



# **КӨШЕРОВ Әммен Жантобаұлы**

1946 жылы 28 тамызда Түркімен ССР-ның Мары облысында туылған.

1965 жылы Ленгир қаласындағы №2 орта мектепті күміс медальмен бітірген.

1969 жылы Шымкент Мемлекеттік Педагогикалық институтының физика-математика факультетін қызыл дипломмен аяқтаған.

Еңбек жолын 1969 жылы Шымкент қаласындағы Қ.Спатаев атындағы мектепте бастады. 1970-1993 жылдары Ленгир қаласында мұғалім, директор орынбасары, директор қызметтерін атқарды.

1993 жылдан бері Педагогикалық кадрлардың білімін арттыру және қайта даярлау институтында қызмет атқарады. 2002 жылдан кафедра меңгерушісі.

2002 жылы кандидаттық диссертациясын қорғап, 2005 жылы доцент ғылыми атағын алған.

Бірнеше ғылыми мақалалар мен көмекші құралдардың авторы.

III том

# **ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ**

2010

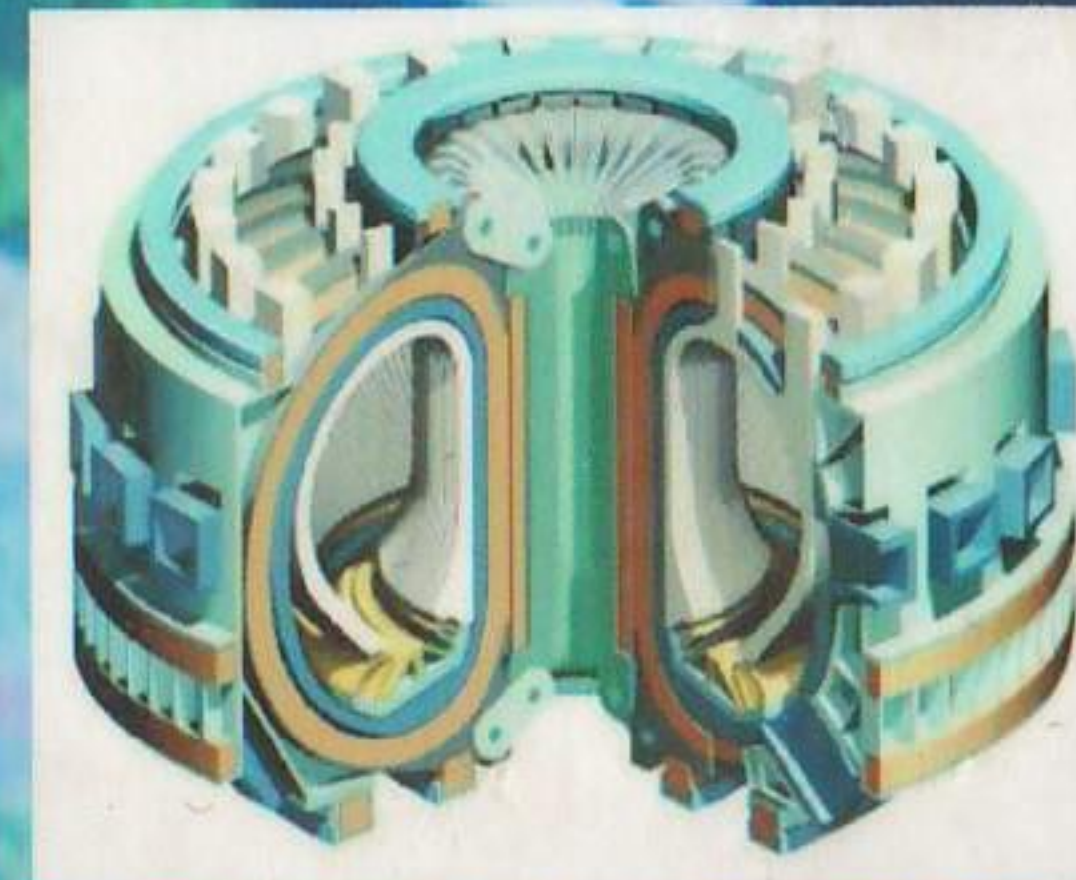
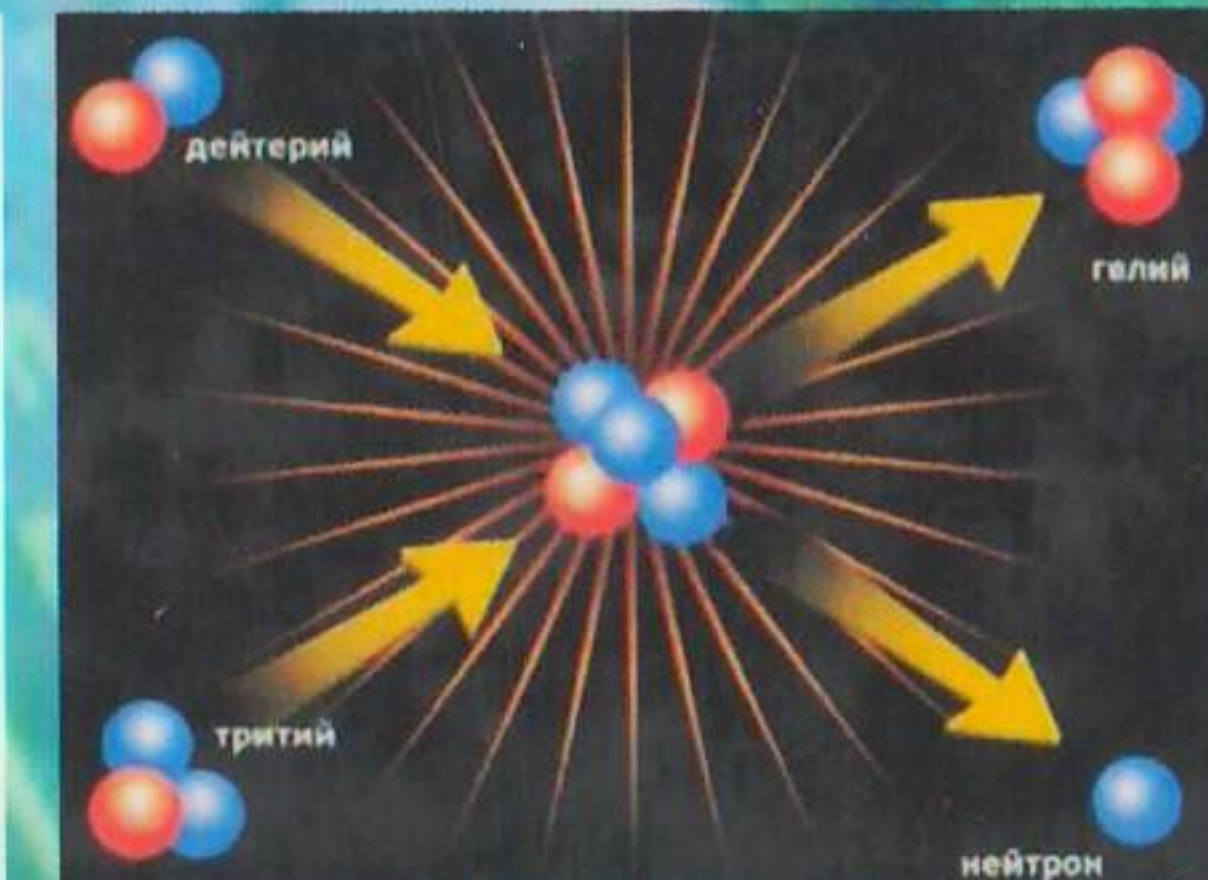
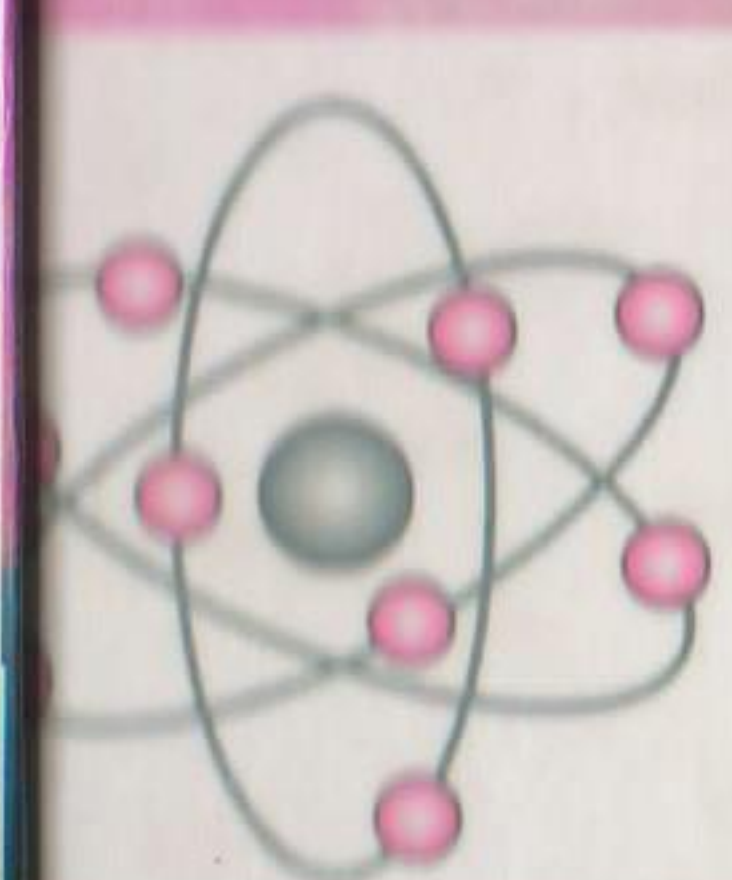
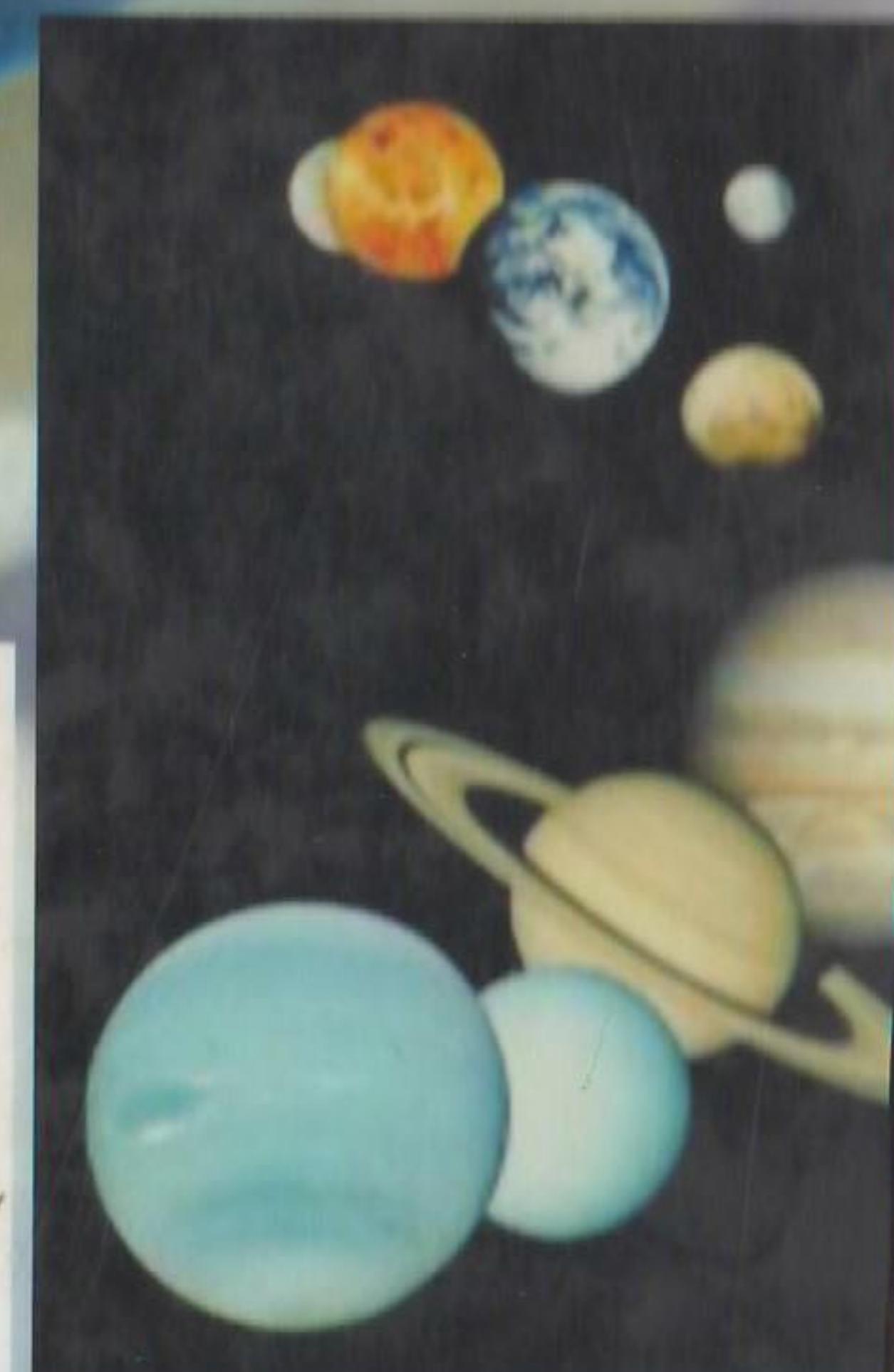
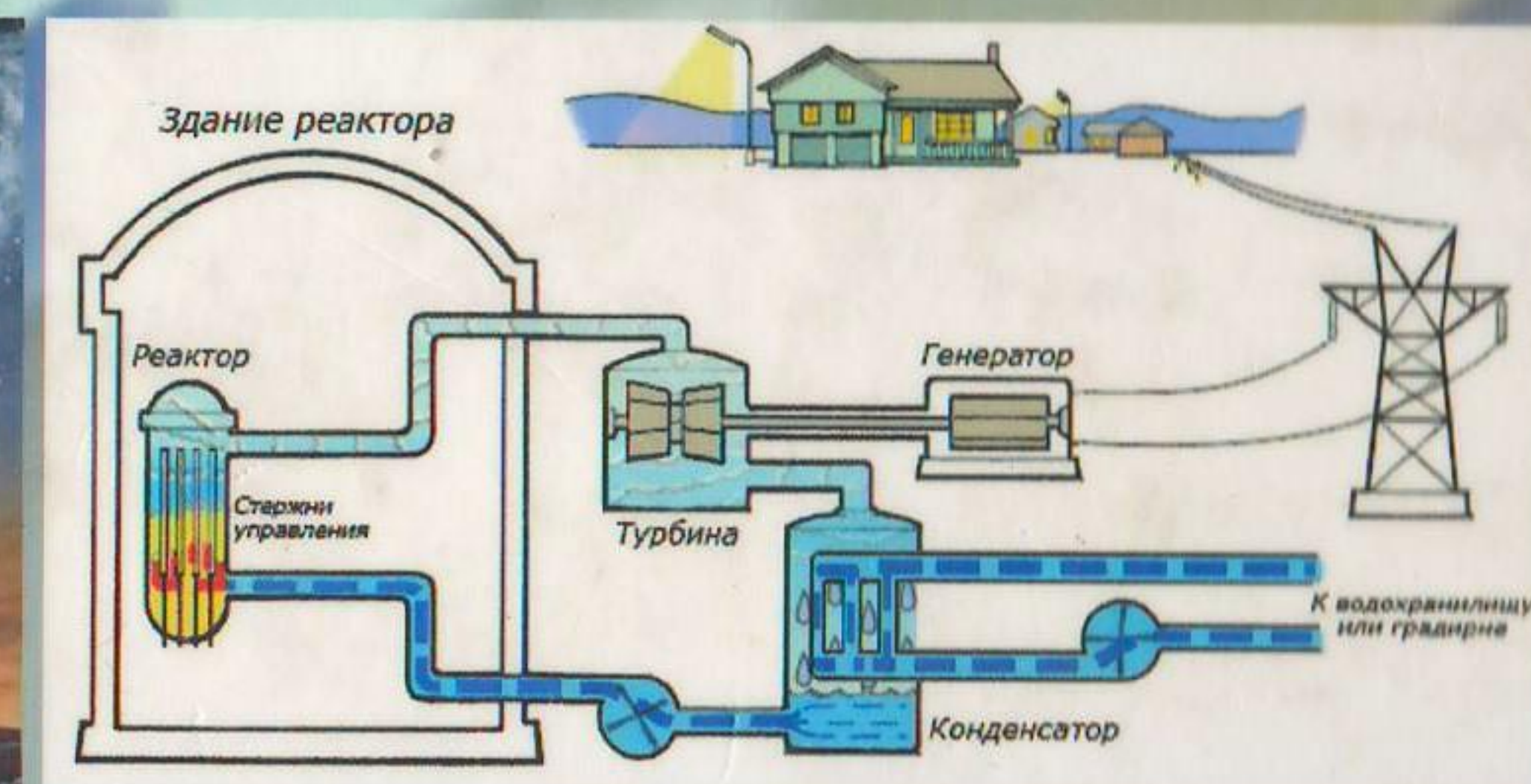
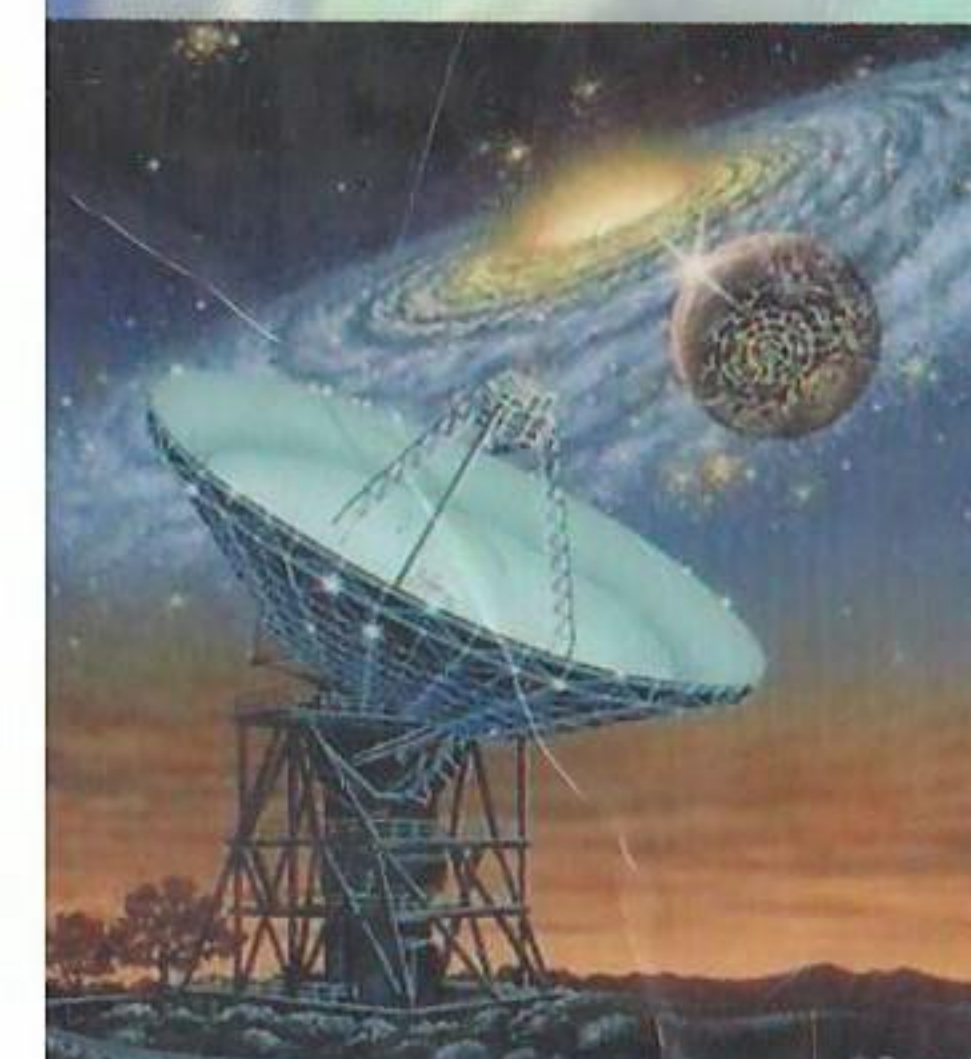
КӨШЕРОВ Ә.Ж.

# **ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ**

III том

$$v = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad E_0 = m_0 c^2$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \varphi = \frac{h R Z^2}{e n^2}$$



Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі

Оңтүстік Қазақстан облысы білім басқармасы

Білім беру жүйесіндегі жаңа технологиялар, педагог  
кадрлардың біліктілігін арттыру және қайта даярлау орталығы

Ә.Ж. Көшеров

# ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ

## III том

Салыстырмалылық теориясының элементтері.  
Атом және атом ядросы. Астрофизика.  
Тәжірибелік есептер

Әдістемелік көмекші құрал

Шымкент, 2010

## V-бөлім. САЛЫСТЫРМАЛЫЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

- Эйнштейннің салыстырмалылық теориясының екі постулаты бар.

**Бірінші постулат.** Барлық инерциалды санақ жүйесінде физика заңдары бірдей түрде жазылады.

**Екінші постулат.** Жарық вакуумда тұрақты жылдамдықпен тарайды және оның шамасы жарық көзінің де немесе бақылаушының да қозғалыс жылдамдығына тәуелді болмайды.

- Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы

$$u = \frac{v' + v}{1 + \frac{v'v}{c^2}}$$

Мұндағы:  $v'$  — қозғалатын санақ жүйесіндегі дененің қозғалыс жылдамдығы;  $v$  — қозғалыстағы санақ жүйесінің қозғалмайтын санақ жүйесіне салыстырғандағы жылдамдығы;  $u$  — дененің қозғалмайтын санақ денесіне салыстырғандағы қозғалыс жылдамдығы.

- Уақыттың релятивтік баяулауы

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (t_0 < t)$$

Мұндағы:  $t_0$  — қозғалмайтын санақ жүйесіндегі екі уақиға арасындағы уақыт интервалы.

- Ұзындықтың релятивтік қысқаруы

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\ell_0 > \ell)$$

Мұндағы:  $\ell_0$  — қозғалмайтын санақ жүйесіндегі үлгінің ұзындығы.

- Қозғалыстағы дененің релятивтік импульсі

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Дене немесе денелер жүйесінің толық энергиясы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{mc_0^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc_0^2 \quad \text{немесе} \quad E_k = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

- Дененің тыныштық энергиясы

$$E_0 = m_0 c^2$$

- Эйнштейн қатынастары (Еркін бөлшек үшін энергия, импульс және масса арасындағы байланыстар)

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

- Дененің массасы  $\Delta m$ -ге өзгергенде оған  $\Delta E$  эквивалентті энергия өзгерісі сәйкес келеді

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

- Екі уақиға арасындағы интервал былай анықталады

$$S = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

Мұндағы:  $(x_1, y_1, z_1, t_1)$  және  $(x_2, y_2, z_2, t_2)$  — төртөлшемді кеңістіктегі екі уақиғаның координаттары.

Екі уақиға арасындағы интервал барлық инерциалды санақ жүйесінде бірдей болады (интервалдар инварианттылығы).

- Лоренц түрлендірулері К инерциалды санақ жүйесінен  $x$  өсінің оң бағытында  $v$  жылдамдықпен қозғалатын  $K'$  жүйесіне өтуді өрнектейді

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**5.1.** Екі бөлшек вакуумда бірі-біріне қарай бір түзудің бойымен 0,5с және 0,75с жылдамдықпен қозғалып жакындайды. Олардың салыстырмалы жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$v_1 = 0,5c;$$

$$v_2 = 0,75c$$

$$u = ?$$

Шешуі: Қозғалмайтын санақ жүйесін бірінші бөлшекпен байланысты қарастырайық, сонда екінші бөлшек оған салыстырғанда  $v_2$  жылдамдықпен қозғалады.  $K'$ -санақ жүйесін екінші бөлшекпен байланыстырғанда карама-қарсы бағытта  $-v_1$  жылдамдықпен қозғалады. Сонда жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңын қолдансақ

$$v_1 = \frac{u - v_2}{1 - \frac{u \cdot v_2}{c^2}} \Rightarrow u = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

$$u = \frac{0,5c + 0,75c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,75c}{c^2}} = 0,91c \quad \text{немесе} \quad u = 2,73 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Жауабы:  $u = 2,73 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

5.2\*. Ұзындығы  $\ell_0 = 1 \text{ м}$   $AB$  қатаң білеуше  $K'$  санақ жүйесінде тыныштықта тұр (1.1-сурет). Білеуше  $x'$  өсіне салыстырғанда  $\varphi_0 = 45^\circ$  бұрыш жасайды.  $K'$  жүйесіне салыстырғанда  $v = 0,8c$  жылдамдықпен қозғалатын  $K$  жүйесіндегі білеушенің  $\ell$  ұзындығы және  $\varphi$  бұрышын табындар.

Берілгені:

$$\ell_0 = 1 \text{ м;}$$

$$\varphi_0 = 45^\circ;$$

$$v = 0,8c;$$

$$\ell = ?; \varphi = ?$$

Шешуі:  $K'$  жүйесіндегі білеушенің өстер бойынша ұзындықтары:

$$x' = \ell_0 \cos \varphi_0, \quad z' = \ell_0 \sin \varphi_0.$$

Енді  $K$  санақ жүйесіне өткенде тік құраушысы өзгермейді, ал көкжиек бағытындағы құраушысы қысқарады (салыстырмалылық принципінен). Сонда

$$z = z' = \ell_0 \sin \varphi_0 \quad \text{және}$$

$$x = x' \sqrt{1 - \beta^2} = \ell_0 \cos \varphi_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

мұндағы  $\beta = \frac{v}{c}$ . Сонда  $K$  санақ жүйесіндегі білеуше ұзындығы

$$\begin{aligned} \ell &= \sqrt{x^2 + z^2} = \\ &= \sqrt{\ell_0^2 \cos^2 \varphi_0 (1 - \beta^2) + \ell_0^2 \sin^2 \varphi_0} = \\ &= \ell_0 \sqrt{\cos^2 \varphi_0 - \beta^2 \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0} = \end{aligned}$$

$$= \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \varphi_0}. \quad \ell = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \varphi_0}.$$

$$\varphi\text{-ді анықтау үшін} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{z}{x} = \frac{\ell_0 \sin \varphi_0}{\ell_0 \cos \varphi_0 \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$\ell = 1 \text{ м} \cdot \sqrt{1 - \frac{0,64c^2}{c^2} \cdot \cos^2 45^\circ} = 0,825 \text{ м.} \quad \ell = 0,825 \text{ м.}$$

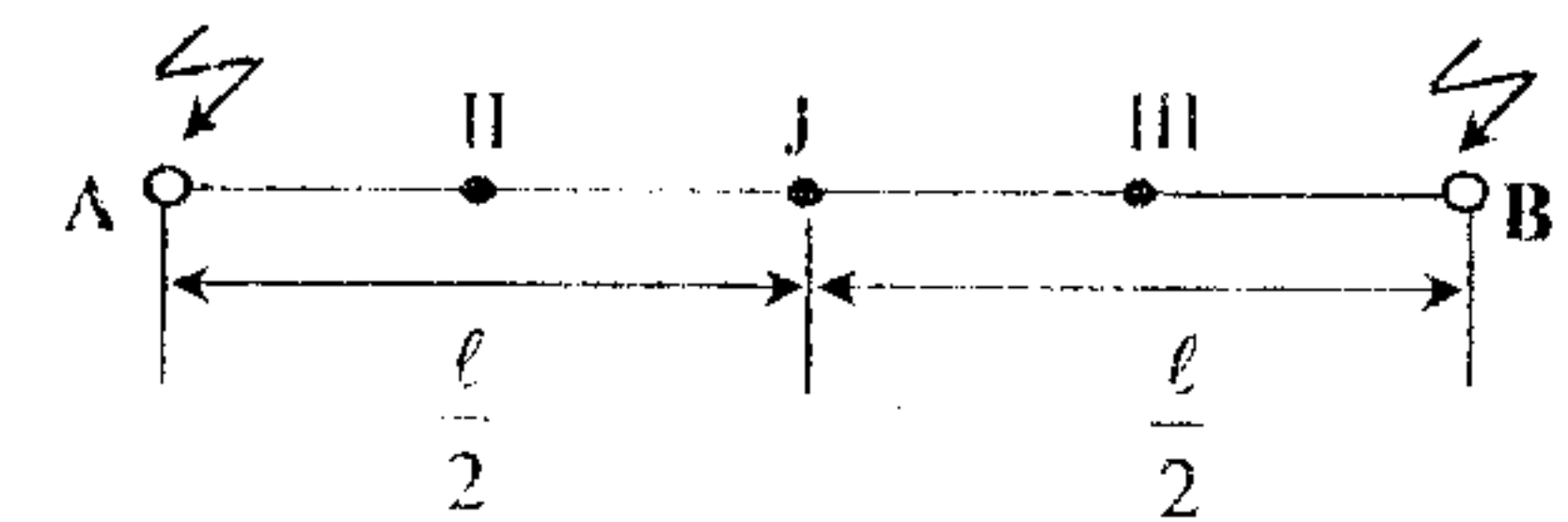
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{5}{3}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \left( \frac{5}{3} \right), \quad \varphi = 59^\circ.$$

Жауабы:  $\ell = 0,825 \text{ м; } \varphi = 59^\circ.$

5.3.  $A$  және  $B$  нүктелерінің ортасында тұрған тыныштықтағы  $I$  бақылаушы осы нүктелерге түскен найзағайды бірізгілікте көрді (1.2-сурет). Бұл құбылыстар  $II$  және  $III$  бақылаушы-

лар үшін бір мезгілде болды ма?  $A$  және  $B$  құбылыстар тағы қандай бақылаушылар үшін бірізгілікте болып табылады?

Жауабы: Жоқ.  $II$  бақылаушы үшін  $A$  нүктесінде найзағай бұрын түсті, ал  $III$  бақылаушы үшін  $B$  нүктесіне бұрын түскен.  $A$  және  $B$  нүктелерінен бірдей қашықтықтағы бақылаушылар үшін найзағайлар бірізгілікте болады.



1.2-сурет

5.4. Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңының орнына қосудың классикалық тәсілін қолданған жағдайда жіберілетін салыстырмалы қателікті бағаландар.

Шешуі: Салыстырмалы қателікті мына өрнекпен анықтайық, сонда  $\varepsilon = \frac{u_{кл} - u_p}{u_p}$ , мұндағы  $u_{кл} = u + v$  және  $u_p = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$ . Демек,

$$\varepsilon = \frac{(u + v) - \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}}{\frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}} = \frac{u \cdot v}{c^2}; \quad \varepsilon = \frac{u \cdot v}{c^2}.$$

Жауабы:  $\varepsilon = \frac{u \cdot v}{c^2}.$

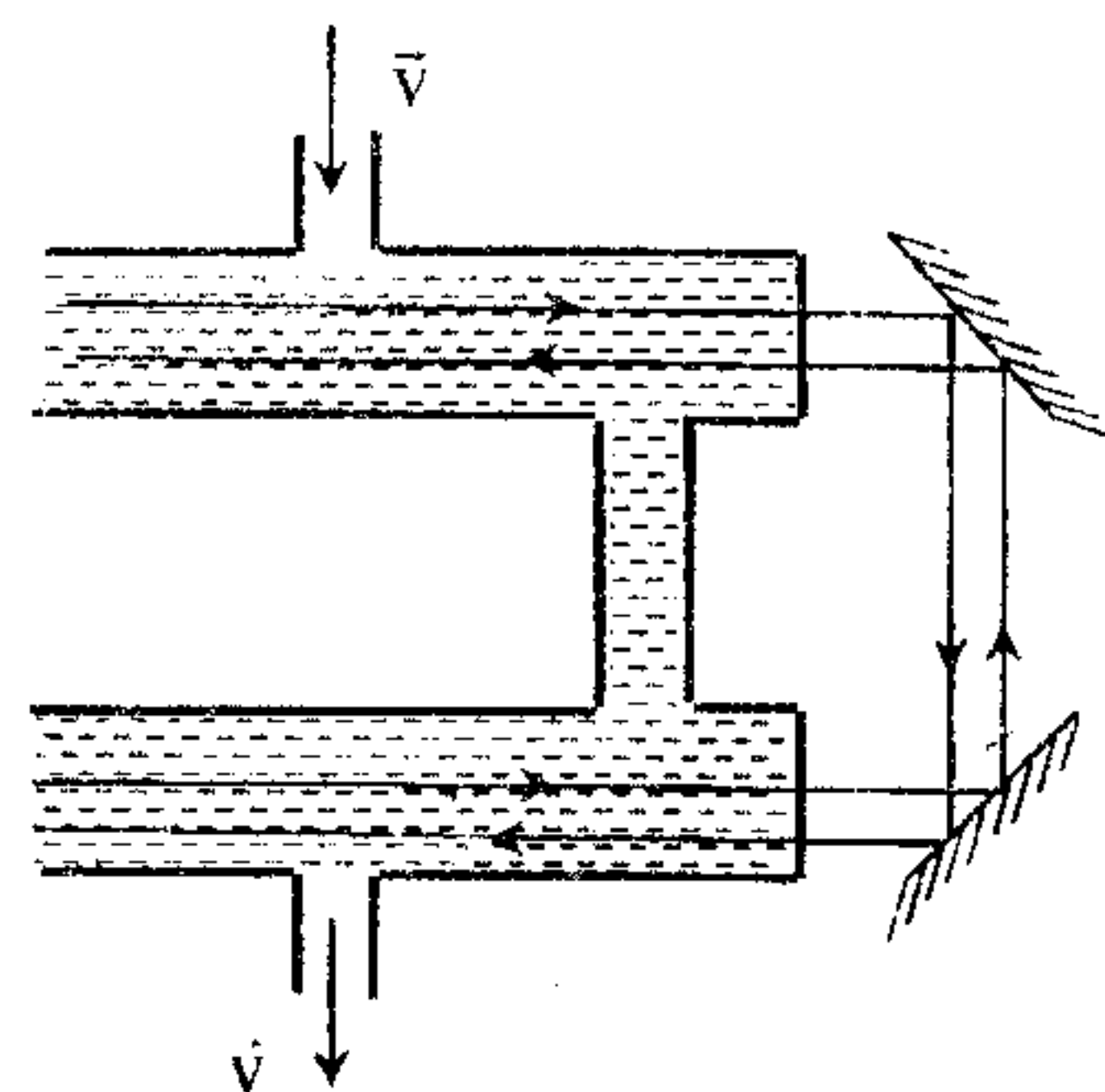
Ескерту: Егер  $u \ll c$  және  $v \ll c$  болса, онда  $\frac{uv}{c^2} \ll 1$ , мұндай жағдайда  $\varepsilon$ -ні ескермеуге болады.

5.5. Физо тәжірибесінде екі жарық шоғы сұйық ағыны ішінде біріне-бірі қарама-қарсы екі бағытта қозғалады: бірі — сұйық ағыны бағытында, екіншісі — ағынға қарсы (1.3-сурет). Әрбір түтіктің ұзындығы  $\ell$ , сұйық ағынының жылдамдығы  $v$ , ал сындыру көрсеткіші  $n$  болса, жарық шоктарының таралуы бойынша уақыт айырымын табындар.

Берілгені:

Шешуі: Жарық шоғының сұйық ағыны бойымен

$$\left. \begin{array}{l} \ell; v; n \\ \tau = ? \end{array} \right| \text{ таралу уақыты } t_1 = \frac{2\ell}{u_1}, \text{ мұндағы } u_1 = \frac{\frac{c}{n} - v}{1 - \frac{v}{cn}}, \text{ сонда}$$



1.3-сурет

$$t_1 = \frac{2\ell \left(1 - \frac{v}{cn}\right)}{\frac{c}{n} - v} \quad (1)$$

Ал, жарық шоғының ағынына қарсы бағытта таралу уақыты

$$t_2 = \frac{2\ell \left(1 + \frac{v}{cn}\right)}{\frac{c}{n} + v} \quad (2)$$

Ізделінді уақыт  $\tau = t_1 - t_2$ , демек

$$\tau = \frac{2\ell}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - v^2} \left[ \left(1 - \frac{v}{cn}\right) \cdot \left(\frac{c}{n} + v\right) - \left[\left(1 + \frac{v}{cn}\right) \cdot \left(\frac{c}{n} - v\right)\right] \right] = \frac{4\ell v \left[1 - \left(\frac{1}{n^2}\right)\right]}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - v^2}$$

Егер  $v \ll \frac{c}{n}$  екендігін ескерсек, онда  $\tau = \frac{4\ell v}{c^2} (n^2 - 1)$ .

$$\text{Жауабы: } \tau = \frac{4\ell v}{c^2} (n^2 - 1).$$

**5.6.** Электрон кернеулігі  $E = 3,0 \cdot 10^6$  Н/Кл электр өрісінде үдетіледі. Электронның  $t = 1,0$  нс уақыттан кейінгі жылдамдығын табыңдар. Егер электрон массасы оның жылдамдығына тәуелсіз болса электрон жылдамдығы қандай болар еді?

Берілгені:

$$\begin{array}{l} E = 3,0 \cdot 10^6 \text{ Н/Кл;} \\ t = 1,0 \text{ нс} \\ u_1 = ?; u_2 = ? \end{array}$$

Шешуі:  $1,0 \text{ нс} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$

$$\text{Бірінші жағдай үшін } u_1 = \frac{at}{\sqrt{1 + \frac{(at)^2}{c^2}}} \quad (1) \text{ форму-}$$

ласын пайдаланамыз, мұндағы  $a$  — электрон

$$\text{үдеуі, сонда } a = \frac{F}{m} \text{ немесе } a = \frac{eE}{m}. (1)\text{-ден } u_1 = \frac{eEt}{m \sqrt{1 + \frac{e^2 E^2 t^2}{m^2 c^2}}};$$

$$u_1 = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \sqrt{1 + \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 \cdot \left(3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}\right)^2 \cdot (1,0 \cdot 10^{-9} \text{ с})^2}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})^2 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}}} = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Сонымен, } u_1 = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Егер электрон массасы оның жылдамдығына тәуелсіз болса, онда электрон жылдамдығы  $u_2 = \frac{eEt}{m}$  формуласымен анықталар еді.

$$\text{Сонда } u_2 = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 5,3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } u_1 = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; u_2 = 5,3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**5.7.**  $K'$  санақ жүйесі  $K$  санақ жүйесіне салыстырғанда  $v = \frac{2}{3}c$

жылдамдықпен қозғалады. Ал, бөлшек  $K'$  санақ жүйесіне салыстырғанда  $u = \frac{2}{3}c$  жылдамдықпен қозғалатын болса, оның  $K$  санақ жүйесіне салыстырғандағы жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} v = \frac{2}{3}c; u = \frac{2}{3}c \\ u_0 = ? \end{array}$$

Шешуі: Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы бойынша

$$u_0 = \frac{v + u}{1 + \frac{vu}{c^2}} = \frac{\frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c}{1 + \frac{2c \cdot 2c}{3 \cdot 3 \cdot c^2}} = \frac{12}{13}c; u_0 = \frac{12}{13}c,$$

демек  $u_0 < c$ .

Егер жылдамдықтарды қосудың классикалық заңын қолдансақ, қайшылыққа келеміз, расында да

$$u_0 = v + u \text{ немесе } u_0 = \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c = \frac{4}{3}c > c.$$

Демек, ізделінді жылдамдық жарықтың вакуумдағы жылдамдығынан артық болды, ал бұл мүмкін емес, демек  $u_0 = \frac{12}{13}c$ .

$$\text{Жауабы: } u_0 = \frac{12}{13}c.$$

**5.8.** Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы қандай жағдайда жылдамдықтарды қосудың классикалық заңына ауысады?

Шешуі: Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы  $u_0 = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$ , ал классикалық заңы  $u_0 = u + v$ . Екі формуланы өзара

салыстырсақ  $\frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}} = u+v \Rightarrow \frac{uv}{c^2} = 0$ . Бұл шарт орындалуы үшін  $v \ll c$

және  $u \ll c$  шарттары орындалуы керек.

**Жауабы:**  $v \ll c$ ,  $u \ll c$  болғанда.

**5.9\*.** Бірдей жылдамдықпен қозғалатын екі дененің жылдамдықтарын қосу заңын өрнектейтін функция графигін  $v v_1$  жазықтығында сызып көрсетіндер.

|                                    |                                                              |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Берілгені:</b><br>$v_1 = v_2$   | <b>Шешуі:</b> Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы бойынша |
| <b>салу керек:</b><br>$v = f(v_1)$ | $v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}. (1)$         |

Есеп шартынан  $v_1 = v_2$  болғандықтан 
$$v = \frac{2v_1}{1 + \frac{v_1^2}{c^2}}. (1a)$$

Енді (1a) функциясын зерттейік:

I.  $v_1$ -айнымалысы  $v_1 \geq 0$  және  $v_1 \leq c$ . Бұдан шығатын қорытынды:  $v$  функциясы теріс емес және анықталу облысының барлық нүктесінде үздіксіз болады.

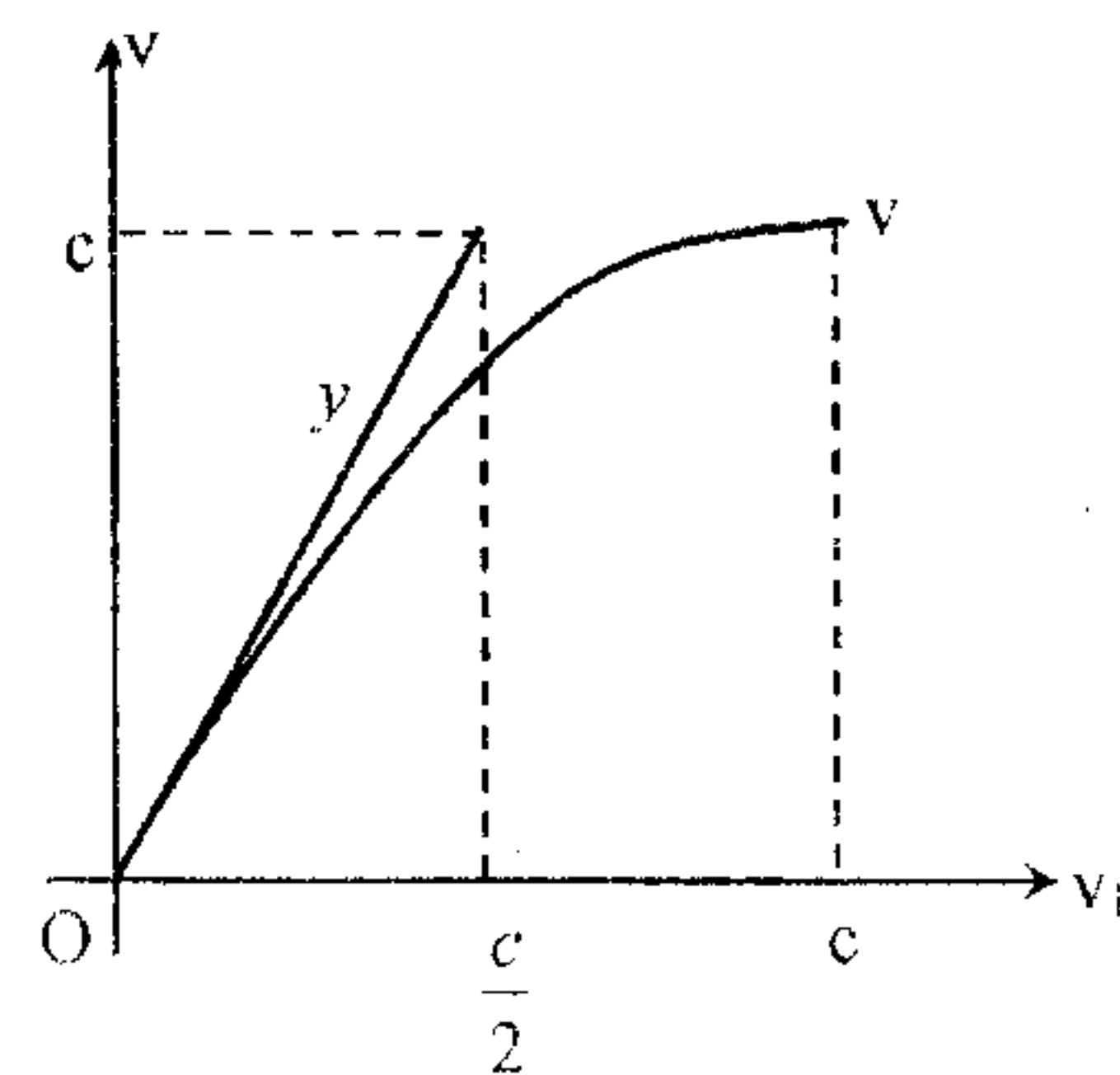
II.  $v_1 > 0$  болғанда,  $v > 0$  және  $v_1 = 0$  болғанда  $v = 0$ , демек функция графигі координата басынан өтеді.

III. Функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін табайық.  $v_1 = 0$  болғанда,  $v = 0$ , демек  $v_{\min} = 0$ .  $v_{\max}$ -ты табу үшін (1a)-дан бірінші реттік туынды тауып, оны нөлге теңейміз:

$$v' = \frac{2c^2(c^2 - v_1^2)}{(c^2 + v_1^2)^2} = 0 \Rightarrow v_1 = c \text{ болғанда, } v_{\max} = c.$$

IV. (1a) функциясы графигіне, координата басынан өтетін жанаманың теңдеуін жазайық, сонда  $y = kv_1$ , мұндағы  $k = v'(0) = 2$ , демек  $y = 2v_1$ . Екінші жағынан  $\frac{2v_1}{1 + \frac{v_1^2}{c^2}} < y$  болғандықтан  $v = f(v_1)$

қисығы  $y = 2v_1$  түзуінен төменде жатады. Осы мәліметтер бойынша  $v = f(v_1)$  функциясының гра-



1.4-сурет

фигін салайық, сонда оның кескіні 1.4-суреттегідей болады. Мұнда,  $y = 2v_1$  қисығы жылдамдықтарды қосудың классикалық заңын көрсетеді, демек  $v_1$ -мәні аз болған сайын классикалық қосу заңын аз қателікпен пайдалануға болады екен.

**5.10\*.** Бір нүктеде тұрған екі дене, жерге салыстырғанда қарама-қарсы бағытта қозғала бастасын дейік (1.5-сурет). Сонда олардың жерге салыстырғандағы қосынды орын ауыстыруы

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 - \Delta \ell_2 = v_1 \Delta t - (-v_2 \Delta t) = (v_1 + v_2) \Delta t \Rightarrow u = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = v_1 + v_2.$$

Біз жылдамдықтарды қосудың релятивтік емес классикалық заңын алдық. Сонда, бұл есептеудегі қателік неде?

**Шешуі:** Жоғарыдағы талдау мен алынған қорытындыда ешқандай қателік жоқ. Мұндағы  $u$  – берілген санақ жүйесіне салыстырғандағы жылдамдық.



1.5-сурет

Ал, релятивтік заңда берілген дененің басқа санақ жүйесіне салыстырған жағдайдағы жылдамдығын есептеу болып табылады. Атап айтқанда, мысалы оң жақтағы дене сол жақтағыдан сол жақтағы денеге байланысты санақ жүйесіне салыстырғанда қандай жылдамдықпен алыстайтындығын анықтау қажет болсын. Ол үшін сол жақтағы денеге байланысты санақ жүйесіне көшейік, сонда  $u' = \frac{\Delta \ell'}{\Delta t'}$ . Мұндағы жаңа санақ жүйесіндегі денелердің арақашықтығы ( $\Delta \ell'$ ) мен уақыт жүрісі ( $\Delta t'$ ). Лоренц түрлендірулері бойынша

$$\Delta t' = \frac{\Delta t + v_2 \frac{x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} \left( 1 + \frac{v_2 x_1}{\Delta t c^2} \right);$$

$$\Delta \ell' = -x'_2 + x'_1 = \frac{-x_2 - v_2 \Delta t + x_1 + v_2 \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{-x_2 + x_1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{\Delta \ell}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}.$$

$$\text{Сонымен } u' = \frac{\Delta \ell'}{\Delta t'} = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}} = \frac{u}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

Біз, жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңын алдық.

**5.11.** Классикалық механика заңдары барлық инерциалды санақ жүйесінде бірдей формада болады. Неге онда әртүрлі

инерциалды санақ жүйесіндегі қозғалыс траекториясы әртүрлі болады? Мысалы, қозғалыстағы вагонға салыстырған тік түсіп келе жатқан тас жерге салыстырғанда парабола пішінді траекториямен көрінеді.

**Жауабы:** Траекторияның пішіні тек қозғалыс заңына ғана тәуелді болмайды, сонымен бірге бастапқы шартқа да байланысты болады. Мысалы, біздің есепте тастың вагонға салыстырғандағы бастапқы жылдамдығы нөлге, ал жерге салыстырғанда, вагон жылдамдығына тең болады.

**5.12.** Біріне-бірі қарсы қозғалған протондардың құрылғыға салыстырғандағы жылдамдығы  $|v_1| = |v_2| = 0,9900c$ . Бір протонның екінші протонға салыстырғандағы жылдамдығын табындар.

**Берілгені:**  $|v_1| = |v_2| = 0,9900c$   
 $u = ?$

**Шешуі:** Екі протон біріне-бірі қарсы қозғалған жағдайда, жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы бойынша  $u = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$  форму-

ласын пайдаланамыз.

$$u = \frac{0,9900c + 0,9900c}{1 + \frac{0,9900c \cdot 0,9900c}{c^2}} = \frac{1,98000c}{1,98010} = 0,99995c;$$

$$u = 0,99995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} = 2,9999 \cdot 10^8 \frac{M}{c}.$$

**Жауабы:**  $u = 2,9999 \cdot 10^8 \frac{M}{c}$ .

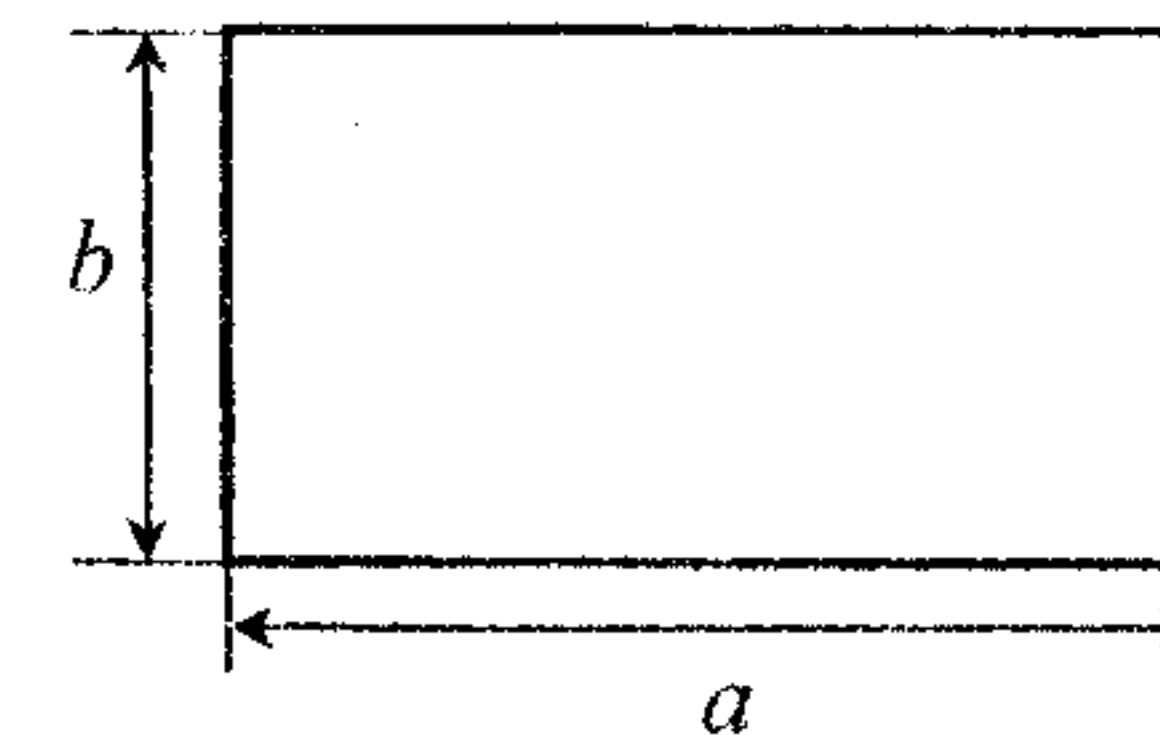
**5.13.** Тіктөртбұрыш қабырғаларының қатынасы 2:1 қатынасындай. Тыныш тұрған бақылаушыға квадрат болаын көрінуі үшін, ол қай бағытта және қандай жылдамдықпен қозғалуы керек?

**Берілгені:**  $a : b = 2 : 1$   
 $v = ?$

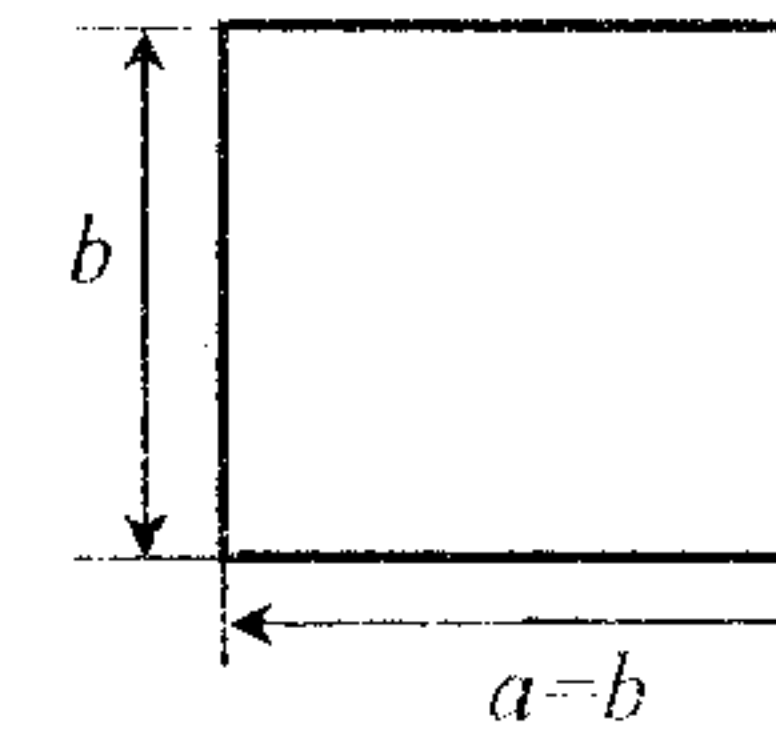
**Шешуі:** Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (1.6-сурет). Тіктөртбұрыш квадрат пішінді болуы үшін  $a$  қабырғасы кішірейіп  $a = b$  болуы керек (1.7-сурет), демек тіктөртбұрыш көкжиек

бағытында солдан оңға қарай  $v$  жылдамдықпен қозғалуы тиіс.  $b = a \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  теңдеуінен, есеп шартын пайдалансақ  $\frac{a}{2} = a \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  (мұн-

$$\text{да } a = \ell_0; b = \ell) \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} c.$$



1.6-сурет



1.7-сурет

**Жауабы:**  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$ .

**5.14.** Салыстырмалы жылдамдығы қандай болғанда қозғалыстағы дене ұзындығының релятивтік қысқаруы 25% болады?

**Берілгені:**  $\frac{\ell_0 - \ell}{\ell_0} = 0,25$   
 $v = ?$

**Шешуі:** (1)  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2}$  формуласына есеп шартын қолдансақ  $\frac{\ell_0 - \ell}{\ell_0} = 1 - \frac{\ell}{\ell_0} = 0,25 \Rightarrow \frac{\ell}{\ell_0} = 0,75$  немесе  $\ell = 0,75\ell_0$  (2)

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } 0,75 = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - (0,75)^2}; \quad \beta = \frac{v}{c} = \sqrt{0,4375} = 0,6615 \Rightarrow v = 0,6615 \cdot c; \quad v = 0,6615 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} = 198\,000\,000 \frac{M}{c}.$$

**Жауабы:**  $v = 198\,000\,000 \frac{M}{c}$ .

**5.15.** Тыныштықтағы ұзындығы  $\ell_0 = 1$  м болатын білеуше лабораториялық координата жүйесіне салыстырғанда бірқалыпты түзу сызықты  $v = 30$  км/с жылдамдықпен қозғалады. Білеуше осі қозғалыс бағытымен бағытталған. Білеуше ұзындығының қысқаруын табындар.

**Берілгені:**  $\ell_0 = 1$  м;  
 $v = 30$  км/с  
 $\Delta \ell = ?$

**Шешуі:**  $30 \text{ км/с} = 3 \cdot 10^4 \text{ м/с}$ .  
Білеуше ұзындығының релятивтік қысқаруы  $\Delta \ell = \ell_0 - \ell$ , мұндағы  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .  $v \ll c$  болған

жағдайда  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  өрнегін шамамен  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}$  деп алуға, ал

$v \sim c$  болса,  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right) \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right)} \approx \sqrt{2 \left(1 - \frac{v}{c}\right)}$  деп алуға болады.

Біздің жағдайда  $v \ll c$  болғандықтан

$$\Delta\ell = \frac{1}{2}\ell_0 \frac{v^2}{c^2}; \quad \Delta\ell = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ м} \cdot \frac{\left(3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

**Жауабы:**  $\Delta\ell = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ .

**5.16.** Қабырғалары  $a = 0,6 \text{ м}$  және  $b = 1 \text{ м}$  болатын қатаң тік төртбұрыш  $b$  қабырғасы бағытында қозғалады. Бақылаушыға ол квадрат болып көрінуі үшін жылдамдығы қандай болуы керек?

