \right)$.

$$\Delta m = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \left(\frac{10^7 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 290 \text{ К}} - \frac{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3}{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \right) = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг}.$$

Жауабы: $\Delta m = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$.

7.19. Екі жағыда жабылып, көкжиек жазықтығында қойылған цилиндрдің ішіндегі қақпақ еркін қозғала алады. Оның бір жағында $m_1 = 3 \text{ г}$ сутегі, екінші жағында $m_2 = 17 \text{ г}$ азот бар. Сутегі цилиндрдің қандай бөлігін алып жатыр?

Берілгені:	Шешуі: $3 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $17 \text{ г} = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$
$m_1 = 3 \text{ г}$; $m_2 = 17 \text{ г}$.	Қақпақтың екі жағындағы газ үшін күй
$M_1 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$;	теңдеулерін жазайық. $p_1 V_1 = \frac{m_1}{M_1} RT_1$
$M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.	және $p_2 V_2 = \frac{m_2}{M_2} RT_2$. Мұндағы: $p_1 = p_2 = p$;
V_1 - ?	$T_1 = T_2 = T$; V_1 - сутегінің, ал V_2 - азоттың көлемі.

Сонда, $V_1 = \frac{m_1 RT}{p M_1}$; $V_2 = \frac{m_2 RT}{p M_2}$ және $V = V_1 + V_2 = \frac{RT}{p} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$.

$$\text{Демек } \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{m_1 RT}{p M_1}}{\frac{RT}{p} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)} = \frac{m_1 M_2}{m_1 M_2 + m_2 M_1} \quad \frac{V_1}{V} = \frac{m_1 M_2}{(m_1 M_2 + m_2 M_1)}$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} + 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 0,71.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{V_1}{V} = 0,71.$$

7.20. Газ тұрған ыдыс қабырғасының температурасы T_x , ал газ температурасы T . Қай жағдайда ыдыс қабырғасына газ қысымы көп болады: Қабырға температурасы газ температурасынан төмен болғанда ма ($T_x < T$), әлде жоғары болғанда ($T_x > T$)?

Жауабы: Егер $T_x = T$ болса, онда қабырғаға соққан газ молекуласы импульсінің нормал құраушысы тек бағытын өзгертеді, яғни $\bar{P}_x = -\bar{P}_x$. Демек импульстің қорытқы өзгерісі мәні $2P_x$. Егер қабырға температурасы жоғары болса ($T_x > T$), онда қабырғаға соққан газ қызады, демек одан тебілген молекуланың жылдамдығы артады. Қорытынды да импульс өзгерісі $2P_x$ -ден артық болады. Егер қабырға температурасы төмен болса ($T_x < T$), онда қорытынды импульстің өзгерісі $2P_x$ -ден кем болады. Ньютонның екінші заңы бойынша импульстің өзгерісі күштің орташа мәніне пропорционал, демек қабырға температурасы жоғары болғанда газдың қабырғаға түсіретін қысымы көп болады екен.

7.21. Температурасы $t_1 = -3^\circ\text{C}$, қысымы $p_1 = 6,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ гелий салынған ыдыстың массасы $M_1 = 2 \text{ кг}$. Ал температурасы сондай, қысымы $p_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ болғанда $M_2 = 20 \text{ кг}$. Температурасы $t = 27^\circ\text{C}$, қысымы $p = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ болатын ыдыстағы гелийдің массасын табындар.

Берілгені:	Шешуі: $-3^\circ\text{C} = 270\text{K}$; $27^\circ\text{C} = 300\text{K}$.
$t_1 = -3^\circ\text{C}$; $p_1 = 6,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$;	Газ күйінің біріккен теңдеуін екі жағдай үшін
$M_1 = 2 \text{ кг}$; $p_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$;	жазайық: $T_1 = T_2$ және $V_1 = V_2 = V$ екендігін
$M_2 = 20 \text{ кг}$; $t = 27^\circ\text{C}$;	ескерсек $p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1$ және $p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \Rightarrow$
$p = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$	$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_2 + (M_1 - M_2)}{m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{M_1 - M_2}{\frac{p_1}{p_2} - 1} \quad (1).$
$m = ?$	

Ал ыдыстың көлемі $V = \frac{m_1 RT_1}{\mu p_1}$ немесе $V = \frac{m_2 RT_2}{\mu p_2}$. (1)-ден m_2 мәнін қойсақ

$$V = \frac{(M_1 - M_2) RT_1}{(p_1 - p_2) \mu} \quad (2).$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{pV \mu}{RT} \quad (3).$$

$$(1) \text{ және } (3)\text{-ден } m = \frac{p(M_1 - M_2) \mu}{(p_1 - p_2) T} = \frac{1,5 \cdot 10^7 \text{ Па} (2 \text{ кг} - 20 \text{ кг}) 270 \text{ К}}{(6,5 \cdot 10^6 \text{ Па} - 2 \cdot 10^6 \text{ Па}) \cdot 300 \text{ К}} = 3 \text{ кг}.$$

$$\text{Жауабы: } m = 3 \text{ кг}.$$

7.22. Марс атмосферасының қарапайым үлгісі бойынша, ғаламшарды биіктігі $H = 25 \text{ км}$, тығыздығы біртекті ауа қоршап тұрады. Ғаламшар бетіндегі атмосфера температурасы $T = 300 \text{ К}$. Егер Марстың массасы $M_0 = 6 \cdot 10^{23} \text{ кг}$, радиусы $r = 3400 \text{ км}$ болса ғаламшар газының мольдік массасын анықтандар.

Берілгені:	Шешуі: $25 \text{ км} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ м}$;
$H = 25 \text{ км}$; $T = 300 \text{ К}$;	$3400 \text{ км} = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.
$M_0 = 6 \cdot 10^{23} \text{ кг}$; $r = 3400 \text{ км}$	Марс бетіндегі қысымды, газ күйінің
$M = ?$	теңдеуінен табамыз $p = \frac{\rho RT}{M} \quad (1).$

Атмосфера біртекті болғандықтан оның қысымын гидростатикалық формуламен анықтауға да болады, сонда $p = \rho g_M H \quad (2).$

$$\text{Мұндағы } g_M = \frac{\gamma M_0}{r^2} \quad (3).$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } M = \frac{RT \tau^2}{\gamma M_0 H}.$$

$$M = \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К} \cdot (3,4 \cdot 10^6 \text{ м})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ кг} \cdot 2,5 \cdot 10^4 \text{ м}} = 2,9 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right).$$

$$\text{Жауабы: } M = 2,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

7.23. Оттегі массасы жасайтын тұйық процесс pT диаграммада берілген (8-сурет). 1 нүктесіндегі газдың массасы мен көлемін анықтандар. T_1 , T_2 , p_1 және p_2 мәндері суретте берілген.

Берілгені:	Шешуі: $16,4 \text{ м}^3 = 1,64 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.
$V_{\text{оттегі}} = 16,4 \text{ м}^3$.	Газ күйінің біріккен теңдеуінен,
T_1 ; T_2 ; p_1 ; p_2	көлем $\frac{T}{p}$ қатынасына пропорционал.
$m = ?$; $V_1 = ?$	

Демек, берілген процесте газдың көлемінің ең үлкен мәні 3 нүктесіне сай келеді, өйткені осы нүктедегі газдың температурасы ең үлкен (400K), ал қысымы ең аз 10^5 Па мәніне болып тұр. Сонда, 1 және 3 нүктелері үшін

$$\frac{V_1}{V_{\max}} = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow V_1 = V_{\max} \frac{T_1}{T_3} \quad (1).$$

Газ күйінің теңдеуінен

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1 \Rightarrow m = \frac{p_1 V_1 M}{RT_1}.$$

$$(1)\text{-ді ескерсек } m = V_{\max} \frac{p_1 M}{RT_3}.$$

$$V_1 = 1,64 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot \frac{300 \text{ К}}{400 \text{ К}} \approx 1,23 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

$$m = 1,64 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 3,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400 \text{ К}} \approx 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}.$$

Жауабы: $V_1 \approx 1,23 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$; $m \approx 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$.

7.24. Ауданы $S = 100 \text{ см}^2$ қақпақпен жабылған цилиндр ішінде температурасы $T_1 = 273 \text{ К}$ болатын массасы $m = 28 \text{ г}$ азот бар. Цилиндр $T_2 = 373 \text{ К}$ -ге дейін қыздырылса, массасы $M_0 = 100 \text{ кг}$ қақпақ қандай Δh биіктікке көтеріледі? Атмосфералық қысым $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Берілгені:

$$S = 100 \text{ см}^2; m = 28 \text{ г}; \\ T_1 = 273 \text{ К}; T_2 = 373 \text{ К};$$

$$M_0 = 100 \text{ кг}; p_0 = 10^5 \text{ Па}.$$

Δh - ?

Шешуі: $100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$; $28 \text{ г} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$;

Цилиндр ішіндегі газ қысымы қақпақтың тепе-теңдік шартымен анықталады

$$p = p_0 + \frac{M_0 g}{S} \quad (1).$$

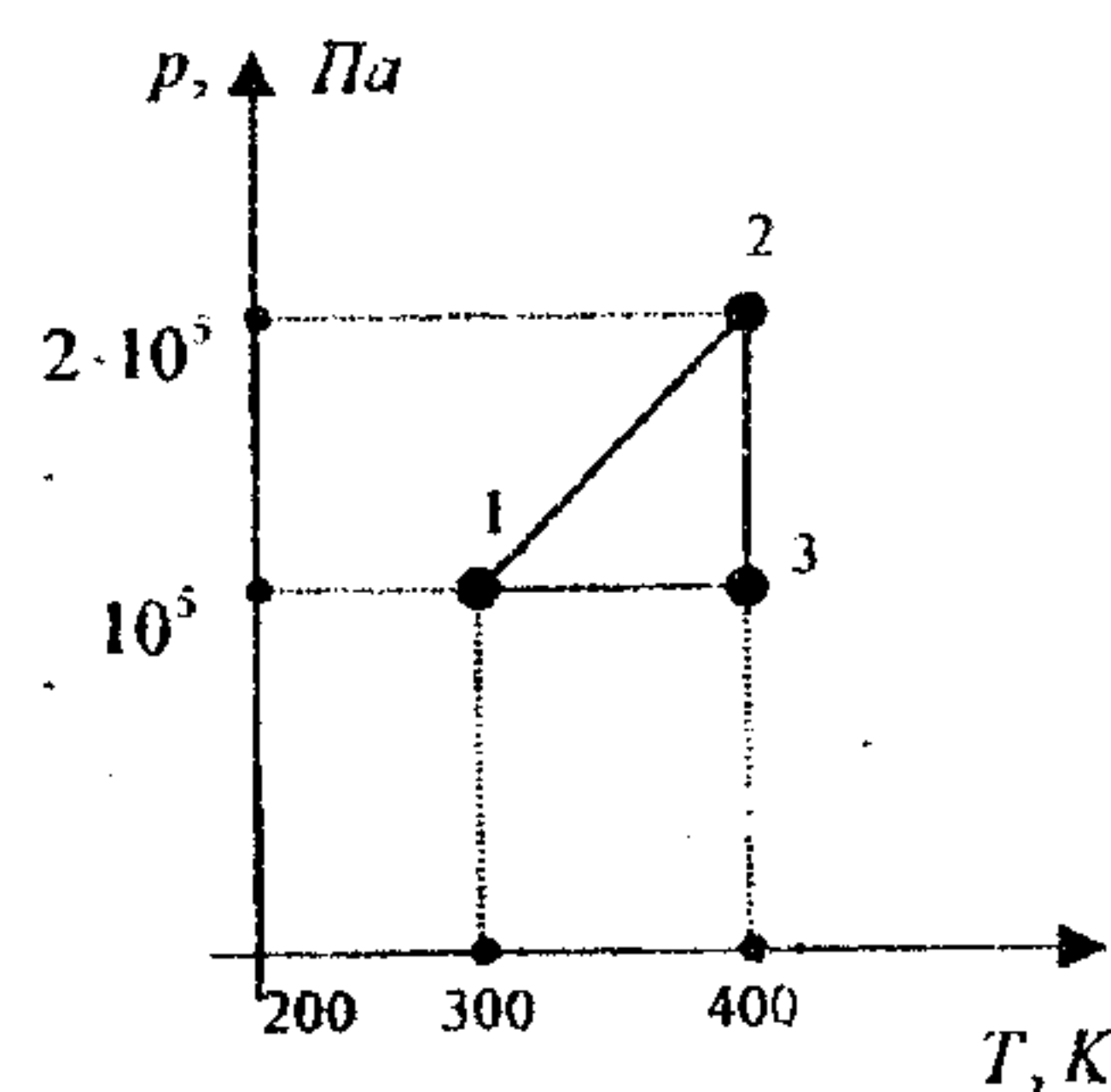
Қақпақтың көтерілу кезіндегі көлем өзгерісін газ күйінің теңдеуімен анықтауға болады, сонда $V_1 = \frac{m}{p_1 M} RT_1$, және $V_2 = \frac{m}{p_2 M} RT_2$.

$$p_1 = p_2 = p = \text{const} \text{ болғандықтан, көлем өзгерісі } \Delta V = V_2 - V_1 = \frac{mR}{pM} (T_2 - T_1) \quad (2).$$

$$\text{Ал, } \Delta h = \frac{\Delta V}{S}. \quad (1) \text{ және } (2)\text{-ні ескерсек, онда } \Delta h = \frac{mR(T_2 - T_1)}{M(p_0 S + M_0 g)}.$$

$$\Delta h = \frac{2,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} (373 \text{ К} - 273 \text{ К})}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \left(10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 + 100 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)} \approx 4,1 \cdot 10^{-1} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta h \approx 4,1 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.



8-сурет

7.25. Идеал газ $p = aV^{-n}$ заңдылығымен ұлғаятын болса, ол ыси ма әлде суына ма? Мұндағы: a - тұрақты шама, $n < 1$.

Жауабы: Біріккен газ заңы бойынша $\frac{pV}{T} = \text{const} \Rightarrow T = \frac{pV}{\text{const}}$. Мұндағы p - ның орнына мәнін қойсақ, онда $T = \frac{V a}{V^n \cdot \text{const}}$ немесе $T = \frac{\text{const}}{V^{n-1}}$.

Ал, $n < 1$ болғандықтан газ ұлғайғанда ысиады.

7.26. Көл түбінен көтерілген көпіршік көлемі су бетіне шыққанша үш есе ұлғаяды. Көлдің тереңдігін табындар.

Берілгені:

$$\frac{V_2}{V_1} = 3; \\ h = ?$$

Шешуі: Көл температурасы тұрақты деп есептесек,

$$\text{Бойль-Мариотт заңынан } p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Мұндағы, p_1 және V_1 көпіршік ішіндегі ауаның

қысымы мен көлемі (түбіндегі), ал p_2 және V_2 (бетіндегі). Сонда, $p_2 = p_0$ (p_0 - атмосфералық қысым). Онда есеп шартын пайдалансақ $p_1 V_1 = p_0 \cdot 3V_1 \Rightarrow p_1 = 3p_0$ (1).

Демек, көпіршік ішіндегі ауа қысымының өзгерісі $\Delta p = p_1 - p_2 = 3p_0 - p_0 = 2p_0$. $\Delta p = 2p_0$ (2).

Гидростатикалық қысымның $\Delta p = \rho g h$ өрнегін пайдалансақ, онда

$$2p_0 = \rho g h \Rightarrow h = \frac{2p_0}{\rho g}. \quad h = \frac{2 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 20,6 \text{ м}.$$

Жауабы: $h \approx 20,6 \text{ м}$.

7.27. 4 г сутегі мен 32 г оттегіден тұратын қоспаның тығыздығын анықтандар. Температурасы 7° С , ал қысымы 93 кПа .

Берілгені:

$$m_1 = 4 \text{ г}; m_2 = 32 \text{ г}; \\ t = 7^\circ \text{ С}; p = 93 \text{ кПа}.$$

$$\rho = ?$$

Шешуі: $4 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $32 \text{ г} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$;

$$T = 7 + 273 = 280 \text{ К}; 93 \text{ кПа} = 9,3 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Дальтон заңы бойынша қоспаның қысымы

$$(1) p = p_1 + p_2. \text{ Мұндағы, } p_1 - \text{сутегінің,}$$

p_2 - оттегінің парциал қысымдары. Әрбір газ үшін Менделеев -

$$\text{Клапейрон теңдеуін жазайық, сонда } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m_1}{M_1} R \text{ және } \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m_2}{M_2} R \quad (2).$$

Есеп шарты бойынша $V_1 = V_2 = V$, $T_1 = T_2 = T$. Онда (2) былай жазылады

$$p_1 = \frac{m_1 R T}{M_1 V} \text{ және } p_2 = \frac{m_2 R T}{M_2 V} \quad (3).$$

$$(2) \text{ және } (1)\text{-де } p = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \Rightarrow V = \frac{RT}{p} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \quad (4).$$

Тығыздық анықтамасынан $\rho = \frac{m}{V}$, $m = m_1 + m_2$ екендігін және (4)-і ескерсек

$$\rho = \frac{(m_1 + m_2) p M_1 M_2}{RT (m_1 M_2 + m_2 M_1)}$$

$$\rho = \frac{(4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} + 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}) \cdot 9,3 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 280 \text{ К} \left(4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} + 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right)} \approx 0,48 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Жауабы: $\rho \approx 0,48 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

7.28. Бір моль идеал газда өткен тұйық процес pV жазықтығында кескінделген (9-сурет). 1-2 және 3-4 түзу кесінділерінің жалғасы координата басы арқылы өтеді, ал 1-4 және 2-3 қисықтары изотермалар болып табылады. Бұл процесті TV жазықтығында кескіндеңдер. Егер V_1 көлемі белгілі және $V_2 = V_4$ болса, V_3 көлемін табыңдар.

Берілгені: V_1 ; $V_2 = V_4$.
 V_3 - ?

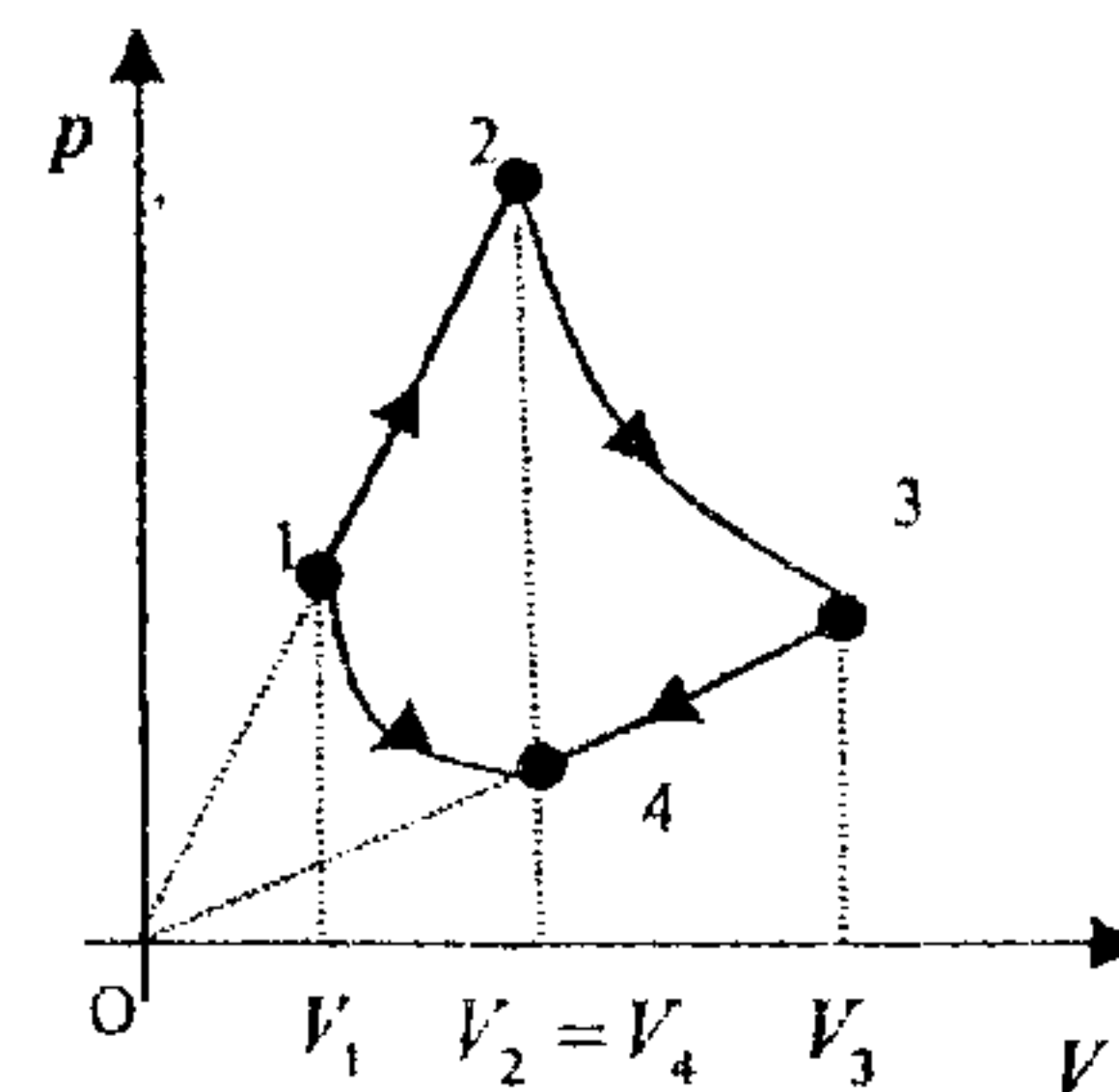
Шешуі:
1) Процесті TV жазықтығында кескіндейік.

Бір моль идеал газ үшін Менделеев – Клапейрон теңдеуі $pV = RT$.
Мұндағы изотермалық емес аралықтарда температура көлемнің квадратына (V^2) пропорционал, сондықтан бұл аралықтар параболаның бөліктері болады. Ал, 2-3 және 4-1 аралықтары изотермиялық процеске сәйкес келеді. Сонда, тұйық процестің кескіні 10-суреттегідей болады.

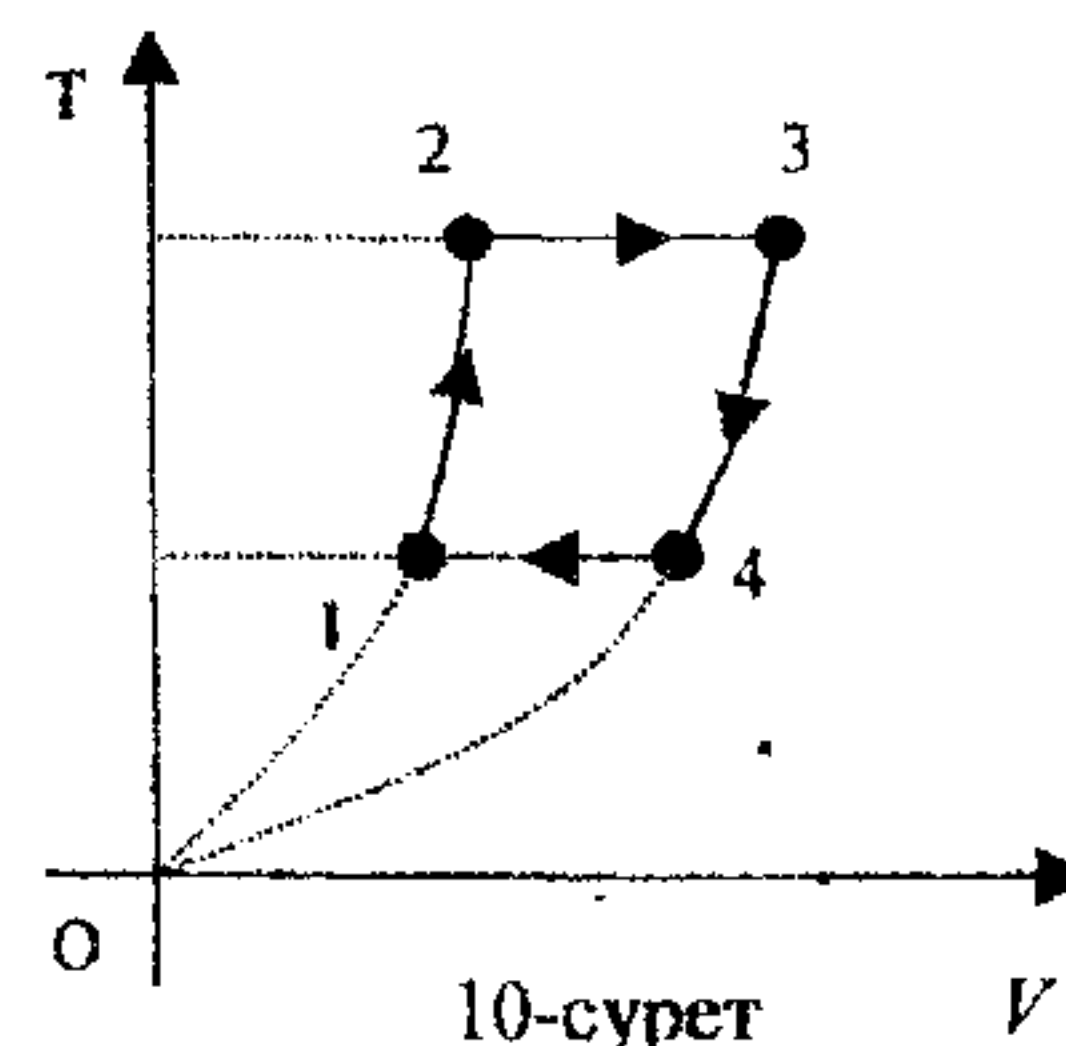
2) 1-2 және 3-4 аралықтарында p және V өзара пропорционал болғандықтан $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_2}$ және $\frac{p_3}{p_4} = \frac{V_3}{V_4}$ (1)
Ал, 2-3 және 4-1 аралықтары изотермиялық процестерге сәйкес келеді, демек Бойль – Мариотт заңы бойынша $p_2 V_2 = p_3 V_3$ және $p_4 V_4 = p_1 V_1$ (2). Есеп шартындағы $V_2 = V_4$ т

ендігін ескерсек, онда (1) және (2) – ден $\frac{V_1 V_3}{V_2 V_4} = \frac{V_4 V_2}{V_1 V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2^2}{V_1}$.

Жауабы: $V_3 = \frac{V_2^2}{V_1}$.



9-сурет



10-сурет

7.29. Егерде молекулалардың арасындағы тартылыс күштері кенеттен жоқ болып кетсе, ыдыстағы газдың қысымы қалай өзгереді?

Жауабы: Молекулалардың арасындағы тартылыс күштері жоғалған кезде, газдың көлемі ұлғаяды, сондықтан ыдыстың көлемі өгермейтін болса, онда ыдыстың қабырғаларына түсетін қысым артады.

7.30. 0°C -тағы газы бар бірдей екі ыдыс диаметрі 5 мм түтікшемен жалғанған. Түтікше ортасында сынаптың тамшысы бар (11-сурет). Ол, ыдысты әрбіруінің көлемі 200 см^3 болатын екі бөлікке бөліп тұр. Егер де ыдыстың біреуін 2°C -қа қыздырса, екіншісін сонша суытсақ, тамшы қандай X қашықтыққа жылжыр еді? Ыдыстардың ұлғаюы ескерілмейді.

Берілгені:

$$d = 5\text{ мм};$$

$$V_0 = 200\text{ см}^3;$$

$$\Delta t = 2^\circ\text{C}; \quad t_0 = 0^\circ\text{C}$$

$$X - ?$$

Шешуі:

$$5\text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ м};$$

$$200\text{ см}^3 = 2 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3;$$

$$\Delta T = 2\text{ К}; \quad T_0 = 273\text{ К}.$$



11-сурет

Газ күйінің біріккен теңдеуін екі жағдай үшін жазайық, сонда $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

(1). Сынап тамшысы түтікшенің бойымен $p_1 = p_2$ болғанша жылжиды.

Сонда (1) теңдеу мына түрге келеді. $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (2).

Есеп шарты бойынша $V_1 = V_0 + SX$ және $V_2 = V_0 - SX$ (3). Мұндағы S -

түтікше қимасының ауданы, X - тамшының жылжу қашықтығы. $S = \frac{\pi d^2}{4}$

скендігін ескеріп (2) және (3)-ден $\frac{V_0 + SX}{V_0 - SX} = \frac{T_0 + \Delta T}{T_0 - \Delta T} \Rightarrow X = \frac{V_0 \Delta T}{S T_0}$ немесе

$$X = \frac{4 V_0 \Delta T}{\pi d^2 T_0}$$

$$X = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3 \cdot 2\text{ К}}{3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-3}\text{ м})^2 \cdot 273\text{ К}} \approx 7,45 \cdot 10^{-2}\text{ м}.$$

Жауабы: $X \approx 7,45 \cdot 10^{-2}\text{ м}.$

7.31. Көлемі $V_1 = 40\text{ л}$ ыдыста, қысымы $p_1 = 15\text{ МПа}$ ал температурасы $t_1 = 27^\circ\text{C}$ болатын сығылған ауа сақтаулы. Температурасы $t_2 = 7^\circ\text{C}$ $h = 20\text{ м}$ тереңдікте тұрған су асты кемесінің шанағынан, осы ыдыстағы ауа арқылы қандай V көлемдегі суды айдап шығаруға болады? Су тығыздығы $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, ал атмосфералық қысым $p_0 = 0,1\text{ МПа}$.

Берілгені:	Шешуі:
$V_1 = 40 \text{ л}; p_1 = 15 \text{ МПа};$	$40 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3; 15 \text{ МПа} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па};$
$t_2 = 7^\circ \text{C}; t_1 = 27^\circ \text{C}; h = 20 \text{ м};$	$27^\circ \text{C} = 300 \text{ К}; 0,1 \text{ МПа} = 10^5 \text{ Па};$
$\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; p_0 = 0,1 \text{ МПа}.$	$7^\circ \text{C} = 280 \text{ К}.$
$V = ?$	Кеме шанағынан суды айдап шығуы үшін, сығылған ауаның қысымы,

Гидростатикадағы су қысымына тең болуы керек, яғни $p_2 = p_0 + g\rho h$. Мұндағы, p_2 - сығылған ауа қысымы. Ал, сығылған ауаның ұлғайғандағы көлемі $V_2 = V + V_1$ болады. Екі күй үшін біріккен газ теңдеуін жазсақ, сонда

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ немесе } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{(p_0 + g\rho h)(V + V_1)}{T_2} \Rightarrow V = \left[\frac{p_1 V_1 T_2}{(p_0 + g\rho h) T_1} - V_1 \right]$$

$$V = \left[\frac{1,5 \cdot 10^7 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 280 \text{ К}}{(10^5 \text{ Па} + 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 20 \text{ м}) \cdot 300 \text{ К}} - 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \right] = 1,85 \text{ м}^3.$$

Жауабы: $V = 1,85 \text{ м}^3$.

7.32. Қимасы әртүрлі түтіктен ауа ағызылады. Түтік өлшемдері 12-суретте көрсетілген. Шығыс тесігінен ағып өтетін ауа жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі:
$v_1; p_1; T_1; S_1;$	t уақыт ішінде
$p_2; T_2; S_2;$	S_1 тесіктен
$v_2 = ?$	енетін ауаның

көлемі V_1 , ал S_2 тесіктен шығатын ауа көлемі V_2 болсын.

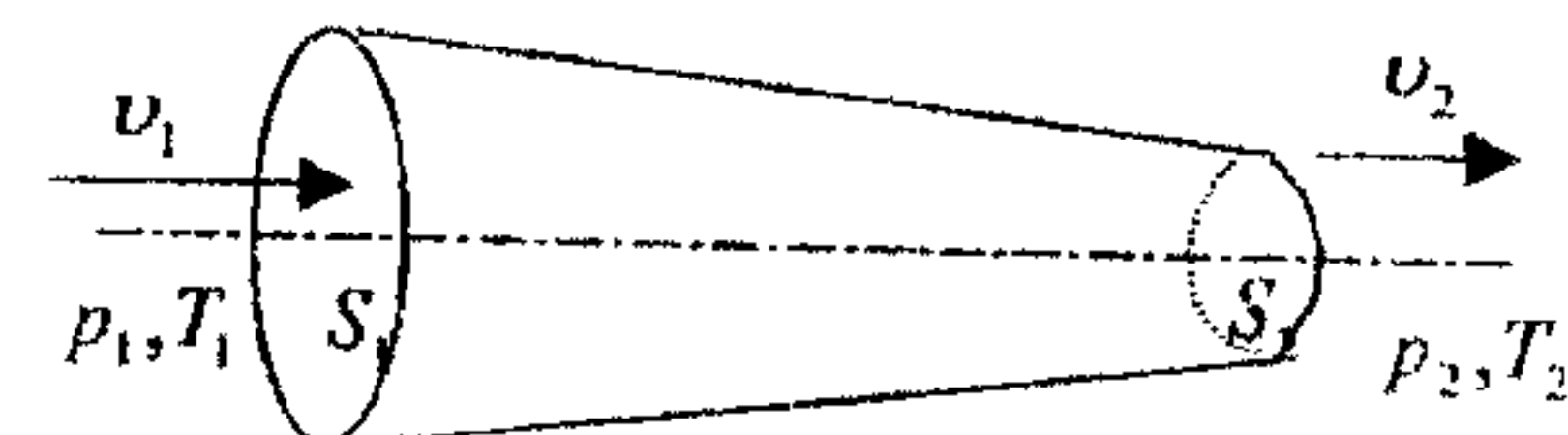
Сонда $V_1 = S_1 v_1 t$ және $V_2 = S_2 v_2 t$.

Ал, үзіліссіздік теориясы бойынша тасымалданатын ауа массаларының шамасы өзгермейді, демек $m_1 = m_2$. Мұндағы m_1 - тесіктен енетін, ал m_2 - тесіктен шығатын ауа массалары. Біріккен газ заңын қолданатын болсақ

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ немесе } \frac{p_1 S_1 v_1 t}{T_1} = \frac{p_2 S_2 v_2 t}{T_2} \Rightarrow v_2 = \frac{p_1 S_1 v_1 T_2}{p_2 S_2 T_1}$$

$$\text{Жауабы: } v_2 = \frac{p_1 S_1 v_1 T_2}{p_2 S_2 T_1}$$

7.33. Егер газ көлемін 10%-ке кемітін, температурасын 16° -қа арттырсақ, онда оның қысымы 20%-ке артады. Газдың бастапқы температурасы қандай болғаны?



12-сурет

Берілгені:	Шешуі: Газ күйінің біріккен теңдеуінен
$V_1 = V_0; V_2 = V_0 - 0,1 V_0;$	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ немесе}$
$T_1 = T_0; T_2 = T_0 + 16^\circ;$	$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{(V_0 - 0,1 V_0)(p_0 + 0,2 p_0)}{T_0 + 16^\circ} \Rightarrow$
$p_1 = p_0; p_2 = p_0 + 0,2 p_0.$	$\Rightarrow (T_0 + 16^\circ) = 1,08 T_0 \Rightarrow T_0 = 200 \text{ К}.$
$T_0 = ?$	

Жауабы: $T_0 = 200 \text{ К}.$

7.34. Көлемдері V_1 және V_2 , ал қысымдары p_1 және p_2 болатын екі ыдыс шүмекті түтікпен өзара қосылған. Ішіндегі газ біртекті және температура өзгермейді. Егер шүмекті аңсақ ыдыстардағы газ қысымы қандай болар еді?

Берілгені:	Шешуі: Менделеев - Клапейрон теңдеуінен
$V_1; V_2; p_1; p_2.$	$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} RT \text{ және } p_2 V_2 = \frac{m_2}{M} RT \quad (1).$
$T = \text{const}.$	Шүмек ашылғаннан кейін
$p = ?$	

$p(V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} RT \quad (2).$ Мұндағы, m_1 - бірінші, ал m_2 - екінші ыдыстағы газ

массалары. Енді (2)-ні түрлендірсек, онда $p(V_1 + V_2) = \frac{m_1 RT}{M} + \frac{m_2 RT}{M} \quad (3).$

(1)-ді ескеріп (3)-ті былай жазуға болады.

$$p(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2 \Rightarrow p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\text{Жауабы: } p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

7.35. Көлемі 10 л ыдыста оттегі мен көмірқышқыл газының қоспасы бар. Қоспа температурасы 27°C , қысымы $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ал массасы 40 г . Әрбір газдың массасын анықтаңдар.

Берілгені:	Шешуі: $10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3;$
$V = 10 \text{ л}; t = 27^\circ \text{C};$	$40 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг}; T = 300 \text{ К}.$
$p = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}; m = 40 \text{ г}.$	Дальтон заңынан
	$p = p_1 + p_2$, ал

$m_1 = ?; m_2 = ?$

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V} \text{ және } p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V} \text{ екендігін ескерсек, онда } p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V} \quad (1).$$

Екінші жағынан $m_1 + m_2 = m \quad (2).$

$$(1) \text{ және } (2) \text{-ден } m_1 = \frac{M_1 RT m - p V M_1 M_2}{(M_1 - M_2) RT}; m_2 = \frac{p V M_1 M_2 - M_2 RT m}{(M_1 - M_2) RT}$$

$$m_1 = \frac{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг} - 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{\left(32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} - 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right) 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}} \times$$

$$44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 3,45 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} - 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}}{\left(32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} - 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right) 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}} \times$$

$$300 \text{ К} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг} = 0,55 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$$

Жауабы: $m_1 = 34,5 \text{ г}$; $m_2 = 5,5 \text{ г}$.

7.36. Температурасы мен қысымы бірдей болғанда қайсысы ауыр болады: құрғақ ауа ма, әлде ылғал ауа ма?

Жауабы: Температурасы мен қысымы бірдей болғанда бірлік көлемдегі ауа молекулалар саны оның тегіне тәуелді емес, яғни молекулалар саны бірдей. Бірақ ылғал ауада құрғақ ауадағы оттегі және азот молекулаларын су молекулалары алмастырады. Ал, су молекуласы оттегі немесе азот молекулаларынан жеңіл болғандықтан ылғал ауа құрғақ ауадан жеңіл болады.

7.37. Бірінші ыдыстағы газ қысымы p_1 , ал молекулалар саны n_1 . Екінші ыдыстағы p_2 және n_2 . Егер температурасын өзгертпей екі ыдысты түтікпен қоссақ, ақтық қысым қандай болар еді?

Берілгені: $p_1; n_1; p_2; n_2$.
Шешуі: Әр бір жағдай үшін күй теңдеулерін жазайық, сонда:
1-күйде: $p_1 V_1 = n_1 k T_1$,
2-күйде: $p_2 V_2 = n_2 k T_2$,

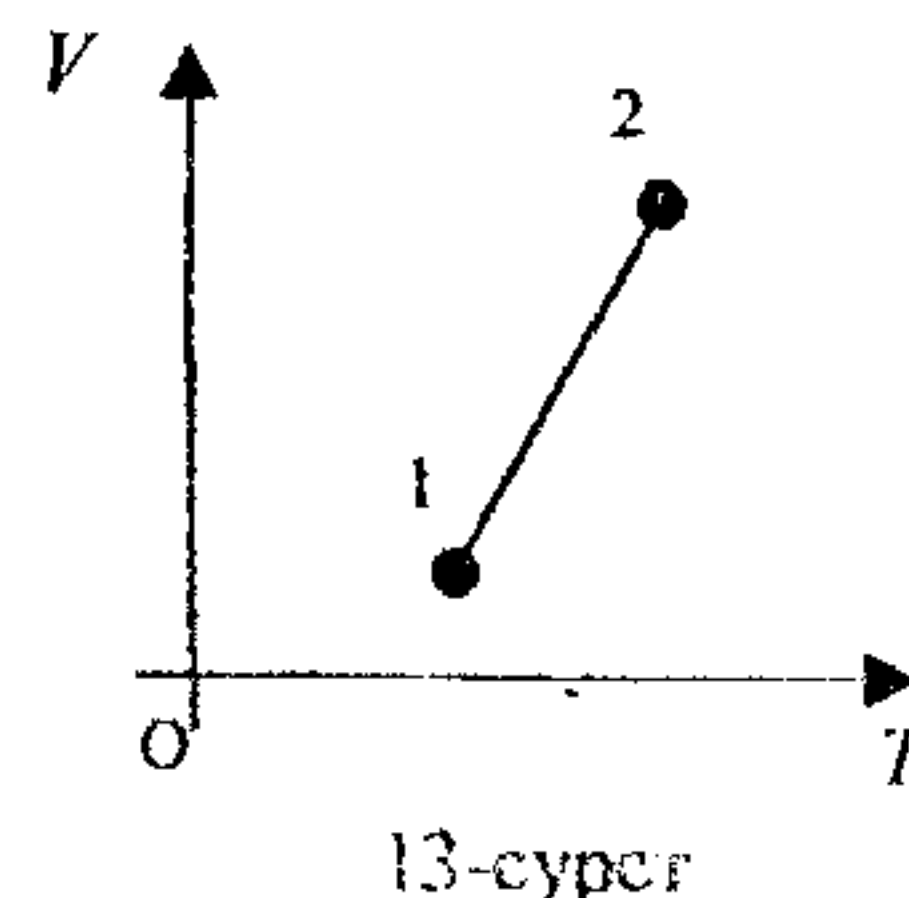
кейінгі күй үшін: $p(V_1 + V_2) = (n_1 + n_2)kT$.

Ал, $T_1 = T_2 = T$ екендігін ескерсек, үш теңдеуден

$$p \left(\frac{n_1 k T}{p_1} + \frac{n_2 k T}{p_2} \right) = (n_1 + n_2) k T \text{ немесе } p = \frac{p_1 p_2 (n_1 + n_2)}{p_1 n_2 + p_2 n_1}.$$

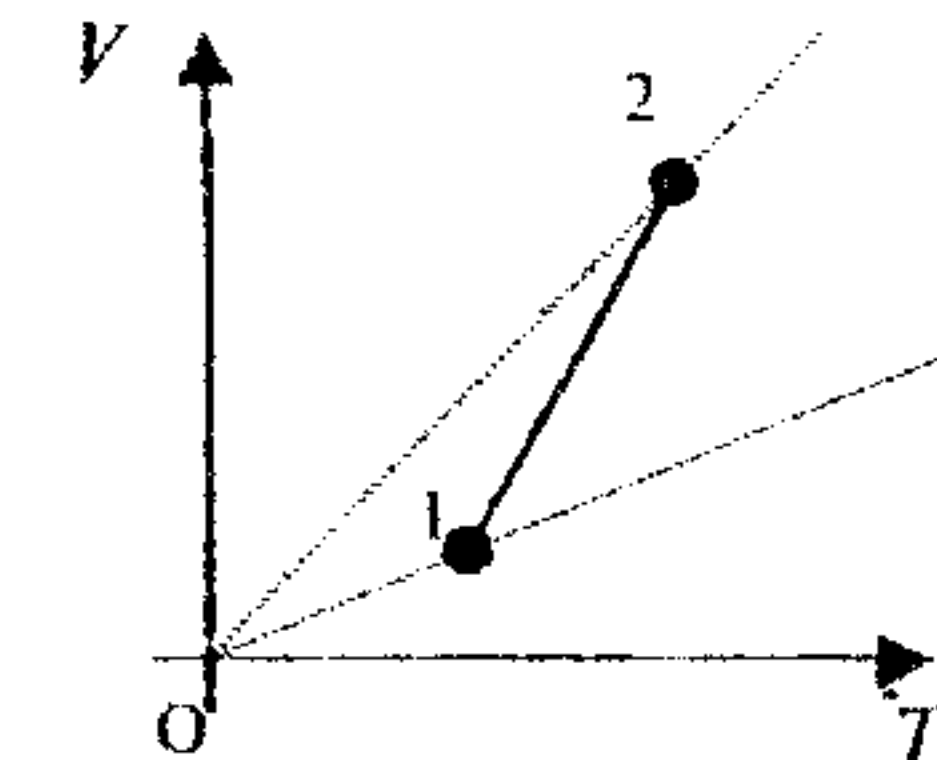
Жауабы: $p = \frac{p_1 p_2 (n_1 + n_2)}{p_1 n_2 + p_2 n_1}$.

7.38 Газ көлемінің температураға тәуелділік графигі бойынша (13-сурет) қысымның өзгерісін графикалық түрғыдан сипаттап көрсетіңдер.



13-сурет

Шешуі: Есепті шығару үшін, 1 және 2 нүктелері арқылы изобара сызықтарын жүргіземіз (14-сурет). Сонда 1 нүктесі жататын изобара сызығы, 2-нүктесі жататын сызықтың абсцисса өсімен жасайтын бұрышынан кіші бұрыш жасайды, демек газ 1 нүктесінде жоғары қысымда болған. Сонымен қыздыру газ қысымының төмендеуі кезінде жүргізілген.



14-сурет

7.39. Сыйымдылығы $0,5 \text{ л}$ ыдыста I_2 иод буы бар. Температура 1000°C болғанда оның қысымы $0,93 \cdot 10^5 \text{ Па}$ болды. Бір киломоль иодтың массасы $254 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ болса, иод молекулаларының диссоциация дәрежесін табыңдар.

Берілгені:

$V = 0,5 \text{ л}$; $m = I_2$;

$t = 1000^\circ \text{C}$; $p = 0,93 \cdot 10^5 \text{ Па}$;

$M = 254 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$.

$\alpha = ?$

Шешуі: $0,5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$; $I_2 = 10^{-3} \text{ кг}$; $1000^\circ \text{C} = 1273 \text{ К}$;

$254 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}} = 254 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Егер иод молекулалары диссоциацияланбаған болса онда ыдыстағы қысым

$p_0 = \frac{mRT}{MV}$ (1) болар еді. Егер диссоциация

дәрежесі α болса, онда иод атомының $2\alpha \frac{m}{M}$ киломолы, ал молекулярлық

иодтың $(1-\alpha) \frac{m}{M}$ киломолы болады. Сонда олардың сәйкесінше

қысымдары былай анықталады $p_1 = \frac{2\alpha mRT}{MV}$ және $p_2 = \frac{(1-\alpha)mRT}{MV}$ (2).

Ал, қоспаның жалпы қысымы $p = p_1 + p_2$ немесе $p = \frac{mRT}{MV}(1+\alpha)$ (3).

(1) және (3)-ден $\frac{p}{p_0} = 1 + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{p}{p_0} - 1$ немесе $\alpha = \frac{MpV}{mRT} - 1$.

$$\alpha = \frac{254 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 0,93 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3}{10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 1273 \text{ К}} - 1 \approx 0,12.$$

Жауабы: $\alpha \approx 0,12$.

7.40. Бет ауданы S , ал массасы m қозғалғыш жеңіл қапқақпен жабылған цилиндр ішінде газ сақтаулы. Газ көлемі V . Егер цилиндрді: a -үдеумен тік жоғары, a -үдеумен тік төмен түсірсек, газ көлемі қандай болады? Атмосфералық қысым p_0 , ал газ температурасы тұрақты деп есептеңдер.

Берілгені:
 $S, m, a, V;$
 $-a, p_0;$
 $T = const$

Шешуі: Цилиндр тік түскенде, қақпаққа әсер ететін күштердің ықпалы оған a үдеу береді.

$V_1 = ?; V_2 = ?$

Сонда, (1) $\begin{cases} ma = mg + (p_0 - p_1)S & (\text{тік төмен}) \\ ma = (p_0 - p_1)S - mg & (\text{тік жоғары}) \end{cases}$

Мұндағы, p_1 -тік төмен қозғалғандағы газдың қақпаққа түсіретін қысымы; p_2 -тік жоғары қозғалғандағы қысым. Цилиндр тыныш тұрғанда $p = p_0 + \frac{mg}{S}$. Температура тұрақты болғанда, Бойль-Мариотт

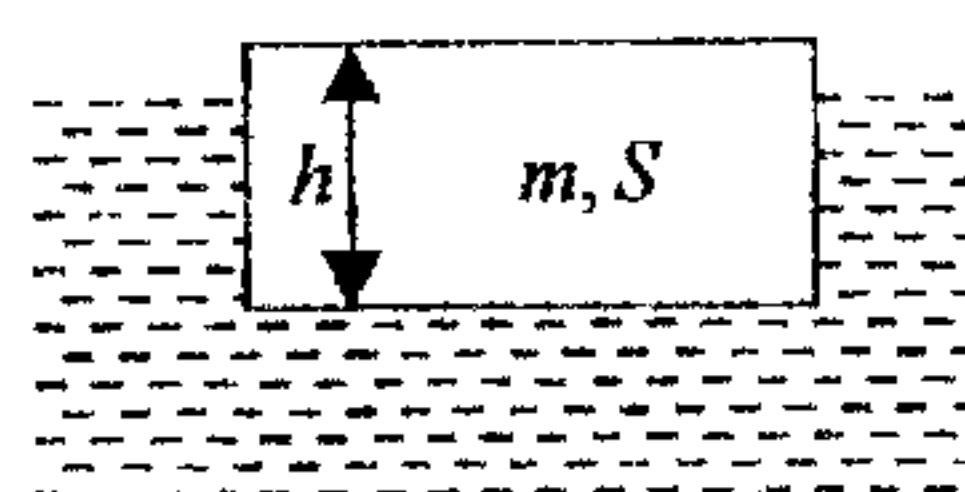
заңынан (1) $\begin{cases} pV = p_1 V_1 & (\text{тік төмен}) \\ pV = p_2 V_2 & (\text{тік жоғары}) \end{cases}$ немесе

$$(3) \begin{cases} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)V = p_1 V_1 \\ \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)V = p_2 V_2 \end{cases}$$

$$(1) \text{ және } (3)\text{-ден } V_1 = V \frac{mg + p_0 S}{p_0 S + m(g-a)}; \quad V_2 = V \frac{p_0 S + mg}{p_0 S + m(g+a)}$$

$$\text{Жауабы: } V_1 = V \frac{mg + p_0 S}{p_0 S + m(g-a)}; \quad V_2 = V \frac{p_0 S + mg}{p_0 S + m(g+a)}$$

7.41. Массасы m , биіктігі h ал табан ауданы S газбен толтырылған жұқа қабырғалы цилиндр су бетінде жүзіп жүр (15-сурет). Ішіне су енуі нәтижесінде цилиндрдің шөгімі Δh -қа артты. Атмосфералық қысым p_0 , ал температура тұрақты болса ыдыс ішіндегі газдың алғашқы қысымын есептеп табыңдар.