**Берілгені:**  $a = 0,6 \text{ м};$   
 $b = 1 \text{ м}$   
 $v = ?$

**Шешуі:** Қозғалыс бағытындағы дене өлшемі қысқартындығы салыстырмалылық теориясынан белгілі, сонда  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . (1)  
Есеп шарты бойынша  $\ell_0 = b$ , ал  $\ell = a$ , онда (1) бойынша

$$a = b\sqrt{1 - \beta^2} \text{ немесе } \frac{a}{b} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow v = c\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}.$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,6 \text{ м}}{1 \text{ м}}\right)^2} = 2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad v = 2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $v = 2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**5.17.** Арақашықтығы  $\ell = 10 \text{ м}$  екі бөлшек бір-біріне қарсы  $v = 0,6 \text{ с}$  жылдамдықпен ұшады. Олар қанша уақыттан кейін соқтығысады?

**Берілгені:**  $\ell = 10 \text{ м};$   
 $v = 0,6 \text{ с}$   
 $t = ?$

**Шешуі:**  $t = \frac{\ell}{v_0}$ , мұндағы  $v_0 = 2v$ .  
 $t = \frac{\ell}{2v} = \frac{\ell}{2 \cdot 0,6 \text{ с}} = \frac{\ell}{1,2 \text{ с}}. \quad t = \frac{10 \text{ м}}{1,2 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 80 \text{ нс}. \quad t \approx 80 \text{ нс}.$

**Жауабы:**  $t \approx 80 \text{ нс}$ .

**5.18.** Ғарыш тұрағынан  $v$  жылдамдықпен ғарыш кемесі ұшырылды. Ұшқан уақытынан  $T$  уақыттан кейін болатын туылған күнін дәл мезетінде құттықтау үшін тұрақтағы досы оны қандай уақыт өткенде құттықтау радиосәлемін жолдауы керек?

**Берілгені:**  $v, T$   
 $\Delta t = ?$

**Шешуі:** Салыстырмалылық теориясы бойынша кемедегі ғарышкердің туылған күні, өзімен салыстырғанда  $\tau_0 = T$  уақытта болуы керек. Ал, ғарыш тұрағына салыстырғанда

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ немесе } \tau = \frac{T}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Осы уақыт ішінде ғарыш кемесі тұрақтан  $v\tau = \frac{vT}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  қашықтыққа алыстайды. Құттықтау уақыт аралығын  $\Delta t$  десек, онда радиосәлемінің ғарыш кемесіне жету уақыты

$$\Delta t + \frac{vT}{c\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{T}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \Delta t = T \frac{1 - \beta}{1 + \beta}.$$

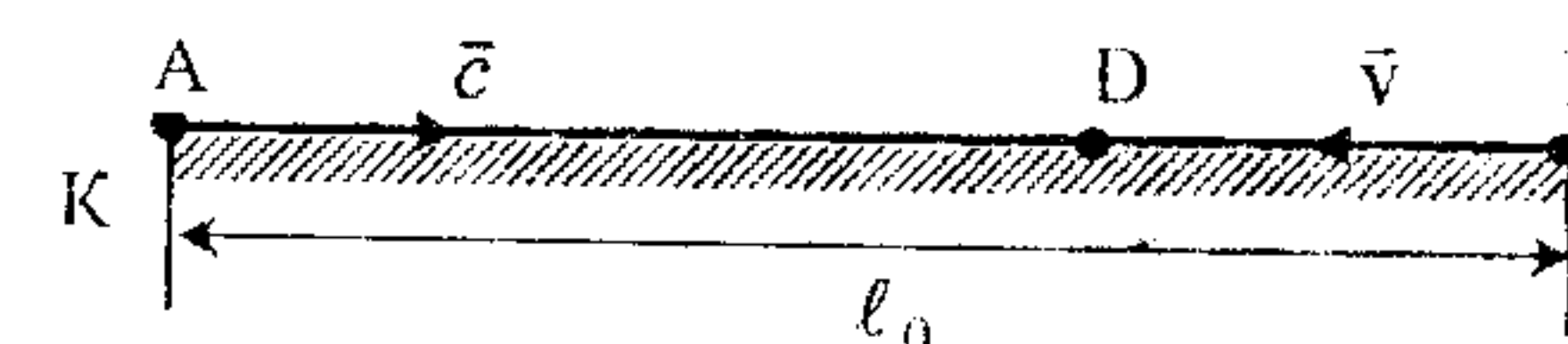
Егер:  $T = 6 \text{ ай}; \quad v = 0,6 \text{ с}$ , демек  $\Delta t = 3 \text{ ай}$ .

**Жауабы:**  $\Delta t = T \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$ .

**5.19\*.** Ғарыш кемесі  $v$  жылдамдықпен ұшып келеді. Оның алдынан  $\ell_0$  қашықтықта (кеме санақ жүйесінде) астероид пайда болады. Кеме уақытымен  $\tau_0$  уақытта жіберілген дабыл астероидтен шағылып келеді. Астероидпен соқтығысу қаупін болдырмау үшін  $\ell_0$  қашықтық қандай болуы керек?

**Берілгені:**  $v, \tau_0$   
 $\ell_0 = ?$

**Шешуі:** Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (1.8-сурет). Кеме алғашында В нүктесінде болсын, ал астероид А нүктесінде.  
Есепті кемемен байланысқан санақ жүйесінде жүргізейік.



1.8-сурет

Д нүктесінде дабыл астероидпен кездессін, сондықтан

$$c\tau_1 + v\tau_1 = \ell_0,$$

мұндағы  $\tau_1$  — дабылдың астероидке жеткен уақыты.

Сонда локация уақыты  $\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{2\ell_0}{c + v}$ . Шағылысқан дабылдың кемеге жеткенге дейін астероидпен кеме арасы  $x = \ell_0 - \frac{2\ell_0 v}{c + v} =$

$= \ell_0 \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$ , мұндағы  $\beta = \frac{v}{c}$ . Демек соқтығысқанға дейінгі қалған уақыт

$\tau' = \frac{\ell_0}{v} \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)$ . Соқтығысу болмауы үшін  $\tau' > \tau_0$  болуы керек, яғни

$$\frac{\ell_0}{v} \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right) > \tau_0 \Rightarrow \ell_0 > v\tau_0 \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right).$$

**Жауабы:**  $\ell_0 > v\tau_0 \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right).$

**5.20.**  $v = 0,99$  с жылдамдықпен ұшатын зымыранмен жұлдызға барып келген ғарыштық саяхат жердегі бақылаушы үшін және ғарышкер үшін қанша уақытқа созылған еді? Жұлдызға дейінгі қашықтық 40 ж.ж.

**Берілгені:**  $\ell = 40$  ж.ж.;  $v = 0,99$  с  
 $\tau_0$  — ?;  $\tau$  — ?

**Шешуі:**  $40$  ж.ж.  $= 3,78 \cdot 10^{17}$  м.  
 $\tau = \frac{2\ell}{v}$  формуласынан табамыз, мұндағы  $2\ell$  — жұлдызға барып және қайту жолы.

Ал,  $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  екендігін ескерсек, онда  $\tau_0 = \frac{2\ell\sqrt{1-\beta^2}}{v}$ .

$\tau = \frac{2 \cdot 3,78 \cdot 10^{17} \text{ м}}{0,99 \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)} = 2,55 \cdot 10^9 \text{ с.}$   $\tau = 2,55 \cdot 10^9$  немесе  $\tau = 80,8$  жыл,

себебі  $1 \text{ жыл} \approx 3,15 \cdot 10^7 \text{ с.}$   $\tau_0 = \frac{2 \cdot 3,78 \cdot 10^{17} \text{ м} \cdot \sqrt{1-(0,99)^2}}{0,99 \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)} = 0,36 \cdot 10^9 \text{ с}$

немесе  $\tau_0 = 11,3$  жыл.

**Жауабы:**  $\tau_0 = 11,3$  жыл;  $\tau = 80,8$  жыл.

**5.21.** Атмосфераның жоғары қабаттарында  $v = 0,99$  с жылдамдықпен қозғалатын  $\mu$ -мезон бөлшегі пайда болады. Ыдырауға дейін олар 5 км жолға ұшып үлгереді. Мезонның жердегі бақылаушыға және өзіне салыстырғандағы өмір сүру уақыты қандай болады?

**Берілгені:**  $v = 0,99$  с;  
 $\ell = 5$  км

**Шешуі:**  $5 \text{ км} = 5 \cdot 10^3 \text{ м.}$   
Жердегі бақылаушыға салыстырғандағы мезонның өмір сүру уақыты  $\tau = \frac{\ell}{v}$ . Демек,  $\tau = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ м}}{0,99 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx$

$\approx 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$  Мезонның өзіне салыстырғандағы санақ жүйесіндегі өмір сүру уақытын  $\tau_0 = \tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  формуласынан табамыз, (5-15)-

есептегі түрлендеруді қолдансақ  $\tau_0 = \tau \sqrt{2 \left( 1 - \frac{v}{c} \right)}$ .

$$\tau_0 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ с} \sqrt{2 \left( 1 - \frac{0,99 \text{ с}}{c} \right)} \approx 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ с.} \quad \tau_0 \approx 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

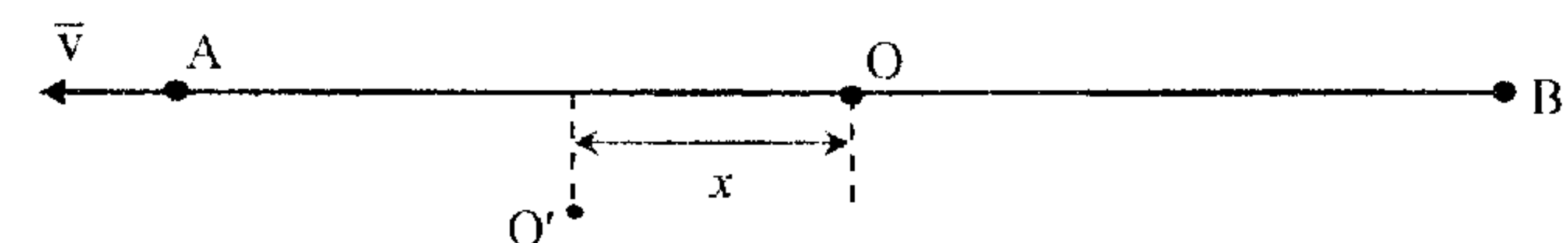
**Жауабы:**  $\tau \approx 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ с}; \quad \tau_0 \approx 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$

**5.22.** Ұзындығы  $\ell_0 = 120$  км поезд  $v = 240000$  км/с жылдамдықпен қозғалсын (Эйнштейннің поезі). Онда үш жолаушы: А (бас жағында), О (ортасында) және В (соңында) отыр. Ал, бақылаушы Жерде — О' нүктесінде болсын. Поездегі О жолаушы жердегі О' жолаушының тұсына келгенде А және В нүктелерінен келген жарқыл бірмезетте бақыланды. А және В нүктелеріндегі жолаушылардың қайсысы жарқылды бұрын жіберген және қанша уақыт бұрын?

**Берілгені:**  $\ell_0 = 120$  км;  
 $v = 240000$  км/с  
 $\Delta t$  ?

**Шешуі:**  $120 \text{ км} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ м};$   
 $240000 \text{ км/с} = 2,4 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

А және В жолаушылары О-ға салыстырғанда тыныштықта болады, демек  $OA = OB$ , онда жарқыл екі жолаушыдан да О нүктесіне бірдей уақытта жетеді. Енді О' бақылаушының қабылдау уақытын анықтайық. А жолаушы жарқыл шығарған кезде О' бақылаушымен О арасы  $x$  болсын (1.9-сурет).

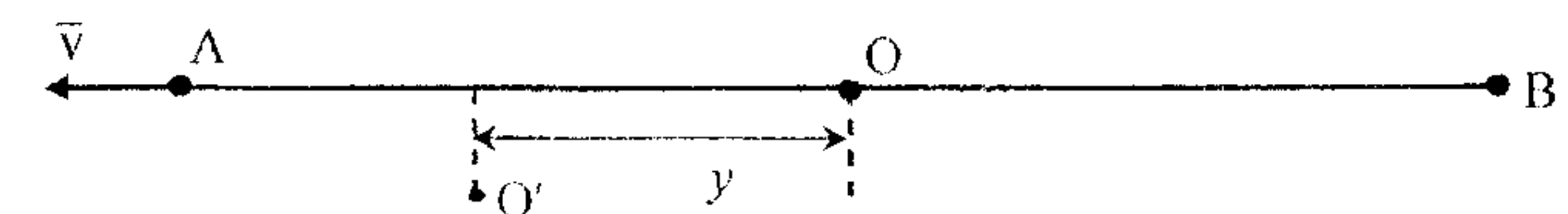


1.9-сурет

Сонда жарқылдың О'-ге жету уақыты  $\Delta t_1 = \frac{\ell/2 - x}{c}$  (1), мұндағы

$x = v\Delta t_1$ , демек  $\Delta t_1 = \frac{\ell}{2(c+v)}$  (1а). Ал, В жолаушы жарқыл шығарғанда О' бақылаушы О-дан  $y$  қашықтықта болсын (1.10-сурет), сонда О' бақылаушы А-ға қарағанда В-дан алыстау болады. Жарқылдың О'-ге жету уақыты  $\Delta t_2 = \frac{y + \ell/2}{c}$  (2), ал  $y = v\Delta t_2$  болғандықтан

$\Delta t_2 = \frac{\ell}{2(c-v)}$  (2а)



1.10-сурет

Сонымен жарқылдардың жіберу уақыт айырымы  $\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1$ .  
(1a) және (2a)-ны ескерсек  $\Delta t = \frac{\ell}{c^2} \cdot \frac{v}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ . (3) Мұнда  $\Delta t > 0$ , демек

В жолаушы жарқылды А-ға қарағанда бұрын жіберген екен. Қозғалыстағы поезддің ұзындығын  $\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$  екендігін ескерсек, онда

$$(3)\text{-ден } \Delta t = \frac{\ell_0 v}{c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad \Delta t = \frac{1,2 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot 2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}\right)^2}} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $\Delta t \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .

О жолаушы үшін жарқыл бірдей мезгілде жіберілген, ал О' бақылаушы үшін, В жолаушы А-ға қарағанда  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$  бұрын жіберген.

**5.23.** Тыныштықтағы инерциалды санақ жүйесіндегі абсцисса өсі бойымен арақашықтығы  $\ell = x_2 - x_1$  болатын екі нүктеде бірізгілікте екі уақиға болып өтті. Кез келген басқа инерциалды санақ жүйесінде, осы екі уақиға арасындағы уақыт аралығын табыңдар.

**Берілгені:**  $\ell = x_2 - x_1$   
 $\tau$  — ?  
**Шешуі:** Берілген инерциалды санақ жүйесінде уақиғалар бірізгілікте болғандықтан  $t_1 = t_2$ . Ал, кез келген басқа инерциалды санақ жүйесінде уақиғалар үшін:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{x_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{және} \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{x_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Сонда, уақыт аралығы  $\tau = t'_2 - t'_1$  немесе  $\tau = \frac{t_2 - \frac{x_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{x_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$= \frac{(x_2 - x_1)v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  немесе  $\tau = \frac{\ell v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Мұндағы,  $v$  — алынған жаңа инерциалды санақ жүйесінің жылдамдығы.

**Ескерту:** Уақыт аралығының ( $\tau$ ) таңбасы  $v$  жылдамдығының қозғалыс бағытымен анықталады.

**Жауабы:**  $\tau = \frac{\ell v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

**5.24.** 32 жастағы екі адамның біреуі алыстағы жұлдызға барып қайтуға аттанды. Егер оның зымыраны  $v = 0,95 \text{ с}$  жылдамдықпен ұшатын болса, ол жұлдызға қанша уақытта барып келеді? Екі адамның жас айырмашылығы қандай болады? Жұлдыздың Жерден қашықтығы 20 жарық жылына тең.

**Берілгені:**  $t_0 = 32 \text{ жыл}$ ;  
 $R = 20 \text{ ж.ж.}$ ;  
 $v = 0,95 \text{ с}$   
 $\Delta t_1$  — ?;  $\Delta t_2$  — ?;  
 $\Delta t$  — ?  
**Шешуі:**  $R = 20 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 6 \cdot 10^9 \text{ жыл}$ . Мұндағы қозғалатын және қозғалмайтын санақ жүйелеріндегі уақыттар арасындағы байланыс Лоренц түрлендіруі бойынша анықталады

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ мұндағы } \Delta t_2 > \Delta t_1, \Delta t_1 - \text{зымыран}$$

ішінде анықталған уақыт.

Расында да, зымыран ішіндегі адам өз сағатымен, ал Жердегі өз сағатымен өмір сүреді, және сағаттардың көрсетулері әртүрлі болады. Сонда, Жердегі адамның саяхатқа кеткен уақытты есептеуі былай болады

$$\Delta t_2 = \frac{2R}{v} = \frac{2 \cdot 20 \text{ жыл} \cdot c}{0,95 \cdot c} = 42 \text{ жыл}.$$

Бұл арада оның жасы  $t_0 + \Delta t_2 = 32 \text{ жыл} + 42 \text{ жыл} = 74 \text{ жыл}$ .

Ал, зымырындағы адамның есебі бойынша

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 42 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,95c)^2}{c^2}} = 13,3 \text{ жыл},$$

демек оның жасы  $t_0 + \Delta t_1 = 32 \text{ жыл} + 13,3 \text{ жыл} = 45,3 \text{ жыл}$ .

Сонымен саяхатқа кеткен адамның жасы Жердегі досынан әлдеқайда жас болады, яғни

$$\Delta t = 74 \text{ жыл} - 45,3 \text{ жыл} = 28,7 \text{ жыл}.$$

**Жауабы:**  $\Delta t_1 = 13,3 \text{ жыл}$ ;  $\Delta t_2 = 42 \text{ жыл}$ ;  $\Delta t = 28,7 \text{ жыл}$ .

**5.25.** Мейлінше дәл жүретін кванттық сағаттардың біреуі Жерде, ал екіншісі Жер серігімен бірге ұшып жүр. Басында бірдей жүрген сағаттар бір жыл өткеннен кейін де, бір мезгілді көрсете ме? Жер серігінің жылдамдығы 8 км/с деп есептеңдер.

**Берілгені:**  $t = 1$  жыл;  
 $v = 8$  км/с;  
 $\Delta t = ?$

**Шешуі:**  $1$  жыл  $= 3,11 \cdot 10^7$  с;  $8$  км/с  $= 8 \cdot 10^3$  м/с.  
Серік ішіндегі сағат серікке салыстырғанда тыныштықта тұр, оның көрсетуі  $t_0$  болсын. Ал, серік Жерге салыстырғанда қозғалыстағы жүйе, демек Жердегі сағаттың  $t$  көрсетуі серіктікінен артық, сонда

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t_0 = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \text{ ал } v \ll c \text{ болғандықтан мұны түрлендірейік, сонда } t_0 \approx t \left( 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right).$$

Екі сағаттың көрсетулерінің айырымы  $\Delta t = t - t_0 = t - t \left( 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = \frac{v^2 t}{2c^2}; \Delta t = \frac{v^2 t}{2c^2}.$

$$\Delta t = \frac{\left( 8 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2}{2 \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} \cdot 3,11 \cdot 10^7 \text{ с} \approx 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ с} \approx \frac{1}{100} \text{ с}. \quad \Delta t \approx \frac{1}{100} \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $\Delta t \approx \frac{1}{100} \text{ с}.$

**5.26.** Үлкен жылдамдықпен саяхат жасап Жерге қайтып оралған ғарышкер өзінің Жердегі күрдасына қарағанда әлдеқайда жас болады. Егер зымыранда отырған ғарышкер көзқарасы тұрғысынан қарайтын болсақ, онда ғарышкер емес, Жер тұрғыны жас болуы керек. Неге бұлай емес?

**Жауабы:** Арнайы салыстырмалылық теориясының қорытындылары тек ғана инерциалды санақ жүйесінде орындалады. Ал, Жерден ұшып оған қайта оралған зымыран кемесі инерциалды санақ денесі бола алмайды. «Уақыттың қысқару» әсері инерциалды санақ денесі болып табылатын Жердегі бақылаушының көзқарасы бойынша ғана байқалады, сондықтан ғарышкер ғана әлдеқайда жас болып қалады.

**5.27.** 1971 жылы қазанда, ішіне атомдық сағат орнатылған «Боинг-747» ұшағы 10 км биіктікте батыстан шығысқа қарай 1000 км/сағ жылдамдықпен ұшты. Ал Жерде, 1 нс дәлдікке дейін өлшей алатын дәл сондай атом сағаты қалды. Ұшақ 2,5 тәулік ұшты. Ұшақтағы және Жердегі сағаттардың уақытты көрсету айырымы қандай болды? Бұл уақыт айырымдарына ненің үлесі көбірек: көтерілу биіктігінің бе, әлде қозғалыс жылдамдығының ба?

**Берілгені:**  $h = 10$  км;  
 $v = 1000$  км/сағ;  
 $t_{\text{ж}} = 2,5$  тәулік;  
 $\Delta t = (t_{\text{ж}} - t_{\text{Ұ}}) = ?$

**Шешуі:**  $10$  км  $= 10^4$  м;  
 $1000$  км/с  $= \frac{10^3}{3,6}$  м/с;  $2,5$  тәулік  $= 2,16 \cdot 10^5$  с.  
«Ұшақтағы сағат» уақытының баяулауы екі түрлі әсермен: тартылыстың кемуі және қозғалыс жылдамдығымен анықталады. Сонда

$$t_{\text{Ұ}} = t_{\text{ж}} \sqrt{1 - \frac{2\phi}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = t_{\text{ж}} \sqrt{1 - \frac{2gh}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Мұндағы,  $\phi$  – гравитациялық өріс потенциалы.

$\frac{gh}{c^2} \ll 1$  және  $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$  болғандықтан жоғарғы өрнекті былай түрлендіруге болады  $t_{\text{Ұ}} = t_{\text{ж}} \left( 1 - \frac{gh}{c^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = t_{\text{ж}} \left( 1 - \frac{gh}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right)$ , өйткені

$$\frac{ghv^2}{2c^4} \ll 1. \text{ Сонда уақыт айырымы } \Delta t = t_{\text{ж}} - t_{\text{Ұ}} = t_{\text{ж}} \left( \frac{gh}{c^2} + \frac{v^2}{2c^2} \right).$$

$$\Delta t = \frac{t_{\text{ж}}}{c^2} \left( gh + \frac{v^2}{2} \right). \quad gh = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10^4 \text{ м} = 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}, \quad \frac{v^2}{2} = \left( \frac{10^3 \text{ м}}{3,6 \text{ с}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = 3,8 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}. \text{ Демек } gh > \frac{v^2}{2} \text{ екен.}$$

$$\Delta t = \frac{2,16 \cdot 10^5 \text{ с}}{\left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} \left( 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 3,8 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right) \approx 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

$$\Delta t = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ с} \text{ немесе } \Delta t = 330 \text{ нс}.$$

**Жауабы:**  $\Delta t = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ с}$  немесе  $\Delta t = 330 \text{ нс}.$

**5.28.** Қандай жылдамдықта электронның массасы оның тыныштық массасынан екі есе артады?

**Берілгені:**  $m = 2m_0$   
 $v = ?$

**Шешуі:** Массаның жылдамдыққа тәуелділік формуласынан

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0}{m} \right)^2}. \text{ Есеп шартын ескерсек } v = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0}{2m_0} \right)^2} = c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad v = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

**Жауабы:**  $v = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$

5.29. Егер дененің тығыздығы 10%-ке артқан болса, ол дене қандай жылдамдықпен қозғалған?

Берілгені:  $\rho_1 = \rho_0$ ;  $\rho_2 = 1,1\rho_0$ ;  $v = ?$  | Шешуі: Дененің қозғалыс бағытындағы тығыздығы  $\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  формуласымен анықталады. Енді есеп шартын қолдансақ

$$1,1\rho_0 = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow 1-\beta^2 = \frac{1}{1,21} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{1,21}} = 0,42 \text{ c. } v = 0,42 \text{ c.}$$

Жауабы:  $v = 0,42 \text{ c.}$

5.30. Тыныш тұрған поездің массасы 2000 тонна. 15 м/с жылдамдықпен қозғалғанда оның массасы қаншаға артады?

Берілгені:  $m_0 = 2000 \text{ т}$ ;  $v = 15 \text{ м/с}$  | Шешуі:  $2000 \text{ т} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг}$ .

$$\Delta mc^2 = W_k, \text{ ал } W_k = \frac{m_0 v^2}{2}, \text{ демек } \Delta mc^2 = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow \Delta m = \frac{m_0 v^2}{2c^2}.$$

$$\Delta m = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot (15 \text{ м/с})^2}{2 \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}.$$

$$\Delta m = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}.$$

Жауабы:  $\Delta m = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}.$

5.31. Массасы тыныштықтағы  $\alpha$ -бөлшегінің массасына тең протон импульсін табындар. Осындай импульсі болуы үшін протон қандай үдетуші потенциалдар айырымынан өтуі керек?

Берілгені:  $m = m_\alpha$  | Шешуі: Есеп шартын пайдаланып протон жылдамдығын анықтайық, сонда  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ , ал  $m = m_\alpha$

$$\text{немесе } m = 4m_0, \text{ онда } 4m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \frac{c}{4}\sqrt{15}.$$

Сонда протон импульсі  $p = 4m_0 v$  немесе  $p = \sqrt{15}m_0 c$ . Ал,

$$e\varphi = \frac{p^2}{2m} \text{ немесе } e\varphi = \frac{p^2}{2 \cdot 4m_0} \Rightarrow \varphi = \frac{p^2}{8cm_0}; \quad \varphi = \frac{15m_0 c^2}{8e}.$$

$$p = \sqrt{15} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,93 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}. \quad p = 1,93 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

$$\varphi = \frac{15 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 1,8 \cdot 10^9 \text{ В.} \quad \varphi = 1,8 \cdot 10^9 \text{ В.}$$

$$\text{Жауабы: } p = 1,93 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad \varphi = 1,8 \cdot 10^9 \text{ В.}$$

5.32. Массасы 3000 т поезд 20 м/с жылдамдықпен қозғалғанда, оның массасы қанша пайызға артады? Бұл шама дене массасына тәуелді бола ма?

Берілгені:  $m_0 = 3000 \text{ т}$ ;  $v = 20 \text{ м/с}$  | Шешуі:  $3000 \text{ т} = 3 \cdot 10^6 \text{ кг}$ .

$$v \ll c \text{ болған жағдайды қарастырайық. } \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

$$\frac{\Delta m}{m} \cdot 100\% = ? \quad \text{формуласын пайдаланамыз, сонда } \Delta E = \frac{mv^2}{2}, \text{ демек}$$

$$\Delta m = \frac{mv^2}{2c^2}. \quad (1) \text{ Есеп шартынан } \frac{\Delta m}{m} \cdot 100\% = \frac{mv^2}{2mc^2} \cdot 100\% = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \cdot 100\% =$$

$$= 2,2 \cdot 10^{-13}\%. \quad \frac{\Delta m}{m} \cdot 100\% = 2,2 \cdot 10^{-13}\%. \text{ Бұл жағдайда шама дене масса-}$$

$$\text{сына тәуелді емес.}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\Delta m}{m} \cdot 100\% = 2,2 \cdot 10^{-13}\%.$$

5.33. Электронның қозғалыстағы массасы оның тыныштықтағы массасынан 40000 есе артық болса, жылдамдығын табындар.

Берілгені:  $m = 40000m_0$  | Шешуі: Эйнштейн формуласынан

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = c \sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2} \quad \text{Есеп шартын қолдан-}$$

сақ  $v = c \sqrt{1-\frac{1}{(4 \cdot 10^4)^2}}$ . Бірақ  $\frac{1}{(4 \cdot 10^4)^2} \ll 1$  болғандықтан, квадрат түбірден шығарудың жуықтап есептеу формуласын пайдаланамыз, сонда

$$v = c \sqrt{1-\frac{1}{(4 \cdot 10^4)^2}} \approx c \left(1 - \frac{1}{2 \cdot (4 \cdot 10^4)^2}\right) = c - \frac{c}{3,2 \cdot 10^9}. \quad c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{екендігін ескерсек } v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} - \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3,2 \cdot 10^9} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 9,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Сонымен электрон жылдамдығы жарық жылдамдығынан  $9,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$  кем екен.

$$\text{Жауабы: } v = (c - 9,4 \cdot 10^{-2}) \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.34. Тыныштық массасы  $M_0$  бөлшек екі бірдей жарықшаққа бөлініп қарама-қарсы бағытта  $v = 0,90 c$  жылдамдықпен ұшады. Әрбір жарықшақтың тыныштық массасын табыңдар.

Берілгені:  $M_0; v = 0,90 c$   
 $m_0 - ?$

Шешуі: Ыдырауға дейін бөлшек тыныштықта болғандықтан, оның энергиясы  $\epsilon_0 = M_0 c^2$ . (1)  
 Енді бөлшек екі жарықшаққа ыдырағандықтан олардың толық энергиясы  $\epsilon = 2mc^2 = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . (2)

Мұндағы:  $m_0$  — тыныштық массасы,  $\beta = \frac{v}{c}$ . Энергияның сақталу заңынан  $\epsilon_0 = \epsilon$ . (1) және (2)-ден  $M_0 c^2 = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow m_0 = \frac{1}{2} M_0 \sqrt{1-\beta^2}$ .

$$m_0 = \frac{1}{2} M_0 \sqrt{1 - \left(\frac{0,90 c}{c}\right)^2} = 0,218 \cdot M_0. \quad m_0 = 0,218 \cdot M_0.$$

Жауабы:  $m_0 = 0,218 \cdot M_0$ .

5.35. Электронның тыныштық күйден потенциалдар айырымы  $\phi = 10^6$  В электр өрісіне өткендегі жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:  $\phi = 10^6$  В  
 $v - ?$

Шешуі: Кинетикалық энергияның релятивтік формуласын қолданамыз

$$K = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = e\phi \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{e\phi}{m_0 c^2} + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left( \frac{1}{\frac{e\phi}{m_0 c^2} + 1} \right)^2}. \quad v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left( \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^6 \text{ В}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}} \right)^2} + 1 \right)^2}} \approx$$

$$\approx c \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} c.$$

Жауабы:  $v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$ .

5.36.  $0,6 c$  жылдамдықпен қозғалған электронның кинетикалық энергиясы неге тең?

Берілгені:  $v = 0,6 c$   
 $W_k - ?$

Шешуі: Кинетикалық энергияның релятивтік формуласын қолданамыз.  $W_k = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  өрнегінен

анықталады  $W_k = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 0,36 c^2}{2\sqrt{1-\frac{0,36 c^2}{c^2}}} = 1,9 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$ . Ал,  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1 \text{ эВ}$ , демек  $1,9 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 0,12 \cdot 10^6 \text{ эВ}$  немесе  $\approx 0,12 \text{ МэВ}$ .

Жауабы:  $W_k = 0,12 \text{ МэВ}$ .

5.37. Қуаты 100 Вт электр шамы жарық шығару есесіне жылына қанша микрограмм массасын жоғалтады?

Берілгені:  $P = 100 \text{ Вт}$ ;  
 $\Delta t = 1 \text{ жыл}$   
 $\Delta m - ?$

Шешуі:  $1 \text{ жыл} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}$ .  
 $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$  формуласынан  $\Delta E = P \Delta t$ , демек  $\Delta m = \frac{P \Delta t}{c^2}$ .  
 $\Delta m = \frac{100 \text{ Вт} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}}{\left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}} \right)^2} = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$ .

Жауабы:  $\Delta m = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$ .

5.38. 1 кг мұз ерігенде массасы қаншаға өзгереді?

Берілгені:  $m = 1 \text{ кг}$ ;  
 $\Delta m - ?$

Шешуі:  
 $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$  формуласынан  $\Delta E = \Delta Q = m \lambda$ , мұндағы  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$  (мұздың меншікті балқу жылуы).  
 $\Delta m = \frac{m \lambda}{c^2} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{\left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}} \right)^2} = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ кг}$ .

Жауабы:  $\Delta m = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ кг}$  артады.

5.39. Протон  $v = 0,75 c$  жылдамдықпен қозғалады. Протонның тыныштық энергиясын, толық энергиясын және кинетикалық энергиясын табыңдар.

Берілгені:  $v = 0,75 c$   
 $E_0 - ?$ ;  $E - ?$ ;  
 $E_k - ?$

Шешуі: Протонның тыныштық энергиясы Эйнштейн формуласынан анықталады, сонда  $E_0 = m_0 c^2$ , ал толық энергиясы  $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  немесе

$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . Кинетикалық энергиясы  $E_k = E - E_0$  өрнегімен анықталады, демек

$$E_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \text{ немесе } E_k = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

$$E_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 15 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$$

$$E_k = 15 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-0,5625}} - 1 \right) = 7,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$$

$$E = \frac{1,5 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}}{\sqrt{1-0,5625}} = 22,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$$

**Жауабы:**  $E_0 = 15 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$ ;  $E = 22,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$ ;

$E_k = 7,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$

**5.40.** Күн минут сайын  $6,5 \cdot 10^{21}$  кВт·сағ энергия бөліп шығарады. Күн сәулеленуі тұрақты деп, Күн массасының екі есе азаю уақытын табыңдар.

**Берілгені:**

$$t_c = 1 \text{ мин};$$

$$Q_0 = 6,5 \cdot 10^{21} \text{ кВт·сағ};$$

$$Q_1 = \text{const};$$

$$m = \frac{m_0}{2}$$

$$t - ?$$

**Шешуі:** 1 мин = 60 с;

$$6,5 \cdot 10^{21} \text{ кВт·сағ} = 2,34 \cdot 10^{28} \text{ Вт·с}.$$

$$Q_1 = \frac{Q_0}{t_0} \approx 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт·с}. \quad Q = Q_1 t \Rightarrow t = \frac{Q}{Q_1},$$

мұндағы  $Q = \frac{M_0}{2} c^2$ ,  $M_0$  — Күн массасы, сонда

$$t = \frac{M_0 c^2}{2 Q_1}. \quad t = \frac{1,97 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2}{2 \cdot 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт·с}} = 2,28 \cdot 10^{20} \text{ с}.$$

$$t = 2,28 \cdot 10^{20} \text{ с} \text{ немесе } t \approx 7 \cdot 10^{12} \text{ жыл, себебі } 1 \text{ жыл} \approx 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $t \approx 7 \cdot 10^{12} \text{ жыл}.$

**5.41.** Егер мезонның толық энергиясы тыныштық энергиясынан 10 есе артық болған болса, оның жылдамдығын табыңдар.

**Берілгені:**

$$E = 10 E_0$$

$$v - ?$$

**Шешуі:**

$W_k = E - E_0$  формуласынан, есеп шартын пайдалан-

сақ  $W_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$ . Ал,  $E_0 = m_0 c^2$ , толық

энергия  $E = W_k + E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . Есеп шартынан  $E = 10 E_0$  немесе

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2} \cdot m_0 c^2} = 10 \text{ немесе } \frac{1}{1-\beta^2} = 100, \quad \beta = \frac{v}{c} = 0,995 \text{ немесе } v = 0,995 \cdot c,$$

$$v = 2,985 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $v = 2,985 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

**5.42.** Массаларының салыстырмалы артуы 5%-тен аспау үшін бөлшекті циклотронда қандай энергияға дейін үдету керек? Электрон үшін, протон үшін.

**Берілгені:**

**Шешуі:**

$$k = \frac{m - m_0}{m_0} = 0,05$$

$$W_{k1} - ?; W_{k2} - ?$$

$$W_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \text{ формуласынан}$$

$$W_k = c^2 \left( \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 \right) = c^2 (m - m_0).$$

$$\frac{W_k}{m_0} = \frac{c^2 (m - m_0)}{m_0} = c^2 k \Rightarrow W_k = m_0 c^2 k.$$

Электрон үшін:  $W_{k1} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,05 = 4 \cdot 10^{-15} \text{ Дж};$

протон үшін:  $W_{k2} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,05 = 7,5 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$

**Жауабы:**  $W_{k1} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 2,56 \cdot 10^{-2} \text{ МэВ};$

$W_{k2} = 7,5 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 47 \text{ МэВ}.$

**5.43.** Күн сәулесіне перпендикуляр болатын Жер атмосфера-сының әрбір шаршы метріне секунд сайын  $W_0 = 1,37 \cdot 10^3$  Дж энергия келіп жетеді. Анықтаңдар: Күннің әрбір секундта шығаратын энергиясын; секунд сайын Күннің жоғалтатын массасын. Күннен Жерге дейінгі қашықтықты  $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$  м деп алыңдар.

**Берілгені:**

$$W_0 = 1,37 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}};$$

$$R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$W_1 - ?; m_1 - ?$$

**Шешуі:** Жер атмосферасының әрбір шаршы метріне  $W_0$  энергия келетіндіктен, радиусы  $R_0$  шар бетіне тарайтын энергия былай анықталады

$$W_1 = W_0 S \text{ немесе } W_1 = 4\pi R_0^2 W_0.$$

Енді секунд сайын Күннің жоғалтатын

энергиясын  $W_1 = m_1 c^2$  формуласынан табамыз, сонда  $m_1 = \frac{W_1}{c^2}$  немесе

$$m_1 = \frac{4\pi R_0^2 W_0}{c^2}, \quad W_1 = 4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2 \cdot 1,37 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = 3,87 \cdot 10^{26} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

$$m_1 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2 \cdot 1,37 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 4,3 \cdot 10^9 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $W_1 = 3,87 \cdot 10^{26} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}; \quad m_1 = 4,3 \cdot 10^9 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$

**5.44.** 0,6 с жылдамдықпен қозғалатын электронның кинетикалық энергиясын табындар.

**Берілгені:** **Шешуі:**

$$\frac{v = 0,6 \text{ с}}{W_k - ?} \quad W_k = E - E_0, \text{ ал } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad E_0 = m_0 c^2, \text{ демек}$$

$$W_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right). \quad W_k = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,36}} - 1 \right) =$$

$$= 81,9 \cdot 10^{-15} \cdot 0,25 \text{ Дж} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

$$W_k = 2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \text{ немесе } W_k = 0,13 \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:**  $W_k = 0,13 \text{ МэВ}.$

**5.45.** Үдеткіште энергиясы 6 ГэВ электрондар алу мүмкіндігі бар. Осындай электрондардың массасы қандай және бұл масса тыныштық массасынан неше есе көп?

**Берілгені:** **Шешуі:**  $6 \text{ ГэВ} = 6 \cdot 10^9 \text{ эВ} = 9,6 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}.$

$$\frac{W = 6 \text{ ГэВ}}{m - ?; \frac{m}{m_0} - ?} \quad E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}, \text{ мұндағы } E = W, \text{ сонда } m = \frac{W}{c^2}.$$

$$m = \frac{9,6 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 1,06 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1,06 \cdot 10^{-26} \text{ кг}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 11700. \quad \frac{m}{m_0} = 11700.$$

**Жауабы:**  $m = 1,06 \cdot 10^{-26} \text{ кг}; \quad \frac{m}{m_0} = 11700.$

**5.46.** Қаттылығы 90 кН/м серіппені 5 см-ге созғанда, оның массасы қаншаға артқан?

**Берілгені:** **Шешуі:**  $90 \text{ кН/м} = 9 \cdot 10^4 \text{ Н/м}; \quad 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

$$\frac{k = 90 \frac{\text{кН}}{\text{м}}; \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \text{ формуласын пайдаланамыз, сонда } \Delta E =$$

$$\Delta x = 5 \text{ см} \quad = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \text{ екендігін ескерсек, онда } \Delta m = \frac{k \Delta x^2}{2c^2}.$$

$$\Delta m - ? \quad \Delta m = \frac{9 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{2 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 1,25 \cdot 10^{-15} \text{ кг}. \quad \Delta m = 1,25 \cdot 10^{-15} \text{ кг}.$$

**Жауабы:**  $\Delta m = 1,25 \cdot 10^{-15} \text{ кг}.$

**5.47.** Массасы 300 т мұзды еріткенде оның массасы қаншаға өзгереді?

**Берілгені:** **Шешуі:**  $300 \text{ т} = 3 \cdot 10^5 \text{ кг}.$

$$\frac{m_0 = 300 \text{ т}}{\Delta m - ?} \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \text{ формуласын пайдаланамыз, мұндағы}$$

$$\Delta E = m_0 \lambda, \text{ яғни } m_0 \text{ массалы мұзды ерітуге қажетті}$$

балқу жылуы, онда  $\Delta m = \frac{m_0 \lambda}{c^2}$ . Мұз үшін  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ , сонда

$$\Delta m = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \text{ немесе } \Delta m = 1,1 \text{ мг}.$$

**Жауабы:**  $\Delta m = 1,1 \text{ мг}.$

**5.48.** Үдеткіште протондар 76 ГэВ энергия алатын болса, онда олардың массасы неше есе артады?

**Берілгені:** **Шешуі:**  $76 \text{ ГэВ} = 1,22 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}.$

$$\frac{E = 76 \text{ ГэВ}}{\frac{m}{m_0} - ?} \quad m = \frac{E}{c^2} \text{ формуласын пайдалансақ, онда } \frac{m}{m_0} = \frac{E}{m_0 c^2},$$

мұндағы  $m_0$  – протонның тыныштықтағы массасы

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1,22 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 82. \quad \frac{m}{m_0} = 82.$$

**Жауабы:** 82 есе артады,  $\frac{m}{m_0} = 82.$

**5.49.** Серіппе бос жатқанда және сығылғанда олардың массалары бірдей бола ма?

Шешуі: Серіппе сығылған кезде, оның массасы бос кездегісінен  $\Delta m = \frac{kx^2}{2c^2}$  шамаға артық болады. Мұндағы:  $k$  — серіппе қатандығы;  $x$  — серіппенің сығылуы. Демек,  $m_c = m_s + \Delta m = m_s + \frac{kx^2}{2c^2}$ .

Жауабы:  $m_c = m_s + \frac{kx^2}{2c^2}$ .

5.50. Салыстырмалылық теориясының көзқарасы тұрғысынан алғанда абсолют қатты дене болуы мүмкін бе?

Жауабы: Жок. Абсолют қатты денеде дабылдың (сигналдың) лезде берілу мүмкіндігі жоққа шығарылмайды, ол арнайы салыстырмалы теорияның жарықтық вакуумда шекті  $c$  жылдамдықпен тарайтыны туралы қағидасына қайшы келеді.

5.51. Массасы 1 кг суды 90 Кельвинге қыздырған. Осы кезде оның массасы қаншаға өзгерді?

Берілгені: Шешуі: Эйнштейннің формуласы бойынша  
 $m = 1 \text{ кг};$   
 $\Delta T = 90 \text{ К}$   
 $\Delta m = ?$   
 $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$ . (1) Ал, суды қыздырғанда оның энергиясы  $\Delta E = mc\Delta T$  (2) шамасына өзгереді. Сонда (1) және (2)-ден  $\Delta m = \frac{mc\Delta T}{c^2}$ .

$$\Delta m = \frac{1 \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 90 \text{ К}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ кг}. \quad \Delta m = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Жауабы:  $\Delta m = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$

5.52\*. Тыныштықтағы массасы  $m_0$  идеал жазық айна бетіне нормал бағытта жазық жарық толқыны түседі. Сонда жарық қысым күшінің әсерінен айна қозғалысқа келеді. Егер түсетін толқын энергиясы  $W_0$  болса, айнаның соңғы жылдамдығын және одан шағылған толқынның энергиясын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: Шағылған толқын энергиясы  $W_1$  болсын, сонда энергияның сақталу заңынан  $W_0 + m_0c^2 = W_1 + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ . (1) Электромагниттік өрістің энер-

гиясы мен оның импульсі арасындағы  $p = \frac{W}{c}$  (2) байланысты ескерсек, сонда импульстің сақталу заңынан  $\frac{W_0}{c} = -\frac{W_1}{c} + \frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ . (3)

Мұндағы  $W_1$ -дің алдындағы «минус» таңбасы айнадан шағылған толқынның кері бағытта қозғалатындығын көрсетеді. (3)-ді  $c$ -ға мүшелеп көбейтсек, онда  $W_0 = -W_1 + \frac{m_0cv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ . (3a)

(1)-ді (3a)-ға мүшелеп коссак, сонда

$$2W_0 + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right). \quad (4)$$

$$(4)\text{-ті түрлендірсек } \frac{c+v}{c-v} = \left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right)^2 \quad (5) \Rightarrow v = c \cdot \frac{\left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right)^2 + 1}. \quad (6)$$

(6) өрнек айнаның қозғалыс жылдамдығын анықтайды. Енді  $W_1$ -ді табайық. Ол үшін (1)-ден (3)-ті мүшелеп алсақ, онда

$$m_0c^2 = 2W_1 + m_0c^2 \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}.$$

$$(5)\text{-ті ескерсек } m_0c^2 = 2W_1 + m_0c^2 \left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right) \Rightarrow W_1 = \frac{W_0}{1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}}. \quad (7)$$

Мынаны ескерген жөн, айнадан шағылған толқын энергиясы, айнаның тыныштықтағы энергиясының жартысынан артық бола алмайды, расында да (7)-дегі бөлшек бөліміндегі 1-ді ескермесек

$$\left(\frac{2W_0}{m_0c^2} \gg 1\right), \text{ онда } W_1 \leq \frac{W_0}{\frac{2W_0}{m_0c^2}} = \frac{m_0c^2}{2}.$$

$$\text{Жауабы: } v = c \cdot \frac{\left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}\right)^2 + 1}; \quad W_1 = \frac{W_0}{1 + \frac{2W_0}{m_0c^2}}.$$

5.53\*. Бастапқы жылдамдығы нөлге тең электрон кернеулігі  $E$  болатын электр өрісінде үдетіледі. Электрон  $\ell$  қашықтықты өткеннен кейінгі жылдамдығы қандай? Есепті релятивтік және релятивтік емес жағдайда жүргізіндер. Егер өріс әлсіз болғанда, релятивтік формуланың релятивтік емес формулаға өтетінін көрсетіндер.

Берілгені:  $E, \ell$   
а)  $v$  —?; ә)  $v$  —?

Шешуі: Егер электронның бастапқы жылдамдығы нөлге тең болса, онда  $W_0 = 0$ . Демек, электр күштерінің жұмысы оның ақтық кинетикалық энергиясына тең, яғни  $W = A = eE\ell$ .

а) релятивтік емес жағдайда

$$K = \frac{m_0 v^2}{2} = eE\ell \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eE\ell}{m_0}}. \quad (1)$$

ә) релятивтік жағдайда

$$\sqrt{\varepsilon_0^2 + p^2 c^2} - \varepsilon_0 = eE\ell \Rightarrow p^2 c^2 = eE\ell(2\varepsilon_0 + eE\ell)$$

немесе  $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  екендігін ескерсек, онда  $\frac{m_0^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = eE\ell(2\varepsilon_0 + eE\ell) \Rightarrow v = \frac{c\sqrt{eE\ell(2\varepsilon_0 + eE\ell)}}{\varepsilon_0 + eE\ell}. \quad (2)$  Мұндағы,  $\varepsilon_0 = m_0 c^2$  ( $m_0$  — электронның тыныштықтағы массасы).

Егер электр өрісі әлсіз, яғни  $eE\ell \ll \varepsilon_0$  болса, онда (2)-ден  $(eE\ell)$ -қосылғышын ескермейміз, сонда

$$v = \frac{c\sqrt{eE\ell \cdot 2\varepsilon_0}}{\varepsilon_0} \text{ немесе } v = \frac{c\sqrt{eE\ell \cdot 2m_0 c^2}}{m_0 c^2} = \sqrt{\frac{eE\ell \cdot 2m_0 c^4}{m_0^2 c^4}} = \sqrt{\frac{2eE\ell}{m_0}}.$$

$$\text{Жауабы: а) } v = \sqrt{\frac{2eE\ell}{m_0}}; \text{ ә) } v = \frac{c\sqrt{eE\ell(2\varepsilon_0 + eE\ell)}}{\varepsilon_0 + eE\ell}.$$

5.54. Протонның кинетикалық энергиясы  $W_k = 10$  ГэВ. Оның импульсі мен жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:  $W_k = 10$  ГэВ  
р —?; v —?

Шешуі:  $10 \text{ ГэВ} = 1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж}$ .  
Протонның толық энергиясы  
 $\varepsilon = W_k + \varepsilon_0 = 1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж} + 0,15 \cdot 10^9 \text{ Дж} = 1,75 \cdot 10^9 \text{ Дж}$   
немесе  $\varepsilon = 10,94 \text{ ГэВ}$ .

Импульс пен энергия арасындағы байланыстан

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{W_k(2\varepsilon_0 + W_k)},$$

$$\text{өйткені } \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2} = \sqrt{(W_k + \varepsilon_0)^2 - \varepsilon_0^2} = \sqrt{W_k^2 + 2W_k\varepsilon_0 + \varepsilon_0^2 - \varepsilon_0^2} = \sqrt{W_k^2 + 2W_k\varepsilon_0} = \sqrt{W_k(2\varepsilon_0 + W_k)}.$$

$$p = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \sqrt{1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж} \cdot (2 \cdot 0,15 \cdot 10^9 \text{ Дж} + 1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж})} = 5,8 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}. \quad p = 5,8 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Егер  $W_k \gg \varepsilon_0$  жағдайын қарастырсақ, онда

$$p_0 = \frac{W_k}{c} = \frac{1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 5,3 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}. \quad p_0 = 5,3 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Импульстің қателігі } \Delta = \frac{p - p_0}{p} \cdot 100\% \approx 8,6\%. \quad \Delta \approx 8,6\%.$$

Бұл қателік онша көп емес, сондықтан  $\beta = \frac{v}{c}$  қатысынан

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{mc^2}{mc^2} = \frac{pc}{\varepsilon} \approx \frac{W_k}{\varepsilon} = \frac{1,6 \cdot 10^9 \text{ Дж}}{1,75 \cdot 10^9 \text{ Дж}} \approx 0,92; \quad \beta = 0,92.$$

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c. \quad v = 0,92 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,76 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 2,76 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } p_0 = 5,3 \cdot 10^{-18} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad v = 2,76 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5.55. Кинетикалық энергияның релятивтік өрнегін классикалық өрнекпен алмастырғанда жіберілетін қателікті табыңдар.  $u_1 = 0,1$  с;  $u_2 = 0,99$  с болғанда есептеуді жүргізіндер.

Берілгені:  $u_1 = 0,1$  с;  
 $u_2 = 0,99$  с  
 $\Delta_1$  —?;  $\Delta_2$  —?

Шешуі: Салыстырмалы қателікті табу формуласынан  $\Delta = \frac{W_p - W_k}{W_p}$  немесе  $\Delta = 1 - \frac{W_k}{W_p}$ .

$W_p = mc^2 - m_0 c^2$ ;  $W_k = m_0 \frac{u^2}{2}$  болғандықтан

$$\Delta = 1 - \frac{m_0 u^2}{2(mc^2 - m_0 c^2)}. \quad (1)$$

$$\beta = \frac{u}{c} \text{ деп белгілесек } \Delta = 1 - \frac{\beta^2(\sqrt{1 - \beta^2})}{2(1 - \sqrt{1 - \beta^2})} \text{ немесе } \Delta = \frac{1}{2}(1 + \beta^2 - \sqrt{1 - \beta^2}).$$

$$u_1 = 0,1 \text{ с болғанда, } \Delta_1 = \frac{1}{2}(1 + 0,01 - \sqrt{1 - 0,01}) = 0,01;$$

$$n_2 = 0,99 \text{ с болғанда, } \Delta_2 = \frac{1}{2}(1 + 0,98 - \sqrt{1 - 0,98}) = 0,92.$$

**Жауабы:**  $\Delta_1 = 0,01$  немесе  $\Delta_1 = 1\%$ ;  
 $\Delta_2 = 0,92$  немесе  $\Delta_2 = 92\%$ .

**5.56.** Тыныштықтағы электронға соғылуы кезінде протон-антипротон жұбы пайда болуы үшін позитронға қандай кинетикалық энергия беру керек?

**Берілгені:**  $e + \bar{e}$   
**Шешуі:** Протон-антипротон жұбы пайда болуы үшін қойыртпақтың тыныштықтағы энергиясы ең болмағанда тыныштықтағы протон энергиясынан екі есе артық болуы керек, яғни

$$\epsilon'_0 \geq 2 \cdot m_{p_0} c^2 \text{ немесе } \epsilon'_0 \geq 2 \cdot 0,938 \text{ ГэВ} = 1,88 \text{ ГэВ} = 1,88 \cdot 10^9 \text{ эВ}.$$

Ал, электронның тыныштықтағы энергиясы

$$\epsilon_0 = m_{e_0} c^2 = 0,511 \text{ МэВ} = 0,511 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$$

Сонда  $e\varphi \geq \frac{(\epsilon'_0)^2}{2\epsilon_0} - 2\epsilon_0 \approx \frac{(\epsilon'_0)^2}{2\epsilon_0}$ , өйткені  $\epsilon_0 \ll \epsilon'_0$  болғандықтан. Демек,

$$e\varphi = \frac{(1,88 \cdot 10^9 \text{ эВ})^2}{2 \cdot 0,511 \cdot 10^6 \text{ эВ}} = 937,8 \cdot 10^6 \text{ эВ} = K = 0,9378 \text{ ГэВ}.$$

Мұндай энергия беретін үдеткіштер әзірше жасалған жоқ, демек реакция жүргізу мүмкіндігі жоқ.

**Жауабы:**  $K = 0,9378 \text{ ГэВ}$ , мұндай мүмкіндік жоқ.

**5.57.** Физо тәжірибесінде тісті дөңгелек пен айна арақашықтығы  $\ell = 7,0 \text{ км}$ , тістердің саны  $Z = 720$ . Жарық сәулесінің тізбектес екі жоғалуы  $n_1 = 283$  айн/с және  $n_2 = 313$  айн/с жиіліктерде байқалды. Жарық жылдамдығы қандай?

**Берілгені:**  $\ell = 7,0 \text{ км}$ ;  $Z = 720$ ;  
 $n_1 = 283$  айн/с;  
 $n_2 = 313$  айн/с  
**Шешуі:**  $7,0 \text{ км} = 7,0 \cdot 10^3 \text{ м}$ .  
 Жарық импульсінің тісті дөңгелектен айнаға барып қайту уақыты

$$\tau = \frac{2\ell}{c}. \quad (1)$$

Осы уақыт ішінде  $n_1$  жиіліктегі тісті дөңгелек  $k$  тіске жылжиды, мұндағы  $k = \frac{Z\tau}{T_1}$  немесе  $k = Z\tau n_1$ , (2) мұндағы  $T_1 = \frac{1}{n_1}$ .

Дәл осы уақытта  $n_2$  жиіліктегі дөңгелек  $(k+1)$  тіске бұрылады, сонда  $(k+1) = Z\tau n_2$ . (3)

(3)-ден (2)-ні шегерсек  $Z\tau(n_2 - n_1) = 1$ . (1)-ді ескерсек

$$\frac{2Z\ell}{c}(n_2 - n_1) = 1 \Rightarrow c = 2Z\ell(n_2 - n_1).$$

$$c = 2 \cdot 7,0 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 720 \cdot (313 - 283) \frac{\text{айн}}{\text{с}} = 3,024 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Сонымен,  $c = 3,024 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**Жауабы:**  $c = 3,024 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**5.58\*.** Бір инерциалды санақ жүйесінен екіншіге өткенде тығыздық пен температура қалай түрлендіріледі?

**Берілгені:**  $K$ -санақ жүйесі;  
 $\rho$ ;  $T$   
**Шешуі:** 1)  $K$  санақ жүйесіндегі тығыздық былай анықталады  $\rho = \frac{dM}{dV}$ . Енді  $K'$  санақ жүйесіне өткенде  $\rho' = \frac{dM'}{dV'}$ , мұндағы  $dM' = \frac{dM}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ,

ал  $dV' = dV\sqrt{1-\beta^2}$  екендігін ескерсек, онда

$$\rho' = \frac{dM}{\sqrt{1-\beta^2} \cdot dV\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho}{(1-\beta^2)}, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

мұндағы  $v$  —  $K$  жүйесіне салыстырғанда  $K'$  санақ жүйесінің жылдамдығы.

2) Термодинамикалық температура энтропия өзгерісімен төмендегідей байланыста болады  $T = \frac{d\epsilon}{dS}$ . (1) Мұндағы,  $d\epsilon$  — энергия өзгерісі;  $dS$  — осы энергия өзгерісі кезіндегі энтропия өзгерісі.

Энтропия түрлендіру барысында инвариантты шама, яғни  $dS \approx dS'$  (2). Ал,  $d\epsilon' = \frac{d\epsilon}{\sqrt{1-\beta^2}}$  (3) болғандықтан  $T' = \frac{d\epsilon'}{dS'}$ . Енді (1), (2)

және (3)-ні ескерсек,  $T' = \frac{d\epsilon}{\sqrt{1-\beta^2} \cdot dS} = \frac{T}{\sqrt{1-\beta^2}}$ .

**Жауабы:**  $\rho' = \frac{\rho}{(1-\beta^2)}$ ;  $T' = \frac{T}{\sqrt{1-\beta^2}}$ .

**5.59.**  $p$  атмосфералық қысымда аргонмен толтырылған Черенковтың газды есептегішінің ең аз  $E_{\min}$  энергиясы қандай?  $p=1$  атм болғанда аргонның сындыру көрсеткіші  $n = 1,000281$ .