15-сурет

Берілгені:
 $m; h; S; \Delta h;$
 $p_0; T = const.$
 $p_1 = ?$

Шешуі: Цилиндрдің шөгімі Δh -ке артқанда, оның тепе-теңдікте болу шарты $p_2 S = p_0 S + mg$

$$\text{немесе } p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} \quad (1).$$

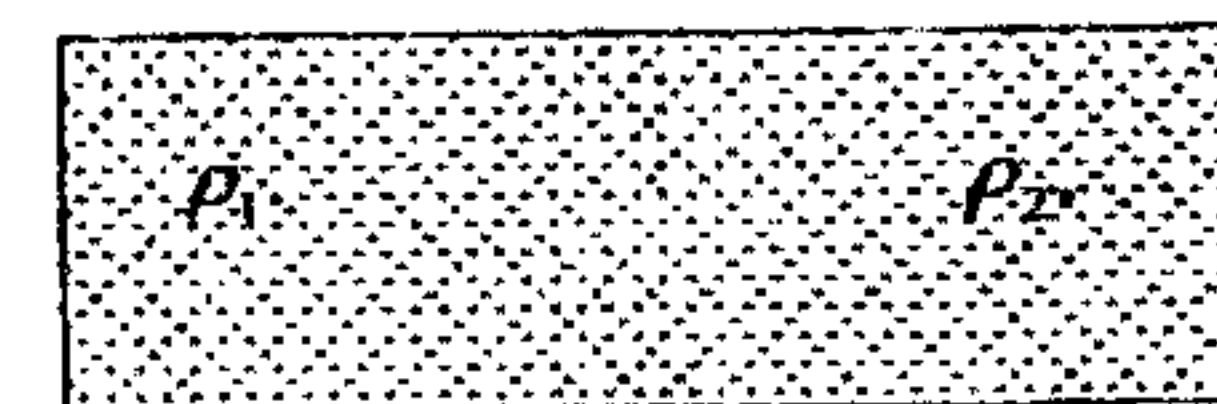
Мұндағы: p_2 -цилиндрдегі газдың кейінгі қысымы. Температура тұрақты болғанда Бойль-Мариотт заңынан $p_2 V_2 = p_1 V_1$, ал $V_2 = S(h - \Delta h)$ және $V_1 = Sh$,

$$\text{онда } p_2(h - \Delta h) = p_1 h \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 h}{h - \Delta h} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } p_1 = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \left(1 - \frac{\Delta h}{h}\right).$$

$$\text{Жауабы: } p_1 = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \left(1 - \frac{\Delta h}{h}\right).$$

(*) 7.42. Тікбұрышты параллелоипед пішінді ыдыс бір қабырғасына перпендикуляр бағытта a үдеумен қозғалады (16-сурет). Егер, ол осы бағытта ұзақ қозғалатын болса, ыдыстың артындағы және алдындағы газ тығыздығы айырымын $(\rho_1 - \rho_2)$ табыңдар. Газ тыныш тұрғанда оның массасы M_0 , тығыздығы ρ_0 , температурасы T . Ыдыс ұзындығы ℓ . Газға әсер ететін ауырлық күшін ескермендер.



16-сурет

Берілгені:
 $a; M_0; \rho_0;$
 $T; \ell.$
 $(\rho_1 - \rho_2) = ?$

Шешуі: Қабырғаларға жақын жатқан өте жұқа газ қабатын қарастырайық.

Сонда әрбір қабат үшін газ күйінің теңдеуін жазсақ $p_1 = \frac{\Delta M_1}{\Delta V_1} \cdot \frac{RT}{M}$ және

$$p_2 = \frac{\Delta M_2}{\Delta V_2} \cdot \frac{RT}{M} \quad (1).$$

Мұндағы: p_1 -артқы қабырғадағы, p_2 -алдыңғы қабырғадағы газ қысымдары; $\Delta M_1; \Delta M_2$ -газ массалары; Ал, $\frac{\Delta M_1}{\Delta V_1} = \rho_1$ және $\frac{\Delta M_2}{\Delta V_2} = \rho_2$

екендігін ескерсек, онда $p_1 = \rho_1 \frac{RT}{M}$ және $p_2 = \rho_2 \frac{RT}{M}$. Кейінгінің айырымын табайық $(p_1 - p_2) = (\rho_1 - \rho_2) \frac{RT}{M} \Rightarrow \rho_1 - \rho_2 = \frac{(p_1 - p_2)M}{RT} \quad (2).$

Белгілі бір уақыттан кейін газ толығымен бірдей a үдеумен қозғалатын болады. Сонда, Ньютонның екінші заңынан $M_0 a = F_1 - F_2 \quad (3).$ Мұндағы, F_1 - артқы қабырғаға, F_2 - алдыңғы қабырғаға әсер ететін күштер. Сонда $F_1 = p_1 S; F_2 = p_2 S$ және $M_0 = \rho_0 \ell S$ екендігін ескерсек (3)-ден $\rho_0 \ell a = p_1 - p_2 \quad (4).$

$$\text{және } (4)\text{-ден } \rho_1 - \rho_2 = \frac{\rho_0 \ell a M}{RT}.$$

$$\text{Жауабы: } \rho_1 - \rho_2 = \frac{\rho_0 \ell a M}{RT}.$$

7.43. Қақпақпен жабылып, серіппеге ілінген цилиндрлік ыдыста газ бар (17-сурет). Процесс өте баяу өтеді деп есептеп газ көлемінің температураға тәуелділігін анықтандар. Қақпақтың ыдыс қабырғасына үйкелісін ескермеуге болады. V_0 -бастапқы газ көлемі ($x = 0$ болғанда).

Берілгені: $p_0; m; S; k; V_0$.
 $V = f(T)$.

Шешуі: Температура демек газ қысымы өте баяу өзгереді болғандықтан қақпақ үдеуін ескермеуге болады, сондықтан оның тік бағыттағы ұлғаюын былай жазамыз

$$(1) mg + kx + p_0 S - pS = 0 \text{ және } (2) pV = \frac{m}{M} RT,$$

мұндағы $x = \frac{V - V_0}{S}$. (1) және (2) - деп

x -мәнін ескере отырып

$$mg + k \frac{V - V_0}{S} + p_0 S - \frac{m}{M} \frac{RT}{V} S = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k}{S} V^2 + \left(mg + p_0 S - \frac{kV_0}{S} \right) V - \frac{m}{M} RST = 0 \text{ немесе}$$

$$(2) aV^2 + bV - cT = 0.$$

$$\text{Мұндағы: } a = \frac{k}{S}; \quad b = \left(mg + p_0 S - \frac{kV_0}{S} \right); \quad c = \frac{m}{M} RS.$$

$$(3)\text{-тің шешімі } V = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4acT}}{2a}$$

$$\text{Жауабы: } V = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4acT}}{2a} \text{ немесе}$$

$$V = \frac{-\left(mg + p_0 S - \frac{kV_0}{S} \right) \pm \sqrt{\left(mg + p_0 S - \frac{kV_0}{S} \right)^2 - \frac{4kmRST}{SM}}}{\frac{2k}{S}}$$

7.44. Ауыр қақпағы бар цилиндр, массасы 10г оттегі толтырылып тігінен қойылған. Газ температурасы $\Delta T = 50\text{К}$ артқанда қақпақ $h = 7\text{см}$ биіктікке көтеріледі. Егер газ қысымы $p_0 = 0,1\text{МПа}$ болса қақпақ массасы M_0 -ді табыңдар. Қақпақ ауданы $S = 100\text{см}^2$, ал оттегінің мольдік массасы $M = 0,032 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Берілгені:
 $m = 10\text{г}; \Delta T = 50\text{К};$
 $p_0 = 0,1\text{МПа}; S = 100\text{см}^2;$
 $M = 0,032 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}; h = 7\text{см}.$
 $M_0 = ?$

Шешуі: $10\text{г} = 10^{-2}\text{кг}; 7\text{см} = 7 \cdot 10^{-2}\text{м}.$

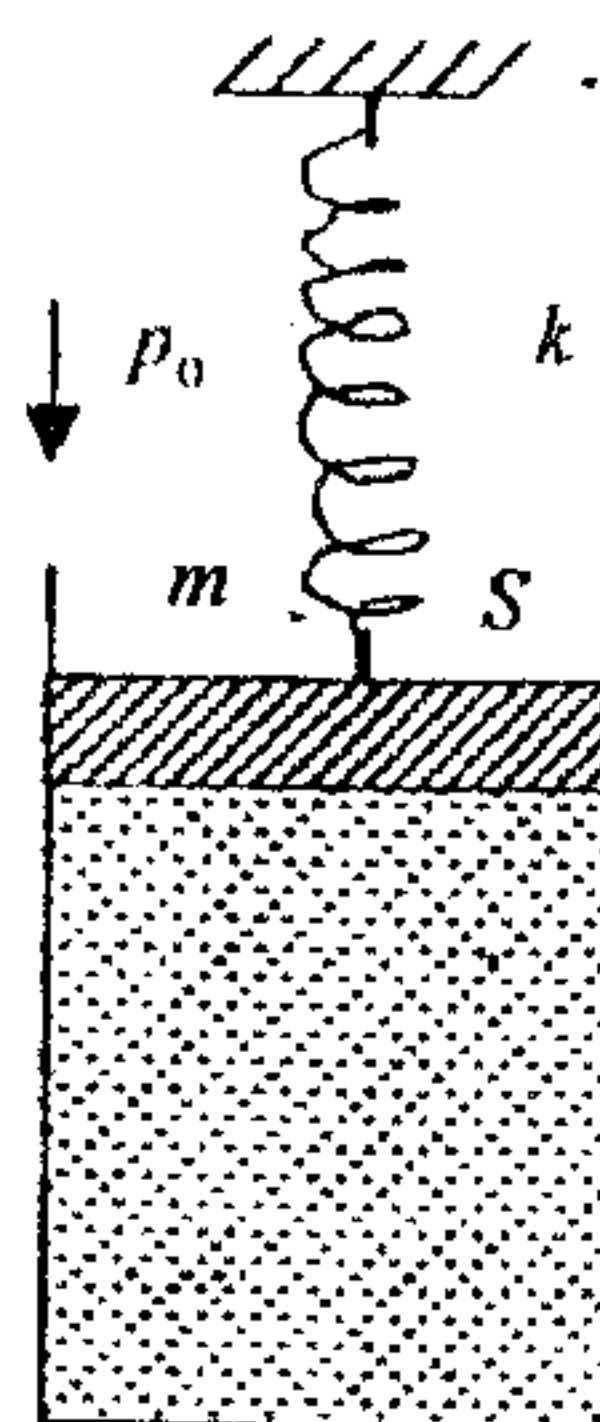
$0,1\text{МПа} = 10^5\text{Па}; 100\text{см}^2 = 10^{-2}\text{м}^2.$

Процесске газ күйінің теңдеуін қолданайық.

Сонда: қыздырылғанға дейін

$$pV = \frac{m}{M} RT. \quad (1), \text{ қыздырылғаннан кейін } p(V + Sh) = \frac{m}{M} R(T + \Delta T) \quad (2).$$

Мұндағы p, V және T қыздырылғанға дейінгі газдың қысымы, көлемі және



17-сурет

температурасы. (1)-ден (2)-ні мүшелеп шегерсек және $p = p_0 + \frac{Mg}{S}$ екендігін ескерсек $M_0 = \frac{mR\Delta T}{Mgh} - \frac{p_0 S}{g}$.

$$M_0 = \frac{10^{-2}\text{кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 50\text{К}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 7 \cdot 10^{-2}\text{м}} - \frac{10^5\text{Па} \cdot 10^{-2}\text{м}^2}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 85\text{кг}.$$

Жауабы: $M_0 \approx 85\text{кг}.$

7.45. Биіктігі $H = 10\text{см}$, табан ауданы $S = 25\text{см}^2$ болатын стакандағы ауа $t_1 = 87^\circ\text{C}$ -қа дейін қыздырылған. Енді, стакан түбі су беті деңгейімен бірдей болатындай етіп суға батырылған. Егер стакан ішіндегі ауа температурасы $t_2 = 17^\circ\text{C}$ болып сумен теңессе, стаканға қандай көлемдегі су енер еді? Атмосфералық қысым $p_0 = 0,1\text{МПа}$, ал су тығыздығы $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:

$H = 10\text{см}; S = 25\text{см}^2;$

$t_1 = 87^\circ\text{C}; t_2 = 17^\circ\text{C};$

$p_0 = 0,1\text{МПа}; \rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

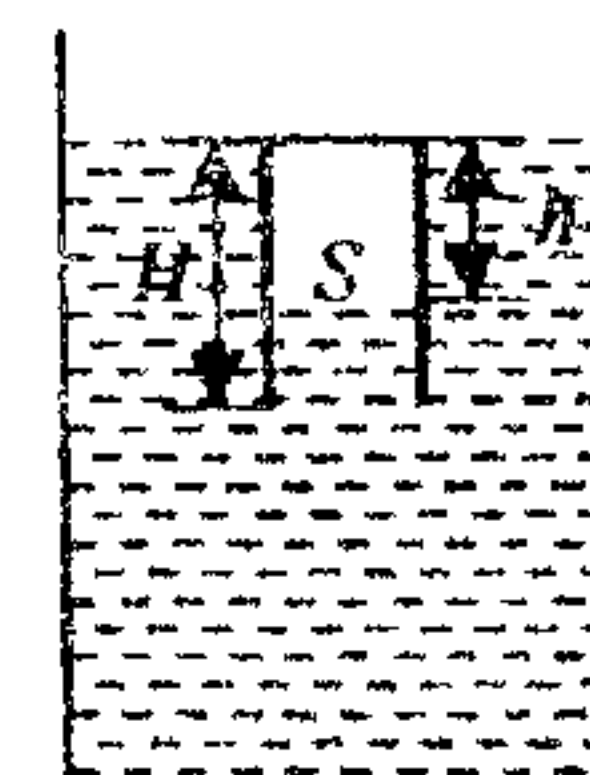
$V = ?$

Шешуі: $10\text{см} = 0,1\text{м}; 25\text{см}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}\text{м}^2;$

$T_1 = 360\text{К}; T_2 = 290\text{К}; 0,1\text{МПа} = 10^5\text{Па}.$

Стакандағы су деңгейі оның түбінен

h төменде болсын (18-сурет).



18-сурет

Сонда, стакан ішіндегі ауа қысымы $(p_0 + g\rho h)$. Ал $g\rho h \ll p_0$ болғандықтан, стакан ішіндегі ауа қысымын p_0 -деп алуға болады, демек қысым тұрақты болғандықтан Гей-Люссак заңы бойынша

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}. \text{ Мұндағы, } V_1 = SH \text{ және } V_2 = Sh.$$

Демек, $\frac{SH}{T_1} = \frac{Sh}{T_2} \Rightarrow h = \frac{T_2}{T_1} H$. Ал, стаканға енген судың көлемі $V = (H - h)S$

$$\text{немесе } V = \frac{HS(T_1 - T_2)}{T_1}. \quad V = \frac{0,1\text{м} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}\text{м}^2 (360\text{К} - 290\text{К})}{360\text{К}} = 4,9 \cdot 10^{-5}\text{м}^3.$$

Жауабы: $V = 49\text{см}^3$.

(*)7.46. Цилиндрдегі қақпақ астында $m = 20\text{г}$ гелий бар. Газ шексіз баяу түрде $V_1 = 32\text{л}$ және $p_1 = 4,1\text{ атм}$ күйінен, екінші $V_2 = 9\text{л}$ және $p_2 = 15,5\text{ атм}$ күйіне өтеді. Егер газ қысымының көлемге тәуелділігі түзу сызық болса (19-сурет), онда осы процес кезінде газдың ең жоғары температурасын анықтаңдар.

Берілгені:
 $m = 20 \text{ г}; V_1 = 32 \text{ л}; p_1 = 4,1 \text{ атм};$
 $V_2 = 9 \text{ л}; p_2 = 15,5 \text{ атм}.$

$T_{\text{max}} = ?$

Шешуі: $20 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}; 32 \text{ л} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3;$

$4,1 \text{ атм} = 4,1 \cdot 10^5 \text{ Па}; 9 \text{ л} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; 15,5 \text{ атм} = 15,5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$

Суреттегі $p = f(V)$ тәуелділігін пайдаланып оны (1) $p = aV + b$ түрінде жазуға болады. Мұндағы, a және b тұрақты шамалар. a және b шамаларын есеп шартын пайдаланып табуға болады, сонда

$$\begin{cases} p_1 = aV_1 + b \\ p_2 = aV_2 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{p_1 - p_2}{V_1 - V_2} \Rightarrow a \approx -0,5 \cdot 10^8 \left(\frac{\text{Па}}{\text{м}^3} \right) \\ b = \frac{(p_2 V_1 - p_1 V_2)}{V_1 - V_2} \Rightarrow b \approx 2 \cdot 10^6 (\text{Па}). \end{cases}$$

Енді идеал газ күйінің теңдеуін қолдансақ $pV = \frac{m}{M} RT$ немесе $pV = \text{const} \cdot T$

(2).

(1) және (2)-ден $(aV + b)V = \text{const} \cdot T$ немесе $aV^2 + bV = \text{const} \cdot T$ (3).

(3)-ің графигі парабола болады (20-сурет). Қисықтың максимум нүктесін табу үшін (3)-ің туындысын нөлге теңейміз,

Сонда $2aV + b = 0 \Rightarrow$

$$V_{\text{max}} = -\frac{b}{2a}. \text{ Демек}$$

$$p_{\text{max}} = aV_{\text{max}} + b \text{ немесе}$$

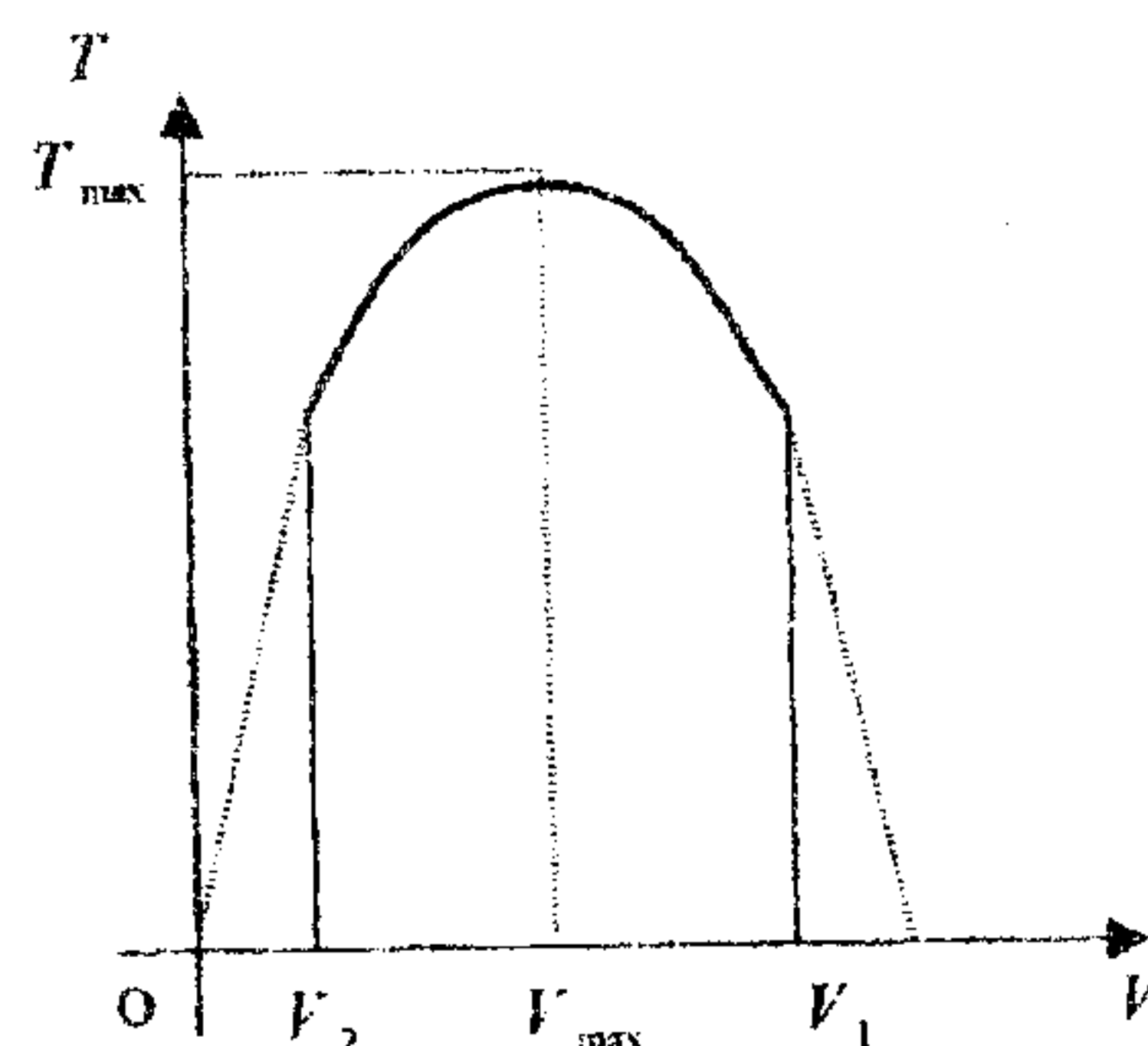
$$p_{\text{max}} = \frac{b}{2}.$$

(2) формуладан

$$T_{\text{max}} = \frac{p_{\text{max}} \cdot V_{\text{max}} \cdot M}{mR} \text{ немесе}$$

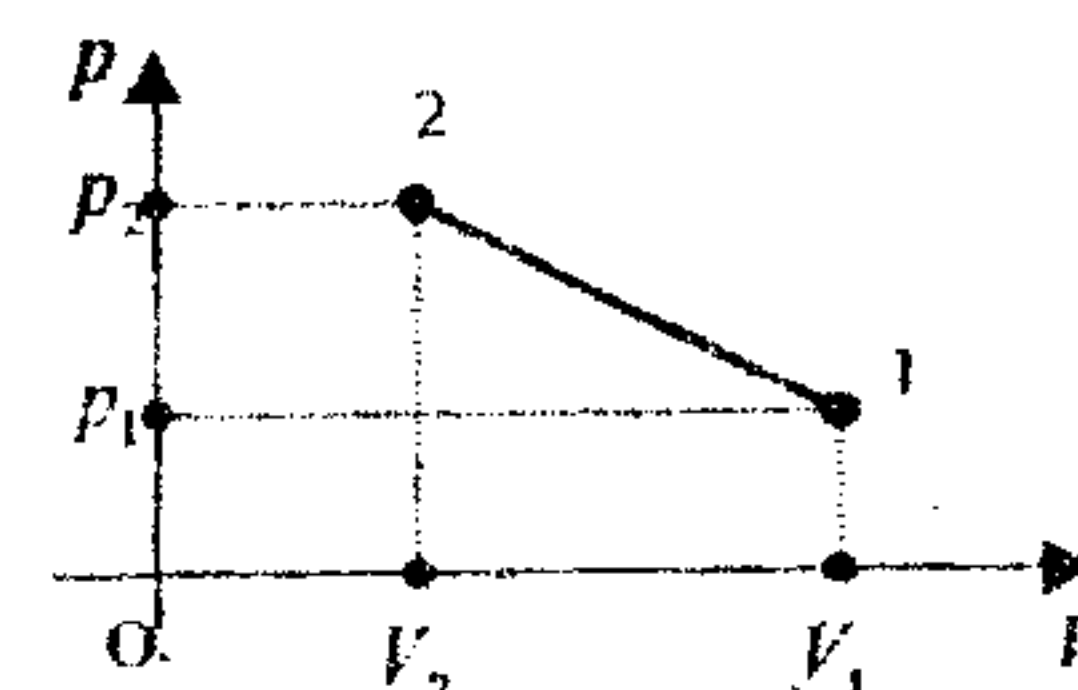
$$T_{\text{max}} = -\frac{b^2 M}{4amR} \approx 490(\text{К}).$$

Жауабы: $T_{\text{max}} \approx 490 \text{ К}.$



20-сурет

7.47. Цилиндрдегі массасы $m = 6 \text{ кг}$ қақпақ астында ауа бар. Қақпақ пішіні 21-суретте көрсетілген. Цилиндр қимасы $S_0 = 20 \text{ см}^2$. Атмосфералық қысым $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$. Цилиндр ішіндегі ауа көлемін изотермалық сығу арқылы екі есе кеміту үшін, қақпақ үстіне қандай массалы жүк қою керек?



19-сурет

Берілгені:
 $m = 6 \text{ кг}; S_0 = 20 \text{ см}^2;$
 $p_0 = 0,1 \text{ МПа};$
 $V_2 = \frac{V_1}{2}$
 $M = ?$

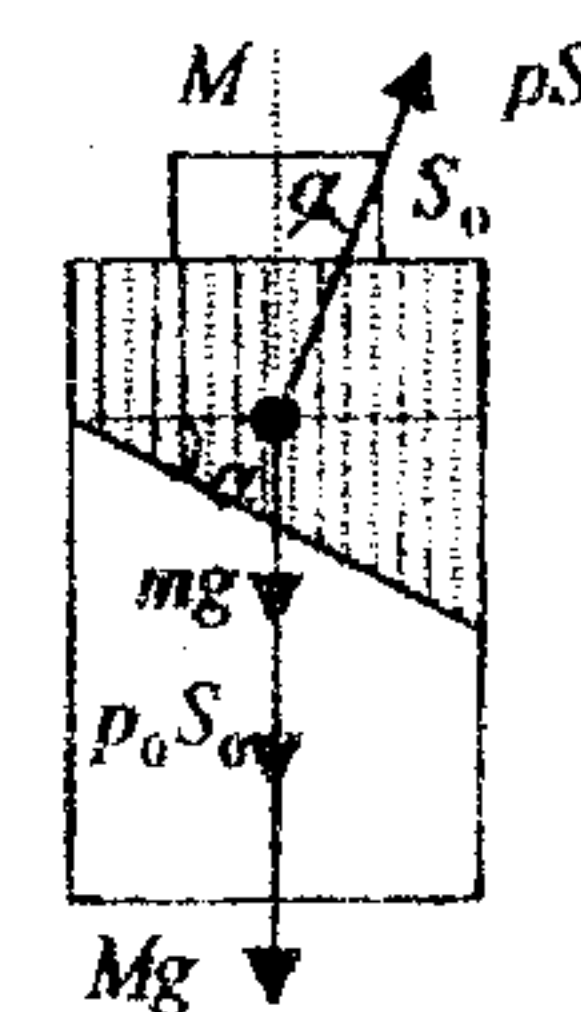
Шешуі: $20 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$

$0,1 \text{ МПа} = 10^5 \text{ Па}.$

Жүк салынбай тұрған кезде,

цилиндр ішіндегі ауа тарапынан

қақпаққа түсірілетін p_1 қысым,



21-сурет

қақпақ тепе-теңдігімен анықталады

$$p_1 S \cos \alpha = mg + p_0 S_0 \quad (1), \text{ мұндағы } S = \frac{S_0}{\cos \alpha}$$

(S -қақпақтың төменгі көлбеу бетінің ауданы). Сонда (1)-ден $p_1 = \frac{mg}{S_0} + p_0$

(2).

Ал, қақпақ үстіне M массалы жүк салғандағы тепе-теңдік (2)-ге ұқсас былай жазылады.

$$p_2 = \frac{mg + Mg}{S_0} + p_0 \quad (3).$$

Бойль-Мариотт заңынан $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Есеп шартындағы $V_2 = \frac{V_1}{2}$ теңдігін

пайдалансақ, онда $\left(\frac{mg}{S_0} + p_0 \right) V_1 = \left(\frac{mg + Mg}{S_0} + p_0 \right) \cdot \frac{V_1}{2} \Rightarrow M = \frac{p_0 S_0}{g} + m.$

$$M = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} + 6 \text{ кг} \approx 26 \text{ кг}.$$

Жауабы: $M \approx 26 \text{ кг}.$

(*)7.48. Сорғының сору камерасының көлемі V_0 . Көлемі V болатын ыдыстағы ауаны сорып шығару үшін сорғы қанша цикл жасау керек? Сору кезінде ыдыстағы қысым p_0 -дан p -ға дейін кемиді, ал температурасы өзгермей қалады.

Берілгені:
 $V_0; V; p_0; p;$
 $T = \text{const}.$
 $n = ?$

Шешуі: Сору басталғанға дейінгі ауа көлемі V , ал қысымы p_0 . Бірінші сорудан кейінгі көлем $(V_0 + V)$, қысым p_1 Бойль-Мариотт заңынан

$$p_0 V = p_1 (V + V_0) \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 V}{V + V_0}$$

екінші соруда алғашқы қысым ретінде p_1 -ні алуға болады, сонда

$$p_2 = \frac{p_1 V}{V + V_0} \text{ немесе } p_2 = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2. \text{ Сондай-ақ, үшінші сорудан кейін}$$

$$p_3 = p_2 \left(\frac{V}{V + V_0} \right) = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3. \text{ Осы сияқты } n \text{ циклдан кейінгі } p \text{ қысым}$$

мынаған тең болады $p = p_0 \left(\frac{V}{V+V_0} \right)^n$ немесе $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V+V_0} \right)^n$.

Кейінгі өрнекті логарифмдесек, онда $\lg \left(\frac{p}{p_0} \right) = n \lg \left(\frac{V}{V+V_0} \right) \Rightarrow n = \frac{\lg \left(\frac{p}{p_0} \right)}{\lg \left(\frac{V}{V+V_0} \right)}$.

$$\text{Жауабы: } n = \frac{\lg \left(\frac{p}{p_0} \right)}{\lg \left(\frac{V}{V+V_0} \right)}$$

7.49. Ылғал ағашты жаққанда сытырлаған дыбыс шығады. Мұның себебі неде?

Жауабы. Ағаш жанғанда, қуыс-қуысындағы су тамшылары қызып бұға айналады. Қуыстардың көлемдері өзгермейді, ал қызған будың қысымы артады да, ағаштың өзегін бұзатын күштер пайда болады.

Қосымша есептер

7.50. Молекуласының саны бірдей азоты бар екі ыдысты түтік арқылы қосады. Егер алғашында бірінші ыдыстағы молекулалардың орташа жылдамдығы $400 \frac{m}{c}$, екінші ыдыстағыныкі $500 \frac{m}{c}$ болған болса, қосылғаннан соң орташа жылдамдық қандай болады?

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}} = 453 \left(\frac{m}{c} \right).$$

7.51. Күн бетінің (фотосферасының) температурасы шамамен $6000K$. Бет негізінен сутегі атомынан тұрғанымен неге олар Күн бетінен ұшып кете алмайды?

$$\text{Жауабы: } \frac{v_z}{v} \approx 51.$$

v_z - екінші ғарыштың жылдамдық сутегі атомының v - орташа квадраттық жылдамдығынан 51 еседей артық.

7.52. Қалыпты жағдайдағы оттегі молекуласының 1 секундтағы соқтығысу санын есептеңдер. Оттегі молекуласының еркін жүгіру жолы $\lambda = 65nm$.

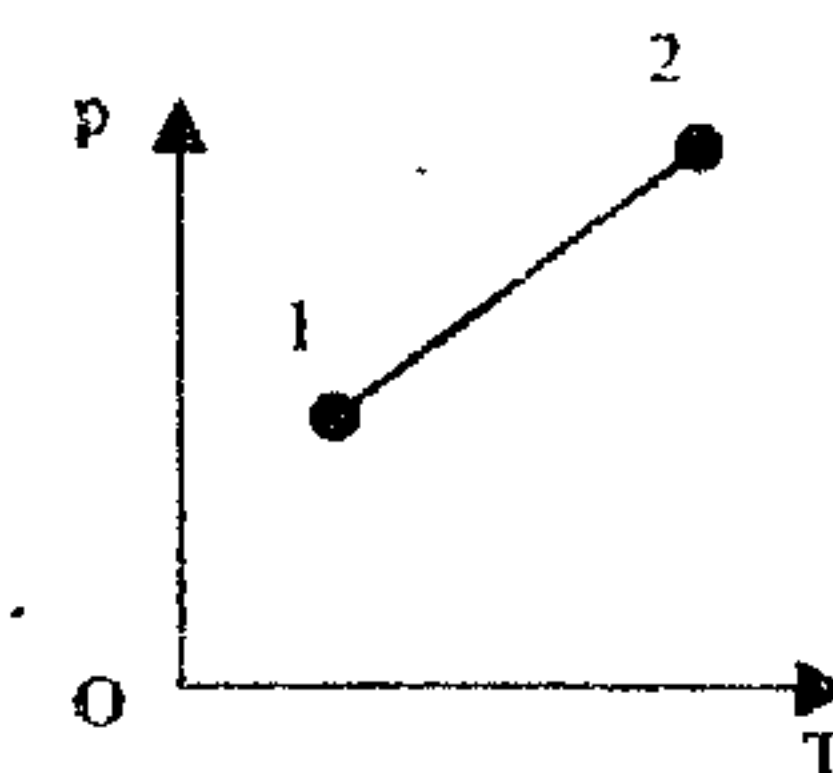
$$\text{Жауабы: } Z = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 7,1 \cdot 10^9.$$

7.53. Ауызы жабық ыдыста ауамен бірге $m = 1g$ су тамшысы бар. Ыдыс көлемі $V = 75л$, ішіндегі қысым $p_0 = 12kPa$ ал температурасы $T = 290K$. Егер су тамшысы буланып кетсе ыдыс ішіндегі қысым қандай болар еді?

$$\text{Жауабы: } p = p_0 + \frac{mRT}{MV} = 13,8(kPa).$$

7.54. Қыздыру кезінде газ қысымының температураға тәуелділік қисығы 22-суреттегідей болған. Газды қыздыру қалай жүргізілгенін анықтаңдар: Сығылды ма әлде ұлғайтылды ма?

Жауабы: Газ ұлғайтыла отырып, қыздырылған.



22-сурет

7.55. Идеал газ қысымы мен көлемі арасындағы тәуелділік диаграммасы изотермиялық, изоборалық және изохоралық процестерде қалай кескінделеді?

7.56. Температурасы $180^\circ C$, массасы $15,5g$ оттегі үшін изотерманы сызыңдар.

7.57. Температурасы $T_1 = 400K$, қысымы $p_1 = 0,1MPa$, көлемі $V_1 = 2л$ болатын газ изотермалық сығылып p_2 қысымдағы V_2 көлемді газға келтірілді. Содан кейін $T_3 = 200K$ температураға изобаралық суытылып, соңында көлемі $V_4 = 1$ литрге дейін изотермалық өзгертілді. Газдың ақырғы p_4 қысымын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } p_4 = \frac{p_1 V_1 T_3}{V_4 T_1} = 0,1(MPa).$$

7.58. Ішінде $16g$ сутегі бар, сыйымдылығы $300л$ ыдысқа атмосфералық ауа кіреді. Егер температура $6^\circ C$ болғанда ыдыстағы қысым $9,3 \cdot 10^4 Pa$ болған болса, онда оған енген ауа массасын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } m = 0,116kg.$$

7.59. Көлемі $50m^3$ бөлмедегі ауа массасының қыстағы және жаздағы айырымын табыңдар. Атмосфералық қысым тұрақты деп алыңдар. Қыстағы бөлме температурасы $0^\circ C$, ал жазда $40^\circ C$.

$$\text{Жауабы: } \Delta m = 8,2kg.$$

7.60. Ішінде $m_1 = 1kg$ азоты бар ыдыс сынақ барысында $t_1 = 350^\circ C$ -да жарылып кетті. Беріктік шегі бес есе артық осындай ыдыста температурасы $t_2 = 20^\circ C$ болатын қанша m_2 массалы сутегіні сақтауға болады?

$$\text{Жауабы: } m_2 = \frac{m_1 M_2 T_1}{5 M_1 T_2} = 30,4(g).$$

7.61. Ыдыстағы газдың бір бөлігін шығарғаннан кейін ондағы қысым 40%-ке, ал температура 20%-ке төмендеді. Ыдыстағы газдың қандай бөлігі шығарылған?

Жауабы: 25 пайызы шығарылған.

7.62. Температурасы $t_1 = 27^\circ\text{C}$, қысымы $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ азот салынған ыдыстың массасы $m_1 = 97 \text{ кг}$. Ыдыстағы азоттың бір бөлігі жұмсалғаннан кейін $t_2 = -3^\circ\text{C}$ температурада оның қысымы $p_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ Па}$, ал массасы $m_2 = 93,5 \text{ кг}$ болды. Ыдыста азоттың қандай мөлшері қалды?

$$\text{Жауабы: } \nu = \frac{(m_1 - m_2)p_2 T_1}{(p_1 T_2 - p_2 T_1)M} = 100 (\text{моль}).$$

7.63. Жіңішке түтікпен қосылған көлемдері $V_1 = 20 \text{ дм}^3$ және $V_2 = 10 \text{ дм}^3$ екі ыдыста $\nu = 6$ моль сутегі бар. Бірінші ыдыстағы газдың температурасы $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Егер екінші ыдыста $m_2 = 9 \text{ г}$ сутегі бар екендігі белгілі болса оның температурасы қандай?

$$\text{Жауабы: } T_2 = T_1 \left(\frac{\nu M}{m_2} - 1 \right) \frac{V_2}{V_1} = 49 (\text{К}).$$

7.64. Ыдыстағы газдың бір бөлігін сыртқа шығарғаннан кейін оның температурасы n есе, ал қысымы k есе кеміді. Газдың қандай бөлігі сыртқа шығарылған еді?

$$\text{Жауабы: } \frac{\Delta m}{m_0} = 1 - \frac{k}{n}.$$

$$1 < \frac{\Delta m}{m_0} < 1 \text{ болғандықтан, } k < n.$$

7.65. Диаметрі $d = 4 \text{ см}$ медициналық банка адам денесіне қандай ең үлкен күшпен жабысады? Жабыстыру кезіндегі ішкі ауаның температурасы $t_2 = 80^\circ\text{C}$, ал сыртқы ортаныкі $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Атмосфералық қысым $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Жабысқан кездегі банкі ішіндегі ауа көлемінің өзгерісін ескермендер.

$$\text{Жауабы: } F = \frac{\pi d^2 p_0}{4 \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right)} = 21 (\text{Н}).$$

7.66. Температурасы 10°C 10 л оттегі $3,03 \cdot 10^5 \text{ Па}$ қысымда сақтаулы. Тұрақты қысымда қыздырғаннан кейін оның көлемі 10 л болды. Газдың бастапқы көлемімен ақтық температурасын табындар.

$$\text{Жауабы: } V_1 = \frac{mRT_1}{Mp} \approx 2,4 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3); T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} \approx 1,18 \cdot 10^3 (\text{К}).$$

7.67. Массасы m гелиймен толтырылған аэростаттың көтеруші жүшін табындар. Қысым мен температура аэростаттың ішінде де сыртында да бірдей. Гелийдің молдік массасы M_1 , ал ауаныкі M_2 . Еркін түсу үдеуі g . Аэростат қабыршағы массасын ескермендер.

$$\text{Жауабы: } F = mg \left(\frac{M_2}{M_1} - 1 \right).$$

7.68. Көлемі 30 м^3 үй ішіндегі температура 15°C -дан 25°C -қа көтерілді. Егер атмосфералық қысым $p = 1 \text{ атм}$ болса, үй ішіндегі ауа массасы қаншаға өзгереді? Ауаның молдік массасын $M = 28,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ деп алындар.

$$\text{Жауабы: } \Delta m = \frac{MpV}{R} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \right) \approx 1,3 (\text{кг}).$$

7.69. Ішкі қысымы $p_0 = 1 \text{ МПа}$, ал температурасы $t_0 = 7^\circ\text{C}$ болатын көлемі $V_0 = 1000 \text{ м}^3$ аэростатты толтыру үшін көлемі $V = 50 \text{ л}$ болатын қанша сутегі ыдысы керек? Ыдыстағы сутегінің температурасы $t = 27^\circ\text{C}$, ал қысымы $p = 4 \text{ МПа}$.

$$\text{Жауабы: } n = \frac{p_0 V_0 T}{p V T_0} \approx 536.$$

7.70. Қақпақты сорғы арқылы көлемі $V = 3 \text{ л}$ футбол добына $n = 40$ рет жел үреді. Сорғының әрбір жүрісінде атмосферадан $V_0 = 150 \text{ см}^3$ ауа қармап алынатын болса доптың ақтық қысымын табындар. Атмосфералық қысым $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$.

$$\text{Жауабы: } p = \frac{n V_0 p_0}{V} = 0,2 (\text{МПа}).$$

7.71. $t_1 = 17^\circ\text{C}$ үйде тұрған газы бар ыдыстағы манометр $p = 240 \text{ кПа}$ қысымды көрсетеді. Ал манометр көрсетуі далада $\Delta p = 40 \text{ кПа}$ -ға кеміді. Егер атмосфералық қысым $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ болса даладағы ауа температурасын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } T_2 = \frac{(p + p_0 - \Delta p) T_1}{p + p_0} = 256 (\text{К}).$$

7.72. Газды изотермалық сығу кезінде оның көлемі 1 литрге кеміп, қысымы 20%-ға артты. Егер көлемін 2 литрге кемітсек, оның қысымы қанша пайызға артады?

Жауабы: 50%-ға артады.

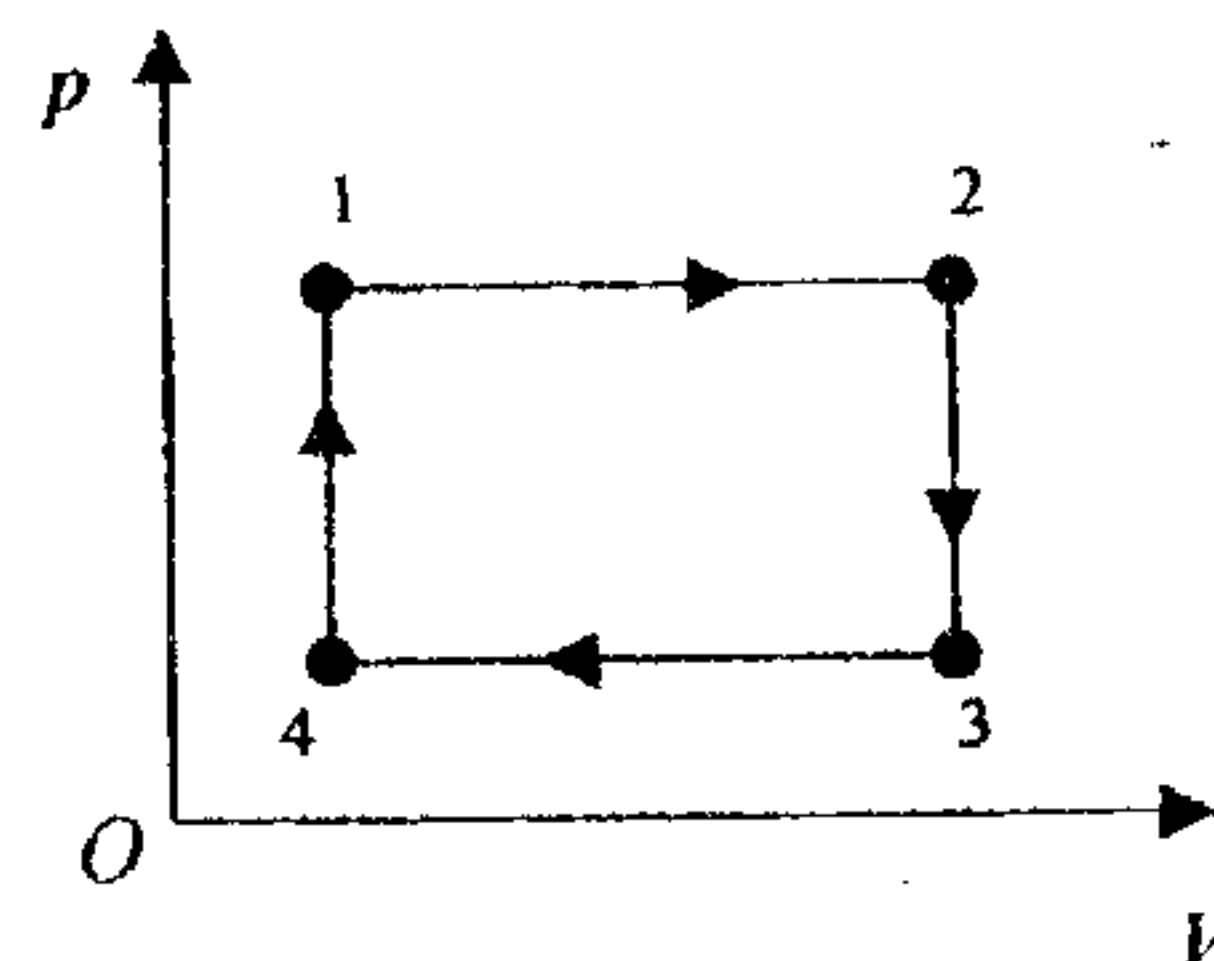
7.73. Ішінде массалары 2 кг және 3 кг , ал қысымдары $4 \cdot 10^5 \text{ Па}$ және $9 \cdot 10^5 \text{ Па}$ болатын екі ыдыс шүмекті түтікпен қосылған. Ішіндегі газ біртекті және температура тұрақты. Егер шүмекті ашсақ ыдыстағы газ қысымы қандай болар еді?

$$\text{Жауабы: } p = \frac{(m_1 + m_2)p_1 p_2}{m_1 p_2 + m_2 p_1} = 6 \cdot 10^5 (\text{Па}).$$

7.74. Бірдей екі ыдыс, көлемін ескермеуге болатындай түтікшемен жалғанған. Жүйе газға толтырылған және температурасы T . Егер бір ыдыстағы газды T_1 температураға дейін қыздырып, ал екінші ыдыстағы газдың температурасын өзгертпей ұстап тұрсақ, жүйе қысымы қанша есе өзгереді?

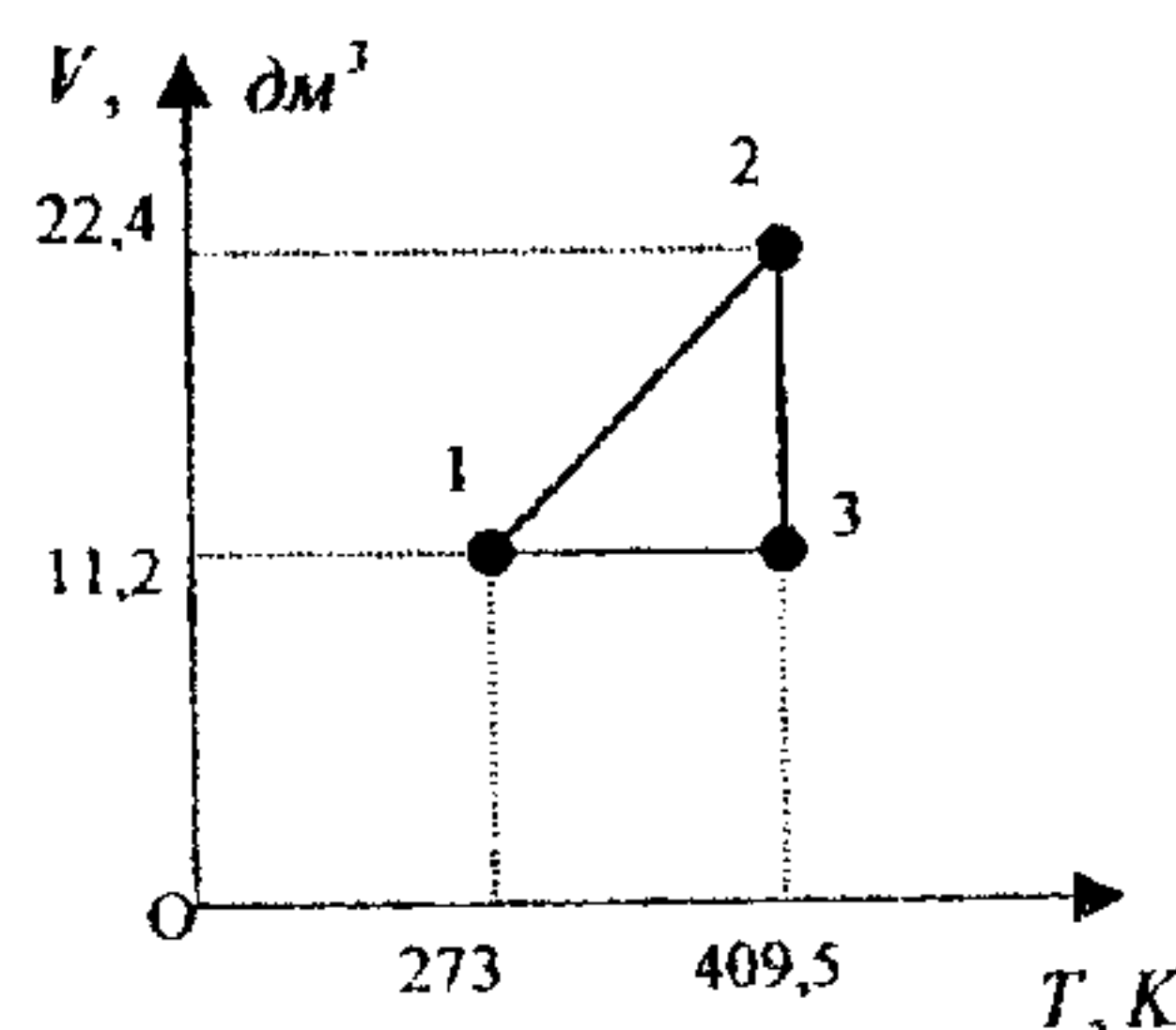
$$\text{Жауабы: } \frac{p}{p_0} = \frac{2T_1}{T_1 + T}.$$

7.75. Әйтеуір бір идеал газда жүрген тұйық процес pV жазықтығында кескінделген (23-сурет). Осы процесті pT жазықтығында кескіндеңдер.



23-сурет

7.76. Азот массасы жасайтын тұйық процесс VT диаграммада кескінделген (24-сурет). Бұл процестегі газдың ең аз қысымы $p_{\min} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$. 1 нүктесіндегі газдың массасы мен қысымын анықтаңдар. T_1 ; T_2 ; V_1 және V_2 мәндері суретте көрсетілген.



24-сурет

$$\text{Жауабы: } m = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}; \quad p_1 \approx 4 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

7.77. Көлемі 1 л ыдыста $0,28\text{ г}$ азот бар. Ыдысты 1500°C -қа қыздырған кезде ондағы азот молекулаларының $\alpha = 30\%$ -і атомдарға диссоциацияланды. Ыдыстағы қысымды анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } p = \frac{m(1+\alpha)RT}{2MV} \approx 1,8 \cdot 10^5 (\text{Па}).$$

7.78. Көлемі 5 см^3 шыны ыдыс $t_1 = 400^\circ\text{C}$ -дан $t_2 = 16^\circ\text{C}$ -қа суытылса, оған қанша сынап еңер еді (25-сурет)? $t = 16^\circ\text{C}$ -ғы сынаптың тығыздығы

$$\rho = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$



25-сурет

$$\text{Жауабы: } m = \rho V \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \approx 39(\text{г}).$$

7.79. Бір ұшы бітеу жіпінше түтіктің ішінде, деңгейі $h = 15\text{ см}$ сынаппен оңашаланған ауа сақтаулы. Түтік көкжиек бағытында жатқанда ауа көлемі $V_1 = 240\text{ мм}^3$, ал ашық ұшын жоғары қаратып тігінен қойғанда көлемі $V_2 = 200\text{ мм}^3$. Тәжірибе жүргізілген кездегі атмосфералық қысым қандай болған?

$$\text{Жауабы: } p_0 = \frac{hV_2}{V_1 - V_2} \approx 9,96 \cdot 10^4 (\text{Па}).$$

7.80. Радиусы $r_1 = 2\text{ см}$ жұқа резина шар температурасы $t_1 = 20^\circ\text{C}$ ал қысымы $p_1 = 0,1\text{ МПа}$ ауаға толтырылған. Егер оны температурасы $t_2 = 4^\circ\text{C}$ болатын тереңдігі $h = 20\text{ м}$ су түбіне түсірсек шардың r_2 радиусы қандай болар еді?

$$\text{Жауабы: } r_2 = r_1 \sqrt{\frac{p_1 T_2}{(p_1 + \rho_0 g h) T_1}} \approx 1,37(\text{см}).$$

7.81. Қимасы $S = 10\text{ см}^2$ цилиндр ауыр қақпақпен жабылған. Цилиндр 2 г үдеумен жоғары көтерілгенде қақпақ астындағы газ көлемі $1,5$ есе кемиді. Газ температурасын тұрақты деп есептеп, қақпақ массасын табыңдар. Атмосфералық қысым $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

$$\text{Жауабы: } m = \frac{p_0 S}{3g} \approx 3,3(\text{кг}).$$

7.82. Диссоциациялану дәрежесі 50% болатын I_2 бу күйіндегі иодта қанша бөлшек бар? Иодтың бір киломоляның массасы $254 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$.

$$\text{Жауабы: } N = N_A (\alpha + 1) \frac{m}{M} \approx 3,56 \cdot 10^{21}.$$

7.83. Теңіздің терең түбінде өмір сүретін балықтарды су бетіне шығарсақ оның терісі ісініп кетеді? Неге олай?

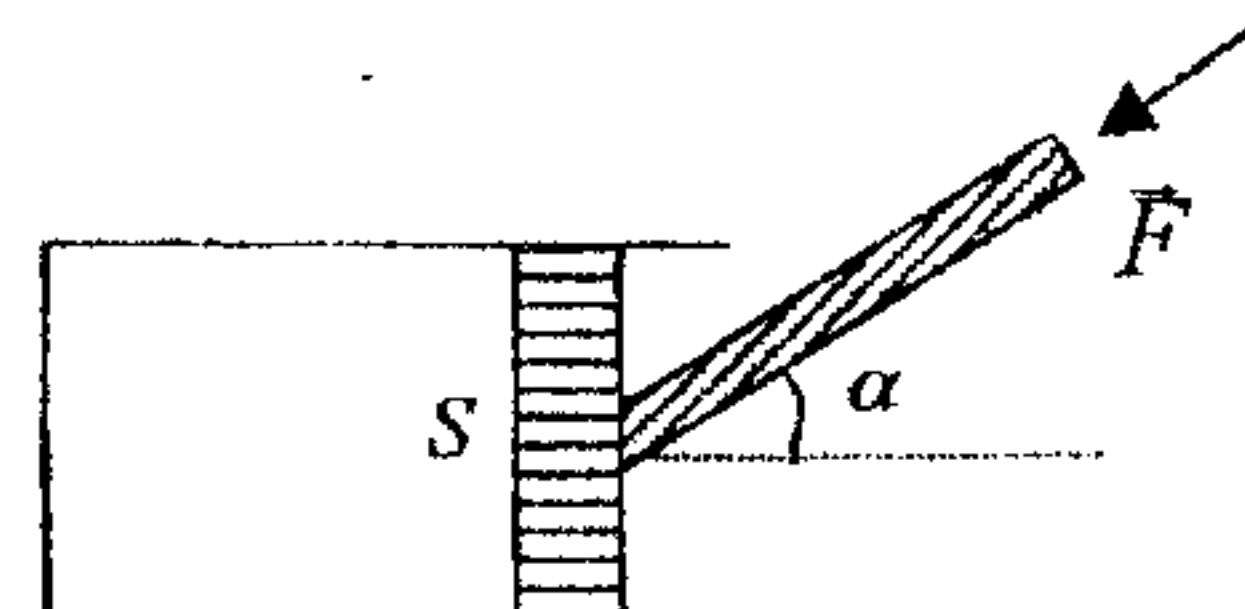
7.84. Созылмайтын қабығы бар массасы $m_0 = 11,6\text{ г}$ шар сутегімен толтырылған. Шардың көлемі $V = 10\text{ л}$, оны қоршаған ауаның да сутегінің де температурасы $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Егер көтеруші қорытынды күш нөлге тең, яғни шар ауада қалқып тұрған болса, оның ішіндегі сутегінің қысымын табыңдар. Атмосфералық қысым $p_0 = 0,1\text{ МПа}$. Сутегінің мольдік массасы

$$M_1 = 0,002 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, \text{ ал ауанікі } M_2 = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Жауабы: $p = \left(M_2 - \frac{V_0 m_0}{V} \right) \frac{p_0}{M_1} \approx 0,15 (\text{МПа})$.

мұндағы $V_0 = 22,41 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$ (1 моль газдың көлемі).

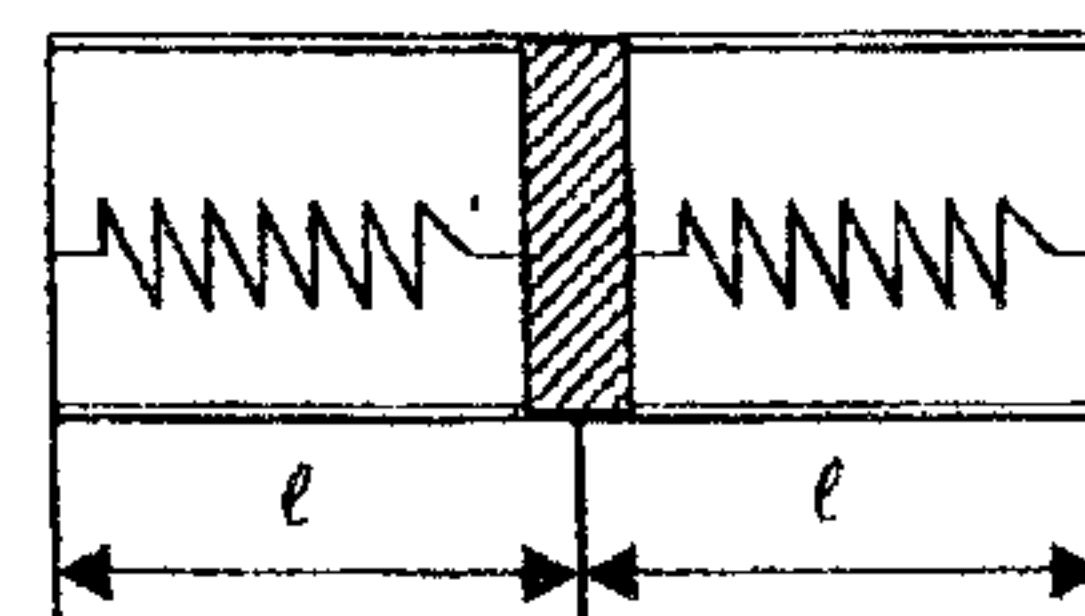
7.85. Бойымен $F = 98 \text{ Н}$ күш әсер етіп ұсталып тұрған қақпақтың сол жағындағы газ қысымын есептеңдер (26-сурет). Қақпақ бетінің ауданы $S = 7 \text{ см}^2$; $\alpha = 30^\circ$. Үйкелісті ескермей, атмосфералық қысымды $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ деп алыңдар.



26-сурет

Жауабы: $p = \frac{F \cos \alpha}{S} + p_0 = 110 (\text{кПа})$.

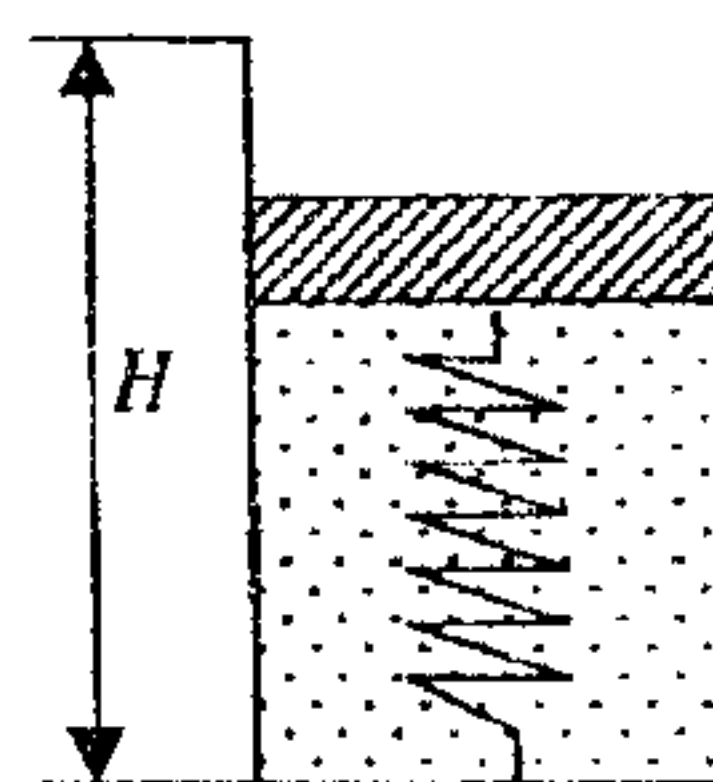
7.86. Ұзындығы $2\ell = 2 \text{ м}$ цилиндрдегі қақпақ, қаттылығы $k = 1493 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ серіппемен екі жағынан түптеріне ұстатылған (27-сурет). Алғашында цилиндр ауасы шығарылған және серіппе еркін күйде тұр. Егер цилиндрдің бір бөлігіне $m = 28 \text{ г}$, ал температурасы $T = 273 \text{ К}$ азот енгізсе қақпақ қандай қашықтыққа орын ауыстырады?



27-сурет

Жауабы: $x = \frac{\ell}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{2RT}{k\ell^2}} - 1 \right] = 0,5 (\text{м})$.

7.87. Тік қалпында қойылған цилиндрде m массалы газ бар. Ыдыс беті қаттылығы k серіппемен ұстатылған қақпақ арқылы жабылған (28-сурет). Температура T_1 болғанда қақпақ h биіктікке көтеріледі. Қақпақ H биіктікке көтерілуі үшін, газды қандай T_2 температурадағы қыздыру керек? Газдың молдік массасы M .



28-сурет

Жауабы: $T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{Mkh(H-h)}{mR}$.

8. Термодинамика негіздері

Термодинамика физиканың бір бөлімі ретінде энергия мен жұмыстың арасындағы қатысты қарастырады.

Термодинамикалық жүйенің бір күйден екінші күйге өтуін термодинамикалық процес деп атайды.

Кез келген күй бірнеше физикалық шамалар — күй параметрлерімен анықталады. Олар: температура, көлем, қысым, тығыздық, шоғыр, ішкі энергия, энтропия, тағы басқалар.

Ішкі энергия дегеніміз оны құрайтын бөлшектердің (атом, молекула) кинетикалық және потенциалдық энергияларының қосындысы. Негізінен, термодинамикада ішкі энергияның өзгерісі қарастырылады. Ішкі энергияны өзгертудің екі тәсілі бар: жұмыс жасау және жылу беру. Сонда $\Delta U = A + Q$ (1).

Жылу алмасу кезінде денеге берілген немесе алынған ішкі энергия мөлшерін жылу мөлшері деп атайды. Жылу мөлшерін есептеу үшін мына формулаларды пайдалануға болады:

- қыздырылғанда немесе суытылғанда $Q = cm\Delta t$ (2);
- балқытылғанда немесе қатайтқанда $Q = \lambda m$ (3);
- буландырғанда немесе сұйылтқанда $Q = \tau m$ (4);
- зат жанғанда (химиялық тотығу) $Q = qm$ (5);

Идеал газдың ішкі энергиясының өзгерісі былай анықталады. $\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$ (6), мұндағы: біратомды газ үшін $i=3$; екіатомды $i=5$, көпатомды $i=6$.

C - меншікті жылу сыйымдылық; C_v - тұрақты көлемдегі $\left(C_v = \frac{i}{2} R \right)$; C_p - тұрақты қысымдағы $(C_p = C_v + R \text{ немесе } C_p = \frac{R}{2}(i+2))$.

Термодинамиканың бірінші заңы.

$$\Delta U = A' + Q \quad (7)$$

Мұндағы, A' - сыртқы күштердің денеге жасаған жұмысы, Q - дененің алған жылу мөлшері.

Термодинамиканың екінші заңы.

Жылу ешқашан да суық денеден ыстық денеге берілмейді (Клаузиус анықтамасы). Термодинамиканың екінші заңы процестің бағыттылығын көрсетеді.

Жылу машинасы деп отынның ішкі энергиясын механикалық энергияға айналдыратын құрылғыны айтады. Жылу машинасының пайдалы әсер коэффициенті

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (8)$$

Мұндағы: Q_1 - қыздырғыштан алынған, ал Q_2 - суытқышқа берілген жылу

мөлшерлері.

Сондай-ақ идеал жылу машинасы үшін мына формула пайдаланады. (9)

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{Карно циклі})$$

Әртүрлі процестегі термодинамиканың бірінші заңының жазылуы төмендегідей:

- изотермиялық процесте $Q = -A'$, $\Delta U = 0$; (10)

- изоборалық процесте $A' = p\Delta V$ немесе $\Delta U = \frac{m}{M} R\Delta T$, сонда

$$Q = C\Delta T - p\Delta V; \quad (11)$$

- изохоралық процесте $Q = \Delta U$, $\Delta U = C_V\Delta T$; $A' = 0$; (12)

- адиабаттық процесте $\Delta U = A$, $Q = 0$ (13).

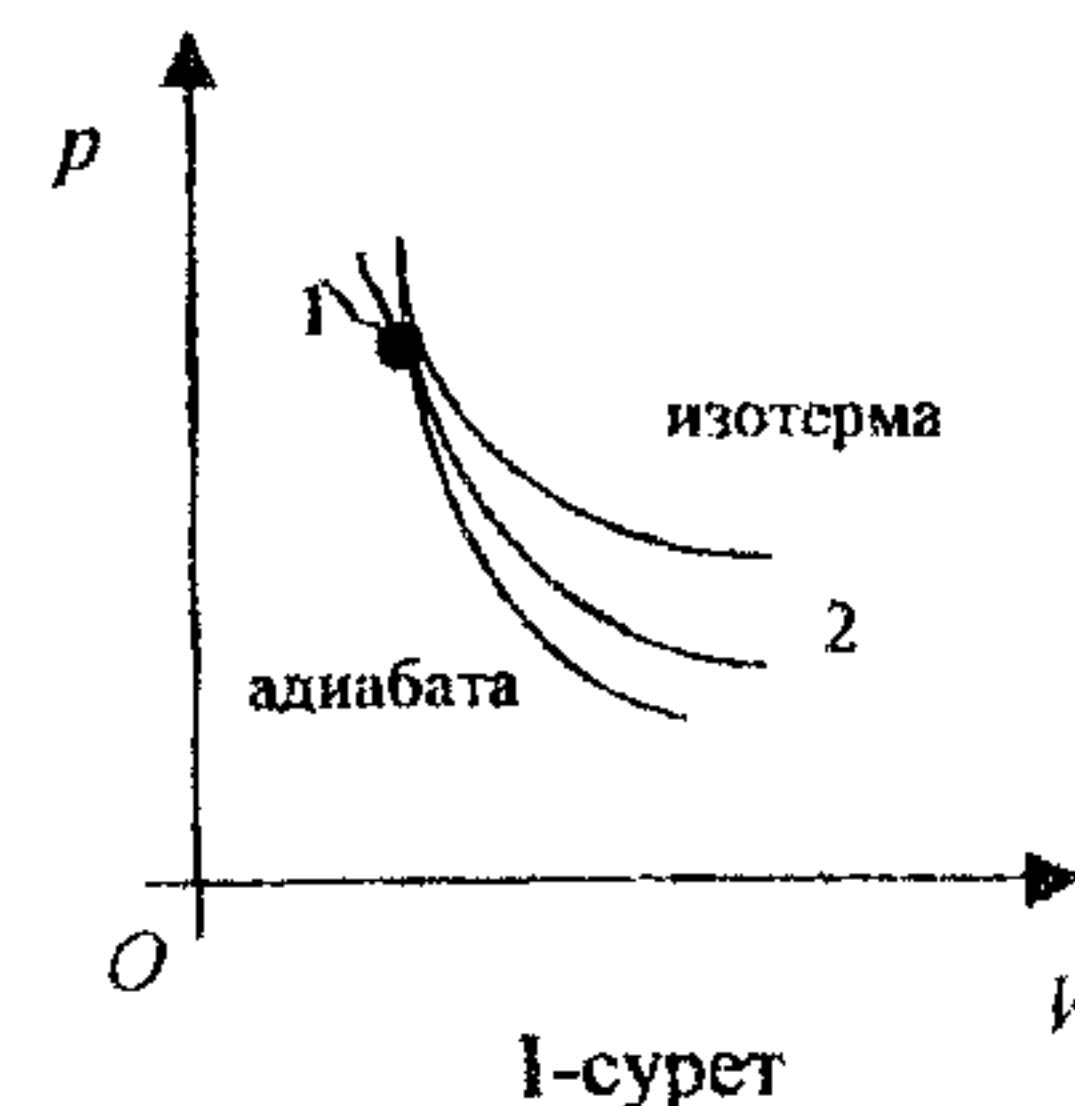
$\sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{j=1}^n Q_j$, (14) жылу балансының теңдеуі болып табылады. Мұндағы:

$\sum_{i=1}^n Q_i$ - жылу алмасу кезінде берілген, ал $\sum_{j=1}^n Q_j$ - алынған барлық жылу мөлшерлерінің қосындысы.

8.1. Газдың ұлғаюы, изотерма мен адиабата аралығында жататын, 1-2 қисығымен жүреді (1-сурет). Газ температурасы қалай өзгерген? Оған жылу берілді ме?

Берілгені:
 $P = f(V)$ (1-2 процесі)

Жауабы: Мұнда, газ қысымы изотермиялық ұлғаюға қарағанда жылдам кеміген, демек температура төмендеген. Екінші жағынан қысым адиабата процесіне салыстырғанда баяу кеміген, демек газға сырттан жылу берілген.



8.2. Азот тұрақты қысымда қыздырылады. Азот массасы $280_{\text{г}}$, жұмсалған жылу мөлшері 600 Дж , ал $C_V = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ болса, оның температурасы қаншаға артқан екен?

Берілгені:
 $m = 280_{\text{г}}$; $Q = 600 \text{ Дж}$;
 $C_V = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$

Шешуі: $280_{\text{г}} = 0,28 \text{ кг}$.
Қысым тұрақты болғанда термодинамиканың бірінші заңынан $Q = C_V\Delta T + p\Delta V$ (1)

$\Delta T = ?$

Мұндағы $p\Delta V$ - газ тарапынан істелетін жұмыс.

Онда, $p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M} RT_2 - \frac{m}{M} RT_1 = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = \frac{mR}{M} \Delta T$. Демек

(1)-ді былай жазамыз $Q = C_V\Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C_V m + \frac{m}{M} R}$ немесе

$$\Delta T = \frac{Q}{m \left(C_V + \frac{R}{M} \right)} = \frac{600 \text{ Дж}}{0,28 \text{ кг} \left(745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} + \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{28 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 10^{-3}} \right)} \approx 2,1^\circ\text{C}.$$

Жауабы: $\Delta T \approx 2,1^\circ\text{C}$.

8.3. Адиабаттық ұлғаю кезінде азот көлемі 1%-ке артты. Оның абсолют температурасы және қысымы қанша пайызға өзгерді? Тұрақты көлемде қыздырған кезде азоттың меншікті жылу сыйымдылығы $C_V = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$.

Берілгені:
 V - 1%-ке артты;
 $C_V = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$

Шешуі: Газ қысымы өте баяу өзгертіндіктен, ұлғаю кезінде газдың істеген жұмысын былай анықтауға болады

$$A = p_0(V - V_0) = C_V m(T_0 - T) \quad (1).$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = ?; \quad \frac{\Delta p}{p_0} = ?$$

Мұндағы: p_0 , V_0 және T_0 бастапқы қысым, көлем және температура;

V - ақырғы көлем. $V = 1,01V_0$ екендігін ескерсек

$$p_0(1,01V_0 - V_0) = C_V m(T_0 - T) \text{ немесе } p_0 \cdot 0,01V_0 = C_V m(T_0 - T) \quad (2).$$

Менделеев - Клапейрон заңынан $p_0V_0 = \frac{m}{M} RT_0$ (3).

$$(2) \text{ және } (3)\text{-ден } 0,01 \frac{m}{M} RT_0 = C_V m(T_0 - T) \Rightarrow \frac{T_0 - T}{T_0} = \frac{0,01R}{MC_V} \quad (4). \text{ Сонда,}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{0,01 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} = 0,004. \quad \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_0 - T}{T_0} = 0,004 \Rightarrow T = 0,996T_0 \quad (5).$$

Клапейрон теңдеуінен $\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}$. $V = 1,01V_0$ және (5)-ті ескерсек

$$\frac{p \cdot 1,01V_0}{0,996T_0} = \frac{p_0V_0}{T_0} \Rightarrow p = 0,986p_0 \quad (6).$$

$$(6)\text{-ны түрлендірейік, сонда } \frac{\Delta p}{p_0} = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{p_0 - 0,986p_0}{p_0} = \frac{1 - 0,986}{1} = 0,014.$$

Демек, $\frac{\Delta T}{T_0} = 0,004 = 0,4\%$, ал $\frac{\Delta p}{p_0} = 0,014 = 1,4\%$.

Жауабы: $\frac{\Delta T}{T_0} = 0,4\%$; $\frac{\Delta p}{p_0} = 1,4\%$.

8.4. Қысымы 10^5 Па болатын 2 л азот берілген. 1) $p = \text{const}$ болғанда көлемін екі есе арттыру үшін, 2) $V = \text{const}$ болғанда қысымын екі есе арттыру үшін азотқа қанша жылу мөлшерін беру керек?

Берілгені:	Шешуі: $2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.
$p_0 = 10^5 \text{ Па}$; $V_0 = 2 \text{ л}$;	1) $p = \text{const}$ болғанда
1) $V_1 = 2V_0$; 2) $p_1 = 2p_0$	(1) $\Delta Q_1 = \frac{m}{M} C_p \Delta T$. Екінші жағынан
1) $\Delta Q_1 = ?$; 2) $\Delta Q_2 = ?$	$p_0 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$ және $p_0 V_2 = \frac{m}{M} RT_2$.

Кейінгі екеуінен $p_0(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$ немесе

$$p_0 \Delta V = \frac{mR}{M} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Mp_0 \Delta V}{mR} \quad (2).$$

(1) және (2)-ден $\Delta Q_1 = C_p \frac{p_0 V_0}{R}$.

2) $V = \text{const}$ болғанда $\Delta Q_2 = \frac{m}{M} C_v \Delta T$ (3). Екінші жағынан $p_1 V_0 = \frac{m}{M} RT_1$ және

$p_2 V_0 = \frac{m}{M} RT_2$. Кейінгі екеуінен $V_0(p_2 - p_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$ немесе

$$V_0 \Delta p = \frac{mR}{M} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{MV_0 \Delta p}{mR} \quad (4).$$

(3) және (4)-ден $\Delta Q_2 = C_v \frac{V_0 \Delta p}{R}$.

Жауабы: $\Delta Q_1 = 700 \text{ Дж}$; $\Delta Q_2 = 500 \text{ Дж}$.

8.5. Температурасы 10°C , қысымы $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$, массасы 10 г оттегі берілген. Тұрақты қысымда қыздырғаннан кейін газ 10 л көлем алды. Табындар: 1) Газға берілген жылу мөлшерін, 2) қыздырылғаннан кейінгі және қыздырылғанға дейінгі газ молекулаларының жылулық қозғалыс энергиясын.

Берілгені:	Шешуі: $10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$; $10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3$;
$t_1 = 10^\circ \text{C}$; $p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$;	$10^\circ \text{C} = 283 \text{ К}$ 1) Газға берілген жылу
$m = 10 \text{ г}$; $V_2 = 10 \text{ л}$.	мөлшері мына формуламен анықталады.
1) $\Delta Q = ?$; 2) $W_1 = ?$; $W_2 = ?$	$\Delta Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1)$ (1).

Мұндағы: T_1 – қыздырылғанға дейінгі, T_2 – қыздырылғаннан кейінгі газ температуралары. Менделеев – Клапейрон теңдеуін кейінгі күй үшін

жазсақ, сонда $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1 \rightarrow T_1 = \frac{Mp_1 V_1}{mR}$ (2).

(2)-нің мәнін (1)-ге қойсақ, $\Delta Q = \frac{m}{M} C_p \left(\frac{Mp_1 V_2}{mR} - T_1 \right)$;

2). Газды қыздырғанға дейінгі және қыздырғаннан кейінгі энергиясы былай табылады: $W_1 = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT_1$ және $W_2 = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT_2$. Оттегі екіатомдық газ болғандықтан $i = 5$ және (2)-ні ескерсек, онда $W_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{mRT_1}{M}$ және $W_2 = \frac{5}{2} p_1 V_1$.

$$\Delta Q = \frac{10^{-2} \text{ кг}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 910 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \left(\frac{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3}{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} - 283 \text{ К} \right) = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

$$W_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 283 \text{ К}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

$$W_2 = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 = 7,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $\Delta Q = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $W_1 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $W_2 = 7,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

8.6. Көлемі 10 л жабық ыдыста қысымы 10^5 Па ауа бар. Ыдыстағы ауа қысымын 5 есе арттыру үшін оған қандай жылу мөлшерін беру керек?

Берілгені:	Шешуі: $10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3$.
$V = 10 \text{ л}$; $p_1 = 10^5 \text{ Па}$	Ауаға берілетін жылу мөлшері
$p_2 = 5p_1$,	(1) $\Delta Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T$ формуласымен анықталады.
$\Delta Q = ?$	Ал, $\Delta T = T_2 - T_1$, мұндағы T_2 – ауаның

қыздырғаннан кейінгі, T_1 – қыздырғанға дейінгі температуралары.

$V_1 = V_2 = V$ екендігін ескеріп $p_1 V = \frac{m}{M} RT_1$, және $p_2 V = \frac{m}{M} RT_2$ күй

теңдеулерінен $V(p_2 - p_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$ немесе

$$V \Delta p = \frac{m}{M} R \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{MV \Delta p}{mR} \quad (2).$$

(2)-ні (1)-ге қойсақ, онда $\Delta Q = C_p \frac{V \Delta p}{R} = \frac{i}{2} V \Delta p$. Ал, $i = 5$ болғандықтан

$$\Delta Q = \frac{5}{2} V \Delta p.$$

$$\Delta Q = \frac{5}{2} \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ Па} = 10^4 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $\Delta Q = 10^4 \text{ Дж}$.

8.7. Массалары бірдей – мыс және темір шарлар бірдей биіктіктен құлайды. Соққыдан кейін қайсы шардың температурасы жоғары болады?

Берілгені: $m_1 = m_2 = m$;
 $h_1 = h_2 = h$;
 $T_1 - ?$ $T_2 - ?$

Шешуі: Мынадай шарттар орындалатын болсын: екі шардың да бастапқы температуралары бірдей; серпінсіз соққы кезінде механикалық энергияның ішкі энергияға ауысуы екі шарда бірдей.

Сонда, $\Delta U_1 = \Delta U_2$, мұндағы $\Delta U_1 = C_1 m_1 (T_1 - T_0)$ және $\Delta U_2 = C_2 m_2 (T_2 - T_0)$, демек $C_1 m_1 (T_1 - T_0) = C_2 m_2 (T_2 - T_0)$ немесе $C_1 (T_1 - T_0) = C_2 (T_2 - T_0)$.

Ал, $C_1 < C_2$, онда $(T_1 - T_0) > (T_2 - T_0)$, яғни $T_1 > T_2$. Сонымен, соққы кезінде мыс шардың температурасы жоғары болады екен.

8.8. 30°C температурадағы массасы $6 \cdot 10^{-3}$ кг оттегі тұрақты қысымда, сырттан берілген жылудың әсерінен көлемін екі есе арттырып ұлғаяды. Ұлғаю жұмысын, газдың ішкі энергиясының өзгерісін және оттегіге берілген жылу мөлшерін табындар.

Берілгені: $m = 6 \cdot 10^{-3}$ кг; $t_1 = 30^\circ\text{C}$
 $V_2 = 2V_1$;
 $A - ?$; $\Delta U - ?$; $Q - ?$

Шешуі: $62 = 6 \cdot 10^{-3}$ кг; $30^\circ\text{C} = 303\text{K}$.
 $p = \text{const}$ болғанда, ұлғаю жұмысын
(1) $A = p(V_2 - V_1)$ формуласынан табамыз.

Ал Менделеев – Клапейрон теңдеуінен $pV_1 = \frac{m}{M} RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{Mp}$ (2).

Сонда $V_2 = 2V_1$ екендігін ескерсек (1) және (2)-ден $A = pV_1 = p \cdot \frac{mRT_1}{Mp} = \frac{mRT_1}{M}$

(3).
Қыздыру кезінде оттегінің ішкі энергиясының өзгерісі
 $\Delta U = C_m(T_2 - T_1)$ (4). Процесс тұрақты қысымда жүргендіктен, Гей-Люссак заңы бойынша $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1$.

T_2 -ні (4)-ге қойып $V_2 = 2V_1$ шартын ескерсек $\Delta U = C_m T_1$ (5).

Газға берілген жылу мөлшерін термодинамиканың бірінші заңынан табуға болады. $Q = \Delta U + A$.

Сонда (3) және (5) – ті ескерсек $Q = mT_1 \left(\frac{R}{M} + C \right)$.

$$A = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 303\text{K}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \approx 473 \text{ Дж}.$$

$$\Delta U = 9,2 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 303\text{K} \approx 1670 \text{ Дж}.$$

$$Q = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 303\text{K} \left(\frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} + 9,2 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right) \approx 2140 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $A \approx 473 \text{ Дж}$; $\Delta U \approx 1670 \text{ Дж}$; $Q \approx 2140 \text{ Дж}$.

8.9. Мөлшері $\nu = 10$ моль бір, атомды идеал газ изобарлық $\Delta T = 100\text{K}$ қыздырылды. Осы газдың ішкі энергиясы қаншаға өзгереді? Газдың істеген жұмысын, оған берілген жылу мөлшерін есептеп табындар.

Берілгені: $\nu = 10$ моль; $\Delta T = 100\text{K}$;
 $\Delta U - ?$; $A - ?$ $Q - ?$

Шешуі: Идеал газдың ішкі энергиясының өзгерісі $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ формуласымен анықталады.

Ал газдың істеген жұмысы $A = p\Delta V$, ал изобаралық процесте $p\Delta V = \nu R \Delta T$, демек $A = \nu R \Delta T$.

Термодинамиканың бірінші заңынан, газға берілген жылу мөлшері $Q = \Delta U + A$ немесе $Q = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$.

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 10 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100\text{K} \approx 1,24 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

$$A = 10 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100\text{K} \approx 8,31 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot 10 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100\text{K} \approx 2,08 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $\Delta U \approx 1,24 \cdot 10^4 \text{ Дж}$; $A \approx 8,31 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $Q \approx 2,08 \cdot 10^4 \text{ Дж}$.

8.10. Қалыпты жағдайда алынған бір атомды идеал газдың бір киломоля 1 күйден 2 күйге екі (1-3-2 және 1-4-2) жолмен көшірілді (2-сурет). Осы екі процес кезінде газға берілетін жылу мөлшерлерінің қатынасын табындар.

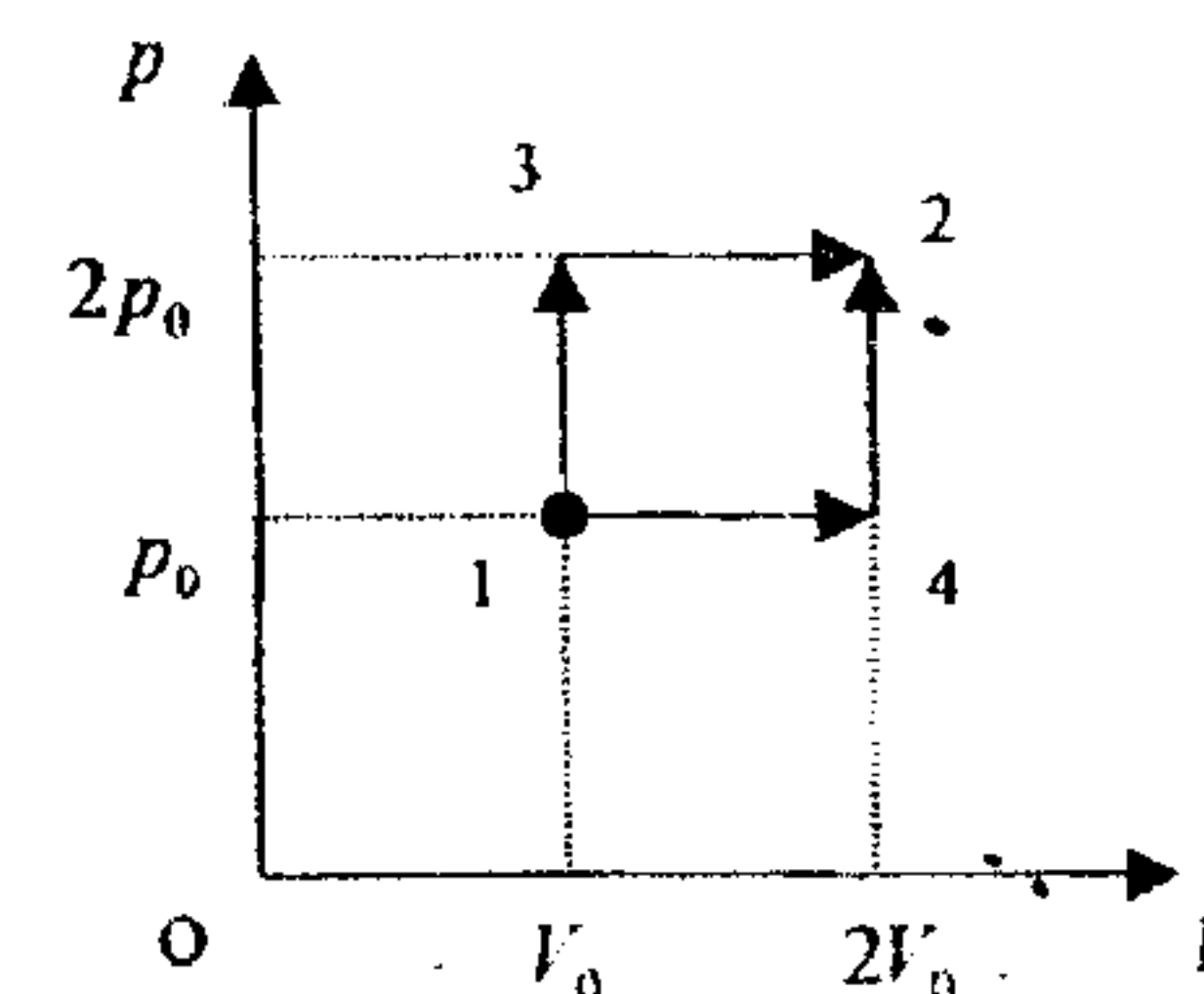
Берілгені: $\nu = 1$ кмоль
1-3-2 және 1-4-2

$Q_1 - ?$
 $Q_2 - ?$

Шешуі: Термодинамиканың бірінші заңынан $Q = \Delta U + A$.

Бұл заңды екі процес үшін жазсақ, онда

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1 \text{ және } Q_2 = \Delta U_2 + A_2.$$



2-сурет

Ал, газдың ішкі энергиясының өзгерісі екі жағдайда да тек ΔT -ға тәуелді болады, сондықтан $\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T$ (1) (1 моль газ үшін). Идеал газ күйінің теңдеуінен $p_0 V_0 = RT_1$ және $2p_0 V_0 = RT_2 \Rightarrow R(T_2 - T_1) = 2p_0 V_0 - p_0 V_0$ немесе $R \Delta T = p_0 V_0$ (2).

(1) және (2)-ден $\Delta U = \frac{3}{2} p_0 V_0$ (3).

Газдың ұлғайған кезде істейтін жұмысы $A = p \Delta V$. Процестің 1-3 және 4-2 бөліктерінде $\Delta V = 0$, сондықтан бұл аралықтарды газ жұмыс істемейді. Сонда газдың 1-3-2 процесінде істеген жұмысы $A_1 = 2p_0 V_0$, ал 1-4-2 процесінде $A_2 = p_0 V_0$. Сонымен, $Q_1 = \Delta U + A_1 = \frac{13}{2} p_0 V_0$ ал $Q_2 = \Delta U + A_2 = \frac{11}{2} p_0 V_0$.

Демек $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\frac{13}{2} p_0 V_0}{\frac{11}{2} p_0 V_0} = \frac{13}{11}$.

Жауабы: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{13}{11}$.

8.11. Саңылаусыз жабылған көлемі $V = 5,6 \text{ дм}^3$ ыдыста қысымы $p = 10^5 \text{ Па}$ ауа сақтаулы. Егер ауаға $Q = 1430 \text{ Дж}$ жылу мөлшері берілсе, ыдыстағы қысым қандай болады? $C_p = 21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ деп алыңдар.

Берілгені:

$V = 5,6 \text{ дм}^3$; $p_1 = 10^5 \text{ Па}$;

$Q = 1430 \text{ Дж}$; $C_p = 21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

$p_2 = ?$

Шешуі: $5,6 \text{ дм}^3 = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$;

Ауаға берілген жылу мөлшері оның

ішкі энергиясын арттыруға кетеді,

сонда $Q = \nu C_p (T_2 - T_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(1 + \frac{Q}{\nu C_p T_1} \right)$. Көлем тұрақты болғандықтан Шарль заңын

қолдансақ $p_2 = p_1 \left(1 + \frac{Q}{\nu C_p T_1} \right)$.

Ал, $\nu = \frac{p_1 V}{RT_1}$ екендігін ескерсек, онда $p_2 = p_1 \left(1 + \frac{Q R}{C_p p_1 V} \right)$.

$p_2 = 10^5 \text{ Па} \left(1 + \frac{1,43 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \right) \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Жауабы: $p_2 \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

8.12. Цилиндр қақпағының астында $\nu = 2 \text{ моль}$ ауа сақтаулы. Егер оған $Q = 18 \text{ кДж}$ жылу мөлшері берілгенде көлемі 2,5 есе артқан болса, газдың бастапқы температурасын табыңдар.

Берілгені:

$\nu = 2 \text{ моль}$; $Q = 18 \text{ кДж}$;

$V_2 = 2,5 V_1$

$T_1 = ?$

Шешуі: $18 \text{ кДж} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ Дж}$;

Процес тұрақты қысымда өтетін

болғандықтан $Q = \nu C_p (T_2 - T_1)$ немесе

$Q = \nu (C_p + R) T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$. Екіншіден, Гей - Люссак заңы бойынша $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$,

сонда $Q = \nu (C_p + R) T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \Rightarrow T_1 = \frac{Q}{\nu (C_p + R) \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)}$.

$T_1 = \frac{1,8 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{2 \text{ моль} \left(21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} + 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right) \left(\frac{2,5 V_1}{V_1} - 1 \right)} \approx 204 \text{ К}$.

Жауабы: $T_1 \approx 204 \text{ К}$.

8.13. Массасы M_0 радиусы r ғаламшар, тығыздығы тұрақты ал молдік массасы M болатын атмосферамен қоршалған. Егер атмосфера қалыңдығы h және ғаламшар радиусынан анағұрлым кем ($h \ll r$) болса, онда ғаламшар бетіндегі атмосфера температурасын анықтаңдар.

Берілгені:

M_0 ; r ; M ; h .

$h \ll r$

$T = ?$

Шешуі: Ғаламшар бетіндегі еркін түсу үдеуін

анықтайық, сонда $g = \frac{\gamma M_0}{r^2}$ (1).

Мұнда, g h -қа тәуелді емес, өйткені $h \ll r$.

Биіктігі h атмосфераның ғаламшар бетіне түсіретін қысымы $p = \rho g h$ (2).

Атмосфера газы үшін Менделеев - Клапейрон теңдеуін жазайық, сонда

$p V = \frac{m}{M} R T$. Ал $\frac{m}{V} = \rho$ екендігін ескерсек $p = \rho \frac{R T}{M} \Rightarrow \rho = \frac{p M}{R T}$ (3).

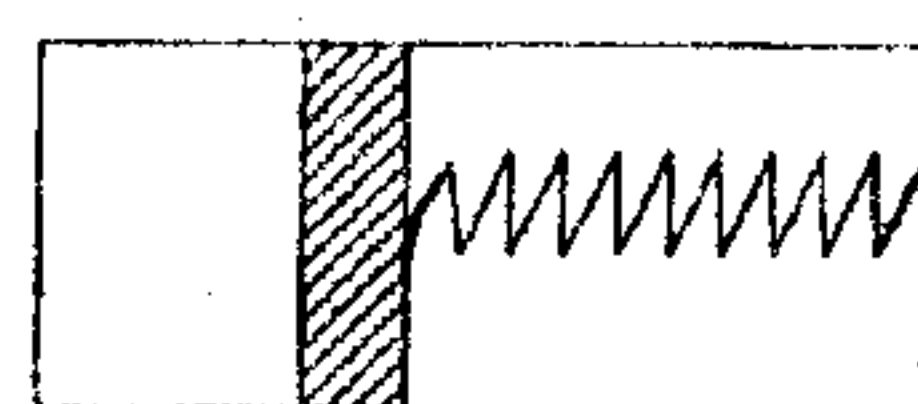
(1), (2) және (3)-ден $T = \frac{\gamma M M_0 h}{R r^2}$.

Жауабы: $T = \frac{\gamma M M_0 h}{R r^2}$.

8.14. Сыртқы ортамен жылу алмаспайтын цилиндр қақпағының сол бөлігінде 1 моль идеал газ бар, ал оң бөлігінде вакуум (3-сурет). Кәзір серпіңе деформацияланбаған күйде тұр. Қақпақты босатқанда газ көлемі екі есе артты. Газдың температурасы мен қысымы қалай өзгереді? Цилиндрдің, қақпақтың және серпіңенің жылу сыйымдылығы мардымсыз деп есептеңдер.

Берілгені:
 $\nu = 1 \text{ моль};$
 $V_2 = 2V_1$

Шешуі:
 Термодинамиканың
 бірінші заңынан
 $Q = \Delta U + A$



3-сурет

$T_2 = ?; p_2 = ?$

Ыдыс сыртқы ортамен жылу алмаспайтын болғандықтан $Q = 0$, демек $\Delta U + A = 0$ (2). Газ күйінің бастапқы параметрлері: $p_1; V_1; T_1$, кейінгі параметрлері: $p_2; V_2; T_2$, болсын. Сонда, газдың ішкі энергиясының өзгерісі $\Delta U = C_V \cdot \nu(T_2 - T_1)$ (3).

Газ ұлғайғанда істелетін жұмыс деформацияланған серіппенің потенциалдық энергиясына тең, яғни $A = \frac{kX^2}{2}$, мұндағы X - ығысу. Қақпақ ығысып тепе-теңдік қалыпта келгенде $F_{\text{ср}} = F_k$ немесе $kX = p_2 S$ (4). Мұндағы S - қақпақ бетінің ауданы. Газ күйінің теңдеуінен $p_2 V_2 = \nu R T_2$ (5). Ал $V_1 = SX$ және $V_2 = 2SX$ болғандықтан (5) былай жазылады, $2p_2 SX = \nu R T_2$ (6). Енді (4)-ті ескерсек, онда $2 \cdot kX \cdot X = \nu R T_2 \Rightarrow kX^2 = \frac{\nu R T_2}{2}$.

Сонда істелген жұмыс $A = \frac{\nu R T_2}{4}$ (7).

және (7) мәндерін (2)-ге қойсақ, сонда $C_V \cdot \nu(T_2 - T_1) + \frac{1}{4} \nu R T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{1 + \frac{R}{4C_V}}$. Газдың бірінші күйі үшін

$p_1 V_1 = \nu R T_1$ (8). $V_1 = \frac{V_2}{2}$ екендігін ескеріп (8)-ді (5)-ке мүшелеп бөлсек $\frac{p_1}{p_2} = 2 \frac{T_1}{T_2}$ немесе $\frac{p_1}{p_2} = 2 \left(1 + \frac{R}{4C_V} \right) \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{2 \left(1 + \frac{R}{4C_V} \right)}$.

Жауабы: $T_2 = \frac{T_1}{1 + \frac{R}{4C_V}}$ және $T_2 < T_1$. $p_2 = \frac{p_1}{2 \left(1 + \frac{R}{4C_V} \right)}$ және $p_2 < p_1$.