Берілгені:

$p = 1$  атм болғанда  
 $n = 1,000281$

$E_{\min} = ?$

Шешуі:  $p$  қысымдағы аргонның сындыру

көрсеткіші (1)  $n = 1 + p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4}$  болады, бұл

есеп шарғы бойынша.  $E_{\min} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{\min}}{c}\right)^2}}$  (2)

болғандықтан және  $v_{\min} = \frac{c}{n}$  екендігін ескерсек, онда

$$E_{\min} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - (1/n)^2}} \quad (3) \quad \text{Енді (1)-дің мәнін (3)-ке қойсақ}$$

$$E_{\min} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4}}\right)^2}} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{1}{1 + 2p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4} + (p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4})^2 - 1}}}$$

$2p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4} \ll 1$  және  $(p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4})^2 \ll 1$  болғандықтан

$$E_{\min} = \frac{Mc^2}{\sqrt{2p \cdot 2,81 \cdot 10^{-4}}} = \frac{Mc^2}{10^{-2} \sqrt{5,62p}} = \frac{100Mc^2}{\sqrt{5,62p}}$$

$$\text{Жауабы: } E_{\min} = \frac{100Mc^2}{\sqrt{5,62p}}$$

5.60. Егер әртүрлі тұрмыстық қажеттілікке секунд сайын 2000

Дж энергия жұмсалатын болса, онда 1 кг заттың тыныштық энергиясы қанша уақытқа жетер еді?

Берілгені:

$W_1 = 2000$  Дж/с;  
 $m = 1$  кг

$t = ?$

Шешуі:  $2000$  Дж/с  $= 2 \cdot 10^3$  Дж/с.

$m$  массалы заттың тыныштық энергиясы былай анықталады  $W = mc^2$ . Бұл энергияның қанша уақытқа жететінін табу үшін, мұны бір секундта тұтынатын энергия мөлшеріне бөлеміз, сонда

$$t = \frac{W}{W_1} = \frac{mc^2}{W_1} \quad t = \frac{1 \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}} = 4,5 \cdot 10^{13} \text{ с.}$$

$$t = 4,5 \cdot 10^{13} \text{ с немесе } t = 1,4 \cdot 10^6 \text{ жыл.}$$

Жауабы:  $t = 4,5 \cdot 10^{13}$  с немесе  $t = 1,4 \cdot 10^6$  жыл.

## КОСЫМША ЕСЕПТЕР

5.61. Жерге қатысты пойыз  $v$  жылдамдықпен жүріп барады. Пойызға қатысты сондай  $v$  жылдамдықпен сол бағытта күс ұшып барады, ал күсқа қатысты  $v$  жылдамдықпен сол бағытта ұшақ ұшып бара жатыр. Ұшақтың жерге қатысты жылдамдығы қандай?

Жауабы:  $u = 3v$ .

5.62. Қабырғалары 1 м болатын шаршы бакылаушыдан түзу сызық бойымен бір қабырғасы бағытында 0,80 с жылдамдықпен алыстайды. Шаршы пластинканың өлшемдері мен пішінін бакылаушыға салыстырғанда есептеп табыңдар. Тыныштықтағы және қозғалыстағы пластинаның аудандарын салыстырыңдар.

Жауабы: Кейінгі өлшемдері: 1 м және 0,6 м;  $S_0 - S = 0,4 \text{ м}^2$ .

5.63. Бір инерциалды санақ жүйесіндегі бірізгілікті уақиғалар, басқа инерциалды санақ жүйелерінде бірізгілікті бола ма?

Жауабы: Жок.

5.64. Классикалық электродинамика бойынша жарықтың вакуумдағы таралу жылдамдығы қалай анықталады?

$$\text{Жауабы: } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

5.65. Бір қабырғасына параллель бағытта 0,90 с жылдамдықпен қозғалатын шаршы диагональдарының арасындағы бұрышты табыңдар.

Жауабы:  $\beta = 47^\circ$ .

5.66\*. Электрон  $x$  өсіне  $\alpha = 37^\circ$  бұрыш жасай 0,5 с жылдамдықпен ұшып шығады. Оған салыстырғанда  $c$  жылдамдықпен қозғалатын инерциалды санақ жүйесіндегі электрон жылдамдығының бағытымен абсолют мәнін есептеп табыңдар.

Жауабы:  $\beta = 67,3^\circ$ ;  $u = 0,325 c$ .

5.67\*. Меншікті ұзындығы  $\ell_0$  болатын шыбықша, жылдамдық векторы  $v$  шыбықшамен  $\varphi$  бұрыш жасай лабораторияда ілгерілемелі қозғалады. Шыбықшаның лаборатория санақ жүйесіндегі ұзындығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } \ell = \ell_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \varphi}}.$$

5.68. Жұлдызаралық ғарыш кемесі Жерден 4,3 жарық жылы қашықтықтағы ең жақын жұлдыз  $\alpha$  Центаврға қарай 1000 км/с жылдамдықпен біркалыпты түзу сызықты қозғалып кетті. Жердегі бақылаушының көзқарасы бойынша кемедегі сағат көрсетуі, жұлдыздық сағаттан қанша уақытқа кешігер еді?

*Жауабы:*  $\Delta t \approx 0,007$  жыл немесе  $\Delta t \approx 2,56$  тәулік.

5.69. Егер бөлшектің жылдамдығы вакуумдағы жарық жылдамдығынан 0,2%-ке өзгеше, ал ыдырауға дейінгі жүрген жолы шамамен 300 км болса, онда оның меншікті өмір сүру уақытын табыңдар.

*Жауабы:*  $\tau_0 = \frac{\ell \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{v}$ .  $\tau_0 = 6,3 \cdot 10^{-5}$  с.

5.70\*. Массасы  $m_0$  бөлшек 0,8 с жылдамдықпен қозғала отырып, массасы сондай тыныштықтағы екінші бөлшекпен серпінсіз соқтығысады. Соғысу нәтижесінде пайда болған қоспа бөлшектің жылдамдығы мен массасын анықтаңдар.

*Жауабы:*  $u = 0,5547$  с;  $m = 2,3m_0$ .

5.71. Массасы 3 есе артуы үшін бөлшек қандай жылдамдықпен қозғалуы керек?

*Жауабы:*  $v = \frac{c\sqrt{8}}{3}$ .

5.72. Энергияның 1 калория өзгерісіне массаның қанша өзгерісі сәйкес келеді?

*Жауабы:*  $\Delta m = 4,6 \cdot 10^{-17}$  кг.

5.73. Жылдамдығы жарық жылдамдығының 95%-дай болуы үшін электрон қандай үдетуші потенциалдар айырымынан өтуі керек?

*Жауабы:*  $U = 1,1 \cdot 10^6$  В.

5.74. Егер бөлшектің толық энергиясы  $E$ , ал тыныштық энергиясы  $E_0$  болса, оның жылдамдығын табыңдар.

*Жауабы:*  $v = \frac{c\sqrt{E^2 - E_0^2}}{E}$ .

5.75. Көлдегі көлемі  $V = 2 \cdot 10^6$  м<sup>3</sup> судың температурасы  $\Delta t = 5^\circ$  С-ге артады. Көлдегі су массасының эквивалентті өзгерісін табыңдар.

*Жауабы:*  $\Delta m = 4,67 \cdot 10^{-4}$  кг.

5.76. Қуаты  $2,5 \cdot 10^3$  МВт электростанциясының бір сағатта өндіретін энергиясына сәйкес келетін масса өзгерісін табыңдар.

*Жауабы:*  $\Delta m = 1 \cdot 10^{-7}$  кг.

5.77. 0,75 с жылдамдықпен қозғалатын электронның кинетикалық энергияларын классикалық және релятивтік формулалар бойынша анықтаңдар.

*Жауабы:*  $K_{\text{кл}} = 2,3 \cdot 10^{-14}$  Дж;  $K_{\text{р}} = 4 \cdot 10^{-14}$  Дж.

5.78. Ультрарелятивтік жағдайда  $\phi$  потенциалдар айырымына дейін үдетілген бөлшек импульсі  $p = \frac{e\phi}{c}$  формуласымен анықталады. Салыстырмалы қателігі  $\Delta = 5\%$ -тен аспауы үшін қандай потенциалдар айырымына дейін бұл формуланы қолдануға болады? Есепті электрон және протон үшін есептеп табыңдар.

*Жауабы:*  $\phi = \frac{\epsilon_0}{\Delta e}$ ;  $\phi_e \approx 1 \cdot 10^7$  В;  $\phi_p \approx 1,88 \cdot 10^{10}$  В.

## VI-бөлім. АТОМ ЖӘНЕ АТОМ ЯДРОСЫ ФИЗИКАСЫ

• Атом және атом ядросы физикасында арнайы қолданылатын бірліктер:

- массаның атомдық бірлігі  
 $1 \text{ м.а.б.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$
- энергияның бірлігі – электронвольт  
 $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$
- электр зарядының бірлігі – электрон заряды  
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$
- аудан бірлігі – барн.  $1 \text{ б} = 10^{-28} \text{ м}^2.$
- ұзындық бірліктері:  
 $1 \text{ фм} = 10^{-15} \text{ м (ферми); } 1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м (ангстрем).}$
- уақыт бірлігі (ұшудың ядролық бірлігі)  
 $\tau_{\text{яд}} = 10^{-22} \text{ с.}$

### 6.1 Атом физикасы

• Химиялық элементтің қасиеттерін анықтайтын ең кішкентай бөлшегі **атом** деп аталады.

• Атом оң зарядталған ядродан және оның кулондық өрісінде қозғалатын электрондардан құралады.

• Қарапайым атом жүйесі сутегі атомы болып табылады.

• Сутегі атомының сәуле шығару спектрі **сызықтық** (дискретті) болады. Бұл спектр сызығының жиілігі Бальмер-Ридберг формуласымен анықталады

$$\nu = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

мұндағы,  $R = \frac{m_0 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3}$  – Ридберг тұрақтысы;  $R = 3,288 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{с}}$ ;  $m_0$  – электрон массасы,  $\epsilon_0$  – электр тұрақтысы;  $h$  – Планк тұрақтысы.

Егер:  $n=1$  болса Лайман сериясы,  $n=2$  болса Бальмер сериясы,  $n=3$  болса Пашен сериясы,  $n=4$  болса Бреккет сериясы,  $n=5$  болса Пфунда сериясы,  $n=6$  болса Хэмфри сериялары.

• Сутегітекті иондарға сәйкес келетін энергия **термдері**

$$E = -\frac{hRZ^2}{n^2}; \quad T = \frac{|E|}{h}.$$

Мұндағы:  $E$  – энергия;  $T$  – терм;  $Z$  – элементтің реттік саны,  $h$  – Планк тұрақтысы.

• Атом үшін **ионизациялау потенциалы**

$$\Phi = \frac{hRZ^2}{en^2}.$$

• **Бордың бірінші постулаты** (стационарлық күй постулаты). Атомның белгілі бір стационарлық күйлері болады да, ол күйдегі атом үдей қозғалғанымен электромагниттік толқын шығармайды.

• **Бордың екінші постулаты** (орбитаның кванттану постулаты). Стационар күйдегі атом электроны дөңгелек орбита бойымен қозғалғанда импульс моментінің кванттық мәнін қабылдайды да, ол мына шартты қанағаттандырады

$$mvr_n = \frac{nh}{2\pi}.$$

Мұндағы:  $r_n$  –  $n$ -ші орбита радиусы,  $n \neq 0$  бүтін сан,  $v$  – электрон жылдамдығы.

**Бордың үшінші постулаты** (Бор жиілігінің шарты). Электрон бір орбитадан екінші орбитаға өткенде ғана энергия квантын шығарады немесе жұтады. Энергия квантының шамасы

$$E = h\nu_{m,n} = E_m - E_n,$$

мұндағы  $m > n$  (кванттық сан).

• Атомның қосынды **орбиталды моменті**

$$|L| = \sqrt{L(L+1)} \cdot h, \quad \vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i, \quad \text{мұндағы } h = \frac{h}{2\pi}.$$

• Атомның қосынды **спиндік моменті**

$$|S| = \sqrt{S(S+1)} \cdot h, \quad \vec{S} = \sum_{i=1}^N \vec{S}_i.$$

• Атомның қосынды **толық моменті**

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad |J| = \sqrt{J(J+1)} \cdot h$$

• Бірінші Бор орбитасы радиусының ұзындығы

$$r_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}.$$

• **Паули принципі.** Атомдағы әрбір электрон өзінің  $n, \ell, m_\ell, m_s$  кванттық сандар жиынымен ерекшеленеді. Мұндағы:  $n$  – бас кванттық сан;  $\ell$  – орбиталдық,  $m_\ell$  – магниттік орбиталдық,  $m_s$  – магнит спиндік кванттық сандар.

• Берілген  $n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) кванттық сандағы жалпы электрондар саны (электрондық қабықта)

$$2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell+1) = 2n^2.$$

Сонда:  $n=1$  болса,  $N=2$  ( $K$  қабық);

$n=2$  болса,  $N=8$  ( $L$  қабық);  
 $n=3$  болса,  $N=18$  ( $M$  қабық);  
 $n=4$  болса,  $N=32$  ( $N$  қабық) т.с.с.

• Берілген  $\ell$  ( $\ell=0,1,2,3,\dots$ ) орбиталдық кванттық сандағы жалпы электрондар саны (электрондық қабықшада)

$$2(2\ell+1).$$

Сонда:  $\ell=0$  болса  $N=2$  ( $s$  қабықша);  
 $\ell=1$  болса  $N=6$  ( $p$  қабықша);  
 $\ell=2$  болса  $N=10$  ( $d$  қабықша);  
 $\ell=3$  болса  $N=14$  ( $f$  қабықша) т.с.с.

• Мозли заңы  $\sqrt{\frac{v_{\text{min}}}{R}} = a(Z - \sigma).$

Мұндағы:  $R$  – Ридберг тұрақтысы,  $\sigma$  – экрандаушы тұрақты,  $a$  – қабықтың кванттық санына тәуелді тұрақты шама.  $a = \sqrt{Rc \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)}$ .

• Атом өлшемдері:

сызықтық өлшемі  $\sim 10^{-10}$  м;  
қима ауданы  $\sim 10^{-20}$  м<sup>2</sup>;  
протон радиусы  $\sim 10^{-15}$  м;  
атом массасы  $\sim (1,66 \cdot 10^{-27} - 400 \cdot 10^{-27})$  кг;  
қатты денеде атомдардың арақашықтығы  $\sim 10^{-10}$  м.

• Де Бройл толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{h}{mv} \text{ немесе } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2W_k \cdot m}}.$$

$$v \sim c \text{ болғанда } \lambda = \frac{h}{m_0 v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ немесе } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2W_k m_0 + \frac{W_k^2}{c^2}}}, \text{ мұндағы } m_0$$

– дененің тыныштық массасы.

6.1.1. Жарықтың шыныдағы таралу жылдамдығы  $v$ , ал вакуумдағы  $c > v$ . Фотон шыныдан вакуумға өткенде оның энергиясы арта ма?

Шешуі: Фотон энергиясы оның жиілігімен анықталады және ол  $(h\nu)$ -ге тең. Ал жарық жиілігі бір оптикалық ортадан екіншісіне өткенде өзгермейді, жарықтың таралу жылдамдығы мен толқын ұзындығы өзгереді. Демек, фотон шыныдан вакуумға өткенде оның энергиясы өзгермейді.

6.1.2. Радиусы  $r_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 h^2}{me^2}$  формуласымен анықталатын бірінші

бор орбитасындағы электронның жылдамдығы мен үдеуін табындар.

Берілгені:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \frac{4\pi\epsilon_0 h^2}{me^2} \\ v - ?; a - ? \end{aligned} \right\}$$

Шешуі: Электронның жылдамдығы мен үдеуін классикалық механика заңдылығымен анықтайық.

Электрон  $v$  тұрақты жылдамдықпен қозғалсын, сонда  $F_{\text{ц.м.}} = \frac{mv^2}{r}$  күш электронға әсер етеді. Егер

электрон мен ядро арасындағы ауырлық күшін ескермесек,  $F_{\text{ц.м.}}$  – күшті туғызатын кулондық әсер күші, демек

$$F_{\text{ц.м.}} = \frac{mv^2}{r_0} = F_k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 m}}.$$

Ал,  $a = \frac{F_k}{m}$ , онда  $a = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2 m}$ . Есеп шартын ескерсек  $v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 h}$

$$\text{және } a = \frac{me^6}{(4\pi\epsilon_0)^3 h^4}.$$

$$v = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$a = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^6}{\left( 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \right)^3 \cdot (1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^4} = 1 \cdot 10^{23} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Мұндағы  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг (электрон массасы);  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл (электрон заряды);  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$  (электрлік тұрақты);  $h = 1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с (Планк тұрақтысы).

$$\text{Жауабы: } v = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; a = 1 \cdot 10^{23} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

6.1.3. Электрон және позитрон өздерінің қозғалыссыз ортақ масса центрінен айналады. Бөлшектердің потенциалдық энергиясының кинетикалық энергиясына қатынасын табындар.

Берілгені:

$$\left. \begin{aligned} e, e \\ \frac{W_n}{W_k} - ? \end{aligned} \right\}$$

Шешуі: Жүйенің толық кинетикалық энергиясы екі бөлшектің кинетикалық энергияларының қосындысына тең  $W_k = 2W_{k1}$ ,  $W_{k1}$  – бір бөлшектің кинетикалық энергиясы.

Ньютонаң екінші заңынан  $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4r^2}$ , мұндағы  $2r$  — позитронмен электронның арақашықтығы. Сонда жүйенің потенциалдық энергиясы  $W_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r}$ , ал кинетикалық энергиясы  $W_k = 2 \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4r}$ , демек

$$\frac{W_n}{W_k} = \frac{-e^2 \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot 4r}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r \cdot e^2} = -2; \quad \frac{W_n}{W_k} = -2.$$

Жауабы:  $\frac{W_n}{W_k} = -2.$

**6.1.4.** Сутегі атомын иондау үшін, яғни протоннан бір электронды өте алыс арақашықтыққа шығаруға қажетті жұмысты табындар. Сутегі атомының диаметрі  $d = 10^{-8}$  см. Атомды иондау жұмысын электронвольтпен өрнектендер.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} d = 10^{-8} \text{ см;} \\ e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ A_u = ? \end{array}$$

Шешуі:  $10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м}.$

Атомның толық энергиясын табайық, өйткені иондау жұмысы оған қарама-қарсы таңбамен алынған толық энергияға тең, яғни  $A_u = -W$ . (1)

$W = W_k + W_n$ , мұндағы  $W_n = -\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$ , ал  $W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$ , себебі  $d = 2r$ . Сонда  $W = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$ . (1)-ді ескерсек  $A_u = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$ .

$$A_u = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 10^{-10} \text{ м}} = 2,24 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}.$$

$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , онда  $2,24 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 14 \text{ эВ}.$

Жауабы:  $A_u = 14 \text{ эВ}.$

**6.1.5.** Сутегі атомы электронының бірінші дөңгелек орбитасының радиусын табындар. Салыстырмалы диэлектрик өтімділігі  $\epsilon = 1$  деп алындар.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} n = 1 \\ \epsilon = 1; m; e \\ r_1 = ? \end{array}$$

Шешуі: Бор моделі бойынша электронның ядромен әсерлесуінің потенциалдық энергиясы мына

формуламен анықталады  $W_n = -\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . (1)

Мұндағы  $r$  — электроннан ядроға дейінгі қашықтық.

Ал, кинетикалық энергиясы  $W_k = \frac{mv^2}{2}$ . (2)

Қозғалыстағы электронға центрге тартқыш үдеуді кулондық күш береді, демек

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow mv^2 r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}. \quad (3)$$

Бордың үшінші постулаты бойынша  $mvr = n\hbar$ . (4)

(3)-ті түрлендірейік  $\frac{m^2 v^2 r^2}{mr} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$  немесе  $(mvr)^2 = \frac{mre^2}{4\pi\epsilon_0}$ .

(4)-ті осы теңдеуге қойсақ, онда  $n^2 \hbar^2 = \frac{mre^2}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2}$ .

Есеп шартынан  $n = 1$  десек,  $r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ .

$$r_1 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot (1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Жауабы:  $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$

**6.1.6.** Гелий-неон газ лазерінің қуаты 40 мВт, ал ол шығаратын монохромат жарық сәулесінің толқын ұзындығы 630 нм. Лазер 1 с ішінде неше фотон шығарады?

Берілгені:

$$\begin{array}{l} N = 40 \text{ мВт;} \\ \lambda = 630 \text{ нм;} \\ t = 1 \text{ с} \\ n = ? \end{array}$$

Шешуі:  $40 \text{ мВт} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}; 630 \text{ нм} = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

Бір фотонның энергиясы  $E_1 = h\nu$  немесе  $E_1 = \frac{hc}{\lambda}$ .

Ал  $n$  фотон энергиясы  $E = nE_1$  немесе  $E = \frac{nhc}{\lambda}$ . (1)

Қуат анықтамасынан  $N = \frac{E}{t}$  немесе  $E = N \cdot t$ .

(1) және (2)-ден

$$\frac{nhc}{\lambda} = N \cdot t \Rightarrow n = \frac{N\lambda t}{hc}, \quad n = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ Вт} \cdot 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 1 \text{ с}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1,3 \cdot 10^7.$$

$n = 1,3 \cdot 10^7.$

Жауабы:  $n = 1,3 \cdot 10^7.$

**6.1.7.** Сутегі атомында электронның үшінші орбитадан екінші орбитаға өткендегі шығарған толқынының ұзындығы екіншіден біріншіге өткендегі толқын ұзындығынан қанша есе үлкен болады?

Берілгені:

$$n_3 = 3; n_2 = 2; \\ n_1 = 1$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = ?$$

Шешуі: Толқын ұзындық мына формуламен анықталады

$$\lambda = \frac{ch}{E_k - E_n} \quad (1)$$

Әрбір жағдай үшін (1)-ді жазып, олардың қатынасын табайық, сонда

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{ch}{E_3 - E_2}}{\frac{ch}{E_2 - E_1}} = \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_2} \quad (2) \quad \text{Ал, } E = \frac{-me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \text{ екендігін ескерсек,}$$

$$\text{онда (2)-ден } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}}{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_3^2}} = \frac{1^2 - 2^2}{2^2 - 3^2} = 5,4. \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 5,4.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 5,4.$$

6.1.8. Атом массалары  $M_1$  және  $M_2$  болатын екі бөлікке ыдырады. Егер екі бөлшектің жалпы кинетикалық энергиясы  $T$  болса, олардың жылдамдықтарын анықтаңдар.

Берілгені:

$$M_1; M_2; T \\ v_1 = ?; v_2 = ?$$

Шешуі: Импульстің сақталу заңынан

$$M_1 v_1 = M_2 v_2 \quad (1)$$

Ал энергияның сақталу заңынан

$$\frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2} = T \quad (2)$$

(1) және (2)-ден

$$v_1 = M_2 \sqrt{\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}; \quad v_2 = M_1 \sqrt{\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = M_2 \sqrt{\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}; \quad v_2 = M_1 \sqrt{\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}.$$

6.1.9. Электрон жиілігі  $\nu = 10^{15} \frac{1}{c}$  болатын гармониялық тербеліске жақын өшетін тербеліс жасайды. Ол қандай  $\Delta t$  уақыт ішінде бастапқы энергиясының 0,9 бөлігін жоғалтады?

Берілгені:

$$\nu = 10^{15} \frac{1}{c}; \\ W = 0,9 W_0 \\ t = ?$$

Шешуі: Электродинамикада тербелістегі электронның сәуле шығару арқылы жоғалтатын энергиясын былай анықтайтындығы дәлелденген

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} a^2 \quad (1)$$

Мұндағы,  $a$  — электронның тербеліс үдеуі және  $a = v'$ ,  $c$  — жарық жылдамдығы.

Егер электрон ығысуы  $x = A \cos \omega t$  болса, онда

$$v = x' = (A \cos \omega t)' = -\omega A \sin \omega t, \text{ ал } a = v' = (-\omega A \sin \omega t)' = -\omega^2 A \cos \omega t \quad (2)$$

Демек, электронның толық энергиясы  $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ . (3) Сонда

секунд сайын жоғалатын орташа энергия  $W_{\text{орт}} = \frac{2e^2}{3c^3} a^2$ .

$$(2)\text{-ні ескерсек } W_{\text{орт}} = \frac{2e^2}{3c^3} (-\omega^2 A)^2 = \frac{1}{3} \frac{e^2}{c^3} \omega^4 A^2. \quad A^2\text{-мәнін (3)-тен}$$

табамыз, сонда  $W_{\text{орт}} = \frac{2e^2}{3mc^3} W$ . Сонда электрон энергиясының орташа өзгерісі

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2 \omega^2}{3mc^3} W \text{ немесе } \frac{dW}{W} = -\frac{2e^2 \omega^2}{3mc^3} dt.$$

$$\text{Интегралдасақ, онда } t = \frac{3mc^3}{2e^2 \omega^2} \int_{W_0}^W \frac{dW}{W} \text{ немесе } t = \frac{3mc^3}{2e^2 \omega^2} \ln \frac{W_0}{W}.$$

$$\omega = 2\pi\nu \text{ екендігін ескерсек, } t = \frac{3mc^3}{2e^2 (2\pi\nu)^2} \ln \frac{W_0}{W}.$$

$$t = \frac{3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^3}{2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 \left(2 \cdot 3,14 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{с}}\right)^2} \ln \left(\frac{1}{0,9}\right) \approx 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

$$\text{Жауабы: } t \approx 1,9 \cdot 10^{-8}.$$

6.1.10. Толқын ұзындығы  $\lambda = 5000 \text{ А}$  болатын көрінетін сәуле фотонының импульсін тауып, оны бөлме температурасындағы сутегі молекуласының импульсімен салыстырыңдар. Сутегі молекуласының массасы  $M = 2,35 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ .

Берілгені:

$$\lambda = 5000 \text{ А}; \\ M = 2,35 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

Шешуі:  $5000 \text{ А} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м};$

$$2,35 \cdot 10^{-24} \text{ г} = 2,35 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Фотон импульсі  $p_{\text{ф}} = \frac{h}{\lambda}$  формуласымен, ал сутегі молекуласының импульсі  $p_{\text{н}} = M \cdot v$ , мұндағы

$$p_{\text{ф}} = ?; \quad \frac{p_{\text{н}}}{p_{\text{ф}}} = ?$$

тегі молекуласының импульсі  $p_{\text{н}} = M \cdot v$ , мұндағы

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{M}}, \text{ сонда } Mv = M \sqrt{\frac{3kT}{M}} = \sqrt{3kTM}, \text{ демек } p_{\text{н}} = \sqrt{3kTM}.$$

$$p_{\text{ф}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 1,33 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}. \quad p_{\text{ф}} = 1,33 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

$$p_n = \sqrt{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 293 \text{ К} \cdot 2,35 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 5,34 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$p_n = 5,34 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}, \quad \frac{p_n}{p_\Phi} = \frac{5,34 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}}{1,33 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}} \approx 4000, \quad \frac{p_n}{p_\Phi} \approx 4000.$$

$$\text{Жауабы: } p_\Phi = 1,33 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad \frac{p_n}{p_\Phi} \approx 4000.$$

6.1.11. Сутегі атомының сәуле шығаруының көрінерлік аймағындағы ең ұзын және ең қысқа толқын ұзындығын табыңдар.

Берілгені:  $n_2 = 2$   
 $\lambda_{\max} - ?; \lambda_{\min} - ?$

Шешуі: Сутегі атомында электронның бір орбитадан басқа орбитаға өту кезінде шығаратын сәулесінің толқын ұзындығы мына формуламен анықталады

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_3^2} \right). \quad (1)$$

Атомның ең аз энергия шығаруы екінші орбитаға ең жақын үшінші орбитадан өтуі кезіндегі толқын ұзындығына сәйкес келеді, яғни бұл ең ұзын толқын болып табылады, демек

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_3^2} \right),$$

мұнда  $n_2 = 2$  және  $n_3 = 3$ . Сонда  $\lambda_{\max} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

Ал, электрон шексіз алыс орбитадан екінші орбитаға өткенде атом ең көп энергия шығарады, яғни бұған ең қысқа толқын сәйкес келеді

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_\infty^2} \right).$$

$\lambda_{\min}$ -ді есептейік, сонда  $n_\infty = \infty$  болғанда  $\frac{1}{n_\infty^2} = 0$ , демек  $\lambda_{\min} = \frac{n_2^2}{R}$ .

$$\lambda_{\min} = \frac{2^2}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}} = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad \lambda_{\min} = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Бірақ, бұл толқын ұзындық көрінерлік облысқа сәйкес келмейді, көрінетін толқын ұзындық шегаралығы  $\lambda_{\min}^0 \geq 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  болуы керек. Осы толқын ұзындыққа сәйкес келетін орбита ретін табайық,

$$\text{сонда } \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right). \text{ Демек, } n = \sqrt{\frac{4\lambda_{\min}^0 \cdot R}{\lambda_{\min}^0 \cdot R - 4}}.$$

$$n = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}}{4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} - 4}} = 6. \quad n = 6.$$

Сонымен,  $\lambda_{\min} = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  және  $\lambda_{\max} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

$$\text{Жауабы: } \lambda_{\min} = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_{\max} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

6.1.12. Негізгі күйдегі атомның қозған күйіндегі атомнан қандай айырмашылығы бар?

Жауабы: Бұл атомдардың негізгі айырмашылығы, қозған күйдегі атомда электрондар негізгі күйдегіге салыстырғанда ядродан біршама алыс орбиталар бойымен қозғалып энергия қоры көп болады.

6.1.13. Заряд шамасы бірдей қарама-қарсы таңбалы екі ион ортақ масса центрінен айналады. Ион өлшемдері олардың арақашықтығына салыстырғанда өте аз. Бұл ион жұбы температурасы  $T = 3000 \text{ К}$  бірашамды газда термикалық тепе-теңдікте тұрған болса, бұлардың электрлік моменті неге тең?

Берілгені:  $T = 3000 \text{ К}$   
 $\mu - ?$

Шешуі: Ион массасы  $m_1$ , ортақ центрден қашықтығы  $r_1$ , ал айналу жылдамдығы  $\omega$  болса, иондардың айналуының жалпы кинетикалық энергиясы мынаған тең

$$\frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{m_2 (d - r_1)^2 \omega^2}{2}. \quad (1)$$

Мұндағы  $d$  – иондар арасының қашықтығы.

Еркіндік дәрежесі және энергияның бірқалыпты бөліну заңы бойынша бұл энергия  $(kT)$ -ға тең. Екінші жағынан әрбір ионға әсер ететін электр күштері центрге тартқыш күшпен әсер етеді. Демек

$$m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 (d - r_1) = \frac{e^2}{d^2}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден

$$2kT = \frac{e^2 r_1}{d^2} + \frac{e^2 (d - r_1)}{d^2} \text{ немесе } 2kT = \frac{e^2}{d} \Rightarrow d = \frac{e^2}{2kT}. \quad (3)$$

Мұндағы,  $k$  – Больцман тұрақтысы.

Ал  $\mu = d \cdot e$  болғандықтан (3)-ті ескерсек  $\mu = \frac{e^3}{2kT}$ .

$$\mu = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^3}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 3000 \text{ К}} = \frac{4,096 \cdot 10^{-57}}{0,828 \cdot 10^{-19}} \text{ Кл} \cdot \text{м} = 4,95 \cdot 10^{-38} \text{ Кл} \cdot \text{м};$$

$$\mu = 4,95 \cdot 10^{-38} \text{ Кл} \cdot \text{м}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = 4,95 \cdot 10^{-38} \text{ Кл} \cdot \text{м}.$$

6.1.14. Неге электрон сәуле шығару нәтижесінде энергиясын жоғалтқанда, оның орбита радиусы кемиді?

**Жауабы:** Электронның орбита бойымен қозғалғандағы толық энергиясы  $E = -\frac{e^2}{2r}$ . Егер  $E$  энергия кемісе  $\frac{e^2}{2r}$  шамасының абсолют шамасы артады, ал  $r$  радиус кемиді.

6.1.15. Сутегінің барлық серияларының спектрлік сызықтарының толқын ұзындығын анықтаңдар.

**Шешуі:** Сутегінің барлық серияларының спектрлік сызықтарының толқын ұзындығы мына формуламен анықталады

$$\lambda = \frac{k^2 n^2}{R(n^2 - k^2)},$$

мұндағы  $k$  және  $n$  кванттық сандар болып табылады,  $R$  – Ридберг тұрақтысы және  $R = \frac{e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}$ .

1)  $k=1$ ,  $n=2,3,4,\dots$  Лайман сериялары және бұл ультракүлгін аймақта жататын толқындар:

$$n=2 \text{ болғанда, } \lambda_2 = \frac{k^2 n^2}{R(n^2 - k^2)} = \frac{1 \cdot 4}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 3} = 1,215 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$n=3 \text{ болғанда, } \lambda_3 = \frac{1 \cdot 9}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 8} = 1,026 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$n=4 \text{ болғанда, } \lambda_4 = \frac{1 \cdot 16}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 15} = 0,972 \cdot 10^{-7} \text{ м} \dots$$

2)  $k=2$ ,  $n=3,4,5,\dots$  Бальмер сериялары және бұл көрінерлік аймақта жатады:

$$n=3 \text{ болғанда, } \lambda_3 = \frac{4 \cdot 9}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 5} = 6,563 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$n=4 \text{ болғанда, } \lambda_4 = \frac{4 \cdot 16}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 12} = 4,862 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$n=5 \text{ болғанда, } \lambda_5 = \frac{4 \cdot 25}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 21} = 4,341 \cdot 10^{-7} \text{ м} \dots$$

3)  $k=3$ ,  $n=4,5,6,\dots$  Пашен сериялары

$$n=4 \text{ болғанда, } \lambda_4 = \frac{9 \cdot 16}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 7} = 18,752 \cdot 10^{-7} \text{ м} \dots$$

4)  $k=4$ ,  $n=5,6,7,\dots$  Бреккет сериялары

$$n=5 \text{ болғанда, } \lambda_5 = \frac{16 \cdot 25}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 9} = 40,515 \cdot 10^{-7} \text{ м} \dots$$

5)  $k=5$ ,  $n=6,7,8,\dots$  Пфунда сериялары

$$n=6 \text{ болғанда, } \lambda_6 = \frac{25 \cdot 36}{1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot 11} = 74,653 \cdot 10^{-7} \text{ м} \dots$$

Кейінгі үш сериялар инфрақызыл аймақта жатады.

6.1.16. Сутегі атомының ионизациялау потенциалын табыңдар.

**Берілгені:** **Шешуі:** Сутегі атомының ионизациялау потенциалы мына теңдеуден анықталады  $eU = A$ . (1)  
Мұндағы  $A$  – электронды қалыпты орбитадан шексіздікке шығару жұмысы.

Сутегі атомы үшін  $A = h\nu = hcR \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ . Сонда  $k=1$  және  $n=\infty$  болғанда (2)  $A = hcR$ . (1) және (2)-ден

$$eU = hcR \Rightarrow U = \frac{hcR}{e}.$$

$$U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 13,6 \text{ В}. \quad U = 13,6 \text{ В}.$$

**Жауабы:**  $U = 13,6 \text{ В}$ .

6.1.17. Бор теориясын пайдаланып Ридберг тұрақтысын есептеп табыңдар.

**Шешуі:** Ридберг тұрақтысының  $\lambda$ ,  $n$  және  $k$  (кейінгі екеуі кванттық сандар) арасындағы байланыс былай беріледі

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right). \quad (1)$$

Екінші жағынан Бор постулатынан  $h\nu = (E_k - E_n)$ . (2)

$\nu = \frac{c}{\lambda}$  және  $E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 n^2 r_1}$ ,  $E_k = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 k^2 r_1}$  екендігін ескерсек, онда

$$(2)\text{-ден } \frac{hc}{\lambda} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_1} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \text{ немесе } \frac{1}{\lambda} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 hc r_1} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right). \quad (3)$$

(1) және (3)-ден  $R = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 h c r_1}$ , мұндағы  $r_1$  — сутегі атомының бірінші орбитасы және  $r_1 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_0 e^2}$ . Сонда Ридберг тұрақтысы

$$R = \frac{e^2 \cdot \pi m_0 e^2}{8\pi\epsilon_0 h c \cdot h^2 \epsilon_0} \text{ немесе } R = \frac{e^4 m_0}{8h^3 c \epsilon_0^2}.$$

Мұндағы  $m_0$  — электрон массасы,  $\epsilon_0$  — электр тұрақтысы.

$$R = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{8 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^3 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \left(8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}\right)^2} \approx 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}.$$

$$R \approx 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}.$$

$$\text{Жауабы: } R \approx 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}.$$

**6.1.18.** Атомарлық сутегімен толтырылған разрядтық түтіктен жарық шоғы дифракциялық торға нормал бағытпен түседі. Тор тұрақтысы  $d = 5 \cdot 10^{-4}$  см. Спектрлік сызықтарында спектрдің  $k = 5$  ретін  $\varphi = 41^\circ$  бұрышпен құру үшін электрон  $n_2 = 2$  орбитада нешінші орбитаға өтуі керек?

**Берілгені:**  $d = 5 \cdot 10^{-4}$  см;  
 $k = 5$ ;  $\varphi = 41^\circ$ ;  
 $n_2 = 2$   
 $n_k = ?$

**Шешуі:**  $5 \cdot 10^{-4}$  см =  $5 \cdot 10^{-6}$  м.  
Дифракциялық тордың формуласынан  
 $d \sin \varphi = k \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}. \quad (1)$   
Мұндағы  $\lambda$  — берілген спектрлік сызыққа сәйкес шығарылатын сәулелің толқын ұзындығы.

Екінші жағынан  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)$  формуласынан белгісіз орбитаның реті  $n_k$ -ны табамыз, сонда  $n_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{\lambda R}}}$ . Енді (1)-ді ескерсек

$$n_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{\lambda R}}}, \quad n_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}} \cdot \sin 41^\circ}}} \approx 3.$$

$$\text{Жауабы: } n_k \approx 3.$$

**6.1.19.** Сутегі атомының ионизация энергиясы  $E_0 = 13,5$  эВ. Кез келген ретті стационар күйдегі атом энергиясын табыңдар.

Реті екінші, үшінші, оныншы стационар күйдегі энергияларды есептеңдер.

**Берілгені:**  $E_0 = 13,5$  эВ;  
 $E_n = ?$ ;  $E_2 = ?$ ;  
 $E_3 = ?$ ;  $E_{10} = ?$

**Шешуі:** Стационар күйдегі атом энергиясы мына формуламен анықталады  
 $E_n = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2}. \quad (1)$   
Мұндағы,  $m$  — электрон массасы,  $n$  — орбита реті,  $\epsilon_0$  — электр тұрақтысы.

$n = 1$  болған жағдайда (1)-ден  $E_1 = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2}$ , бұл өрнек ионизация энергиясын анықтайды, расында да

$$E_1 = E_0 = -\frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^4}{8 \cdot \left(8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}\right)^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2} = -13,5 \text{ эВ}.$$

Сонда  $E_n = \frac{-E_0}{n^2}$ .  $E_2$  үшін  $n = 2$  деп аламыз, сонда  $E_2 = \frac{-E_0}{2^2}$

$$\text{немесе } E_2 = -\frac{13,5 \text{ эВ}}{4} = -3,375 \text{ эВ}. \quad E_2 = -3,375 \text{ эВ}.$$

$$n = 3 \text{ болғанда, } E_3 = -\frac{13,5 \text{ эВ}}{9} = -1,5 \text{ эВ}. \quad E_3 = -1,5 \text{ эВ}.$$

$$n = 10 \text{ болғанда, } E_{10} = -\frac{13,5 \text{ эВ}}{100} = -0,135 \text{ эВ}. \quad E_{10} = -0,135 \text{ эВ}.$$

$$\text{Жауабы: } E_n = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2}; \quad E_2 = -3,375 \text{ эВ}; \quad E_3 = -1,5 \text{ эВ}; \quad E_{10} = -0,135 \text{ эВ}.$$

**6.1.20.** Бір реттік иондалып қоздырылған гелий атомының спектрінде толқын ұзындығы  $\lambda = 410$  нм сызықтары байқалады. Мұндай иондардың шоғы циклотроннан  $K = 40,0$  МэВ энергиямен шығады. Егер бақылау шоқ бағытымен  $\alpha = 30^\circ$  жасап жүргізілген болса, бұл сызықтардың доплерлік ығысуын табындар.

**Берілгені:**  $\lambda_0 = 410$  нм;  
 $K = 40,0$  МэВ;  
 $\alpha = 30^\circ$   
 $\Delta \lambda = ?$

**Шешуі:**  $410 \text{ нм} = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ;  
 $40,0 \text{ МэВ} = 6,4 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$ .  
 $\Delta \lambda = \lambda_0 - \lambda$  (1) формуласынан табамыз, сонда ион бақылаушы бағытында қозғалғандықтан  
 $\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2)$

$\beta$ -ны анықтау үшін  $\epsilon_0 = c \sqrt{1 - \beta^2}$  теңдігін пайдаланамыз, сонда

$\frac{\varepsilon_0}{c} = \sqrt{1-\beta^2}$  немесе  $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + K} = \sqrt{1-\beta^2}$ . (3)  $\varepsilon_0 = 4\varepsilon_{on}$ , мұндағы  $\varepsilon_{on}$  — протонның тыныштық энергиясы.

Сонда,  $\varepsilon_{on} = 1,5 \cdot 10^{-10}$  Дж, демек  $\varepsilon_0 = 6 \cdot 10^{-10}$  Дж.  $\varepsilon_0$  және  $K$  мәндерін (3)-ке қойсақ, онда  $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{6 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}}{0,064 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} + 6 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}} = 0,989$ .

Демек  $\sqrt{1-\beta^2} = 0,989 \Rightarrow \beta = 0,148$ .

(1) және (2)-ні ескерсек  $\Delta\lambda = \lambda_0 \left( 1 - \frac{1-\beta \cos \alpha}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$ .

$$\Delta\lambda = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \left( 1 - \frac{1-0,148 \cdot \cos 30^\circ}{0,989} \right) = 0,49 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad \Delta\lambda = 0,49 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Жауабы:  $\Delta\lambda = 0,49 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**6.1.21.** Де-Бройль толқын ұзындығын релятивтік бөлшектің кинетикалық энергиясы арқылы өрнектеңдер. Кинетикалық энергияның қандай мәнінде релятивтік емес формула  $\delta=1\%$ -тен кем қателік бере алады?

Берілгені: Шешуі: Бөлшектің кинетикалық энергиясы  
 $\varepsilon_0; \delta = 1\%$  |  $K = \varepsilon - \varepsilon_0$  немесе  $K = \sqrt{\varepsilon_0^2 + p^2 c^2} - \varepsilon_0 \Rightarrow$   
 $\lambda-?; K-?$  |  $\Rightarrow p = \frac{1}{c} \sqrt{K(2\varepsilon_0 + K)}. (1)$

Ал, де-Бройль формуласынан  $\lambda = \frac{h}{p}$ , (1)-ді ескерсек

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(2\varepsilon_0 + K)}}. (2)$$

Релятивтік емес жағдайда  $K \ll \varepsilon_0$ , онда (2)-ден

$$\lambda_{pe} = \frac{hc}{\sqrt{2\varepsilon_0 K}} \text{ немесе } \lambda_{pe} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}. (3)$$

Релятивтік формуладан релятивтік емес формулаға көшкендегі салыстырмалы қателік

$$\delta = \frac{\lambda_{pe} - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_{pe}}{\lambda} - 1 = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 + K}{2\varepsilon_0}} - 1, \text{ демек}$$

$$\delta = \sqrt{1 + \frac{K}{2\varepsilon_0}} - 1 \Rightarrow (1+\delta)^2 = 1 + \frac{K}{2\varepsilon_0} \Rightarrow 1 + 2\delta + \delta^2 = 1 + \frac{K}{2\varepsilon_0} \Rightarrow 2\delta + \delta^2 = \frac{K}{2\varepsilon_0};$$

$\delta \ll 2$  болғандықтан  $2\delta \approx \frac{K}{2\varepsilon_0}$ , онда  $K \leq 4\delta\varepsilon_0$ . Есеп шартынан

$\delta = 0,01$ , онда  $K = 0,04 \cdot \varepsilon_0$ .  $K = 0,04 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 20,5 \text{ КэВ}$ .

Жауабы:  $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(2\varepsilon_0 + K)}}$ ;  $K \leq 4\delta\varepsilon_0$  немесе  $K \leq 20,5 \text{ КэВ}$ .

**6.1.22.** Атомды осциллятор ретінде қарастыра отырып, нөлдік тербеліс энергиясын бірінші орбитадағы электронның кинетикалық энергиясына теңестіріп, сутегінің қозбаған күйіндегі атом өлшемін бағаландар.

Берілгені: Шешуі: Орбитадағы электронның кинетикалық энергиясы  
 $K = W_0$  |  $K = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 r^2. (1)$   
 $r-?$

Ал нөлдік тербеліс энергиясы  $W_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$ . (2)  $\omega$  — меншікті жиілік

және  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_0}}$ . (3) Мұндағы,  $k = \frac{F}{A}$  және  $F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ ,  $A = r$  ( $A$  — амплитуда,  $F$  — квазисерпінді күш, бұл кулондық күшке тең). Сонда (2)-

ден  $\omega = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 r^3}}$ . (4) Есеп шартынан

$$K = W_0 \text{ немесе } \frac{1}{2} m_0 \omega^2 r^2 = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 r^3}} \Rightarrow r = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_0}.$$

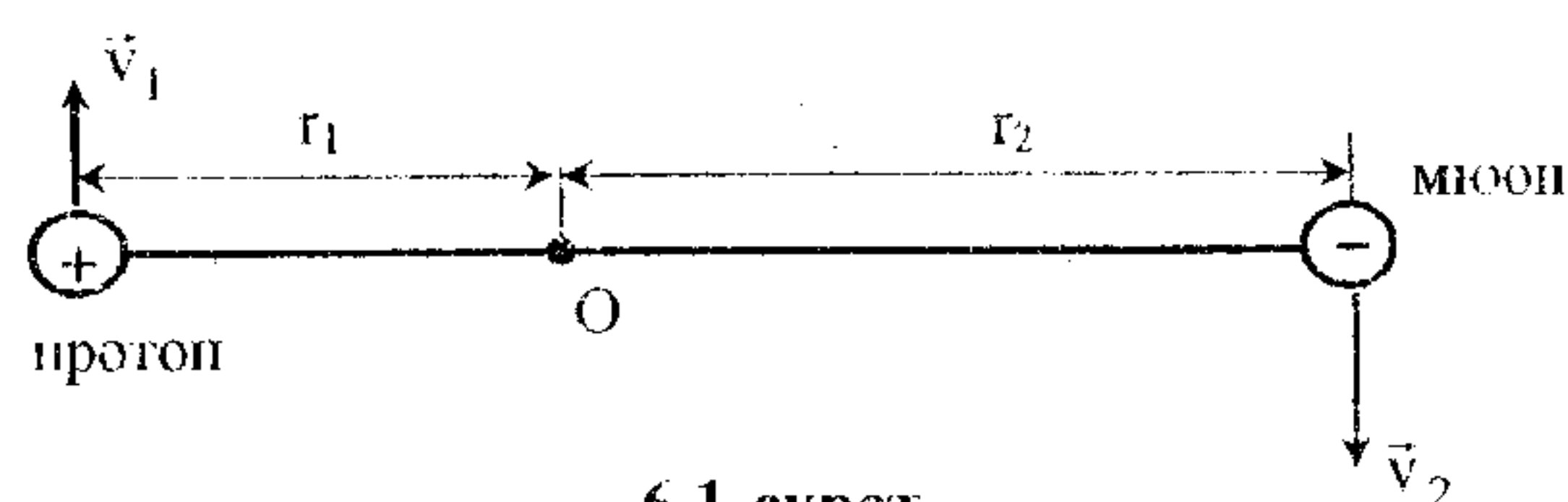
Мұндағы,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  және  $m_0$  — электрон массасы.

Жауабы:  $r = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_0}$ .

**6.1.23.** Ядро маңында электрон орнына, одан массасы 207 есе үлкен болатын теріс мюон айналатын атомды мезоатом деп атайды. Мезоатом үшін бор радиусын және энергетикалық деңгейлерді анықтаңдар.

Берілгені: Шешуі: Мюон массасы протон массасынан  
 $m_\mu = 207m_p$  | небәрі 9 есе кем болғандықтан, протон мен мюон  
 $m_\mu = \frac{m_p}{9}$  | мезоатомның жалпы масса центрінен айналатындығын ескеру керек (6.1-сурет). Ньютонның екінші заңынан  $\frac{m_1 v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 v_2^2}{r_2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}. (1)$   
 $a_n-?; \varepsilon_n-?$

Мұндағы,  $a = r_1 + r_2$ ; (2)  $m_1, v_1, r_1$  — протонның, ал  $m_2, v_2, r_2$  — мюонның массасы, жылдамдығы және орбита қисықтық радиусы.



6.1-сурет

Импульстің сақталу заңынан

$$m_1 v_1 r_1 + m_2 v_2 r_2 = n\hbar \quad (3) \quad \text{және} \quad m_1 r_1 = m_2 r_2. \quad (4)$$

(1) және (4)-ден  $\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$ . (5) Ал, (3) және (4)-ден

$$(6) \quad v_1 + v_2 = \frac{n\hbar}{m_1 r_1} = \frac{n\hbar}{m_2 r_2}. \quad (5) \quad \text{және} \quad (6)\text{-дан} \quad v_1 = \frac{n\hbar}{am_1} \quad \text{және} \quad v_2 = \frac{n\hbar}{am_2}. \quad (7)$$

(7)-нің мәндерін (1)-ге қойсақ қисықтық радиусы табылады, сонда

$$r_1 = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_1 e^2} \quad \text{және} \quad r_2 = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_2 e^2}.$$

(2)-ден мезоатом үшін бор орбитасын табуға болады, сонда

$$a_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \quad \text{немесе} \quad a_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2} \cdot \frac{m_p + m_\mu}{m_p m_\mu}, \quad (8)$$

мұнда  $m_1 = m_p$ ,  $m_2 = m_\mu$  екендігін ескердік.

Кез келген энергетикалық деңгейдегі электрон энергиясы

$$\epsilon_n = \frac{m_1 v_1^2}{r_1} + \frac{m_2 v_2^2}{r_2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_n}.$$

(1)-ді ескерсек  $\epsilon_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_n}$ . (9)

(9)-ды түрлендірейік (алымын да, бөлімін де  $a_0$ -ге көбейтеміз, мұнда  $a_0$  – сутегі атомының бірінші бор радиусы), сонда

$$\epsilon_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} \cdot \frac{a_0}{a_n} = -hcR \cdot \frac{a_0}{a_n}; \quad \epsilon_n = -hcR \cdot \frac{a_0}{a_n}.$$

$$a_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2} \cdot \frac{m_p + m_\mu}{m_p m_\mu} = n^2 a_0 \cdot \frac{2043}{1836 \cdot 207} = \frac{n^2 a_0}{186}.$$

$$\epsilon_n = -\frac{hcR \cdot a_0}{a_n} = -\frac{hcR \cdot a_0}{n^2 a_0} = -\frac{hcR}{n^2} \cdot 186 = -\frac{1}{n^2} \cdot 2,53 \text{ кэВ}.$$

Жауабы:  $a_n = \frac{n^2 a_0}{186}$ ;  $\epsilon_n = -\frac{1}{n^2} \cdot 2,53 \text{ кэВ}.$

6.1.24\*. Бор теориясы бойынша сутегі атомының энергетикалық деңгейлерін есептегенде электронның протонмен тек кулондық өзара әсері ескеріледі де, магниттік мо-

менттері ескерілмейді. Осы жағдайда жіберілетін қателікті бағалаңдар. Электрон мен протонның кулондық әсерімен бірге магниттік әсерін ескергенде энергетикалық деңгейлер сызбасында қандай өзгерістер болады?

Берілгені:

$m_p, m_e$

$\delta$  –?

Шешуі: Протон мен электронның магниттік моменттері өзара екі түрде орналасуы мүмкін: параллель немесе біріне-бірі антипараллель. Демек, электрон мен протонның өзара әсерлесуінің толық энергиясы

$$\epsilon = \epsilon_k \pm \epsilon_m. \quad (1)$$

Мұндағы  $\epsilon_k = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$  (2) – кулондық,  $\epsilon_m = \frac{2\mu_0 \mu_p \mu_e}{4\pi r^3}$  (3). Сонда,  $\mu_0$  – магниттік тұрақты,  $\mu_p$  – протонның,  $\mu_e$  – электронның магниттік моменттері.

Осы кезде жіберілетін салыстырмалы қателік  $\delta = \left| \frac{\epsilon - \epsilon_k}{\epsilon} \right|$ .

(1)-ді ескерсек  $\delta = \left| \frac{\epsilon_k \pm \epsilon_m - \epsilon_k}{\epsilon_k \pm \epsilon_m} \right| = \left| \frac{\pm \epsilon_m}{\epsilon_k \pm \epsilon_m} \right|$ , ал  $\epsilon_m \ll \epsilon_k$  болғандықтан

$$\delta \approx \left| \frac{\pm \epsilon_m}{\epsilon_k} \right|. \quad (2) \quad \text{және} \quad (3)\text{-ті пайдалансақ} \quad \delta = \left| \frac{2\mu_0 \mu_p \mu_e}{4\pi r^3} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 r}{e^2} \right| = \left| \frac{2\mu_0 \mu_p \mu_e \cdot \epsilon_0}{e^2 r^2} \right|.$$

Ал,  $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  болғандықтан  $\delta = \left| \frac{2\mu_p \mu_e}{e^2 c^2 r^2} \right| \leq \left| \frac{2\mu_p \mu_e}{e^2 c^2 a_0^2} \right|$ .

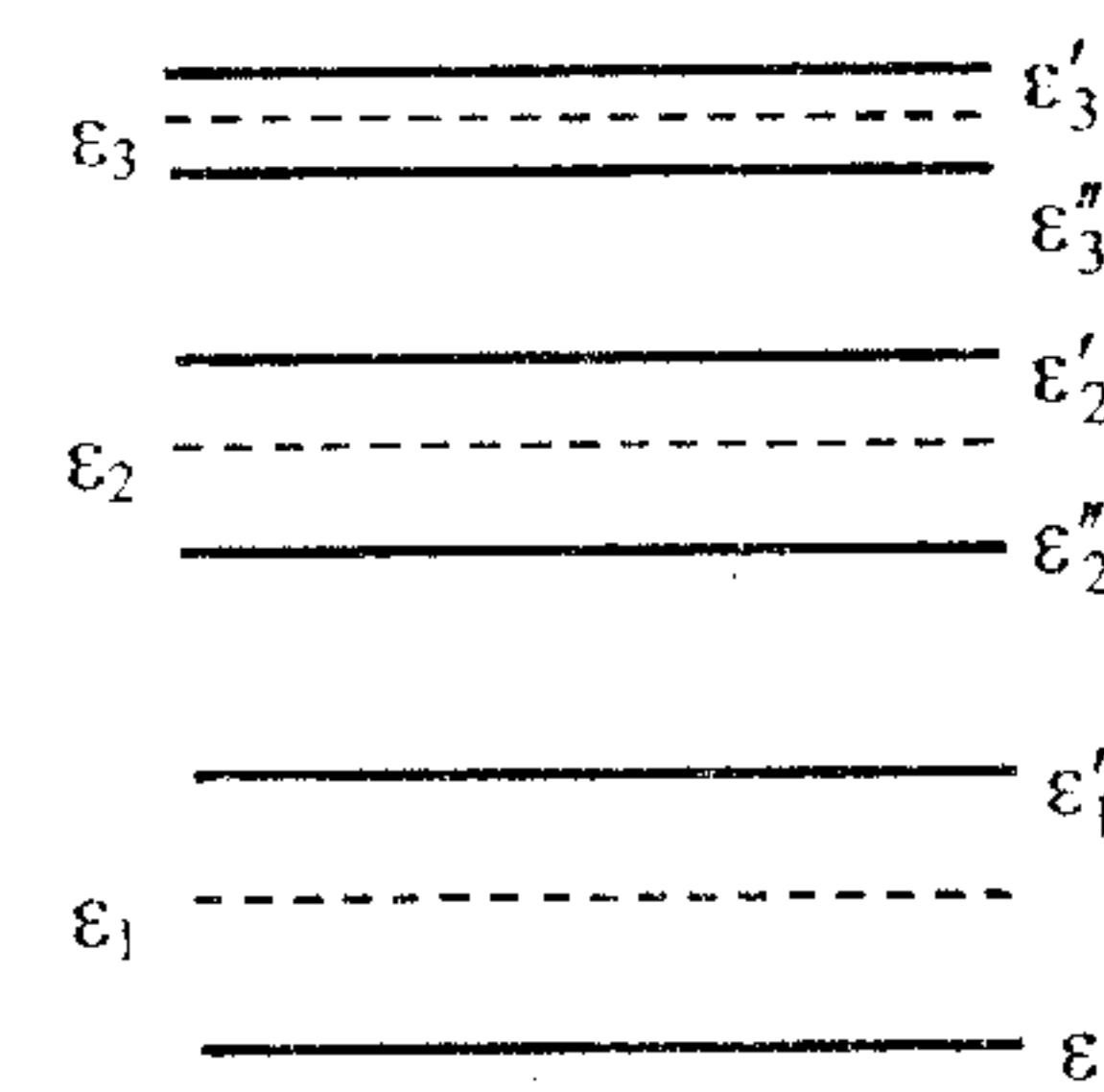
Сондай-ақ магниттік әсерден негізгі энергетикалық деңгейлер екі деңгейшелерге: жоғарғы  $\epsilon'_n = \epsilon + |\epsilon_m|$  және төменгі  $\epsilon''_n = \epsilon - |\epsilon_m|$  жіктеледі. Мұндағы,  $n$  – деңгей реті,  $|\epsilon_m|$  – магниттік әсердің энергия мәні. 6.2-суретте магниттік әсерді ескергендегі энергетикалық деңгейлердің сызбасы көрсетілген.

Мұндағы:  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  – үзік сызықтар Бор теориясы бойынша алғашқы энергетикалық үш деңгейлер.

Толық сызықтар – магниттік әсерден пайда болатын энергетикалық деңгейшелер ( $\epsilon'_3, \epsilon''_3, \epsilon'_2, \epsilon''_2, \epsilon'_1, \epsilon''_1$ ).