8.15. Көлемдері $V_1 = 3 \text{ л}$ және $V_2 = 5 \text{ л}$ жылу өткізбейтін ыдыстарда қысымдары $p_1 = 0,4 \text{ МПа}$, $p_2 = 0,6 \text{ МПа}$, ал температуралары $t_1 = 27^\circ \text{C}$, $t_2 = 127^\circ \text{C}$ бірдей газдар бар. Ыдыстар түтік арқылы қосылып тепе-теңдік орнағаннан кейін араласқан газдың температурасы мен қысымы қандай болады?

Берілгені:

$V_1 = 3 \text{ л}; V_2 = 5 \text{ л};$

$p_1 = 0,4 \text{ МПа}; p_2 = 0,6 \text{ МПа};$

$t_1 = 27^\circ \text{C}; t_2 = 127^\circ \text{C}.$

Шешуі: $3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$;
 $0,4 \text{ МПа} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $0,6 \text{ МПа} = 6 \cdot 10^5 \text{ Па}$;
 $27^\circ \text{C} = 300 \text{ К}$; $127^\circ \text{C} = 400 \text{ К}.$

$T = ?; p = ?$

Идеал газдың ішкі энергиясы оның температурасына және молекулалар санына ғана тәуелді болады, сонда әрбір ыдыстағы газдың ішкі энергиясы $U_1 = k \nu_1 T_1$ және $U_2 = k \nu_2 T_2$, мұндағы k - еселік коэффициенті. Ал газдар араласқаннан кейінгі ішкі энергиясы $U = k(\nu_1 + \nu_2)T$. Энергияның сақталу заңы бойынша $U = U_1 + U_2$ немесе $k(\nu_1 + \nu_2)T = k \nu_1 T_1 + k \nu_2 T_2 \Rightarrow T(\nu_1 + \nu_2) = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$ (1).

Араласқанға дейінгі газ күйінің теңдеуінен $\nu_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$ және $\nu_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_2}$ (2).

(2)-ің мәнін (1)-ге қойсақ, онда $T \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1} + \frac{p_2 V_2}{RT_2} \right) = \frac{p_1 V_1}{R} + \frac{p_2 V_2}{R} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 (p_1 V_1 + p_2 V_2)}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}$ (3).

Араласқаннан кейінгі газ күйінің теңдеуінен

$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{V_1 + V_2}$.

(2) және (3)-ті ескерсек, онда $p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$.

$T = \frac{300 \text{ К} \cdot 400 \text{ К} (4 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3)}{4 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 400 \text{ К} + 6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 300 \text{ К}} = 366 \text{ К}.$

$p = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 5,25 \cdot 10^5 \text{ Па}.$

Жауабы: $T = 366 \text{ К}$; $p = 5,25 \cdot 10^5 \text{ Па}.$

8.16. Идеал газ 4-суретте көрсетілгендей тұйық цикл жасайды. Көлемнің максимал мәнінің минимал мәніне қатынасын табыңдар.

Берілгені:
 (1-2-3-1) циклі

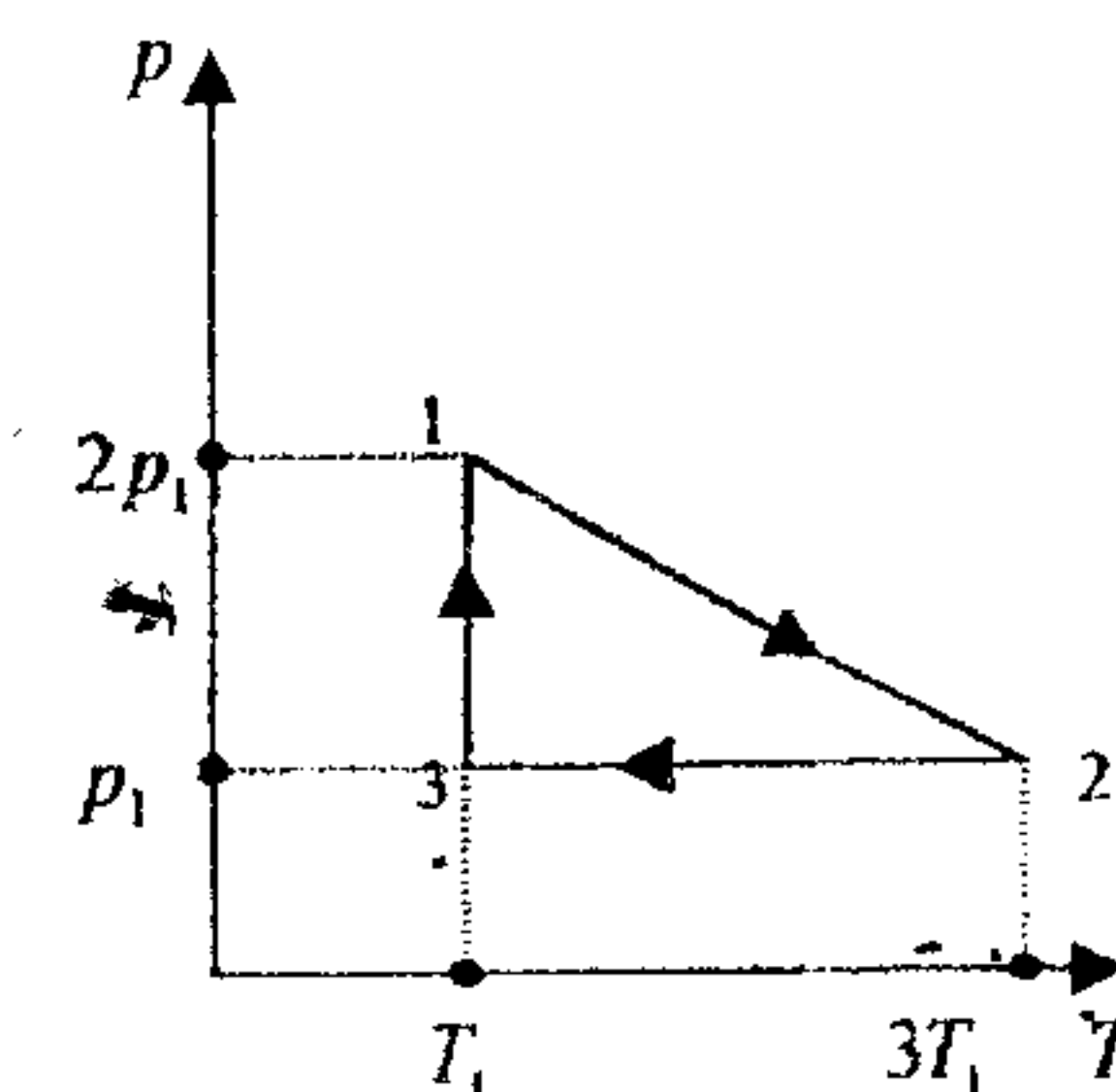
Шешуі: $P - T$ диаграммасында изохора сызығы координата басынан өтетін түзу сызық және де изохораның көлбеулік бұрышының тангенсі газ

$\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}$ - ?

көлеміне пропорционал. Изохораны ойша елестете отырып V_{max} мәнінің 2 нүктесіне, ал V_{min} мәнінің 1 нүктесіне сәйкес келетіндігін ұғынуға болады. Сонда Менделеев - Клапейрон теңдеуін пайдалансақ (1 және 2 нүктелері үшін).

$\frac{2p_1 V_{\text{min}}}{T_1} = \frac{p_1 V_{\text{max}}}{3T_1} \Rightarrow \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = 6.$

Жауабы: $\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = 6.$



4-сурет

8.17. Массасы m_0 қақпақпен жабылған, көкжиек бағытында тыныш тұрған цилиндрлік ыдыста газ сақтаулы. Газды қыздырғанда ол бірқалыпты үдей v жылдамдық алады. Бір моль газдың ішкі энергиясы $U = cT$ болса, оған берілген жылу мөлшерін табындар. Ыдыспен қақпақтың жылу сыйымдылығын және сыртқы қысымды ескермеңдер.

Берілгені: $m_0; v; U = cT$
 Шешуі: Термодинамиканың бірінші заңынан
 $Q = \Delta U + A$ немесе (1) $Q = \frac{m}{M} c \Delta T + \frac{m_0 v^2}{2}$, мұндағы $Q - ?$

(2) $\frac{m_0 v^2}{2} = A = F \Delta \ell = p \Delta \ell = p \Delta V$; Ал, бірқалыпты үдемелі қозғалыста үдеу тұрақты болғандықтан қақпақ қысымы да тұрақты, сондықтан газ күйі теңдеуін жазсақ, онда $p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$ (3).

(2) және (3)-ді пайдаланып (1)-де қайта жазсақ, онда $Q = \frac{m}{M} c \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} (c + R) \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{QM}{(c + R)m}$ (4).

(4)-тегі ΔT -ың мәнін (1)-ге қойсақ $Q = \frac{Qc}{c + R} + \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow Q = \frac{m_0 v^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R} \right)$.

Жауабы: $Q = \frac{m_0 v^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R} \right)$.

8.18. Ішкі энергиясы $U = cT$ бір моль газ 5-суретте кескінделгендей 1-2-3 процес жасайды. Егер V_1, V_2, p_1 және p_2 шамалары белгілі болса, осы процес кезінде газ қанша жылу мөлшерін жұтады?

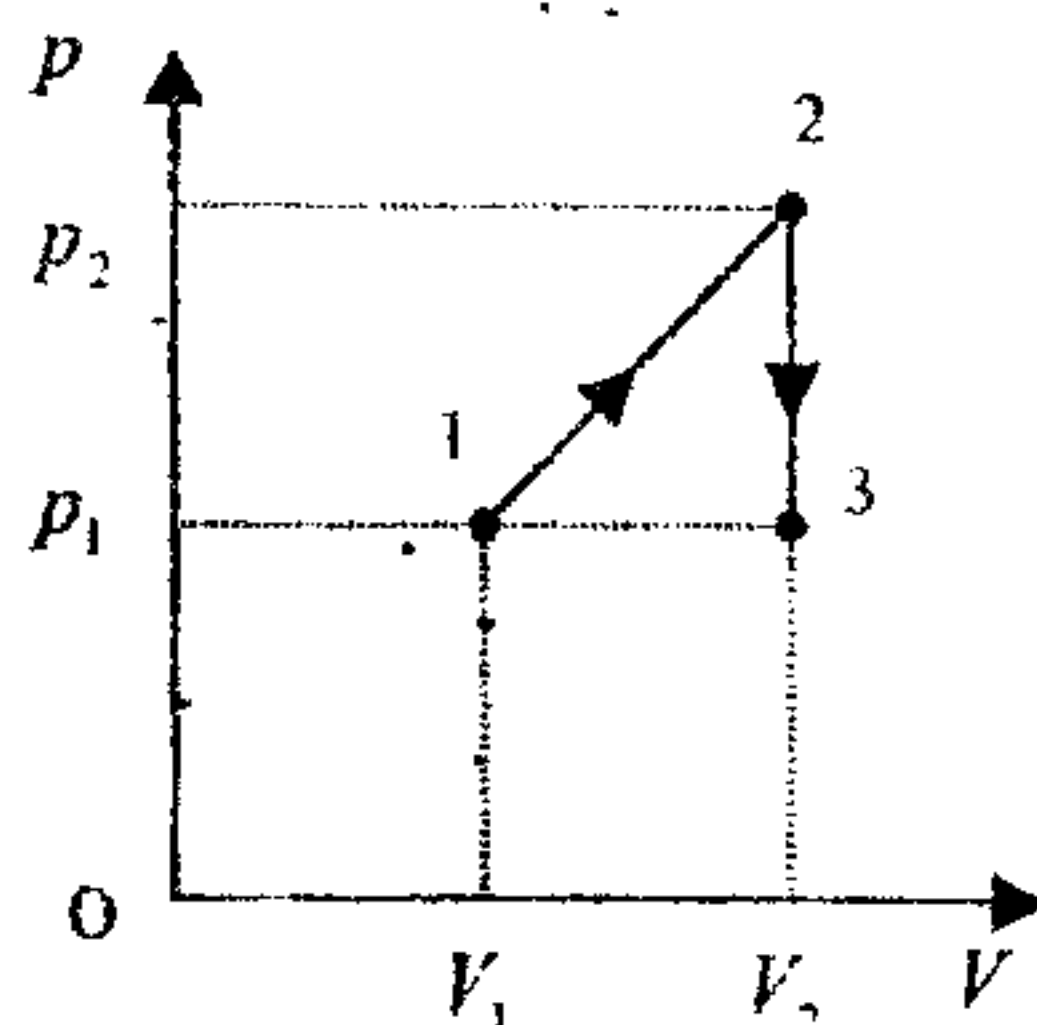
Берілгені: $U = cT; V_1; V_2; p_1; p_2$
 Шешуі: Есеп шарты бойынша $U = cT$, сонда 1 және 3 күйлері үшін $U_1 = cT_1$ және $U_3 = cT_3$. Ал, газ күйінің $Q - ?$

теңдеуінен 1 және 3 нүктелері үшін $p_1 V_1 = RT_1$ және $p_3 V_3 = RT_3$. 5-суреттен $p_3 = p_1; V_3 = V_2$ болғандықтан $p_1 V_1 = RT_1$ және $p_1 V_2 = RT_3$. Сонда ішкі энергияның өзгерісі

$$\Delta U = U_3 - U_1 = c(T_3 - T_1) = c \left(\frac{p_1 V_2}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) = \frac{c p_1}{R} (V_2 - V_1).$$

Сонымен $\Delta U = \frac{c p_1}{R} (V_2 - V_1)$. Істелген жұмыс

$$A = p_{\text{орт}} (V_2 - V_1) = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1). \quad \text{Термодинамиканың бірінші заңынан}$$



5-сурет

$$(1) \Delta U + A = (V_2 - V_1) \left(\frac{c p_1}{R} + \frac{p_1 + p_2}{2} \right) \text{ яғни } Q = (V_2 - V_1) \left[\left(\frac{c}{R} + \frac{1}{2} \right) p_1 + \frac{p_2}{2} \right].$$

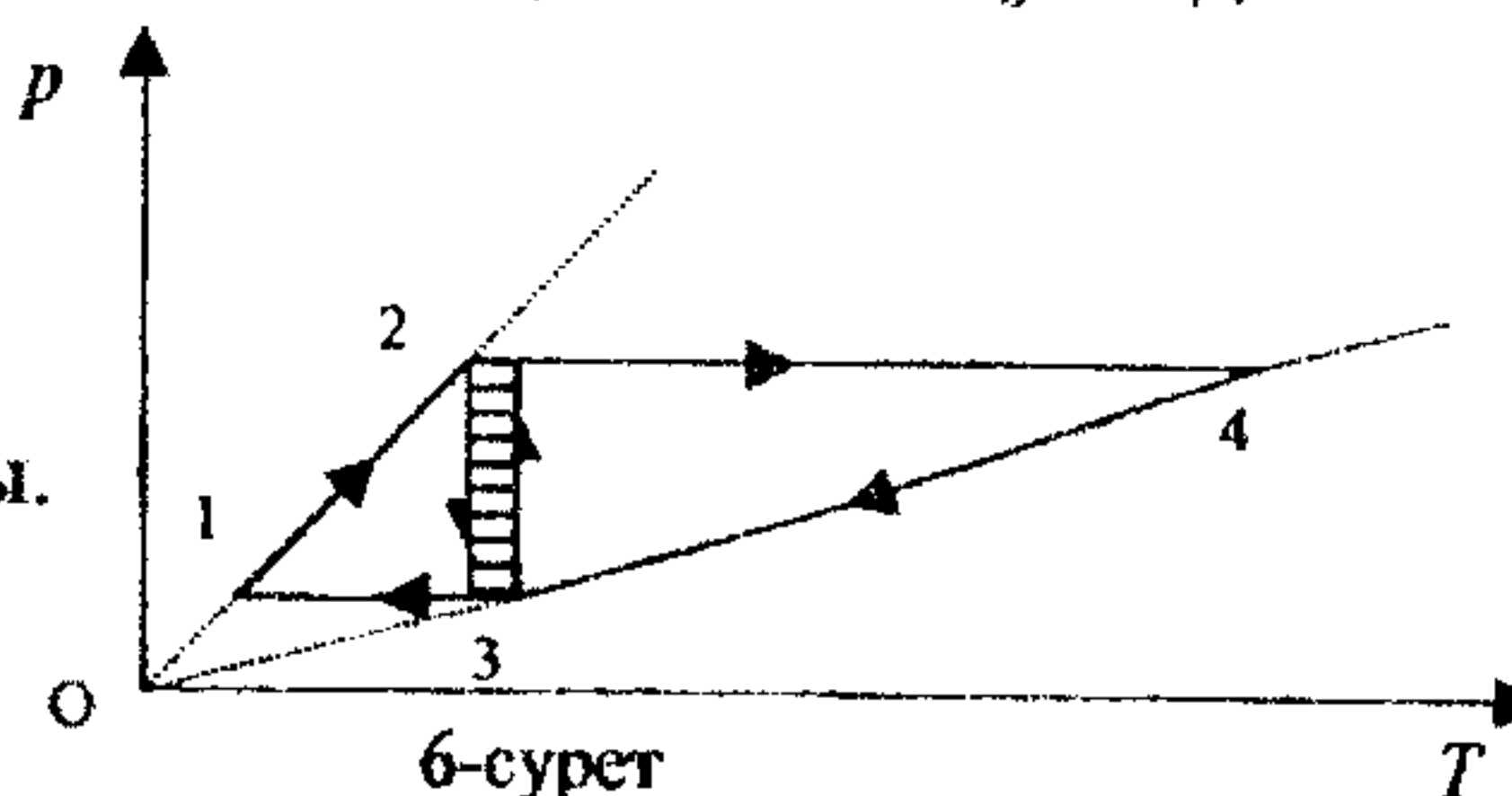
$$\text{Жауабы: } Q = (V_2 - V_1) \left[\left(\frac{c}{R} + \frac{1}{2} \right) p_1 + \frac{p_2}{2} \right].$$

8.19. Идеал газда екі түйік процес жүреді: (1-2-3-1) және (3-2-4-3) (6-сурет). Қай жағдайда газдың істейтін жұмысы көп?

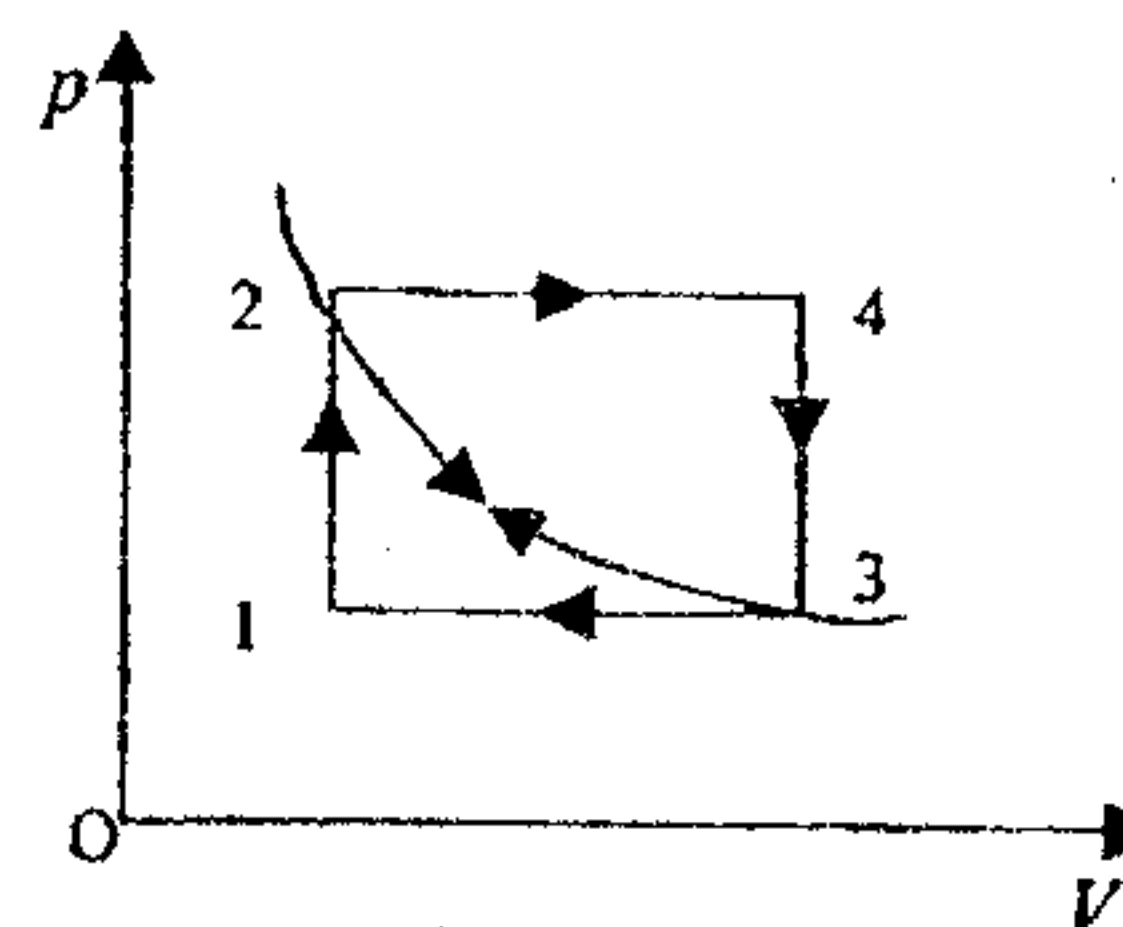
Берілгені: (1-2-3-1) және (3-2-4-3)
 Шешуі: Бұл процестердің диаграммасын pV және координата жазықтығында сызайық, сонда процесі 7-суретте p кескінделген
 с/к: A_1 және A_2

(1 2 4 3) тіктөртбұрыш пайда болады. Мұндағы: 2 және 3 нүктелері бір изотерма бойында жатады және де 1 2 3 фигурасының ауданы 1-2-3-1 процесінде істелген жұмысқа (A_1), ал 2 4 3 фигурасының ауданы 3-2-4-3 процесінде істелген жұмысқа (A_2) тең болады. Сонда, суреттен $A_2 > A_1$ екендігі көрініп тұр.

Жауабы: 3-2-4-3 түйік циклінде істелген жұмыс көп болады.



6-сурет

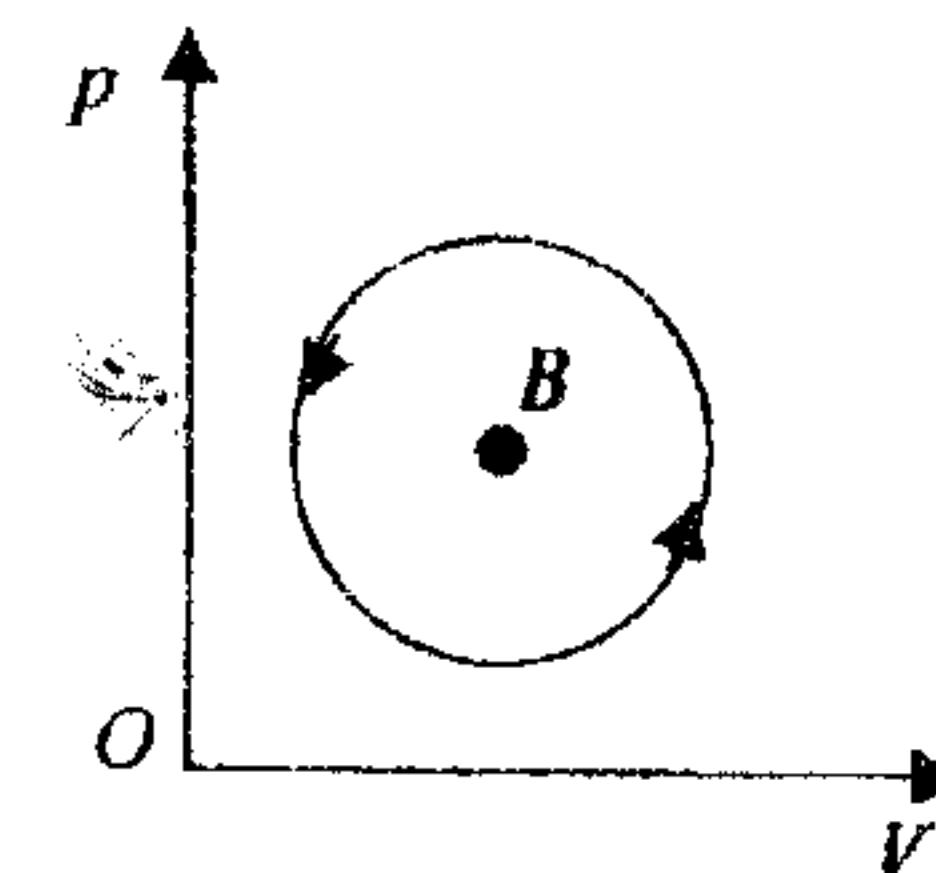


7-сурет

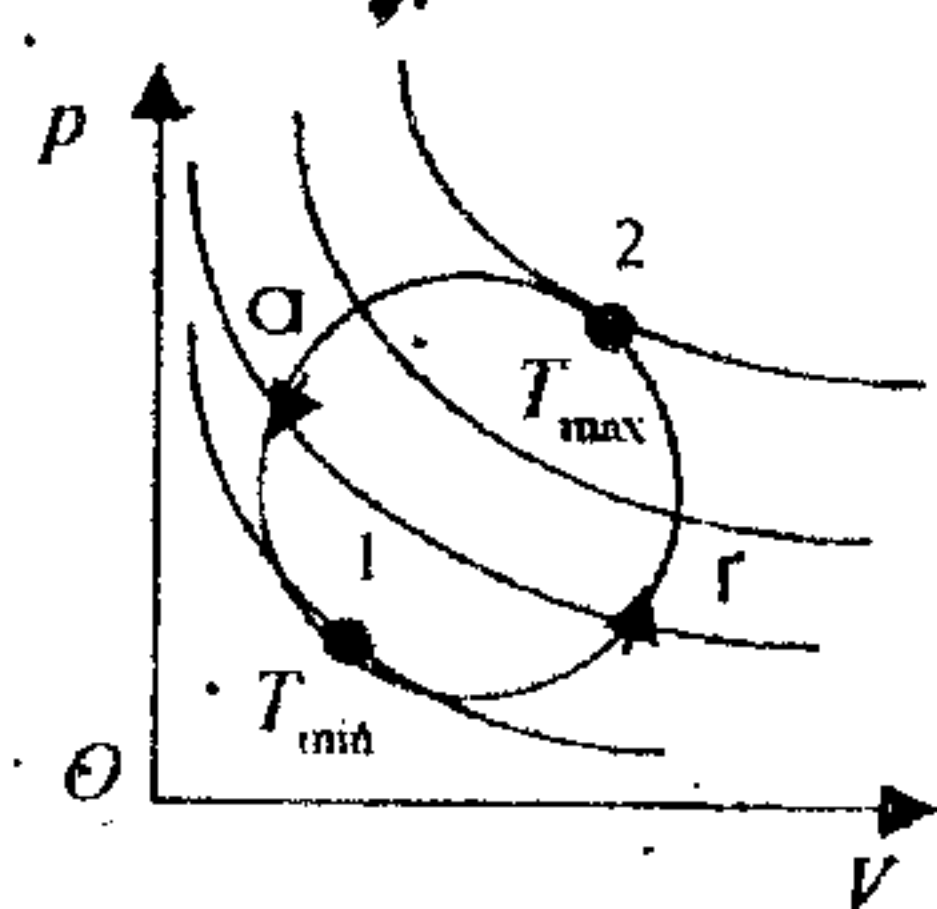
8.20. 8-суретте әйтеуір бір идеал газ массасының pV координата жазықтығындағы дөңгелек процесі кескінделген. Идеал газ температурасы қалай өзгерген? Артты ма әлде кеміді ме? Егер $B(V_0; p_0)$ және $p_{\text{max}}, V_{\text{max}}$ белгілі болса істелген жұмысты табындар.

Берілгені: $B(V_0; p_0); p_{\text{max}}; V_{\text{max}}; A - ?$
 Шешуі: pV координата жазықтығындағы изотерма графигін сызайық,

сонда $pV = \text{const}$ гиперболы қисығы болады және де температура неғұрлым аз болса гиперболы тармағы координата басына жақындай



8-сурет



9-сурет

түседі. 9-суретте әртүрлі температурадағы төрт изотерма қисығы берілген. Мұнда, 2 нүктесіне $T_{\max}$, ал 1 нүктесіне $T_{\min}$ температура сәйкес келеді. Демек 1-2 аралығында идеал газ температурасы артқан, ал 2-3 аралығында температура кеміген.

Дөңгелек дикяде істелген жұмыс (1-2-а-1) дөңгелегі ауданының сан мәніне тең, демек $A = S = \pi R^2 = \pi(p_{\max} - p_0)(V_{\max} - V_0)$.

Жауабы: $A = \pi(p_{\max} - p_0)(V_{\max} - V_0)$.

8.21: Қорғасын кір $v = 330 \frac{м}{с}$ жылдамдықпен жер бетіндегі кедергіге соғады. Егер соққы кезінде бөлінген жылу толығымен кірге берілетін болса, қорғасынның қандай бөлігі еріп кетер еді? Соғар кезінде қорғасын кірдің температурасы $t_1 = 27^\circ C$.

Берілгені:

$$v = 330 \frac{м}{с};$$

$$t_1 = 27^\circ C.$$

Шешуі: Қорғасын кірдің кедергіге соққан кездегі

кинетикалық энергиясы $E_k = \frac{mv^2}{2}$. Соққы кезіндегі

бөлінген жылу қорғасын кірде балқу температурасына дейін қыздыруға және оны балқытуға жұмсалады, сонда

$$\frac{m_1}{m} - ?$$

$Q_1 = mc(t_2 - t_1)$ және $Q_2 = \lambda m_1$. Мұндағы: t_2 - қорғасынның балқу температурасы, λ - меншікті балқу жылуы, m_1 - балқыған қорғасынның массасы. Энергияның сақталу заңынан $E_k = Q_1 + Q_2$ немесе

$$\frac{mv^2}{2} = mc(t_2 - t_1) + m_1 \lambda \Rightarrow \frac{m_1}{m} = \frac{\frac{v^2}{2} - c(t_2 - t_1)}{\lambda}.$$

$$\frac{m_1}{m} = \frac{\left(330 \frac{м}{с}\right)^2}{2} - 125,7 \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C} (327 - 27)^\circ C}{26,4 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг}} \approx 0,64.$$

Жауабы: $\frac{m_1}{m} \approx 0,64$ немесе $\frac{m_1}{m} \approx 64\%$.

(*) 8.22. Массасы 200г, көлемі 8л волейбол добына $0,2 \cdot 10^5 Pa$ қысымға дейін жел үрген. Доп 20м биіктіктен тастақ бетке соғылып қайтадан сондай биіктікке көтеріледі. Бетке соққан мезеттегі доп ішіндегі ауа температурасы $300K$. Ауа үшін $C_p = 0,7 \frac{кДж}{кг \cdot K}$ деп алып, доп соққысынан кейінгі ауа температурасын анықта.

Берілгені:

$$T_1 = 300K; C_p = 0,7 \frac{кДж}{кг \cdot K};$$

$$M_0 = 200г; V = 8л;$$

$$p_1 = 0,2 \cdot 10^5 Pa; h = 20м.$$

Шешуі: $200г = 0,2кг$; $8л = 8 \cdot 10^{-3} м^3$.

Соғылған доп қайтадан сондай биіктікке

көтерілгендіктен энергия шығынын

есептемеуге болады, демек соғу кезіндегі

$$T_2 - ?$$

ауа сығылуын адиабаттық процес деп қарастырамыз. Термодинамиканың бірінші заңынан $\Delta U = Q + A$ (1). Біздің жағдайда $Q = 0$, онда $\Delta U = A$ (2).

Ал газ ішкі энергиясының өзгерісі $\Delta U = C_p \cdot m(T_2 - T_1)$ (3). Мұндағы m - доп ішіндегі ауа массасы. Соққы кезіндегі камера мен тастақ беттің потенциалдық энергиясын ескермесек, газ сығылуы кезінде істелген жұмыс $A = M_0 gh$ (4).

(2), (3) және (4)-ден $C_p \cdot m(T_2 - T_1) = M_0 gh$ (5).

m - доп ішіндегі ауа массасын Менделеев - Клапейрон теңдеуінен табамыз, сонда $m = \frac{MpV}{RT_1}$ (6), мұндағы $p = p_0 + p_1$.

$$(5) \text{ және } (6)\text{-дан } \frac{C_p \cdot MpV(T_2 - T_1)}{RT_1} = M_0 gh \Rightarrow T_2 = T_1 \left[1 + \frac{M_0 gh \cdot R}{M(p_0 + p_1)V \cdot C_p} \right].$$

$$T_2 = 300K \left[1 + \frac{0,2кг \cdot 9,8 \frac{м}{с^2} \cdot 20м \cdot 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K}}{0,29 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль} (1,01 \cdot 10^5 Pa + 0,2 \cdot 10^5 Pa) \cdot 8 \cdot 10^{-3} м^3 \cdot 0,7 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot K}} \right] \approx 306K.$$

Жауабы: $T_2 \approx 306K$.

8.23. Мөлшері 3 моль біратомды идеал газ 10-суретте көрсетілгендей цикл жасайды. Әрбір күйдегі температуралар: $T_1 = 400K$; $T_2 = 800K$; $T_3 = 2400K$; және $T_4 = 1200K$. Бір циклде газдың істеген жұмысын табындар.

Берілгені:

$$T_1 = 400K; T_2 = 800K;$$

$$T_3 = 2400K; T_4 = 1200K.$$

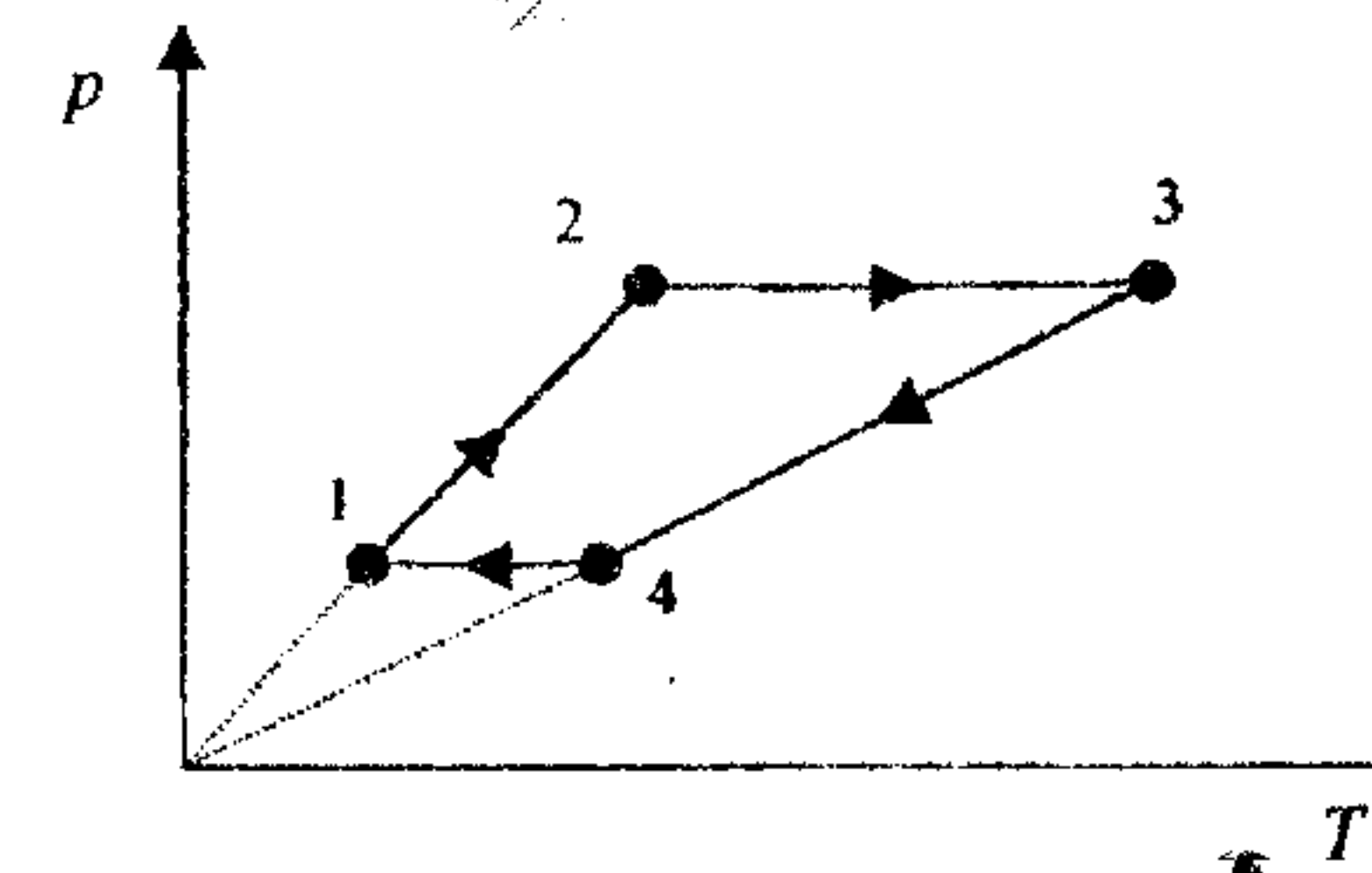
$A - ?$

Шешуі:

Суреттен

көрінгендей

1-2 және



10-сурет

3-4 бөліктерінде жұмыс істелмейді, өйткені изохоралық процестер.

Демек жұмыс 2-3 және 4-1 аралықтарында ғана істеледі (изобаралық процестер).

Сонда, $A_{23} = p_3(V_3 - V_2)$ және $A_{41} = p_1(V_1 - V_4)$.

Ал, толық жұмыс $A = p_3(V_3 - V_2) + p_1(V_1 - V_4)$ (1).

Енді ν моль газдың әрбір күйлері үшін Менделеев - Клапейрон теңдеуін

жазайық, сонда (2) $p_1 V_1 = \nu RT_1$; $p_2 V_2 = \nu RT_2$;

$p_2 V_3 = p_3 V_3 = \nu RT_3$; $p_1 V_4 = \nu RT_4$.

(1)-ге (2)-ін сәйкес мәндерін қойып жазсақ

$A = p_1 V_3 - p_2 V_2 + p_1 V_1 - p_2 V_4 = \nu RT_3 - \nu RT_2 + \nu RT_1 - \nu RT_4$ немесе

$A = \nu R(T_1 - T_2 + T_3 - T_4)$.

$A = 3 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (400\text{К} - 800\text{К} + 2400\text{К} - 1200\text{К}) = 2 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$

Жауабы: $A = 2 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$

8.24. Бір моль идеал газбен екі изохора және екі изобарадан тұратын түйық цикл жасалады (11-сурет). 1 және 3 нүктесіндегі температуралар T_1 және T_3 . Егер 2 және 4 нүктелері бір изотерма бойында жататындығы белгілі болса, онда толық бір цикл кезінде газдың істеген жұмысын анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі:

T_1 ; T_3 . Топлық бір цикл ішінде істелген жұмыстың сан мәні

A - ? (1-2-3-4) фигурасының ауданына тең, сонда

$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = p_1 V_1 + p_2 V_2 - (p_1 V_2 + p_2 V_1) \quad (1).$

Газ күйінің 1, 2, 3, және 4 нүктелері үшін

$p_1 V_1 = RT_1$; $p_2 V_1 = RT$; $p_2 V_2 = RT_3$; $p_1 V_2 = RT \quad (2).$

Мұндағы T 2 және 4 күйлеріндегі газдың белгісіз температурасы. (2) теңдеулерден

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T}$ және $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_3}{T}$ шығады.

Бұлардан $T = \sqrt{T_1 T_3} \quad (3).$

(2)-ні (1)-ге қойсақ $A = RT_1 + RT_3 - (RT + RT) = R(T_1 + T_3 - 2T)$. Енді (3)-ті ескерсек, онда $A = R(T_1 + T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3})$ немесе $A = R(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2$.

Жауабы: $A = R(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2$.

8.25. Биіктікке байланысты атмосфера температурасының төмендеу себептерінің бірі, сыртқы ортамен жылу алмаспай өкпелі ағыннан ауаның ұлғаюы болып табылады.

Ауаны идеал газ деп есептеп әрбір 100 м сайын температураның төмендеуін есептеңдер.

Берілгені:

$h = 100 \text{ м}$

ΔT - ?

Шешуі: Ауа ағынының p_1 қысымды аймақтан p_2 қысымды аймаққа орын ауыстырғанда сыртқы қысым күшіне қарсы істейтін жұмысы

$A_1 = p_2 V_2 - p_1 V_1 = R(T_2 - T_1) = R\Delta T \quad (1).$

Сонымен бірге көтерілетін ауа ауырлық күшін жеңу жұмысын істейді, яғни $A_2 = Mgh \quad (2)$, мұндағы M - ауаның молдік массасы. Аталған жұмыстар ауаның ішкі энергиясының кемуі есебінен жасалады, яғни $\Delta U = A_1 + A_2 \quad (3)$. Сонда $\Delta U = C_V(T_1 - T_2) = -C_V(T_2 - T_1) = -C_V \Delta T$.

(1), (2) және (3)-ден $\Delta T = \frac{Mgh}{C_V + R}$ немесе $\Delta T = \frac{2Mgh}{5R}$, мұндағы $C_V + R = \frac{5}{2}R$.

$\Delta T = \frac{2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10^2 \text{ м}}{5 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} \approx 1,3 \text{ К}.$

Жауабы: $\Delta T \approx 1,3 \text{ К}.$

8.26. Идеал жылу машинасы бастапқы көлемі $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, қысымы $7 \cdot 10^5 \text{ Па}$, температурасы 127°C болатын қыздырылған ауада Карно циклімен жұмыс істейді. Бірінші изотермиялық ұлғаюда ауа 5 л көлемді алды, ал кейінгі адиабаттық ұлғаюда оның көлемі 8 л болды. Табындар: 1) изотерма мен адиабат қиылысуының координатасын, 2) әрбір цикл үлестерінде істелген жұмысты, 3) толық жұмысты, 4) циклдің п. э. к - ін, 5) бір цикл ішінде қыздырғыштан алынған жылу мөлшерін, 6) бір цикл ішінде суытқышқа берілген жылу мөлшерін.

Берілгені:

$p_1 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$;

$T_1 = 400 \text{ К}$; $V_2 = 5 \text{ л}$;

$V_3 = 8 \text{ л}$

Шешуі: $5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $8 \text{ л} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.
Карно цикліндегі толық процес
12-суретте көрсетілген.

1) p_2 - ?; p_3 - ?; V_4 - ?; p_4 - ?.

2) A_1 - ?; A_2 - ?; A_3 - ?; A_4 - ?.

3) A - ?; 4) η - ?

5) Q_1 - ?; 6) Q_2 - ?

1) AB-изотермасы үшін:

(1) $pV = \frac{m}{M} RT$, сонда

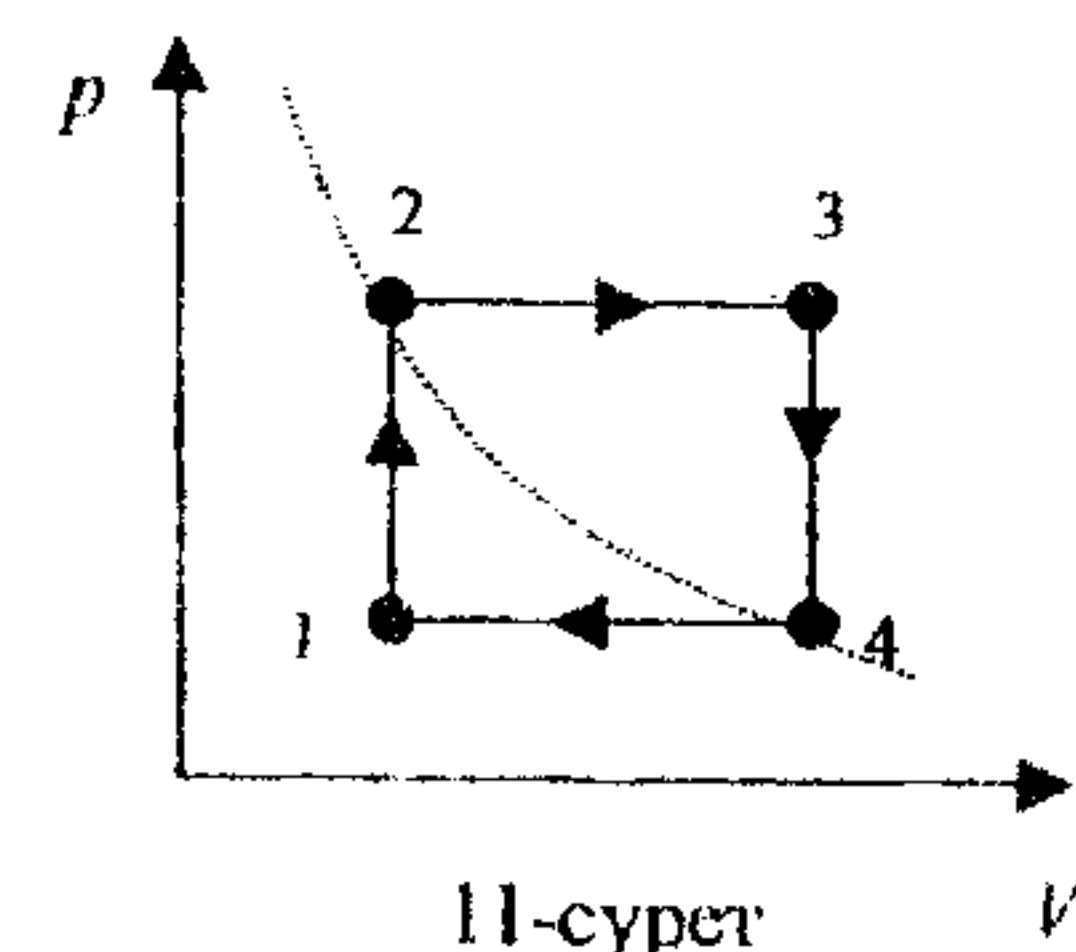
A нүктесінде $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{7 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400 \text{ К}} = 0,427 \text{ моль}.$

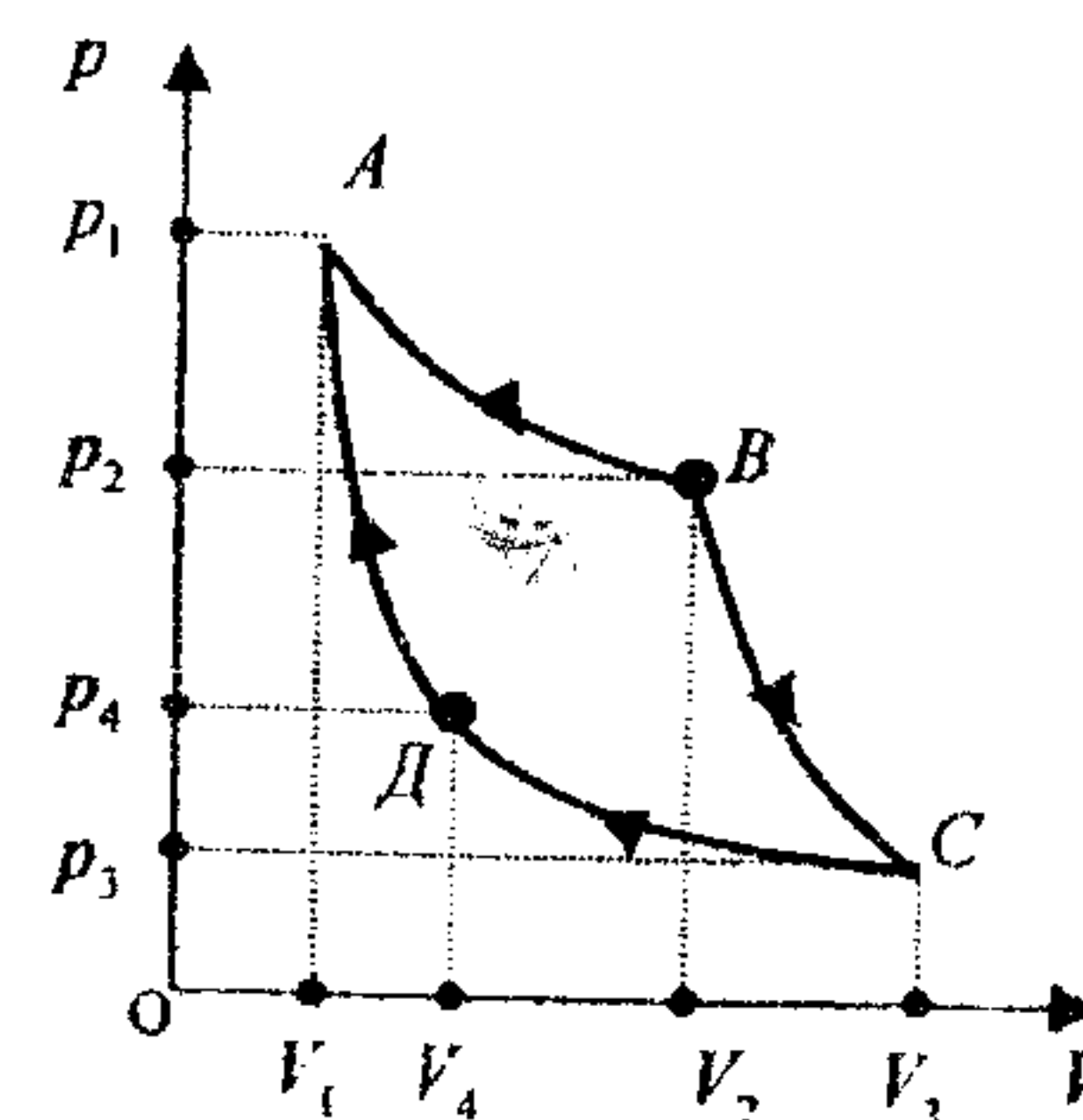
Демек, (1)-ден $p_1 V_1 = 0,427 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400 \text{ К} = 1420 \text{ Дж}$

Ал B нүктесі үшін $p_2 V_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{1420 \text{ Дж}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 2,84 \cdot 10^5 \text{ Па}$, демек $p_2 = 2,84 \cdot 10^5 \text{ Па}$. B

және C нүктелерінің координаталары BC адиабата процесін



11-сурет



12-сурет

қанағаттандыратын болғандықтан

$$p_2 V_2^n = p_3 V_3^n \Rightarrow p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^n = 2,84 \cdot 10^5 \text{ Па} \left(\frac{5,4}{8,4} \right)^{1,4} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па, демек}$$

$$p_3 = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

СД изотермасы үшін: $pV = \frac{m}{M} RT$, сонда С нүктесі үшін

$$p_3 V_3 = \frac{m}{M} RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_3 V_3 M}{mR} = \frac{1,44 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{0,427 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 330 \text{ К. } T = 330 \text{ К.}$$

ДА адиабатасының теңдеуін Д және А нүктелерінің координаттары

$$\text{қанағаттандыруы тиіс, онда } \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{n-1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow V_4 = 3,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Екіншіден $p_1 V_1^n = p_4 V_4^n \Rightarrow p_4 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^n$, демек

$$p_4 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па} \left(\frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{3,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \right)^{1,4} \approx 3,6 \cdot 10^5 \text{ Па, демек } p_4 = 3,6 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

1) АВ изотермасында істелетін жұмыс $A_1 = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$, демек

$$A_1 = 0,427 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400 \text{ К} \ln \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 1300 \text{ Дж.}$$

ВС адиабаттық процесінде істелінген жұмыс $A_2 = \frac{mRT_1}{M(n-1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$

немесе $A_2 = \frac{mRT_1}{M(n-1)} \left[1 - \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{n-1} \right]$, демек

$$A_2 = 0,427 \text{ моль} \cdot \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400 \text{ К}}{(1,4-1)} \left(1 - \left(\frac{330 \text{ К}}{400 \text{ К}} \right)^{0,4} \right) = 620 \text{ Дж.}$$

СД изотермалық процесте істелген жұмыс

$$A_3 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = 0,427 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 330 \text{ К} \cdot \ln \left(\frac{3,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \right) = -1070 \text{ Дж.}$$

ДА адиабаттық процесінде істелінген жұмыс

$$A_4 = \frac{m}{M} RT_2 \cdot \frac{1}{n-1} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = 0,427 \text{ моль} \cdot \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 330 \text{ К}}{1,4-1} \left(1 - \left(\frac{400 \text{ К}}{330 \text{ К}} \right)^{0,4} \right) = -620 \text{ Дж.}$$

Толық циклде істелген жұмыс $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, демек

$$A = 1300 \text{ Дж} + 620 \text{ Дж} + (-1070 \text{ Дж}) + (-620 \text{ Дж}) = 230 \text{ Дж.}$$

4). Циклдің пайдалы әсер коэффициентін $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ формуласынан

шығаймыз, сонда $\eta = \frac{400 \text{ К} - 330 \text{ К}}{400 \text{ К}} = 0,175$ немесе $\eta = 17,5\%$.