Ескерту: масштаб сақталмай сызылған.

Жауабы:  $\delta = \left| \frac{2\mu_p \mu_e}{e^2 c^2 r^2} \right|$ .



6.2-сурет

6.1.25. Табиғи бордың атомдық массасы 10,811. Ол атомдық массалары 10,013 және 11,009 болатын екі изотоптың қоспасы. Осы изотоптың пайыздық құрамын анықтаңдар.

|                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\begin{aligned} m &= 10,811; \\ m_1 &= 10,013; \\ m_2 &= 11,009 \\ x - ?; y - ? \end{aligned}$ | <p>Шешуі: <math>x</math> – бірінші изотоптың, <math>y</math> – екінші изотоптың үлестері болсын. Сонда есеп шарттары бойынша екі теңдеу жүйесін жазамыз</p> $\begin{cases} y = 1 - x \\ 10,013x + 11,009y = 10,811 \end{cases}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Бұл жүйені шешсек

$$\begin{cases} y = 1 - x \\ 10,013x + 11,009(1 - x) = 10,811 \end{cases} \Rightarrow x = 0,2 \text{ және } y = 0,8.$$

$$\begin{cases} m_1x + m_2y = m \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1x + m_2(1 - x) = m \\ y = 1 - x \end{cases} \Rightarrow x(m_2 - m_1) = (m - m_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{m_2 - m}{m_2 - m_1}. \text{ Ал, } y = 1 - x = 1 - \frac{m_2 - m}{m_2 - m_1} = \frac{m - m_1}{m_2 - m_1}.$$

$$x = \frac{11,009 - 10,811}{11,009 - 10,013} = 0,2 \text{ немесе } x = 20\%;$$

$$y = \frac{10,811 - 10,013}{11,009 - 10,013} = 0,8 \text{ немесе } y = 80\%.$$

Жауабы:  $x = 20\%$ ;  $y = 80\%$ .

6.1.26. Ванадий катоды бар рентген түтікшесінен кандай ең аз кернеуде  $K_\alpha$  сериялы сызық пайда болады?

|                                                                                                |                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\begin{aligned} &^{23}_{51}\text{V}; K_\alpha \\ \varphi - ? \end{aligned}$ | <p>Шешуі: <math>K_\alpha</math> аралық сызыққа сәйкес келетін толқын ұзындық Мозле заңымен аныкталады</p> $\frac{1}{\lambda} = R(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1)$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

мұндағы  $m = 1$ ,  $n = 2$ , ванадий үшін  $Z = 23$  (кестеден).

Бұл сызық, тұтас спектр шеғарасынан тыс жатпаған жағдайда ғана пайда болады, демек  $\lambda_\alpha > \frac{hc}{e\varphi}$ . (2)

(1)-ді ескерсек (2)-ден  $\varphi > \frac{3(Z - 1)^2 hcR}{4e}$ , мұндағы  $R$  – Ридберг тұрақтысы.

$$\varphi > \frac{3(23 - 1)^2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 5 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

$$\varphi > 5 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Жауабы:  $\varphi > 5 \cdot 10^3 \text{ В}$ .

6.1.27. Үй температурасындағы ( $t = 20^\circ \text{C}$ ) сутегі молекуласының орташа квадраттық жылдамдығына сәйкес келетін де-Бройль толқын ұзындығын табындар.

|                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\begin{aligned} &t = 20^\circ \text{C}; \text{ H}_2 \\ &\bar{\lambda} - ? \end{aligned}$ | <p>Шешуі: <math>T = 273 + 20 = 293 \text{ К}</math>.<br/>Сутегі молекуласының орташа квадраттық импульсі (1) <math>\frac{\bar{p}^2}{2m} = \frac{3}{2} kT</math> шартынан табылады, өйткені</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$W = \frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{(m\bar{v})^2}{2m} = \frac{\bar{p}^2}{2m}.$$

Ал, де-Бройль толқын ұзындығы  $\bar{\lambda} = \frac{h}{\bar{p}}$ . (2)

(1)-ді ескерсек (2)-ден  $\bar{\lambda} = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}$ , мұндағы  $k$  – Больцман тұрақтысы.

$$\bar{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{3 \cdot 1,0078 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 293 \text{ К}}} \approx 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\bar{\lambda} \approx 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ м немесе } \bar{\lambda} \approx 1,5 \text{ Å}.$$

Жауабы:  $\bar{\lambda} \approx 1,5 \text{ Å}$ .

6.1.28. Электрон  $\varphi_1 = 10^2 \text{ В}$  потенциалдар айырымымен үдетіледі. Де-Бройль толқынының топтық және фазалық жылдамдығын табындар. Осы жылдамдықтарды  $\varphi_2 = 10^5 \text{ В}$  болғанда анықтандар.

|                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\begin{aligned} &\varphi_1 = 10^2 \text{ В}; \varphi_2 = 10^5 \text{ В} \\ &v_1 - ?; u_1 - ?; v_2 - ?; u_2 - ? \end{aligned}$ | <p>Шешуі: 1) <math>\varphi_1 = 10^2 \text{ В}</math> болғанда электрон релятивтік емес бөлшек, өйткені жылдамдығы <math>c</math>-ға салыстырғанда аз, онда оның импульсі <math>p_1 = \sqrt{2me\varphi_1}</math>.</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Енді  $p_1 = mv_1$  екендігін ескерсек, онда  $v_1 = \sqrt{\frac{2e\varphi_1}{m}}$ . Мұндағы  $v_1$  – бөлшек жылдамдығы де-Бройль толқынының топтық жылдамдығына тең. Ал фазалық жылдамдық  $u_1 = \frac{c^2}{v_1}$  болғандықтан  $u_1 = c^2 \sqrt{\frac{m}{2e\varphi_1}}$ .

2) Үдетуші кернеу  $\varphi_2 = 10^5 \text{ В}$  болғанда бөлшек релятивтік, сондықтан оның импульсін мына өрнектен анықтаймыз

$$\sqrt{\varepsilon_0^2 + p^2 c^2} = \varepsilon_0 + e\varphi_2 \Rightarrow p_2 = \frac{1}{c} \sqrt{e\varphi_2 (2\varepsilon_0 + e\varphi_2)}.$$

$p_2 = m_2 v_2$  болғандықтан  $m_2$ -ні табайық, оны  $m_2 c^2 = \varepsilon_0 + e\varphi_2$  теңдігінен табамыз, сонда  $m_2 = \frac{\varepsilon_0 + e\varphi_2}{c^2}$ .

Топтық жылдамдық  $v_2 = \frac{p_2}{m_2}$  немесе  $v_2 = \frac{c\sqrt{e\varphi_2(2\varepsilon_0 + e\varphi_2)}}{\varepsilon_0 + e\varphi_2}$ , ал фазалық жылдамдық  $u_2 = \frac{c^2}{v_2} = \frac{c(\varepsilon_0 + e\varphi_2)}{\sqrt{e\varphi_2(2\varepsilon_0 + e\varphi_2)}}$ ,  $u_2 = \frac{c(\varepsilon_0 + e\varphi_2)}{\sqrt{e\varphi_2(2\varepsilon_0 + e\varphi_2)}}$ .

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^2 \text{ В}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_1 = 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$u_1 = \left(3 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \sqrt{\frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^2 \text{ В}}} = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_1 = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 10^5 \text{ В} \cdot (2 \cdot 0,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 10^5 \text{ В} \cdot 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл})}}{0,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 10^5 \text{ В}} =$$

$$= 1,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_2 = 1,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$u_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} (0,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 10^5 \text{ В})}{\sqrt{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 10^5 \text{ В} \cdot (2 \cdot 0,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 10^5 \text{ В})}} =$$

$$= 5,5 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_2 = 5,5 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_1 = 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_1 = 1,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_2 = 1,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_2 = 5,5 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**6.1.29\*.** Тыныштықта сутегі ядросындағы электрон бесінші энергетикалық деңгейден негізгі деңгейге өтті. Фотон шығару есебінен атом қандай жылдамдық алды? Тебілу энергиясы қандай?

Берілгені:

$$n = 5; \quad {}^1_1\text{H}$$

$$v = ?; \quad W_n = ?$$

Шешуі: Электрон қозған күйден негізгі күйге өткенде фотонмен атом арасында энергия былай бөлінеді  $\varepsilon = h\nu + W_m$ , (1) мұндағы  $W_m = \frac{p^2}{2M}$  (В) —

атомның тебілу энергиясы,  $p$  — фотон ұшып шыққанда өрбитін атом импульсі.

Импульстің сақталу заңынан  $p = p_\phi$  немесе  $p = \frac{h\nu}{c}$ , сонда

$$W_n = \frac{h^2 v^2}{2Mc^2}. \quad (2)$$

Енді  $v$ -ді анықтайық. (1) мен (2)-ні ескерсек, онда

$$\varepsilon = h\nu \left(1 + \frac{h\nu}{2Mc^2}\right) \Rightarrow h\nu = \frac{2\varepsilon}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon}{Mc^2}}}. \quad (3)$$

$\frac{2\varepsilon}{Mc^2} \approx 10^{-8}$ , өйткені  $\varepsilon \approx 13,6 \text{ эВ}$ , ал  $(Mc^2) \approx 1 \text{ ГэВ}$ , сондықтан (3)-ден

$$h\nu \approx \frac{2\varepsilon}{1+1} \approx \varepsilon, \quad h\nu \approx \varepsilon. \quad (4)$$

Есеп шарты бойынша ауысу бесінші деңгейден негізгі деңгейге болатындықтан ауысу энергиясы  $\varepsilon$  былай анықталады  $\varepsilon = hcR \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2}\right) = \frac{24}{25} hcR$ ,  $\varepsilon = \frac{24}{25} hcR$ . (5) Мұнда  $n=1$ ,  $m=5$  деп алдық.

(4) және (5)-тен  $h\nu = \frac{24}{25} hcR$ . (6) (6)-ның мәнін (2)-ге қойып

$$W_n \text{-ді табамыз, сонда } W_m = \left(\frac{24hR}{25}\right)^2 \cdot \frac{1}{2M}. \quad (7)$$

(В) және (7) теңдеулерінен  $\frac{p^2}{2M} = \left(\frac{24hR}{25}\right)^2 \cdot \frac{1}{2M}$ . Енді  $p = Mv$  екендігін ескерсек, онда

$$\frac{M^2 v^2}{2M} = \left(\frac{24hR}{25}\right)^2 \cdot \frac{1}{2M} \Rightarrow v = \frac{24hR}{25M}.$$

$$v = \frac{24 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}}{25 \cdot 1,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$W_n = \left(\frac{24 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}}{25}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 1,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 14,6 \cdot 10^{-27} \text{ Дж}.$$

$$W_n = 14,6 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} \text{ немесе } W_n = 9,1 \cdot 10^{-8} \text{ эВ}.$$

$$\text{Жауабы: } v = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad W_n = 9,1 \cdot 10^{-8} \text{ эВ}.$$

**6.1.30.**  $s$ -күйде екі электроннан, ал  $p$ -күйде алты электроннан артық электрон болмайтындығын дәлелдендер.

**Дәлелдеуі:**  $s$ -күйге орбиталды кванттық сан  $\ell = 0$  сәйкес келеді, демек магниттік кванттық сан  $m = 0$ . Онда электрондар бірінен-бірі спин проекциялары:  $s = \frac{1}{2}$  және  $s = -\frac{1}{2}$  бойынша ерекшеленуі мүм-

кін. Сонымен, кванттық сандардың екі үлгісі болуы мүмкін. Олар:

$$\left(n, 0, 0, \frac{1}{2}\right) \text{ және } \left(n, 0, 0, -\frac{1}{2}\right). \text{ Демек, сң көбі екі электрон болады.}$$

p-күйге орбиталды кванттық сан  $\ell=1$  сәйкес келеді, демек магниттік кванттық санның үш мәні бола алады:  $m=1, m=0, m=-1$ . Магниттік кванттық санның әрбіріне екі спин проекциясы сәйкес келе алады, онда барлығы кванттық сандардың алты үлгісі болады.

$$\text{Олар: } \left(n, 1, 1, \frac{1}{2}\right), \left(n, 1, 1, -\frac{1}{2}\right), \left(n, 1, 0, \frac{1}{2}\right), \left(n, 1, 0, -\frac{1}{2}\right), \left(n, 1, -1, \frac{1}{2}\right), \left(n, 1, -1, -\frac{1}{2}\right).$$

Демек, сң көбі алты электрон екен.

**6.1.31.** Атом центрлерінің арақашықтығы  $d = 0,74 \text{ \AA}$ . Қоздырылған сутегі молекуласының бірінші деңгейдегі айналуының бұрыштық жыдамдығын табындар.

|                                    |                                                                   |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <i>Берілгені:</i>                  | <i>Шешуі:</i> $0,74 \text{ \AA} = 0,74 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$ |
| $d = 0,74 \text{ \AA}$             | Айналатын молекуланың импульс моменті                             |
| $\omega_1 - ?; K_{\text{айн}} - ?$ | (1) $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar,$                               |
|                                    | мұндағы $\ell = 0, 1, 2, \dots$ орбиталдық кванттық сан.          |

Ал, оның сәйкесінше кинетикалық энергиясы

$$K_{\text{айн}} = \frac{L^2}{2J} \text{ немесе (1)-ді ескерсек } K_{\text{айн}} = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2J}, \quad (2)$$

Мұндағы,  $J$  – инерция моменті.

Бірінші қоздырылған күй үшін  $\ell=1$ , онда айналмалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы (2)-ден  $K_{\text{айн},1} = \frac{1(1+1)\hbar^2}{2J} = \frac{\hbar^2}{J}$ . Ал  $L$  мен  $J$  арасындағы байланыс  $L = \omega J$ . 1-ші қоздырылған күй үшін  $\omega_1 = \frac{L_1}{J_1}$ . (3) Молекула үшін  $J_1 = \frac{md^2}{2}$  (4) екендігін және  $L_1 = \hbar\sqrt{2}$  (1)-

ден ескерсек, онда  $\omega_1 = \frac{2\sqrt{2}\hbar}{md^2}$ . Мұндағы  $m$  – сутегі атомының массасы.

Кинетикалық энергия (1) және (4) формулалардан табылады

$$K_{\text{айн},1} = \frac{2\hbar^2}{md^2},$$

$$\omega_1 = \frac{2\sqrt{2} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (0,74 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2} = 3 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad \omega_1 = 3 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

$$K_{\text{айн},1} = \frac{2 \cdot (1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (0,74 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2} = 2,4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

$$K_{\text{айн},1} = 2,4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} \text{ немесе } K_{\text{айн},1} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ.}$$

$$\text{Жауабы: } \omega_1 = 3 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}; K_{\text{айн},1} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ.}$$

**6.1.32.** Электрон және рентгендік сәуле шығару квантының:

а) толқын ұзындықтары бірдей және  $\lambda = 28 \text{ пм}$ ; ә) энергиялары бірдей және  $E = 2 \text{ кэВ}$ . Табындар: импульстерінің шамасын; әрбір бөлшектің толқын ұзындығын.

|                                |                                                                                                                                                          |
|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Берілгені:</i>              | <i>Шешуі:</i> $28 \text{ пм} = 2,8 \cdot 10^{-11} \text{ м}; 2 \text{ кэВ} = 2 \cdot 10^3 \text{ эВ.}$                                                   |
| а) $\lambda = 28 \text{ пм};$  | а) Екі жағдай үшін де $p = \frac{h}{\lambda}$ . Онда $p_1 = p_2 = p = \frac{h}{\lambda}$ .                                                               |
| ә) $E = 2 \text{ кэВ}$         |                                                                                                                                                          |
| $p - ?; p_2 - ?;$              | $p = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2,8 \cdot 10^{-11} \text{ м}} = 2,3 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$ |
| $\lambda_1 - ?; \lambda_2 - ?$ | $p = 2,3 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$                                                                                      |

Энергия  $E$ -мен толқын ұзындық  $\lambda$  арасындағы байланыстан фотон үшін  $\lambda_2 = \frac{hc}{E}$ , өйткені  $E = h\nu$ , ал  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ . Сонымен, фотон үшін

$\lambda_2 = \frac{hc}{E}$ . Енді электронның осы жағдайда қандай бөлшек екендігін анықтайық. Ол үшін  $E$ -ні, оның тыныштық энергиясымен салыстырамыз, сонда

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,51 \cdot 10^6 \text{ эВ.}$$

Демек,  $E = 510 \text{ МэВ} \gg 2 \text{ кэВ}$ , онда электрон релятивтік емес бөлшек. Бұл жағдайда электрон үшін  $\lambda_1 = \frac{h}{p}$ , ал  $p = \sqrt{2mE}$ , онда

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2mE}}. \quad \lambda_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (2 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})}} = 0,27 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

$$\lambda_2 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} = 6,21 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 6,21 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

$$\text{Жауабы: } p_1 = p_2 = p = 2,3 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

$$\lambda_1 = 0,27 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 6,21 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

**6.1.33\*.** Гелий атомын қарапайым түрде екі электронның ортақ центр – тыныштықтағы ядро маңынан тербелетін жүйе ретінде қарауға болады. Осы моделге сүйеніп тұрақты электр өрісіндегі сұйық гелийдің диэлектрик өтімділігін шамамен бағаландар. Мұнда гелий толқын ұзындығы  $\lambda = 0,06 \text{ микрон}$  ультракүлгін сәулесін күшті жұтады деп есептеңдер. Сұйық гелий тығыздығы  $\rho = 0,14 \text{ г/см}^3$ .

Берілгені:  $\lambda = 0,06 \mu$ ;  $\rho = 0,14 \text{ г/см}^3$ ;  $\varepsilon = ?$   
 Шешуі:  $0,06 \mu = 6 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ ;  $0,14 \text{ г/см}^3 = 140 \text{ кг/м}^3$ .  
 Бұл жағдайда диэлектрик поляризациясы, электр өрісі әсерінен электрон орбитасы ядродан белгілі бір  $\Delta x$  қашықтыққа ығысуынан пайда болады деп есептейік.

Диэлектриктің бір ғана  $\Delta V$  көлемін қарастырайық. Сонда электр зарядтарының  $\Delta x$  шамасына ығысуы осы көлемнің беттерінде  $q$  және  $(-q)$  зарядтарының пайда болуына әкеледі (6.3-сурет). Сонда

$$q = 2eN \cdot \Delta x \cdot S. \quad (1)$$

Мұндағы,  $2e$  – ядро заряды,  $N$  – бірлік көлемдегі гелий ядроларының саны,  $S$  – диэлектрик бетінің ауданы.

$N = \frac{\rho}{\mu} N_A$  (2) екендігі белгілі ( $\mu$  – гелий атомының мольдік массасы). Сонда диэлектриктегі электр өрісінің кернеулігі

$$E = E_0 - \Delta E. \quad (3)$$

Мұндағы,  $E_0$  – сыртқы өріс кернеулігі,  $\Delta E$  – беттегі зарядтар туғызған электр өрісінің кернеулігі және ол былай анықталады [(1)-ді ескердік].

$$\Delta E = \frac{q}{\varepsilon_0 S} = \frac{2eN \cdot \Delta x \cdot S}{\varepsilon_0 S} = \frac{2eN \cdot \Delta x}{\varepsilon_0}. \quad (4)$$

Екінші жағынан (5)  $\varepsilon = \frac{E_0}{E} \Rightarrow E_0 = \varepsilon E$ . (4) және (5)-ті ескерсек

(3)-ден  $E = \varepsilon E - \frac{2eN \cdot \Delta x}{\varepsilon_0}$ . (6) Енді  $\Delta x$ -ті табайық. Кернеулігі  $E$  электр

өрісінде электронға әсер ететін күш  $F = eE$ . Егер электрон, есеп шартындағыдай ядро маңында тербелету үшін, ол ядромен қатаңдығы  $k$  болатын серіппеге бекітілген деп қарастыруға болады, сонда Гук заңынан  $\Delta x = \frac{eE}{k}$ . (7) Енді  $k$ -ны табайық. Есеп шартында

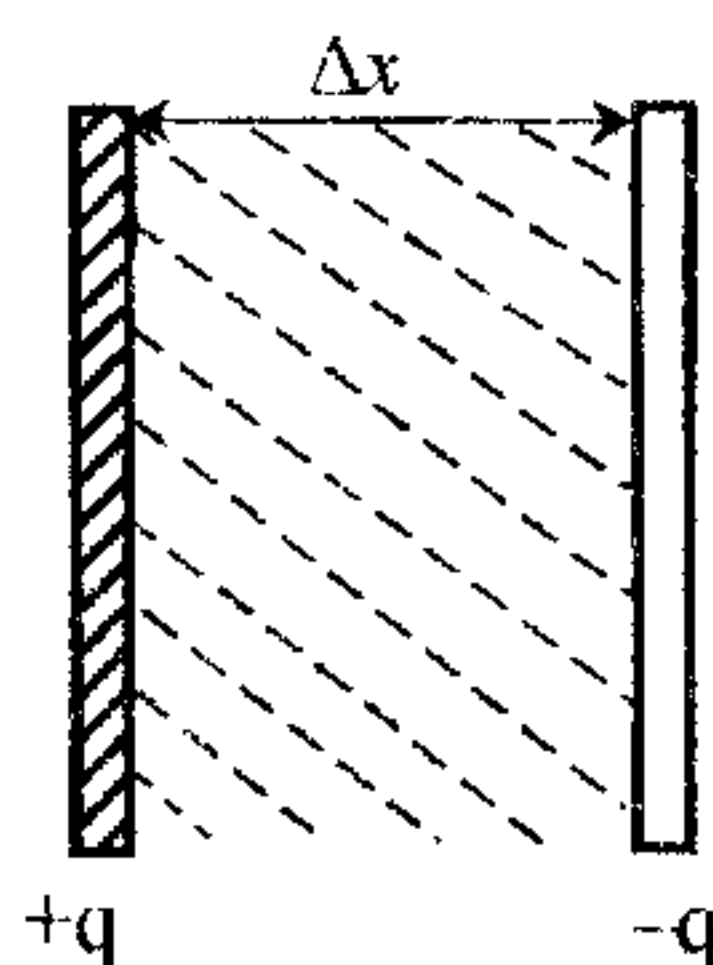
сұйық гелий толқын ұзындығы  $\lambda$  болатын сәулені күшті жұтатын болғандықтан, осы толқын ұзындық электрон тербелісінің резонанстық жиілігін анықтайды, демек

$$\omega = \omega_\lambda \text{ немесе } \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 c^2 m}{\lambda^2}. \quad (8)$$

(2), (7) және (8) мәндерін (6)-ға қойсақ, онда

$$E = \varepsilon E - \frac{e^2 \rho N_A \lambda^2}{2\pi^2 c^2 \mu \varepsilon_0 m} E \Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{e^2 \rho N_A \lambda^2}{2\pi^2 c^2 \mu \varepsilon_0 m},$$

мұндағы  $m$  – электрон массасы.



6.3-сурет

$$\varepsilon = 1 + \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 \cdot 140 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot (6 \cdot 10^{-8} \text{ м})^2}{2 \cdot (3,14)^2 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 1,05.$$

$\varepsilon \approx 1,05$ .

Жауабы:  $\varepsilon \approx 1,05$ .

6.1.34. Қозбаған күйдегі сутегі атомындағы электрон радиусы  $R = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  орбита бойымен  $v = 2,0 \cdot 10^6 \text{ м/с}$  жылдамдық алады. Электронның орбита бойымен қозғалысын шеңберлік ток деп қарастыра отырып, ол туғызған орбита центрідегі магнит өрісінің индукциясын және магниттік моментін есептеп табыңдар.

Берілгені:  $R = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ;  $v = 2,0 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ ;  $B = ?$ ;  $\mu_m = ?$   
 Шешуі: Қозғалыстағы зарядталған бөлшек-тің ( $v \ll c$  болғанда) магнит өрісінің индукциясы былай анықталады

$$B = \frac{\mu_0 q v}{4\pi R^2}.$$

Электрон үшін  $q = e$  болғандықтан  $B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi R^2}$ .

Ал, электронның магниттік моменті  $\mu_m = J \pi R^2$ . (1) Мұндағы  $J$  – электронның орбита бойымен қозғалғанда туғызатын электр тогының күші, оның мәні  $J = \frac{e v}{2\pi R}$ . (2)

(2)-ні (1)-ге қойсақ  $\mu_m = \frac{e v}{2\pi R} \pi R^2 = \frac{e v R}{2}$ .

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 2,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{4 \cdot 3,14 \cdot (0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2} = 11 \text{ Тл}. \quad B = 11 \text{ Тл}.$$

Мұндағы  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}}$ .

$$\mu_m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 2,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,53 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} = 8,5 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Жауабы:  $B = 11 \text{ Тл}$ ;  $\mu_m = 8,5 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

6.1.35. Вавилов-Черенковтың судағы жарқылы, жарқыл шағаратын конус тобесіндегі бұрыш  $\varphi = 112^\circ$  болғанда байқалды. Осы жарқылды шығаратын электрон жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:  $\varphi = 112^\circ$   
 $v = ?$

Шешуі: Вавилов-Черенков жарқылы шығатын конус төбесіндегі бұрыш

$$\cos \varphi = \frac{1}{n\beta} + \frac{\ell}{2\lambda} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1)$$

Мұндағы:  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $n$  – сындыру көрсеткіші,  $\ell = \frac{h}{mv}$  қозғалыстағы электронның де-бройлдық толқын ұзындығы,  $\lambda$  – шағарылатын жарықтың толқын ұзындығы.

Ескерту:  $v > \frac{c}{n}$  жағдайда жарқыл шығады.

Кванттық түзетулерді ( $\ell$  және  $\lambda$ ) ескермесек, онда (1) теңдеу мына түрге келеді

$$\cos \varphi = \frac{1}{n\beta} \text{ немесе } \cos \varphi = \frac{c}{nv}. \quad (2) \quad (\ell \ll \lambda).$$

$$(2)\text{-ден } v = \frac{c}{n \cos \varphi}; \quad v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ М}}{1,3 \cdot 0,92} = 2,72 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}; \quad v = 2,72 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v = 2,72 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

6.1.36\*. Негізгі энергетикалық деңгейде тұрған қозғалыссыз сутегі атомына  $v$  жылдамдықпен қозғалатын осындай сутегі атомы соқтығысады. Сутегі атомының ионизациялау энергиясы  $E_u$ , ал атом массасы  $m$  екендігін біле отырып Бор моделі негізінде атомдар арасындағы серпімді соқтығысудың шекті  $v_0$  жылдамдығын анықтандар.

Берілгені:  $v$ ;  $E_u$ ;  $m$   
 $v_0 = ?$

Шешуі: Бор атомы моделі бойынша электромагниттік өріс кванты бір стационар күйден екінші күйге өткенде шығарылады немесе жұтылады, сонда

$$E_k - E_n = h\nu_{kn} = hR \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$

Мұндағы,  $R$  – Ридберг тұрақтысы,  $n=1$  – негізгі күй,  $k=\infty$  – екінші күй, демек

$$E_u = hR \left( \frac{1}{1} - 0 \right) = hR, \quad E_u = hR. \quad (1)$$

Негізгі күйде тұрған сутегі атомның шарты бойынша ең аз қоздыру энергиясының  $E_k$  мөлшері

$$E_{k \min} = E_2 - E_1 = hR \left( 1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hR.$$

$$(1)\text{-ді ескерсек, онда } E_{k \min} = \frac{3}{4} E_u. \quad (2)$$

Атомдардың масса центріне байланысты санақ жүйесінде екі сутегі атомының да жылдамдықтары бірдей және  $\frac{v}{2}$ -ге тең. Енді энергияның сақталу заңын пайдалансақ

$$2 \frac{m}{2} \left( \frac{v}{2} \right)^2 = E_0 + E_k. \quad (3)$$

Мұндағы,  $E_0$  – соқтығысқаннан кейінгі атомдардың кинетикалық энергиясы,  $E_k$  – сутегі атомының қозу энергиясы.

Соққы серпімді болуы үшін мына шарт орындалуы керек, яғни

$$2 \frac{m}{2} \left( \frac{v}{2} \right)^2 < E_{k \min} = \frac{3}{4} E_u.$$

$$\text{Сонда шекті жылдамдық үшін } \frac{mv_0^2}{4} = \frac{3}{4} E_u \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{3E_u}{m}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_0 = \sqrt{\frac{3E_u}{m}}.$$

6.1.37. Дэвиссон мен Джермер бақылаған дифракциялық шың, энергиясы  $U = 65 \text{ эВ}$  болатын электрон шашырау бұрышы  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  болғанда байқалды (6.4-сурет). Осы шыңның себептері болатын кристал сызықтарының  $d$  арақашықтығын анықтандар.

Берілгені:  $U = 65 \text{ эВ}$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{4}$   
 $\alpha = ?$

Шешуі: Брэгг заңынан

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}. \quad (1)$$

Ал, электрон  $U$  потенциалдар айырымымен үдетілгенде  $p = \sqrt{2meU}$  импульс алады.

Оған сәйкес келетін  $\lambda$  толқын ұзындық былай табылады

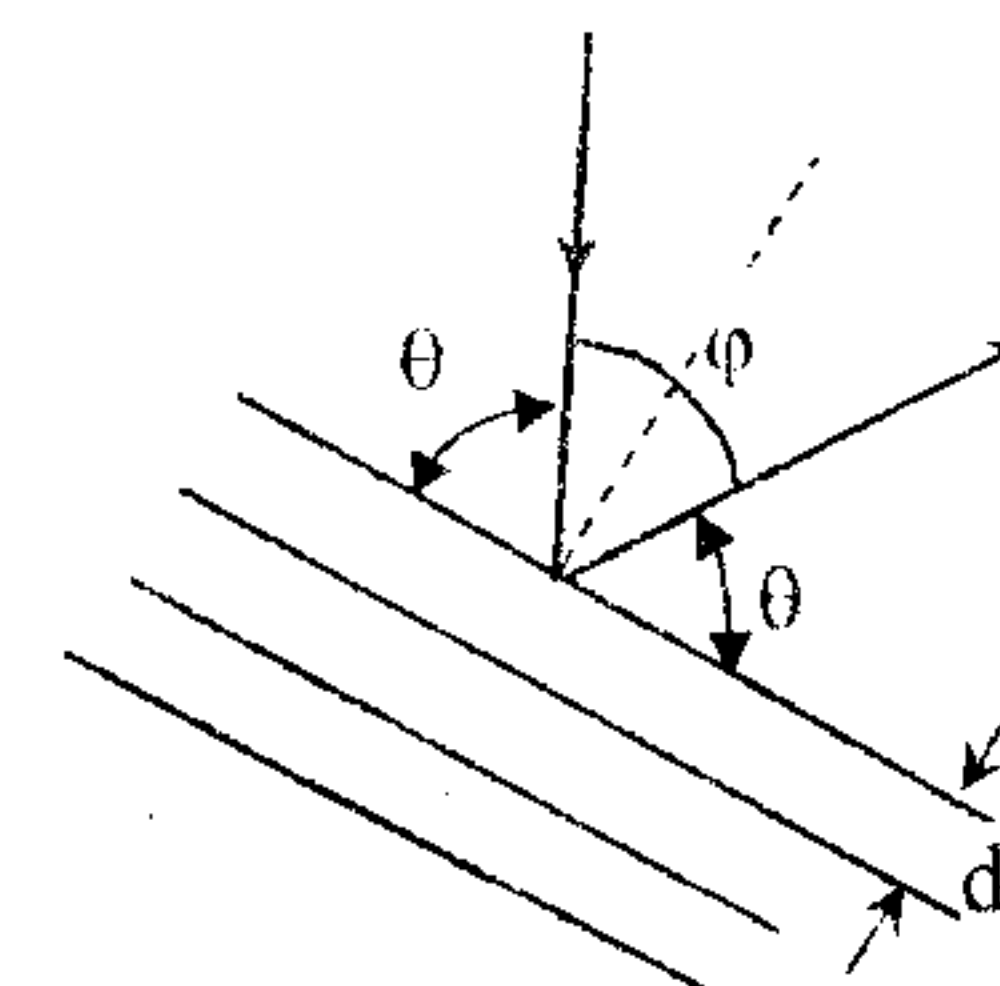
$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ немесе } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \quad (2)$$

6.4-суреттен көрінгендей

$$\theta + \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (3)$$

(2), (3)-ті (1)-ге қойсақ, онда

$$d = \frac{h}{2\sqrt{2meU} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right)}.$$



6.4-сурет

$$d = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 65 \text{ В}} \cdot \sin \frac{3\pi}{8}} = 8,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

$$d = 8,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } d = 8,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

6.1.38. Де-бройльдық толқын ұзындықты табындар: а)  $2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

жылдамдықпен қозғалағын электрон; ә) массасы 10 мкг, жылдамдығы 1 мм/с шаң бөлшегі үшін.

Берілгені:  $v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с};$   
 $m_0 = 10 \text{ мкг};$   
 $v_0 = 1 \text{ мм/с}$   
 $\lambda_0 - ?; \lambda_0 - ?$

Шешуі:  $10 \text{ мкг} = 10^{-8} \text{ кг}; 1 \text{ мм/с} = 10^{-3} \text{ м/с}.$   
 Екі бөлшектің де қозғалыс жылдамдығы жарық жылдамдығына салыстырғанда аз, сондықтан  $\lambda = \frac{h}{mv}$  формуласын пайдаланамыз.

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 v_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 v_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-8} \text{ кг} \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 7 \cdot 10^{-23} \text{ м}.$$

Бірінші жағдайда толқындық қасиет білінеді, өйткені ол қашықтық атом өлшемімен шамалас, ал екінші жағдайда толқындық қасиет байқалмайды, өйткені бұл арақашықтықты өлшейтін әзірге құрал жоқ.

$$\text{Жауабы: } \lambda_0 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \lambda_0 = 7 \cdot 10^{-23} \text{ м}.$$

6.1.39. Атом жүйесі (ядро + электрондар) құрылымы бойынша күн жүйесіне ұқсас. Бірақ бұлардың басты ерекшелігі бар. Ол қандай ерекшелік?

Жауабы: Басты ерекшелігі атомдағы электрондар бірі-бірінен тебіледі, ал күн жүйесінде айналатын ғаламшарлар біріне-бірі тартылады.

6.1.40. Сутегі атомы оның байланыс энергиясынан артық болатын энергиясы бар фотонды жұта ала ма?

Жауабы: Жұта алады. Фотонның артық энергиясы электронның кинетикалық энергиясына ауысады.

6.1.41. Сутегінің қандай изотоптары бар? Олардың ішінде радиоактивті изотоп бар ма? Егер бар болса, олар қалай ыдырайды?

Шешуі: Сутегінің мынадай изотоптары бар. Олар:  ${}^1_1\text{H}; {}^2_1\text{H}; {}^3_1\text{H}.$  Мұның ішіндегі  ${}^3_1\text{H}$  изотопы радиоактивті, ол мынадай жолмен ыдырайды:  ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^0_{-1}\text{e},$  яғни гелий изотопына ( ${}^3_2\text{He}$ ) және электронға ( ${}^0_{-1}\text{e}; \beta^-$ -ыдырау).

## ҚОСЫМША ЕСЕПТЕР

6.1.42. Қозбаған сутегі атомындағы электронға  $\varepsilon = 12,1 \text{ эВ}$  энергия берілді. Электрон қандай  $n$  деңгейге өтті? Электрон төменгі деңгейлерге өткенде шығару спектрінде қанша  $N$  сызық пайда болады?

$$\text{Жауабы: } n = \sqrt{\frac{hcR}{hcR - \varepsilon}} = 3; N = 3 \text{ сызық}.$$

6.1.43. Сутегі атомында электрон радиусы  $R = 2,12 \cdot 10^{-12} \text{ м}$  болатын орбита бойымен қозғалады. Орбита центріндегі магнит өрісінің индукциясын және магниттік моментін табындар.

$$\text{Жауабы: } B = 0,36 \text{ Тл}; \mu_m = 1,7 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

6.1.44. Бор және натрий атомындағы әрбір электрон үшін төрт кванттық сандардың мәнін жазып көрсетіндер.

Жауабы: Бор үшін: 5 электрон;  
натрий үшін: 11 электрон.

6.1.45. Сутегі атомындағы электрон орбитасының радиусы  $2 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$  Толқын ұзындығы қандай фотон бұл атомның ионизациясын туғыза алады?

$$\text{Жауабы: } \lambda = 3,45 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

6.1.46. Сутегі атомында электрон радиусы  $r = 5 \cdot 10^{-11} \text{ м}$  дөңгелек орбита бойымен қозғалғанда оның айналу жиілігі неге тең болады?

$$\text{Жауабы: } \nu = 3,6 \cdot 10^{16} \text{ Гц}.$$

6.1.47. Қозғалыстағы электронның қозғалыс мөлшері толқын ұзындығы  $\lambda = 5200 \text{ Å}$  фотонның қозғалыс мөлшеріне тең. Электрон жылдамдығы қандай болуы керек?

$$\text{Жауабы: } v = 1400 \text{ м/с}.$$

6.1.48. Екіатомды газ молекуласының кинетикалық энергиясын толқын ұзындығы  $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$  фотон энергиясына тең. Газ молекуласының температурасы қандай болуы керек?

$$\text{Жауабы: } T = 9000 \text{ К}.$$

6.1.49. 20°C температурада ең ықтымал жылдамдықпен қозғалатын сутегі атомының де Бройль толқын ұзындығын табындар.

Жауабы:  $\lambda = 1,8 \text{ \AA}$ .

6.1.50. Сутегі атомы толқын ұзындығы  $\lambda = 4860 \text{ \AA}$  фотон шығаратын болса, атомдағы электронның кинетикалық энергиясы қаншаға өзгереді?

Жауабы:  $\Delta E_k = 2,56 \text{ эВ}$ .

6.1.51. Сутегі атомында  $n$ -ші орбитадағы электронның кинетикалық энергиясын табындар. Есепті  $n = 1, 2, 3$  және  $\infty$  болғанда шығарындар.

Жауабы:  $W_1 = 13,6 \text{ эВ}; W_2 = 3,40 \text{ эВ};$   
 $W_3 = 1,51 \text{ эВ}; W_\infty = 0.$

6.1.52. Электрон әйтеуір бір орбитадан  $n_2$  екінші орбитаға өткенде толқын ұзындығы  $\lambda = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  жарық шығарады. Белгісіз орбитаның ретін табындар.

Жауабы:  $n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{\lambda R}}} = 5.$

6.1.53. Электрон су ішінде  $v = 265000 \text{ км/с}$  жылдамдықпен қозғалады. Осы кезде Вавилов-Черенков жарқылы бақыланды. Судағы жарқыл шығаратын конус төбесіндегі бұрышты табындар.

Жауабы:  $\varphi = 116^\circ.$

6.1.54. Массасы  $m$  протон  $v_0$  жылдамдықпен қозғалып, тыныштықта тұрған массасы  $M$  атоммен соқтығысады. Осыдан кейін протон карама-қарсы бағытта  $0,5v_0$  жылдамдықпен қозғалды да, атом қозған күйге көшті. Атомның жылдамдығын және  $E$  қозу энергиясын табындар.

Жауабы:  $v = \frac{3}{2} \cdot \frac{mv_0}{M}; E = \frac{3mv_0^2(M - 3m)}{8M}.$

6.1.55. Де-Бройль толқын ұзындығын бөлшекті үдетуші кернеу арқылы өрнектеңдер. Формулань релятивтік және релятивтік емес жағдайлар үшін жазып, кернеудің қандай мәнінде релятивтік емес формула  $\delta = 1\%$  қателік бере алатындығын анықтаңдар.

Жауабы:  $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{e\varphi(2\varepsilon_0 + e\varphi)}}; \lambda_{p.e.} = \frac{hc}{\sqrt{2e\varphi\varepsilon_0}}; \varphi \leq 2,28 \text{ кВ}.$

6.1.56. Жиілігі  $\nu$  электромагниттік сәулесінің  $\gamma$ -кванты тыныштықтағы бөлшекпен соқтығысып бастанқы бағытымен  $\theta$  бұрыш

жасай қозғала бастады. Енді кванттың жиілігі  $\Delta\nu$ -ге кеміген болса, бөлшектің массасын табындар.

Жауабы:  $m = (1 - \cos\theta) \frac{h\nu^2}{c^2 \Delta\nu}.$

6.1.57. Никел спектріндегі  $K_\alpha$  сызығының толқын ұзындығы рентген спектрінің қысқа толқынды шегарасынан 10%-ке өзгеше. Рентген түтігіне түсірілген кернеуді табындар.

Жауабы:  $\varphi = \frac{(Z - 1)^2 hcR}{1,2e} = 8,3 \text{ (кВ)}.$

Мұндағы, никел үшін  $Z = 28.$

6.1.58. Жылдамдығы  $v_\alpha = 1000 \text{ м/с}$   $\alpha$  бөлшегі көміртегі атомымен соқтығысады. Соқтығысқанға дейін көміртегі атомы  $\alpha$  бөлшегінің қозғалыс бағытында, одан екі есе кем жылдамдықпен қозғалған еді. Соқтығысқан бөлшектердің масса центрлері қандай жылдамдықпен қозғала бастады?

Жауабы:  $v = \frac{m_\alpha v_\alpha + m_c v_c}{m_\alpha + m_c} = 625 \left( \frac{m}{c} \right).$

## 6.2 Атом ядросы және элементар бөлшектер физикасы

• Ядродағы барлық протондар саны *ядро заряды* деп аталады ( $Z$ ).

• Ядродағы барлық нуклондар саны ядроның *массалық саны* болып табылады ( $A = N + Z$ ). Мұндағы,  $N$  – нейтрондар саны.

• Ядроның *анық шегарасы жоқ*, сондықтан ядро радиусының мәні шартты түрде алынады. Ядро радиусының эмпирикалық формуласы  $R = R_0 \sqrt[3]{A}$ , мұндағы  $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15} \text{ м}.$

• Ядро затының тығыздығы барлық ядро үшін тұрақты және  $\rho \approx 10^{14} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$

• Ядроның *байланыс энергиясы*

$$\Delta W = \{ZM_p + (A - Z)M_n\}c^2 - M_\alpha c^2.$$

Мұндағы:  $M_\alpha$ —ядро массасы,  $M_p$ — протон массасы,  $M_n$ — нейтрон массасы.

Егер массаны атомдық бірліктермен өрнектесек, онда

$$\Delta W = 931,141 \cdot \{1,007595Z + 1,008982 \cdot (A - Z)\} - M_\alpha.$$

Мұнда энергия МэВ-пен өлшенген.

• Масса *ақауы*  $\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2}$  немесе  $\Delta m = \{ZM_p + (A - Z)M_n\} - M_\alpha.$

- Ядролық күштің **қасиеттері**: зарядқа тәуелсіздігі, қаныққандығы, тек тартылыспен әсерлеседі, қысқа аралықта әсер етеді, орталық емес қасиеті бар, нуклон спиніне тәуелсіз.

- Гейзенбергтің **анықталмаушылық принципі**

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \text{ немесе } \Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar.$$

- Ядро **магнетоны**  $\mu_y = \frac{eh}{2M_x c}$ , мұнда  $M_x$  – ядро массасы.

Сондай-ақ ядроның орбиталдық ( $\mu_e$ ) және спиндік ( $\mu_s$ ) магниттік моменттері болады.

- Ядроның кәзірге дейін **үш моделі** ұсынылған. Олар: тамшы моделі, кабықша моделі, ұжымдық моделі.

- Атом ядросының **ыдырау заңы**

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Мұндағы:  $N_0$  –  $t = 0$  болғандағы ядро саны,  $N$  –  $t$ -уақыттан кейінгі ядро саны,  $\lambda$  – 1 с ішінде ыдыраған ядро саны.

- $T$  – жартылай **ыдырау периоды**

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

- Ыдырау тұрақтысы  $\lambda$ -ға кері шама радиоактивті атомның **орташа өмір сүру уақыты** деп аталады

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

- $\gamma$ -сәуленің зат ішінде **өтімділігінің әлсіреуі** былай анықталады

$$J = J_0 e^{-\mu x},$$

мұндағы:  $x$  – тереңдік,  $\mu$  – әлсіреудің сызықтық коэффициенті.

- Радиоактивті заттың **белсенділігінің бірліктері**: 1 кюри және 1 резерфорд.

1 секундта  $3,7 \cdot 10^{10}$  түрлену болса, оның белсенділігі 1 кюри. 1 кюри =  $3,7 \cdot 10^{10}$  резерфорд.

- Бөлшектерді бақылау және есепке **алу тәсілдері**: иондаушы, камера, көпіршікті камера, фотоэмульсия.

- **Ядролық реакциялар**  $A + a = B + b$ .

Мұндағы:  $A$  және  $B$  – бастапқы және соңғы ядролар;  $a$  және  $b$  – бастапқы және соңғы бөлшектер.

- **Комптон эффекті**  $\Delta \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ . Мұндағы  $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$  және

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м}, \lambda_0 \text{ -- электрон үшін комптон толқын ұзындығы.}$$

- Шашыраған фотонның жиілігі үшін **Комптон формуласы**

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + E(1 - \cos \theta)}. \text{ Мұндағы: } E = \frac{h\nu}{m_0 c^2}.$$

- Рентген сәулесінің дифракциясында **Вульф-Брегг** теңдеуі орындалады

$$2d \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Мұндағы,  $d$  – кристал жазықтығында атомдар арақашықтығы.

- Элементар бөлшектерді құрылымы жоқ түрінде қарастырғанда **мынадай қасиеттерге ие болады**:  $m_0$  – тыныштық массасы,  $Z$  – электр заряды,  $B$  – бариондық заряды,  $u$  – лептондық заряды,  $J$  – спині,  $T$  – изотоптық спині,  $S$  – ғажайыптығы, ыдырау тәсілі.

- **Гелл Манн және Нишиджими** заңы

$$S = 2(Z - T) - B.$$

- Элементар бөлшектер арасындағы әсерлесудің **үш түрі бар**: күшті әсерлесу ( $\frac{f^2}{\hbar c} \approx 1$ ,  $f$  – ядролық өріс заряды, Ферми тұрақтысы);

электромагниттік әсерлесу ( $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ ,  $e$  – электр өрісінің бірлік заряды, электрон заряды), әлсіз әсерлесу ( $\frac{g^2}{\hbar c} \approx 10^{-14}$ ,  $g$  – әлсіз өріс заряды).

- Элементар бөлшектердің **негізгі параметрлері** қосымшада келтірілген.

**6.2.1.** Радиоактивті изотоптың жартылай ыдырау периоды екі тәулік. Осы изотоппен ластанған беттің белсенділігі қанша уақыттан кейін 8 есе кемиді?

|                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> <p><math>T = 2</math> тәулік;</p> <p><math>\frac{N_0}{N} = 8</math></p> <p><math>t = ?</math></p> | <p>Шешуі: Ыдырау заңынан</p> $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}. \quad \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{8} = 2^{-\frac{t}{2}} \Rightarrow 2^{-3} = 2^{-\frac{t}{2}} \Rightarrow$ $\Rightarrow -3 = -\frac{t}{2} \Rightarrow t = 6 \text{ (тәулік).}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Жауабы:**  $t = 6$  тәулік.

**6.2.2.** Түрленудің 849 секунды ішінде ядросының бастапқы молшерінің  $\frac{5}{8}$  бөлігі қалған болса, бұл изотоптың жартылай ыдырау периоды табындар.

|                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>t = 849 \text{ с};</math></p> <p><math>\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{5}{8}</math></p> <p><math>T = ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Радиоактивтік ыдырау заңынан</p> <p><math>N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}. \quad (1)</math> Мұндағы, <math>\lambda</math> — ыдырау тұрақтысы. Есеп шартынан</p> <p><math>\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{N_0}{N_0} - \frac{N}{N_0} = 1 - \frac{N}{N_0}. \quad (2)</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Мұнда,  $N_0$  — ядроның ыдырауға түспеген бастапқы саны ( $t = 0$  кезінде),  $N$  —  $t$  уақыт өткеннен кейінгі ядро саны.

(1) және (2)-ден  $\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (3)$   $\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{5}{8}$  екендігін ескерсек (3)-ден  $\frac{5}{8} = 1 - e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{5}{8} = 1 - \frac{1}{e^{\lambda t}} \Rightarrow \lambda t = \ln \frac{8}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{8}{3}. \quad (4)$  Екінші жағынан  $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ .  $T$ -ның мәнін (4)-ге қойсақ

$$T = t \cdot \frac{\ln 2}{\ln \frac{8}{3}} = 849 \text{ с} \cdot \frac{0,693}{0,981} \approx 600 \text{ с} = 10 \text{ мин.}$$

*Жауабы:*  $T = 10$  мин.

**6.2.3.** Радонның бір изотопы ыдырау кезінде 1,91 тәуліктен кейін атом саны қанша есе кемиді? Оның жартылай ыдырау периоды  $T = 3,82$  тәулік.

|                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>t = 1,91</math> тәулік;</p> <p><math>T = 3,82</math> тәулік</p> <p><math>\frac{N_0}{N} = ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Радиоактивтік ыдырау заңынан</p> <p><math>N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}. \quad (1)</math></p> <p>Мұндағы: <math>N</math> — <math>t</math> уақыттан кейінгі атом мөлшері, <math>N_0</math> — атомның бастапқы мөлшері.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(1)-ді түрлендірсек  $\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T}}. \quad \frac{N_0}{N} = 2^{\frac{1,91}{3,82}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \approx 1,41;$

$$\frac{N_0}{N} \approx 1,41.$$

*Жауабы:*  $\frac{N_0}{N} \approx 1,41.$

**6.2.4.** Егер жартылай ыдырау периоды 71 күнге тең болса, бір айдан соң кобальттың радиоактивті ядроларының пеше проценті қалады?

|                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>T = 71</math> күн;</p> <p><math>t = 1</math> ай</p> <p><math>\left( \frac{N}{N_0} \cdot 100\% \right) = ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> 1 ай = 30,4 күн.</p> <p>Радиоактивті ыдырау заңынан</p> <p><math>N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}</math> немесе</p> <p><math>\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 2^{-\frac{t}{T}} \cdot 100\%.</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 2^{-0,428} \cdot 100\% = 75\%.$$

*Жауабы:*  $\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 75\%.$

**6.2.5.**  $^{18}\text{F}$  препараты жанында қойылған радиоактивтілікті өлшейтін есептегіш білгілі уақыт мезетінде секундына 100 белгіні көрсетті. Ал  $\tau = 22$  мин өткеннен кейін көрсеткіш белгісі секундына 87-ге дейін кеміді.  $^{18}\text{F}$  препаратының жартылай ыдырау периодының табындар.

|                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>^{18}\text{F}; n_1 = 100;</math></p> <p><math>\tau = 22</math> мин;</p> <p><math>n_2 = 87</math></p> <p><math>\tau_0 = ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Бірлік уақыт ішіндегі ыдыраған бөлшектер саны сол кездегі радиоактивті ядро санына пропорционал. <math>\tau</math> уақыт өткеннен кейінгі белгілеу саны бастапқы белгінің 0,87-ін құрайды, демек ыдырамаған ядролардың саны да бастапқы ядролар санының 0,87-ін құрайды.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Онда тағы да  $\tau$  уақыттан кейін ол  $(0,87)^2$ -ке кемиді және осылай жалғасады. Бізге, ыдырамаған ядролар санының қанша уақыттан кейін екі есе кемитіндігін анықтау керек, яғни  $(0,87)^n = 0,5. \quad (1)$

Ал  $\tau_0 = n\tau$  болғандықтан (1)-ден  $n = 5$ . Демек,  $\tau_0 = 5\tau$ .

$$\tau_0 = 5 \cdot 22 \text{ мин} = 110 \text{ мин} \quad \text{немесе} \quad \tau_0 = 1 \text{ сағ } 50 \text{ мин.}$$

*Жауабы:*  $\tau_0 = 1$  сағ 50 мин.

**6.2.6.** Радиоактивті натрий  $^{24}_{11}\text{Na}$   $\beta$ -бөлшекті шығарып ыдырайды. Натрийдің жартылай ыдырау периоды  $T = 14,8$  сағат. Барлығы  $m = 1$  мг элементті  $t = 10$  сағат ішінде қанша атомды шығарып ыдырай алады?

|                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>^{24}_{11}\text{Na}; T = 14,8</math> сағ;</p> <p><math>m = 1</math> мг; <math>t = 10</math> сағ</p> <p><math>\Delta N = ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> <math>14,8 \text{ сағ} = 5,328 \cdot 10^4 \text{ с};</math></p> <p><math>10 \text{ сағ} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ с}; \quad 1 \text{ мг} = 10^{-6} \text{ кг.}</math></p> <p><math>t</math> уақыт ішінде ыдыраған атомдар саны</p> <p><math>\Delta N = N_0 - N. \quad (1)</math></p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Мұндағы  $N_0$  — 1 мг массадағы барлық бастапқы ыдырамаған атомдар саны,  $N$  —  $t$  уақыттан кейінгі ыдырамаған атомдар саны.

$N_0$  мен  $N$  арасындағы  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  формуласын пайдаланып, (1)-ді ескерсек  $\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (2)$  Екінші жағынан  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$  болғандықтан (2)-ден

$$\Delta N = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right) = N_0 \left[ 1 - \left( e^{\ln 2} \right)^{-\frac{t}{T}} \right] = N_0 \left( 1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right).$$

$$\Delta N = N_0 \left( 1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (3)$$

Ал  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  элементінің бір мөлінде  $N_A$  атом болғандықтан,  $m$  массасы элементтегі атомдар саны  $N_0 = \frac{m}{M} N_A$  болады. Мұндағы  $M$  — натрийдің молярлық массасы.

$$\text{Мұны (3)-ке қойсақ } \Delta N = \frac{m}{M} N_A \left( 1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right).$$

$$\Delta N = \frac{10^{-6} \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{24 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \left( 1 - 2^{-\frac{3,6 \cdot 10^4 \text{ с}}{5,328 \cdot 10^4 \text{ с}}} \right) \approx 9,3 \cdot 10^{18}. \quad \Delta N \approx 9,3 \cdot 10^{18}.$$

**Жауабы:**  $\Delta N \approx 9,3 \cdot 10^{18}$ .

**6.2.7.**  $t=1$  тәулік ішінде радонның  $N_0=1$  миллион атомының  $\Delta N=175000$  атомы ыдырайтын болса, оның жартылай ыдырау периодын табындар.

|                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>t=1</math> тәулік;</p> <p><math>N_0=10^6</math>;</p> <p><math>\Delta N=175000</math></p> <p>Т-?</p> | <p><i>Шешуі:</i> 1 тәулік <math>= 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}</math>; <math>175000 = 1,75 \cdot 10^5</math>.</p> <p>Радонның жартылай ыдырау периоды <math>T = \frac{0,693}{\lambda}</math> (1)</p> <p>өрнегінен табамыз, сонда <math>\lambda</math> — радиоактивті ыдырау тұрақтысы. Оны <math>\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})</math> өрнегінен табамыз <math>\lambda = \frac{1}{t \lg e} \lg \frac{N_0}{N_0 - \Delta N}</math>. (2)</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(2)-ні (1)-ге қойсақ

$$T = \frac{0,693 \cdot (\lg e) \cdot t}{\lg \left( \frac{N_0}{N_0 - \Delta N} \right)} = \frac{0,693 \cdot (\lg e) \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}}{\lg \left( \frac{10^6}{10^6 - 1,75 \cdot 10^5} \right)} \approx 3,3 \cdot 10^5 \text{ с}.$$

$T \approx 3,3 \cdot 10^5 \text{ с}.$

**Жауабы:**  $T \approx 3,3 \cdot 10^5 \text{ с}.$

**6.2.8.** Жылу сыйымдылығы  $C=100$  Дж/К микрокалориметрге салыстырмалы атомдық массасы  $A=61$  радиоактивтік кобальттың үлгісі салынған. Үлгі массасы  $m=10$  мг. Кобальттың бір ядросы ыдырағанда  $W=2 \cdot 10^{-19}$  Дж энергия бөлінеді.  $\tau=50$  мин өткенде калориметр температурасы  $\Delta t=0,06^\circ\text{C}$ -ка жоғарылады. Кобальт препаратының жартылай ыдырау периоды қандай?

|                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>C=100</math> Дж/К;</p> <p><math>A=61</math>; <math>m=10</math> мг;</p> <p><math>W=2 \cdot 10^{-19}</math> Дж;</p> <p><math>\tau=50</math> мин;</p> <p><math>\Delta t=0,06^\circ\text{C}</math></p> <p>Т-?</p> | <p><i>Шешуі:</i> <math>10 \text{ мг} = 10^{-2} \text{ кг}</math>; <math>50 \text{ мин} = 3 \cdot 10^3 \text{ с}.</math></p> <p>Кобальт ядросы ыдырағанда бөлінетін жылу есебінен калориметр температурасы көтеріледі, сонда <math>C\Delta t = Q = \Delta N \cdot W</math>. (1)</p> <p>Мұндағы, <math>\Delta N</math> — <math>\tau</math> уақыт ішінде ыдыраған ядролар саны.</p> <p>Бұл санды ыдырау заңынан табуға болады</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}} = N_0 \left( 1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right). \quad (2)$$

Авогадро заңынан  $N_0 = N_A \frac{m}{M}$ . (3) Мұндағы,  $N_0$  — радиоактивті атомдардың бастапқы саны,  $M = A \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$  — кобальттың молдік массасы. (2) және (3)-ті ескерсек, онда (1)-ден

$$C\Delta t = \frac{N_A \cdot m}{A \cdot 10^{-3}} \left( 1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right) \cdot W \Rightarrow T = \frac{\tau}{\log_2 \left( 1 - \frac{C\Delta t \cdot A \cdot 10^{-3}}{N_A \cdot W \cdot m} \right)};$$

$$T = \frac{3 \cdot 10^3 \text{ с}}{\log_2 \left( 1 - \frac{100 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 0,06 \text{ К} \cdot 61 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot 10^{-2} \text{ кг}} \right)} \approx 5,7 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

$T \approx 5,7 \cdot 10^3 \text{ с}$  немесе  $T \approx 95$  мин.