5) Бір цикл ішінде қыздырғыштан алынған жылу мөлшері

$$Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{230 \text{ Дж}}{0,175} = 1300 \text{ Дж.}$$

6) Бір цикл ішінде суытқышқа берілетін жылу мөлшері

$$Q_2 = Q_1 - A = 1300 \text{ Дж} - 230 \text{ Дж} = 1070 \text{ Дж}$$

Жауабы: 1) $p_1 = 2,84 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $p_3 = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $V_4 = 3,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $p_4 = 3,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

2) $A_1 = 1300 \text{ Дж}$; $A_2 = 620 \text{ Дж}$; $A_3 = -1070 \text{ Дж}$; $A_4 = -620 \text{ Дж}$.

3) $A = 230 \text{ Дж}$; 4) $\eta = 17,5\%$; 5) $Q_1 = 1300 \text{ Дж}$; 6) $Q_2 = 1070 \text{ Дж}$.

8.27. -10°C температурадағы 2 кг мұзды ерітін одан шыққан суды 100°C -ға буға айналдыру үшін қанша көмір жағу керек? Көмірдің жану жылуы $29 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$

Берілгені:

$$t_1 = -10^\circ \text{C}; m_1 = 2 \text{ кг.}$$

$$t_s = 100^\circ \text{C}; q = 29 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$m = ?$

Шешуі: Мұзды балқу температурасына дейін қыздыру үшін берілетін жылу

мөлшері $Q_1 = m_1 c_1 (t_s - t_1)$ (1).

Мұзды толық балқытуға берілетін жылу мөлшері $Q_2 = m_1 \lambda$ (2).

Шыққан суды қайнау температурасына дейін қыздыруға берілетін жылу мөлшері $Q_3 = m_1 c_2 (t_s - t_s)$ (3).

Суды толығымен буландыруға қажет жылу мөлшері $Q_4 = m_1 L$ (4).

m массалы көмір толық жанғанда бөлінетін жылу мөлшері $Q = mq$ (5).

Жылу балансының теңдеуінен $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ немесе

$$mq = m c_1 (t_s - t_1) + m_1 \lambda + m_1 c_2 (t_s - t_s) + m_1 L \Rightarrow m = \frac{m_1 [c_1 (t_s - t_1) + \lambda + c_2 (t_s - t_s) + L]}{q}$$

$$m = \frac{2 \text{ кг} \left[2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} (0^\circ \text{C} + 10^\circ \text{C}) + 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} (100^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) + 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right]}{29 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 2,1 \text{ кг.}$$

Жауабы: $m \approx 2,1 \text{ кг}$.

8.28. Кедергіге соққан қорғасын оқ толығымен балқып кетуі үшін оның жылдамдығы қандай болуы керек? Соққыға дейін оқ температурасы 100°C . Соққы кезінде оқтың механикалық энергиясының 60% -і ішкі энергияға ауысады.

Берілгені:
 $t_1 = 100^\circ\text{C}$; $\eta = 60\%$.

$v = ?$

Шешуі: Оқты балқу температурасына дейін қыздыруға жұмсалатын жылу мөлшері
 $Q_1 = mc(t_s - t_1)$.

Оқты толығымен балқытуға қажет жылу мөлшері $Q_2 = m\lambda$. Оқтың механикалық энергиясы $E = \frac{mv^2}{2}$. Есеп шартын ескері отырып, энергияның сақталу заңын жазайық, сонда $E\eta = Q_1 + Q_2$ немесе

$$\frac{mv^2\eta}{2} = mc(t_s - t_1) + m\lambda \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2c(t_s - t_1) + \lambda}{\eta}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} (327^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}) + 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{0,6}} \approx 426 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Жауабы: $v \approx 426 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

8.29. Жылу сыйымдылығы $6,3 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}$ ыдыста 0°C -ғы $0,5\text{л}$ су және 250г мұз бар. Егер оның ішіне 100°C -ғы 90г су буы жіберілсе, ыдыста қандай температура орнығады?

Берілгені:

$C_1 = 6,3 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$; $V_2 = 0,5\text{л}$;
 $m_3 = 250\text{г}$; $m_4 = 90\text{г}$;
 $t_4 = 100^\circ\text{C}$; $t_1 = 0^\circ\text{C}$.

Шешуі: $0,5\text{л} = 5 \cdot 10^{-2} \text{м}^3$;

$250\text{г} = 0,25\text{кг}$; $90\text{г} = 0,09\text{кг}$;

$100^\circ\text{C} = 373\text{К}$; $0^\circ\text{C} = 273\text{К}$.

Калориметрдің алған жылу мөлшері

$Q_1 = C_1(\theta - t_1)$.

$\theta = ?$

Судың алған жылу мөлшері $Q_2 = m_2 c_2 (\theta - t_1)$ немесе $Q_2 = \rho_2 V_2 c_2 (\theta - t_1)$.

Мұздың еруі үшін берілген жылу мөлшері $Q_3 = \lambda_3 m_3$. Еріген мұздан пайда болған суды жылыту үшін берілген жылу мөлшері $Q_4 = c_2 m_3 (\theta - t_1)$.

Су буының конденсацияланып содан кейін θ температураға дейін суынғанда шығарған жылу мөлшері $Q = Lm_4 + c_2 m_4 (t_4 - \theta)$.

Жылу балансының теңдеуін жазайық, сонда $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ немесе $Lm_4 + c_2 m_4 (t_4 - \theta) = C_1 (\theta - t_1) + m_2 c_2 (\theta - t_1) + \rho_2 V_2 c_2 (\theta - t_1) + \lambda_3 m_3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \theta = \frac{Lm_4 + c_2 t_1 - \lambda_3 m_3 + c_2 [m_2 + (\rho_2 V_2 + m_3) t_1]}{C_1 + c_2 (m_2 + \rho_2 V_2 + m_4)}$$

$$\theta = \frac{2,26 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,09\text{кг} + 6,3 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273\text{К} - 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,25\text{кг} + 6,3 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} + 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \left(0,25\text{кг} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{м}^3 + 0,09\text{кг} \right)}{6,3 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} + 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \left(0,25\text{кг} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{м}^3 + 0,09\text{кг} \right)}$$

$$+ 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \left[0,09\text{кг} \cdot 373\text{К} + \left(10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{м}^3 + 0,25\text{кг} \right) 273\text{К} \right] \approx 311\text{К}$$

Жауабы: $\theta \approx 311\text{К}$ немесе $\theta = 38^\circ\text{C}$.

8.30. 13-суретте жылу машинасының бір циклі кескінделген. Істелген жұмысты табындар.

Берілгені:

p_1 ; p_2 ; V_1 ; V_2 .

$A = ?$

Шешуі: Газ ұлғайғанда істелген жұмыс шамасы 1-2-3-4 фигурасы ауданының сан мәніне тең болады.

Суретте көрінгендей бұл фигура тік төртбұрыш болып табылады.

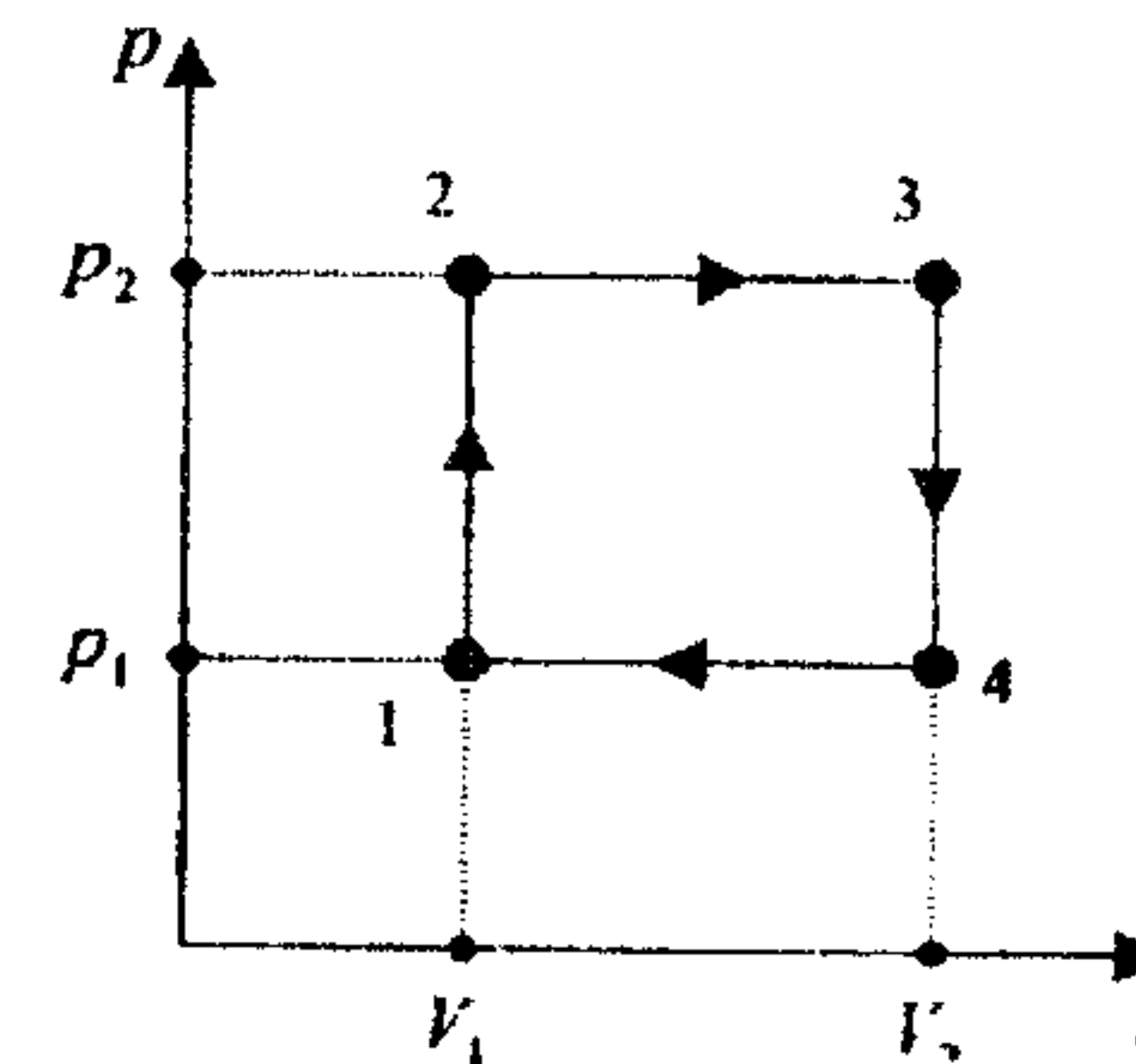
Сонда, $A = |S_{\square}| = |S_{1234} - S_{1432}|$.

$S_{1234} = p_2(V_2 - V_1)$, ал $S_{1432} = p_1(V_2 - V_1)$

екендігін ескерсек

$A = p_2(V_2 - V_1) - p_1(V_2 - V_1) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$.

Жауабы: $A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$.



13-сурет

8.31. Көлемі $V = 22,4\text{дм}^3$ ыдыс, жылуды баяу өткізетін қорғанмен теңдей екі бөлікке бөлінген. Ыдыстың бірінші бөлігіне температурасы $t_1 = 20^\circ\text{C}$ -ғы $m_1 = 11,2\text{г}$ азот, ал екіншісіне температурасы $t_2 = 15^\circ\text{C}$ болатын $m_2 = 16,8\text{г}$ азот енгізілген. Температуралар теңескеннен кейін әрбір ыдыстағы газ қысымы қандай болады?

Берілгені:

$V = 22,4\text{дм}^3$;

$m_1 = 11,2\text{г}$; $t_1 = 20^\circ\text{C}$;

$m_2 = 16,8\text{г}$; $t_2 = 15^\circ\text{C}$.

Шешуі: $22,4\text{дм}^3 = 2,24 \cdot 10^{-2} \text{м}^3$;

$11,2\text{г} = 1,12 \cdot 10^{-2} \text{кг}$; $16,8\text{г} = 1,68 \cdot 10^{-2} \text{кг}$; $T_1 = 293\text{К}$;

$T_2 = 288\text{К}$. Жылулық тепе-теңдік орнаған

кездегі газ температурасын жылу балансының

теңдеуінен табамыз, сонда

$p_1 = ?$; $p_2 = ?$

$$cm_1 T_1 + cm_2 T_2 = c(m_1 + m_2)T \Rightarrow T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Әрбір ыдыстағы газ қысымы, ондағы газдың мөлшеріне ғана тәуелді

болады, сондықтан газ күйінің теңдеуінен $p_1 = \frac{m_1 RT}{MV_1}$ және $p_2 = \frac{m_2 RT}{MV_2}$

$V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$ екендігін және (1)-ді ескерсек, онда $p_1 = \frac{2m_1 R}{MV} \left(\frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \right)$ және

$$p_2 = \frac{2m_2 R}{M V} \left(\frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \right).$$

$$p_1 = \frac{2 \cdot 1,12 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3} \left(\frac{1,12 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 293 \text{ К} + 1,68 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot 288 \text{ К}}{1,12 \cdot 10^{-2} \text{ кг} + 1,68 \cdot 10^{-2} \text{ кг}} \right) \approx 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

және $p_2 \approx 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Жауабы: $p_1 \approx 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$; $p_2 \approx 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

8.32. Аэростаттың көтерілу жұмысы қандай энергияның есебінен істеледі?

Жауабы: Атмосферадағы ауа қабатының сығылуы салдарынан болатын потенциалдық энергияның есебінен (Аэростаттың табанындағы ауа төбесіндегі ауаға қарағанда көбірек сығылады).

8.33. Неге дымқыл оттықтың тұтануы қиын болады?

Жауабы: Оттық тұтануы үшін, оның температурасы оттық ұшындағы заттың оталу температурасына тең болуы керек. Ал, дымқыл оттық ұшын қорапқа үйкегенде бөлінетін жылу мөлшерінің көп бөлігі зат құрамындағы суды буландыру үшін жұмсалады да оталу температурасына жете алмайды.

8.34. Неге дәрігердің қыздырған шынысы арқаға “жабысып” қалады?

Жауабы: Шыны ішіндегі ауаны қыздырғанда ондағы ауа қысымының артуынан ауаның бір бөлігі сыртқа шығады. Енді арқаға қойғанда суу нәтижесінде ондағы ауаның қысымы терінің ішкі қысымынан кем болады, нәтижеде терінің сыртқы бөлігі шыны ішіне еніп “жабысады”.

8.35. Газдің тұрақты қысымдағы меншікті жылу сыйымдылығы (C_p), сол газдың тұрақты көлемдегі меншікті жылу сыйымдылығынан (C_v) біршама өзгеше болатындығы белгілі. Қайсы жылу сыйымдылықтың мәні артық? Неге?

Жауабы: $C_p > C_v$, өйткені бірінші жағдайда энергия әрі газды қыздыруға, әрі жұмыс істеуге жұмсалады.

8.36. Неге қатты және сұйық денелер үшін C_p және C_v шамаларының айырмашылығы ескерілмейді?

Жауабы: Кез келген күйдегі денелер үшін $C_p - C_v = \frac{\Delta A}{m \Delta T}$ теңдігі орындалады. Мұндағы ΔA - сыртқы күштерге қарсы істелетін жұмыс

(негізінен атмосфералық қысымға қарсы). Ал қатты және сұйық денелерде көлемнің ұлғаюы (1К-ға қыздырғанда) мардымсыз болғандықтан $\frac{\Delta A}{m \Delta T}$ шамасын ескермеуге болады.

8.37. Сыртқа жылу өткізбейтін ыдыс жеңіл қақпақпен екі бөлікке бөлінген. Ыдыстың сол бөлігіне температурасы $T_1 = 300 \text{ К}$ $m_1 = 3\text{г}$ сутегі, ал оң бөлігіне температурасы $T_2 = 400 \text{ К}$ $m_2 = 16\text{г}$ оттегі салынған. Қақпақ жылууды баяу өткізетін болғандықтан ыдыстағы температура бірте – бірте теңгеріледі. Қақпақ қозғалысы тоқтағанға дейін оттегі қанша жылу мөлшерін береді?

Берілгені:

$T_1 = 300 \text{ К}$; $m_1 = 3\text{г}$;

$T_2 = 400 \text{ К}$; $m_2 = 16\text{г}$.

$Q = ?$

Шешуі: $3\text{г} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $16\text{г} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$.

Қақпақ арқылы жылу өте баяу берілетін

болғандықтан, оның екі жағындағы

қысымды бірдей деп есептеуге болады,

демек процес изобаралық. Онда $\frac{m_1 T_c}{M_1 V_c} = \frac{m_2 T_0}{M_2 V_0}$, мұндағы T_c және T_0 - сутегінің және оттегінің температурасы, V_c және V_0 - сутегінің және оттегінің көлемдері $V_0 = V - V_c$, V - ыдыстың көлемі; Сонда

$$\nu_1 \frac{T_c}{V_c} = \nu_2 \frac{T_0}{V - V_c} \quad (1)$$

Екіатомды газдың ішкі энергиясы $U = \frac{5}{2} \nu R T$. Сонда, энергияның сақталу

$$\text{заңынан } \frac{5}{2} \nu_1 R (T_c - T_1) = \frac{5}{2} \nu_2 R (T_2 - T_0) \quad (2).$$

(1) және (2)-ден $\frac{T_c}{V_c} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu V} = \text{const}$, демек процес расында да

изобаралық екен. Қақпақ қозғалысы тоқталған кезде жылулық тепе – теңдік орнайды, яғни газдың ақтық температуралары тұрақты және T болады, сонда энергияның сақталу заңынан

$$\frac{5}{2} \nu_1 R (T - T_1) = \frac{5}{2} \nu_2 R (T_2 - T) \Rightarrow T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} \quad (3).$$

Ал, оттегі беретін жылу мөлшері, газдың толық ішкі энергиясының өзгерісімен істелген жұмыс $A = \nu_2 R (T_2 - T)$ қосындысына тең, яғни

$$Q = \Delta U + A \quad (4).$$

ΔU және A мәндерін (4)-ке қойсақ, онда

$$Q = \frac{5}{2} \nu_1 R (T_2 - T) + \nu_2 R (T_2 - T) = \frac{7}{2} \nu_2 R (T_2 - T).$$

(3)-ті ескерсек, онда $Q = \frac{7}{2} \nu_1 \nu_2 R \frac{(T_2 - T_1)}{\nu_1 + \nu_2}$. Ал, $\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}$ және $\nu_2 = \frac{m_2}{M_2}$.

$$Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (400 \text{ К} - 300 \text{ К}) \approx 1090 \text{ Дж}.$$

Жауабы: $Q \approx 1090 \text{ Дж}$.

8.38. Массасы 9г оқ винтовка ұңғысынан $850 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен ұшып шығады. Егер дәрі зарядының массасы 4г болса, атылудың пайдалы әсер коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені:	Шешуі: $9\text{г} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $4\text{г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.
$m_1 = 9\text{г}$; $v = 850 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;	Атылудың пайдалы әсер коэффициенті
$m_2 = 4\text{г}$	$\eta = \frac{A_n}{Q}$. Мұндағы, A_n - оқты ұңғыдан шығаруға
η - ?	жұмсалған пайдалы жұмыс;

Q - дәрі заряды толық жанғанда бөлініп шығатын жылу мөлшері.

$$A_n = \frac{m_1 v^2}{2} \text{ және } Q = m_2 q \text{ екендігін ескерсек, онда } \eta = \frac{m_1 v^2}{2 m_2 q}.$$

$$\eta = \frac{9 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \left(850 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 0,27.$$

Жауабы: $\eta \approx 27\%$.

8.39. Дене, қыздырғыштан алған әрбір килоджоуль энергиясының есебінен 300 Дж жұмыс істейді. Суытқыш температурасы 290 К . Жылу машинасының пайдалы әсер коэффициентін және қыздырғыштың температурасын табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $1 \text{ кДж} = 1000 \text{ Дж}$.
$A = 300 \text{ Дж}$;	Пайдалы әсер коэффициенті $\eta = \frac{A}{Q}$ және
$Q = 1 \text{ кДж}$; $T_2 = 290 \text{ К}$;	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ формулаларымен анықталады.
η - ?; T_1 - ?	

$$\text{Сонда, } \eta = \frac{A}{Q}. \text{ Енді } \eta\text{-ін мәнін екінші формулаға қойсақ } \frac{A}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{1 - \frac{A}{Q}} \text{ немесе } T_1 = \frac{QT_2}{Q - A}.$$

$$\eta = \frac{300 \text{ Дж}}{1000 \text{ Дж}} = 0,3. \quad T_1 = \frac{1000 \text{ Дж} \cdot 290 \text{ К}}{1000 \text{ Дж} - 300 \text{ Дж}} \approx 414 \text{ К}.$$

Жауабы: $\eta = 30\%$; $T_1 \approx 414 \text{ К}$.

8.40. Газ пешінің жылытқышы сағатына $V = 1,8 \text{ м}^3$ метан жағады. Жылытқыштан ағып шығатын судың жылдамдығы $v = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ болса, оның температурасын табыңдар. Ағын диаметрі $d = 1 \text{ см}$, судың бастапқы температурасы $t_0 = 11^\circ \text{C}$. Құбырдағы газдың қысымы $p = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Жылытқыштың пайдалы әсер коэффициенті $\eta = 60\%$.

Берілгені:	Шешуі: $1 \text{ сағ} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$; $1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$;
$V = 1,8 \text{ м}^3$; $t = 1 \text{ сағ}$;	$T_0 = t_0 + 273 = 284 \text{ К}$; $60\% = 0,6$.
$v = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $d = 1 \text{ см}$;	$\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$, мұндағы Q_2 - жылытылатын судың
$t_0 = 11^\circ \text{C}$; $p = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$	1 сағатта алатын жылу мөлшері;
$\eta = 60\%$.	Q_1 - 1 сағатта жанған метан бөліп шығаратын
T - ?	жылу мөлшері.

$$\text{Сонда } Q_1 = qm = q \frac{pV_0 M}{RT_0} \text{ және}$$

$$Q_2 = mc(T - T_0) = \rho Vc(T - T_0) = \rho \frac{\pi d^2}{4} vc(T - T_0).$$

Q_1 және Q_2 мәндеріне қойсақ,

$$\text{онда } \eta = \frac{\rho \frac{\pi d^2}{4} vc(T - T_0)}{q \frac{pV_0 M}{RT_0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = T_0 + \frac{4qpV_0 M \eta}{\pi d^2 v \rho c RT_0}.$$

$$T = 284 \text{ К} + \frac{4 \cdot 6,1 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 1,2 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 1,8 \text{ м}^3 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,6}{3,14 \cdot (10^{-2} \text{ м})^2 \cdot 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 284 \text{ К} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}} = 366 \text{ К}.$$

Жауабы: $T = 366 \text{ К}$.

8.41. "Жигули" машинасының бензин құятын бағына 46 л бензин сияды. Машинаның толық массасы 1355 кг . Қозғалысқа әсер ететін жалпы үйкеліс $0,05$. Егер қозғалтқыштың пайдалы әсер коэффициенті $0,2$ болса, осы бензин неше километр жол жүруге жетеді?

Берілгені:

$$V = 46 \text{ л}; \quad M = 1355 \text{ кг};$$

$$k = 0,05; \quad \eta = 0,2.$$

$s = ?$

Шешуі: $46 \text{ л} = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$. Жүрілген жолды

$A = F \cdot s$ формуласынан табамыз, сонда

$$s = \frac{A}{F}, \text{ мұндағы } F = kMg, \text{ демек } s = \frac{A}{kMg} \quad (1).$$

A жұмысы, бензий жанғанда алынған Q жылу мөлшерінің бір бөлігі Q_n пайдалы энергияға айналғанда істеледі. Онда $\eta = \frac{Q_n}{Q} \Rightarrow Q_n = \eta Q$. Екінші

жағынан $Q = mq$ және $m = \rho V$ екендігін ескерсек $Q_n = \eta q \rho V$.

Ал $A = Q_n$ немесе $A = \eta q \rho V$ (2).

$$(1) \text{ және } (2) - \text{ден } s = \frac{\eta q \rho V}{kMg} = \frac{0,2 \cdot 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3}{0,05 \cdot 1355 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 3,92 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Жауабы: $s \approx 392 \text{ км}$.

8.42. 1 сағат ішінде мұздатқышқа сырттан $Q = 7,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ жылу мөлшері қабырғасы арқылы енеді. Мұздатқыштың ішіндегі температурасы $t_1 = 5^\circ \text{C}$, ал үй ішіндегі $t_2 = 20^\circ \text{C}$. Осы жағдайда мұздатқыш ең аз дегенде қандай қуатты электр желісіне қосылуы керек?

Берілгені:

$$t = 1 \text{ сағ}; \quad Q = 7,6 \cdot 10^3 \text{ Дж};$$

$$t_1 = 5^\circ \text{C}; \quad t_2 = 20^\circ \text{C}.$$

$P = ?$

Шешуі: $1 \text{ сағ} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}; \quad 5^\circ \text{C} = 278 \text{ К};$

$$20^\circ \text{C} = 293 \text{ К}.$$

Мұздатқыш – кері циклді жылу машинасы.

Егер тура циклді машиналарда жоғары

T_2 температурадағы денеден Q_2 жылу мөлшерін алып, төмен температуралы денеге Q_1 жылу мөлшерін берін $A = Q_2 - Q_1$ жұмыс істейтін болса, онда мұздатқыш машина T_1 төменгі температуралы денеден Q_1 жылу мөлшерін алып температурасы T_2 жоғары денеге Q_2 жылуды береді. Нәтижеде мұздатқыштың жұмыстық денесіне сырттан $A' = Q_2' - Q_1'$ жұмыс істелінеді. Тура циклді идеал машинаның пайдалы әсер коэффициенті $\eta = \frac{A}{Q_2}$ немесе $\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} \leq \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ (1).

Егер мұздатқыш машина T_1 және T_2 температураларда тура циклді машиналар циклімен жұмыс істесе, онда мына теңдіктер дұрыс болады: $Q_1' = Q_1$; $Q_2' = Q_2$ және $A_1 = A$. Бұл жағдайда мұздатқыш машинасының

$$\text{пайдалы әсер коэффициенті } \eta' = \frac{Q_1}{A} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q_2}{1 - \frac{Q_1}{Q_2}} \quad (2).$$

(1)-теңдігінен $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$ (идеал тура машинасы). Сонда, идеал суытқыш машина үшін $\eta' = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$.

(1) – теңдігінен $A = \frac{Q_1}{\eta'} = Q_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1}$. Осыны қуаттың $P = \frac{Q_1}{t}$ өрнегіне қойсақ,

$$\text{онда } P = \frac{Q_1}{t} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1} \right).$$

$$P = \frac{7,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{3,6 \cdot 10^3 \text{ с}} \left(\frac{293 \text{ К} - 278 \text{ К}}{278 \text{ К}} \right) \approx 12 \text{ Вт}.$$

Жауабы: $P \approx 12 \text{ Вт}$.

8.43. Дизелдік іштен жану қозғалтқышының адиабаттық сығылу дәрежесі 16, ал адиабаттық ұлғаю дәрежесі 6,4. Егер қозғалтқыш қуаты $3,68 \cdot 10^4 \text{ Вт}$, политропа көрсеткіші 1,3 ал бензиннің жану жылуы $4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ болса, ол сағатына қанша жанармай қажет етеді?

Берілгені:

$$\varepsilon = 16; \quad \delta = 6,4;$$

$$N = 3,68 \cdot 10^4 \text{ Вт}; \quad t = 1 \text{ сағ};$$

$$n = 1,3; \quad q = 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

$m = ?$

$$\text{демек } \eta = \frac{Nt}{mq} \quad (1)$$

Шешуі: $1 \text{ сағ} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с};$

Қозғалтқыштың пайдалы әсер

коэффициенті $\eta = \frac{A}{Q}$, мұндағы

$$A = Nt, \quad Q = mq,$$

Екінші жағынан (2) $\eta = 1 - \frac{\beta^n - 1}{n\beta^{n-1}(\beta - 1)}$, мұндағы $\beta = \frac{\varepsilon}{\delta}$. Сонда (1) және (2) –

$$\text{ден } \frac{Nt}{mq} = 1 - \frac{\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^n - 1}{n\beta^{n-1}\left(\frac{\varepsilon}{\delta} - 1\right)} \Rightarrow$$

$$m = \frac{Nt}{q \left[1 - \frac{\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^n - 1}{n\beta^{n-1}\left(\frac{\varepsilon}{\delta} - 1\right)} \right]} = \frac{3,68 \cdot 10^4 \text{ Вт} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}}{4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \left[1 - \frac{\left(\frac{16}{6,4}\right)^{1,3} - 1}{1,3 \cdot 16^{1,3-1} \left(\frac{16}{6,4} - 1\right)} \right]} \approx 5,9 \text{ кг}.$$

Жауабы: $m \approx 5,9 \text{ кг}$.

8.44. Көлемі 250см^3 стақандағы шай суыған кезде бөлінетін энергия есебінен массасы 1м жүкті қандай биіктікке көтеруге болады? Шайдың бастапқы температурасы 100°C , ал ақтық температурасы 20°C .

Берілгені: $V = 250\text{см}^3$; $m = 1\text{м}$; $t_1 = 100^\circ\text{C}$; $t_2 = 20^\circ\text{C}$;
Шешуі: $250\text{см}^3 = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{м}^3$; $1\text{м} = 10^3\text{кг}$.
Энергияның сақталу заңынан $E_p = Q$.
 $H = ?$

Мұндағы: $E_p = mgH$, ал $Q = mc(t_1 - t_2)$ немесе $Q = \rho V c(t_1 - t_2)$. E_p -көтерілген жүктің потенциалдық энергиясы, Q -шай суығанда бөлініп шығатын жылу мөлшері. Демек, $mgH = \rho V c(t_1 - t_2)$.

$$\Rightarrow H = \frac{\rho V c(t_1 - t_2)}{mg}$$

$$H = \frac{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \text{м}^3 \cdot 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{10^3 \text{кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 8,38\text{м}.$$

Жауабы: $H \approx 8,38\text{м}$.

8.45. 14-суретте 1-2-3-1 және 1-3-4-1 түйық циклдері кескінделген. Екі жағдайда да біратомды идеал газ. Қайсы циклдің пайдалы әсер коэффициенті жоғары және қанша есе?

Берілгені: (1-2-3-1); (1-3-4-1)
Шешуі: 1-ші күйдегі параметрлерді V_0 ; p_0 және T_0 деп белгілейік, сонда 2; 3; 4 күйлердегі

температуралар $T_2 = 2T_0$, $T_3 = 6T_0$

және $T_4 = 3T_0$ болады.

(1-2-3-1) – цикл. (1-2) – изохора және (2-3) – изобарада газ жылу алады және біратомды моль газ үшін толық жылу мөлшері

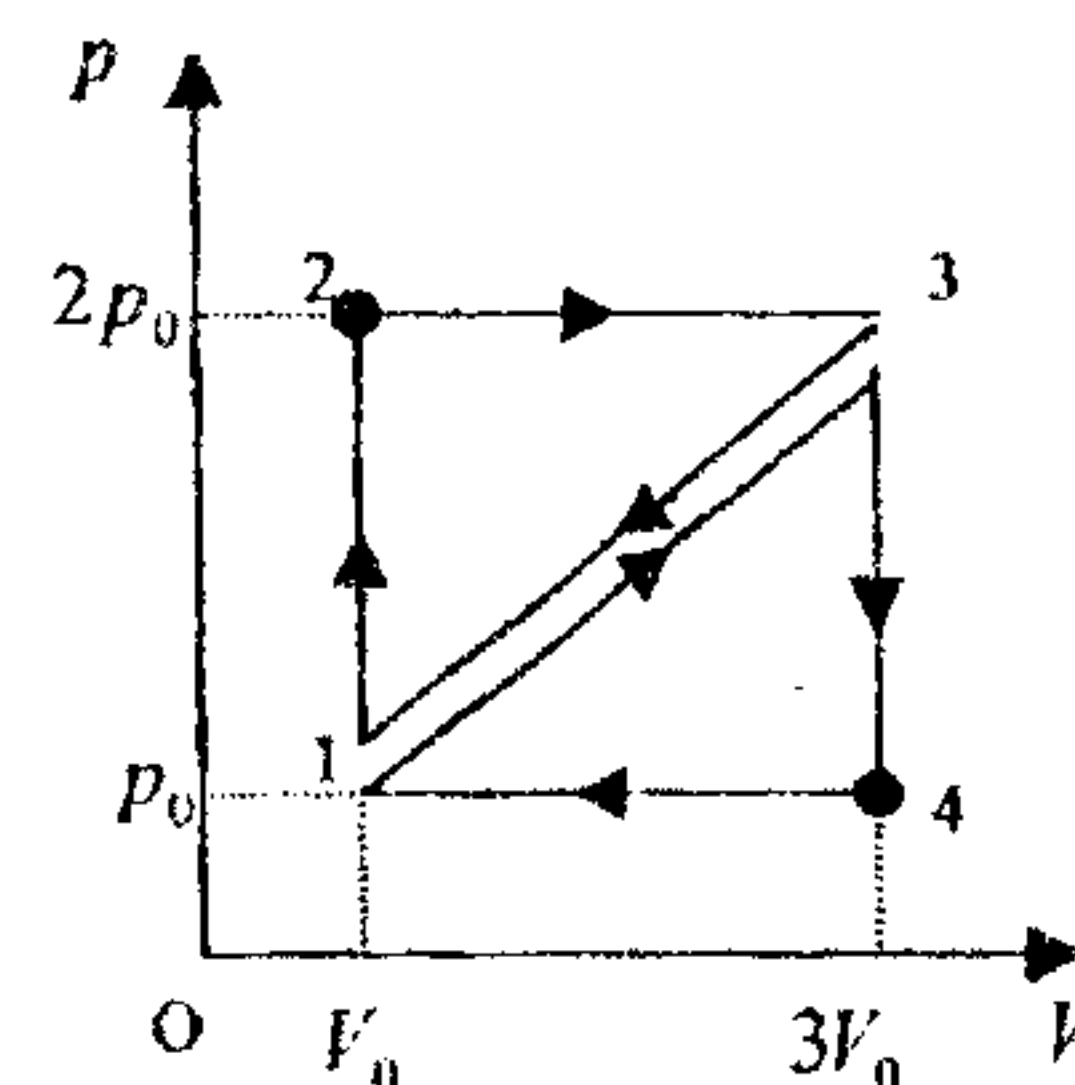
$$Q_1 = C_v \cdot T_0 + C_p \cdot 4T_0 = T_0(C_v + 4C_p).$$

$$\text{Ал, } C_v = \frac{3}{2}R \text{ және } C_p = \frac{5}{2}R$$

екендігін ескерсек, онда $Q_1 = \frac{23}{2}RT_0$ (1)

Бір циклде істелген жұмыс (1-2-3) фигурасының ауданына тең, сонда

$$A = \frac{(2P_0 - P_0) \cdot (3V_0 - V_0)}{2} = \frac{P_0}{2} \cdot 2V_0 \text{ немесе } A = P_0 V_0 = RT_0 \text{ (2).}$$



14-сурет

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \eta_1 = \frac{A}{Q_1} = \frac{RT_0}{\frac{23}{2}RT_0} = \frac{2}{23}; \quad \eta_1 = \frac{2}{23} \text{ (3).}$$

(1-3-4-1) – цикл.

1-ші циклді талдау арқылы, біз 3-1 бөлігінде суытқышқа берілген жылу мөлшерін анықтай аламыз, сонда $Q_{31} = Q_1 - A = \frac{21}{2}RT_0$. Ал екінші циклдің 1-

3 бөлігінде газ осындай жылу мөлшерін алады $Q_2 = Q_{31} = \frac{21}{2}RT_0$. 3-4 және 4-1 бөліктерінде газ жылу береді.

Сонымен толық цикл кезіндегі пәк $\eta_2 = \frac{A}{Q_2}$ немесе $\eta_2 = \frac{RT_0}{\frac{21}{2}RT_0} = \frac{2}{21}$;

$$\eta_2 = \frac{2}{21} \text{ (4).}$$

(3) және (4)-тен $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{23}{21}$, демек $\eta_2 > \eta_1$.

$$\text{Жауабы: } \eta_2 > \eta_1; \quad \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{23}{21}.$$

Қосымша есептер

8.46. Үй жылытқышына температурасы 80°C су, қимасы 50мм^2 құбырда $1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықпен еніп, одан 25°C -та шығады. Бір тәулікте, жылытылатын бөлмеге қанша жылу мөлшері беріледі?

$$\text{Жауабы: } Q = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

8.47. Көлемі $V = 2\text{л}$ жабық ыдыста тығыздығы $\rho = 1,4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ азот бар. Осы жағдайда $\Delta t = 100^\circ\text{C}$ -қа қыздыру үшін азотқа қанша жылу мөлшерін беру керек?

$$\text{Жауабы: } \Delta Q = \frac{\rho V C_v \Delta t}{M} = 208 \text{ (Дж)}.$$

8.48. Саңылаусыз жабылған көлемі $V = 11,2\text{дм}^3$ ыдыста қысымы $p = 10^5 \text{Па}$ ауа сақтаулы. Ыдыстағы ауа қысымы 3 есе артуы үшін оған қанша жылу мөлшерін беру керек? $C_v = 21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ деп алындар.

$$\text{Жауабы: } Q = \frac{2pV \cdot C_v}{R} = 5470 \text{ (Дж)}.$$

8.49. Жіңішке түтік арқылы жалғасқан екі ыдыс біртекті газбен

толтырылған. Ыдыс көлемдерінің қатынасы $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Бірінші ыдыстағы газ температурасы $T_1 = 300\text{K}$. Жылулық тепе-теңдік орнағаннан кейін жалпы температура $T = 350\text{K}$ болған болса, екінші ыдыстағы газдың бастапқы температурасын табындар.

$$\text{Жауабы: } T_2 = \frac{T}{\frac{V_1}{V_2} + 1} = \frac{350}{2 + 1} = 116,7\text{K}$$

8.50. Көлемі $V_0 = 100\text{л}$ гелиймен толтырылған жылу өткізбейтін ыдыс көкжиек бағытында жатыр. Ыдыс ішіндегі жылу өткізбейтін қақпақ оны екі бөлікке бөледі және ол үйкеліссіз орын ауыстыра алады. Ыдыстың сол бөлігіндегі газға $\Delta Q = 100\text{Дж}$ жылу мөлшері беріледі. Қақпақ қозғалысы тоқтағаннан кейінгі ыдыстағы қысым өзгерісін табындар.

$$\text{Жауабы: } \Delta p = \frac{2\Delta Q}{3V_0} \approx 667\text{Па}.$$

8.51. Тұрақты көлемде қыздырылған оттегінің меншікті жылу сыйымдылығы $C_v = 657 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{K}}$. Тұрақты қысымда оттегінің меншікті жылу сыйымдылығы қандай болғаны?

$$\text{Жауабы: } C_p = C_v + \frac{R}{M} = 917 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{K}} \right).$$

8.52. Температурасы 27°C , қысымы 10^5Па болатын жабық ыдыста 14г азот сақтаулы. Қыздырылғаннан кейін ыдыстағы қысым 5 есе артты. Табындар: 1) газ қандай температураға дейін қыздырылғанын, 2) ыдыстың көлемін, 3) газға қандай жылу мөлшері берілгенін.

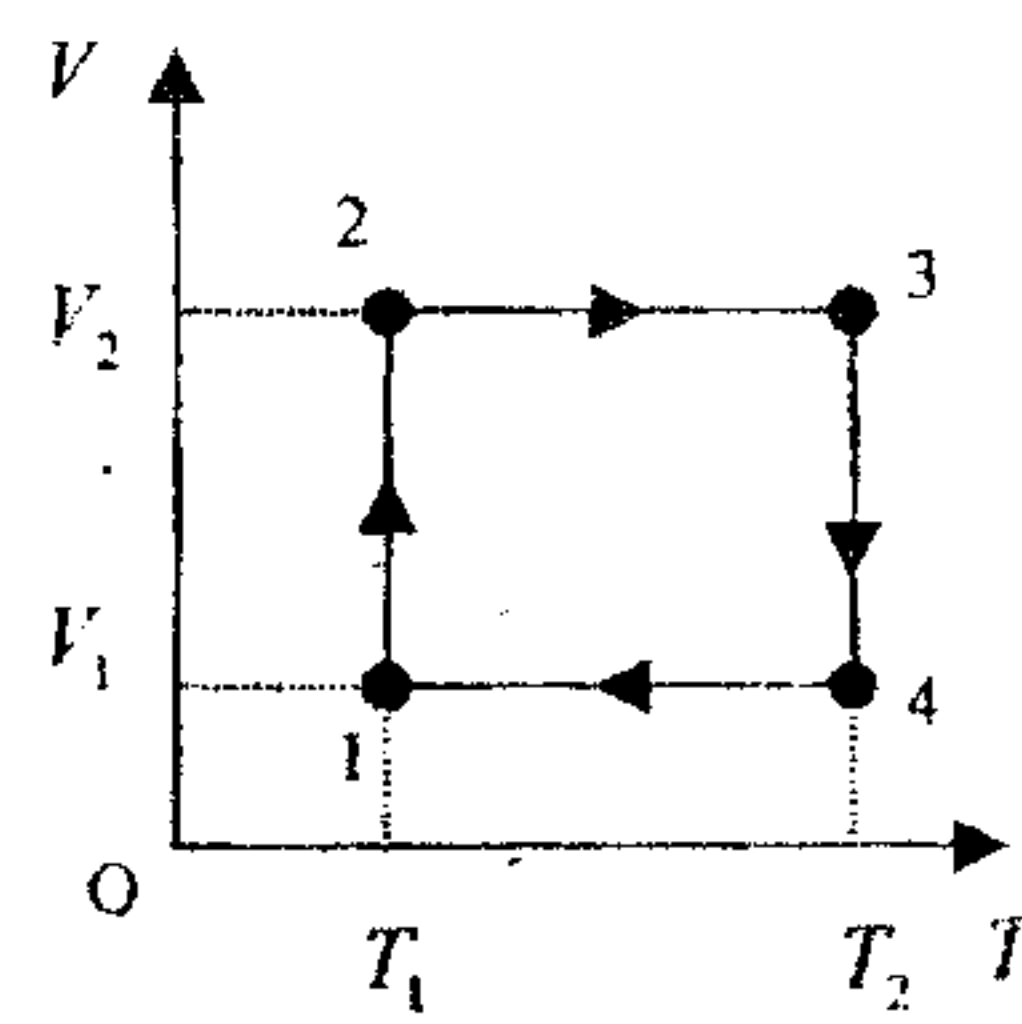
$$\text{Жауабы: 1) } T = 1500\text{K}; 2) V = 12,4 \cdot 10^{-3}\text{м}^3; 3) Q = 12,4\text{кДж}.$$

8.53. Цилиндр қақпағының астында температурасы $T_0 = 300\text{K}$ болатын $\nu = 0,5\text{моль}$ ауа сақтаулы. Егер оған $Q = 13,2\text{кДж}$ жылу мөлшері берілсе, оның көлемі қанша есе артады?

$$\text{Жауабы: } \frac{V_1}{V_0} = 4.$$

8.54. 15-суретті пайдаланып жылу машинасының бір цикл ішінде істеген жұмысын табындар.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}.$$



15-сурет

8.55. Массасы 10г көмірқышқыл газы тұрақты қысымда 20°C -дан 30°C -қа дейін қыздырылған. Газдың ұлғаю кезіндегі жұмысын және оның ішкі энергиясының өзгерісін анықтандар.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{mR}{M} (T_2 - T_1) \approx 18,9\text{Дж}. \Delta U = cm\Delta T = 83\text{Дж}.$$

8.56. Тұрақты қысым кезінде массасы 12г оттегіні 50°C -қа қыздыру үшін, газға қанша жылу мөлшерін беру керек?

$$\text{Жауабы: } Q = \frac{m}{M} \cdot \frac{7}{2} R \Delta T \approx 545\text{Дж}.$$

8.57. -13°C -тағы ауа $1,5 \cdot 10^5\text{Па}$ қысымда адиабаттық сығылып көлемі 12 есе арттырылды. Газдың ақтық қысымын, температурасын және істеген жұмысын табындар. Газ массасы 1кг .

$$\text{Жауабы: } p = 4,93 \cdot 10^6\text{Па}; T = 702\text{K}; A = 3,16 \cdot 10^5\text{Дж}.$$

8.58. Сыртқы ортамен жылу алмаспайтын қақпақты цилиндрде температурасы $t_1 = 20^\circ\text{C}$, массасы $m = 0,2\text{кг}$ азот сақтаулы. Азот ұлғая отырып $A = 4,47\text{кДж}$ жұмыс істейді. Ұлғаюдан кейінгі азоттың t_2 температурасын және ішкі энергиясы өзгерісін табындар. Тұрақты көлемдегі азоттың меншікті жылу сыйымдылығы $C_v = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.

$$\text{Жауабы: } T_2 = T_1 + \frac{A}{mc_v} = 263\text{K}; \Delta U = 4,47\text{кДж}.$$

8.59. Көлемі $V_1 = 190\text{см}^3$ цилиндр қақпағының астында $T_1 = 323\text{K}$ температуралы газ бар. Газды $\Delta T = 100\text{K}$ -ге қыздырғанда істелетін жұмысты анықтандар. Қақпақ массасы $m = 120\text{кг}$, бет ауданы $S = 50\text{см}^2$. Атмосфералық қысым $p_0 = 0,1\text{МПа}$.

$$\text{Жауабы: } A = \left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) V_1 \Delta T = 20\text{Дж}.$$

8.60. Қақпақпен жабылған цилиндр ішінде массасы $m = 2\text{кг}$ оттегі бар. Қақпақ қатаң бекітілген. Оттегінің температурасы $\Delta T = 5\text{K}$ артуы үшін оған қанша жылу мөлшерін беру керек? Оттегінің ішкі энергиясының өзгерісін және меншікті сыйымдылығын (C_v) табындар.

$$\text{Жауабы: } Q = \Delta U = \frac{5mR}{2M} \Delta T \approx 6,57 \cdot 10^3\text{Дж};$$

$$C_v = \frac{5R}{2M} \approx 657 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \right).$$

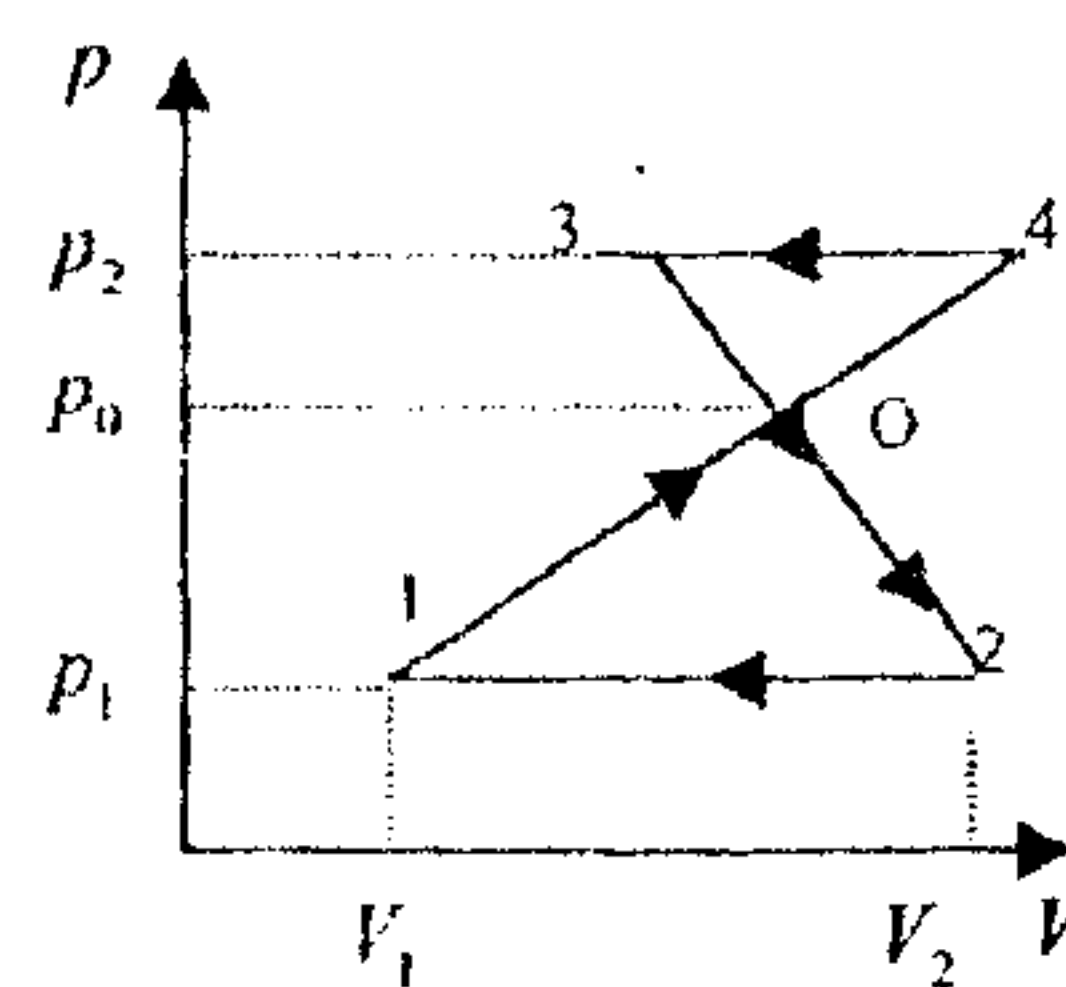
8.61. 16-суретте көрсетілген 1-4-3-2-1 түйік циклінде идеал газдың істейтін жұмысын анықтаңдар.

Мұндағы: $p_1 = 10^5 \text{ Па}$; $p_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$;

$p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $V_2 - V_1 = 10 \text{ л}$.

$$\text{Жауабы: } A = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left[1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2} \right];$$

$$A \approx 750 \text{ Дж}.$$



16-сурет

8.62. Гелий тұрақты қысымда қыздырылады. Осы кезде оған 20 кДж жылу берілген болса, газдың ішкі энергиясының өзгерісін және оның істеген жұмысын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } \Delta U = 12 \text{ кДж}; A = 8 \text{ кДж}.$$

8.63. Азоттың ұлғаюы кезінде көлемі 2%-ке арғыш ал қысымы 1%-ке кеміді. Азотқа берілген жылу мөлшерінің қандай бөлігі жұмысқа ауысты? Азот үшін $C_p = 745 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ деп алыңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{A}{Q} = 44\%.$$

8.64. Массасы $m = 1 \text{ кг}$ суды температурасы $T = 373 \text{ К}$ буға айналдыру үшін қанша жұмыс істеу керек? Молекулалар арасындағы байланыстарды үзу үшін қандай энергия мөлшері жұмсалады?

$$\text{Жауабы: } A = \frac{mRT}{M} = 0,17 \text{ (МДж)};$$

$$U = \frac{Lm - mRT}{M} = 2,1 \text{ (МДж)}.$$

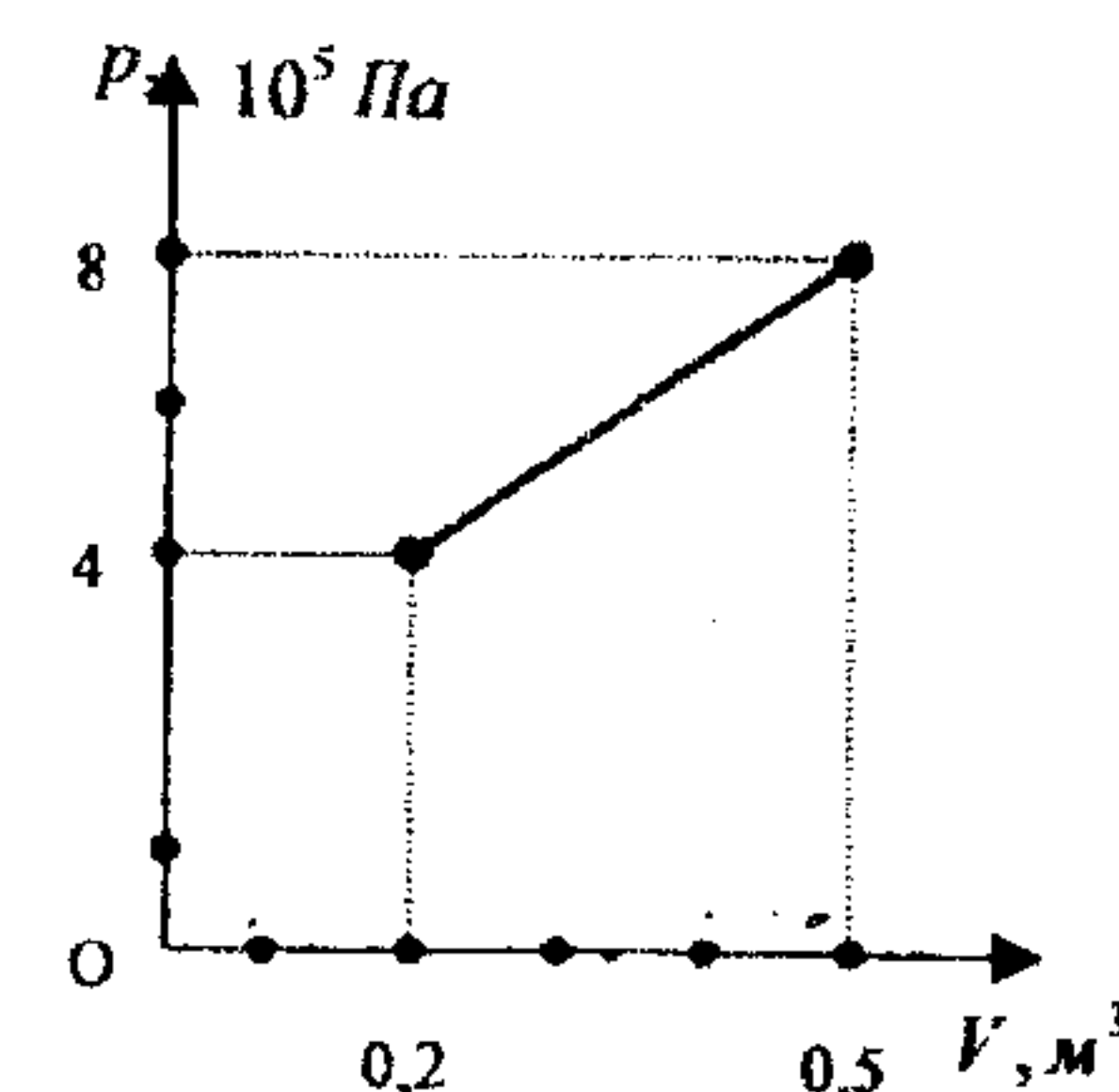
8.65. Газды 300 К-нен 400 К-ге дейін қыздырады. Осы кезде оның көлемі температураға пропорционал артады. Газдың бастапқы көлемі $V_1 = 3 \text{ дм}^3$. Процесс соңында газ қысымы $p_2 = 10^5 \text{ Па}$ болған болса, газ қандай жұмыс атқарады?

$$A = p_2 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 100 \text{ (Дж)}.$$

(*)8.66. Қима ауданы S болатын тік цилиндр ыдыстың қақпағының астында массасы m газ бар. Ыдыс теңдей екі көлемге бөлінген. Төменгі бөлігіндегі газ қысымы p , сыртқы қысым p_0 . Екі бөліктегі газдың температурасы бірдей және T . Егер екі бөлік арасындағы пердені алсақ қақпақ қандай X қашықтыққа ығысады? Бір моль газдың ішкі энергиясы $U = CT$. Әрбір ыдыс бөлігінің биіктігі h . Ыдыс қабырғалары мен қақпақ жылу өткізбейді. Үйкелісті ескермеңдер.

$$\text{Жауабы: } X = h \frac{C}{C + R} \left(\frac{p_0 - p + \frac{mg}{S}}{p_0 + \frac{mg}{S}} \right).$$

8.67. Газ ұлғайғанда оның қысымы көлеміне сызықты тәуелділікте артады (17-сурет). Газ қандай жұмыс істеді? Оның ішкі энергиясы қаншаға артты? Оған қанша жылу мөлшері берілді? Берілген газ біратомды.



17-сурет

Жауабы:

$$A = \frac{1}{2} (p_2 + p_1) (V_2 - V_1) = 1,8 \cdot 10^5 \text{ (Дж)};$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 4,8 \cdot 10^5 \text{ (Дж)};$$

$$Q = 2(p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{1}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 6,6 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

$$\text{Жауабы: } A = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \Delta U = 4,8 \cdot 10^5 \text{ Дж}; Q = 6,6 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

8.68. Карно циклінде қыздырғыштың абсолют температурасы суытқыштікінен үш есе жоғары болды. Суытқышқа берілген жылу мөлшерінің үлесін анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } \frac{Q_c}{Q_1} = \frac{1}{3}.$$

8.69. Массасы 128 г қола калориметрдегі температурасы $8,4^\circ \text{C}$ 240 г суға метал дене салынған. Дене массасы 192 г және 100°C -қа дейін қыздырылған. Сонда калориметрдегі судың температурасы $21,5^\circ \text{C}$ болды. Метал дененің меншікті жылу сыйымдылығын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } C = \frac{(C_1 m_1 + C_2 m_2)(\theta - t_1)}{m_3(t_3 - \theta)} \approx 9,2 \cdot 10^2 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} \right).$$

8.70. Қыздырылған алюминий текше, температурасы -20°C мұздың үстіне қойылғанда толығымен оның ішіне еніп кетті. Алюминий текшенің сууы кезіндегі көлем өзгерісін есепке алмай, оның бастапқы температурасын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } T_2 \approx 414 \text{ К}.$$

8.71. Массасы 10 т бу балғасы 2,5 м биіктіктен, массасы 200 кг темір төстікке еркін құлайды. Соққы кезінде бөлінген жылудың 30%-і төстікті қыздыруға жұмсалады. Егер төстіктің температурасы 20°C -қа көтерілген болса, балға қанша рет құлаған?

$$\text{Жауабы: } n = 25.$$

8.72. Калориметрде температурасы $t_1 = 15^\circ\text{C}$ массасы $m_1 = 0,5\text{кг}$ су бар. Егер калориметрге массасы $m_2 = 0,5\text{кг}$, температурасы $t_2 = -10^\circ\text{C}$ болатын мұз салынса қоспаның температурасы қандай болар еді?

Жауабы: $\theta = 0^\circ\text{C}$.

8.73. Массасы $m = 1\text{кг}$, ұзындығы $\ell = 21\text{м}$ дене көлбеулігі $\alpha = 30^\circ$ болатын жазықтықпен төмен сырғыды. Көлбеу жазықтық табанында дене жылдамдығы $v = 4,1\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Егер оның бастапқы жылдамдығы нөл болған болса, үйкеліс кезінде бөлініп шыққан жылу мөлшерін есептеңдер.

Жауабы: $Q = m \left(g\ell \sin \alpha - \frac{mv^2}{2} \right) \approx 94,7(\text{Дж})$.

8.74. Массасы $m_0 = 50\text{г}$ жұқақабырғалы резина доп азотпен толтырылып, теңіз түбіне $h = 100\text{м}$ тереңдікке батырылған. Егер доп тепе – теңдік қалпында тұрса, ондағы азот газының массасын табындар. Тепе – теңдік тұрақты ма? Атмосфералық қысым $p_0 = 10^5\text{Па}$. Теңіз түбіндегі температура $t = 4^\circ\text{C}$. Резина созылуын есепке алмаңыздар.

Жауабы: $m = \frac{m_0 g M (p_0 + \rho g h)}{\rho g R T - M g (p_0 + \rho g h)} \approx 6,66 \cdot 10^{-4}(\text{кг})$.

(*) 8.75. Жылу алмаспайтын тігінен тұрған ұзын цилиндрлік ыдыстың табанынан h биіктікте массасы m қақпақ жіпке ілулі тұр. Қақпақ астында қысымы сыртқы p_0 қысымға тең, ал температурасы T_0 болатын бір моль газ бар. Қақпақ $2h$ биіктікке көтерілуі үшін газға қанша жылу мөлшерін беру керек? Бір моль газдың ішкі энергиясы $U = CT$. Үйкелісті ескермеңдер.

Жауабы: $Q = mgh \left(1 + \frac{2C}{R} \right) + (C + R)T_0$.

8.76. Қуаты $N = 30\text{кВт}$ құрылғы диаметрі $d = 15\text{мм}$ болатын суы бар оралма құбырмен суытылады. Суыту барысында ағын судың температурасы $\Delta t = 15^\circ\text{C}$ - қа көтеріледі. Құрылғыдан бөлінетін жылу мөлшері толығымен суды жылытуға жұмсалады деп есептеп, ағын судың жылдамдығын анықтаңдар.

Жауабы: $v = \frac{4N}{C \rho \pi d^2 \Delta t} \approx 2,7 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$.

8.77. $72\frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ жылдамдықпен келе жатқан поез тежеледі. Тежелген кездегі энергия толығымен вагон ішіндегі ауаны қыздыруға жұмсалған болса, оның температурасы қаншаға көтерілді? Вагон массасы 20т , көлемі 120м^3 . Ауа тығыздығы $1,3\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, меншікті жылу сыйымдылығы $1000\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$.

Жауабы: $\Delta t = \frac{Mv^2}{2\rho V} \approx 26(^{\circ}\text{C})$.

8.78. Мұз қандай кезде қыздырғыш рөлін атқара алады?

8.79. Неге шөлді аймақта ашық күні құм қатты қызады да, ал түнде нөл градуске дейін төмендейді?

8.80. Газ көлемі екі түрлі жағдайда өзгертілді: бір жағдайда изотермалық, екінші жағдайда изобаралық. Қай жағдайда газ көп жұмыс істейді?

Жауабы: Изобаралық ұлғайғанда көп жұмыс істейді.

8.81. Пайдалы әсер коэффициенті $0,3$ -ке тең тепловоз екі сағат жұмыс істеді. Сол кезде оның қуаты $2 \cdot 10^3\text{кВт}$ жетті. Осы үшін тепловоз қанша дизель отынын жұмсады?

Жауабы: $m = \frac{Nt}{q\eta} = 1143(\text{кг})$.

8.82. Жылу машинасының пайдалы әсер коэффициенті $0,25$. Оның қыздырғышының температурасы 400К болса, суытқышының температурасын табындар.

Жауабы: $T_2 = T_1(1 - \eta) = 300\text{К}$.

8.83. Карно циклі бойынша жұмыс істейтін идеал жылу машинасы бір цикл ішінде $7,35 \cdot 10^4\text{Дж}$ жұмыс істейді. Қыздырғыш температурасы 100°C , ал суытқыштікі 0°C . Табындар: а) машинаның пайдалы әсер коэффициентін, 2) бір цикл ішінде қыздырғыштан алынған жылу мөлшерін, 3) бір цикл ішінде суытқышқа берген жылу мөлшерін.

Жауабы: 1) $\eta = 26,8\%$; 2) $Q_1 = 27,4 \cdot 10^4\text{Дж}$; 3) $Q_2 = 2 \cdot 10^5\text{Дж}$.

8.84. Карбюраторлы қозғалтқыш $736\frac{\text{Вт}}{\text{сағ}}$ қуат өндіру үшін сағатына 265г бензин жұмсайды. Сығылу коэффициенті $6,2$, политропа көрсеткіші $1,2$ болса қозғалтқыш шығынын есептеңдер. Бензиннің жану жылуын $4,6 \cdot 10^7\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ деп алыңдар.

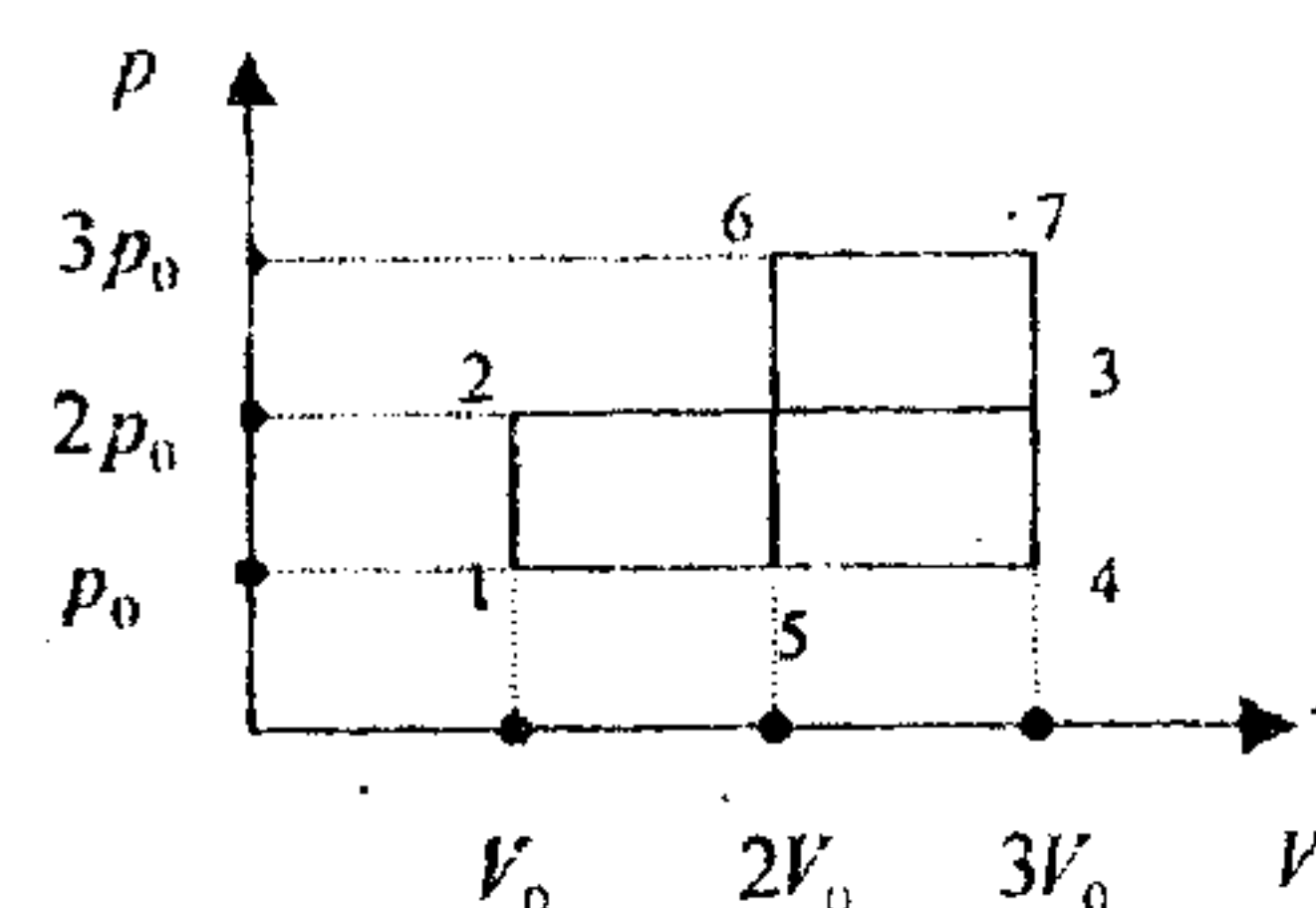
Жауабы: $\eta_n \approx \eta - \eta_n = 8\%$.

8.85. Спирт шамында массасы $m_1 = 100\text{г}$ суды $t_1 = 16^\circ\text{C}$ -дан $t_2 = 71^\circ\text{C}$ -қа дейін қыздырған. Егер осы кезде $m_2 = 10\text{г}$ спирт жағылған болса, қондырғышның пайдалы әсер коэффициентін табындар.

Жауабы: $\eta \approx 32\%$.

8.86. Идеал газда жасалған екі циклдік процестің пайдалы әсер коэффициенттерінің қатынасын табындар. Мұндағы: (1-2-3-4-1) – бірінші, ал (5-6-7-4-5) екінші процес (18-сурет).

Жауабы: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{27}{23}$.



18-сурет

9. Заттың агрегат күйінің өзгеруі

Жылулық ұлғаю. Қатты денені қыздырған кезде оның өлшемдері ұлғаяды, сонда $\ell = \ell_0(1 + \alpha t)$ және $S = S_0(1 + 2\alpha t)$ (1).

Мұндағы: ℓ_0 және $S_0 - 0^\circ\text{C}$ -ғы қатты дененің ұзындығы мен қима ауданы; α -сызықтық ұлғаю коэффициенті. Сұйық немесе қатты денені қыздырғанда оның көлемі ұлғаяды, ол мына формуламен табылады.

$$V = V_0(1 + \beta t) \quad (2).$$

Мұндағы: $V_0 - 0^\circ\text{C}$ -ғы көлем; β -көлемдік ұлғаю коэффициенті. Қатты дене үшін $\beta = 3\alpha$.

Сондай – ақ біртекті сұйық немесе қатты денені қыздырғанда оның тығыздығы былай анықталады $\rho = \rho_0(1 + \beta t)$ (3).

Мұндағы, $\rho_0 - 0^\circ\text{C}$ -ғы заттың тығыздығы.

Заттардың агрегат күйінің өзгеруі. Заттың үш агрегат күйде болатындығын білеміз: қатты, сұйық және газ тәрізді. Зат бір агрегат күйден екінші агрегат күйге өте алады.

Қатты $\rightarrow$ сұйық $\rightarrow$ газ өту процесінде жылу беріледі, ал газ $\rightarrow$ сұйық $\rightarrow$ қатты процесінде сыртқа жылу шығарылады. Олар 8-ші тараудағы (2; 3; 4) формулаларымен анықталады.

Егер қатты дене бірден буға айналса, онда оны **сублимация** деп атайды. Сублимация кезіндегі жылу мөлшері былай анықталады.

$$Q = m(\lambda + L) \quad (4).$$

Сұйықтың газға айналуы булану деп атайды. Булану екі жолмен: кебу және қайнау, арқылы жүзеге асады. Кез келген температурада байқалатын булану кебу деп аталады. Кебу кез келген температурада және сырттан жылу берілмесе де байқалады.

Қайнау кезінде булану сұйықтың бүкіл көлемінде жүреді. Қайнауың белгілі бір температурасы болады.

Егер ыдыстың беті жабық болса, онда булану мен қатар конденсация процесі де жүреді. Сұйықпен оның буы арасында динамикалық тепе-теңдікте болатын бу күйін қаныққан бу деп атайды. Қаныққан бу қысымы мен тығыздығы оның тек температурасына тәуелді.

Ауада су буының сақталуын ауаның ылғалдығы деп атайды. Бір текше метр ауадағы су буын ауаның абсолют ылғалдығы деп атаса, абсолют ылғалдықтың бір текше метр ауаны қанықтыруға қажетті су буының шамасына қатынасын салыстырмалы ылғалдық дейді.

$$f = \frac{D}{D_0} \cdot 100\% \quad (5).$$

Мұндағы: f -салыстырмалы ылғалдық; D -абсолют ылғалдық; D_0 -ауаны қанықтыруға қажетті су мөлшері.

Ауадағы будың қаныққан буға айналатын кездегі температурасы $T_{\text{шық}}$ нүктесі деп аталады. Шық нүктесін анықтау үшін **гигрометр**, ылғалдылықты өлшеу үшін **психрометр** пайдаланылады.

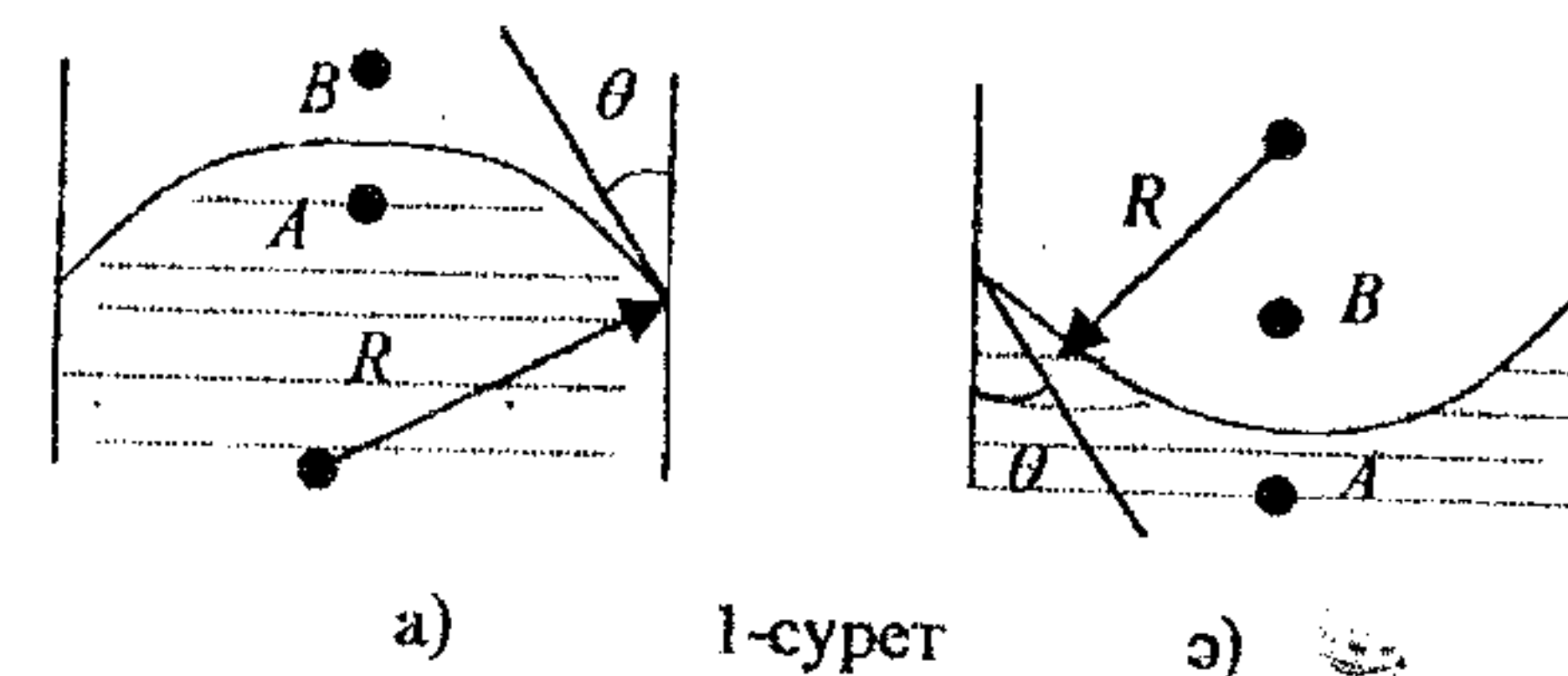
Беттік керілу. Сұйықтың беткі қабығы керілу күйінде болады (созылған резинаға ұқсас). Сондықтан оның потенциалдық энергия қоры болады да беттік керілу былай анықталады.

$$\sigma = \frac{F}{\ell} \text{ немесе } \sigma = \frac{W}{S} \quad (6).$$

Мұндағы: σ -беттік керілу коэффициенті, өлшеу бірлігі $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$;

F -беттік керілу күші (Н); ℓ -сұйық бетінің шеғарасы (м); W -бет қабығының потенциалдық энергиясы (Дж), S -бет қабығының ауданы (м^2).

Беттік керілу сұйық бетінің ойысу маңында қысымдар айырымын туғызады (1-сурет). Егер бет сфералық болса, онда $|p_A - p_B| = \frac{2\sigma}{R}$ (7).



1-сурет

Сонда:

а) бет дөңес болса, яғни сұйық денеге жұқнаса, онда $p_A > p_B$.

Мұндағы: p_B -сұйықты қоршаған атмосфераның қысымы; p_A -сұйықтың қысымы;

б) бет ойыс яғни сұйық денеге жұғатын болса, онда $p_A < p_B$.

Қылтүтік (өте жіңішке) броймен сұйықтың көтерілу (төмен түсу) биіктігі былай анықталады $h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g}$ (8).

Мұндағы: θ -шеткі бұрыш; сфераның радиусы; ρ -сұйық тығыздығы; g -еркін түсу үдеуі.

Егер θ -өте аз болған жағдайда $\cos \theta \approx 1$, онда (8) – былай жазылады.

$$h = \frac{26}{\rho g} \quad (8a).$$

9.1. Көлемі V_0 темір сауытқа t_1 температурадағы керосин ернеуіне дейін құйылған. Ыдысымен керосинді t_2 температураға қыздырсақ, қандай көлемдегі керосин төгілер еді?

Берілгені: $V_0; t_1; t_2$.
Шешуі: Температура көтерілгенде керосиннің де сауыттың да көлемі ұлғаяды. Сонда төгілетін керосин көлемі $\Delta V = \Delta V_1 - \Delta V_2$.

$\Delta V = ?$

Мұндағы: ΔV_1 -керосин көлемінің, ал ΔV_2 -сауыт көлемінің өзгерісі. Сонда, $\Delta V_1 = V_1 - V_0$ және $\Delta V_2 = V_2 - V_0$. Екінші жағынан $\Delta V_1 = V_0 \beta \Delta t$ және $\Delta V_2 = 3\alpha V_0 \Delta t$. β -керосиннің көлемдік ұлғаю коэффициенті, α -темірдің сызықтық ұлғаю коэффициенті, ал $\Delta t = (t_2 - t_1)$, демек $\Delta V = (\beta - 3\alpha)V_0(t_2 - t_1)$.

Жауабы: $\Delta V = (\beta - 3\alpha)V_0(t_2 - t_1)$.

9.2. Темір сызғыштың 15°C -ғы ұзындығы 1м . Егер оны -35°C -қа дейін суытсақ, сызғыштың ұзындығы қаншаға өзгереді?

Берілгені: $t_1 = 15^\circ\text{C}; \ell_1 = 1\text{м}; t_2 = -35^\circ\text{C}$.
Шешуі: $15^\circ\text{C} = 288\text{K}; -35^\circ\text{C} = 238\text{K}$.
Сызықтық ұлғаю заңынан
(1) $\ell_1 = \ell_0[1 + (T_1 - T_0)\alpha]$ және $\ell_2 = \ell_0[1 + (T_2 - T_0)\alpha]$
 $\Delta \ell = ?$

Ал сызғыштың сығылуы $\Delta \ell = \ell_1 - \ell_2$ немесе $\Delta \ell = \ell_0 \alpha (T_1 - T_2)$ (2)

Енді (1)-ден ℓ_0 -дің мәнін (2)-ге қоятын болсақ, онда

$$\Delta \ell = \frac{\alpha(T_1 - T_2)\ell_1}{1 + \alpha(T_1 - T_0)} \quad (3).$$

Ал, $\alpha(T_1 - T_0) \ll 1$ болғандықтан (3)-ті былай жазуға болады $\Delta \ell \approx \alpha(T_1 - T_2)\ell_1$.

$$\Delta \ell = 1,2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{\text{K}} (288\text{K} - 238\text{K}) \cdot 1\text{м} \approx 6 \cdot 10^{-4}\text{м}.$$

Жауабы: $\Delta \ell \approx 6 \cdot 10^{-4}\text{м}$.

9.3. Темір ыдысқа 0°C температурада 50л керосин сияды. Осы ыдысты температурасы 20°C бөлмеге апарсақ, қанша керосин төгілер еді?

Берілгені: $V_0 = 50\text{л}; t_0 = 0^\circ\text{C}; t = 20^\circ\text{C}$.
Шешуі: $50\text{л} = 5 \cdot 10^{-2}\text{м}^3; 0^\circ\text{C} = 273\text{K}; 20^\circ\text{C} = 293\text{K}$.
Қыздыру кезінде керосин көлемінің ұлғаюы ыдыстікінен көп болады, сондықтан керосиннің

бір бөлігі сыртқа төгіледі. Төгілген керосин массасы $\Delta m = m_0 - m$ немесе $\Delta m = \rho_0 V_0 - \rho V$ (1). Мұндағы: ρ мен V -қыздырылғаннан кейінгі керосин тығыздығымен ыдыс көлемі. Сонда ыдыстың кейінгі көлемі (2)

$$V = V_0(1 + 3\alpha_2 \Delta T), \text{ ал керосин тығыздығы } \rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 \Delta T} \quad (3).$$

(2) және (3) мәндерін (1)-ге қойсақ, сонда

$$\Delta m = \rho_0 V_0 - \frac{\rho_0 V_0 (1 + 3\alpha_2 \Delta T)}{1 + \beta_1 \Delta T} = \rho_0 V_0 \frac{(\beta_1 - 3\alpha_2) \Delta T}{1 + \beta_1 \Delta T}.$$

Ал $\beta_1 \Delta T \ll 1$ екендігін ескерсек $\Delta m \approx \rho_0 V_0 (\beta_1 - 3\alpha_2) (T - T_0)$.

$$\Delta m = 8 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{м}^3 \left(10 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} - 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \right) (293\text{K} - 273\text{K}) \approx 0,8\text{кг}$$

Жауабы: $\Delta m \approx 0,8\text{кг}$.

9.4. Биметал шыбықшаның қалыңдығы $a = 0,1\text{см}$. Егер ол болат және мырыштың бірдей жолақшаларынан жасалып $\Delta t = 11^\circ\text{C}$ -қа қыздырылған болса, биметалдың r қисықтық радиусын табыңдар.

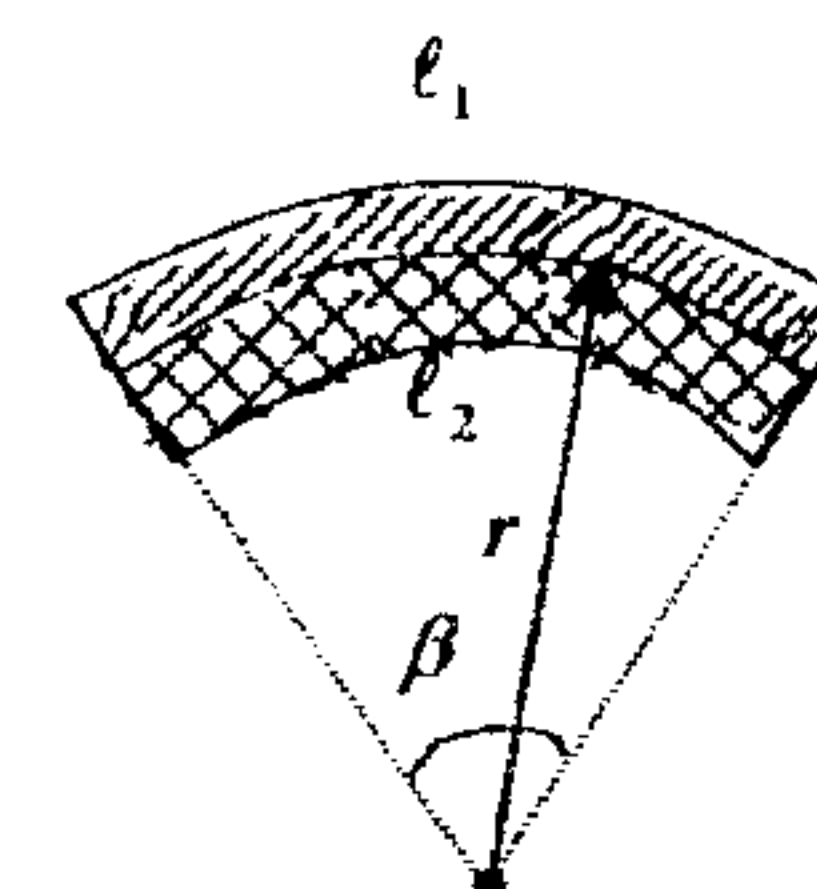
Берілгені: $a = 0,1\text{см}; \Delta t = 11^\circ\text{C}$.
Шешуі: $0,1\text{см} = 1 \cdot 10^{-3}\text{м}$. Биметал шыбықшаның сызбасы 2-суретте берілген. Δt $^\circ\text{C}$ -ға қыздырылғанда шыбықша ұзындықтары былай өзгереді.

$$\ell_1 = \ell_0(1 + \alpha_1 \Delta t) \text{ және } \ell_2 = \ell_0(1 + \alpha_2 \Delta t) \quad (1).$$

$$\text{Бірақ, } \ell_1 = \left(r - \frac{a}{2}\right) \beta \text{ және } \ell_2 = \left(r + \frac{a}{2}\right) \beta \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } r = \frac{a(2 + \Delta t(\alpha_2 + \alpha_1))}{2(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t} \approx 3,2\text{м}.$$

Жауабы: $r \approx 3,2\text{м}$.



2-сурет

9.5. Мыс кесегі суға батырылған. Егер ондағы суды және мысты 40°C -қа қыздырсақ кесекке әсер ететін кері итеруші күш қанша пайызға өзгереді? Су үшін $\beta = 15 \cdot 10^{-5} \text{град}^{-1}$, ал мыс үшін $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{град}^{-1}$.

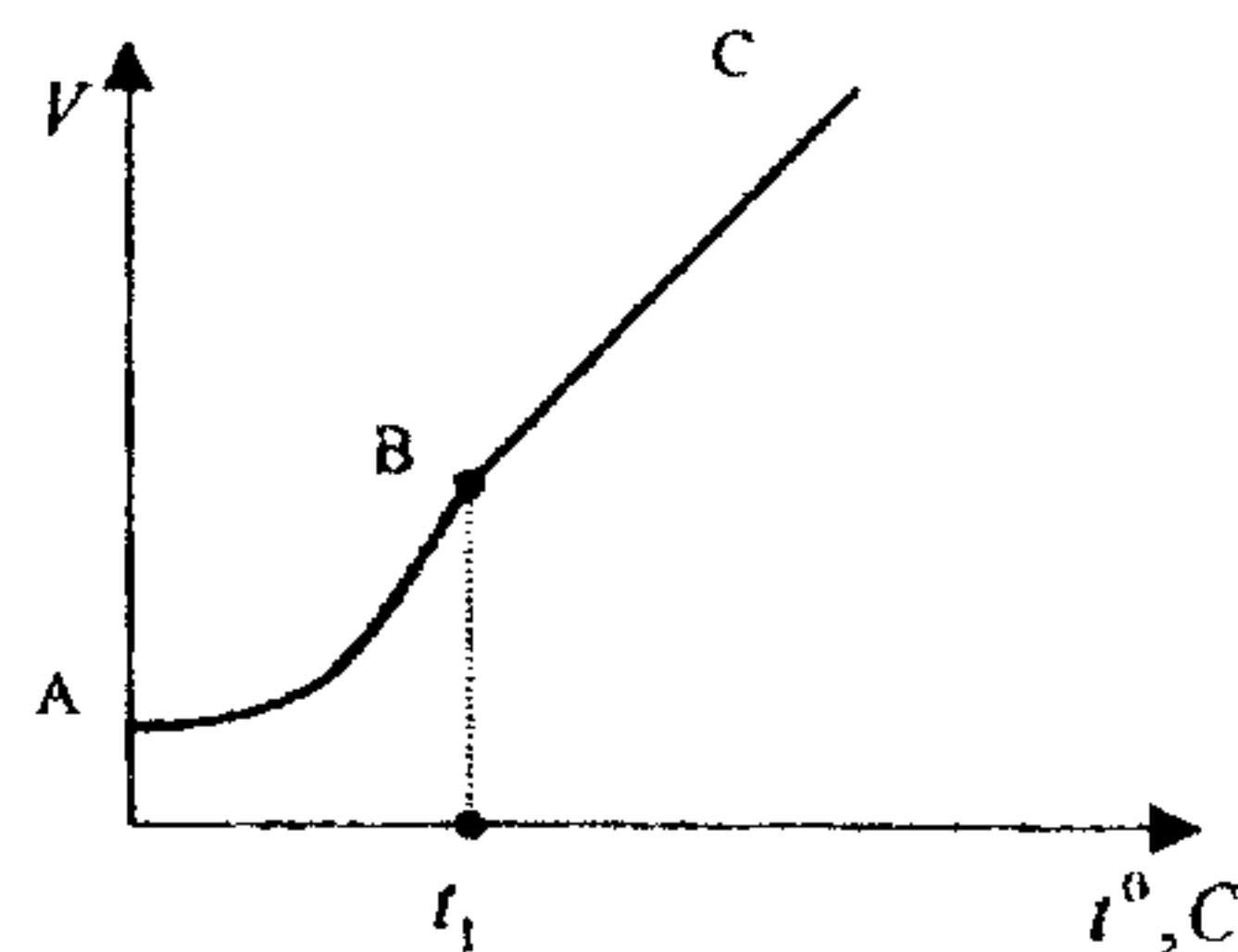
Берілгені: $t = 40^\circ\text{C}; \beta = 15 \cdot 10^{-5} \text{град}^{-1}; \alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{град}^{-1}$.
Шешуі: Алғашқы кері итеруші күш $F_1 = g \rho_1 V_1$ демек кері итеруші күш мыс кесегі көлемінің және судың $\Delta \rho = ?$

тығыздығының өзгерісіне тәуелді болады. Сонда мыс кесегінің көлемі $\frac{3\alpha t}{100} \%$ -ке артады, ал судың тығыздығы $\frac{\beta t}{100} \%$ -ке кемиді. Демек кері итеруші күштің өзгерісі

$$\Delta P = \left(\frac{\beta t}{100} - \frac{3\alpha t}{100} \right) \% = \left(\frac{15 \cdot 10^{-5}}{100} - \frac{3 \cdot 17 \cdot 10^{-6}}{100} \right) \cdot 40 \text{ град} \% \approx (4 \cdot 10^{-5}) \%$$

Жауабы: $\Delta P \approx (4 \cdot 10^{-5}) \%$.

9.6. Дене көлемінің температураға тәуелділігі 0°C -дан $t_1^\circ\text{C}$ -қа дейінгі аралықта парабола, ал $t = t_1$ нүктесінде параболаға жанама болмайтын түзу түрінде берілген (3-сурет). Бұл дененің ұлғаю коэффициенті туралы ($t < t_1$, $t > t_1$ және $t = t_1$ аралықтарында) не айтуға болады?



3-сурет

Берілгені:

$$V = f(t).$$

$\alpha(AB)$ -?; $\alpha(BC)$ -?

Шешуі: α - жылулық ұлғаю коэффициентінің сан мәні $V = f(t)$ графигіне жүргізілген жанаманың тангенсіне тең болады.

Демек: $t > t_1$, болғанда (BC -да) $\alpha = \text{const}$,

ал $t < t_1$ болғанда (AB -да) $\alpha \sim t$ (температураға пропорционал), $t = t_1$ мәнінде α -ның мәні секірмелі түрде өзгереді.

9.7. Метал маятникті бар сағат температура $t_1 = 15^\circ\text{C}$ болғанда тәулігіне $\tau_1 = 5\text{c}$ алға, ал $t_2 = 30^\circ\text{C}$ -та тәулігіне $\tau_2 = 10\text{c}$ кейін қалады. Маятник металының сызықтық ұлғаю коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені:

$$t_1 = 15^\circ\text{C}; \tau_1 = 5\text{c};$$

$$t_2 = 30^\circ\text{C}; \tau_2 = 10\text{c}.$$

α -?

Шешуі: $15^\circ\text{C} = 288\text{K}$; $30^\circ\text{C} = 303\text{K}$.

Дәл жүрегін сағат тәулігіне N тербеліс жасайтын болсын, онда t_1 температурада

сағатымыз N тербеліс жасау үшін $(n-5)\text{c}$, ал t_2 температурада $(n+10)\text{c}$ уақыт қажет. Мұндағы $n = 86400\text{c}$ (бір тәуліктегі секунд саны). Сонда, сағаттардың сәйкесінше периодтары $T_1 = \frac{n-5}{N}$ және $T_2 = \frac{n+10}{N}$ болады.

$$\frac{T_1}{T_2} \text{ қатынасын анықтайық, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{n-5}{n+10} = 1 - \frac{15}{n+10} \quad (1).$$

Екінші жағынан $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ екендігін ескерсек, онда

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}} \approx 1 + \frac{\alpha}{2}(t_1 - t_2) \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } 1 - \frac{15}{n+10} = 1 + \frac{\alpha}{2}(t_1 - t_2) \Rightarrow \alpha = \frac{30}{(t_2 - t_1)(n+10)}.$$

$$\alpha = \frac{30\text{c}}{(303\text{K} - 288\text{K})(86410\text{c})} \approx 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}.$$

Жауабы: $\alpha \approx 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$.

9.8. Ауызы ашық цилиндрлік ыдысқа буланбайтын сұйық құйылған. Температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$ болғанда ыдыс табанына түсірілетін қысым p_0 . Егер ыдыс материалының сызықтық ұлғаю коэффициенті α болса, t температурада ыдыс табанына түсірілетін қысымды табыңдар.

Берілгені:

$$\frac{p_0; \alpha}{p - ?}$$

Шешуі: $p = \frac{mg}{S}$ формуласын пайдаланайық.

Мұндағы m -сұйық массасы, ол қыздыру

кезінде өзгермейді, S -ыдыс табанының ауданы.

$$p_0 S_0 = p S \Rightarrow p = \frac{p_0 S_0}{S} \quad (1). \text{ Ыдыс табанының кейінгі ауданы, мына теңдіктен}$$

$$\text{анықталады } S = S_0(1 + \alpha t)^2 \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2) \text{ -ден } p = \frac{p_0}{(1 + \alpha t)^2} \text{ немесе } p \approx \frac{p_0}{1 + 2\alpha t}; \text{ өйткені } (\alpha t)^2 \ll 1.$$

Жауабы: $p = \frac{p_0}{1 + 2\alpha t}$.