**Жауабы:**  $T \approx 95$  мин.

**6.2.9.** Жартылай ыдырау периоды аз болатын фтор-18 препаратының қасында тұрған радиоактивті сәулені есептегіш секундына  $J_0=77$  белгіні есепке алды.  $\tau=14$  минуттан кейін бұл көрсеткіш  $J_1=70$  белгіге дейін кеміді. Фтор-18 препаратының жартылай ыдырау периодын табындар.

|                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>J_0=77</math> белгі/с;</p> <p><math>\tau=14</math> мин;</p> <p><math>J_1=70</math> белгі/с</p> <p>Т-?</p> | <p><i>Шешуі:</i> <math>14 \text{ мин} = 8,4 \cdot 10^2 \text{ с}.</math></p> <p>Радиоактивті сәулені есептегіш, ыдырауға түспеген атомдар санының өзгеріс жылдамдығын анықтайтын радиоактивті ыдыраудың интенсивтілігін есепке алады, яғни <math>J = \frac{\Delta N}{\Delta t}</math>.</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\text{Екі жағдай үшін жазсақ } J_0 = \frac{\Delta N_0}{\Delta t} \text{ және } J_1 = \frac{\Delta N_1}{\Delta t}. \quad (1)$$

$$\text{Радиоактивті ыдырау заңын пайдалансақ } N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}. \quad (2)$$

Енді (1)-ді ескерсек, онда (2)-ден  $T = \frac{\tau}{\log_2 \left( \frac{J_0}{J_1} \right)}$ .

$$T = \frac{8,4 \cdot 10^2 c}{\log_2 \left( \frac{77}{70} \right)} \approx 6,108 \cdot 10^3 c. \quad T \approx 6,108 \cdot 10^3 c \text{ немесе } T \approx 102 \text{ мин.}$$

**Жауабы:**  $T \approx 102$  мин.

**6.2.10.** Массалық саны  $A = 238$  уран препаратының белсенділігі

$Q = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{ыдырау}}{c}$ . Егер препарат массасы  $m = 2,0$  г болса, оның жартылай ыдырау периоды табындар.

|                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b></p> <p><math>A = 238;</math></p> <p><math>Q = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{ыдырау}}{c};</math></p> <p><math>m = 2,0 \text{ г}</math></p> <p><math>T = ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> <math>2,0 \text{ г} = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}</math></p> <p>Препарат белсенділігі оның бірлік уақыт ішіндегі ыдырау санын анықтайды, демек</p> $Q = -\frac{\Delta N}{\Delta t}. \quad (1)$ <p>Екінші жағынан <math>\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t. \quad (2)</math></p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Онда (1) және (2)-ден  $Q = N \cdot \lambda$ , мұндағы  $\lambda$  – ыдырау тұрақтысы. Ал  $\lambda$  мен  $T$  арасындағы байланыс  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ , онда  $T = \frac{\ln 2 \cdot N}{Q}$ . (3)

Мұндағы  $N$  –  $t$  уақыттан кейін ыдырауға түспеген ядро саны, ол  $N = \frac{m N_A}{A}$ .  $N$ -нің мәнін (3)-ке қойсақ, онда  $T = \frac{\ln 2 \cdot m \cdot N_A}{A \cdot Q}$ .

$$T = \frac{0,693 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{238 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{c}} = 1,4 \cdot 10^{17} c.$$

$$T = 1,4 \cdot 10^{17} c \text{ немесе } T = 4 \cdot 10^9 \text{ жыл.}$$

**Жауабы:**  $T = 1,4 \cdot 10^{17} c$  немесе  $T = 4 \cdot 10^9$  жыл.

**6.2.11.** Радийдің  $N_0 = 2,5 \cdot 10^7$  атомы бар. Егер радийдің жартылай ыдырау периоды  $T = 1620$  жыл болса, бір тәулік ішінде оның каншасында радиоактивті ыдырау болып өтеді?

|                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b></p> <p><math>N_0 = 2,5 \cdot 10^7;</math></p> <p><math>T = 1620 \text{ жыл};</math></p> <p><math>t = 1 \text{ тәулік}</math></p> <p><math>\Delta N = ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> <math>1620 \text{ жыл} = 1620 \cdot 365 \text{ тәулік.}</math></p> <p>Егер <math>t</math> уақыттан кейінгі ыдырамаған атомдар санын <math>N</math> деп белгілесек, онда <math>\Delta N = N_0 - N</math>. (1)</p> <p><math>N</math> және <math>N_0</math> арасындағы тәуелділік <math>N = N_0 e^{-\frac{0,693t}{T}}</math> екендігі белгілі, демек</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\Delta N = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{0,693t}{T}} \right). \quad (2)$$

Есеп шарты бойынша  $t \ll T$ , онда (2)-ні былай түрлендіріп жазуға болады  $\Delta N \approx \frac{0,693}{T} N_0 t$ .

$$\Delta N \approx \frac{0,693 \cdot 2,5 \cdot 10^7 \cdot 1 \text{ тәулік}}{1620 \cdot 365 \text{ тәулік}} \approx 30. \quad \Delta N \approx 30.$$

**Жауабы:**  $\Delta N \approx 30$ .

**6.2.12.** Атом ядросының көлемі  $V$  атомдық масса  $A$ -ға  $V = V_0 A$  тәуелділікте болады. Мұндағы  $V_0 = 2 \cdot 10^{-44} \text{ м}^3$ , нуклонның орташа көлемі. Алюминий атом ядросы затының тығыздығын тауып, оны алюминий тығыздығымен салыстырындар. Масс ақауын ескермеңдер.

|                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b></p> <p><math>V = V_0 A;</math></p> <p><math>V_0 = 2 \cdot 10^{-44} \text{ м}^3</math></p> <p><math>\frac{\rho_0}{\rho} = ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Алюминий атомы ядросының заты тығыздығын табу үшін оның ядросындағы барлық 13 протон мен 14 нейтронның (<math>A = Z + N</math>, <math>Z</math> – протон саны, <math>N</math> – нейтрон саны) массаларын килограммен өрнектеу керек, сонда</p> $\rho_0 = \frac{M_n}{V} = \frac{Z m_p + (A - Z) m_n}{V_0 A}.$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Ал,  $\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{Z m_p + (A - Z) m_n}{\rho V_0 A}$ . Кестеден  $Z, m_p, A, m_n, \rho$  мәндерін қойып есептесек

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{13 \cdot 1,67257 \cdot 10^{-27} \text{ кг} + 14 \cdot 1,67484 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{2600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-44} \text{ м}^3 \cdot 27} = 3 \cdot 10^{13}; \quad \frac{\rho_0}{\rho} = 3 \cdot 10^{13}.$$

**Жауабы:**  $\frac{\rho_0}{\rho} = 3 \cdot 10^{13}$ .

**6.2.13.** Дейтрий және полоний ядросының радиусын, сондай-ақ бұл ядролардың кулондық потенциалдар кедергісін бағалаңдар.

|                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b></p> <p><math>{}^2_1\text{H}; {}^{210}_{84}\text{Po}</math></p> <p><math>R_{\text{H}} = ?; R_{\text{Po}} = ?;</math></p> <p><math>U_{\text{H}} = ?; U_{\text{Po}} = ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Ядро радиусын <math>R = R_0 \sqrt[3]{A}</math>. (1) формуласымен бағалаймыз, мұндағы <math>R_0 = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}</math>, <math>A</math> – массалық сан.</p> <p>Ал, потенциалдық кедергінің биіктігі мына формуламен анықталады</p> $U = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (2)$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Мұндағы  $Z$  – зарядтық сан,  $R$  – (1)-мен табылады.

Сонда, дейтрий үшін:  $R_H = R_0 \sqrt[3]{A_H}$  және  $U_H = \frac{Z_H e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H}$ , (3)

полоний үшін:  $R_{Po} = R_0 \sqrt[3]{A_{Po}}$  және  $U_{Po} = \frac{Z_{Po} e^2}{4\pi\epsilon_0 R_{Po}}$ . (4)

Есеп шартынан  $A$  мен  $Z$  мәндерін тауып (3) және (4)-ке қойсақ

$$R_H = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м} \cdot \sqrt[3]{2} = 1,78 \cdot 10^{-15} \text{ м},$$

$$U_H = \frac{1 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 1,78 \cdot 10^{-15} \text{ м}} = 3,2 \text{ МэВ}. \quad U_H = 3,2 \text{ МэВ}.$$

$$R_{Po} = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м} \cdot \sqrt[3]{210} = 8,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}; \quad R_{Po} = 8,3 \cdot 10^{-15} \text{ м};$$

$$U_{Po} = \frac{84 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 8,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}} = 14,5 \text{ МэВ}. \quad U_{Po} = 14,5 \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:**  $R_H = 1,78 \cdot 10^{-15} \text{ м}; \quad U_H = 3,2 \text{ МэВ};$   
 $R_{Po} = 8,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}; \quad U_{Po} = 14,5 \text{ МэВ}.$

**6.2.14.** Сокқы кезінде  $\alpha$ -бөлшегі қозғалыссыз тұрған қалайы ядросына қандай ең аз қашықтыққа жақындайды? Сокқыны орталық деп есептеңдер.  $\alpha$ -бөлшек жылдамдығы  $v = 10^9 \text{ см/с}$ , ал массасы  $m = 6,7 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ .

**Берілгені:**  $v = 10^9 \text{ см/с};$   
 $m = 6,7 \cdot 10^{-24} \text{ г}$   
 $r - ?$

**Шешуі:**  $10^9 \text{ см/с} = 10^7 \text{ м/с};$   
 $6,7 \cdot 10^{-24} \text{ г} = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$

$\alpha$ -бөлшегінің заряды  $q_1 = 2e$ , ал қалайы ядросының  $q_2 = 50e$ . Жақындаудың ең аз қашықтығын табу үшін энергияның сақталу заңын пайдаланамыз.  $\alpha$ -бөлшегі ең жақын  $r$  арақашықтыққа жеткенде, ол толық тоқтайды, сонда оның кинетикалық энергиясы екі зарядталған бөлшектердің потенциалдық энергиясына ауысады  $\frac{mv^2}{2} = 2 \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow r = \frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 mv^2}.$

$$r = \frac{100e^2}{\pi\epsilon_0 mv^2} = \frac{100 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{В} \cdot \text{м}} \cdot 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left(10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} = 6,9 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$$

$$r = 6,9 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$$

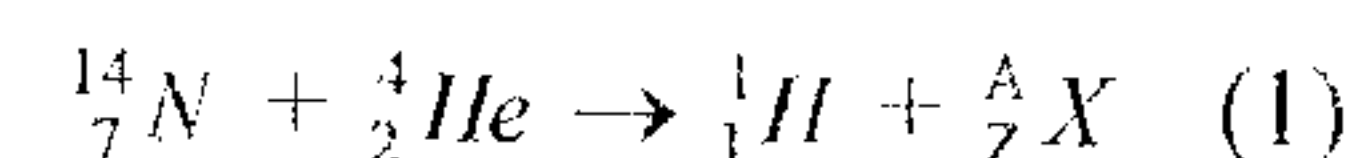
**Жауабы:**  $r = 6,9 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$

**6.2.15.**  $^{14}_7\text{N}$  атомын  $\alpha$ -бөлшегімен атқылағанда  $^1_1\text{H}$  протон бөлшегі шығарылады. Азот ядросында қандай түрлену бо-

лып өткен?

**Берілгені:**  $^{14}_7\text{N}; \quad ^4_2\text{He}$   
 $^A_Z\text{X} - ?$

**Шешуі:** Ядролық реакция жүру кезінде массаның және зарядтың сақталу заңы орындалады. Демек реакция барысын жазайық, онда

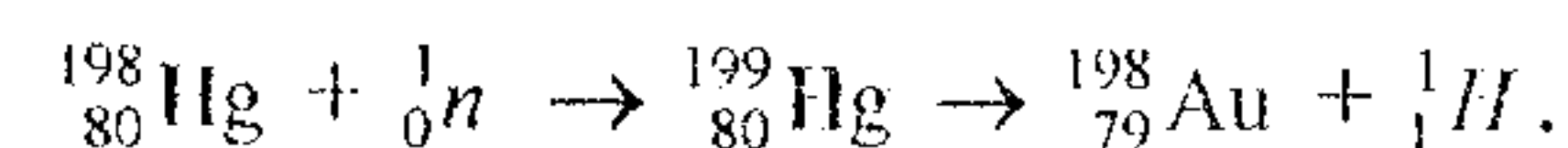


$A$  – массалық сан,  $Z$  – заряд (протон) саны. Сақталу заңы бойынша  $14+4 = 1+A$  және  $7+2 = 1+Z$ . Осылардан  $A=17$  және  $Z=8$ , демек  $^{17}_8\text{X}$ . Кестеден бұл элементтің оттегі изотопы екендігін білеміз.

**Жауабы:**  $^{17}_8\text{O}.$

**6.2.16.** Кәзіргі кезде ортағасырлық алхимиктердің арманы – сынапты алтынға айналдыру мүмкіндігі бар. Қалайша? Бірақ бұл жүзеге асырылмайды. Неге?

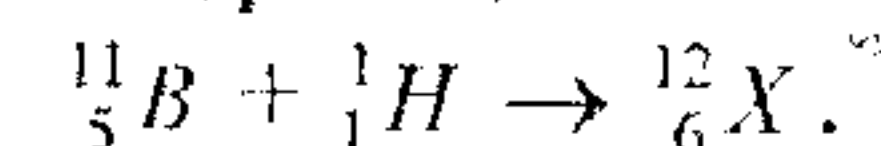
**Жауабы:** Ол төмендегідей ядролық реакция негізінде жүзеге асырылады



Бірақ, бұл реакцияны практикада қолданып алтын алынбайды, өйткені көп энергия шығындалғанмен аз мөлшерде алтын алынады, бұл экономикалық тұрғыдан өте тиімсіз болып табылады.

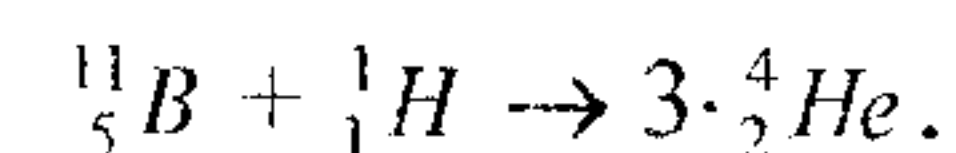
**6.2.17.**  $^{11}_5\text{B}$  ядросын жылдам протондармен атқылағанда магнит өрісі жоқ Вильсон камерасында 6.5-суреттегідей бірдей үш трек пайда болды. Үшеуіде бір нүктеден шығады. Бұл қандай бөлшектердің ізі болып табылады?

**Шешуі:** Әуелі ядролық реакцияны жазайық



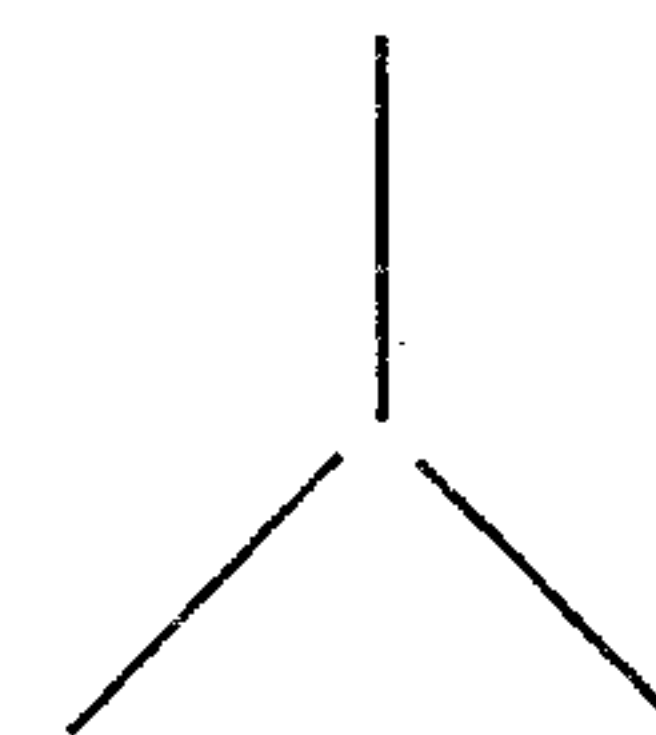
Тректердің бірдей болуы олардың бірдей бөлшектер екендігін білдіреді, демек олардың массалары да, зарядтары да бірдей.

Жалпы массасы 12, ал жалпы заряды 6. Онда әрбір бөлшектің массасы 4, ал заряды 2. Бұл  $\alpha$ -бөлшегі болғаны, демек



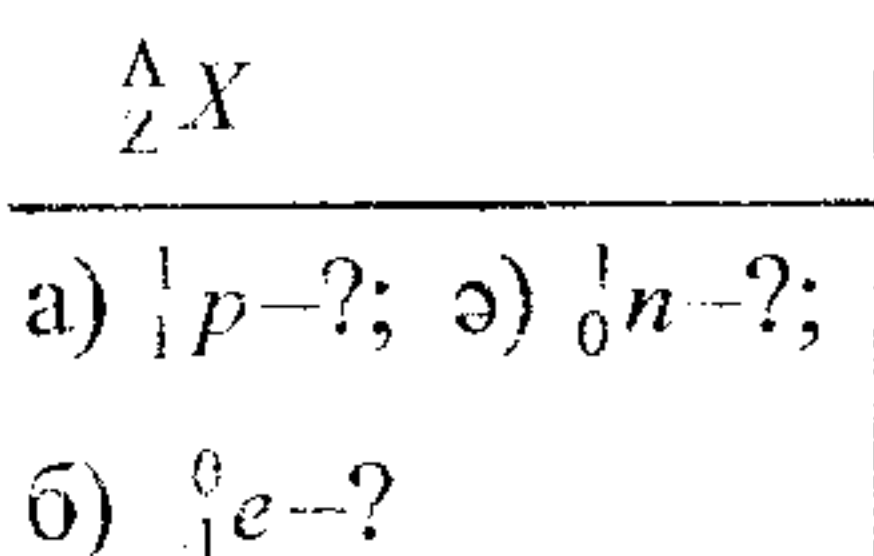
**Жауабы:**  $^{11}_5\text{B} + ^1_1\text{H} \rightarrow 3 \cdot ^4_2\text{He}.$

**6.2.18.** Ядродан протон ыршып шыққанда элементтің массалық саны және нөмірі қалай өзгереді? Нейтрон ыршып шыққанда ше? Позитрон ыршып шыққанда ше?

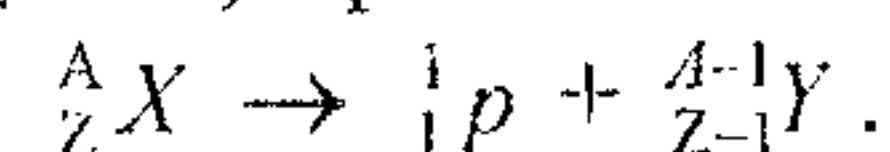


6.5-сурет

Берілгені:

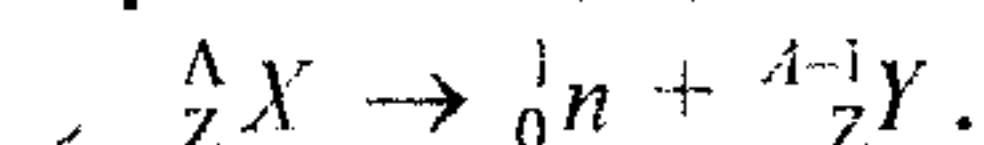


Шешуі: а) протон шыққанда



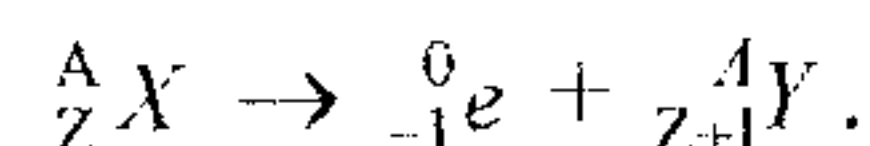
Ядроның массалық саны да, реттік нөмірі де 1-ге кемиді, өйткені протонның массалық саны 1, реттік саны (+1).

ә) нейтрон шыққанда



Ядроның массалық саны 1-ге кемиді, ал реттік саны өзгермейді.

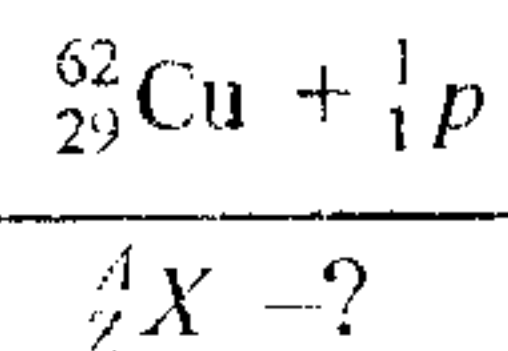
б) позитрон шыққанда



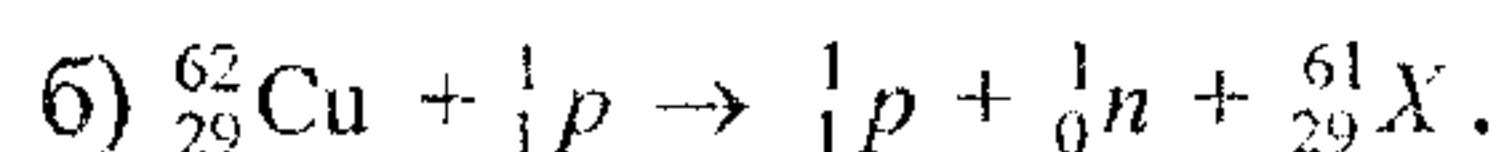
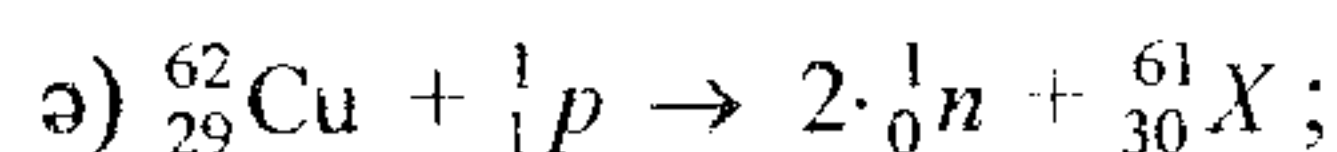
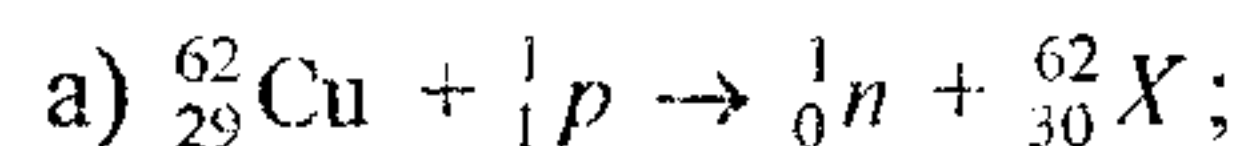
Ядроның массалық саны өзгермейді, ал реттік саны 1-ге артады.

**6.2.19.**  ${}^{62}_{29}\text{Cu}$  мыс изотопын протондармен сәулелендергенде реакция бірнеше жолмен: бір нейтрон бөлініп шығумен, екі нейтрон бөлініп шығумен, протон және нейтрон бөлініп шығумен жүруі мүмкін. Әр жағдайда қандай элементтердің ядролары пайда болады?

Берілгені:



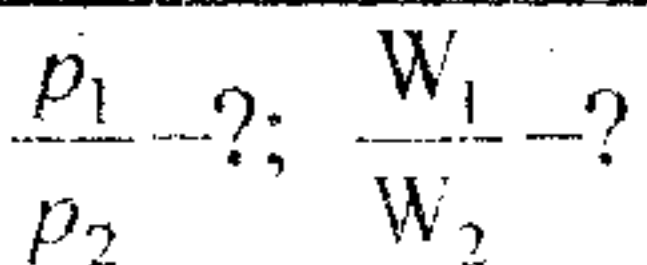
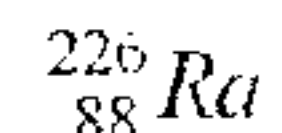
Шешуі:



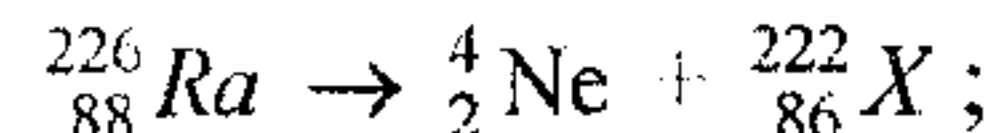
Кестені пайдалансақ а) жағдайда  ${}^{62}_{30}\text{Zn}$  мырыш изотопы ә) жағдайда  ${}^{61}_{30}\text{Zn}$  мырыш изотопы б) жағдайда  ${}^{61}_{29}\text{Cu}$  мыс изотопы ядролары пайда болады.

**6.2.20.** Радийдің  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  альфа-ыдырауының реакциясын жазу керек. Ыдырағанға дейін радий ядросы тыныш тұрған деп есептеп, пайда болған ядролардың импульсі мен кинетикалық энергиясын салыстырындар.

Берілгені:



Шешуі: Әуелі ыдырау реакциясын жазайық



Кестеден бұл элементтің радон Rn екендігін білеміз, сонымен  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ . Импульстің сақталу заңынан  $p_1 = m_1 v_1$  және  $p_2 = m_2 v_2$ , мұндағы  $p_1$  —

гелийдің,  $p_2$  — радонның импульсі, сонда (1)  $m_1 v_1 = m_2 v_2$ , өйткені ыдырағанға дейінгі толық импульс нөлге тең. Демек,

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{m_1 v_1}{m_1 v_1} = 1, \text{ онда } p_1 = p_2.$$

Энергиялары бойынша  $W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$  және  $W_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ . Сонда

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2}. \quad (2) \quad (1)\text{-ден } v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2}. \quad (3)$$

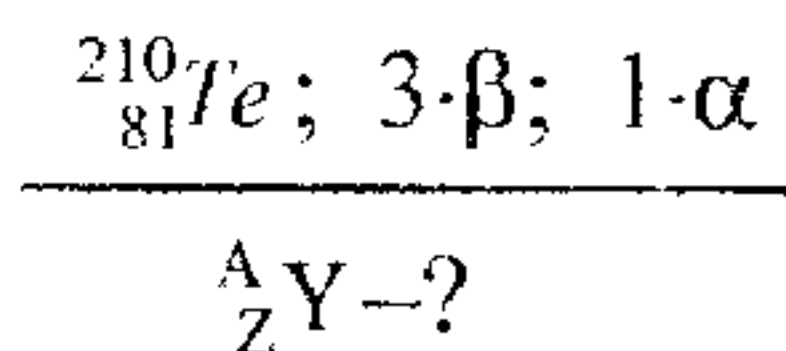
(3)-нің мәнін (2)-ге қойсақ

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2 \left( \frac{m_1 v_1}{m_2} \right)^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_1}{m_2} \text{ немесе } \frac{W_2}{W_1} = \frac{m_1}{m_2}. \quad \frac{W_2}{W_1} = \frac{222}{4} = 55,5.$$

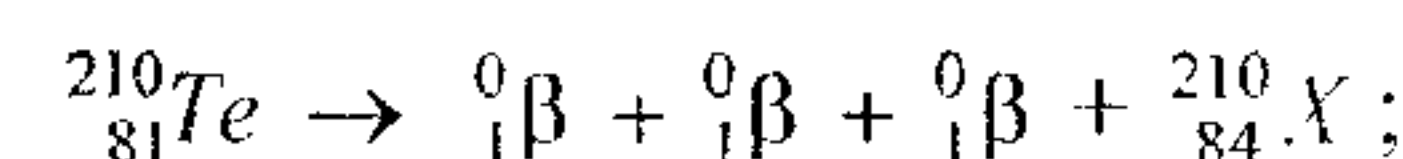
$$\text{Жауабы: } p_1 = p_2; \quad \frac{W_2}{W_1} = 55,5.$$

**6.2.21.** Таллий изотопы ( ${}^{210}_{81}\text{Te}$ ) тізбектей үш  $\beta$ -ыдырауға және бір  $\alpha$ -ыдырауға ұшырайды. Қандай заттың изотопы пайда болды?

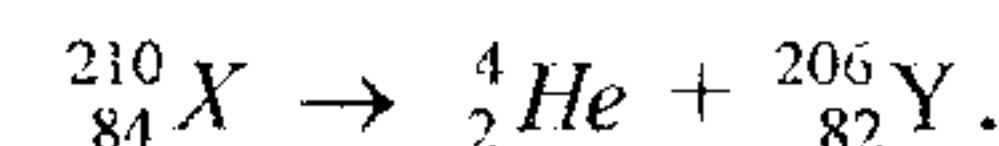
Берілгені:



Шешуі:  $\beta$ -ыдырауды жазайық



Енді  $\alpha$ -ыдырау болғандықтан

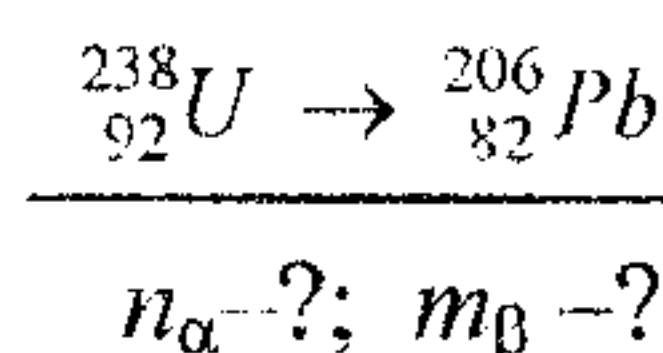


Сонымен,  $A = 206$ , ал  $Z = 82$  болатын элемент Менделеев кестесінен қорғасын (Pb) екендігін білеміз, сонымен пайда болған  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$  қорғасын изотопы екен.

$$\text{Жауабы: } {}^{206}_{82}\text{Pb}.$$

**6.2.22.** Тізбектей жүрген радиоактивті ыдырау нәтижесінде уран  ${}^{238}_{92}\text{U}$  қорғасын  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ -ға айналды. Осы ыдырау кезінде қанша  $\alpha$  және  $\beta$  түрленулер болды?

Берілгені:



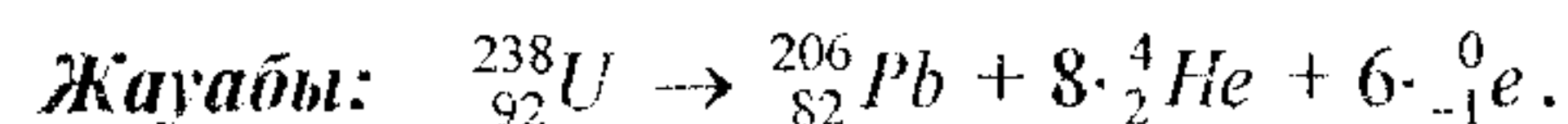
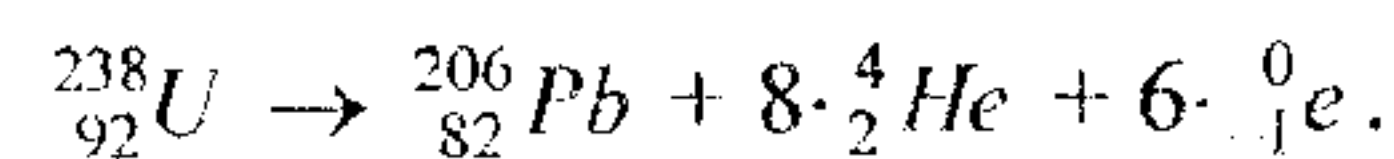
Шешуі:  $\alpha$ -түрлену кезінде бастапқы элемент атомынан  $\alpha$ -бөлшек бөлінеді.  $\alpha$ -бөлшек гелий атомының ядросы, оның құрамында екі протон және екі нейтрон бар. Демек,  $\alpha$ -бөлшегі өзімен +2е заряд алып кетеді, сонымен ядро массасы

4 бірлікке кемиді. Ал  $\beta$ -түрлену кезінде атомнан электрон бөлінеді де, оның заряды ( $-e$ )-ге кемиді.  $\beta$ -түрлену кезінде ядро массасының өзгерісін ескермеуге болады.

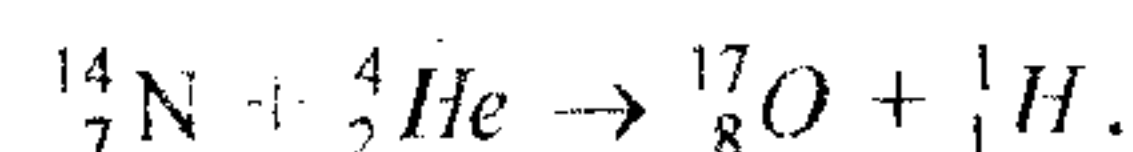
Уран қорғасынға айналғанда атом массасы  $(238-206)=32$  бірлікке кемиді, демек уран ядросынан  $\frac{32}{4}=8$   $\alpha$ -бөлшегі ұшып шыққан.

Бұл бөлшектер өзімен бірге  $8\cdot(+2e) = +16e$  заряд алып кетеді. Ал,

пайда болған қорғасын ядросы электрлік бейтарап болғандықтан алғашқы атом ядросын 6 электрон тастап кеткен. Сонымен 8  $\alpha$ -түрлену және 6  $\beta$ -түрлену болған



**6.2.23.** Мына ядролық реакция кезінде жұтылатын энергияны есептеп табыңдар.



**Шешуі:** Ядролық реакция кезінде жұтылатын энергия былай анықталады

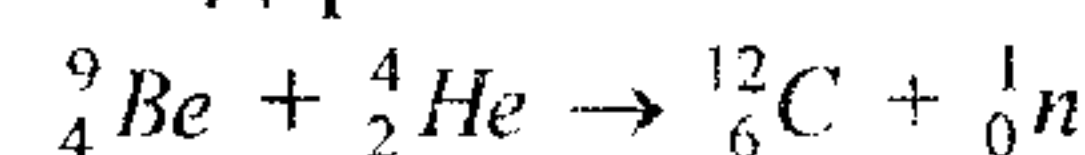
$$\Delta E = c^2(m_0 + m_n - m_N - m_{He}) = c^2(28,2351 \cdot 10^{-27} + 1,6774 \cdot 10^{-27} - 23,2587 \cdot 10^{-27} - 6,6482 \cdot 10^{-27}) = 0,0056 \cdot 10^{-27} c^2.$$

$$\Delta E = 0,0056 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

$$\Delta E = 5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \text{ немесе } \Delta E = 3,1 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$$

**Жауабы:**  $\Delta E = 3,1 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$

**6.2.24.** Мынадай ядролық реакция нәтижесінде бөлінетін энергияны есептеп табыңдар



**Шешуі:** Эйнштейн формуласын пайдалансақ,  $\Delta E = \Delta mc^2$ , мұндағы  $\Delta m$  — масса ақауы, оны былай табамыз  $\Delta m = m_{Be} + m_{He} - m_C - m_n$ . Кестелік мәндерін қойсақ

$$\Delta E = (m_{Be} + m_{He} - m_C - m_n)c^2 = (14,96490 \cdot 10^{-27} \text{ кг} + 6,64647 \cdot 10^{-27} \text{ кг} - 19,92664 \cdot 10^{-27} \text{ кг} - 1,67484 \cdot 10^{-27} \text{ кг}) \cdot 3 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 8,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

**Жауабы:**  $\Delta E = 8,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$

**6.2.25.**  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  изотопы ядросының масса ақауын табыңдар.

**Берілгені:** **Шешуі:** Ядроның масса ақауы мына формуламен табылады

$$\begin{array}{l} {}^{20}_{10}\text{Ne} \\ \Delta m = ? \end{array}$$

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}. \quad (1)$$

Мұндағы  $A$  — массалық сан,  $Z$  — заряды. Есеп шарынан

берілген изотоп үшін  $A=20$ ,  $Z=10$ . Онда (1)-ден

$$\Delta m = 10m_p + (20 - 10)m_n - M_{\text{я}} = 10(m_p + m_n) - M_{\text{я}}.$$

Кестеден  $m_p = 1,6724 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ;  $m_n = 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ;  $M_{\text{я}} = 33,1888 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$  екендігін табамыз, сонда

$$\Delta m = 10 \cdot (1,6724 \cdot 10^{-27} \text{ кг} + 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ кг}) - 33,1888 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 2,882 \cdot 10^{-28} \text{ кг}.$$

**Жауабы:**  $\Delta m = 2,882 \cdot 10^{-28} \text{ кг}.$

**6.2.26.** Гелий ядросының байланыс энергиясын есептеп табыңдар.

**Шешуі:** Энергия мен масса арасындағы байланыс формуласынан  $\Delta E = \Delta mc^2$ , ал  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}$ , сонда

$$\Delta E = c^2(Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}).$$

Кестеден  $m_p = 1,00758 \text{ м.а.б.}$ ,  $m_n = 1,00898 \text{ м.а.б.}$ ,  $m_{\text{я}} = 4,00274 \text{ м.а.б.}$

Сонда  $\Delta m = (2 \cdot 1,00758 + (4 - 2) \cdot 1,00898 - 4,00274) \text{ м.а.б.} = 0,03038 \text{ м.а.б.}$  м.а.б.-ты килограммен өрнектесек, онда

$$0,03038 \text{ м.а.б.} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг}}{\text{м.а.б.}} = 0,0507 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

$$\Delta E = \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 0,0507 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4,56 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

$$\Delta E = 4,56 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \text{ немесе } \Delta E = 28 \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:**  $\Delta E = 4,56 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$  немесе  $\Delta E = 28 \text{ МэВ}.$

**6.2.27.** Уран изотопы  ${}^{235}_{92}\text{U}$  ядросы бөлінгенде 200 МэВ энергия босанды. Массасы 1 г уран бөлінгенде қанша энергия мөлшері алынады?

**Берілгені:**

$${}^{235}_{92}\text{U};$$

$$W_1 = 200 \text{ МэВ};$$

$$m = 1 \text{ г}$$

$$W = ?$$

**Шешуі:** Берілген уранның массалық саны  $A=235$ , онда  ${}^{235}_{92}\text{U}$  уранның 1 грамында атомдардың саны  $n = \frac{N_A}{A}$ . (1) Мұндағы  $N_A$  — Авогадро саны.

Осы кезде бөлінетін жалпы энергия мөлшері

$$W = W_1 n \text{ немесе (1)-ді ескерсек } W = W_1 \frac{N_A}{A}.$$

$$W = 200 \text{ МэВ} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{235} \approx 5,1 \cdot 10^{23} \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:**  $W \approx 5,1 \cdot 10^{23} \text{ МэВ}.$

**6.2.28.** Гелийдің жеңіл изотопы ( ${}^3_2\text{He}$ ) және аса ауыр сутегі ( ${}^3_1\text{H}$ , тритий) ядроларының құрылысының ерекшелігі неде? Бұлардың меншікті байланыс энергиясын салыстырыңдар.

**Берілгені:**  ${}^3_2\text{He}; {}^3_1\text{H}$  **Шешуі:**  ${}^3_2\text{He}$  — гелийдің жеңіл изотопында екі протон және бір нейтрон бар, ал аса ауыр сутегі ядросында бір протон және екі нейтрон бар. Сутегі ядросының байланыс энергиясы

$$\frac{\varepsilon_{\text{H}}}{\varepsilon_{\text{He}}}-?$$

$$\varepsilon_{\text{H}} = (1,00783 + 2 \cdot 1,00867 - 3,01605) \cdot 931,5 \text{ МэВ} = 8,5 \text{ МэВ}.$$

Гелий ядросының байланыс энергиясы

$$\varepsilon_{\text{He}} = (2 \cdot 1,00783 + 1,00867 - 3,01603) \cdot 931,5 \text{ МэВ} = 7,7 \text{ МэВ}.$$

Сонда  $\frac{\varepsilon_{\text{H}}}{\varepsilon_{\text{He}}} = \frac{8,5 \text{ МэВ}}{7,7 \text{ МэВ}} = 1,1; \quad \frac{\varepsilon_{\text{H}}}{\varepsilon_{\text{He}}} = 1,1.$

**Жауабы:**  $\varepsilon_{\text{H}} = 1,1 \cdot \varepsilon_{\text{He}}.$

**6.2.29.**  ${}^{235}_{92}\text{U}$  уран ядросы бөлінгенде 200 МэВ энергия босанады.

Ал, уран бомбасы жарылғанда  $m = 1,5$  кг уран реакцияға түсіп үлгереді. Егер тротил бомбасының жылу беру қабілеті  $q = 4,1$  МДж/кг болса, уран толық ыдырағанда бөлінетін жылуға эквивалент болатын тротил массасын есептеп табындар.

**Берілгені:**

**Шешуі:**  $4,1 \text{ МДж/кг} = 4,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг};$

$$200 \text{ МэВ} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$$

$${}^{235}_{92}\text{U}; m = 1,5 \text{ кг};$$

$$q = 4,1 \text{ МДж/кг};$$

$$\varepsilon_0 = 200 \text{ МэВ}$$

$$m_0 - ?$$

$m$  массалы уран жарылғанда бөлінетін ядро саны  $N = \frac{m}{A} N_A$ . (1) Мұндағы,  $A$  — уранның массалық саны. Сонда жарылыс кезінде бөлінетін толық энергия

$$\varepsilon = \varepsilon_0 N \text{ немесе } \varepsilon = \varepsilon_0 \frac{m}{A} N_A. (2)$$

Ал,  $m_0$  массалы тротил жанғанда бөлінетін жылу мөлшері  $\varepsilon_m = m_0 q$ . (3) Есеп шарты бойынша  $\varepsilon = \varepsilon_m$  немесе (2) және (3)-ті

$$\varepsilon_0 \frac{m}{A} N_A = m_0 q \Rightarrow m_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot m \cdot N_A}{A \cdot q}.$$

$$m_0 = \frac{3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \cdot 1,5 \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{235 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 4,1 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ кг}.$$

$$m_0 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ кг} \text{ немесе } m = 30000 \text{ тонна}.$$

**Жауабы:**  $m_0 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ кг}.$

**6.2.30.** Литий изотопы  ${}^7_3\text{Li}$  ядросының байланыс энергиясын анықтаңдар.

**Берілгені:**  ${}^7_3\text{Li}$  **Шешуі:** Ядроның байланыс энергиясы  $W = \Delta m c^2$  формуласымен анықталады, мұндағы

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - M_{\text{я}},$$

демек  $W = [Z m_p + (A - Z) m_n - M_{\text{я}}] c^2.$

${}^7_3\text{Li}$  - белгілеуден  $A = 7, Z = 3$  екендігін анықтаймыз. Сонда

$$W = [3 m_p + 4 m_n - M_{\text{я}}] c^2.$$

Кестеден  $m_p, m_n$  және  $m_{\text{я}}$  мәндерін тауып,  $W$  -ны есептейміз:

$$W = [3 \cdot 1,6724 \cdot 10^{-27} + 4 \cdot 1,6748 \cdot 10^{-27} - 11,6475 \cdot 10^{-27}] \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ Дж} = 6,2 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

**Жауабы:**  $W = 6,2 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$

**6.2.31.** Литий изотопы  ${}^6_3\text{Li}$  дейтрондармен ( ${}^2_1\text{H}$ ,  $m_{{}^2_1\text{H}} = 3,3446 \times 10^{-27} \text{ кг}$ ) атқылағанда екі  $\alpha$ -бөлшегі ( $m_{{}^4_2\text{He}} = 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ )

пайда болып және  $\Delta E = 22,3 \text{ МэВ}$  энергия бөлініп шығады. Литий изотопының массасын анықтаңдар.

**Берілгені:**

$$\Delta E = 22,3 \text{ МэВ};$$



$$m_{\text{Li}} - ?$$

**Шешуі:** Ядро массасының ақауы

$$\Delta m = m_{\text{Li}} + m_{\text{H}} - 2 \cdot m_{\text{He}}. (1)$$

Екінші жағынан  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}. (2)$

(1) және (2)-ден

$$m_{\text{Li}} = \frac{\Delta E}{c^2} + 2 \cdot m_{\text{He}} - m_{\text{H}}.$$

$$m_{\text{Li}} = \frac{22,3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{16}} \text{ кг} + 2 \cdot 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг} - 3,3446 \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$$

$$= 9,9884 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

**Жауабы:**  $m_{\text{Li}} = 9,9884 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$

**6.2.32.** Электрон ядро ішіне енуі үшін оған қандай кинетикалық энергия беру керек? Ядро өлшемі  $a = 10^{-15} \text{ м}$  шамасында деп алыңдар.

**Берілгені:**

$$a = 10^{-15} \text{ м}$$

$$W_{\text{к}} - ?$$

**Шешуі:** Әуелі электронның импульсімен жылдамдығын бағалайық. Анықталмаушылық принципінен  $p \geq \frac{h}{2\pi a}$ . Сонда

$$p \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-15} \text{ м}} \approx 10^{-19} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad p \approx 10^{-19} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Екінші жағынан  $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m_0^2}}$ . Мұндағы  $m_0$  – электронның тыныштықтағы массасы.

$$v = \frac{10^{-19} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}}{\sqrt{\left(10^{-19} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}\right)^2 + \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}\right)^2 + (9,1 \cdot 10^{-31} \text{Кг})^2}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

Демек, электрон жылдамдығын жарық жылдамдығына шамалас, электрон ультрарелятивтік бөлшек екен. Оның кинетикалық энергиясы  $W_k = p \cdot c$ .  $W_k = 10^{-19} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}} = 3 \cdot 10^{-11} \text{Дж}$  немесе  $W_k = 200 \text{ МэВ}$ .

**Жауабы:**  $W_k = 3 \cdot 10^{-11} \text{Дж}$  немесе  $W_k = 200 \text{ МэВ}$ .

**6.2.33\*.** Кәзіргі түсінік бойынша пульсар толығымен нейтрондардан тұратын жұлдыз. Пульсар массасы Күн массасына, ал радиусы шамамен 10 км тең деп, нейтрондардың кинетикалық энергиясын бағаландар.

**Берілгені:**

$$\begin{array}{l} M = 2 \cdot 10^{30} \text{ Кг} \\ R = 10 \text{ км} \\ W_k = ? \end{array}$$

**Шешуі:**  $10 \text{ км} = 10^4 \text{ м}$ .

Әуелі берілген жұлдыздағы нейтрондар санымен шоғырын анықтайық, сонда  $N = \frac{M}{m_0}$  және  $n = \frac{N}{V}$

формулаларынан  $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг}$ ,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  екен-

дігін ескерсек  $N = \frac{M}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг}}$  және  $n = \frac{M \cdot 3}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг} \cdot 4 \pi R^3}$ .

$$N = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ Кг}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг}} = 1,2 \cdot 10^{57};$$

$$n = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ Кг} \cdot 3}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (10^4 \text{ м})^3} = 2,87 \cdot 10^{44} \frac{1}{\text{м}^3}.$$

$$N = 1,2 \cdot 10^{57}; \quad n = 2,87 \cdot 10^{44} \frac{1}{\text{м}^3}.$$

Нейтронның жинақталу аймағы  $a = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ , демек

$$a = \frac{1}{\sqrt[3]{2,87 \cdot 10^{44} \frac{1}{\text{м}^3}}} = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}; \quad a = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$$

Ал, нейтрон импульсі анықталмаушылық принципінен  $p \geq \frac{\hbar}{2\pi a}$  табылады, сонда

$$p \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}} \approx 7 \cdot 10^{-20} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}; \quad p \approx 7 \cdot 10^{-20} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}.$$

$$\frac{p}{m_0 c} = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{7 \cdot 10^{-20} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}} = 0,14; \quad \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0,14.$$

Осыдан түрлендіріп  $\beta$ -ны тапсақ  $\beta \approx 0,13$ , демек нейтрон релятивтік емес, онда оның кинетикалық энергиясы  $W_k = \frac{\hbar^2 \cdot \sqrt[3]{n^2}}{8\pi^2 m}$ .

$$W_k = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2 \cdot \sqrt[3]{\left(2,87 \cdot 10^{44} \frac{1}{\text{м}^3}\right)^2}}{8 \cdot (3,14)^2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг}} \approx 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

$W_k \approx 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$  немесе  $W_k \approx 9 \text{ МэВ}$ .

**Жауабы:**  $W_k \approx 9 \text{ МэВ}$ .

**6.2.34.** Бейтарап пионның өмір сүру уақыты  $\tau = 8,0 \cdot 10^{-17} \text{ с}$ . Оның массасы қандай дәлдікпен анықталған?

**Берілгені:**

$$\begin{array}{l} \tau = 8,0 \cdot 10^{-17} \text{ с} \\ \delta = \frac{\Delta m}{m} = ? \end{array}$$

**Шешуі:** Энергия үшін анықталмаушылық принципінен  $\Delta \varepsilon \approx \frac{\hbar}{\tau}$ . (1) Мұндағы  $\tau$  – бөлшектің өмір сүру уақыты.  $\Delta \varepsilon = \Delta m c^2$  байланысынан

$$\Delta m \approx \frac{\hbar}{\tau \cdot c^2}. \quad (2)$$

Масса дәлдігі  $\delta = \frac{\Delta m}{m}$ . (2)-ні ескерсек, онда  $\delta = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \approx \frac{\hbar}{\varepsilon \cdot \tau}$ .

Сонымен  $\delta \approx \frac{\hbar}{\varepsilon \cdot \tau}$ . Пион үшін  $\varepsilon = 2,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$  деп алсақ, онда

$$\delta \approx \frac{1,06 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \cdot 8,0 \cdot 10^{-17} \text{ с}} \approx 6 \cdot 10^{-8}; \quad \delta \approx 6 \cdot 10^{-8}.$$

**Жауабы:**  $\delta \approx 6 \cdot 10^{-8}$ .

**6.2.35.** Электрон импульсінің анықталмаушылығы  $\Delta p_x = 5 \cdot 10^{-25}$

$\frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}$ . Координатының ең аз анықталмаушылығы неге тең?

Берілгені:

Шешуі: Анықталмаушылық қатынасы

$$\Delta p_x = 5 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$\Delta x = ?$$

$$\text{бойынша } \Delta x = \frac{h}{2\pi \Delta p_x}, \Delta x = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}} =$$

$$= 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \Delta x = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Жауабы:  $\Delta x = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$

6.2.36. Радий ядросынан 15 Мм/с жылдамдықпен ұшып шыққан  $\alpha$ -бөлшек ауада 3,3 см ұшып барып тоқтады. Бөлшектің кинетикалық энергиясын, тежелу уақытын және үдеуін табыңдар.

Берілгені:

Шешуі: 15 Мм/с =  $1,5 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ ; 3,3 см =  $3,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

$$v = 15 \text{ Мм/с};$$

$$\ell = 3,3 \text{ см}$$

$$W_k = ?; \Delta t = ?;$$

$$a = ?$$

$W_k = \frac{mv^2}{2}$  формуласынан,  $m$  —  $\alpha$ -бөлшектің массасы, сонда  $m = m_0 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ , мұнда  $m_0$  — атомдық масса бірлігі, немесе

$$m = 4,0026 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

$$W_k = \frac{6,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{2} \cdot \left(1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 7,52 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; \quad W_k = 7,52 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

немесе  $W_k = 4,7 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$   $\alpha$ -бөлшегі тежелгенде істелген жұмыс

$$A = \frac{mv^2}{2}, \text{ ал } A = F\ell \text{ немесе } A = ma\ell, \text{ онда } ma\ell = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2\ell}. \quad (1)$$

$$a = \frac{\left(1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 3,4 \cdot 10^{15} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a = 3,4 \cdot 10^{15} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ал,  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  болғандықтан  $\Delta v = v$ , себебі ақтық жылдамдығы

нөлге тең, онда (2)  $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}.$  (1)-ді ескерсек (2)-ден  $\Delta t = \frac{2\ell}{v}.$

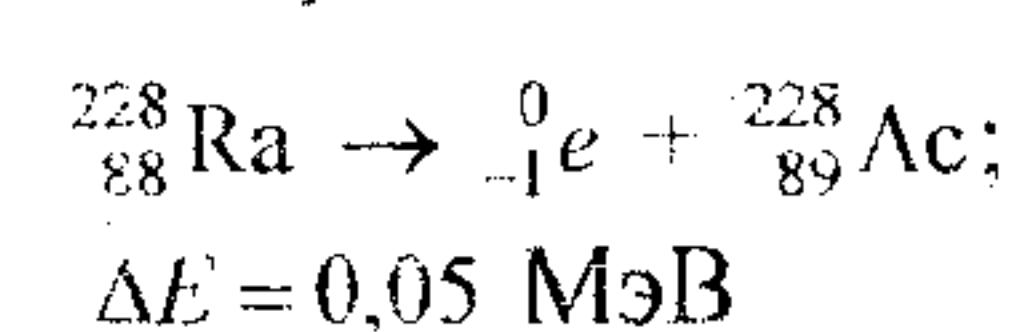
$$\Delta t = \frac{2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4,4 \cdot 10^{-9} \text{ с}. \quad \Delta t = 4,4 \cdot 10^{-9} \text{ с} \text{ немесе } \Delta t = 4,4 \text{ нс}.$$

Жауабы:  $W_k = 7,52 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; \quad \Delta t = 4,4 \text{ нс}; \quad a = 3,4 \cdot 10^{15} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

6.2.37. Радиоактивті радий  $^{228}\text{Ra}$  изотопының  $\beta$ -ыдырауы кезінде одан энергиясы  $E_e = 0,05 \text{ МэВ}$  электрон ұшып шығады. Осы кезде радий изотопы актиний  $^{228}\text{Ac}$  изотопына айналады. Актиний атомының кинетикалық энергиясы қандай?

Берілгені:

Шешуі: Актиний атомының кинетика-



Е-?

лық энергиясы  $E = \frac{Mv^2}{2}. \quad (2)$

Мұндағы  $M = A \cdot m_p$  актиний массасы,  $v$  — жылдамдығы.

Актиний атомының жылдамдығын табу үшін импульстің сақталу заңын пайдаланамыз, сонда  $Mv = m_e \cdot v_e. \quad (2)$  Электрон жылдамды-

ғы  $v_e$ -ны  $E_e = \frac{m_e v_e^2}{2}$  формуласынан анықтаймыз, сонда

$$v_e = \sqrt{\frac{2E_e}{m_e}}. \quad (3)$$

(2), (3) және  $M = A \cdot m_p$  өрнектерін (1)-ге қойсақ, онда

$$E = \frac{A \cdot m_p \cdot 2E_e m_e}{2(A \cdot m_p)^2} \text{ немесе } E = \frac{E_e m_e}{A \cdot m_p}.$$

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, \quad A = 228$  болғандықтан

$$E = \frac{0,05 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{228 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 0,12 \text{ эВ}; \quad E = 0,12 \text{ эВ}.$$

Жауабы:  $E = 0,12 \text{ эВ}.$

6.2.38. Нейтрон гелий ядросымен ( $\alpha$ -бөлшегі) серпімді соғылысады да, одан шағылып баска гелий ядросымен серпімді қайта соғылысады. Гелий ядролары соқтығысуға дейін тыныштықта болған. Екі соқтығысуды да орталық деп есептеп нейтронның кейінгі энергиясы қанша есеге өзгергенін анықтандар.

Берілгені:

Шешуі:  $m_n$  — нейтрон массасы, ал  $v_0$  — оның бас-

$$^1_0n$$

тапқы жылдамдығы болсын.  $\alpha$ -бөлшегімен бірінші соқтығысудан кейін

$$\frac{W_0}{W_2} = ?$$

$$m_n v_0 = 4m_n u_1 - m_n v_1 \text{ және } \frac{m_n v_0^2}{2} = \frac{4m_n u_1^2}{2} + \frac{m_n v_1^2}{2}.$$

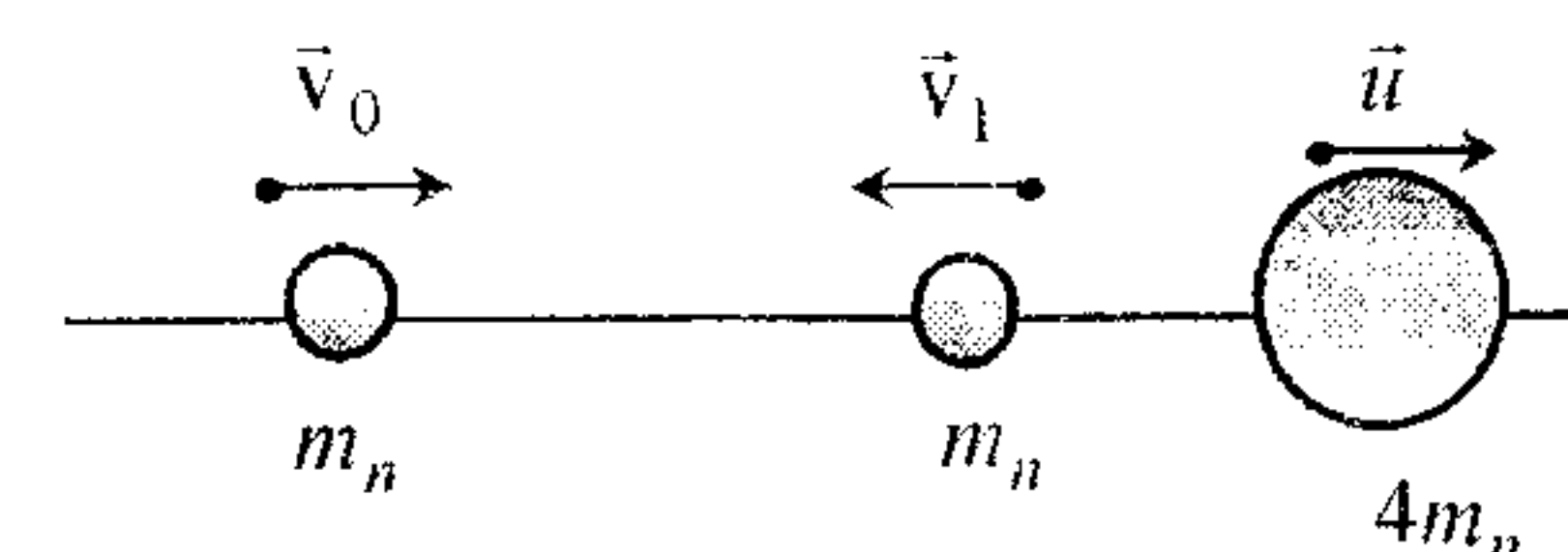
Мұндағы,  $(4m_n)$  —  $\alpha$ -бөлшегінің массасы,  $u$  — оның жылдамдығы,  $v_1$  — нейтронның соққыдан кейінгі жылдамдығы, оның «минус» таңбамен алынуы соққының орталық болуынан (6.6-сурет).

Екі теңдеуден  $v_1 = \frac{3}{5} v_0. \quad (1)$

Екінші соққыдан кейін

$$m_n v_1 = 4m_n u_2 - m_n v_2 \text{ және}$$

$$\frac{m_n v_2^2}{2} = \frac{4m_n u_2^2}{2} + \frac{m_n v_1^2}{2}.$$



6.6-сурет

Екі теңдеуден  $v_2 = \frac{3}{5} v_1$ . (1)-ді ескерсек  $v_2 = \frac{9}{25} v_0$ . (3)

$$\frac{W_0}{W_2} = \frac{\frac{m_n v_0^2}{2}}{\frac{m_n v_2^2}{2}} = \frac{v_0^2}{v_2^2}. \quad (3)\text{-ті ескерсек} \quad \frac{W_0}{W_2} = \frac{v_0^2}{\left(\frac{9}{25} v_0\right)^2} = \frac{625}{81} \approx 7,7.$$

$$\frac{W_0}{W_2} \approx 7,7.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{W_0}{W_2} \approx 7,7 \text{ есе.}$$

**6.2.39.** Дейтрий ядросына  $T_D = 2$  МэВ энергия беріліп үдетіледі де тритий ядросы нысанына бағыттап соғады. Сонда мынадай ядролық реакция жүреді  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} = {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ . Ұшып шығатын нейтрондар, дейтрий ядросы ағынының бағытына перпендикуляр қойылған детекторлар арқылы есепке алынады. Егер реакция кезінде  $Q = 14$  МэВ энергия бөлінетін болса нейтрондардың энергиясын анықтандар.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} T_D = 2 \text{ МэВ;} \\ {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} = {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n;} \\ Q = 14 \text{ МэВ} \\ T_n = ? \end{array}$$

Шешуі: Реакция кезіндегі бөлшектердің бағыты 6.7-суретте көрсетілген.

Әсерлесу кезіндегі импульстің сақталу заңынан

$$(\text{көкжиек бағытта}) \quad m_D v_D = m_\alpha v_\alpha \cos \varphi, \quad (1)$$

$$(\text{тік бағытта}) \quad m_n v_n = m_\alpha v_\alpha \sin \varphi. \quad (2)$$

Ал, энергияның сақталу заңынан

$$\frac{m_n v_n^2}{2} + \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{m_D v_D^2}{2} + Q. \quad (3)$$

Енді (1) және (2)-ден

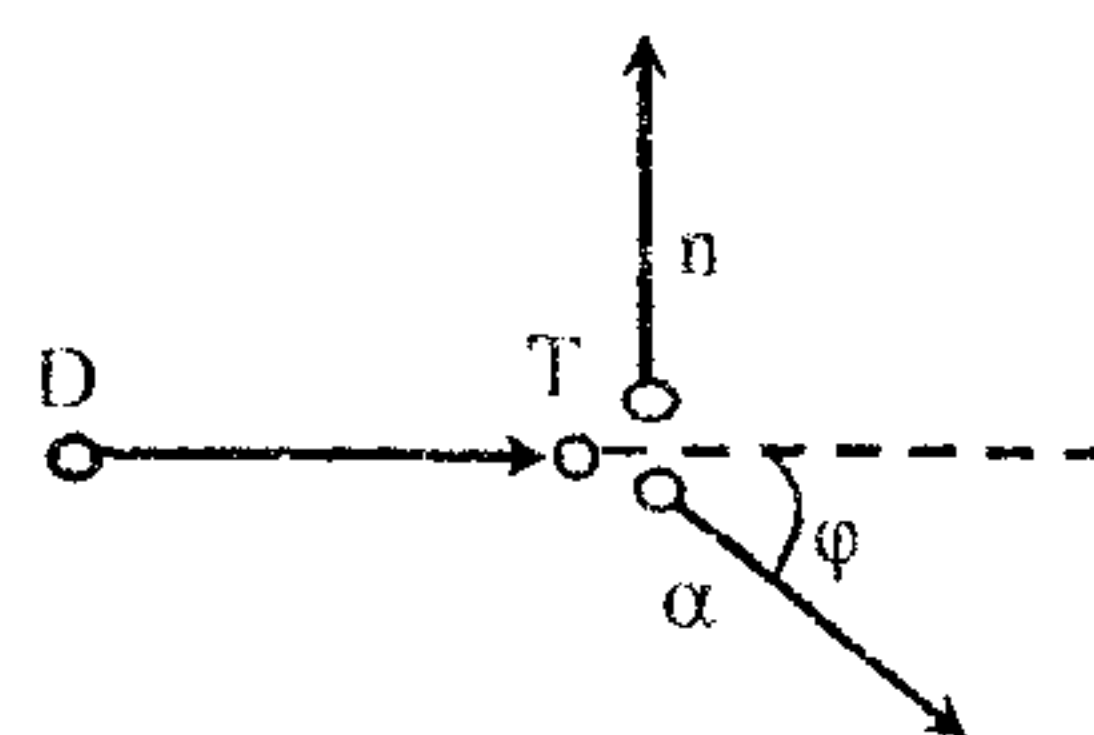
$$\begin{aligned} m_D^2 v_D^2 + m_n^2 v_n^2 &= m_\alpha^2 v_\alpha^2 \Rightarrow 2m_D T_D + 2m_n T_n = \\ &= 2m_\alpha \cdot \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \Rightarrow \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{m_D T_D + m_n T_n}{m_\alpha}. \quad (4) \end{aligned}$$

Есеп шартын және (4)-ті ескерсек, онда (3)-ден

$$T_n + \frac{m_D T_D + m_n T_n}{m_\alpha} = T_D + Q \Rightarrow T_n = \frac{m_\alpha}{m_n + m_\alpha} \left( Q + \frac{m_\alpha - m_D}{m_\alpha} T_D \right).$$

$$T_n = \frac{4}{1+4} \cdot \left( 14 \text{ МэВ} + \frac{4-2}{4} \cdot 2 \text{ МэВ} \right) = 12 \text{ МэВ}; \quad T_n = 12 \text{ МэВ}.$$

$$\text{Жауабы: } T_n = 12 \text{ МэВ}.$$



6.7-сурет

**6.2.40\*.** Электрондардың бағытталған ағыны еңсіз кең саңылаудан  $v = 10^5$  м/с жылдамдықпен ұшып шығады (6.8-сурет). Ағындағы электрондардың шоғыры  $n = 10^{10}$  бөлшек/м<sup>3</sup>. Саңылаудан қандай қашықтықта ағын қалыңдығы 2 есе артады? Электронның массасы мен заряды белгілі.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} v = 10^5 \text{ м/с;} \\ n = 10^{10} \text{ бөлшек/м}^3; \\ b_2 = 2b_1; \\ m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг;} \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \end{array}$$

$\ell = ?$

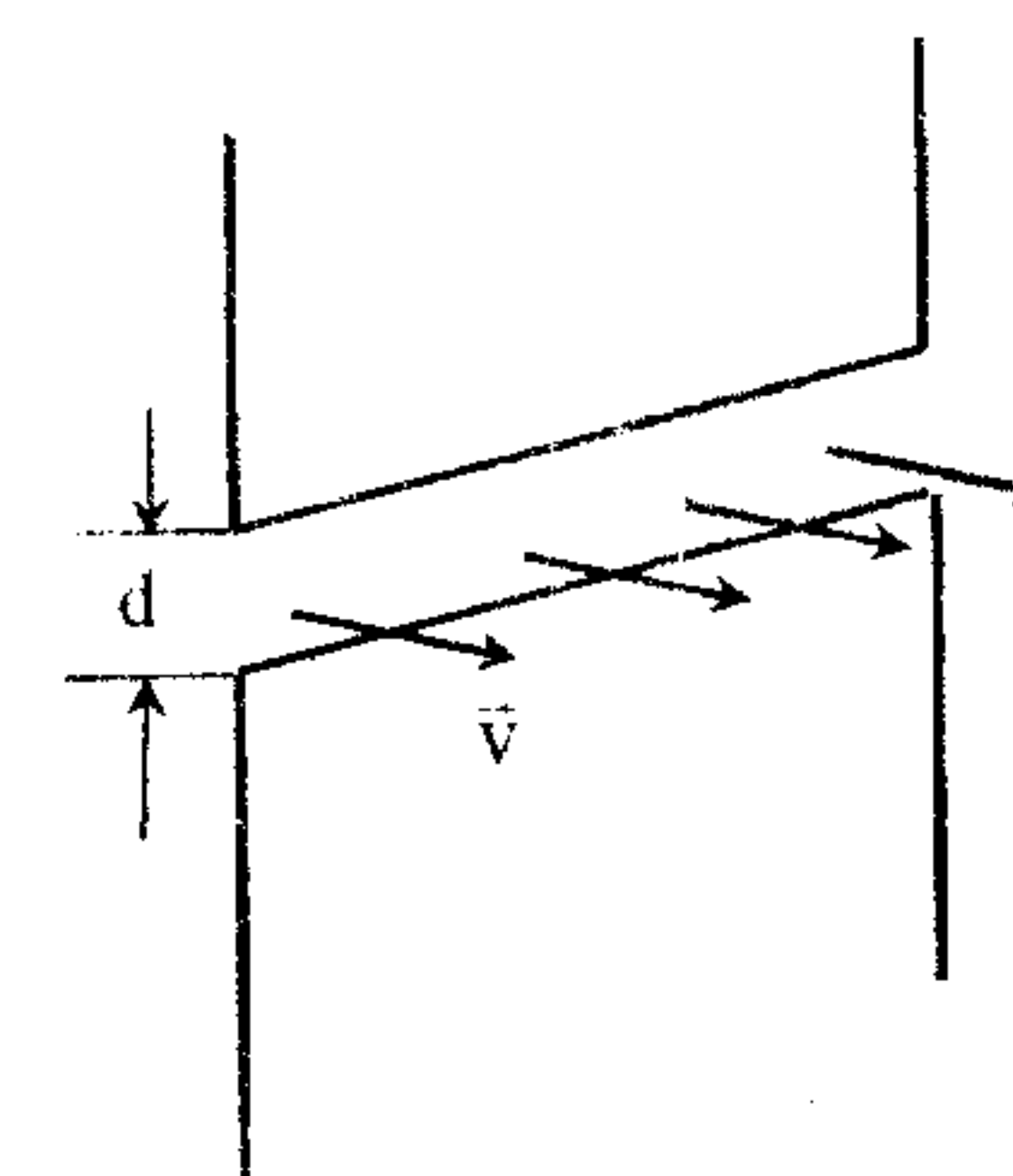
Шешуі: Ағын қалыңдығы 2 есе артатын арақашықтық саңылау енінен анағұрлым артық деп есептейік ( $\ell \gg d$ ). Бұл жағдайда электрондар ағынын жазықпараллел зарядталған пластинка деп қарастыруға болады және оның электр өрісінің кернеулігі мынаған тең  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . (1)

Мұндағы:  $\sigma$  — пластинка зарядының беттік тығыздығы. Сонда  $\sigma = \frac{Q}{S}$ .

$$\text{Ал, } Q = enSd, \text{ онда (1)-ден } E = \frac{end}{2\epsilon_0}. \quad (2)$$

Бұл жағдайда жарық шоғының ұшындағы электр өрісі тарапынан электронға күш әсер етеді, оның модулі  $F = eE$ . (3)

Электрон (3) күштің әсерінен шоққа перпендикуляр бағытта  $a = \frac{F}{m} = \frac{e^2 nd}{2m\epsilon_0}$ . (4)



6.8-сурет

үдеу алады. Шоқ ені екі есе артуы үшін, электрон осындай үдеумен  $t = \sqrt{\frac{d}{a}}$  уақыт қозғалуы тиіс. Сонда (4)-ті ескерсек  $t = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m}{e^2 n}}$ . (5)

Осы уақыт ішінде электрон шоқ бағытында саңылаудан  $\ell = v \cdot t$  қашықтыққа алыстайды. (5)-ті ескерсек  $\ell = v \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m}{e^2 n}}$ .

$$\ell = 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}}{\text{В} \cdot \text{м}^2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{м}^3}}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \quad \ell \approx 2,5 \text{ см}.$$

$$\text{Жауабы: } \ell \approx 2,5 \text{ см}.$$

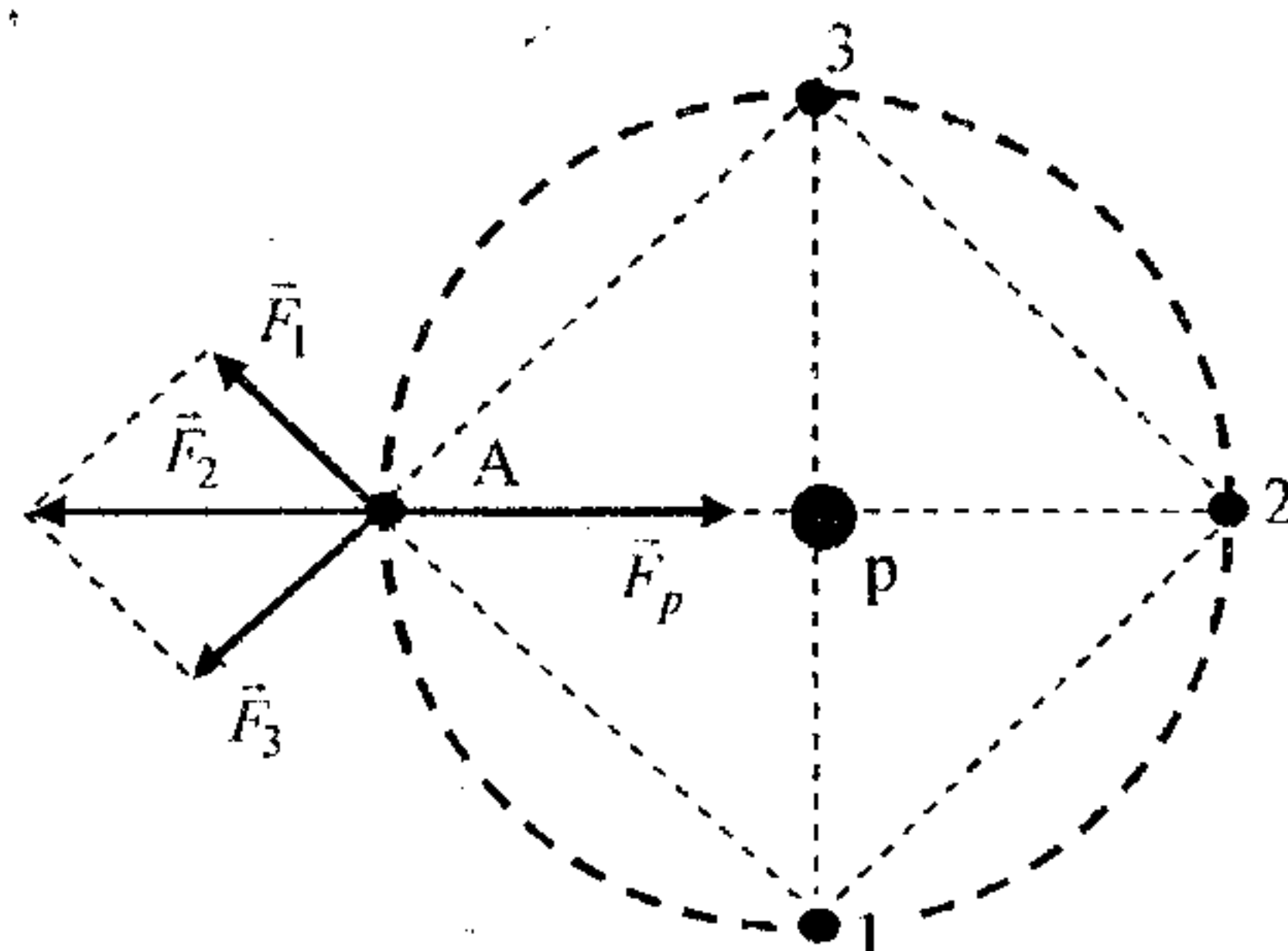
**6.2.41.** Заряды с тыныштықта тұрған протонды квадрат жасай төрт электрон радиусы  $r$  болатын шеңбер бойымен айналады. Электрон зарядтары —  $e$ , ал массасы  $m$ . Электрондардың жылдамдығын табындар.

Берілгені:  $e; r; -e; m$   
 $v - ?$

Шешуі: Есеп шартына сәйкес жүйе арналасуы 6.9-суретте көрсетілген. Мұндағы,  $p$  – протон. А-электронға әсер ететін күшті табайық, сонда

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_p + \vec{F}_3,$$

мұндағы,  $\vec{F}_1$  – бірінші,  $\vec{F}_2$  – екінші,  $\vec{F}_3$  – үшінші электрон тарапынан әсер ететін тебілу күштері;  $\vec{F}_p$  – протонның тарту күші.



6.9-сурет

Көкжиек бағытында проекцияласақ, онда

$$F = -F_1 \cos 45^\circ - F_2 + F_p - F_3 \cos 45^\circ \text{ немесе}$$

$$F = F_p - F_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_3. (1)$$

Бұлар кулондық күштер болғандықтан

$$F_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad F_1 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2r^2}; \quad F_2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{4r^2}; \quad F_3 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2r^2}.$$

$$(1)\text{-ге қойсақ } F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ немесе } F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{3\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}}.$$

Осы күш А электронға центрге тартқыш үдеу береді, демек

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{3\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{3\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}}}.$$

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{3\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}}}.$$

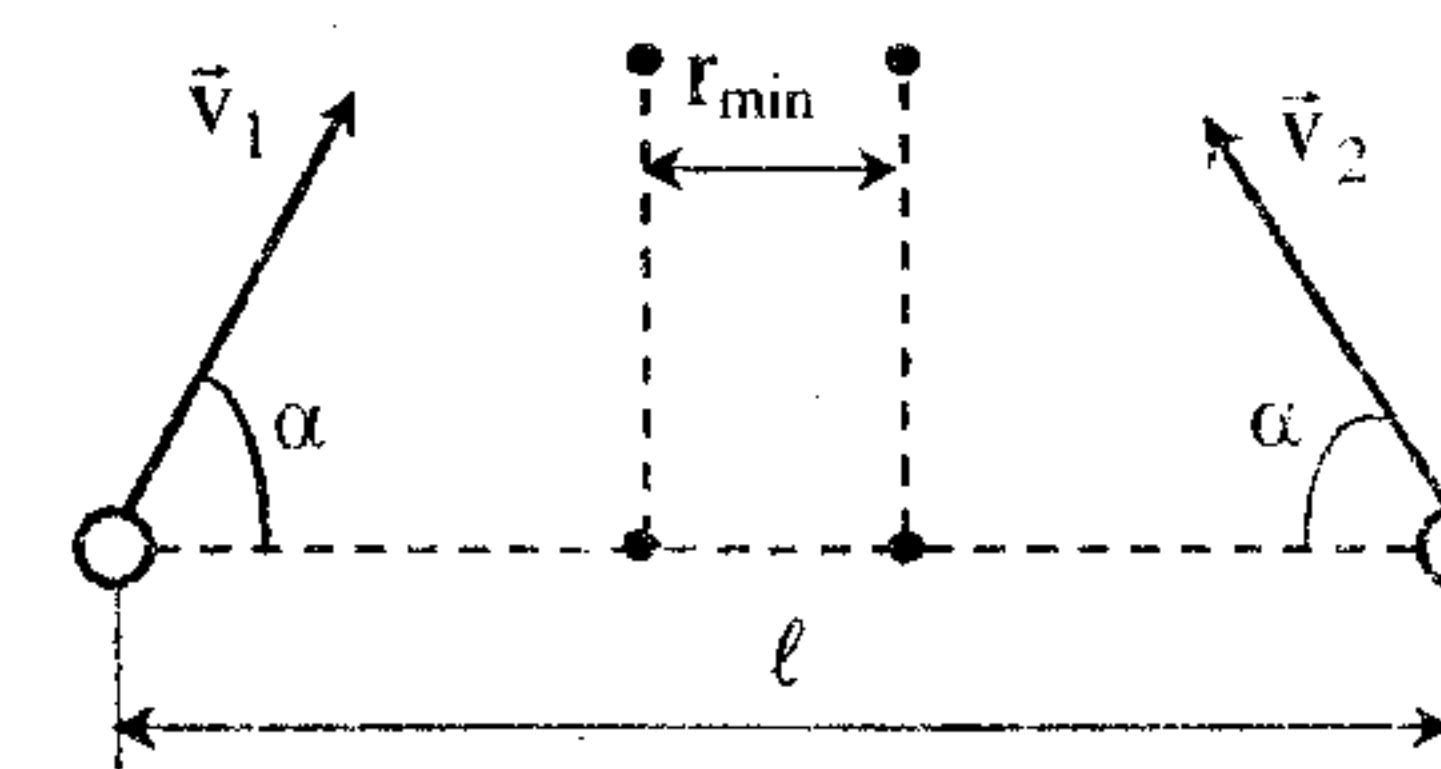
**6.2.42.** Екі электронның  $v_1$  және  $v_2$  жылдамдықтары бір жазықтықта жатыр және арақашықтығы  $\ell$  болғанда электрондарды қосатын түзу мен  $\alpha$  бұрыш жасайды. Егер  $v_1$  және  $v$  жылдамдықтардың модулі бірдей және  $v$ -ға тең болса электрондар қандай ең аз арақашықтыққа жақындай алады? Электрон массасы  $m$ , заряды  $e$  (6.10-сурет).

Берілгені:  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ ;  
 $\ell; \alpha; m; e$   
 $r_{\min} - ?$

Шешуі: Есепті шығару үшін импульстің және энергияның сақталу заңын пайдаланамыз. Сонда импульстің сақталу заңынан

$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 0$  немесе өстер бойынша проекцияласақ

$$\begin{cases} mv_1 \cos \alpha - mv_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow mv \cos \alpha - mv \cos \alpha = 0, \\ mv_1 \sin \alpha + mv_2 \sin \alpha = 0 \Rightarrow mv \sin \alpha + mv \sin \alpha = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2mv \sin \alpha = 0, \text{ онда } 2 \neq 0, \quad mv \sin \alpha = \text{const. } (1) \end{cases}$$



6.10-сурет

Энергияның сақталу заңынан

$$W_{1.k} + W_{2.k} + W_{n.1} = W_{n.2}. (1)$$

Мұндағы,  $W_{1.k} = \frac{mv_1^2 \cos^2 \alpha}{2}$  – бірінші электронның кинетикалық энергиясы;

$$W_{2.k} = \frac{mv_2^2 \cos^2 \alpha}{2} \text{ – екінші электронның кинетикалық энергиясы;}$$

$W_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \ell}$  – алғашқы кездегі жүйенің потенциалдық энергиясы

$W_{n.2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}$  – ең жақын арақашықтықтағы жүйенің потенциалдық энергиясы.

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$  екендігін ескерсек, онда (1)-ден

$$\frac{mv^2 \cos^2 \alpha}{2} + \frac{mv^2 \cos^2 \alpha}{2} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \ell} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}} \Rightarrow r_{\min} = \ell \cdot \frac{1}{1 + \frac{4\pi\epsilon_0 \ell \cdot mv^2 \cos^2 \alpha}{e^2}}.$$

$$\text{Жауабы: } r_{\min} = \ell \cdot \frac{1}{1 + \frac{4\pi\epsilon_0 \ell \cdot mv^2 \cos^2 \alpha}{e^2}}.$$

**6.2.43.**  $\beta$ -ыдырау кезінде тыныштықта тұрған нейтроннан протон, электрон және нейтрино пайда болады. Протон мен электронның импульстері  $p_1$  және  $p_2$ , олардың арасындағы бұрыш  $\alpha$ . Нейтриноның импульсін анықтаңдар.

**Берілгені:**  $p_1, p_2, \alpha$   
 $p_3 = ?$

**Шешуі:** Нейтронның ыдырауының сызбасы 6.11-суретте көрсетілген. Импульстің сақталу заңынан  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$ . Ох өсіне проекцияласак

$$p_3 = p_1 \cos \gamma + p_2 \cos(\alpha - \gamma),$$

екінші жағынан  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$  және  $-\vec{p}_3$  векторлары тұйық үшбұрыш құрайды, сонда косинустар теоремасынан

$$p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos \beta},$$

ал  $\beta + \gamma + (\alpha - \gamma) = 180^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \beta + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha,$$

онда  $p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos(180^\circ - \alpha)} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \alpha},$

себебі  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ . Сонымен,  $p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \alpha}$ .

**Жауабы:**  $p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \alpha}.$

**6.2.44.** Зор жылдамдықпен ұшқан протон ядроға енеді. Осыдан кейін ядроның байланыс энергиясы қалай өзгереді?

**Жауабы:** Ядроның толық энергиясы протонның кинетикалық энергиясы шамасына артады, ал ядроның байланыс энергиясы осындай шамаға кемиді.

**6.2.45.** Толқын ұзындығы  $\lambda = 600$  нм болатын аймақта көз жарық түсінің  $\Delta\lambda = 50$  нм өзгерісін сезеді. Монохромат жарық көзінің мұндай өзгерісі оның қандай жылдамдықпен қозғалысында байқалған?

**Берілгені:**  $\lambda = 600$  нм;  
 $\Delta\lambda = 50$  нм;  
 $c = 3 \cdot 10^8$  м/с  
 $v = ?$

**Шешуі:**  $600$  нм  $= 6 \cdot 10^{-7}$  м;  $50$  нм  $= 5 \cdot 10^{-8}$  м.  
Допплер формуласын пайдаланамыз, сонда

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c.$$

$$v = \frac{5 \cdot 10^{-8} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $v = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

**6.2.46.** Тыныштықтағы электронмен шашырау кезінде энергиясы  $\varepsilon_\gamma = 0,5$  МэВ фотонның толқын ұзындығы  $\Delta\lambda = \alpha\lambda_0$  шамаға артты. Мұндағы  $\alpha = 0,25$ . Электрон алған кинетикалық энергиясының шамасын табыңдар.

**Берілгені:**  $\varepsilon_\gamma = 0,5$  МэВ;  
 $\Delta\lambda = \alpha\lambda_0$ ;  
 $\alpha = 0,25$   
 $K = ?$

**Шешуі:** Энергияның сақталу заңынан  $\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon + E$ . (1)  
Мұндағы  $E_0 = m_0 c^2$ ,  $E = m_0 c^2 + K$ , сонда  $\varepsilon_\gamma + m_0 c^2 = \varepsilon + m_0 c^2 + K \Rightarrow K = \varepsilon_\gamma - \varepsilon$ . (2)  
Енді  $\varepsilon_\gamma = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$  және  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ . (3) екендігін

ескерсек, бұлардан

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon_\gamma}; \quad \lambda = \frac{hc}{\varepsilon} \Rightarrow \Delta\lambda = hc \left( \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_\gamma} \right) \quad (4) \text{ және } \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda. \quad (5)$$

Есеп шартындағы  $\Delta\lambda = \alpha\lambda_0$  және (2)-ні ескерсек, онда (4)-ден

$$\alpha\lambda_0 = hc \left( \frac{\varepsilon_\gamma - \varepsilon}{\varepsilon \cdot \varepsilon_\gamma} \right) \text{ немесе } \alpha\lambda_0 = hc \left( \frac{K}{\frac{hc}{\Delta\lambda + \lambda_0} \cdot \varepsilon_\gamma} \right) \text{ немесе}$$

$$\alpha\lambda_0 = hc \left( \frac{K\lambda_0(1+\alpha)}{hc \cdot \varepsilon_\gamma} \right) \Rightarrow K = \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot \varepsilon_\gamma; \quad K = \frac{0,25}{1+0,25} \cdot 0,5 \text{ МэВ} = 0,1 \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:**  $K = 0,1$  МэВ.

**6.2.47\*.**  ${}^{14}_7\text{N}(\alpha, p)$  реакциясында  $\alpha$ -бөлшегінің кинетикалық энергиясы  $W_\alpha = 7,7$  МэВ. Егер протонның кинетикалық энергиясы  $W_p = 8,5$  МэВ болса, ол  $\alpha$ -бөлшегінің қозғалыс бағытымен қандай бұрыш жасап қозғалар еді?

**Берілгені:**  $W_\alpha = 7,7$  МэВ;  
 $W_p = 8,5$  МэВ  
 $\varphi = ?$

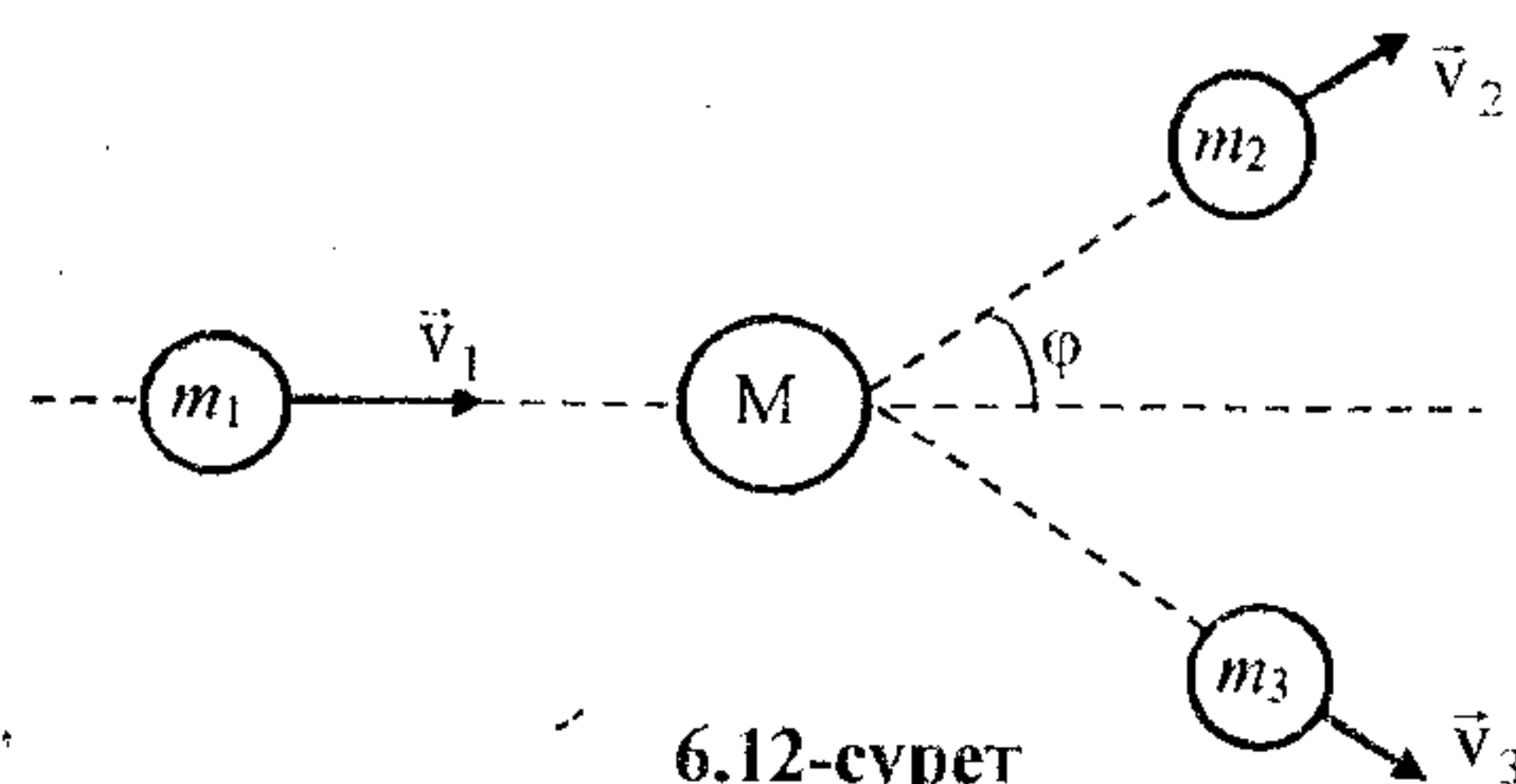
**Шешуі:** Әуелі ядролық реакция түрін анықтайық, сонда  ${}^4_2\text{He} + {}^{14}_7\text{N} = {}^1_1\text{P} + {}^{17}_8\text{O}$ .  
Демек, реакция нәтижесінде оттегі изотопы  ${}^{17}_8\text{O}$  пайда болған.  $m_1$  —  $\alpha$ -бөлшектің,  $m_2$  — протонның,

$m_3$  — оттегінің массалық сандары, ал  $W_1, W_2$  және  $W_3$  олардың кинетикалық энергиялары болсын (6.12-сурет).

Егер соққыға дейін азот ядросы М тыныштықта болса, энергияның сақталу заңынан

$$W_1 + Q = W_2 + W_3. \quad (1)$$

Мұндағы  $Q$  — ядролық реакция энергиясы.



6.12-сурет

Ал, қозғалыс мөлшерінің сақталу заңының векторлық түрі

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3.$$

Суреттен көрінгендей  $p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\varphi$ . (2)

Қозғалыс мөлшерімен кинетикалық энергия арасындағы байланысты  $p^2 = 2mW$  түрінде өрнектесек, онда (2) мына түрге келеді

$$2m_3W_3 = 2m_1W_1 + 2m_2W_2 - 2\cos\varphi\sqrt{2m_1W_1 \cdot 2m_2W_2} \quad \text{немесе}$$

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3}W_1 + \frac{m_2}{m_3}W_2 - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \quad (3)$$

(1)-ді ескерсек, онда (3) мына түрге келеді

$$W_1\left(\frac{m_3 - m_1}{m_3}\right) + Q = W_2\left(\frac{m_2 + m_3}{m_3}\right) - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \quad (6)$$

Мұнда  $Q = c^2[(m_{He} + m_N) - (m_P + m_O)]$  өрнегінен анықталады. Сонда есептеу нәтижесінде  $Q = -1,18$  МэВ болады.

$$(6)\text{-дан } \cos\varphi = \frac{m_2 + m_3}{2} \sqrt{\frac{W_2}{m_1m_2W_1}} - \frac{m_3 - m_1}{2} \sqrt{\frac{W_1}{m_1m_2W_2}} - \frac{m_3Q}{2\sqrt{m_1m_2W_1W_2}}.$$

Енді  $W_1 = W_\alpha$ ,  $W_2 = W_p$ ,  $Q = -1,18$  МэВ екендігін ескеріп және  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  мәндерін кестеден алып ( $\cos\varphi$ )-ді табуға болады, сонда

$$\cos\varphi = 0,59 \Rightarrow \varphi = \arccos 0,59 \approx 54^\circ; \quad \varphi \approx 54^\circ.$$

Жауабы:  $\varphi \approx 54^\circ$ .

**6.2.48.** Энергиясы  $\varepsilon_\gamma = 2m_0c^2$  фотон тыныштықтағы электронда шашырауы кезінде энергиясының жартысын жоғалтады. Шашыраған фотон мен қозғалған электрон бағыты арасындағы бұрышты табындар.

|                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\varepsilon_\gamma = 2m_0c^2;$<br>$\varepsilon = m_0c^2$<br>$\varphi = ?$ | <p>Шешуі: Фотон шашырауы кезіндегі сақталу заңдарын пайдаланамыз. Энергияның сақталу заңынан <math>\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon + E</math>. (1)</p> <p>Импульстің сақталу заңынан</p> $p_\gamma^2 = p^2 + p_0^2 + 2pp_0\cos\varphi. \quad (2)$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(1)-дің екі жағында квадраттап (2)-ні мүшелеп шегерсек

$$\varepsilon_\gamma E_0 = \varepsilon E - \varepsilon p c \cos\varphi. \quad (3)$$

Мұнда біз  $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$  қатынасынан  $pc = \sqrt{E^2 - m_0^2c^4}$  тауып пайдаландық. Мұндағы  $E$  — электронның энергиясы.

$$(3)\text{-ден } \cos\varphi = \frac{\varepsilon E - \varepsilon_\gamma E_0}{\varepsilon p c}. \quad \text{Енді (1)-ді және есеп шартын пайдалансақ}$$

$$\cos\varphi = \frac{m_0c^2(\varepsilon_\gamma - \varepsilon + E_0) - 2m_0c^2E_0}{m_0c^2 \cdot pc} \quad \text{немесе} \quad \cos\varphi = \frac{\varepsilon_\gamma - \varepsilon + E_0 - 2E_0}{pc};$$

$$E_0 = m_0c^2 \text{ болғандықтан } \cos\varphi = \frac{2m_0c^2 - m_0c^2 - m_0c^2}{pc} = 0;$$

$$\varphi = \arccos 0 = \frac{\pi}{2}; \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Жауабы:  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

**6.2.49.**  $v_0$  жылдамдықпен қозғалған  $\alpha$ -бөлшек тыныш тұрған ядродан серпімді шашырап, қозғалыс бағытын  $90^\circ$ -қа өзгертеді. Соққыдан кейінгі ядро жылдамдығын анықтандар.

Берілгені:  $v_0; 90^\circ$   
 $u = ?; \varphi = ?$

Шешуі:  $\alpha$ -бөлшектің ядромен соқтығысын абсолют серпімді соққы деп қарастыруға болады, демек бұл жағдайда импульстің және энергияның сақталу заңдары орындалады.  $m$  және  $M$   $\alpha$ -бөлшектің және ядроның массалары, ал  $v$  және  $u$  олардың соққыдан кейінгі жылдамдықтары болсын. Сонда сақталу заңдарынан

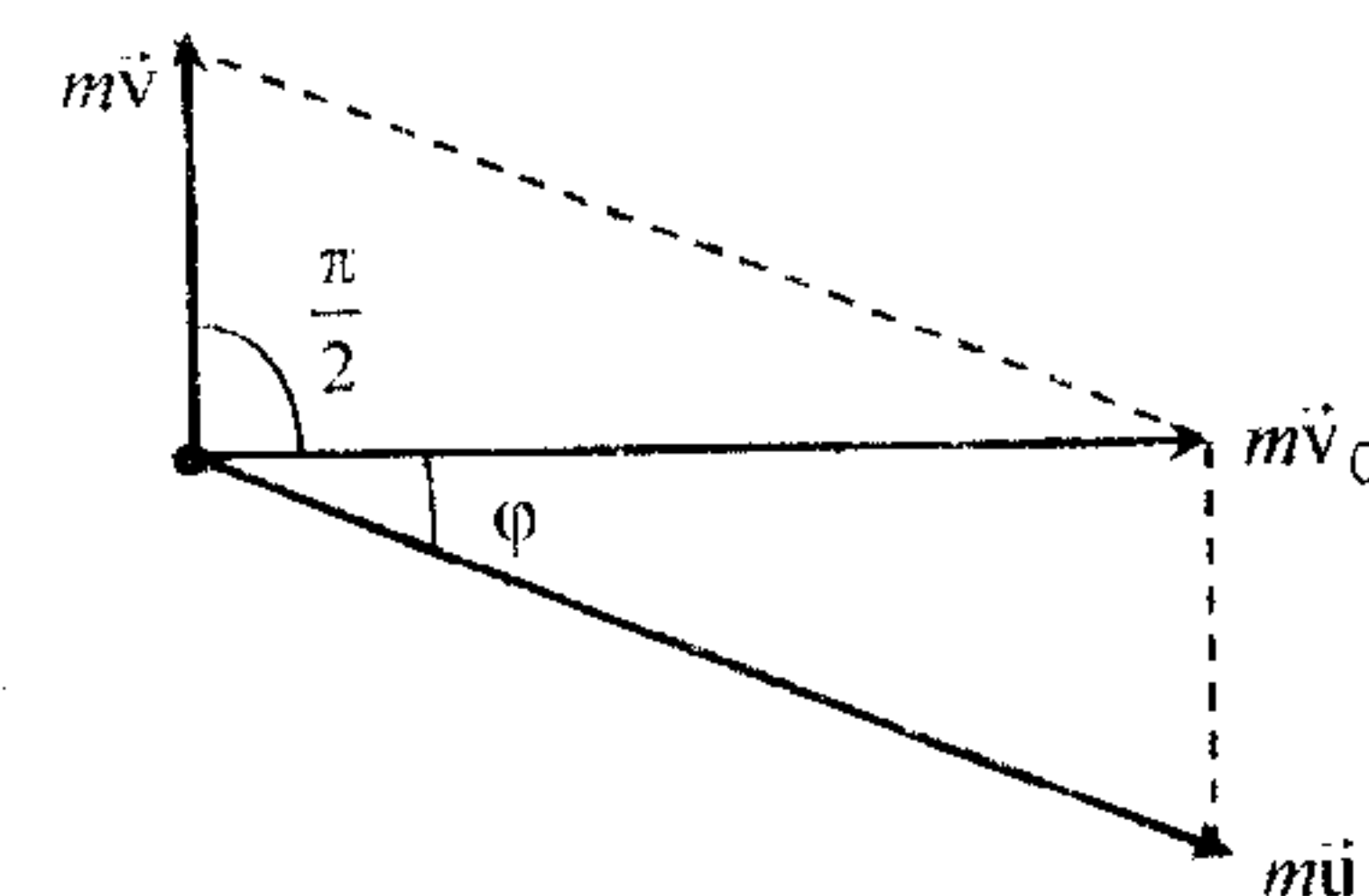
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mu^2; \quad (1) \quad m\vec{v}_0 = m\vec{v} + M\vec{u}. \quad (2)$$

(2) өрнек импульстің сақталу заңының векторлық түрі. Ол 6.13-суретте көрсетілген. Мұнда үшбұрыштар тікбұрышты үшбұрыштар (есеп шартынан).

Суреттен, ядроның  $\alpha$ -бөлшектің бастапқы қозғалыс бағытымен жасайтын  $\varphi$  бұрышын табуға болады, сонда

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{v}{v_0}. \quad (3)$$

Енді тікбұрышты үшбұрышка Пифагор теоремасын пайдалансақ  $(Mu)^2 = m^2(v_0^2 + v^2)$ . (4)



6.13-сурет

(1)-ден  $v^2 = v_0^2 - \frac{M}{m} u^2$ . Мұны (4)-ке қойсақ, онда  $u$ -ды табуға болады. Сонда  $u = mv_0 \sqrt{\frac{2}{M(M+m)}}$ .  $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{1 - \frac{2m}{M+m}}$

$$\text{Жауабы: } u = mv_0 \sqrt{\frac{2}{M(M+m)}}; \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{1 - \frac{2m}{M+m}}.$$

6.2.50. Егер  $\alpha$ -бөлшектің тыныш тұрған азот ядросына соғу кездегі энергиясы, шекті  $E_{\text{ш}} = 1,45$  МэВ энергиядан артық болса ғана  $^{14}\text{N} + ^4\text{He} \rightarrow ^{17}\text{O} + ^1\text{P}$  ядролық реакциясы жүре алады. Пайда болған протонның кинетикалық энергиясы нөлге тең болуы үшін  $\alpha$ -бөлшектің энергиясы  $E_{\text{ш}}$ -дан қаншаға артық болуы керек?

Берілгені:  $E_{\text{ш}} = 1,45$  МэВ;  
 $E_{\text{p}} = 0$   
 $\Delta E = (E_{\alpha} - E_{\text{ш}}) - ?$

Шешуі: Шекті энергия біршама көп болғандықтан жүйе импульсін нөлге тең деп есептеуге болмайды, жүйенің масса центрі (1)  $v = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\alpha} + m_{\text{N}}}$  жылдамдықпен қозғалады.

Әсерлесу нәтижесінде масса центрінің жылдамдығы өзгермейді, сондықтан шекті энергия мәні реакция кезінде жұтылатын  $Q$  энергия мөлшерінен артық болуы керек

$$E_{\text{ш}} - Q = (m_{\alpha} + m_{\text{N}}) \frac{v^2}{2}. \quad (2)$$

(1)-ді ескерсек (2)-ден  $Q = E_{\text{ш}} \frac{m_{\text{N}}}{m_{\text{N}} + m_{\alpha}}$ . (3) Енді пайда болған протон энергиясының нөлге тең болған жағдайдағы импульстің және энергияның сақталу заңдарын жазсақ

$$E_{\alpha} = Q + \frac{m_0 v_0^2}{2} \quad \text{және} \quad m_{\alpha} v_{\alpha} = m_0 v_0.$$

Мұндағы, оттегінің  $m_0$  массасы мен  $v_0$  жылдамдығы.

Кейінгі екі теңдеуден

$$E_{\alpha} = Q \frac{m_0}{m_0 - m_{\alpha}} = E_{\text{ш}} \frac{m_0 m_{\text{N}}}{(m_{\text{N}} + m_{\alpha})(m_0 - m_{\alpha})}. \quad \text{Сонда}$$

$$\Delta E = E_{\alpha} - E_{\text{ш}} = E_{\text{ш}} \left( \frac{m_{\alpha}(m_{\text{N}} - m_0 + m_{\alpha})}{(m_{\text{N}} + m_{\alpha})(m_0 - m_{\alpha})} \right); \quad \Delta E = 1,45 \text{ МэВ} \cdot \frac{2}{117} = 25 \text{ кэВ}.$$

$$\Delta E = 25 \text{ кэВ}.$$

Жауабы:  $\Delta E = 25 \text{ кэВ}$ .

6.2.51. Кинетикалық энергиясы  $K$  релятивтік протон тыныштықтағы протонмен соқтығысады. Соққы абсолют сер-

пінді және бөлшектер арасында энергия бірдей бөлінеді деп есептеп, ұшып ажырау бұрышын табындар.  $K = 500$  МэВ деп алындар.

Берілгені:

$K = 500$  МэВ  
 $\alpha - ?$

Шешуі: Энергия бөлшектер арасында бірдей бөлінсе, импульстері де солай бөлінеді, демек протондар соқтығысудан кейін, соғушы протон бағытымен бірдей бұрыштар жасап ажырайды (6.14-сурет).

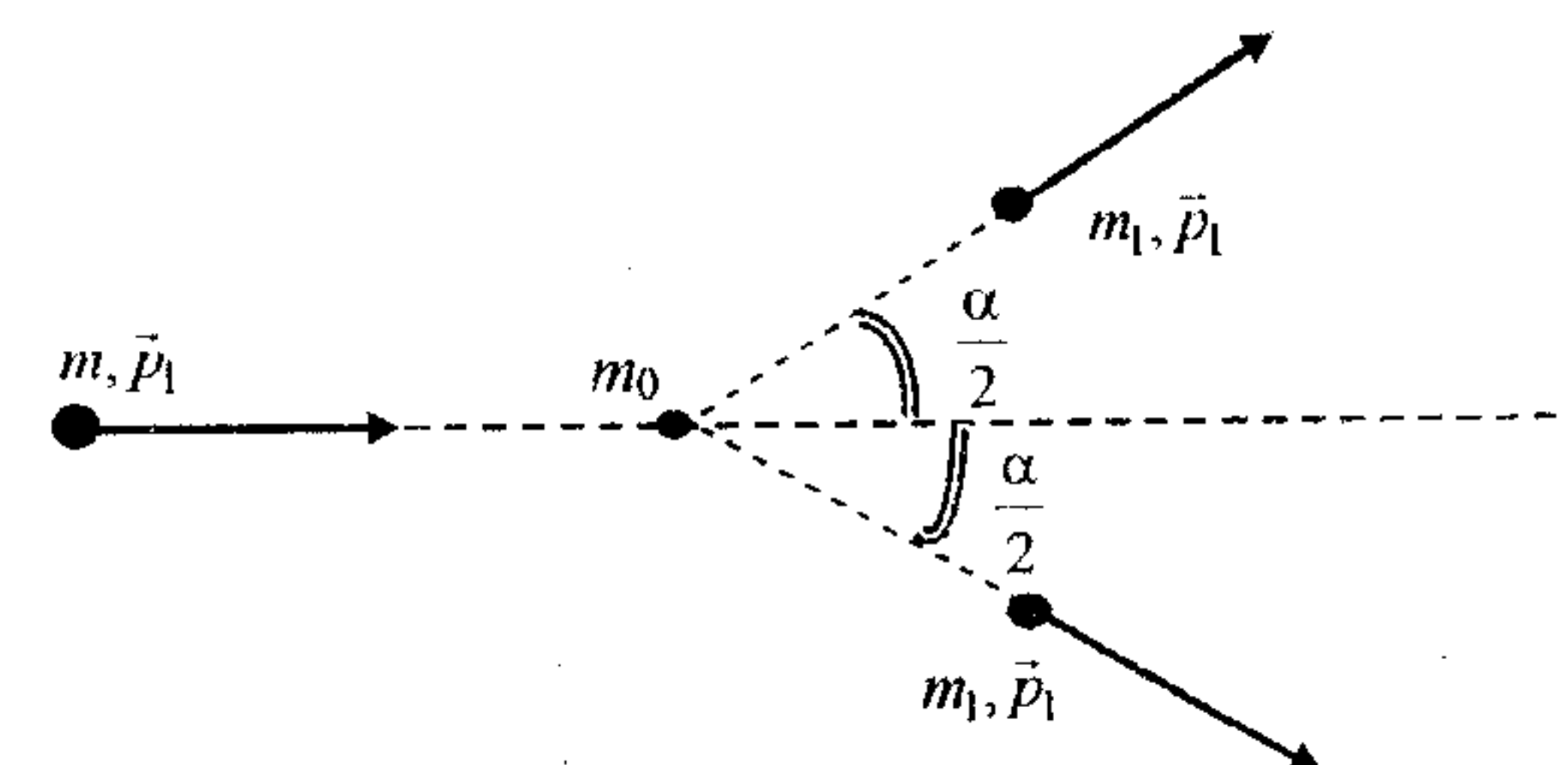
Энергияның және импульстің сақталу заңдарынан

$$2K_1 = K \quad (1) \quad \text{және} \quad 2p_1 \cos \frac{\alpha}{2} = p. \quad (2)$$

Мұндағы,  $K_1$  және  $p_1$  кейінгі кинетикалық энергиямен импульстер.

Энергия мен импульс арасындағы байланыстан  $\varepsilon^2 = \varepsilon_0^2 + p^2 c^2$ . (3)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + K \quad \text{екендігін ескерсек} \quad (3)\text{-ден} \quad \varepsilon_0^2 + 2\varepsilon_0 K + K^2 = \varepsilon_0^2 + p^2 c^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow K^2 + 2K\varepsilon_0 = p^2 c^2 \quad \text{және} \quad K_1^2 + 2K_1\varepsilon_0 = p_1^2 c^2. \quad (4)$$



6.14-сурет

(4) және (2)-ні ескерсек, онда (2)-ден

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{2\varepsilon_0 + K}{4\varepsilon_0 + K} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{K}{4\varepsilon_0 + K} \right) \quad \text{немесе} \quad 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \frac{K}{4\varepsilon_0 + K} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \frac{K}{4\varepsilon_0 + K}. \quad 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \cos \alpha \quad \text{екендігін ескерсек}$$

$$\cos \alpha = \frac{K}{4\varepsilon_0 + K}. \quad (5) \quad \text{Релятивтік емес жағдайда } K \ll \varepsilon_0, \text{ онда } \cos \alpha = 0,$$

онда  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .  $K = 500$  МэВ болғанда  $\varepsilon_0 = 1000$  МэВ, онда

$$\cos \alpha = \frac{500 \text{ МэВ}}{4 \cdot 1000 \text{ МэВ} + 500 \text{ МэВ}} = 0,112; \quad \alpha = 0,46\pi.$$

Жауабы:  $\alpha = 0,46\pi$ ;  $K \ll \varepsilon_0$  болғанда  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

6.2.52. Фотондық  $\gamma$ -сәулесін ( $\lambda = 4,7 \cdot 10^{-13}$  м) жұтып, дейтрон протон мен нейтронға ыдырайды. Пайда болған бөлшектердің қосынды кинетикалық энергиясын есептеп шығарыңдар.

Берілгені:  $\lambda = 4,7 \cdot 10^{-13}$  м;  
 ${}^2_1\text{D} \rightarrow {}^1_1\text{P} + {}^1_0\text{n}$   
 $W_k - ?$

Шешуі: Энергияның сақталу заңынан  
 $h\nu = W_k + \Delta E$ . (1)

Мұндағы:  $h\nu$  —  $\gamma$ -сәулесі берген энергия,  $\Delta E$  — ыдырау кезінде бөлінетін энергия,  $W_k$  — пайда болған бөлшектердің қосынды кинетикалық энергиясы.

$h\nu = h \frac{c}{\lambda}$  және  $\Delta E = c^2(m_p + m_n - m_D)$  екендігін ескерсек (1)-ден

$$W_k = \frac{hc}{\lambda} - (m_p + m_n - m_D)c^2.$$

$$W_k = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{4,7 \cdot 10^{-13} \text{ м}} - (1,67257 \cdot 10^{-27} \text{ кг} + 1,67484 \cdot 10^{-27} \text{ кг} - 3,3434 \cdot 10^{-27} \text{ кг}) \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 6,72 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

$$W_k = 6,72 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \text{ немесе } W_k = 0,42 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$$

Жауабы:  $W_k = 0,42 \cdot 10^6$  эВ.

6.2.53\*. Нысана қашықтығы  $\rho$ , заряды  $Ze$  болатын ядромен  $\alpha$ -бөлшегінің соқтығысуы кезіндегі бұрылу бұрышы  $\varphi$  мына формуламен анықталатындығын дәлелдеңдер  $\text{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{mpv^2}{2Ze^2}$ , мұндағы  $m$  —  $\alpha$ -бөлшегінің массасы,  $v$  — оның жылдамдығы (6.15-сурет).

Берілгені:  $Ze$ ;  $\rho$ ;  $m$ ;  $v$

Шешуі: Есепті полярлық координата жүйесінде шығарайық.

Ескерту: Декарттық координаттан полярлық координатаға (және керісінше) өту формулалары төмендегідей:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}.$$

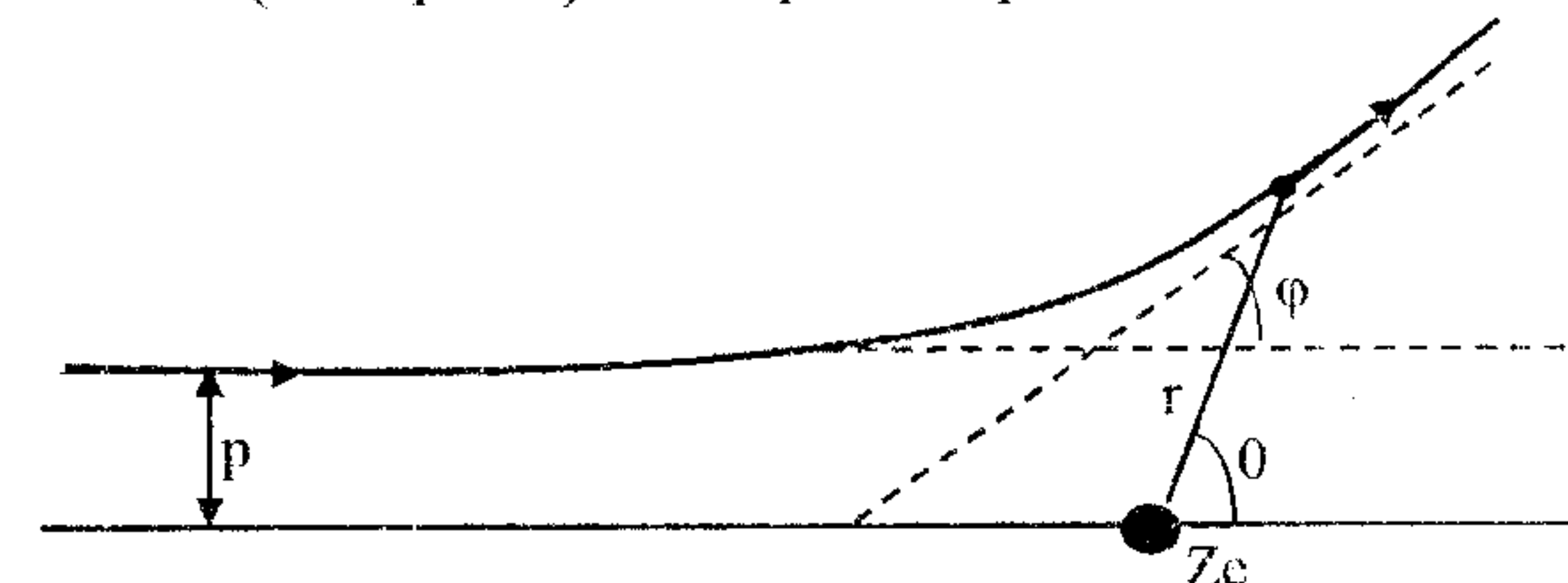
Полярлық координата жүйесінде энергияның және қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңын жазайық, сонда

$$\frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\theta}^2}{2} + \frac{2Ze^2}{r} = \frac{mv^2}{2}; \quad (1) \quad r^2\dot{\theta} = pv. \quad (2)$$

Мұндағы:  $r$  — радиус-вектор туындысы,  $\dot{\theta}$  — радиус-вектордың көкжиекпен арасындағы бұрыш туындысы.