9.9. Сызықтық ұлғаю коэффициенті α_1 материалдан жасалған бастапқы ұзындығы ℓ_1 және α_2 материалдан жасалған ℓ_2 шыбықшалар өзара қосылып ұзындығы $(\ell_1 + \ell_2)$ шыбығы алынды. Осы шыбықтың ұлғаю коэффициенті қандай?

Берілгені:

$$\alpha_1; \ell_1; \alpha_2; \ell_2;$$

$$\frac{(\ell_1 + \ell_2)}{\alpha - ?}$$

Шешуі: Егер шыбықшалардың бастапқы ұзындықтары ℓ_1 және ℓ_2 болса, онда t температураға қыздырғаннан кейінгі ұзындықтары

$$\ell_1' = \ell_1(1 + \alpha_1 t) \text{ және } \ell_2' = \ell_2(1 + \alpha_2 t) \text{ болады.}$$

Сонда $\ell' = \ell_1' + \ell_2'$ теңдігінен

$$(\ell_1 + \ell_2)(1 + \alpha) = \ell_1(1 + \alpha_1 t) + \ell_2(1 + \alpha_2 t) \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_1 \ell_1 + \alpha_2 \ell_2}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$\text{Жауабы: } \alpha = \frac{\alpha_1 \ell_1 + \alpha_2 \ell_2}{\ell_1 + \ell_2}$$

9.10. Қалыпты атмосферада метал бөлшегінің көлемін ΔV -ға арттыру үшін қанша жылу мөлшерін беру керек?

Берілгені:
 ΔV ; C_p ; ρ ; β .
 Q -?

Шешуі: Егер метал бөлшегінің масса центрі айтарлықтай өзгермесе, қыздыру процесіне термодинамиканың

бірінші заңын қолдануға болады, сонда $Q = \Delta U + A$ немесе $Q = C_p m \Delta T + p_0 \Delta V$ (1). Мұндағы p_0 -қалыпты атмосфералық қысым. Ал, $p_0 = \text{const}$ болғанда $\Delta V = V_0 \beta \Delta T$, мұндағы β - металдың көлемдік ұлғаю коэффициенті, сонда $\Delta T = \frac{\Delta V}{V_0 \beta}$ мәнін (1)-ге қойсақ $Q = C_p m \frac{\Delta V}{\beta V_0} + p_0 \Delta V$.

Ал, $\frac{m}{V_0} = \rho$ екендігін ескерсек, онда $Q = \left(\frac{C_p \rho}{\beta} + p_0 \right) \Delta V$.

Егер, $\frac{C_p \rho}{\beta} \gg p_0$ екендігін ескерсек, онда $Q \approx \frac{C_p \rho}{\beta} \Delta V$.

$$\text{Жауабы: } Q \approx \frac{C_p \rho}{\beta} \Delta V$$

9.11. Көлемдік ұлғаю коэффициенті β болатын шыны шарикті үш рет таразылаған. Сонда, сұйық температурасы t_1 болғанда шариктің сұйықтағы салмағы P_1 , температурасы t_2 болғанда сұйықтағы салмағы P_2 , ал ауадағы салмағы P болды. Осы мәліметтер бойынша сұйықтың β_1 көлемдік ұлғаю коэффициентін анықтандар.

Берілгені:
 β ; t_1 ; P_1 ; t_2 ; P_2 ; P .
 β_1 -?

Шешуі: Температурасы t_1 болғанда шариктің көлемі V болсын, онда t_2 температурада оның көлемі $V[1 + \beta(t_2 - t_1)]$ болады.

Енді үш өлшеу нәтижесіндегі шариктің салмақтарын былай жазамыз:

$$P = \rho V g, \quad P_1 = P - \rho_1 V g \quad \text{және} \quad P_2 = P - \rho_1 V g \frac{1 + \beta(t_2 - t_1)}{1 + \beta_1(t_2 - t_1)}$$

Мұндағы: ρ - шынының тығыздығы, ρ_1 - сұйық тығыздығы.

Ескерту: P -ны анықтағанда кері итеруші күшті ескермейміз. Үш

$$\text{теңдіктен } \beta_1 = \frac{P_2 - P_1 + (P - P_1)\beta(t_2 - t_1)}{(P - P_2)(t_2 - t_1)}$$

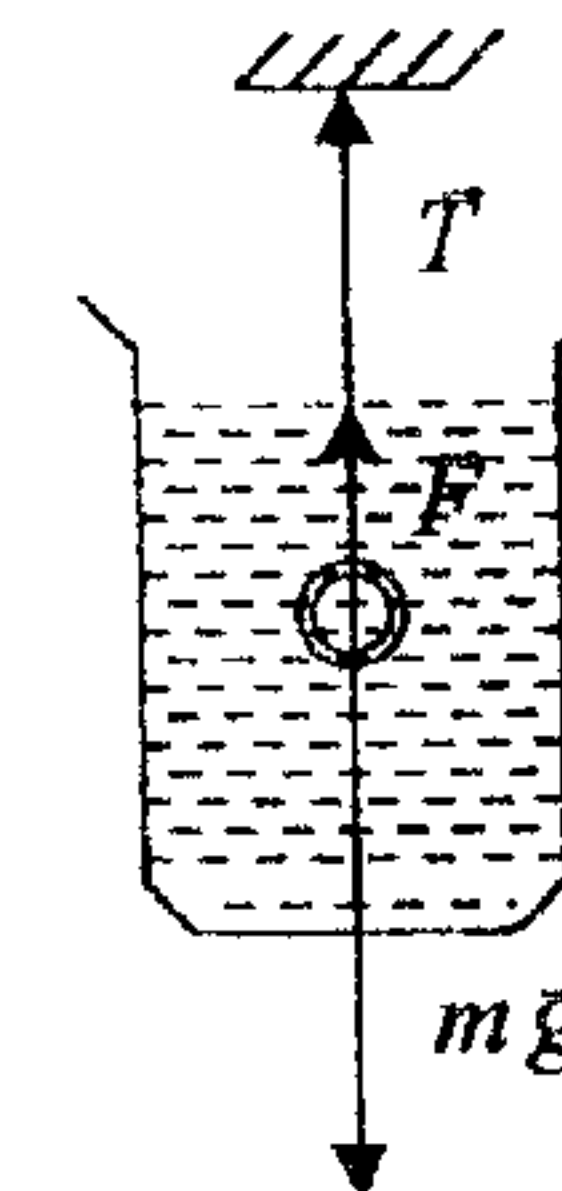
$$\text{Жауабы: } \beta_1 = \frac{P_2 - P_1 + (P - P_1)\beta(t_2 - t_1)}{(P - P_2)(t_2 - t_1)}$$

9.12. Массасы 100г болат шарик жіпке байланып керосинге батырылған (4-сурет). Егер бүкіл жүйені 20°C -дан 50°C -қа дейін қыздырсақ, жіптен керілу күші қалай өзгереді?

Берілгені:
 $m = 100\text{г}$; $t_1 = 20^\circ\text{C}$; $t_2 = 50^\circ\text{C}$
 ΔT_0 - ?

Шешуі: $100\text{г} = 0,1\text{кг}$; $20^\circ\text{C} = 293\text{K}$; $50^\circ\text{C} = 323\text{K}$.
Қыздырғанға дейінгі шариктің

тепе-теңдік шартын жазайық, сонда $T_{01} + F_1 - mg = 0$ (1).



4-сурет

Мұндағы: $F_1 = \rho_2 V_1 g$ -кері итеруші (Архимед) күш. Енді: $\rho_2 = \frac{\rho_{02}}{1 + \beta_2 \Delta T_1}$ - керосиннің тығыздығы; $V_1 = V_{01}(1 + 3\alpha \Delta T_1)$ -шариктің көлемі;

$\Delta T_1 = T_1 - T_0$; $V_{01} = \frac{m}{\rho_1}$ екендігін ескерсек кері итеруші күш былай жазылады

$$F_1 = \frac{\rho_{02} m [1 + 3\alpha(T_1 - T_0)] g}{[1 + \beta_2(T_1 - T_0)] \rho_1} \quad (2)$$

(2)-ні ескеріп (1)-ден T_{10} -ді анықтауға болады, сонда

$$T_{01} = mg - \frac{\rho_{02} m [1 + 3\alpha(T_1 - T_0)] g}{[1 + \beta_2(T_1 - T_0)] \rho_1} \approx mg - \frac{m \rho_{02}}{\rho_1} [(1 - (\beta_2 - 3\alpha) \cdot (T_1 - T_0))] g$$

Осыған ұқсас T_2 температурадағы жіптің керілу күші

$$T_{02} = mg - \frac{m \rho_{02}}{\rho_1} [1 - (\beta_2 - 3\alpha)(T_2 - T_0)] g, \quad \text{онда} \quad \Delta T_0 = T_{02} - T_{01} \approx \frac{m g \rho_{02}}{\rho_1} (\beta_2 - 3\alpha)(T_2 - T_1)$$

$$\Delta T_0 \approx \frac{0,1\text{кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \left(10 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{К}} - 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{К}} \right) (323\text{К} - 293\text{К})}{7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{Н}$$

$$\text{Жауабы: } \Delta T_0 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{Н}$$

9.13. Темір білеушені қыздыруға 1,68 МДж жылу мөлшері жұмсалады. Білеуше көлемі қалай өзгереді?

Берілгені:	Шешуі: 1,68 МДж = 1,68 · 10 ⁶ Дж.
$Q = 1,68 \text{ МДж}$	Көлемдік ұлғаю заңы бойынша
$\Delta V = ?$	$V = V_0(1 + \beta \Delta T) \Rightarrow \Delta V = V - V_0 = V_0 \beta \Delta T$ немесе
	$\Delta V \approx 3\alpha V_0 \Delta T \quad (1).$

Ал, темір білеушені қыздыруға жұмсалған жылу мөлшері

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} \quad (2).$$

$m = \rho V_0$ екендігін ескерсек, онда $\Delta T = \frac{Q}{\rho V_0 c} \quad (3).$

(1) және (3)-ден $\Delta V = \frac{3\alpha Q}{c\rho}$.

$$\Delta V = \frac{3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 1,68 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{4,6 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot K} \cdot 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 1,69 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Жауабы: $\Delta V \approx 1,69 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$.

9.14. Қозғалмайтын тас қабырғалардың арасына болат білеу қойылған. Егер білеуді 20⁰С-қа қыздырса пайда болатын кернеу неге тең болады?

Берілгені:	Шешуі: $\Delta T = 20 \text{ К}$.
$\Delta T = 20^0 \text{ С};$	Білеу қыздырылғанда оның ұзындығы өзгереді, бұл
$\varepsilon = ?$	өзгеріс былай анықталады. $\Delta \ell = \alpha \ell_0 \Delta T \quad (1).$

Бұл өзгеріс білеуде кернеу туғызады. Ол кернеу Гук заңымен анықталады (2) $\varepsilon = E \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$, мұндағы E - Юнг модулі. Сонда (1) және (2)-ден

$$\varepsilon = E \alpha \Delta T, \quad \varepsilon = 2,2 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{К}} \cdot 20 \text{ К} = 4,84 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

Жауабы: $\varepsilon = 4,84 \cdot 10^7 \text{ Па}$.

9.15. Тігінен бекітілген ұзындығы 1 м болат сымның екінші ұшына массасы 50 кг жүк ілінген. Жүкті 90⁰-қа ауытқытып жіберген. Жүктің тепе-теңдік қалыптан өтер кездегі абсолют ұзаруын табындар. Сым қимасының ауданы 0,8 мм², оның массасын ескермендер.

Берілгені:	Шешуі: 0,8 мм ² = 8 · 10 ⁻⁷ м ² .
$\ell_0 = 1 \text{ м}; m = 50 \text{ кг};$	Абсолют ұзару Гук заңынан табылады,
$S = 0,8 \text{ мм}^2$	сонда $\Delta \ell = \frac{F \ell_0}{ES} \quad (1).$
$\Delta \ell = ?$	

Мұндағы F - сымның керілу күші.

Жүк A нүктесінен өткенде оған әсер ететін күштер 5-суретте көрсетілген: T - сымды керуші күш; mg - ауырлық күші. OY өсінің бағытында проекциялан қозғалыс теңдеуін жазайық $ma = T - mg$,

мұндағы $a = \frac{v^2}{\ell}$ - центрге тартқыш үдеу;

ℓ - сымның кейінгі ұзындығы. Сонда $T = m \left(g + \frac{v^2}{\ell} \right) \quad (2).$

v - ны анықтау үшін A және B нүктелерінде тұрған жүктерге энергияның сақталу заңын жазамыз. Сонда $E_A = E_B$ немесе $\frac{mv^2}{2} = mg\ell \Rightarrow v^2 = 2g\ell \quad (3).$

(1) және (3)-тен $T = m \left(g + \frac{2g\ell}{\ell} \right) = 3mg$.

Ал $|T| = |F|$ екендігін ескеріп (1)-ден $\Delta \ell = \frac{3mg\ell_0}{ES}$.

$$\Delta \ell = \frac{3 \cdot 50 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ м}}{2,3 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2} \approx 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta \ell \approx 8,4 \text{ мм}$.

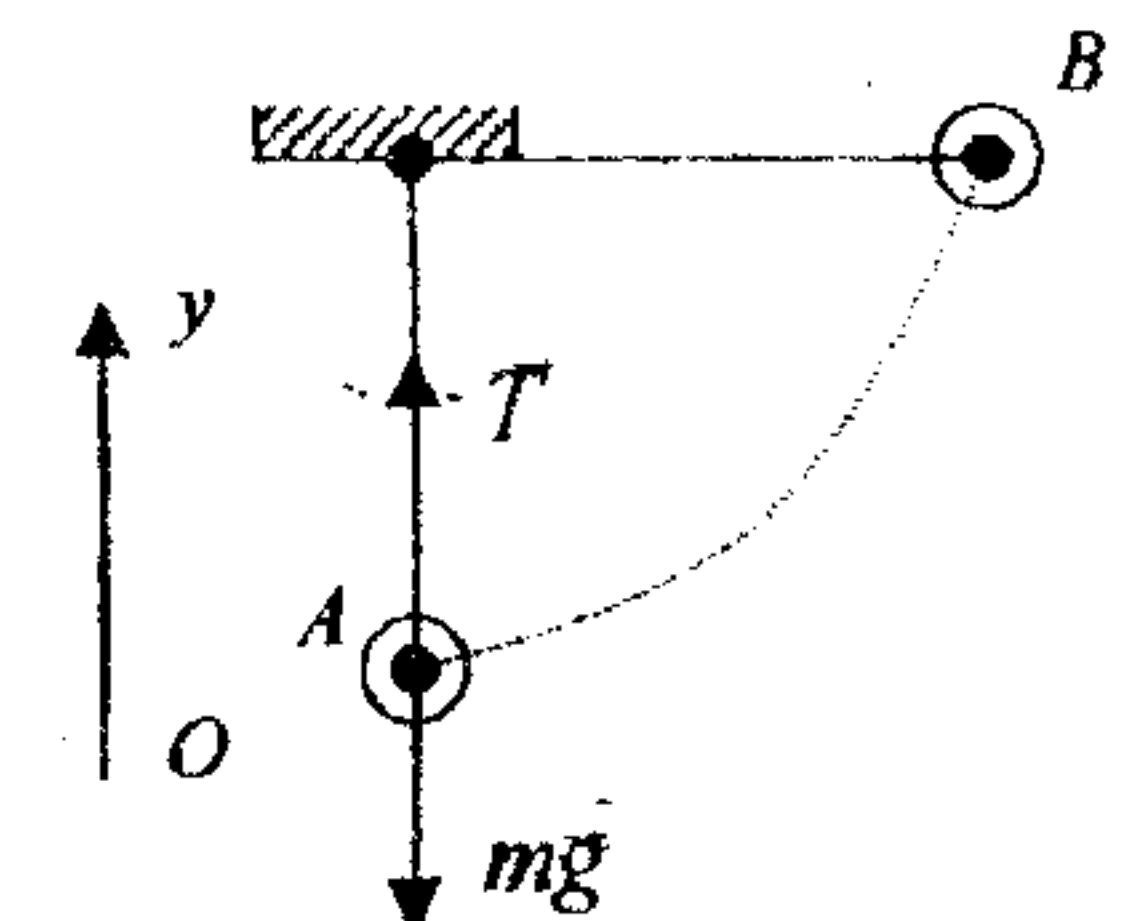
9.16. Ішкі диаметрі $d_0 = 1 \text{ см}$ ал ұзындығы $\ell_0 = 50 \text{ см}$ резина түтікті созу арқылы $\Delta \ell = 10 \text{ см}$ ұзартқан. Егер резина үшін Пуассан коэффициенті $b = 0,5$ болса, созылған түтіктің ішкі диаметрі d - ны табындар.

Берілгені:	Шешуі: $1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}; 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}; 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}.$
$d_0 = 1 \text{ см}; \ell_0 = 50 \text{ см};$	Резина түтікті $\Delta \ell$ ұзындыққа созу үшін қажетті
$\Delta \ell = 10 \text{ см}; b = 0,5.$	күштің шамасы $F = \frac{1}{\alpha} S \frac{\Delta \ell}{\ell_0} \quad (1).$
$d = ?$	

Мұндағы, α - серпінділік коэффициенті. F күшінің әсерінен резина түтіктің диаметрі Δd -ға өзгереді, демек созу кезіндегі диаметрдің салыстырмалы өзгерісі $\frac{\Delta d}{d} = \beta \frac{F}{S} \quad (2).$ Мұндағы, β - көлденең сығылу

коэффициенті. $\beta = b$ екендігін ескеріп (1) және (2)-ден $\Delta d = \frac{b d_0 \Delta \ell}{\ell_0}$ немесе

$$d_0 - d = \frac{b d_0 \Delta \ell}{\ell_0} \Rightarrow d = d_0 - \frac{b d_0 \Delta \ell}{\ell_0}. \text{ Демек } d = d_0 \left(1 - \frac{b \Delta \ell}{\ell_0} \right).$$



5-сурет

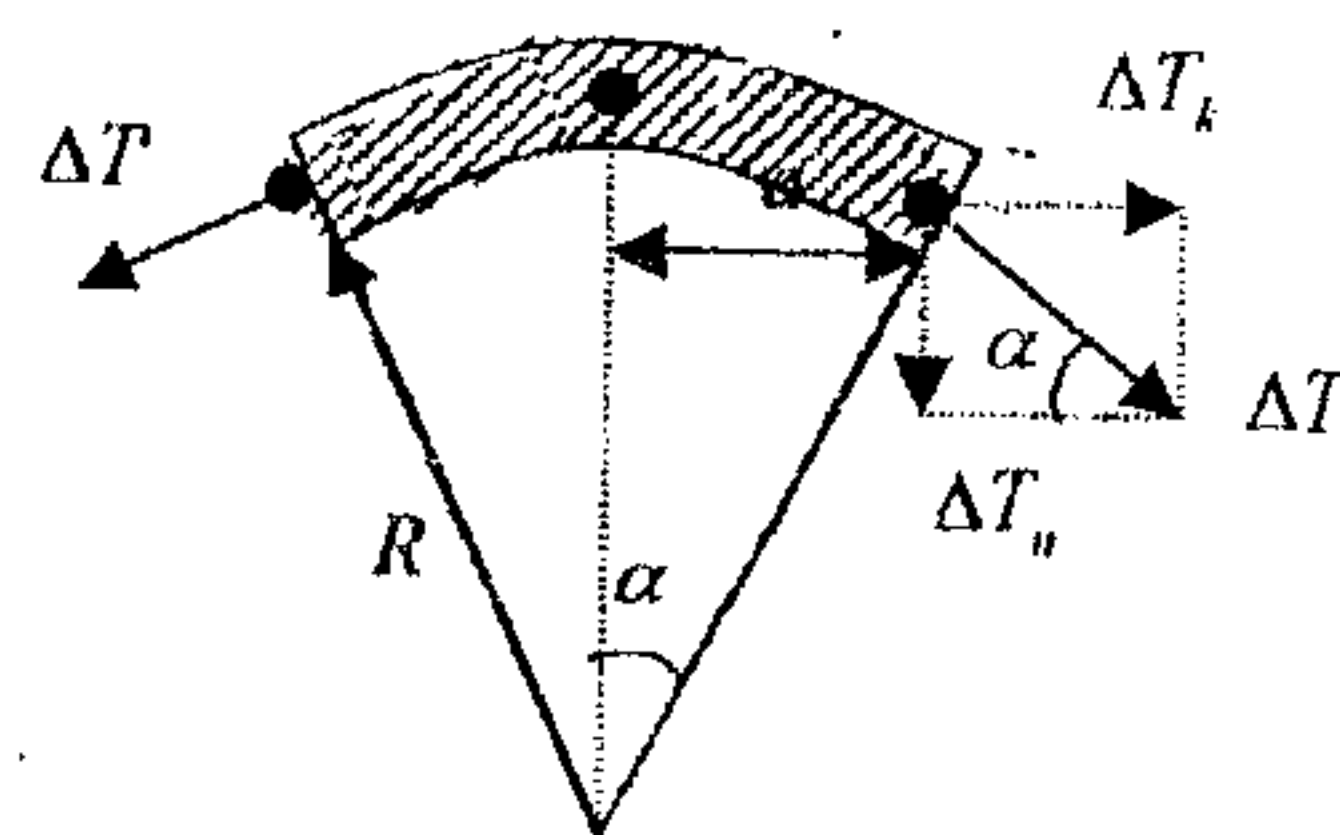
$$d = 10^{-2} \text{ м} \left(1 - \frac{0,5 \cdot 0,1 \text{ м}}{0,5 \text{ м}} \right) = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Жауабы: $d = 9 \text{ мм}$.

9.17. Қабырғасының қалыңдығы d , ішкі радиусы R сфералық пішінді болат ыдыс қандай қысымға шыдас береді?
 $R = 50 \text{ см}$, $d = 5 \text{ мм}$ деп есепті жүргізіндер.

Берілгені:
 $R = 50 \text{ см}$; $d = 5 \text{ мм}$
 $p = ?$

Шешуі: $50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$; $5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.
 Сфералық беттің кішкене сегмент бөлігін қарастырайық (6-сурет).



6-сурет

Суреттегі сызбадан $a = R \sin \alpha$ (1).
 Сегменттің $\Delta S = d \Delta \ell$ ауданына
 $\Delta T = 6 \Delta S$ немесе $\Delta T = 6 d \Delta \ell$ элементар
 серпінді күші әсер етеді. Бұл күштің
 нормал құраушысы
 $\Delta T_n = \Delta T \sin \alpha = 6 d \Delta \ell \sin \alpha$ (2).

Толық сегмент бойынша нормал
 серпінді күштердің қосындысы
 $T_n = 2 \pi R d \sin^2 \alpha$ (3).

(3)-пен анықталатын күш газдың
 сыртқы қысым күші $F = pS$ -пен теңгерілуі керек. Сонда, сегмент
 ауданының $S = \pi a^2$ немесе $S = \pi R^2 \sin^2 \alpha$ екендігін ескерсек, онда $T_n = F$
 теңдігінен $2 \pi R d \sin^2 \alpha = p \cdot \pi R^2 \sin^2 \alpha \Rightarrow p = \frac{2 R d}{R}$.

$$p = \frac{2 \cdot 14 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{0,5 \text{ м}} = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Жауабы: $p = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

9.18. Тік бағытта ілінген мыс сым өз салмағынан үзілуі үшін оның
 ұзындығы қандай болуы керек?

Берілгені: Мыстың беріктік шегі σ болсын, сонда
 мыс сымы сым қимасының ауданы S болғанда мына
 теңсіздік орындалады $p \geq \sigma$.

$\ell = ?$

Ал, $P = mg$ немесе $P = \rho S \ell g$ екендігін ескерсек, онда $\rho S \ell g = \sigma S \Rightarrow \ell = \frac{\sigma}{\rho g}$.

$$\ell = \frac{2,45 \cdot 10^8 \text{ Н}}{8,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Жауабы: $\ell = 2,9 \cdot 10^3 \text{ м}$.

9.19. Бөлменің температурасы 20°C . Салыстырмалы ылғалдық 80%.
 Көлемі 50 м^3 бөлмедегі ылғалдың массасын табу керек.

Берілгені:
 $t = 20^\circ \text{C}$; $f = 80\%$;
 $V = 50 \text{ м}^3$
 $m = ?$

Шешуі: Салыстырмалы ылғалдық
 формуласынан $f = \frac{D}{D_0} 100\%$, осыдан $D = \frac{D_0 f}{100\%}$.
 Ал, бөлмедегі ылғалдың
 массасы $m = DV = \frac{D_0 V f}{100\%}$.

Мұндағы D_0 -қаныққан будың 20°C температурадағы тығыздығы
 (абсолют ылғалдық), оның сан мәнін кестеден аламыз $\left(D_0 = 17,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$

$$m = \frac{1,73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 50 \text{ м}^3 \cdot 80\%}{100\%} \approx 0,692 \text{ кг}.$$

Жауабы: $m = 0,692 \text{ кг}$.

9.20. Температурасы $t = 20^\circ \text{C}$, қысымы $p = 760 \text{ мм}$ сын. бағ. болатын
 ауаның ылғалдығы $f = 100\%$. Сол температурадағы, сол қысымдағы
 құрғақ ауадан бұл ауа қанша пайызға жеңіл болады? 20°C -ғы
 қанықтырушы су буының қысымы $p_0 = 2,33 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Берілгені:
 $t = 20^\circ \text{C}$; $p = 760 \text{ мм}$ сын. бағ.
 $f = 100\%$; $p_0 = 2,33 \cdot 10^3 \text{ Па}$.
 $\left(\frac{m}{m_0} \cdot 100\% \right) = ?$

Шешуі: 760 мм сын. бағ. $\approx 10^5 \text{ Па}$.
 Көлемі 1 м^3 ауадағы су буының
 массасы $m_1 = \frac{M_1 p_0 V}{RT}$, ал құрғақ

$$\text{ауаның массасы } m_2 = \frac{M_2 (p - p_0) V}{RT}.$$

Мұндағы: M_1 -судың, ал M_2 -ауаның молярлық массалары.

Сонда көлемі 1 м^3 ылғал ауаның массасы $m = m_1 + m_2$ немесе

$$m = \frac{V}{RT} (M_1 p_0 + M_2 p - M_2 p_0) \quad (1).$$

Егер ауа құрғақ болса, яғни оның құрамында су буы болмаса 1 м^3 құрғақ

$$\text{ауаның массасы } m_0 = \frac{M_2 p_0 V}{RT} \quad (2).$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{m \cdot 100\%}{m_0} = \left(\frac{M_1 p_0 + M_2 p - M_2 p_0}{M_2 p_0} \right) \cdot 100\%.$$

$$m \cdot 100\% = \left(\frac{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,33 \cdot 10^3 \text{ Па} + 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 10^3 \text{ Па} - 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,33 \cdot 10^3 \text{ Па}}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,33 \cdot 10^3 \text{ Па}} \right) \times 100\% \approx 0,88\%.$$

Жауабы: $\frac{m}{m_0} \cdot 100\% \approx 0,88\%.$

9.21. Қуаты 800 Вт электр қыздырғышымен шәугімдегі су қайнатылды. Егер шүмек тесігінің ауданы $0,9 \text{ см}^2$ болса, қалыпты қысымды будың шығу жылдамдығын анықтаңдар. Қыздырғыштың пайдалы әсер коэффициенті 72% .

Берілгені:

$P = 800 \text{ Вт}; S = 0,9 \text{ см}^2;$
 $\eta = 72\%.$

Шешуі: $0,9 \text{ см}^2 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$

Секунд сайын шүмектен шығатын будың мөлшері $m = \rho V$, ал $V = S v$ екендігін

$v = ?$

ескерсек, онда $m = \rho S v t \Rightarrow v = \frac{m}{\rho S t}$ (1). Екінші жағынан (2) $\frac{m}{t} = \frac{Q}{L}$. Мұндағы,

L -судың меншікті булану жылуы. Сонда, $\eta = \frac{Q}{P}$ теңдігін пайдалансақ (2)-

ден $\frac{m}{t} = \frac{\eta P}{L}$ (3). (1) және (3)-ден $v = \frac{\eta P}{L \rho S}$.

$$v = \frac{0,72 \cdot 8 \cdot 10^2 \text{ Вт}}{2,28 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,06 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2} \approx 46,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Жауабы: $v \approx 46,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

9.22. Көлемдері 5 м^3 және 3 м^3 екі ыдыстағы ауа температуралары 15°C және 28°C , ал салыстырмалы ылғалдығы 22% және 46% . Екі ыдысты өзара қосқандағы салыстырмалы ылғалдығы қандай болады?

Берілгені:

$V_1 = 5 \text{ м}^3; V_2 = 3 \text{ м}^3;$
 $t_1 = 15^\circ \text{C}; t_2 = 28^\circ \text{C};$
 $f_1 = 22\%; f_2 = 46\%$

Шешуі: $T_1 = 288 \text{ К}; T_2 = 301 \text{ К}.$

Ыдыстар өзара қосылғанға дейін әрбір ыдыстағы су буының массасы

(1) $m_1 = \rho_1 V_1$ және $m_2 = \rho_2 V_2$,

$f = ?$

Ал салыстырмалы ылғалдығы $f_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{01}}$ және $f_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{02}}$, мұндағы ρ_{01} және ρ_{02} -берілген температурадағы қанықтырушы будың тығыздықтары.

Сонда (1)-ден $m_1 = f_1 \cdot \rho_{01} \cdot V_1$ және $m_2 = f_2 \cdot \rho_{02} \cdot V_2$ (2).

Ыдыстар қосылғаннан кейінгі ауаның абсолют ылғалдығы $D = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$

немесе $D = \frac{f_1 \rho_{01} V_1 + f_2 \rho_{02} V_2}{V_1 + V_2}$, ал салыстырмалы ылғалдығы

$$f = \frac{D}{D_0} 100\% = \frac{f_1 \rho_{01} V_1 + f_2 \rho_{02} V_2}{D_0 (V_1 + V_2)} 100\% \quad (3).$$

Ыдыстың жылу сыйымдылығы мен су буының массасын ескермей жылу балансының теңдеуін жазайық $m_1 c (\theta - T_1) = m_2 c (T_2 - \theta)$ (4).

Ал, $m_1 = \rho V_1$ және $m_2 = \rho V_2$ екендігін ескерсек, онда (4)-ден

$$\rho V_1 c (\theta - T_1) = \rho V_2 c (T_2 - \theta) \Rightarrow \theta = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} \quad (5).$$

Кестеден (5) бойынша табылған θ және T_1 мен T_2 пайдаланып ρ_0 ; ρ_{02} және D_0 мәндерін табамыз, сонда

$$f = \frac{0,22 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \text{ м}^3 + 0,46 \cdot 27,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3 \text{ м}^3}{17,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} (5 \text{ м}^3 + 3 \text{ м}^3)} 100\% = 37\%.$$

Жауабы: $f = 37\%.$

9.23. Массасы 1 т жеңіл машина көлбеу жолмен бірқалыпты көтеріледі. Осындай жылдамдықпен көкжиек бағытында қозғалған жағдайдағыдан қанша мөлшерде бензинді артық шығындайды? $\eta = 20\%$, $q = 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, $\alpha = 10^\circ$ және $\ell = 100 \text{ км}$ деп алыңдар.

Берілгені:

$M = 1 \text{ т}; \eta = 20\%;$

$q = 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}};$

$\alpha = 10^\circ; \ell = 100 \text{ км}$

Шешуі: $1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}; 100 \text{ км} = 10^5 \text{ м}.$

Машина көкжиек бағытын да бірқалыпты қозғалса

қозғалтқыш энергиясы кедергі күштерін жеңу

жұмысына шығындалады, яғни $A = m_1 q \eta$ (1).

$\Delta m = ?$

Мұндағы m_1 -шығын далған бензин мөлшері.

Ал, енді көлбеу бойымен қозғалғанда, машинаның потенциалдық энергиясын арттыруға қосымша энергия жұмсалуды керек, яғни $F \ell + M g \ell \sin \alpha = m_2 q \eta$ (2).

Мұндағы m_2 - екінші жағдайда жұмсалған бензин мөлшері.

(1) және (2)-ден $\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{M g \ell \sin \alpha}{q \eta}$.

$$\Delta m = \frac{10^3 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \sin 10^\circ}{4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,2} \approx 18 \text{ кг}.$$

Жауабы: $\Delta t = 18 \text{ К}$.

9.24. Қалыпты атмосфералық қысымдағы көлемі 1 л ылғал ауаның 50°C -ғы массасы $1,042$. Ауаның абсолют ылғалдығын табындар.

Берілгені: $V = 1 \text{ л}$; $t = 50^\circ \text{C}$;
 $m = 1,042$; $p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$

Шешуі: $1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$; $50^\circ \text{C} = 323 \text{ К}$.

$1,042 = 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Абсолют ылғалдық мына формуламен

D -? анықталады (1) $D = \frac{m_1}{V}$,

мұндағы m_1 -берілген көлемдегі су буының массасы. Есеп шарты бойынша (2) $m = m_1 + m_2$ және $p = p_1 + p_2$ (3), мұндағы m_2 - берілген көлемдегі құрғақ ауаның массасы; p_1 және p_2 -су буының және құрғақ ауаның парциал қысымдары. p_1 және p_2 Менделеев – Клапейрон теңдеулерімен табылады, сонда $p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}$ және $p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}$ (4).

(3) және (4)-ден $p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}$. Енді (2)-ні ескерсек.

$$p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m - m_1}{M_2} \right) \frac{RT}{V} \Rightarrow m_1 = \frac{M_1}{M_2 - M_1} \left(\frac{pVM_2}{RT} - m \right) \quad (5).$$

(5)-ің мәнін (1)-ге қойсақ $D = \frac{M_1}{M_2 - M_1} \left(\frac{pM_2}{RT} - \frac{m}{V} \right)$.

$$D = \frac{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{\left(29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)} \left(\frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 323 \text{ К}} - \frac{1,04 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \right) \approx 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Жауабы: $D \approx 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

9.25. Ішінде температурасы $t = 5^\circ \text{C}$ болатын $m = 2 \text{ кг}$ суы бар ыдысқа, температурасы $t_1 = -40^\circ \text{C}$ болатын $m_1 = 5 \text{ кг}$ мұз бөлігі салынды. Жылулық тепе-теңдік орнағаннан кейінгі қоспаның V көлемін және θ температурасын анықтаңдар. Ыдыстың жылу сыйымдылығын және жылудың шығынын есепке алмаңдар.

Берілгені: $t = 5^\circ \text{C}$; $m = 2 \text{ кг}$;
 $t_1 = -40^\circ \text{C}$; $m_1 = 5 \text{ кг}$.

Шешуі: Мына төмендегідей үш жағдай болуы мүмкін.

1. Барлық мұз еріп, қоспа температурасы

$t_0 = 0^\circ \text{C}$ -дан жоғары болады.

V -?; θ -?

2. Барлық су қатып, қоспа температурасы t_0 -дан төмен болады.

3. Қоспа температурасы $t_0 = 0^\circ \text{C}$ болып, мұздың бір бөлігі ериді. Бұл жағдайдың қайсы бірінің болуы, жылу мөлшерлерімен анықталады. Енді жылу мөлшерлерін есептейік. Су t_0 температураға дейін суынғанда ол $Q_1 = mc(t - t_0)$ жылу мөлшерін береді де, ал мұз t_0 - температурадағы дейін жылынғанда $Q_2 = m_1 c_1 (t_0 - t_1)$ жылуды жұтады.

Сонда, $Q_2 > Q_1$, демек 2-ші немесе 3-ші жағдайы болуы мүмкін. Егер барлық су қататын болса, онда ол $Q_3 = mL$ жылу мөлшерін береді. Демек, $Q_3 + Q_1 > Q_2$ болғандықтан 3-ші жағдай ғана болады екен. Сонымен қоспа температурасы $\theta = 0^\circ \text{C}$. Расында да $m[L + c(t - t_0)] > m_1 c_1 (t_0 - t_1)$ (1). Сан мәндерін қойып есептесек $702 \text{ КДж} > 420 \text{ КДж}$.

(1)-дің шеткі жағдайында

$$m_x L + mc(t - t_0) = m_1 c_1 (t_0 - t_1) \Rightarrow m_x = \frac{m_1 c_1 (t_0 - t_1) - mc(t - t_0)}{L} \quad (2).$$

Мұндағы m_x -мұзға айналған су массасы. Сонымен ыдыстағы $\theta = 0^\circ \text{C}$ болатын су мен мұздың массалары, сәйкесінше $(m - m_x)$ және $(m_1 + m_x)$ болады, ал олардың көлемдері $V_1 = \frac{m - m_x}{\rho}$ және $V_2 = \frac{m_1 + m_x}{\rho_1}$ болады. Сонда

$$\text{қоспаның жалпы көлемі } V = V_1 + V_2 \text{ немесе } V = \frac{m - m_x}{\rho} + \frac{m_1 + m_x}{\rho_1} \quad (3)$$

$$V = \frac{2 \text{ кг} - 1,145 \text{ кг}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} + \frac{5 \text{ кг} + 1,145 \text{ кг}}{9,2 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 7,54 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Жауабы: $V \approx 7,54 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

9.26. Ыстық ауамен толтырылған газет «шар» ұшуы үшін оның өлшемі қандай болуы керек? Ауа атмосферасының тығыздығы $\rho_0 = 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, ыстық ауаныкі $\rho = 1,0 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Берілгені:

$$\rho_0 = 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \rho = 1,0 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Шешуі: Газет «шары» ұшуы үшін оған әсер

етуші Архимед күші (F_A), газет қабығына

a -?

әсер ететін ауырлық күшімен (mg), «шар» ішіндегі ыстық ауаға әсер ететін ауырлық күшінің ($V\rho g$) қосындысынан артық болуы керек, яғни $F_A > mg + V\rho g$ немесе $V\rho_0 g > mg + V\rho g \Rightarrow m < V(\rho_0 - \rho)$. (1).

Мұндағы, m -газет «шардың» массасы. m -ді былай өрнектеуге болады $m = bs$. Мұндағы: b -газет парағының 1 м^2 бетінің масса бірлігі; s -газет «шарының» толық беті. Егер, газет «шарын» текше түрінде жасасақ, онда оның массасы $m = b \cdot 6a^2$, мұндағы a -текше қыры. Демек,

$$6 \cdot 6a^2 < a^3(\rho_0 - \rho) \Rightarrow a > \frac{66}{\rho_0 - \rho} \quad (2).$$

Талдау есептерін жүргізейік, сонда стандарт ски беттік газет парағы үшін $S = 0,84 \cdot 0,59 \text{ м}^2 \approx 0,5 \text{ м}^2$, ал массасы $m \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$.

$$\text{Демек, } b = \frac{m}{S} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}}{0,5 \text{ м}^2} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}. \quad a > \frac{6 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}}{1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1,0 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,8 \text{ м}.$$

Жауабы: $a > 0,8 \text{ м}$.

(*)9.27. Мұқият оңашаланған аса сезгіш калориметрмен, температурасын арттыра отырып мөлшері белгісіз m судың жылу сыйымдылығын өлшейді. $t_1 = 10,5^\circ \text{C}$ -да жылу сыйымдылық c_1 -ден c_2 -ге секіrmелі түрде кeмиді. Калориметр ыдысының көлемі $V = 1 \text{ л}$. Қаныққан бу тығыздығының температураға тәуелділігі графигін (7-сурет) пайдаланып m , c_1 және c_2 -ні табыңдар. Бір моль су буының жылу сыйымдылығы $C_v = 3R = 24,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$. Су үшін $L = 2,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ деп алыңдар.

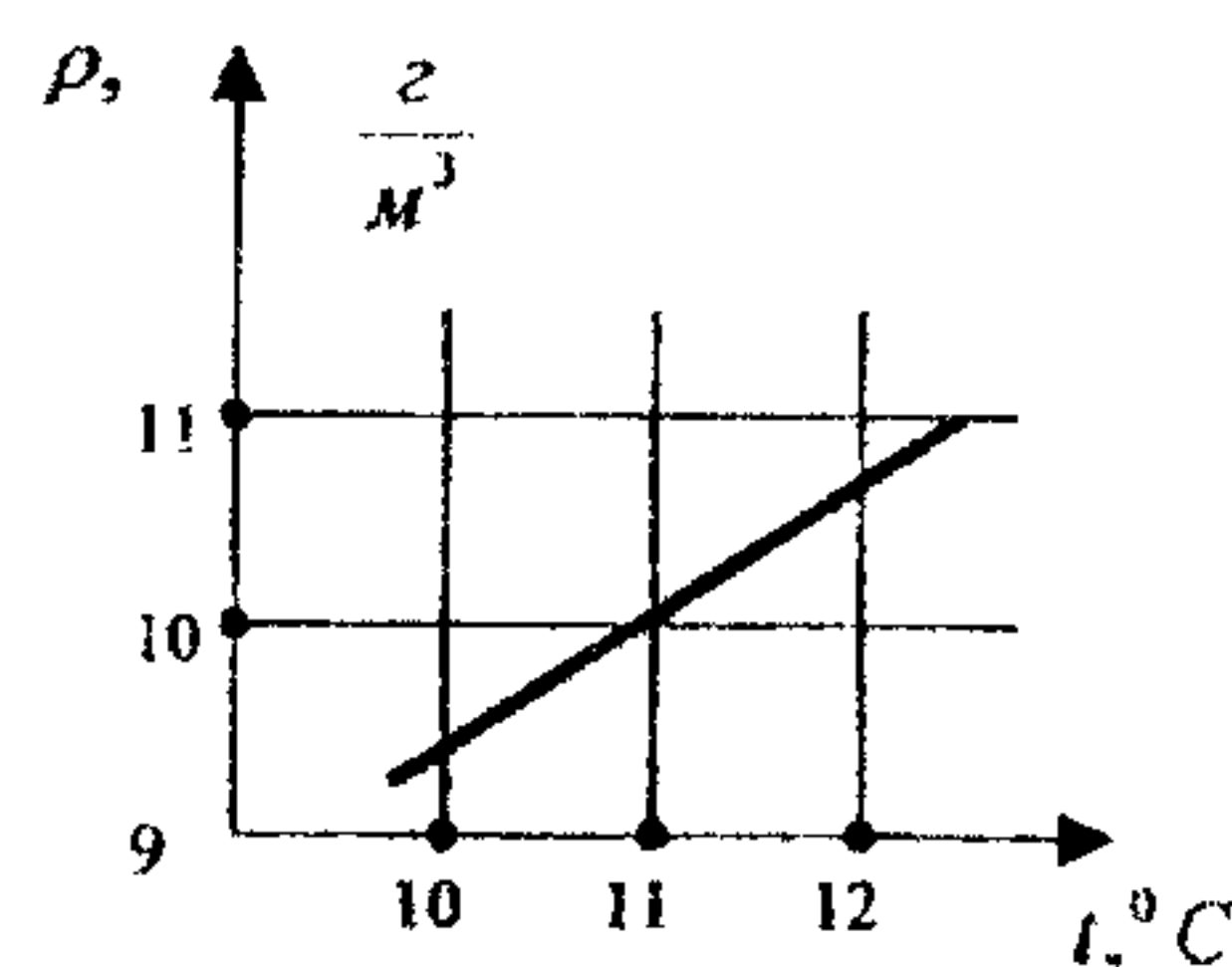
Берілгені:

$$t_1 = 10,5^\circ \text{C}; C_v = 3R = 24,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

$$L = 2,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}; V = 1 \text{ л}.$$

$$m = ?; c_1 = ?; c_2 = ?$$

$$\text{Шешуі: } L = 10^{-3} \text{ м}^3; 10,5^\circ \text{C} = 283,5 \text{ К}$$



7-сурет

Калориметр ішінде алғашында су және оның буы болған. Қыздыру кезінде жылу, су мен оның буын жылытуға және суды буландыруға жұмсалады. t_1 температурада жылу сыйымдылықтың секіrmелі кeмуі, осы температурада барлық су бұға айналған, сонымен сұйық және газ күйіндегі судың толық массасы $m = V\rho(t_1)$ (1).

Мұндағы, $\rho(t_1) - t_1$ температурадағы тығыздық мәні. c_1 -ді анықтау үшін температура t_1 -ден азғана төмен болған жағдайдағы жылу балансы теңдеуін қарастырайық. Бұл жағдайда ΔQ жылуы m -ге шамалас буды жылытуға және Δm -қалдық суды буландыруға жұмсалады. Сонда жүйе температурасы Δt -ға артқанда Δm массалы су бұға айналады, яғни $\Delta m = V[\rho(t + \Delta t) - \rho(t)] = V\left(\frac{\Delta \rho}{\Delta t}\right)\Delta t$.

$$\text{Енді жылу балансының теңдеуі } \Delta Q = 3R \frac{m}{M} \Delta t + LV\left(\frac{\Delta \rho}{\Delta t}\right)\Delta t \quad (2).$$

Мұндағы M -судың молдік массасы; $\left(\frac{\Delta \rho}{\Delta t}\right)$ -графиктен табылады.

(2)-ің екі жағында Δt -ға бөліп, $c_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ екендігін ескерсек, онда

$$c_1 = 3RV \frac{\rho(t_1)}{M} + LV\left(\frac{\Delta \rho}{\Delta t}\right) \quad (3).$$

$t > t_1$ температурада судың барлығы түгелімен буланғандықтан c_2 тұрақты көлемдегі су буының жылу сыйымдылығына тең болады, яғни

$$c_2 = 3RV \frac{\rho(t_1)}{M} \quad (4).$$

$$m \approx 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 9,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 9,7 \cdot 10^{-6} \text{ кг}.$$

$$c_1 = 3 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \frac{9,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} + 2,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}} \approx 1,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

$$c_2 = 3 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \frac{9,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \approx 0,013 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

$$\text{Жауабы: } m \approx 9,7 \cdot 10^{-6} \text{ кг}; c_1 \approx 1,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}; c_2 \approx 0,013 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

9.28. Желді күні шық түсе ме?

Жауабы: Желді күні шық түспейді. Жел су буын өзімен ілестіре әкeтiп бу мен сұйық арасындағы тепе-теңдікті бұзады, сөйтiп ылғалдың белсенді булануын тездетеді.

9.29. Монокристалдан жасалған текшені қыздырғанда оның көлемі де, пішіні де өзгереді. Себeбін түсіндіріңдер.

Жауабы: Монокристалдың анизотроптық қасиеті бар, сондықтан қыздыру кезінде оның сызықтық өлшемдері түрлі бағытта әртүрлі өзгеріске ұшырайды. Нәтижеде текшенің пішіні өзгереді.

9.30. Неге ағашты немесе қағазды қыздыру арқылы балқытуға болмайды?

Жауабы: Бұлардың барлығы органикалық заттар, қыздыру кезінде балқымай бірден жанып кетеді.

9.31. Дем шығарған кезде қысты күні тұман жақсы байқалады. Жазды күні неге мұндай тұман байқалмайды?

Жауабы: Дем шығарғанда шығатын ауаның температурасы 36°C шамалас. Қысты күні ондағы су буы шық нүктесіне дейін температурасы төмендеп қанығады да тұман түрінде жартылай конденсацияланады. Ал, жазды күні ауаның температурасы шық нүктесінен жоғары болады да

мұнда тұман пайда болмайды.

9.32. Қандай жағдайда ауа атмосферасының абсолют ылғалдығы артқанда, оның салыстырмалы ылғалдығы кемиді?

Жауабы: Ауаның температурасы жоғарылағанда салыстырмалы ылғалдық кемиді.

9.33. Метал-сақинаны қыздырғанда оның қалыңдығы 0,5%-ке артты. Сақинаның ішкі диаметрі қалай өзгереді?

Жауабы: Біртекті қатты денені қыздырғанда оның барлық сызықтық өлшемдері бірдей дәрежеде артады. Демек, ішкі диаметрі де 0,5%-ке артқан.

9.34. Қайнап тұрған шәугімнің отын өшіргеннен кейін де ол біраз уақыт қайнауын тоқтатпайды. Себебі неге?

Жауабы: Шәугімнің табанымен төменгі қабырғасы өзінің жылу мөлшерінің бір бөлігін суға береді, өйткені оның температурасы су температурасынан біршама жоғары болады.

9.35. Электр шамы қылсымының қай жерінде температура жоғары: қылсымның центріңде ме, әлде бетінде ме?

Жауабы: Қылсымның центріңде, өйткені жылу шығару қылсымның бетінде өтеді де оның температурасы төмендейді.

9.36. Ішінде сынабы бар ыдысқа, ішкі диаметрі $d = 3 \text{ мм}$ болатын түтікше салынған. Ыдыс пен түтікшедегі сынап деңгейлерінің айырымы $\Delta h = 3,7 \text{ мм}$. Түтікшедегі сынап бетінің қисықтық радиусы неге тең?

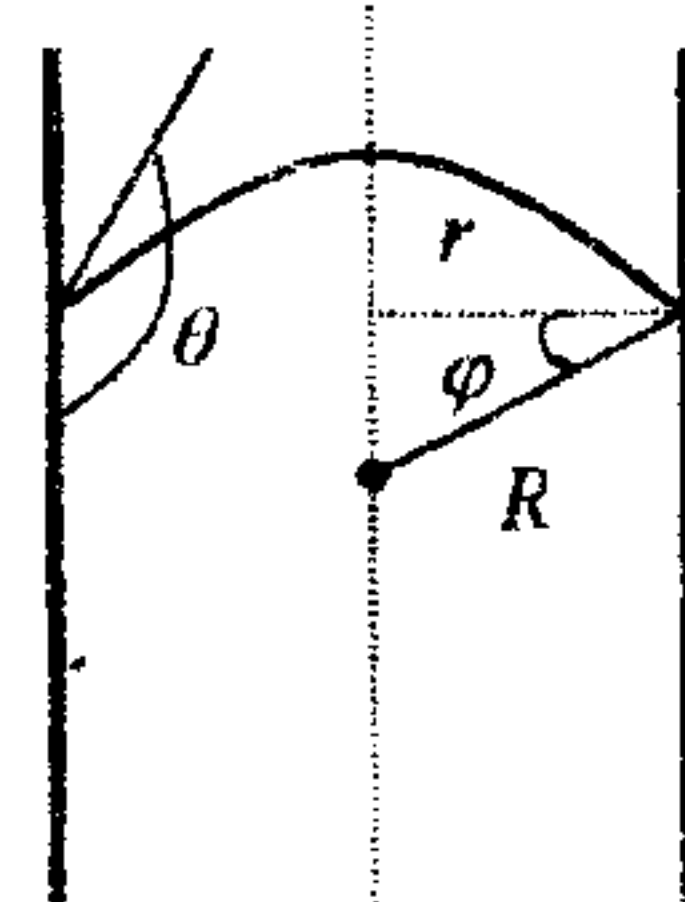
Берілгені: $d = 3 \text{ мм}; \Delta h = 3,7 \text{ мм}.$ $R = ?$	Шешуі: $3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}; 3,7 \text{ мм} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$ Қисықтық радиусы R-мен түтікше радиусы r арасында мынадай байланыс бар $r = R \cos \varphi = R \cos(180^\circ - \theta) = -R \cos \theta.$
--	--

Мұндағы, θ -шеткі бұрыш (8-сурет).

Сонда, $R = \frac{r}{-\cos \theta}$ (1). Ал, минескі қисықтығы туғызатын қосымша қысым $\Delta p = -\frac{2\sigma \cos \theta}{r}$, өйткені сынап үшін $\theta > \frac{\pi}{2}$, яғни $\cos \theta < 0$,

демек түтікшедегі сынап деңгейі ыдыстағыдан төмен болады екен.

Сонда, деңгейлер айырымы $\Delta h = -\frac{4\sigma \cos \theta}{\rho g d} \Rightarrow -\cos \theta = \frac{\Delta h \rho g d}{4\sigma}$ (2):



8-сурет

(2)-ің мәнін (1)-ге қойсақ $R = \frac{2\sigma}{\Delta h \rho g}$.

$$R = \frac{2 \cdot 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{3,7 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Жауабы: $R \approx 2 \text{ мм}.$

9.37. Ішкі диаметрі 1 мм түтікше, ыдыстағы сынапқа 5 мм тереңдікке дейін батырылды (9-сурет). Шеткі θ бұрышын табындар. $\sigma = 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$,

$\rho = 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ деп алындар.

Берілгені:

$d = 1 \text{ мм}; h = 5 \text{ мм};$

$\sigma = 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \rho = 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

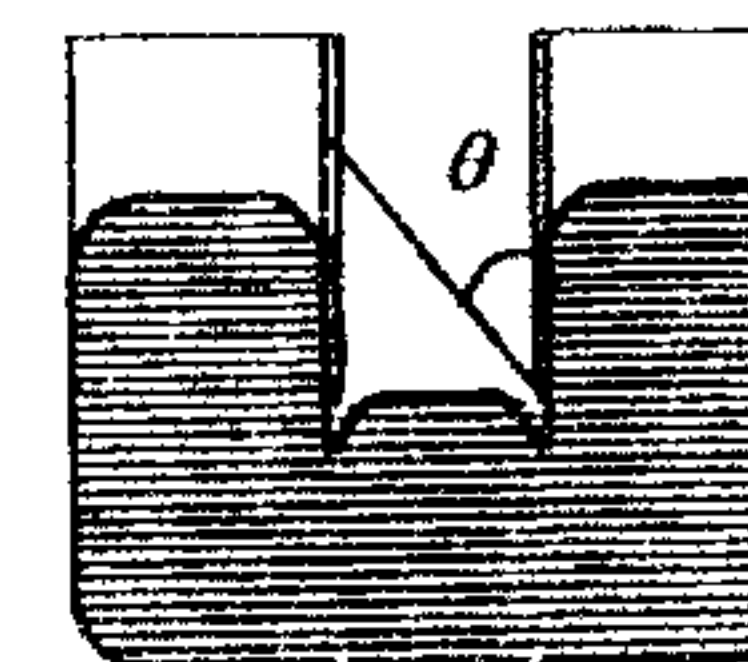
$\theta = ?$

Ал, $r = \frac{d}{2}$ екендігін ескерсек $\cos \theta = \frac{h d \rho g}{4\sigma}.$

Шешуі: $1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}; 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$

$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{r \rho g}$ формуласынан

$\cos \theta = \frac{h r \rho g}{2\sigma}.$



9-сурет

$$\cos \theta = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4 \cdot 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} \approx 0,354,$$

сонда $\theta = \arccos 0,354$, демек $\theta \approx 69^\circ.$

Жауабы: $\theta \approx 69^\circ.$

9.38. Шыны ыдыстың табанында диаметрі $d = 1 \text{ мм}$ тесік бар. Сынап тесіктен төгілмеуі үшін оны ыдысқа қандай деңгейге дейін құю керек?

Берілгені: $1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}.$

$d = 1 \text{ мм};$ Шешуі: Сынапты шыны ыдысқа құйғанда оның тесігінде жартышар пішінді тамшы пайда болады.

Ондағы қысымдар айырымы $p - p_0 = \frac{2\sigma}{R}$ немесе $p - p_0 = \frac{4\sigma}{d}$ (1).

Мұндағы: p -тамшыдағы қысым; p_0 -атмосфералық қысым. Ал, тамшы h деңгейдегі сынап бағанының астында болғандықтан, қысымдар айырымы $p - p_0 = \rho g h$ (2).

(1) және (2)-ден $\frac{4\sigma}{d} = \rho g h \Rightarrow h = \frac{4\sigma}{\rho g d}.$

$$h = \frac{4 \cdot 0,47 \frac{H}{M}}{1,36 \cdot 10^4 \frac{K^2}{M^3} \cdot 9,8 \frac{M}{C^2} \cdot 10^{-3} M} \approx 1,4 \cdot 10^{-2} M.$$

Жауабы: $h \approx 1,4 \cdot 10^{-2} M$.

9.39. Тереңдігі $h = 2M$ су түбінде диаметрі $d_1 = 0,05mm$ көпіршік пайда болады. Осы көпіршік су бетіне шықса, диаметрі қандай болар еді?

Берілгені:	Шешуі:
$h = 2M; d_1 = 0,05mm.$	$0,05mm = 5 \cdot 10^{-5} M.$
$d_2 = ?$	

Температура өзгермеген жағдайда $V_1 p_1 = V_2 p_2$ (1). Мұндағы, V_1 және p_1 су түбіндегі көпіршіктің көлемі және қысымы.

Сонда (2) $\left(p_0 + \frac{4\sigma}{d_1}\right) \cdot \frac{1}{6} \pi d_1^3 = \left(p_0 + \rho gh + \frac{4\sigma}{d_2}\right) \cdot \frac{1}{6} \pi d_2^3$. Ал, $\frac{4\sigma}{d_1} \ll p_0$ және $\frac{4\sigma}{d_2} \ll p_0$ екендігін ескерсек, онда (2) былай жазылады

$$(p_0 + \rho gh) d_1^3 = p_0 d_2^3 \Rightarrow d_2 = d_1 \sqrt[3]{1 + \frac{\rho gh}{p_0}}.$$

$$d_2 = 5 \cdot 10^{-5} M \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{10^3 \frac{K^2}{M^3} \cdot 9,8 \frac{M}{C^2} \cdot 2M}{10^5 \frac{H}{M^2}}} \approx 5,3 \cdot 10^{-5} M.$$

Жауабы: $d_2 \approx 5,3 \cdot 10^{-5} M$.

9.40. Радиусы $r = 1mm$ сумен толтырылған екі ұшы ашық түтікше тік бағытта қойылған. Түтік қабырғасы өте жұқа болса, ондағы судың деңгейі қандай болар еді?

Берілгені:	Шешуі: $1mm = 10^{-3} M.$
$r = 1mm.$	Түтік ішіндегі су бағаны, оның екі ұшында минискіде
$h = ?$	

пайда болатын $F = 2\pi r b$ күштері арқылы ұсталып тұрады (10-сурет). Сондықтан түтік ішіндегі сұйық тепе-теңдігі мына теңдеумен анықталады. $\rho \pi r^2 gh = 2F$, ал $F = 2\pi r b$.

екендігін ескерсек $\pi r^2 gh \rho = 4\pi r b \Rightarrow h = \frac{4b}{gr\rho}$.

$$h = \frac{4 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2} \frac{H}{M}}{9,8 \frac{M}{C^2} \cdot 10^{-3} M \cdot 10^3 \frac{K^2}{M^3}} = 2,9 \cdot 10^{-2} M.$$

Жауабы: $h = 2,9cm$.



10-сурет

9.41. Диаметрі $1mm$ бірдей сегіз сынап тамшысы қосылып бір тамшы түзеді. Осы кезде қанша жылу мөлшері бөлінеді?

Берілгені:	Шешуі: $1mm = 10^{-3} M.$
$d_1 = 1mm.$	Бір тамшының беттік энергиясы $E_1 = \sigma \cdot S_1$ немесе
$n = 8$	$E_1 = \pi d_1^2 \sigma.$
$Q = ?$	

Ал, бірдей n тамшының энергиясы $E_n = n \pi d_1^2 \sigma$. Түзілген үлкен тамшының беттік энергиясы $E = \pi d^2 \sigma$. Сонда $Q = E_n - E$. Енді $d = 2d_1$ екендігін ескерсек, онда $Q = \pi b d_1^2 (n - 4)$.

$$Q = 3,14 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2} \frac{H}{M} \cdot (10^{-3} M)^2 (8 - 4) \approx 9,2 \cdot 10^{-7} Дж.$$

Жауабы: $Q \approx 9,2 \cdot 10^{-7} Дж$.

9.42. Радиусы r_1 және r_2 екі сабын көпіршігі бірігіп радиусы r_3 болатын бір көпіршік пайда болды. Сабын қабыршағының беттік керілуі σ болса, атмосфералық қысымды табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: Екі сабын көпіршігі қосылғанда, ондағы
$r_1; r_2; r_3; \sigma.$	ауа массасының қосындысы өзгермейді деп есептейік,
$p_0 = ?$	сонда $m_3 = m_1 + m_2$ (1).

Көпіршік ішіндегі ауа массасы газ күйінің теңдеуімен анықталады, яғни $m = \frac{pVM}{RT}$, мұндағы M - ауаның молярлық массасы.

Көпіршіктің тепе-теңдік шарты $p = p_0 + \frac{2\sigma}{r}$ және $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ екендігін ескеріп әрбір сабын көпіршігі үшін оның массаларын анықтайық, сонда (1) теңдеу бойынша

$$\frac{M}{RT} \cdot \frac{4}{3} \pi r_3^3 \left(p_0 + \frac{2\sigma}{r_3}\right) = \frac{M}{RT} \cdot \frac{4}{3} \pi r_1^3 \left(p_0 + \frac{2\sigma}{r_1}\right) + \frac{M}{RT} \cdot \frac{4}{3} \pi r_2^3 \left(p_0 + \frac{2\sigma}{r_2}\right) \Rightarrow p_0 = \frac{2\sigma(r_3^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1^3 + r_2^3 - r_3^3}.$$

$$Жауабы: p_0 = \frac{2\sigma(r_3^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1^3 + r_2^3 - r_3^3}.$$

9.43. Мұқият тазаланған екі шыны жазықшаның арасында массасы $0,2g$ су тамшысы тамызылды. Жазықшалар арақашықтығы $0,01cm$ болса, олардың біріне-бірі тартылу күшін табыңдар.

Берілгені:	Шешуі: $0,2g = 2 \cdot 10^{-4} K^2; 0,01cm = 10^{-4} M.$
$m = 0,2g;$	Су тамшысы жазықша арасына симметриялы түрде еніп,
$d = 0,01cm.$	жоғарысынан қарағанда радиусы R дөңгелек түрінде
$F = ?$	болсын (11-сурет).

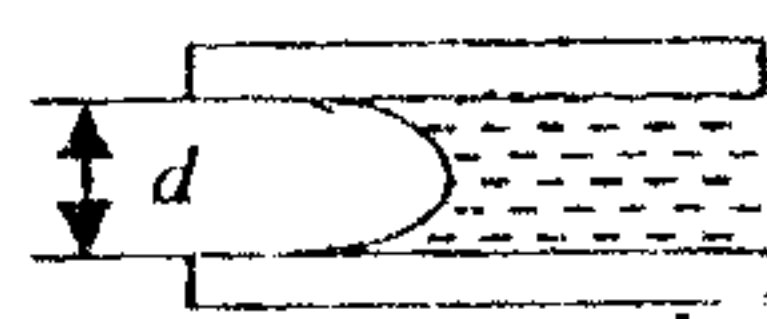
Бұл дөңгелектің ауданы $S = \frac{V}{d}$ немесе

$S = \frac{m}{\rho d}$. Ал, жазықшалар арасындағы

тартылыс күші $F = \Delta p S$, мұндағы $\Delta p = \frac{2\sigma}{d}$.

$$\text{Сонда, } F = \frac{2\sigma m}{\rho d^2} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (10^{-4} \text{ м})^2} = 29,2 \cdot 10^{-1} \text{ Н}.$$

Жауабы: $F = 2,92 \text{ Н}$.



11-сурет

9.44. Қабырғалары толық жұғатын ареометр суда жүзіп жүр. Ареометрдің тік цилиндр түтікшесінің диаметрі $d = 9 \text{ мм}$. Егер су бетіне спирттің бірнеше тамшысын тамызсақ, ареометрдің шөгімі қаншаға өзгереді?

Берілгені: Шешуі: $9 \text{ мм} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

$d = 9 \text{ мм}$. Сұйықта жүзіп жүрген ареометрге мынадай күштер әсер етеді: P -төмен бағытталған ауырлық күші;

F_1 -толық жұғатын жағдайда төмен бағытталған беттік керілу күші;
 F_2 -жоғары бағытталған Архимед күші. Сонда, ареометрдің тепе-теңдік шарты $P + F_1 = F_2$ (1).

Ал, $F_1 = \pi d \sigma$ және $F_2 = g \rho (V + Sh)$. Мұндағы: ρ -сұйық тығыздығы, V -ареометрдің цилиндрлік емес бөлігінің көлемі (сұйыққа батқан), S -түтіктің қимасы, h -ареометрдің сұйыққа батқан биіктігі.

Спирт тамшысының су тығыздығына әсері мардымсыз деп есептеп, әрбір сұйық үшін (1) теңдікті жазайық, сонда $P + d\pi\sigma_2 = \rho g(V - Sh_1)$ және

$$P + d\pi\sigma_2 = \rho g(V - Sh_2) \Rightarrow \Delta h = (h_2 - h_1) = \frac{4(\sigma_2 - \sigma_1)}{\rho g d}.$$

$$\Delta h = \frac{4(73 - 20) \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}} \approx 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta h \approx 2,4 \text{ мм}$.

9.45. Әрқайсысының радиусы $r_0 = 1 \text{ мм}$ екі сынап тамшысы біріккенде температурасы қаншаға көтеріледі?

Берілгені: Шешуі: $1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$.

$r_0 = 1 \text{ мм}$. Екі тамшы біріккенде бөлінетін энергия $\Delta E = 6\Delta S$ (1), мұндағы ΔS -тамшы бетінің өзгерісі, сонда $\Delta S = 2S_1 - S_2$ немесе $\Delta S = 4\pi(2r_0^2 - R^2)$.

R -үлкен тамшының радиусы, ол былай табылады $2V_1 = V_2$ немесе $2 \cdot \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = r_0 \cdot 2$. Демек $\Delta S = 4\pi r_0^2(2 - \frac{1}{4})$ (2).

(2)-ні (1)-ге қойсақ $\Delta E = 4\pi r_0^2 \sigma (2 - \frac{1}{4})$ (3).

Бұл энергия сынап тамшысын қыздыруға жұмсалады, сонда $\Delta E = cm\Delta t$ немесе $\Delta E = \frac{8}{3}c\rho\pi r_0^3\Delta t$ (4).

(3) және (4)-тен $\Delta t = \frac{3\sigma(2 - \frac{1}{4})}{2c\rho r_0}$.

$$\Delta t = \frac{3 \cdot 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}} (2 - \frac{1}{4})}{2 \cdot 125 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}} \approx 1,65 \cdot 10^{-4} ^\circ\text{C}.$$

Жауабы: $\Delta t \approx 1,65 \cdot 10^{-4} ^\circ\text{C}$.

9.46. Түтіктің екі ұшында радиустары 10 және 5 см сабын көпіршігі пайда болды. Көпіршіктер ішіндегі қысым айырымын табындар. Тепе-теңдік қандай мерзімге созылар еді?

Берілгені:

$R_1 = 10 \text{ см}$; $R_2 = 5 \text{ см}$.

Шешуі: $10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$; $5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Сабын көпіршігі ішіндегі қысым $p = p_0 + p_\kappa$ (1).

Δp - ?

Мұндағы: p_0 -атмосфералық қысым, p_κ -сабын суы бетінің ойысуынан пайда болатын қысым, демек $p_\kappa = 2 \cdot \frac{2\sigma}{R}$. Мұндағы 2-көбейткіші сабын қабыршағының екі бетінің болуына байланысты қойылған.

Енді әрбір көпіршік үшін (1)-де жазатын болсақ $p_1 = p_0 + \frac{4\sigma}{R_1}$ және

$$p_2 = p_0 + \frac{4\sigma}{R_2}. \text{ Демек, } \Delta p = p_2 - p_1 \text{ немесе } \Delta p = \frac{4\sigma(R_1 - R_2)}{R_1 R_2}.$$

$$\Delta p = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Н}}{\text{м}} (10 \cdot 10^{-2} \text{ м} - 5 \cdot 10^{-2} \text{ м})}{10 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 1,6 \text{ Па}.$$

$p_2 > p_1$ болғандықтан, кіші көпіршіктегі ауа үлкен көпіршікке өтеді нәтижеде кіші көпіршіктің көлемі кішірейді, ал үлкенінікі ұлғаяды. Бұл процес беттердің радиустары теңелгенше созылады.

Жауабы: $\Delta p = 1,6 \text{ Па}$.

9.47. Радиусы 7,8 см жұқа алюминий сақина сабын ерітіндісімен жанасады. Сақинаны ерітіндіден қандай күшпен ажыратуға болады? Сақина массасын 7 г, температураны қалыпты деп есептеңдер.

Берілгені:

$$R = 7,8 \text{ см}; m = 72$$

Шешуі: $7,8 \text{ см} = 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}; 72 = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Сақинаға әсер ететін күштер:

mg - ауырлық күші; 6ℓ - беттік керілу күші (12-сурет);

F - ?

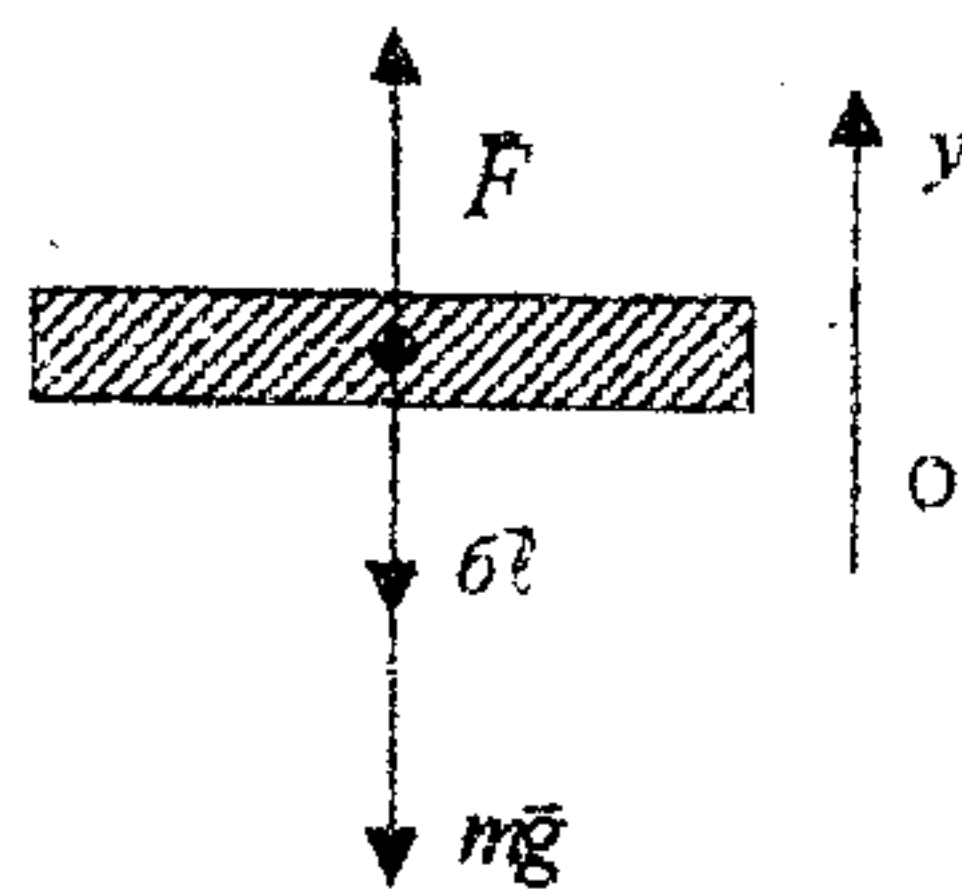
F - ажырату күші. Ой өсінде, сақинаның ажырау шартын жазсақ $F \geq mg + 6\ell$.

Ал, $\ell = 2\pi R$ және сақинаның ерітіндіге ішкі және сыртқы жақтарымен жанасатындығын ескерсек $F \geq mg + 26 \cdot 2\pi R$

немесе $F = mg + 4\pi 6R$.

$$F = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ м} \approx 0,11 \text{ Н}.$$

Жауабы: $F \approx 0,11 \text{ Н}$.



12-сурет

9.48. U-тәрізді қылтүтіктің сол сирағының радиусы $r_1 = 0,5 \text{ мм}$, ал оңыңкі $r_2 = 1 \text{ мм}$. Осы түтіктегі су деңгейлерінің айырымы қандай?

Берілгені:

$$r_1 = 0,5 \text{ мм}; r_2 = 1 \text{ мм}.$$

Шешуі: $0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}; 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$.

Түтіктің сол сирағындағы су минескінің

Δh - ?

қысымы $p_1 = p_0 - \frac{2\sigma}{r_1}$, ал оң жағындағысы $p_2 = p_0 - \frac{2\sigma}{r_2}$. Мұндағы p_0 - атмосфералық қысым. Сонда, екі жағындағы қысымдар айырымы

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 2\sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1).$$

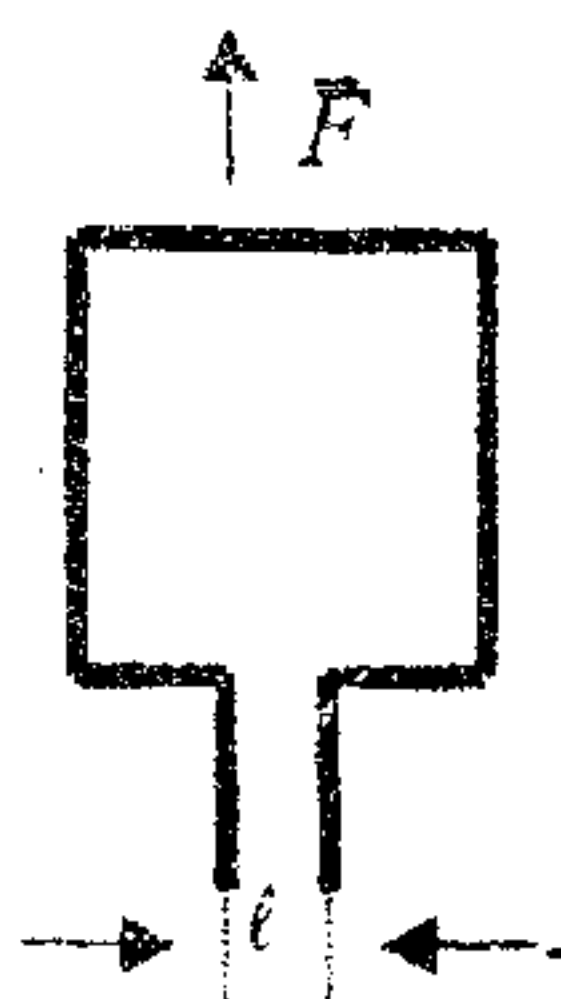
Екінші жағынан гидростатикалық қысымдар айырымы $\Delta p = g\rho\Delta h$ (2).

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } 2\sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = g\rho\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{2\sigma(r_2 - r_1)}{\rho g r_1 r_2}.$$

$$\Delta h = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}} (10^{-3} \text{ м} - 5 \cdot 10^{-4} \text{ м})}{10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 10^{-3} \text{ м}} \approx 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Жауабы: $\Delta h \approx 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

9.49. Тұйықталмаған жеңіл қағаз рамка су бетінде жүзіп жүр (13-сурет). Егер оның ортасына сабын ерітіндісін тамызсақ, рамкаға не болар еді?



13-сурет

Жауабы: Рамкаға алғашқы мезетте шамасы $F = (6_1 - 6_2)\ell$ формуласымен, анықталасын күш әсер ете бастайды. Мұндағы: 6_1 - судың, ал 6_2 - сабын қабықшасының беттік керілу коэффициенттері. Бұл күштің бағыты жоғары бағытталғандықтан қағаз рамка осы бағытта қозғалысқа түседі (13-сурет).

9.50. Егер қылқаламды судан шығарсақ, оның қылдары біріне-бірі жабысады. Неге, су ішінде мұндай құбылыс байқалмайды?

Жауабы: Қылқалам судан шығарылғанда оның әрбір қылы су қабыршағымен қапталады да, беттік керілу күшінің әсерінен біріне-бірі тартылады.

9.51. Самауырын пүмегінен қан кезде ірі тамшы тамады: ондағы су ыстық болғанда ма, әлде суық болғанда?

Жауабы: Суық болғанда ірі тамшы тамады, өйткені ыстық судың беттік керілуі суық судікінен аз болады.

9.52. Ағашты күнге кептіргенде, оның көлеңке жағындағы жаңқа ұшынан су тамшылары шығып жатады. Құбылысты түсіндіріңдер.

Жауабы: Жаңқаның көлеңкеде жатқан бөлігі салқын болады, сондықтан қылтүтіктің күштер суды осы бағытта ығыстырып қозғалтады.

Қосымша есептер

9.53. Қатынас ыдыстың бір тірсегіне деңгейі 280 мм температурасы 10°C керосин, екінші тірсегіне 300 мм 80°C -тық керосин құйылған. Осы мәліметтер бойынша керосиннің көлемдік ұлғаю коэффициентін табындар.

$$\text{Жауабы: } \beta \approx 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}.$$

9.54. Қола ыдысты қыздырғанда оның көлемі $n\%$ $0,6\%$ -ке артты. Егер қоланың сызықтық ұлғаю коэффициенті $\beta = 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$ болса, ыдыс температурасының өзгерісін табындар.

$$\text{Жауабы: } \Delta t = \frac{n}{300\beta} = 100 (^\circ \text{K}).$$

9.55. Көлемі $V_1 = 2,5 \text{ л}$ кварц ыдысқа массасы $m = 8,5 \text{ кг}$ латун цилиндр салынған да, бос орынды сумен толтырған. Ыдысты $\Delta t = 3^\circ \text{C}$ -қа қыздырғанда ондағы судың деңгейі өзгермеген болса, судың көлемдік ұлғаю коэффициентін табындар. Кварц пен латунның сәйкесінше сызықтық ұлғаю коэффициенттері $\beta_1 = 4,2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{K}}$ және $\beta_2 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$.

Латун тығыздығы $\rho_2 = 8,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

$$\text{Жауабы: } \alpha = \frac{3(\beta_1 \rho_2 - \beta_2 m_2)}{V_1 \rho_2 - m_2} = -3,79 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{\text{К}} \right).$$

9.56. Массасы $m = 50 \text{ г}$ алюминий шар жіпке ілініп керосинге батырылған. Егер жүйені $\Delta T = 50 \text{ К}$ -ге қыздырсақ жіптің керілу күші қаншаға өзгереді?

$$\text{Жауабы: } \Delta F = \frac{\rho_2 m g \Delta T (\beta - 3\alpha)}{\rho_1 (1 + \beta \Delta T)} = 6,4 (\text{мН}).$$

Мұндағы ρ_2 - керосиннің, ρ_1 - алюминийдің тығыздығы.

9.57. Колба $m_1 = 0,5 \text{ кг}$ су және $m_2 = 1 \text{ кг}$ сынап қоспалары мен толтырылған.

Оған $Q = 90 \text{ кДж}$ жылу беріп қыздырылғанда колбадан массасы $m = 3,5 \text{ г}$ су сыртқа төгілді. Су үшін $\alpha_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{К}}$ деп алып сынаптың көлемдік ұлғаю коэффициентін табындар.

$$\text{Жауабы: } \alpha_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1 m_2 Q} [m(m \rho_1 + m \rho_2) - \alpha_1 Q (m_1 - m)] \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{1}{\text{К}} \right).$$

9.58. Паравоз доңғалағының $t_0 = 0^\circ \text{C}$ -ғы радиусы $r_0 = 1 \text{ м}$. Паравоз $\ell = 100 \text{ км}$ жол жүргенде жаз кезінде $t_1 = 25^\circ \text{C}$ және қыс кезінде $t_2 = -25^\circ \text{C}$ температураларды доңғалақ айналым сандарының айырмасын есептеп табындар. Доңғалақ материалының сызықтық ұлғаю коэффициенті $\beta = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{К}}$.

$$\text{Жауабы: } n_2 - n_1 = \frac{\ell}{2\pi r_0} \beta (t_1 - t_2) \approx 9,5 \text{ (айналым)}.$$

9.59. Қатынас ыдыстар температурасы t_1 сұйықпен толтырылған. Бір ыдыстағы сұйықты t_2 температураға қыздырғанда оның деңгейі H , ал екіншісінікі h болды. Сұйықтың көлемдік ұлғаю коэффициентін табындар.

$$\text{Жауабы: } \alpha = \frac{H - h}{ht_2 - Ht_1} \quad (t_1 \leq t \leq t_2 \text{ аралығында}).$$

9.60. 0°C температурадағы сынаппен толтырылған шыны ыдыстың жалпы салмағы $P = 9,81 \text{ Н}$. Ал бос ыдыс салмағы $P_0 = 0,981 \text{ Н}$. Ыдысты 100°C -қа дейін қыздырсақ оған қанша мөлшерде сынап сияр еді? Шынының көлемдік ұлғаю коэффициенті $\beta_2 = 3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ \text{C}}$.

$$\text{Жауабы: } m = \frac{(P - P_0)(1 + \beta_2 t)}{g(1 + \beta_1 t)} \approx 0,887 (\text{кг}).$$

9.61. Ауа құрамындағы су буының парциал қысымы $14 \cdot 10^3 \text{ Па}$, ал ауа температурасы 60°C . Ауаның абсолют ылғалдығын табындар.

$$\text{Жауабы: } D = 9,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

9.62. Ауа температурасы $t_1 = 20^\circ \text{C}$, ал шық нүктесі $t_2 = 8^\circ \text{C}$. Егер қанықтырушы будың t_1 -температурасындағы серпінділігі $p_1 = 2,3 \cdot 10^3 \text{ Па}$, ал t_2 -температурадағысы $p_2 = 1,06 \cdot 10^3 \text{ Па}$ болса ауаның абсолют және салыстырмалы ылғалдығын табындар.

$$\text{Жауабы: } D = 8,42 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad f = 48,6\%.$$

9.63. Егер ауаның 15°C -ғы салыстырмалы ылғалдығы 80% болса, оның абсолют ылғалдығын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } D \approx 1,02 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

9.64. Температурасы $t = 24^\circ \text{C}$ -ғы көлемі $V = 700 \text{ л}$ ауаны толығымен қаныққан буға айналдыру үшін бұл көлемге $m = 6,2 \text{ г}$ суды буландыру керек. Ыдыстағы ауаның салыстырмалы ылғалдығын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } f = 1 - \frac{RTm}{MVP_t} = 59(\%).$$

9.65. Бастапқы көлемі 1 м^3 , температурасы 20°C ал ылғалдығы 50% болатын ауаның көлемін 4 есе азайтқан кезде қандай мөлшерде шық түседі? Температура өзгермейді деп есептендер.

$$\text{Жауабы: } m = 8,64 \text{ г}.$$

9.66. Температура 16°C болғанда ауаның салыстырмалы ылғалдығы 60% . Ал кешке қарай температура 4°C -қа төмендеп шық түсті. 1 м^3 ауада қанша су буы конденсацияланды?

$$\text{Жауабы: } m = 1,76 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

9.67. Көлемі $V = 100 \text{ л}$ ыдыстағы температурасы $t = 80^\circ \text{C}$ суды, температурасы $t_0 = -20^\circ \text{C}$ болатын мұз салып $\theta = 30^\circ \text{C}$ -қа дейін суыту керек. Ыдыстың жылу сыйымдылығы мен жылу шығынын ескермей, салынатын мұздың массасын есептеп табындар.

$$\text{Жауабы: } m_0 = \frac{\rho V c (t - \theta)}{L + c_0 t_0 + c t} \approx 30 (\text{кг}).$$

9.68. Көлемі $0,4 \text{ л}$ бігеу түтікшеде температурасы 150°C , қысымы $7,9 \cdot 10^3 \text{ Па}$ су буы бар. Оны 22°C -қа дейін суытсақ, түтікшенің қабырғаларына қанша шық түседі?

Жауабы: $m = \frac{MV}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \approx 8,9 \cdot 10^{-3} (\text{кг})$.

9.69. Температурасы 18°C үй ішіндегі ауаның салыстырмалы ылғалдығы 63% . Үйдегі терезе әйнегіне шық түсуі үшін даладағы ауа температурасы қаншаға төмендеуі керек?

Жауабы: $\Delta t = 7,5^\circ\text{C}$.

9.70. Цилиндр ыдыстағы қақпақ астында температурасы 20°C қаныққан су буы бар. Температураны өзгертпей қақпақты цилиндрге кіргізгенде $Q = 8,4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ жылу бөлініп шықты. Осы кезде қақпаққа әсер ететін сыртқы күштер қандай жұмыс істеген?

Жауабы: $A = - \frac{Q}{1 + \frac{ML}{RT}} = 1,05 (\text{кДж})$.

9.71. Температурасы 20°C 50 л суды қайнату үшін қанша керосин жағу керек? Қыздырғыштың пайдалы әсер коэффициенті 35% .

Жауабы: $m = 1,1 \text{ кг}$.

9.72. Цилиндр қақпағының астында $3,5 \text{ г}$ су және $2,9 \text{ г}$ су буы 40°C температурада сақтаулы. Енді ауа изотермалық ұлғайды. Көлем қандай болғанда цилиндрдегі су толығымен буланады?

Жауабы: $V = 0,1 \text{ м}^3$.

9.73. Алюминий текше толығымен мұзға батуы үшін оны қандай температураға дейін қыздыру керек? Алюминий үшін: $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,

$c = 0,88 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Мұз үшін: $\rho_0 = 0,92 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Жауабы: $t_2 = \frac{\rho_0 \lambda}{\rho c} + t_0 = 1070 (^\circ\text{C})$.

9.74. Тұйықталған ыдыста 100°C температурадағы азғана су және оның қаныққан буы бар. Бу массасы $M = 100 \text{ г}$, ал су массасы $m = 1 \text{ г}$. Ыдыстағы барлық су бұға айналуы үшін оны қандай T_2 температураға дейін қыздыру керек және ол үшін қанша Q жылу мөлшері жұмсалады? Температураны 1°C -қа көтергенде қаныққан су буының қысымы $3,7 \text{ кПа}$ -ға артады. Су буы үшін $C_v = 1,38 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Жауабы: $T_2 = 100,29^\circ\text{C}$; $Q \approx 2,29 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

9.75. Көлемдері $V = 1 \text{ м}^3$ болатын бірдей екі зонд — шар температурасы $T = 373 \text{ К}$, қысымы $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ ауамен толтырылған. Біреуіндегі ауа құрғақ,

ал екіншісінікі ылғал. Зонд шарлардың көтеруші күштерінің айырымы $\Delta F = 0,72 \text{ Н}$ болса, екінші шардағы ауаның салыстырмалы ылғалдығын табындар. Мұнда, құрғақ ауа үшін $M_1 = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ және ылғал ауа үшін

$M_2 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ деп алындар.

Жауабы: $f = \frac{\Delta F RT}{(M_1 - M_2) g V p_0} = 0,2$.

9.76. 30°C -дағы темір сымның ұштары қозғалыссыз тұрған екі тірекке көлденең керіп бекітілген. Егер сымның қима ауданы 2 мм^2 болса, температура -10°C -қа төмендегенде ол тіректерге қандай күшпен әсер етеді?

Жауабы: $F \approx 202 \text{ Н}$.

9.77. Ұзындығы $\ell = 1 \text{ м}$ біртекті мыс шыбықша бір ұшы арқылы өтетін тік өстен бірқалыпты айналады. Айналу жылдамдығы қандай болғанда шыбықша үзіліп кетеді?

Жауабы: $\omega = \frac{1}{\pi \ell} \sqrt{\frac{6}{2\rho}} \approx 38 \left(\frac{\text{айн}}{\text{с}} \right)$.

9.78. Мата бетіндегі май дағын кестіру үшін бензин сіңірілген мақтамен дақтың сыртынан сүртіп бастау керек. Дақтың орғасынан сүртіп бастауға болмайды. Неге олай?

9.79. Өте дәл өлшейтін аспаптар ерекше қоспа — инвардан жасалады. Неге олай?

9.80. Басқа шарттары бірдей болғанда қандай тон жылы болады: ақ түстісі ме әлде қара түстісі?

9.81. U -тәрізді түтікке құйылған жұғатын сұйықтың деңгейлер айырымы $h = 23 \text{ мм}$. Түтік сирақтарының диаметрлері 2 және $0,4 \text{ мм}$. Сұйықтың тығыздығы $\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ болса, беттік керілуін табындар.

Жауабы: $b = \frac{\rho g h d_1 d_2}{4(d_1 - d_2)} \approx 2,25 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right)$.

9.82. Радиусы r тамшы h биіктіктен құлап бірдей n тамшыға ыдырайды. Осы кезде қанша жылу мөлшері бөлінеді? Су үшін беттік керілу коэффициенті b .

Жауабы: $Q = mgh - 2\pi r^2 b (n - 1)$.

9.83. Беті майланған болат инені су бетіне қояды. Сонда ише суға батпауы үшін оның диаметрі ең үлкен болғанда қаншаға жетуі керек?

Жауабы: $d \leq \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho g}} \approx 1,6(\text{мм})$.

9.84. Қалыңдығы $h = 10\text{мм}$, ішкі диаметрі $d_1 = 50\text{мм}$ ал сыртқы диаметрі $d_2 = 52\text{мм}$ болатын көкжиек жазықтығында жатқан алюминий сақинаны су бетінен ажырату үшін қандай күш жұмсау керек?

Жауабы: $F = [\rho g (d_2^2 - d_1^2) + 4\sigma (d_1 + d_2)]\pi \approx 63,5 \cdot 10^{-3}(\text{Н})$.

9.85. Түбі торлы ыдыспен су тасуға болатындығы айтылады. Қандай шарттар орындалғанда су тордан өтіп төгілмейді? Егер тор тесігінің диаметрі $d = 1\text{мм}$ болса, суды қандай деңгейге дейін құюға болады?

Жауабы: $h_0 = \frac{2\sigma}{\rho g r} \approx 3 \cdot 10^{-2}(\text{м})$.

9.86. Радиусы $r = 5\text{см}$ болатын сабын көпіршігін үру үшін қандай жұмыс істеу керек? Процес изотермалық деп есептендер.

Жауабы: $A = \frac{4}{3} \pi r^2 \sigma \approx 4,2 \cdot 10^{-3}(\text{Дж})$.

9.87. Барлық басқа жағдайлары бірдей болғанда қылтүтік бойымен су және керосиннің көтерілу деңгейлерінің қатынасы қандай болады?

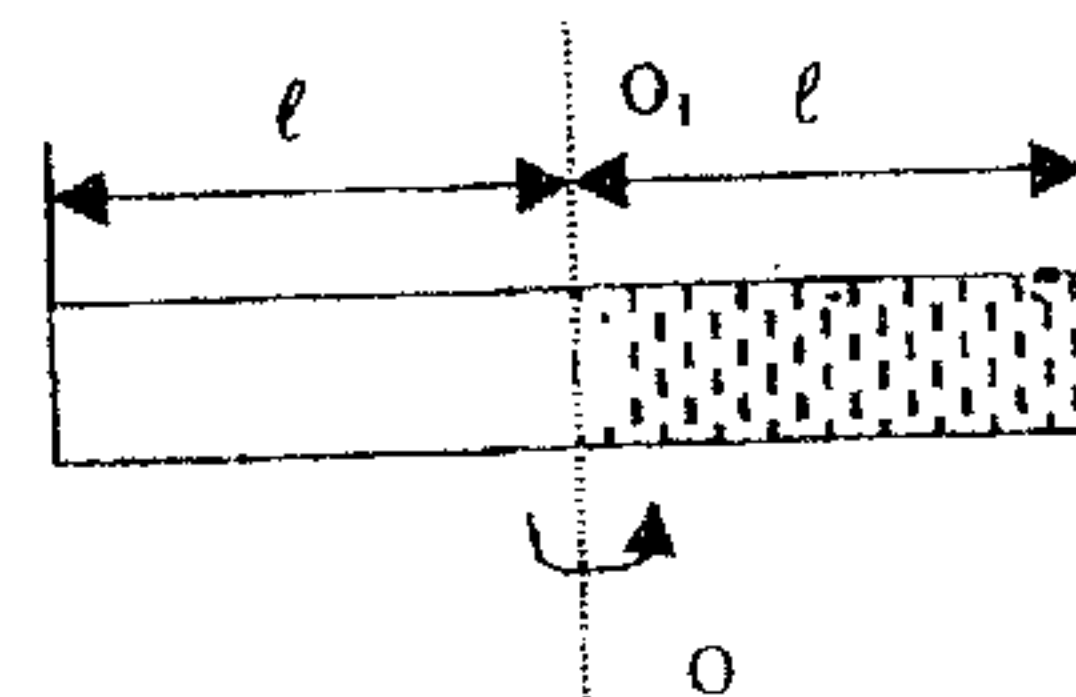
Жауабы: $\frac{h_c}{h_k} \approx 1,64$.

9.88. Сабынды судан көпіршік үруге болады, ал таза судан ол мүмкін емес. Себебі неге?

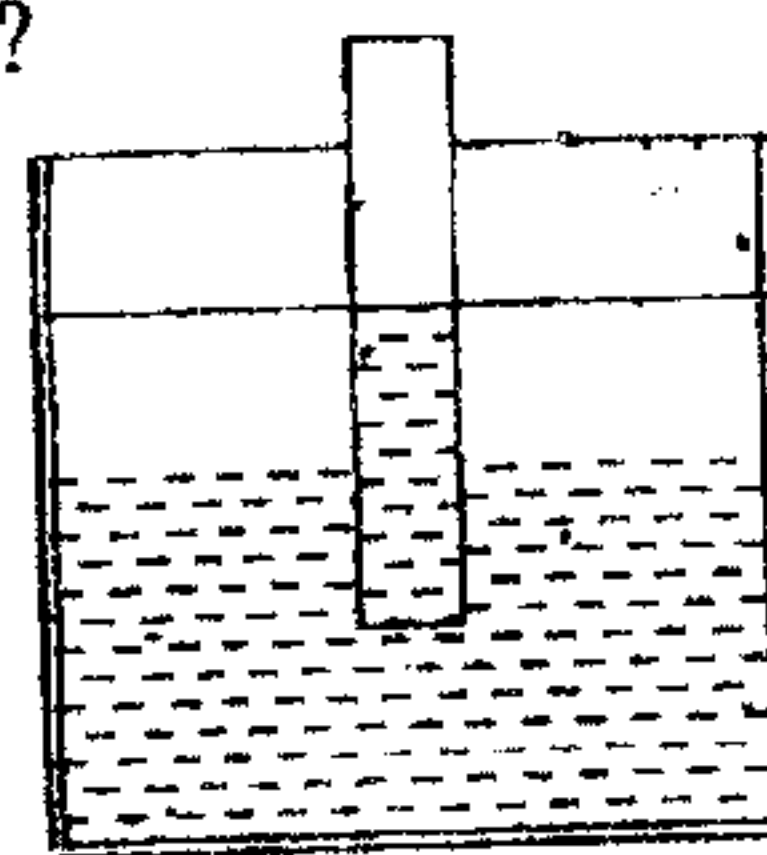
9.89. Жартысына дейін сұйықпен толтырылған қылтүтікше OO_1 есі бойымен айналдырылады (14-сурет). Қылтүтікше ұзындығы 2ℓ , радиусы r . Сұйық тығыздығы ρ , ал беттік керілуі σ . Сұйық түтікке толық жұғады. Айналудың бұрыштық жылдамдығы қандай болғанда сұйық төгіле бастайды?

Жауабы: $\omega = \frac{2}{\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$.

9.90. Қылтүтік, суы бар ыдысқа салынған. Енді судың үстіне май құйылады (15-сурет). Егер түтіктегі су деңгейі май деңгейімен бірдей болса, май қабатының қалыңдығын



14-сурет



15-сурет

табындар. Май тығыздығы $\rho = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, қылтүтік радиусы $r = 1\text{мм}$. $\theta = 0^\circ\text{C}$ деп есептендер.

Жауабы: $h = \frac{2\sigma}{rg(\rho_0 - \rho)} \approx 15(\text{см})$.

9.91. Төбесіндегі бұрышы 2α , ал табанының радиусы r_0 болатын конус пішінді қылтүтік тік бағытта жұғатын сұйыққа батырылған. Қылтүтік бойымен сұйық қандай биіктікке көтеріледі?

Жауабы: $h = \frac{-r_0 + \sqrt{r_0^2 + 8\sigma \frac{\sin \alpha}{\rho g}}}{2\alpha}$.

МАЗМУНЫ

I бөлім. Механикалық физика

Алғы сөз	3
Қосымшалар	4
1. Кинематика	
Бір сызықты түзу сызықты қозғалыс	6
Қосымша есептер	16
Бір қалыпты айнымалы қозғалыс	20
Қосымша есептер	45
Айнымалы қозғалыс	54
Қосымша есептер	64
Қозғалыстарды қосу	67
Қосымша есептер	82
2. Динамика	
Табиғат күштері	85
Қосымша есептер	100
Ілгерілемелі қозғалыстың динамикасы	103
Қосымша есептер	134
Айнымалы қозғалыстың динамикасы	142
Қосымша есептер	168
3. Статика	
Айнымалы денелердің тепе-теңдігі	178
Қосымша есептер	191
Айналу өсі бар денелердің теп-теңдігі	198
Қосымша есептер	213
4. Гидростатика және аэростатика	
Гидродинамика және аэродинамика	223
Қосымша есептер	243
5. Сақталу заңдары	255
Қосымша есептер	303
6. Тербелістер мен толқындар	316
Қосымша есептер	344
 II бөлім. Молекулалық физика	353
7. Заттың молекулалық-кинетикалық теориясының негіздері	
Салыстырмалы молекулалық масса	356
Қосымша есептер	384
8. Термодинамика негіздері	391
Қосымша есептер	419
9. Заттың агрегат күйінің өзгеруі	426
Қосымша есептер	451

Пірмат Ш., Көшеров Ә., Олжатаев Б., Абдираманова Қ.

ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ

I том

Механика. Молекулалық физика

Оқу құралы

Редакторы — Көшеров Ә.

Корректоры — Айматова Л.

Басуға 10.11.2005ж. қол қойылды.
Қағазы А4. Ризографиялық басылыс.
Көлемі 28,75 шартты баспа табак.
Таралымы 1000 дана.

“Нұрлы Бейне” баспаханасы, Тапсырыс N1011.
Шымкент қаласы, А. Байтұрсынов көшесі, 15Б/1.