$\dot{r} = \frac{dr}{d\theta} \dot{\theta}$  екендігін ескерсек және  $r = \frac{1}{\rho}$  белгілеуін енгізсек (1) және

$$(2)\text{-ден} \quad \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 + \left(\rho + \frac{2Ze^2}{mp^2v^2}\right)^2 - \frac{4Z^2e^4}{m^2\rho^4v^4} = \frac{1}{\rho^2}. \quad (3)$$



6.15-сурет

(3)-ті  $\theta$  бойынша дифференциалдасақ, онда

$$2 \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{d^2\rho}{d\theta^2} + 2 \left(\rho + \frac{2Ze^2}{mp^2v^2}\right) \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right) - 0 = 0.$$

$$\left(2 \frac{d\rho}{d\theta}\right)\text{-ға қыскартсақ} \quad \frac{d^2\rho}{d\theta^2} + \rho + \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} = 0. \quad (4)$$

$$(4)\text{-тің шешімін} \quad \rho = A \cos \theta + B \sin \theta - \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} \quad (5) \text{ түрінде іздейміз.}$$

Мұндағы,  $A$  және  $B$  интегралдаудың тұрақтысы.

Ескерту: (5), (4)-тің шешімі болатындығын көрсетейік

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d \left( A \cos \theta + B \sin \theta - \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} \right)}{d\theta} = -A \sin \theta + B \cos \theta.$$

$$\frac{d^2\rho}{d\theta^2} = \frac{d(-A \sin \theta + B \cos \theta)}{d\theta} = -A \cos \theta - B \sin \theta.$$

$\frac{d\rho}{d\theta}$  және  $\frac{d^2\rho}{d\theta^2}$  мәндерін (4)-ке қойсақ

$$-A \sin \theta - B \cos \theta + A \cos \theta - B \sin \theta - \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} + \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} = 0.$$

$A$  және  $B$  мәндерінің өзара байланысы (1)-мен анықталады, расында да

$$(-A \sin \theta + B \cos \theta)^2 + \left( A \cos \theta + B \sin \theta - \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} + \frac{2Ze^2}{mp^2v^2} \right)^2 - \frac{4Z^2e^4}{m^2\rho^4v^4} = \frac{1}{\rho^2} \Rightarrow A^2 + B^2 = \frac{1}{\rho^2} + \frac{4Z^2e^4}{m^2\rho^4v^4}. \quad (6)$$

Бастапқы шарттарды пайдаланып  $A$  және  $B$  мәндерін табайық.  
Сонда:  $\rho = \frac{1}{r} = 0$ ,  $\theta = \pi$  болғанда  $A = \frac{2Ze^2}{mp^2v^2}$ . (7)

(6)-дан  $B$ -ны табуға болады, демек  $B^2 = \frac{1}{\rho^2}$ . (8) Енді (5)-ден

$$\rho = A(1 + \cos \theta) + B \sin \theta \quad \text{немесе} \quad \frac{1}{r} = 2 \left( A \cos \frac{\theta}{2} + B \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2}.$$

$\theta = \varphi$  болғанда кейінгі формуладан  $\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = -\frac{B}{A}$ . (7) және (8)-де

ескерсек, онда  $\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{mpv^2}{2Ze^2}$ .

$$\text{Жауабы: } \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{mpv^2}{2Ze^2}.$$

**6.2.54.** Ядролық қазандықтағы жылулық нейтронның толқын ұзындығын табыңдар:  $T_1 = 300\text{K}$ ,  $T_2 = 800\text{K}$  болғандағы жағдайды қарастырыңдар.

*Берілгені:*  $T_1 = 300\text{K}$ ;  $T_2 = 800\text{K}$   
*Шешуі:* Жылулық нейтрондардың кинетикалық энергиясы  $E = \frac{3}{2}kT$ . (1) Екінші жағынан  $E = \frac{p^2}{2m}$ . (2) Ал,  $\lambda = \frac{h}{p}$  болғандықтан, (1) және (2)-

ні ескерсек  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3kmT}}$ .  $T_1 = 300\text{K}$  болғанда,

$$\lambda_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 300\text{K}}} = 1,45 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \lambda_1 = 1,45 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$T_2 = 800\text{K}$  болғанда

$$\lambda_2 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 800\text{K}}} = 0,89 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

$$\lambda_2 = 0,89 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\text{Жауабы: } \lambda_1 = 1,45 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 0,89 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

**6.2.55.** Атом бомбасының жарылысы кезінде ( $M = 1 \text{ кг } ^{242}\text{Pu}$  плутоний) әрбір плутоний атомынан бір радиоактивті бөлшек пайда болады. Жел бұл бөлшектерді атмосферада біртекті араластырады деп есептеп, жер бетіндегі әрбір  $V = 1 \text{ дм}^3$  көлемге сәйкес келетін радиоактивті бөлшектер-

дің санын есептеңдер. Жер радиусын  $R = 6 \cdot 10^6 \text{ м}$  деп алыңдар.

*Берілгені:*  $M = 1 \text{ кг } ^{242}\text{Pu}$ ;  $V = 1 \text{ дм}^3$ ;  $R = 6 \cdot 10^6 \text{ м}$   
*Шешуі:* Бүкіл атмосферадағы радиоактивті бөлшектер саны  $N = \frac{MN_A}{A}$ . (1) Мұндағы,  $N_A$  — Авогадро саны,  $A$  — плутонийдің молдік массасы. Ал, атмосферадағы ауа массасы  $M_0 = \frac{4\pi R^2 p_0}{g}$ . (2)

Мұндағы  $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$  қалыпты атмосфералық қысым,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Бүкіл атмосферадағы ауа молекулаларының саны  $N_0 = \frac{M_0 N_A}{\mu}$ . (3)

Мұндағы  $\mu = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$ , ауаның молдік массасы.

Қалыпты жағдайда  $V = 1 \text{ дм}^3$  көлемдегі ауа молекулаларының саны былай табылады. 1 моль ( $6,02 \cdot 10^{23}$  молекула) ауаның алатын көлемі  $V_0 = 22,4 \text{ дм}^3/\text{моль}$ , сонда  $n_0 = \frac{N_A}{V_0}$ . (4) Енді  $V = 1 \text{ дм}^3$  көлем-

дегі ауа құрамындағы радиоактивті бөлшектер саны  $n = \frac{n_0}{N_0}$ . (5)

(4), (3), (2) және (1)-ді ескерсек (5) мына түрге келеді

$$n = \frac{MN_A \cdot \mu g}{V_0 \cdot A \cdot 4\pi R^2 p_0} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot 2,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{22,4 \frac{\text{дм}^3}{\text{моль}} \cdot 242 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (6 \cdot 10^6 \text{ м})^2 \cdot 1 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 700 \frac{1}{\text{дм}^3};$$

$$n = 700 \text{ дм}^{-3};$$

$$\text{Жауабы: } n = 700 \text{ дм}^{-3}.$$

**6.2.56.** Потенциалдар айырымы  $\varphi = 6,8 \text{ МВ}$ -қа дейін үдетілген протон тыныштықтағы литий нысанасына соғады. Протонның литий изотопы  $^7\text{Li}$  ядросымен соқтығысуы нәтижесінде, протон шоғының тарау бағытына симметриялы тарайтын екі  $\alpha$ -бөлшегі пайда болды.  $\alpha$ -бөлшектерінің кинетикалық энергиясын және ажырау бұрышын анықтаңдар.

*Берілгені:*  $\varphi = 6,8 \text{ МВ}$ ;  $^7_3\text{Li} + ^1_1\text{p} \rightarrow 2 \cdot ^4_2\text{He}$   
*Шешуі:*  $6,8 \text{ МВ} = 6,8 \cdot 10^6 \text{ В}$ . Жүретін ядролық реакция түрі мынадай болады  $^1_1\text{p} + ^7_3\text{Li} \rightarrow 2 \cdot ^4_2\text{He}$ . Бұл реакция үшін энергияның сақталу заңын жазайық, сонда

$$2K_\alpha = (M_p + M_{Li} - 2M_\alpha) \cdot 931,5 + K_p; \quad M_p = 1,00783; \quad M_{Li} = 7,01601;$$

$$M_\alpha = 4,00260 \text{ және } K_p = e\varphi = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,8 \cdot 10^6 \text{ В} = 6,7 \text{ МэВ}$$

мәндерін қойып  $K_\alpha$ -ны табамыз, сонда  $K_\alpha = 12,1 \text{ МэВ}$ . Енді  $\alpha$ -бөлшектің тыныштық энергиясы ( $m_\alpha c^2$ )-ты есептейік, сонда ( $m_\alpha c^2$ ) = 3,75 ГэВ.

( $m_\alpha c^2$ )  $\ll K_\alpha$  болғандықтан, пайда болған  $\alpha$ -бөлшек релятивтік емес бөлшек екен, онда классикалық өрнектелген импульстің сақталу заңын қолдансақ  $p_p = 2p_\alpha \cos \frac{\alpha}{2}$ . (1) Релятивтік емес бөлшек үшін  $p = \sqrt{2mK}$  болғандықтан

$$\sqrt{2m_p K_p} = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{2m_\alpha K_\alpha} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_p K_p}{m_\alpha K_\alpha}}.$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 \cdot 1,67 \text{ МэВ}}{4 \cdot 12,1 \text{ МэВ}}} = 0,186; \quad \alpha = 158,4^\circ.$$

$$\text{Жауабы: } K_\alpha = 12,1 \text{ МэВ; } \alpha = 158,4^\circ.$$

**6.2.57.** Индукциясы  $B$  магнит өрісіне перпендикуляр қозғалатын екі зарядталған бөлшектер бірінші кездесуінен қанша уақыт өткеннен кейін тағы кездеседі? Бірінші кездесуінде бөлшектер өзара перпендикуляр қозғалған. Бөлшектердің заряды  $q$ , массасы  $m$ . Бөлшектердің өзара әсерін ескермендер.

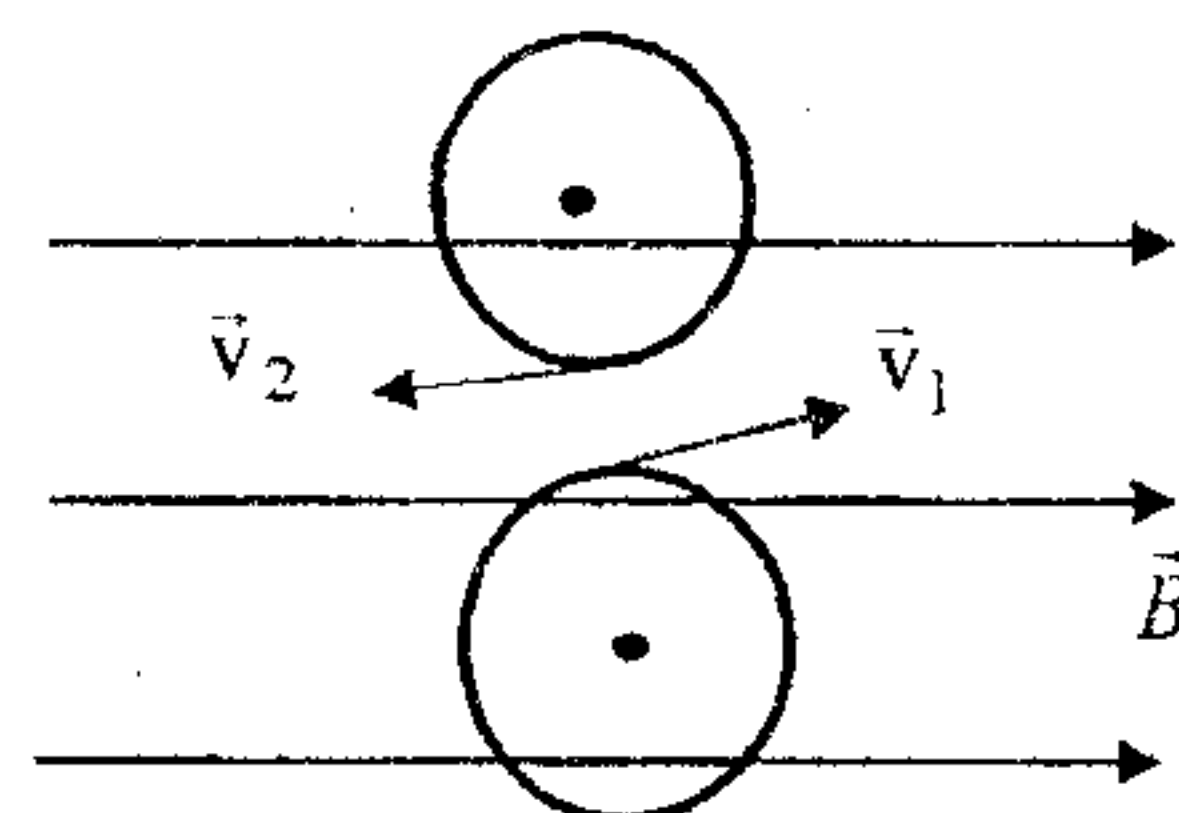
*Берілгені:*  $B; m; q; \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$   
*Шешуі:* Есеп шарты бойынша суретін салайық (6.16-сурет). Екінші кездесуге дейінгі уақыт ішінде бөлшектер шеңбер бойынан бір айналым жасауы керек, демек  $t = \frac{2\pi R}{v}$ . (1)

$v$ -ны анықтау үшін зарядталған бөлшектің қозғалыс теңдеуін жазайық,

$$\text{сонда } \frac{mv^2}{R} = qBv \Rightarrow v = \frac{qBR}{m}. \quad (2)$$

$$(2)\text{-ні } (1)\text{-ге қойсақ } t = \frac{2\pi m}{qB}.$$

$$\text{Жауабы: } t = \frac{2\pi m}{qB}.$$



6.16-сурет

**6.2.58.** Альфа бөлшегі индукциясы  $B = 1,2 \text{ Тл}$  болатын біртекті магнит өрісінің күш сызықтарына перпендикуляр болатын жазықтықта радиусы  $R = 49 \text{ см}$  шеңбер бойымен қозғалады. Бөлшек жылдамдығын және кинетикалық энергиясын табындар.

*Берілгені:*  $B = 1,2 \text{ Тл}; R = 49 \text{ см}; v = ?; K = ?$   
*Шешуі:*  $49 \text{ см} = 0,49 \text{ м}$ . Бөлшектің импульсін табайық, өйткені бөлшектің релятивтік емес екендігіне көз жеткізу керек. Сонда  $\frac{mv^2}{R} = eBv \Rightarrow \frac{mv}{R} = eB. \quad (1)$

Ал  $mv = p$  болғандықтан  $p = eBR$ . Енді  $\beta = \frac{v}{c}$  қатынасын анықтайық,

сонда  $\beta = \frac{mv}{mc} = \frac{eBR}{m \cdot c} = 0,096$ . Демек,  $v = 0,096c$ , бөлшек релятивтік емес. Онда (1)-ден  $v = \frac{eBR}{m}$ . (2). Релятивтік емес бөлшек үшін кинетикалық энергия  $K = \frac{mv^2}{2}$  немесе (2)-ні ескерсек  $K = \frac{2e^2 B^2 R^2}{m}$ .

Альфа бөлшек үшін  $m = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$  деп алсақ, онда

$$v = 0,096 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м} = 2,8 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 2,8 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$K = \frac{2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})^2 \cdot (1,2 \text{ Тл})^2 \cdot (0,49 \text{ м})^2}{6,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} = 2,74 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$K = 2,74 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \text{ немесе } K = 16 \text{ МэВ}.$$

$$\text{Жауабы: } v = 2,8 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad K = 16 \text{ МэВ}.$$

**6.2.59.** Планк тұрақтысы  $h$ -тың мәні тәжірибе жолымен былай анықталған. Кристалға рентген сәулесі белгілі  $\theta$  бұрышымен түсіріліп, рентген түтікке берілетін  $U$  кернеу біртіндеп арттырылады. Кернеуді арттыру  $\theta$  бұрышына сәйкес сызық пайда болғанша жалғастырылады. Мына берілгендер бойынша  $h$ -тың мәнін табындар: тас тұзының кристаллы  $\theta = 14^\circ$  болып орналастырылған;  $U = 9100 \text{ В}$ ; кристал торы тұрақтысы  $d = 2,81 \text{ Å}$ .

*Берілгені:*  $\theta = 14^\circ; U = 9100 \text{ В}; d = 2,81 \text{ Å}; h = ?$   
*Шешуі:*  $2,81 \text{ Å} = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ м}; 9100 \text{ В} = 9,1 \cdot 10^3 \text{ В}$ . Рентген түтігіне түсірілетін кернеу біртіндеп артырылғанда спектрлік сызықтардың бірінші ретіне сәйкес келетін сызық пайда болады. Вульф-Брегг формуласы бойынша  $\lambda = 2d \sin \theta. \quad (1)$

Екінші жағынан  $eU = h\nu$  (2) шарты орындалады.  $v = \frac{c}{\lambda}$  екендігін

ескерсек (2)-ден  $eU = \frac{hc}{\lambda}$ . (3)

(3)-ке (1)-дің мәнін қойсак, онда  $eU = \frac{hc}{2d \sin \theta} \Rightarrow h = \frac{2eUd \sin \theta}{c}$ .

$$h = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 9,1 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ м} \cdot \sin 14^\circ}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Жауабы:  $h = 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

**6.2.60.** Түйіспелі шокқа негізделген үдеткіштің, тыныштық нысанды үдеткішке салыстырғандағы тиімділігін көрсетіндер.

Шешуі: Тыныштық нысанды үдеткіштегі бөлшектің ішкі энергиясын, энергияның және импульстің сақталу заңдарын пайдаланып табамыз, сонда

$$\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_0 \text{ және } p' = p.$$

Мұндағы,  $\varepsilon = \varepsilon_0 + K = \varepsilon_0 + e\varphi$ ,  $\varepsilon'^2 = (\varepsilon_0')^2 + (p')^2 c^2$ .

Сонда  $\varepsilon_0' = \sqrt{2\varepsilon_0(2\varepsilon_0 + e\varphi)}$ . (1) Ал шок үдеткіш үшін ішкі энергия

$$\varepsilon_0' = 2e\varphi_K + 2\varepsilon_0. \quad (2)$$

(1) және (2)-ні теңестірсек

$$\sqrt{2\varepsilon_0(2\varepsilon_0 + e\varphi)} = 2e\varphi_K + 2\varepsilon_0 \Rightarrow \varphi = 2\varphi_K \left( 2 + \frac{e\varphi_K}{\varepsilon_0} \right).$$

Мұндағы:  $\varphi$  — кәдімгі нысанды үдеткіштің үдетуші потенциалы,  $\varphi_K$  — түйіспелі шок үдеткішінің үдетуші потенциалы.

1) Егер,  $e\varphi_K \ll \varepsilon_0$  болса, түйіспелі шок үдеткіші біршама ғана тиімді, өйткені  $\varphi_K = \frac{\varphi}{4}$ .

2) Егер,  $e\varphi_K \gg \varepsilon_0$  болса, онда бұл үдеткіш аса тиімді, өйткені  $\varphi_K = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2e}} \varphi$ .

**6.2.61.** Температурасы  $T=10^5 \text{ К}$  сутегі плазмасы индукциясы  $B=0,1 \text{ Тл}$  магнит өрісіне орналастырылған. Ион мен электрондардың циклотрондық радиусын табыңдар.

Берілгені:  $T=10^5 \text{ К};$   
 $B=0,1 \text{ Тл}$   
 $R=?$   
 Шешуі: Иондар мен электрондардың магнит өрісіндегі жылулық қозғалысы кезінде оның радиусы, дөңгелек доғасының радиусымен анықталады. Расында да, Лоренц күшінің әсерінен қозғалған заряд үшін

$$\frac{mv^2}{R} = eBv \text{ немесе } \frac{mv}{R} = eB. \quad (1)$$

Ал,  $mv = p$ ,  $p$  — бөлшек импильсі және оны плазма температурасымен анықтасак, онда (2)  $p = mv = \sqrt{3mkT}$ . (1) және (2)-ден

$$\frac{\sqrt{3mkT}}{R} = eB \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3mkT}}{eB}.$$

$$R_{\text{э}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 10^5 \text{ К}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,1 \text{ Тл}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}. \quad R_{\text{и}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Жауабы:  $R_{\text{э}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ .

**6.2.62.** Вильсон камерасындағы зат қабатына рентген сәулесі түседі. Камера индукциясы  $B = 0,02 \text{ Тл}$  магнит өрісіне орналасқан және серпілген комптондық электрондар қисықтық радиусы  $R=2,4 \text{ см}$  трек береді. Серпілген электрондар тудыратын толқын ұзындығына сәйкес келетін рентгендік фотондардың энергиясының ең аз мәнін анықтаңдар.

Берілгені:

$B = 0,02 \text{ Тл};$   
 $R = 2,4 \text{ см};$   
 $\varepsilon_0$   
 $\varepsilon_{\text{Ф}}=?$

Шешуі:  $2,4 \text{ см} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Біз фотонның ең аз энергиясын табу кажет болғандықтан, соққыны центрлік деп қарастыруымыз керек. Мұндай жағдайда фотон электронға ең максимал импульс бере алады. Сонда сақталу заңдарынан:

$$\varepsilon_{\text{Ф}} + \varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{Ф}}' + \sqrt{\varepsilon_0'^2 + p^2 c^2} \text{ және } \frac{\varepsilon_{\text{Ф}}}{c} = p - \frac{\varepsilon_{\text{Ф}}'}{c}.$$

Мұндағы:  $\varepsilon_0$  — электрон энергиясы;  $\varepsilon_{\text{Ф}}$  — рентгендік фотон энергиясы;  $\varepsilon_{\text{Ф}}'$  — түскен рентген сәулесінің энергиясы.

$$\text{Осы екі теңдеуден } \varepsilon_{\text{Ф}} = \frac{1}{2} (pc - \varepsilon_0 + \sqrt{\varepsilon_0'^2 + p^2 c^2}). \quad (1)$$

Екінші жағынан  $p$ -импульсті трек қисықтығы арқылы өрнектеуге болады, сонда  $\frac{mv^2}{R} = eBv \Rightarrow mv = eBR$ . Ал  $mv = p$  екендігін ескерсек  $p = eBR$ . (2)

$$(2)\text{-ні (1)-ге қойсак } \varepsilon_{\text{Ф}} = \frac{1}{2} (eBRc - \varepsilon_0 + \sqrt{\varepsilon_0'^2 + e^2 B^2 R^2 c^2}).$$

$$\text{Жауабы: } \varepsilon_{\text{Ф}} = \frac{1}{2} (eBRc - \varepsilon_0 + \sqrt{\varepsilon_0'^2 + e^2 B^2 R^2 c^2}).$$

6.2.63. Масс-спектрметрде жылдамдық сүзгісі, кернеулігі  $E = 1,0 \cdot 10^2$  В/м электр өрісімен және оған перпендикуляр болатын индукциясы  $B = 2,0 \cdot 10^{-2}$  Тл магнит өрісімен жасалады. Шоққа перпендикуляр болатын бұрушы біртекті магнит өрісінің индукциясы  $B_0 = 9,0 \cdot 10^{-2}$  Тл. Массалық сандары  $m_1 = 20$  және  $m_2 = 22$  болатын, зарядтары бірдей иондар жылдамдық сүзгісіне еніп, бұрушы өріс әсерінен  $\varphi = 180^\circ$ -қа бұрылады (6.17-сурет).  $S_1$  және  $S_2$  нүктелерінің қашықтығы қандай?

Берілгені:  $E = 1,0 \cdot 10^2$  В/м;  
 $B = 2,0 \cdot 10^{-2}$  Тл;  
 $B_0 = 9,0 \cdot 10^{-2}$  Тл;  
 $\varphi = 180^\circ$ ;  
 $m_1 = 20$ ;  $m_2 = 22$   
 $\Delta = (OS_2 - OS_1) - ?$

Шешуі:  $m_1 = 20 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг;  
 $m_2 = 22 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.  
Суреттен көрінгендей  
 $\Delta = D_2 - D_1$  немесе  $\Delta = 2(R_2 - R_1)$ . (1)  
Мұндағы  $D_1$  және  $D_2$  трек орбитасының диаметрлері. Екі ионның да жылдамдығы бірдей, және ол мына шартпен анықталады

$$F_k = F_a \text{ немесе } qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}. \quad (2)$$

Бөлшек орбитасының радиусы  $\frac{mv^2}{R} = qvB_0$  шартынан табылады,

сонда (3)  $R = \frac{mv}{qB_0}$ . (3)-ті әрбір бөлшек үшін жазсақ, онда

$$R_1 = \frac{m_1 v}{qB_0} \text{ және } R_2 = \frac{m_2 v}{qB_0}.$$

Егер (2)-ні ескерсек

$$R_1 = \frac{m_1 E}{qB_0 B} \text{ және } R_2 = \frac{m_2 E}{qB_0 B}. \quad (4)$$

(4)-ін мәнін (1)-ге қойсақ, сонда  $\Delta = 2(m_2 - m_1) \cdot \frac{E}{qB_0 B}$ .

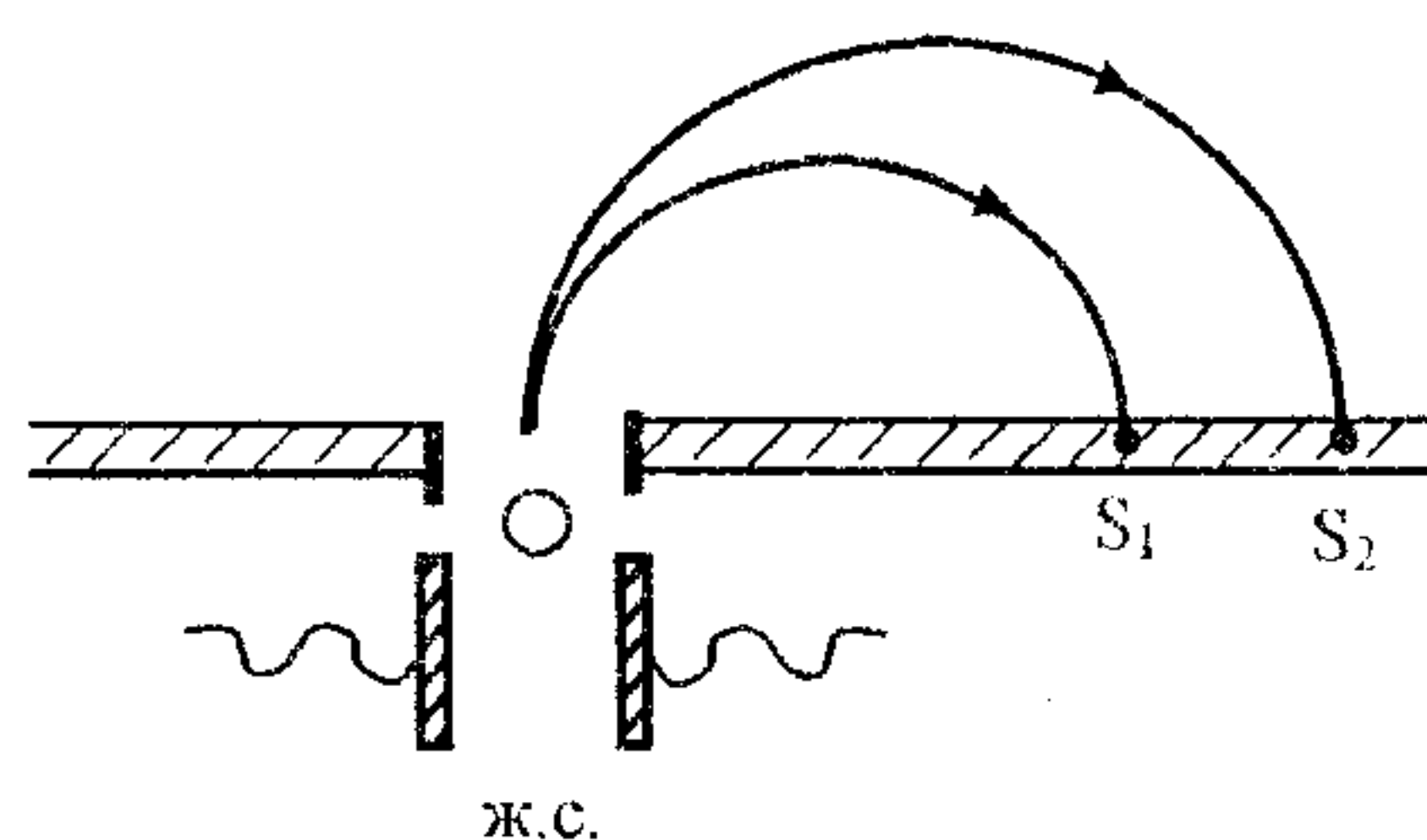
Егер ион бізмәрте зарядталған болса, онда  $q = e$ , демек

$$\Delta = \frac{2E}{eB_0 B} (m_2 - m_1).$$

$$\Delta = \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^2 \frac{В}{м} \cdot (22 - 20) \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ Тл} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м немесе } \Delta = 2,3 \text{ мм}.$$

Жауабы:  $\Delta = 2,3 \text{ мм}$ .



6.17-сурет

6.2.64. Зарядталған бөлшектің күшті біртекті магнит өрісіне ұшып ену жылдамдығы белгілі бір шекті жылдамдықтан кем болса («магниттік айна» принципі), онда айналық шағылатындығын көрсетіндер (6.18-сурет). Егер электрондар шоғы «магниттік айнаға» перпендикуляр бағытта қозғалатын болса, айналық шағылысқа ұшырайтын электрондардың кинетикалық энергиясын табындар. Магнит өрісінің индукциясы  $B = 0,1$  Тл, «магниттік айна» қалыңдығы  $d = 10$  см.

Берілгені:  $B = 0,1$  Тл;  
 $d = 10$  см  
 $K = ?$

Шешуі:  $10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$ .  
Егер зарядталған бөлшек магнит өрісінің күш сызықтарына перпендикуляр енетін болса, онда өрісте олар радиусы  $R$  болатын дөңгелек доғасы бойымен

қозғалады, сонда  $R = \frac{p}{eB}$ . (1) Мұндағы,  $p$  – бөлшек импульсі.

Егер бөлшек траекториясы толығымен өріс ішінде болса ғана, айналық шағылу болады. Сонда электрондар «магниттік айнаға» перпендикуляр қозғалып және олардың жалпы дөңгелегінің радиусы «айна» қалыңдығынан кем болса ғана кері бағытта серпіле қозғалады, яғни  $R < d$  немесе (1)-ден  $\frac{p}{eB} < d$ . (2)

Электронның толық энергиясы

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0^2 + p^2 c^2}.$$

(2)-ні ескерсек  $\varepsilon < \sqrt{\varepsilon_0^2 + e^2 B^2 d^2 c^2}$ . (3)

Электронның кинетикалық энергиясы  $K = \varepsilon - \varepsilon_0$ . (3)-тен  $\varepsilon$ -нің мәнін ескерсек, онда  $K < \sqrt{\varepsilon_0^2 + e^2 B^2 d^2 c^2} - \varepsilon_0 =$

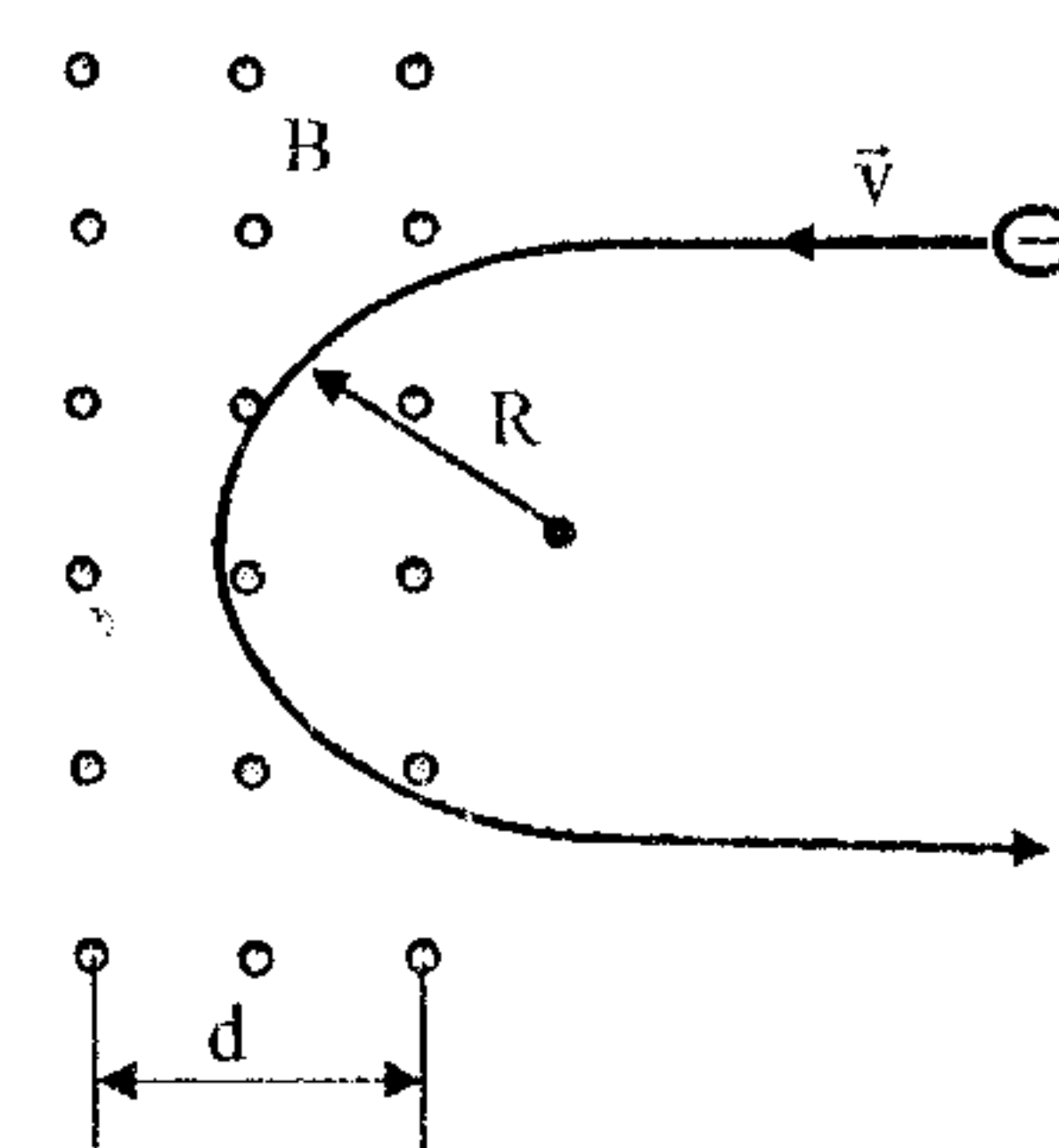
$$= \varepsilon_0 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{eBd}{m_0 c} \right)^2} - 1 \right).$$

Енді  $\varepsilon_0 = m_0 c^2$  екендігін ескеріп  $K$ -ні табамыз

$$K < 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,1 \text{ Тл} \cdot 0,1 \text{ м}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \right)^2} - 1 \right) =$$

$$= 4 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}. \quad K < 4 \cdot 10^{-13} \text{ Дж немесе } K < 2,5 \text{ МэВ}.$$

Жауабы:  $K < 4 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$  немесе  $K < 2,5 \text{ МэВ}$ .



6.18-сурет

6.2.65. Үдетуші кернеу жиілігі  $\nu = 7,5$  МГц болатын индукциясы  $B = 1$  Тл біртекті магнит өрісі бар циклотронда зарядталған бөлшектер үдетіледі. Сонда орташа ток күші  $I = 1$  мА болатын үдетілген бөлшектер шоғы радиусы  $R = 1$  м орбитадан шығарылған. Бөлшектер тежелетін суытқыш судың температурасы қаншаға өзгереді? Судың массалық шығыны  $M = 1$  кг/с.

|                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> <p><math>\nu = 7,5</math> МГц;</p> <p><math>B = 1</math> Тл; <math>I = 1</math> мА;</p> <p><math>R = 1</math> м;</p> <p><math>M = 1</math> кг/с</p> <hr/> <p><math>\Delta T = ?</math></p> | <p>Шешуі: <math>7,5</math> МГц <math>= 7,5 \cdot 10^6</math> Гц; <math>1</math> мА <math>= 1 \cdot 10^{-3}</math> А.</p> <p>Қозғалған бөлшекке Ньютонның екінші заңын қолдансақ <math>\frac{mv^2}{R} = qvB</math>. (1)</p> <p>Синхрондау шарты бойынша <math>\frac{2\pi R}{v} = \frac{1}{\nu}</math>. (2)</p> <p>(1) және (2)-ден <math>\frac{q}{m} = \frac{2\pi\nu}{B}</math>. (3)</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Ток күші мен заряд саны арасындағы  $I = \frac{e \cdot n}{t}$  (4) байланысын пайдаланып шок қуатын табайық, сонда  $N = \frac{W}{t}$  немесе  $N = \frac{mv^2}{2t}$ . (5)

(4) және (5)-тен  $N = \frac{mv^2 \cdot I}{2n} = \frac{mv^2 I}{2ne} = \frac{mv^2 I}{2q}$ . Демек,  $N = \frac{mv^2 I}{2q}$ , себебі  $ne = q$ . Енді (2) және (3)-ті ескерсек, онда

$$N = \frac{m}{q} \cdot \nu^2 \cdot \frac{I}{2} = \frac{B}{2\pi\nu} \cdot 4\pi^2 R^2 \nu^2 \cdot \frac{I}{2} = \pi I B R^2 \nu; \quad N = \pi I B R^2 \nu.$$

Шок қуаты толығымен су температурасын өзгертуге жұмсала-тын болса, онда  $Q = Nt$ . Ал,  $Q = CM\Delta T \cdot t$  болғандықтан

$$CM\Delta T \cdot t = \pi I B R^2 \nu t \Rightarrow \Delta T = \frac{\pi I B R^2 \nu}{CM}$$

Мұнда  $C$  – судың меншікті жылу сыйымдылығы.

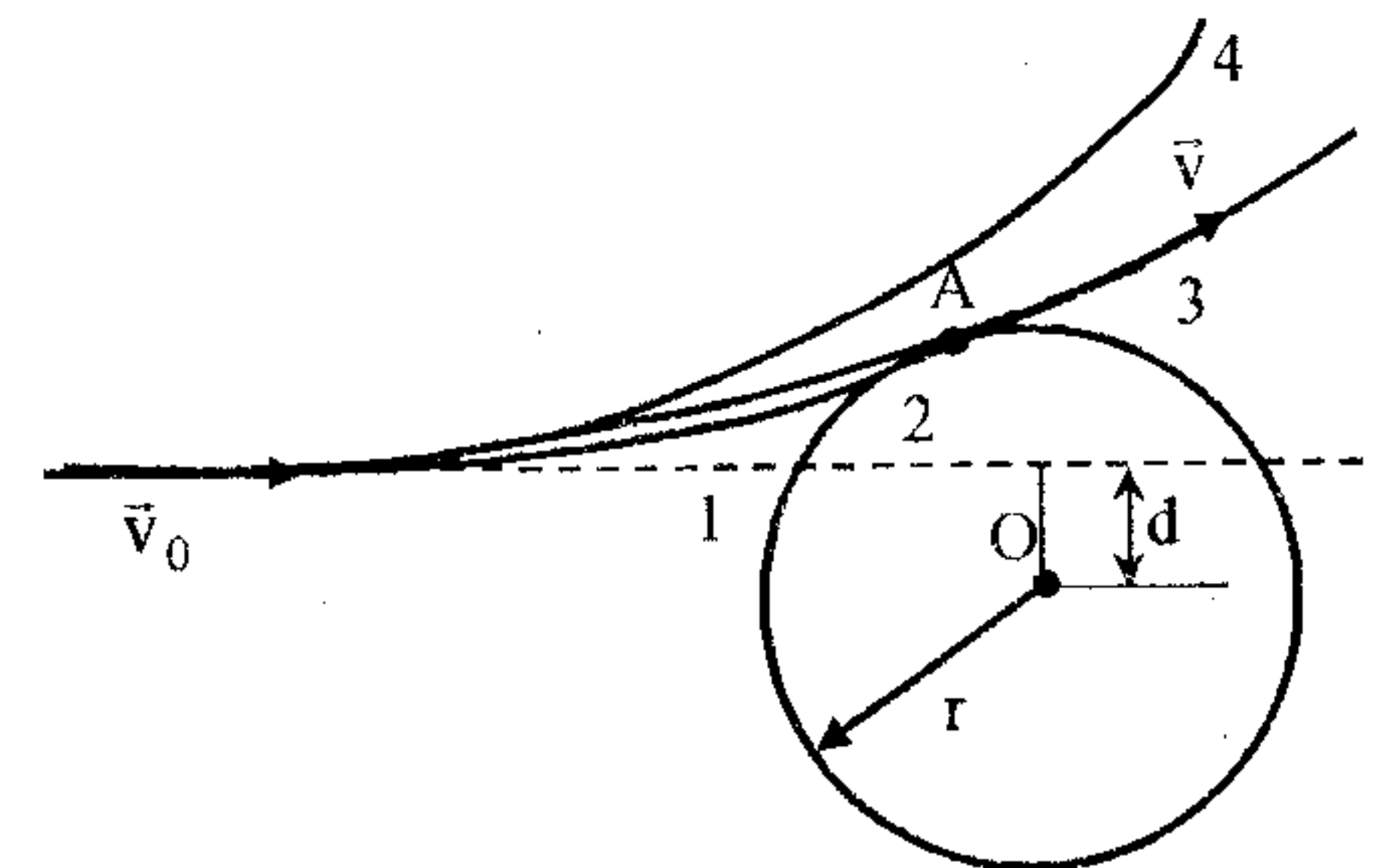
$$\Delta T = \frac{3,14 \cdot 1 \text{ Тл} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot (1 \text{ м})^2 \cdot 7,5 \cdot 10^6 \text{ Гц}}{4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 1 \frac{\text{кг}}{\text{с}}} = 5,6 \text{ К}. \quad \Delta T = 5,6 \text{ К}.$$

Жауабы:  $\Delta T = 5,6 \text{ К}$ .

6.2.66. Протондық үдеткіште протондар  $E_0 = 2$  кэВ кинетикалық энергия алады. Үдеткіштен шыққан жіңішке шок одан өте алыста орналасқан радиусы  $r$  болатын метал шарға бағытталған және шоктық қозғалыс бағыты шар центрінен өтпейді (6.19-сурет). Шар центрінен шок бағытына дейінгі қашықтық  $d$  ( $d = \frac{r}{2}$ ). Үдеткіш біршама жұмыс

істегеннен кейін оның потенциалы қандай болады?

|                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> <p><math>E_0 = 2</math> кэВ;</p> <p><math>d = \frac{r}{2}</math></p> <hr/> <p><math>U = ?</math></p> | <p>Шешуі: <math>2</math> кэВ <math>= 2 \cdot 10^3</math> эВ.</p> <p>Протондар шарға соғу кезінде оның бетіне қонып, зарядын береді, нәтижеде шар біртіндеп зарядталады. Электрленген шар өзіне соғатын протондарды тебе бастайды, сойтіп олардың траекториясы өзгере бастайды (суретте 2,3 және 4). 3-ші траектория кезінде протондар ағыны шарды жанай қозғалады.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



6.19-сурет

Осыдан ары қарай протондар шарға соқпайды нәтижеде шардың зарядталуы тоқтайды. Осы кездегі шар потенциалы  $U$  ізделінді шама болып табылады. Энергияның сақталу заңын пайдалансақ

$$E_0 = eU + \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

Мұндағы,  $v$  – протонның А нүктесіндегі жылдамдығы.

Протон көзі шардан алыс болғандықтан бастапқы потенциалдық энергия нөлге тең деп аламыз. Шар заряды оның бетінде біркалыпты бөлінеді деп есептейік, сонда шоктағы протон шоғыры аз болғандықтан оның шар бетіндегі заряд тығыздығына әсері мардымсыз болады. Шар центріне салыстырғандағы импульс моментінің сақталу заңынан

$$mv_0 d = mvr \quad (2) \text{ немесе } v_0 d = vr. \quad (2a)$$

Сонда  $\frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{d}{r}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}mv_0^2$  немесе  $\frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{d}{r}\right)^2 W_0$ . (3)

Мұндағы  $W_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ . (3)-ді (1)-ге қойсақ  $U = \left(1 - \frac{d^2}{r^2}\right) \frac{E_0}{e}$ ;

$$U = \left(1 - \frac{(r/2)^2}{r^2}\right) \cdot \frac{2 \cdot 10^3 \text{ Кл} \cdot \text{В}}{1 \text{ Кл}} = 1500 \text{ В}; \quad U = 1500 \text{ В}.$$

Жауабы:  $U = 1500 \text{ В}$ .

6.2.67. Фазатронда бөлшек массасының жылдамдыққа тәуелді артуы, үдетуші өріс периодының артуымен теңгеріледі. Протондар үдетілетін фазатрон дуанталарына берілетін кернеу жиілігі әрбір үдетуші цикл үшін 25 МГц-тен 18,9 МГц-ке дейін өзгертіліп отырылады. Осы фазатрон үшін: 1) магнит өрісінің индукциясын, 2) ұшып шығатын протондардың кинетикалық энергиясын табындар.

|                   |                                                                                      |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Берілгені:</i> | <i>Шешуі:</i> 25 МГц = $2,5 \cdot 10^7$ Гц;                                          |
| $v_0 = 25$ МГц;   | 18,9 МГц = $1,89 \cdot 10^7$ Гц.                                                     |
| $v = 18,9$ МГц    | Зарядталған бөлшектерге фазатронда Лоренц күші әсер етеді, сонда қозғалыс теңдеуінен |
| 1) B-?; 2) W-?    |                                                                                      |

$$evB = \frac{mv^2}{R}, \text{ ал } v = 2\pi R\nu \text{ болғандықтан } eB = 2\pi m\nu. \quad (1)$$

(1)-ші теңдеуді екі жағдай үшін жазамыз, сонда

$$B = \frac{2\pi m_0 v_0}{e} \quad (2) \text{ және } B = \frac{2\pi m v}{e}. \quad (3)$$

Мұндағы:  $m_0$  – протонның бастапқы,  $m$  – кейінгі массалары.

Жылдамдық өте үлкен болғандықтан  $m_0$  және  $m$  арасындағы тәуелділік былай анықталады:

$$(4) \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2) \text{ және } (3)\text{-тен } \frac{v_0}{v} = \frac{m}{m_0}. \quad (5)$$

$$(4)\text{-ті ескерсек } \frac{v_0}{v} = \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (6) \text{ Ал, бөлшектің кинетикалық}$$

$$\text{энергиясы } W = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

(6)-ны ескерсек, онда  $W = \frac{m_0 c^2 (v_0 - v)}{v}$ . (2)-ден B-ны табуға болады:

$$B = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 2,5 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{с}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 1,62 \text{ Тл}; \quad B = 1,62 \text{ Тл}.$$

$$W = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 \cdot \left( 2,5 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{с}} - 1,89 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{с}} \right)}{1,89 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{с}}} = 4,8 \cdot 10^{-11} \text{ Дж};$$

$$W = 4,8 \cdot 10^{-11} \text{ Дж немесе } W = 300 \text{ МэВ}.$$

**Жауабы:** 1)  $B = 1,62$  Тл; 2)  $W = 300$  МэВ.

6.2.68. Энергиясы 5,7 МэВ кванттан пайда болған электрон мен позитрон магнит өрісіне орналасқан. Вильсон камера-сында қисықтық радиусы 3 см болатын траектория сызды. Магнит өрісінің индукциясын табындар.

|                   |                                                                                                                  |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Берілгені:</i> | <i>Шешуі:</i> 5,7 МэВ = $9,12 \cdot 10^{-13}$ Дж; 3 см = $3 \cdot 10^{-2}$ м.                                    |
| $W_0 = 5,7$ МэВ;  | Қозғалыстағы бөлшектерге Лоренц күші әсер етеді, оның әсерінен бөлшек шеңбер бойымен қозғалады. Қозғалыс теңдеуі |
| $R = 3$ см        |                                                                                                                  |
| B-?               |                                                                                                                  |

$$\frac{mv^2}{R} = F_n \text{ немесе } \frac{mv^2}{R} = Bev \Rightarrow B = \frac{mv}{eR}. \quad (1)$$

Мұндағы  $mv = p$  бөлшектің қозғалыс мөлшері.

Салыстырмалылық теориясы формуласы бойынша  $p$  мен  $W$  арасындағы байланыс былай анықталады  $p = \frac{1}{c} \sqrt{W(W + 2m_0 c^2)}$ . (2)

Мұндағы  $m_0$  – бөлшектердің тыныштықтағы массасы,  $c$  – жарық жылдамдығы.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } B = \frac{1}{ceR} \sqrt{W(W + 2m_0 c^2)}.$$

$$B = \frac{\sqrt{4,56 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \cdot (4,56 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} + 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2)}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 0,31 \text{ Тл}.$$

$$B = 0,31 \text{ Тл. Мұндағы } W = \frac{W_0}{2} = 4,56 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

**Жауабы:**  $B = 0,31$  Тл.

6.2.69. Дубнадағы ауыр иондарға арналған циклотронда неон иондары 100 МэВ энергияға дейін үдетіледі. Дуанта диаметрі 310 см, аралықтағы магнит өрісі индукциясы 1,1 Тл, үдетуші потенциал 300 кВ. Үдету кезіндегі ионның толық айналым санын, неон атомының ионизация еселігін және үдетуші өріс полярлығының өзгеру жиілігін анықтаңдар.

|                   |                                                                 |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <i>Берілгені:</i> | <i>Шешуі:</i> 100 МэВ = $1,6 \cdot 10^{-11}$ Дж;                |
| $K = 100$ МэВ;    | 310 см = 3,1 м; 300 кВ = $3 \cdot 10^5$ В.                      |
| $D = 310$ см;     | Неон атомының ионизация еселігін $n_0 = \frac{q}{e}$ (1) өр-    |
| $B = 1,1$ Тл;     | негімен табамыз. Мұндағы, $q$ – ион заряды, $e$ – элек-         |
| $\phi = 300$ кВ   | трон заряды. Ион заряды $q$ -ды $\frac{mv^2}{R} = qvB$ шартынан |
| N-?; $n_0$ -?;    |                                                                 |
| n-?               |                                                                 |

анықтаймыз, сонда  $q = \frac{mv}{RB}$ .

Бөлшек энергиясы  $K$  бірнеше мың электронвольт болғанда, ауыр иондар жылдамдығы аса жоғары емес. Сондықтан бөлшек релятивтік емес жылдамдықпен қозғалғандықтан  $mv = \sqrt{2mK}$  және  $m = Am_0$ , мұнда  $m_0 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ , ал  $A = 20,18$  а.ө.б. (исон үшін). Сонымен,

$$q = \frac{\sqrt{2mK}}{R} \text{ немесе } q = \frac{2\sqrt{2Am_0K}}{DB}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден  $n_0 = \frac{2\sqrt{2Am_0K}}{eDB}$ . Ионның толық айналым санын

табу үшін, оның кинетикалық энергиясын, үдетуші аралықтан екі мәрте өткендегі алған энергия шамасына бөлеміз, сонда  $N = \frac{K}{2W}$

немесе  $N = \frac{K}{2q\phi}$ , себебі  $W = q\phi$ . Ал үдетуші өріс полярлығының өзгеру жиілігі, ионның айналу жиілігіне тең, яғни  $n = \frac{v}{2\pi R}$ . Ал,  $v = \frac{qRB}{m}$

екендігін ескерсек  $n = \frac{qB}{2\pi m}$  немесе  $n = \frac{qB}{2\pi Am_0}$ , сонда

$$N = \frac{K}{2q\phi} = \frac{DB}{4\phi} \cdot \sqrt{\frac{K}{2Am_0}}$$

$$N = \frac{3,14 \cdot 1,1 \text{ Тл}}{4 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ В}} \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}}{2 \cdot 20,18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} = 4,3; \quad N = 4,3.$$

$$n_0 = \frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 20,18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3,14 \cdot 1,1 \text{ Тл}} \approx 4; \quad n_0 \approx 4.$$

$$n = \frac{qB}{2\pi Am_0} = \frac{1}{\pi D} \sqrt{\frac{2K}{Am_0}}$$

$$n = \frac{1}{3,14 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}}{20,18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} = 3 \cdot 10^6 \text{ Гц} \approx 3 \text{ МГц}.$$

**Жауабы:**  $N = 4,3$ ;  $n_0 \approx 4$ ;  $n \approx 3 \text{ МГц}$ .

**6.2.70.** Егер трек радиусы  $r = 4 \text{ см}$ , ал магнит өрісінің индукциясы  $B = 8,5 \text{ мТл}$  болса, Вильсон камерасына ұшып кірген электронның жылдамдығы қандай?

**Берілгені:**

$$\begin{aligned} r &= 4 \text{ см}; \\ B &= 8,5 \text{ мТл} \\ v &=? \end{aligned}$$

**Шешуі:**  $4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $8,5 \text{ мТл} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ .

Магнит өрісінде электронға Лоренц күші әсер етеді, осы күш әсерінен ол дөңгелек трек бойымен қозғалады, сонда

$$\frac{mv^2}{r} = evB \Rightarrow v = \frac{eBr}{m}$$

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 6 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 6 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $v = 6 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**6.2.71.** Радиоактивті элементтердің атом ядросының құрылысы кәдімгі элементтердің ядроларының құрылысынан қалай ерекшелінеді?

**Жауабы:** Радиоактивті элементтердің атом ядросында нейтрондар саны протондар санынан анағұрлым көп (мысалы, уран ядросында 92 протон және 146 нейтрон бар), ал кәдімгі элементтерде мұндай алшақтық жоқ немесе өте аз ғана болады.

**6.2.72.** Радиоактивті препараттар шығаратын  $\alpha$ -бөлшектері ауыр элементтерде неліктен ядролық реакция туғыза алмайды?

**Жауабы:** Мұндай бөлшектердің энергиясы оларды нуклондар өзара әсер ете бастайтын  $10^{-15} \text{ м}$  арақашықтыққа жеткізе алмайды, өйткені бұл арақашықтыққа дейін электрлік тарту күштері басымдылық жасайды.

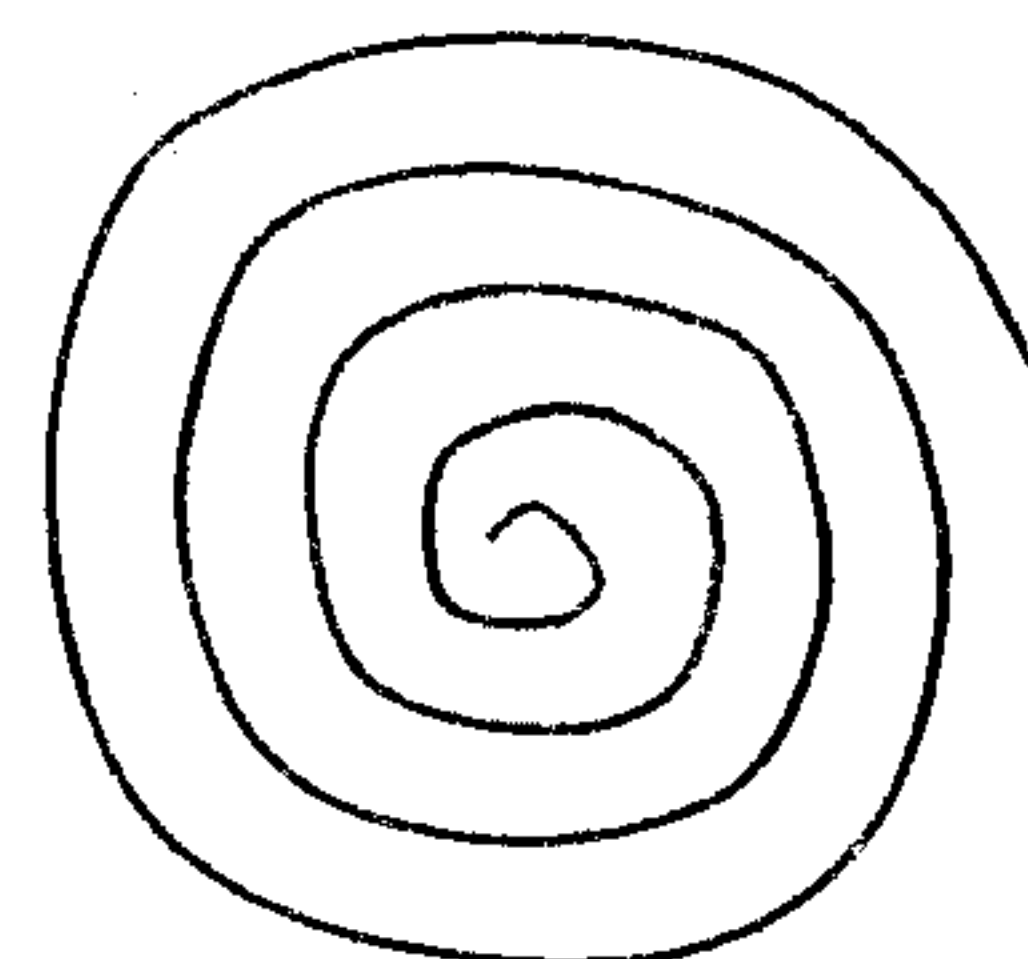
**6.2.73.** Элементар бөлшектің тректік камерадағы ізі қозғалыс соңында неге жуандай береді?

**Жауабы:** Элементар бөлшектің зат ішіндегі қозғалысы кезінде оның жылдамдығы кемиді, демек бөлшектің атом электроны маңынан өту уақыты, сондай-ақ әсер ету күші артады. Ньютонның екінші заңы бойынша күштің әсер ету уақыты неғұрлым артса, атом электроны импульсінің өзгерісі көп, онда ионизациялау ықтималдығы да соғұрлым көп болады.

Демек, ұшып өтетін бөлшектің жылдамдығы кеміген сайын тректің бірлік ұзындығында пайда болатын иондардың саны да арта түседі екен. Осыдан тректегі із жуандай береді.

**6.2.74.** Көпіршікті камерадағы электронның қозғалыс траекториясы 6.20-суретте көрсетілген. Мұның себебін түсіндіріңдер. Электрон қай бағытта қозғалады: ішке ғана ме, әлде сыртқа шыға ма?

**Жауабы:** Зарядталған электрон магнит өрісінде қозғалғанда оған Лоренц күші әсер етеді. Осы күштің әсерінен ол радиусы  $R = \frac{mv}{eB}$  болатын қисық траектория бойымен қозғалады. Ал көпіршікті камерада электрон жылдамдығы өте тез кемиді, сондықтан қисық траекторияның радиусы да шапшаң азаяды. Осыдан электрон траекториясы суреттегі пішіндей болады.



6.20-сурет

Уақыт өтуіне қарай қисықтық радиусы  $R$  кемитін болғандықтан, электронның қозғалысы да ішке қарай бағытталады екен.

**6.2.75.** Рентген сәулелерінің заттан шағылуын тәжірибе жүзінде зерттеген кезде шағылған сәуленің толқын ұзындығының артқаны байқалды. Осы құбылыстың себебін түсіндіріп, толқын ұзындығының өзгеруінің өрнегін табындар.

**Берілгені:**  $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг  
 $\Delta\lambda - ?$

**Шешуі:** Бұл есепте айтылған құбылыс Комптон эффектісі деп аталады. Оны фотондардағы заттың еркін немесе әлсіз байланысқан электрондарымен серпімді соқтығысуын қарастыра отырып түсіндіруге болады.

Электронның фотонмен соқтығысқанға дейінгі импульсі нөлге тең. Ал фотонның бастапқы импульсі  $\frac{h\nu_0}{c}$ . Соқтығысқаннан кейінгі электронның импульсі  $mv$ .

Мұндағы  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , ал фотонның импульсі  $\frac{h\nu}{c}$ . Энергияның сақталу заңынан

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2. \quad (1)$$

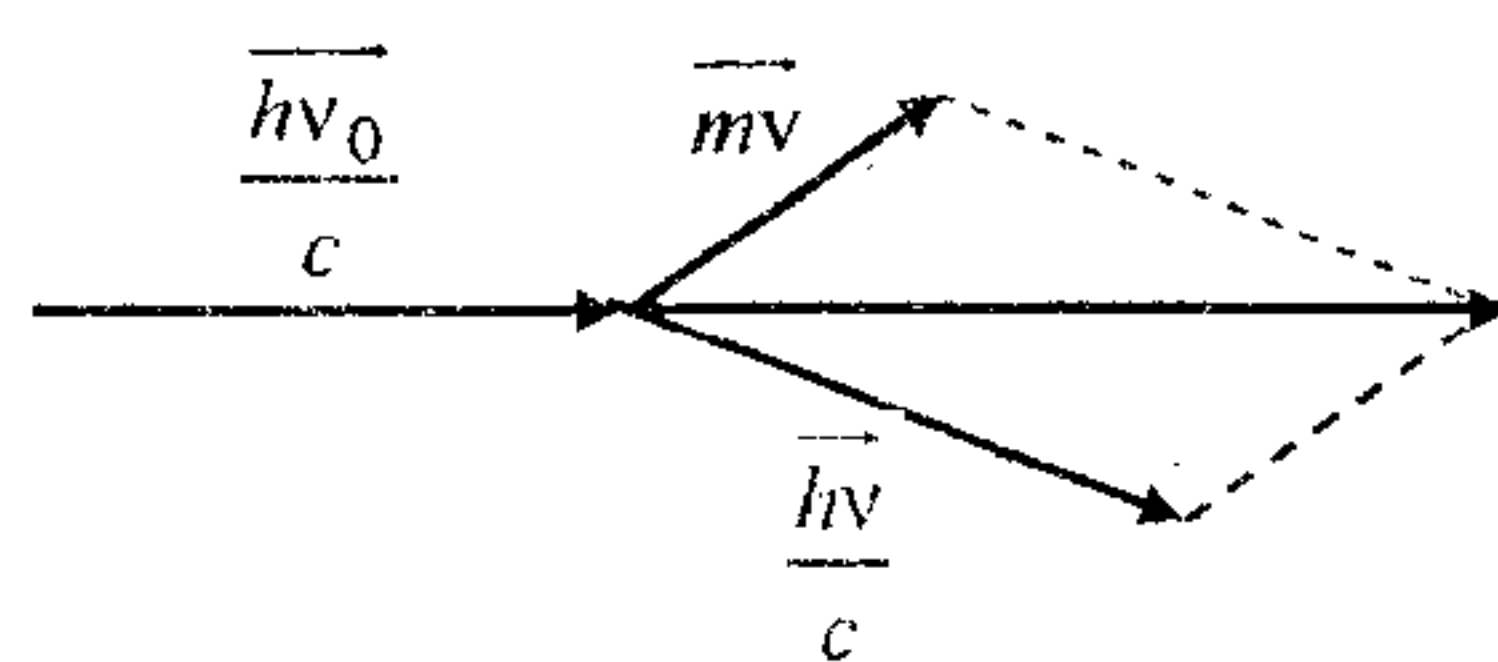
Импульстің сақталу заңынан (6.21-сурет)  $\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} + mv.$  (2)

(2)-ні ос бойынша проекцияласақ және түрлендірсек

$$m^2v^2 = \frac{h^2\nu_0^2}{c^2} + \frac{h^2\nu^2}{c^2} - 2h^2 \frac{\nu_0\nu}{c^2} \cos \varphi. \quad (3)$$

Енді (1)-ді квадраттасақ

$$m^2c^4 = h^2\nu_0^2 + h^2\nu^2 - 2h^2\nu_0\nu + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu). \quad (4)$$



6.21-сурет

(3)-тен (4)-ті шегерсек, сонда

$$m^2c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2c^4 - 2h^2\nu_0\nu(1 - \cos \varphi) + 2m_0c^2h(\nu_0 - \nu). \quad (5)$$

$m^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2$  екендігін ескерсек, онда қарапайым түрлендіру-

лерден кейін (5) мына түрге келеді  $\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \varphi).$  (6)

$\frac{c}{\nu} = \lambda$  және  $\frac{c}{\nu_0} = \lambda_0$  екенін ескерсек, сонда

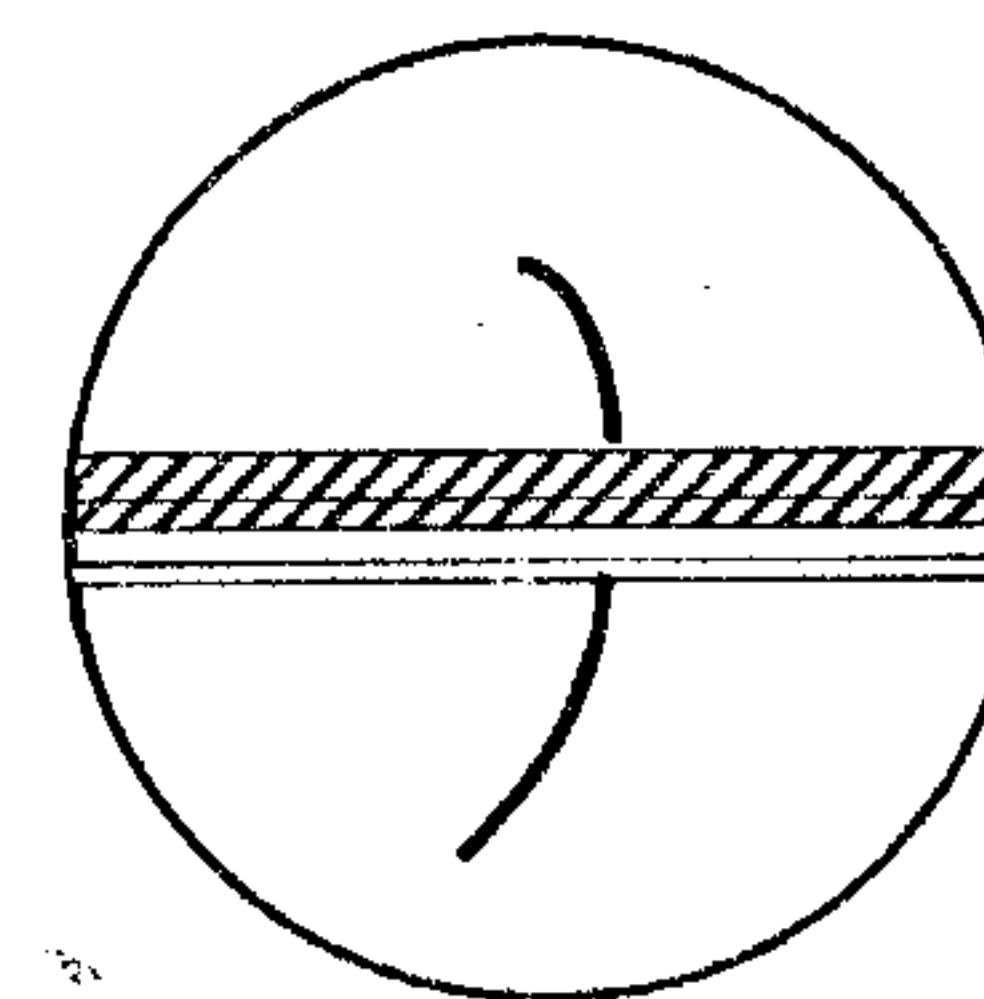
$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \varphi) \Rightarrow \Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \text{ өйткені } \sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2}}.$$

**Жауабы:**  $\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$

**6.2.76.** 6.22-суретте магнит өрісінде Вильсон камерасындағы қалыңдығы 6 мм қорғасын қабаттан өткен позитронның фотосуреттегі ізі көрсетілген. 1) бөлшек қай бағытта қозғалған: жоғарыдан төмен бе, әлде керісінше ме? 2) магнит өрісінің бағыты қандай?

**Жауабы:** 1) Позитрон төменнен жоғары қарай қозғалған, өйткені жоғарғы жағындағы траекторияның қисықтық радиусы аз. Себебі позитрон қорғасын қабатынан өткенде оның энергиясы кеміген, осыдан барып магнит өрісі позитрон траекториясын көбірек ойыстырған.

2) Сол қол ережесін пайдаланып магнит өрісінің бағыты бақылаушыдан (оқырманнан) сурет жазықтығына бағытталғандығын табамыз.



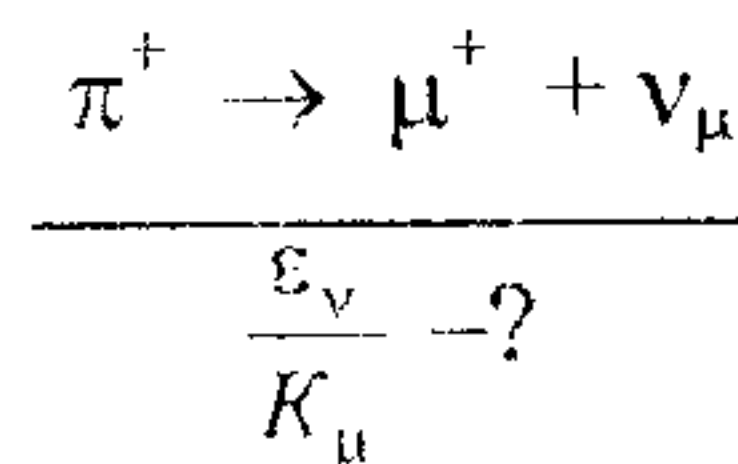
6.22-сурет

**6.2.77.** Тыныштықтағы пион мюон мен нейтриноға ыдырайды



Мұндағы,  $\nu_\mu$  — мюондық нейтрино. Нейтрино энергиясының мюонның кинетикалық энергиясына қатынасын табындар.

**Берілгені:**



**Шешуі:** Реакция кезінде бөлінетін толық энергияны анықтайық

$$\Delta E = (m_\pi - m_\mu) \cdot 931,5 \text{ МэВ} = 34 \text{ МэВ}. \quad (1)$$

Мұндағы,  $E_0 = m_\mu \cdot 931,5 \text{ МэВ} = 106 \text{ МэВ}$  — мюонның тыныштық энергиясы.

Реакцияға дейін пион тыныштықта болғандықтан импульстің сақталу заңынан  $p_v = p_\mu$ . Екінші жағынан

$$p_v = \frac{\varepsilon_v}{c} \quad \text{және} \quad p_\mu = \frac{1}{c} \sqrt{K_\mu (2\varepsilon_0 + K_\mu)} \quad \text{болғандықтан}$$

$$\varepsilon_v = \sqrt{K_\mu (2\varepsilon_0 + K_\mu)}. \quad (2)$$

Энергияның сақталу заңынан  $\varepsilon_v = \Delta\varepsilon - K_\mu$ . (2)-ні ескерсек

$$\sqrt{K_\mu (2\varepsilon_0 + K_\mu)} = \Delta\varepsilon - K_\mu \Rightarrow K_\mu = \frac{(\Delta\varepsilon)^2}{2(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)}. \quad (3)$$

$$(2)\text{-мен } (3)\text{-ті ескерсек} \quad \varepsilon_v = \frac{\Delta\varepsilon(2\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)}{2(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)}. \quad (4)$$

$$(3) \text{ және } (4)\text{-тен} \quad \frac{\varepsilon_v}{K_\mu} = \frac{2\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon}{\Delta\varepsilon} \quad \text{немесе} \quad \frac{\varepsilon_v}{K_\mu} = 1 + \frac{2\varepsilon_0}{\Delta\varepsilon}.$$

$$\frac{\varepsilon_v}{K_\mu} = 1 + \frac{2 \cdot 106 \text{ МэВ}}{34 \text{ МэВ}} = 7,3; \quad \frac{\varepsilon_v}{K_\mu} = 7,3.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\varepsilon_v}{K_\mu} = 7,3.$$

**6.2.78.** Үдетілген электрон тыныштықтағы протонға жұтылып, нейтрон пайда болды. Реакция теңдеуін жазыңдар. Пайда болған нейтрон тыныштықта қалады деп, реакция мүмкін болатын электронның кинетикалық энергиясының ең аз мөлшерін табыңдар.

**Берілгені:**  $e, p, n$  **Шешуі:** Әуелі жүретін реакцияны жазайық, сонда  ${}_{-1}^0e + {}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + {}_0^0\nu$ .  
Есеп шарты бойынша пайда болған нейтрон тыныштықта қалатын болғандықтан электрон импульсі

толығымен нейтриноға беріледі, сонда импульстің және энергияның сақталу заңдарынан  $p_e = p_\nu$  және  $\varepsilon_e + \varepsilon_{op} = \varepsilon_{on} + \varepsilon_\nu$ . (1)

Мұндағы,  $\varepsilon_{op}$  — протонның, ал  $\varepsilon_{on}$  — нейтронның тыныштық энергиялары.

Нейтриноның тыныштық массасы нөлге тең болғандықтан, оның энергиясы

$$\varepsilon_\nu = p_\nu c = p_e c = \sqrt{\varepsilon_e^2 - \varepsilon_{0e}^2} \Rightarrow \varepsilon_e + \varepsilon_{op} = \varepsilon_{on} + \sqrt{\varepsilon_e^2 - \varepsilon_{0e}^2}. \quad (2)$$

$$(2)\text{-ні шешсек} \quad \varepsilon_e = \frac{(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op})^2 + \varepsilon_{0e}^2}{2(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op})}. \quad (3) \quad \text{Ал, электронның кинетикалық энергиясы } K_e = \varepsilon_e - \varepsilon_{0e}.$$

$$(3)\text{-ті ескерсек, онда} \quad K_e = \frac{(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op} - \varepsilon_{0e})^2}{2(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op})}.$$

$$\text{Жауабы: } K_e = \frac{(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op} - \varepsilon_{0e})^2}{2(\varepsilon_{on} - \varepsilon_{op})}.$$

**6.2.79.** Энергиясы қаншама көп болғаны мен фотонның вакуумда электрон-позитрон жұбына айнала алмайтындығын дәлелдендер.

**Дәлелдеуі:** Біз керісінше жорыйық, яғни фотон вакуумда импульстері бірдей екі бөлшекке (электрон-позитрон) айналды дейік (6.22-сурет). Сонда энергияның және импульстің сақталу заңынан

$$\varepsilon_\Phi = 2mc^2 \quad \text{және} \quad p_\Phi = 2mv \cos \alpha.$$

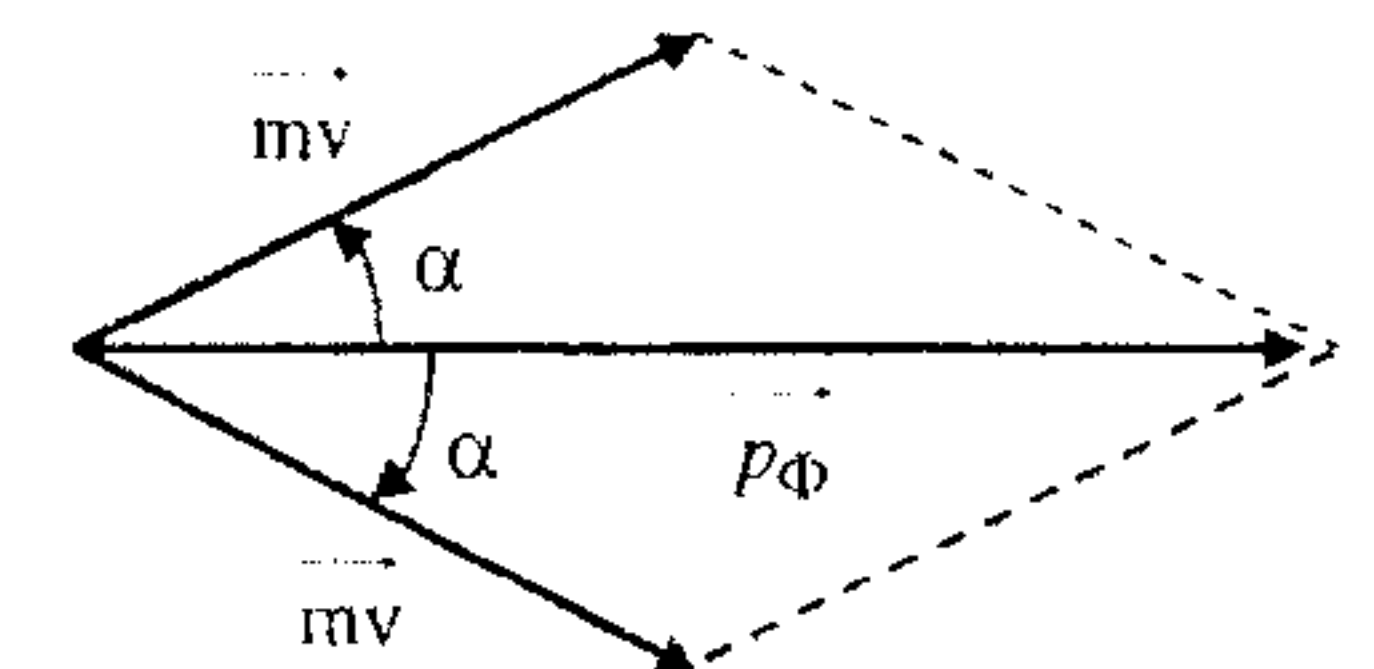
$$p_\Phi = \frac{\varepsilon_\Phi}{c} \quad \text{екендігін ескерсек}$$

$$\frac{\varepsilon_\Phi}{c} = 2mv \cos \alpha;$$

$$\varepsilon_\Phi = 2mc^2 \quad \text{теңдігін ескерсек}$$

$$2mc = 2mv \cos \alpha; \quad c = v \cos \alpha,$$

ал бұл мүмкін емес, өйткені  $v > c$  болмайды. Демек бастапқы біздің жоруымыз дұрыс емес, ендеше фотон вакуумда электрон-позитрон жұбына айнала алмайды.



6.22-сурет

**6.2.80.** Төмендегі реакциялардың қайсыларының өтуі мүмкін емес?

- |                                                |                                              |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1. $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ ,         | 5. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ , |
| 2. $2p \rightarrow 2n + 2e^+$ ,                | 6. $K^- \rightarrow \lambda^0 + \pi^-$ ,     |
| 3. $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ , | 7. $\pi^+ + n \rightarrow \lambda^0 + K^+$ , |
| 4. $K^+ \rightarrow \pi^- + 2e^+$ ,            | 8. $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + K^0$ .       |

**Жауабы:** 2 және 4 реакциялар өте алмайды, өйткені лептондық зарядтың сақталу заңы орындалмайды және де 8 реакция жүрмейді, себебі бариондық зарядтың сақталу заңы орындалмайды.

**6.2.82.** Ғарыштық сәулелердегі шапшаң мезондардың энергиясы шамамен 3000 МэВ, ал олардың тыныштықтағы энергиясы 100 МэВ. Лабораториялық сағат бойынша өлшенген өмір сүру уақыты ішінде ол атмосферада қандай арақашықтықты ұшып өтеді? Мезонның меншікті өмір сүру уақыты  $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  с.

**Берілгені:**  $W = 3000 \text{ МэВ};$   
 $W_0 = 100 \text{ МэВ};$   
 $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$   
 $\ell = ?$

**Шешуі:** Әуелі мезонның жылдамдығы  $v$ -ны табайық, өйткені  $\ell = v \cdot \tau$ . (1) Мезон жылдамдығы жарық жылдамдығымен шамалас болғандықтан  $\beta = \frac{v}{c}$ . Ал, есеп шартынан  $\frac{W}{W_0} = \frac{3000 \text{ МэВ}}{100 \text{ МэВ}} = 30$ .

Екінші жағынан  $\frac{W}{W_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ , демек  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 30 \Rightarrow \beta = 0,999$ , онда  $v = 2,998 \cdot 10^8 \frac{M}{c}$ . Енді  $\tau$ -ды анықтаймыз. Мезонның меншікті уақыты  $\tau_0$ -мен лабораториялық санақ жүйесіндегі уақыты  $\tau$  арасындағы байланыс  $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 30\tau_0 \Rightarrow \tau = 30\tau_0$ . Сонда (1)-ден  $\ell = \beta c \cdot 30\tau_0$ .

$$\ell = 2,998 \cdot 10^8 \frac{M}{c} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 10^{-6} c = 1,8 \cdot 10^4 M; \quad \ell = 18 \text{ км}.$$

**Жауабы:**  $\ell = 18 \text{ км}$ .

**6.2.82.**  $\pi$ -мезонның өзіне салыстырғандағы санақ жүйесінде өмір сүру уақыты  $t_0 = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ . Оған салыстырғанда  $v = 0,99 \text{ с}$  жылдамдықпен қозғалатын санақ жүйесіндегі  $\pi$ -мезонның өмір сүру уақытын табыңдар.

**Берілгені:**  $t_0 = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с};$   
 $v = 0,99 \text{ с}$   
 $t = ?$

**Шешуі:** Ізделінді уақытты  $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  формуласынан табамыз, сонда  $t = \frac{2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}}{\sqrt{1-(0,99 \text{ с})^2}} = 1,84 \cdot 10^{-7} \text{ с}; \quad t = 1,84 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$

**Жауабы:**  $t = 1,84 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$

**6.2.83.** Пи-нөл-мезон ( $\pi^0$ ) элементар бөлшегі екі  $\gamma$ -квантқа ыдырайды. Егер бөлшектің тыныштық массасы  $264,3$  электрон массасына тең болса,  $\gamma$ -сәуле шығарудың жиілігі қандай болады?

**Берілгені:**  $m_0 = 264,3 m_e;$   
 $\pi^0; 2\gamma$   
 $\nu = ?$

**Шешуі:** Энергияның сақталу заңынан  $m_0 c^2 = 2h\nu$  немесе  $264,3 m_e c^2 = 2h\nu \Rightarrow \nu = \frac{264,3 m_e c^2}{2h}.$

$$\nu = \frac{264,3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}\right)^2}{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} = 1,62 \cdot 10^{22} \frac{1}{c}; \quad \nu = 1,62 \cdot 10^{22} \frac{1}{c}.$$

**Жауабы:**  $\nu = 1,62 \cdot 10^{22} \frac{1}{c}.$

**6.2.84.** Еркін электронның фотонды жұтуы мүмкін еместігін дәлелдендер.

**Дәлелдеуі.** Энергияның сақталу заңынан  $h\nu = \frac{mv^2}{2}$ . (1) Мұндағы:  $(h\nu)$  – фотон энергиясы,  $\frac{mv^2}{2}$  – электронның жұтылудан кейінгі кинетикалық энергиясы. Ал импульстің сақталу заңынан  $\frac{h\nu}{c} = mv$ , (2) мұндағы  $\left(\frac{h\nu}{c}\right)$  – фотонның  $(mv)$ -электронның импульстері.

(1) және (2)-ден  $v = 2c$ , яғни электронның фотонды жұтқаннан кейінгі жылдамдығы жарық жылдамдығынан екі есе артық болған, әрине бұл мүмкін емес.

**6.2.85.** Еркін нейтрон протонға, электронға және антинейтриноға ыдырай алады, ал неге еркін протон нейтронға, позитронға және нейтриноға ыдырай алмайды?

**Жауабы:** Екінші ыдырау энергияның сақталу заңына қайшы келеді, өйткені протонның тыныштықтағы массасы, демек тыныштықтағы энергиясы, тыныштықтағы нейтрон энергиясынан кем.

**6.2.86\*.** Белгілі жағдайларда фотон электрон + позитрон жұбына айнала алады  $\gamma \rightarrow e^- + e^+$ . Бұл үдеріс басқа бөлшектердің немесе өрістердің әсерінсіз вакуумда өте ала ма?

**Жауабы:** Электрон + позитрон жұбының масса центріне салыстырғанда жұптардың импульсінің қосындысы нөлге тең, ал сонымен бірге фотонның бастапқы импульсі нөлден өзгеше. Бұл импульстің сақталу заңына қайшы келеді, сондықтан бұл үдеріс жүру үшін басқа бөлшектердің немесе өрістің әсері болуы керек. Жұптардың пайда болуы атом ядроларының немесе басқадай объектілерінің маңында жүреді де, импульсінің бір бөлігін оларға беруі жүзеге асады, нәтижеде импульстің сақталу заңы орындалады.

**6.2.87.** Холл датчиктерін жасағанда металдарды емес жартылай өткізгіштік материалдар қолданылады. Неге?

**Жауабы:** Холл датчиктері Холл эффектіне негізделіп жасалған.

Онда пайда болатын электр қозғаушы күші  $\varepsilon = \frac{J B a}{q n_0 S}$  формуласымен анықталады. Мұндағы,  $n_0$  – материалдардағы заряд тасушылардың шоғыры. Ал, жартылай өткізгіштерде  $n_0$  металдарға қарағанда 5-6 реттік мөлшерде кем болады, сондықтан басқа шарттар бірдей болғанда жартылай өткізгіштегі  $\varepsilon$  металға салыстырғанда анағұрлым көп болады.

6.2.88\*. Элементар бөлшектер үлкен екі топқа: бозондар және фермиондарға бөлінеді. Фермиондардан лазер жасауға бола ма?

**Жауабы:** Лазер жұмыс істеуі үшін, еріксіз сәуле шығару механизмін қамтамасыз ету керек. Еріксіз сәуле шығару кезінде бірдей фотондар (яғни олардың жиілігі де, фазасы да және спині де бірдей) шығарылуы тиіс. Бұл фотондар бозондар тобына жататындықтан мүмкін, өйткені бозондар бірдей кванттық күйде қалаған молшерде бола алады. Ал, фермиондар (электрон, нейтрино, т.б.) Паули принципіне бағынады. Бұл принцип бойынша кванттық сандары бірдей болатын екі бөлшек бола алмайды. Бұдан шығатын қорытынды фермиондар жүйесінде еріксіз сәуле шығару жүрмейді, демек фермиондардан лазер жасауға болмайды.

6.2.89. Электронның меншікті импульс моменті (спині) болады және оның кез келген бағыттағы проекциясы Планк тұрақтысының жартысына тең, яғни  $L_z = \frac{\hbar}{2} = 5,25 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

Жарықтың вакуумдағы жылдамдығы жарықтың шекті жылдамдығы деп есептеп, электрон спині бөлшектің өз осінен айналуының нәтижесі деген үлгінің шындыққа сәйкес еместігін дәлелдендер.

**Шешуі:** Кез келген шар пішінді дененің импульс моменті

$$L = J\omega = \frac{2}{5}mr^2 \frac{v}{r} = \frac{2}{5}mvr \quad \text{өрнегімен аныкталады.}$$

Мұндағы  $v$  – шар экваторының сызықтық жылдамдығы.

$v < c$  болғандықтан  $L < \frac{2}{5}mcr \Rightarrow r > \frac{5L}{2mc}$ . Электрон үшін  $L$ -дың мәнін ескерсек  $r > \frac{5\hbar}{4mc}$ .

$$r > \frac{5 \cdot 5,25 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4,8 \cdot 10^{-13} \text{ м}. \quad r > 4,8 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Бұл радиустың сан мәні электронның тәжірибелік  $r_s$ -мәнінен екі реттіктей көп болып келеді, сондықтан  $r \gg r_s$  болғандықтан спинді түсіндірудің біз айтқан үлгісі шындыққа сәйкес келмейді.

## ҚОСЫМША ЕСЕПТЕР

6.2.90. Радиоактивті элементтің активтілігі 8 тәулікте 4 есе кеміген. Жартылай ыдырау периодын табыңдар.

**Жауабы:**  $T = 4$  тәулік.

6.2.91.  ${}^4_2\text{He}$  гелий изотопы ядросын бүлдіру үшін қажет энергияның ең аз мөлшерін табыңдар.

**Жауабы:**  $W \approx 4,53 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$ .

6.2.92.  ${}^{27}_{13}\text{Al}$  алюминийді  $\alpha$ -бөлшектерімен атқылағанда  ${}^{30}_{15}\text{P}$  фосфор пайда болады. Осы реакцияны жазып, бөлінетін энергияны есептендер.

**Жауабы:**  ${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^1_0\text{n}; \quad \Delta W = 3 \text{ МэВ}$ .

6.2.93. Төмендегі ядролық реакция кезінде қанша энергия бөлініп шығады?



6.2.94. Торий ядросы ( ${}^{232}_{90}\text{Th}$ ) бір  $\alpha$ -ыдырауға, екі  $\beta$ -ыдырауға сосын тағы бір  $\alpha$ -ыдырауға ұшырады. Осыдан кейін қандай ядро пайда болды?

**Жауабы:**  ${}^{224}_{88}\text{Ra}$ .

6.2.95. Иод изотопы  ${}^{131}_{53}\text{I}$ -ның миллиард ядросынан әрбір секунд сайын қанша ядро ыдырайды?

**Жауабы:**  $\Delta N = 10^3$ .

6.2.96. Сутегі изотопы  ${}^2_1\text{H}$  ядросының масса ақауын есептеп табыңдар.

**Жауабы:**  $\Delta m \approx 2,44 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$ .

6.2.97. 1 г  ${}^{235}_{92}\text{U}$  уран бөлінгенде қанша киловатт-сағат энергия алынады? Әрбір бөліну кезінде шамамен 200 МэВ энергия босады деп есептендер.

**Жауабы:**  $W = 2,3 \cdot 10^4 \text{ кВт} \cdot \text{сағ}$ .

6.2.98. Литий ядросының нейтронды қармап алу нәтижесінде  ${}^6_3\text{Li} + {}^1_0\text{n} = {}^3_1\text{H} + {}^4_2\text{He}$  ядролық реакциясы жүреді де  $Q = 4,8 \text{ МэВ}$  энергия бөлінеді. Реакция кезінде пайда болған ядролардағы энергияның бөлінуін табыңдар. Бастапқы бөлшектердің кинетикалық энергиялары мардымсыз аз деп есептендер.

**Жауабы:**  $E_T = \frac{Qm_\alpha}{m_\alpha + m_T} = 2,74 \text{ (МэВ)}. \quad E_\alpha = 2,06 \text{ МэВ}.$

6.2.99. Толқын ұзындығы  $\lambda = \frac{h}{m_0 c}$  фотон және электрон бір түзу бойымен біріне-бірі қарама-қарсы бағытта қозғалады. Әсерлесуден кейін олар қарама-қарсы бағытта ұшатын болса фотон жиілігі өзгермеуі үшін электрон қандай жылдамдықпен қозғалуы керек?  $m_0$  – тыныштықтағы электрон массасы.

$$\text{Жауабы: } v = \frac{c}{\sqrt{2}}.$$

6.2.100. 6.2.58-ші есепті мезон үшін шығарындар, яғни мезонның жылдамдығы мен кинетикалық энергиясын табындар.

$$\text{Жауабы: } v = 2,57 \cdot 10^8 \frac{m}{c}; \quad K = 99 \text{ МэВ}.$$

6.2.101\*. Толқын ұзындығы  $\lambda_1$  фотон қозғалыстағы еркін электронда шашырау нәтижесінде электрон тоқтап, фотон бастапқы бағытынан  $\theta_1 = 60^\circ$  бұрышқа ауытқып, толқын ұзындығы  $\lambda_0$  болды. Осы фотон тағы да қозғалмайтын бос электронда жаңаша шашырап қозғалыс бағытын  $\theta_2 = 60^\circ$ -қа ауытқытты. Екінші шашыраудан кейін оның толқын ұзындығы  $\lambda_2 = 1,25 \cdot 10^{-10}$  м болды. Алғашқы фотонмен әсерлескеннен кейінгі электронның де бройлдық толқын ұзындығын табындар. Мына шамаларды белгілі деп есептеңдер:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг,  $c = 3,0 \cdot 10^8$  м/с.

$$\text{Жауабы: } \lambda_e = \frac{h}{p_0}, \quad p_e - \text{электрон импульсі, оның сан мәні}$$

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{E_k(E_k + 2mc^2)}. \quad \text{Егер } E_k \ll mc^2 \text{ болса, онда } p_e \approx \sqrt{2mE_k}.$$

$$E_k = \left( \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_1} \right) - \text{электронның кинетикалық энергиясы.}$$

$\lambda_1 = \lambda_2 = 1,25 \cdot 10^{-10}$  м, өйткені екі шашыраудың өту уақытына салыстырғанда симметриялы, сондықтан  $\lambda_0$ -ді табу үшін, фотонның қозғалмайтын электронда шашырау толқын ұзындығының өзгерісін есепке аламыз, сонда

$$\lambda_2 - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{h}{2mc}, \quad \text{демек } \lambda_0 \approx 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

6.2.102. Циклотрондағы бөлшек траекториясының қисықтық радиусының ең үлкен мәні  $R = 0,5$  м, ал магнит өрісінің индукциясы  $B = 1$  Тл. Циклотрондағыдай үдеу алуы үшін протон қандай тұрақты потенциалдар айырымынан өтуі керек?

$$\text{Жауабы: } U = \frac{R^2 B^2 e}{2m} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ (В)}.$$

6.2.103. Серпухов синхрофазотроны магнитінің диаметрі  $D = 472$  м. Протондар үдетуші камераға  $\varepsilon_0 = 100$  МэВ энергиямен еніп, одан  $\varepsilon = 76,5$  ГэВ энергиямен шығады. Үдетуші керісу жиілігін және аралықтағы магнит өрісі индукциясының бастапқы және соңғы мәндерін анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } B_1 = \frac{2\sqrt{K(2\varepsilon_0 + K)}}{ecD}; \quad B_2 = \frac{2\sqrt{K(2\varepsilon + K)}}{ecD}; \quad n_1 = \frac{c\sqrt{1 - (\varepsilon_0/c)^2}}{\pi D};$$

$$n_2 = \frac{c}{\pi D}, \quad \text{өйткені цикл соңында протон энергиясы аса зор болады да,}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \ll 1 \text{ шартынан } n = \frac{c}{\pi D}.$$

6.2.104. Тыныштықтағы нейтрон ыдырайды. Пайда болған протон да тыныштықта болады деп есептеп, электронның кинетикалық энергиясы мен антинейтриноның энергиясын табындар.

$$\text{Жауабы: } K_e = \frac{(\Delta\varepsilon - \varepsilon_0)^2}{2\Delta\varepsilon}; \quad \varepsilon_\nu = \frac{(\Delta\varepsilon)^2 - \varepsilon_0^2}{2\Delta\varepsilon}. \quad \text{Мұндағы, } \Delta\varepsilon - \text{нейтрон}$$

ыдырағанда бөлінетін энергия;  $\varepsilon_0$  – электронның тыныштық энергиясы.

6.2.105. Тыныштықтағы нейтрал  $\pi$ -мезон ыдырау кезінде екі бірдей фотон пайда болады. Әрбір фотонның энергиясын табындар. Тыныштықтағы  $\pi$ -мезон массасы  $M = 264,2m_0$ , мұндағы  $m_0$  – тыныштықтағы электрон массасы.

$$\text{Жауабы: } W = 67,5 \text{ МэВ}.$$

6.2.106. Позитроний ортақ масса центрінен айналатын электрон мен позитроннан құралады. Екі бөлшектің арақашықтығын және негізгі күйдегі позитронийдің энергиясын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } a_n = n^2 \cdot 2a_0; \quad \varepsilon_n = -\frac{hcR}{2n^2}. \quad \text{Мұндағы, } a_0 - \text{сутегі атомының}$$

бірінші бор радиусы,  $R$  – Ридберг тұрақтысы,  $h$  – Планк тұрақтысы.

6.2.107. Ядро массалары  $M_1$  және  $M_2$  болатын екі бөлікке ыдырайды. Егер олардың жалпы кинетикалық энергиясы  $E_k$  болса, әрбір бөліктің жылдамдығын табындар.

$$\text{Жауабы: } v_1 = M_2 \sqrt{\frac{2E_k}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}; \quad v_2 = M_1 \sqrt{\frac{2E_k}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2}}.$$

6.2.108.  $\pi$ -мезон ыдырағанда энергиялары  $\varepsilon_1$  және  $\varepsilon_2$  болатын екі фотон пайда болып, қарама-қарсы бағытта ұшты. Ыдыраған  $\pi$ -мезонның жылдамдығын табындар. Фотон импульсі мен энергиясы арасындағы байланыс  $\varepsilon = p \cdot c$  түрінде орнектеледі.

$$\text{Жауабы: } v = c \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}.$$

## VII-бөлім. АСТРОНОМИЯ

### 7.1 Астрономияның практикалық негіздері

• **Шоқжұлдыз** деп белгілі бір шекарадағы аспанның бір аймағын ұғамыз. Бүкіл аспан 88 шоқжұлдызға бөлінген.

• **Аспан сферасы** центрі бақылау нүктесінде болатын, кез келген радиуспен алынған жорамал сфера. Аспан сферасының негізгі нүктелері мен сызықтары 7.1-суретте көрсетілген.

Мұндағы: ZCZ'-тік сызық, Z – зенит, Z' – надир, NESW – көкжиек жазықтығы, P – солтүстік полюс, P' – оңтүстік полюс, PCP' – дүние осі, N – солтүстік нүкте, S – оңтүстік нүкте, ZNZ'S – аспан меридианының жазықтығы, Q'EQW – аспан экваторы жазықтығы.

• **Экваторлық жүйеде** екі координата пайдалынады (7.2-сурет).  $\delta$  – **ауысу** (бұрыштық координата,  $\delta = \pm 90^\circ$ ),  $\alpha$  – **тік шарықтау** ( $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$ ).

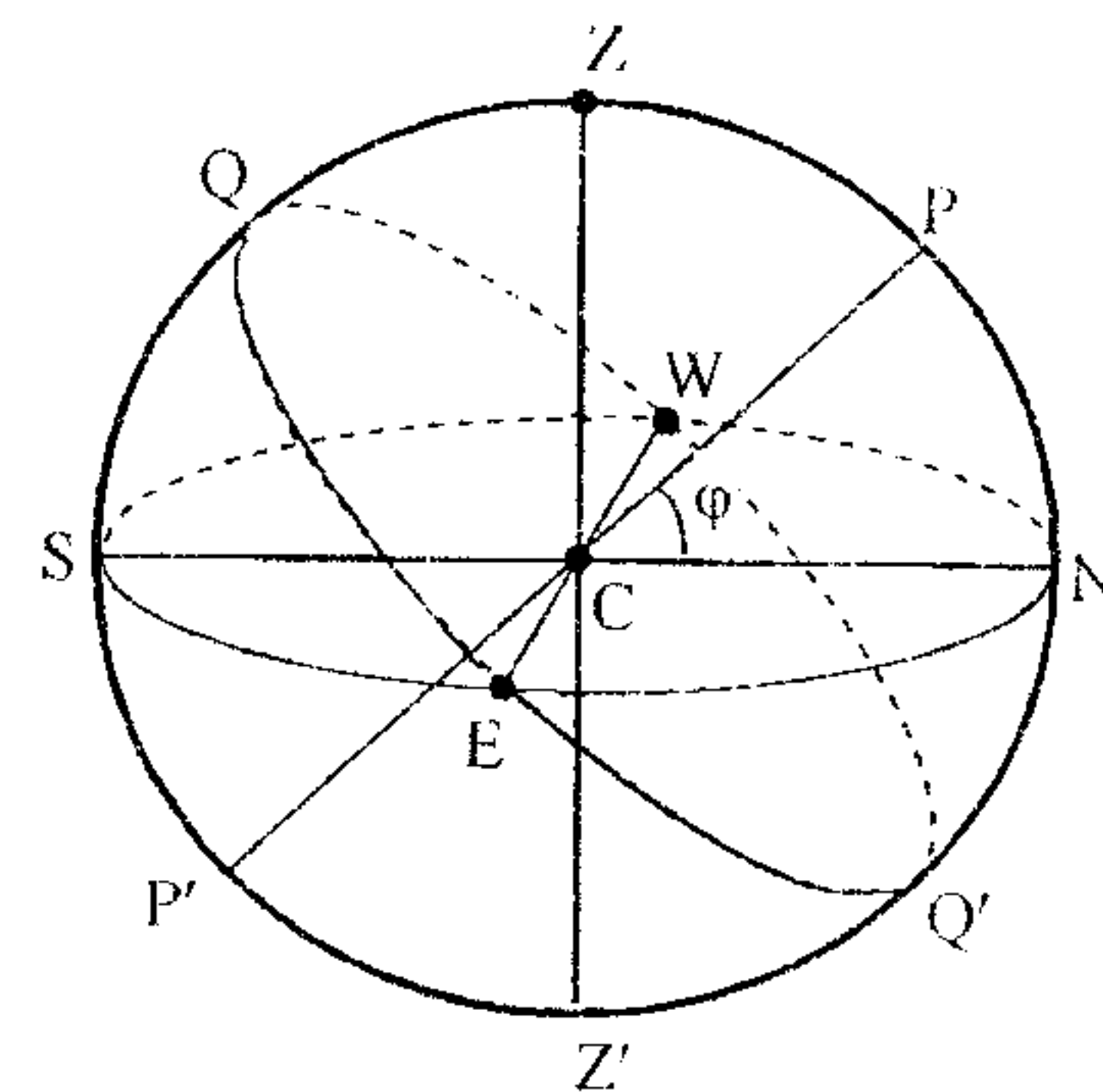
• Шырақтардың аспан меридианы арқылы өту құбылысын **кульминациялар** деп атайды.

• Күннің қозғалыс жолы **зодиак** деп аталатын 12 шоқжұлдызды басып өтеді. Зодиак белдеуіне мыналар кіреді: Балықтар, Тоқты, Торпақ, Егіз, Шаян, Арыстан, Бикеш, Мизам, Сарышаян, Мерген, Ешкімүйіз, Сүкюшы.

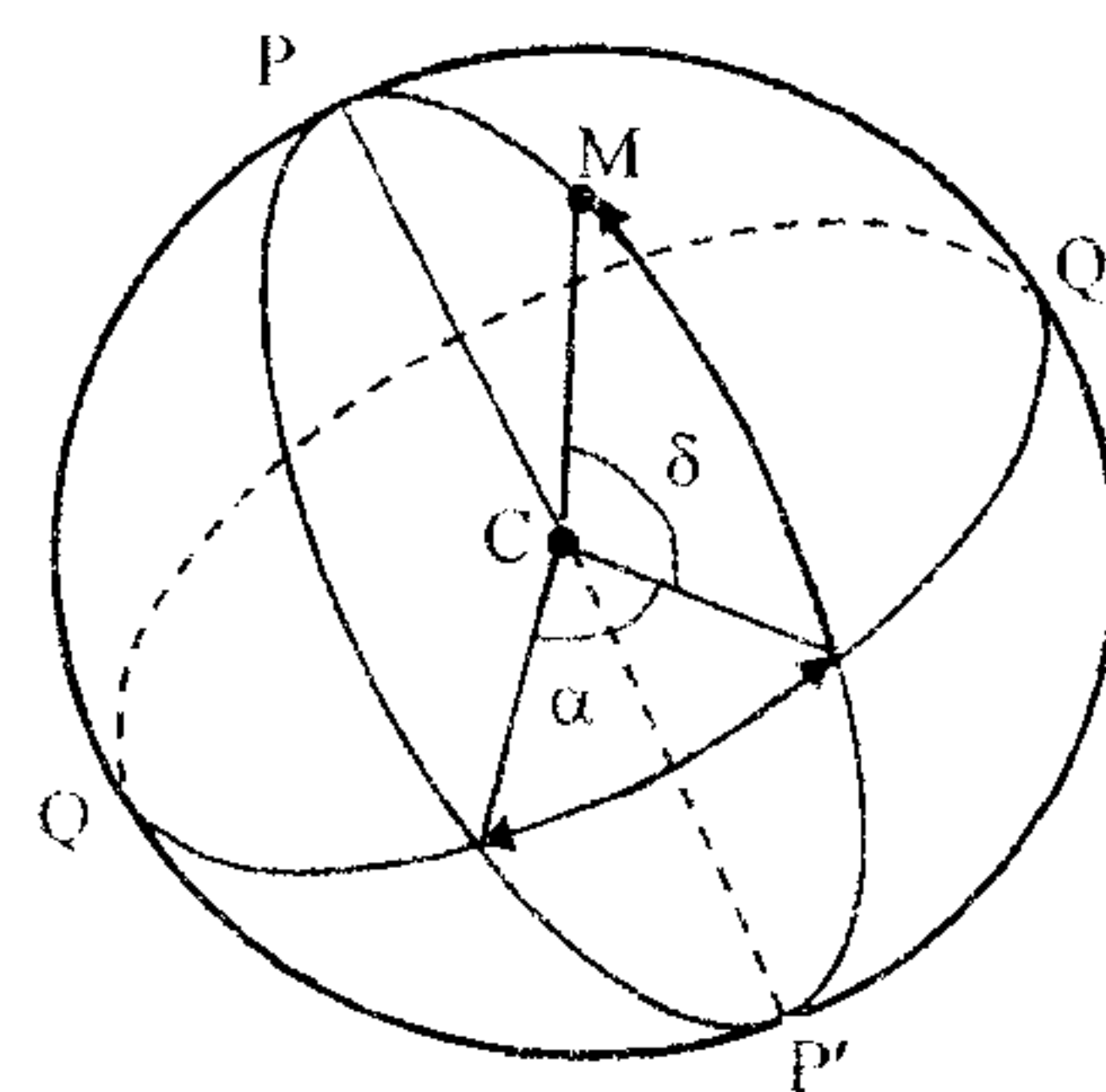
• **Телескоп** екі оптикалық жүйе – объектив пен окулярдың комбинациясы болып табылады. Телескоптық жүйенің **үлкейтуі**  $N = \frac{f_1}{f_2}$  формуласымен аныкталады. Мұндағы:  $f_1$  – объективтің,  $f_2$  –

окулярдың фокус арақашықтықтары.  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{d_1}{d_2}$  болғандықтан  $N = \frac{d_1}{d_2}$ ,

$d_1$  – объективтің,  $d_2$  – окулярдың диаметрлері.



7.1-сурет



7.2-сурет

• **Спектралдық прибордың бұрыштық дисперсиясы**

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

ал **сызықтық дисперсиясы**  $D^* = \frac{d\ell}{d\lambda}$ .

Бұрыштық және сызықтық дисперсия арасындағы байланыс

$$D^* = D \cdot f_2.$$

Мұндағы:  $d\varphi$  – бұрыштық қашықтық,  $d\ell$  – спектр сызықтарының арақашықтығы,  $d\lambda$  – толқын ұзындығының өзгерісі,  $f_2$  – камералық объективтің фокус арақашықтығы.

• Айдың жұлдыздарға қатысты Жерді айналып шығу периоды **жұлдыздық** не **сидерлік** деп аталады. Ал, Айдың бірдей тетеліс екі фаза аралығындағы уақыт мерзімі **синодтық** ай деп аталады. Сидерлік 27,3 тәулікке, ал синодтық ай 29,5 тәулікке тең.

• **Күн тәулігі** деп Күн центрінің екі жоғарғы (не төменгі) кульминациялары арасындағы орташа уақыт мерзімін айтады.

• Ескі стилдегі күнтізбені Созиген жасап, Ю.Цезарь енгізген (Юлиан күнтізбесі). Мұнда үш жылдың қатарынан ұзақтығы 365 тәулік те, ал төртінші жыл 366 тәулік болады.

• Жаңа стилдегі күнтізбе – **Григориан күнтізбесі** деп аталады. Мұнда жүздіктер саны 4-ке қалдықсыз бөлінетін жылдар Кібісі жылыға кірмейді. Мысалы: 1600, 2000, 2400 т.с.с.

• Дүниенің центрі етіп қозғалмайтын Жерді алған К.Птолемейдің **геоцентрлік жүйесі** II ғасырда жасалды.

• Дүниенің **гелиоцентрлік жүйесін** Н.Коперник (1473-1543) жасады. Мұнда Күн центр ретінде алынды.

• Планеталардың Жердің және Күннің өзара орналасуындағы кейбір ерекше қалыптарын планеталардың **конфигурациялары** деп атайды.

• **Кеплердің бірінші заңы.** Әр планета Күнді эллипс бойымен айналып шығады да, оның бір фокусында Күн тұрады.

• **Кеплердің екінші заңы.** Планеталардың радиус-векторы бірдей уақыт аралықтарында тең аудандар сызады.

• **Кеплердің үшінші заңы.** Планеталардың жұлдыздық айналу периодтары квадраттарының қатынасы олардың орбиталарындағы үлкен жарты остердің кубтарының қатынасындай болады:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad \text{немесе} \quad \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Мұндағы:  $M_1$  және  $M_2$  қандай да бір аспан денелерінің массалары;  $m_1$  және  $m_2$  олардың серіктірінің массалары.

• Шырақтан қарағанда көру сәулесіне перпендикуляр болып, Жер радиусы көрінетін бұрышты көкжиектік *параллакс* деп атайды (7.3-сурет). Сонда

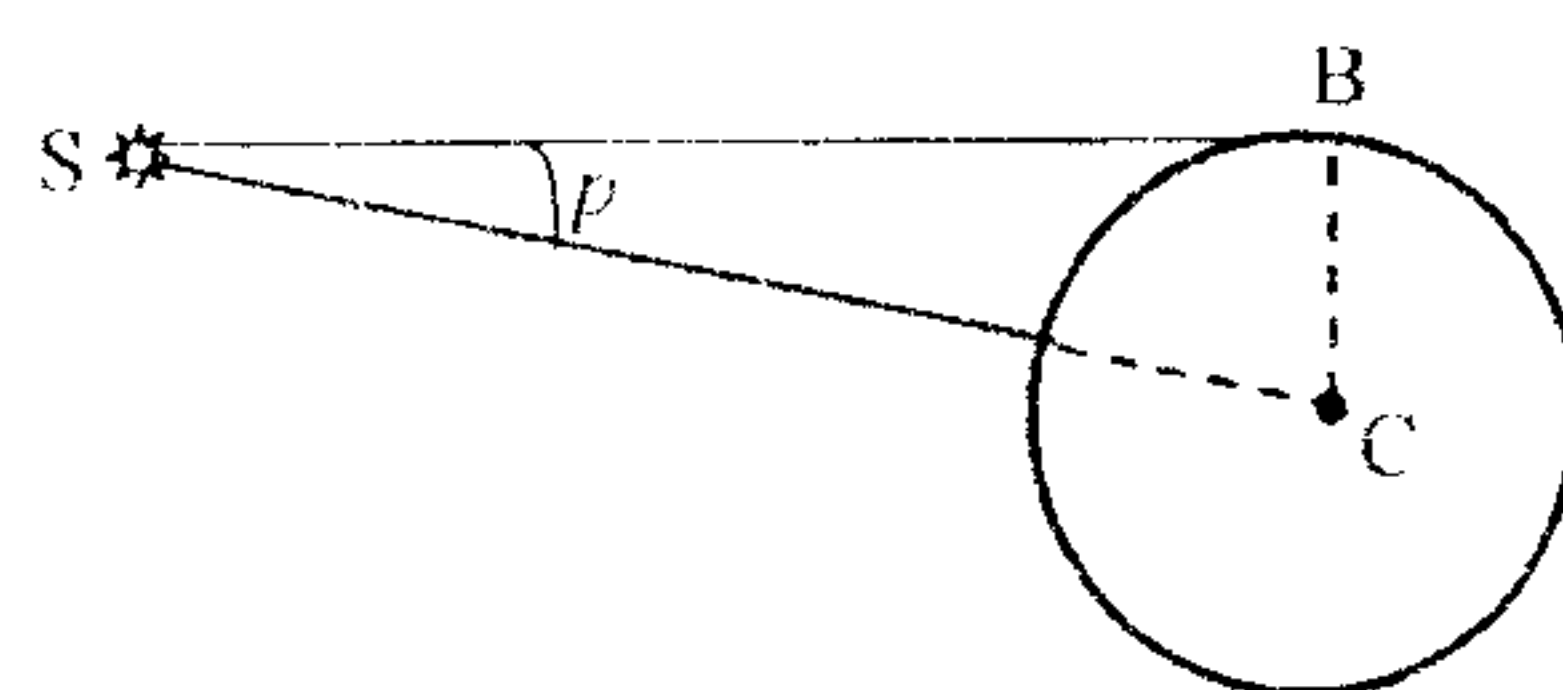
$$SC = \frac{BC}{\sin p} \text{ немесе } D = \frac{R}{\sin p}.$$

Мұндағы,  $R$  – Жер радиусы.

Егер  $p$  доғаның секундтарымен өрнектелсе, онда

$$\sin 1'' = \frac{1}{206265}, \text{ демек}$$

$$D = \frac{206265''}{p} R, \quad p - \text{аз болғандықтан } \sin p \approx p \text{ деп алынады.}$$



7.3-сурет

#### • Күн жүйесі денелерінің табиғаты

Астрономияда қашықтықты мынадай бірліктермен өлшейді:

- *1 а.б. (астрономиялық бірлік)* – Жерден Күнге дейінгі орташа қашықтық:  $1 \text{ а.б.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ;
- *1 ж.ж. (жарық жылы)* – 1 тропикалық жылда жарықтың жүріп өтетін жолы:  
 $1 \text{ ж.ж.} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ м}; \quad 1 \text{ ж.ж.} = 63239,7 \text{ а.б.}$
- *1 пк (парсек)* – жылдық параллакс бір секунд болатын жұлдызға дейінгі қашықтық  
 $1 \text{ пк} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ м}; \quad 1 \text{ пк} \approx 206265 \text{ а.б.}; \quad 1 \text{ пк} \approx 3,2 \text{ ж.ж.}$

#### • Жердің физикалық параметрлері:

- Жердің массасы  $M = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ ;
- Жердің орташа радиусы  $R = 6371,032 \text{ км}$ ;
- Экваториал және полярлық радиустарының айырымы  $\Delta R = 21,383 \text{ км}$ ;
- Жер бетінің ауданы  $S = 5,10 \cdot 10^{14} \text{ м}^2$ ;
- Жердің көлемі  $V = 1,083 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$ ;
- Жер затының орташа тығыздығы  $\rho = 5518 \text{ кг/м}^3$ ;
- Жердің бұрыштық айналу жылдамдығы  
 $\omega = 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$ ;
- Экватор нүктесінің сызықтық жылдамдығы  
 $v_3 = 465,1 \text{ м/с}$ ;
- Жердің Күн маңынан айнала қозғалуының орташа жылдамдығы  $v_0 = 29,76 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ;
- Жердің Күнді айналу периоды  $T = 365,26$  тәулік;
- Жердің апогейімен перигейіндегі жылдамдықтарының айырымы  $\Delta v = 1,00 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ;
- Жердің өз өсінен айналу уақыты  $t = 23 \text{ сағ } 56 \text{ мин } 4,09 \text{ с}$ ;
- Жер центрідегі қысым  $p = 3,53 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;

➤ Жер бетіне түсетін күн сәулесінің орташа қуаты

$$N_0 = 2 \cdot 10^{17} \text{ Вт};$$

➤ Жердің жасы  $\tau_0 \approx 4,5 \cdot 10^9$  жыл;

➤ Жердің орташа электр заряды  $Q_0 = 5,7 \cdot 10^5 \text{ Кл}$ ;

➤ Жер бетіндегі еркін түсу үдеуінің орташа мәні  
 $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

#### • Күннің физикалық параметрлері:

- Күннің массасы  $M_0 = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ;
- Күннің орташа радиусы  $R_0 = 696000 \text{ км}$ ;
- Жерден Күнге дейінгі орташа қашықтық  
 $r = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ;
- Күн затының орташа тығыздығы  $\rho_0 = 1410 \text{ кг/м}^3$ ;
- Күн тұрақтысы  $s_0 = 1,36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ ;
- Күннің сәуле шығаруының жалпы қуаты  
 $P_0 = 3,83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ ;
- Күннің сәуле шығаруынан 1 секундта массасының кемуі  
 $m_0 = 4 \cdot 10^9 \text{ кг/с}$ ;
- Күннің көрінерлік жұлдыздық шамасы  $m = -26,74$ ;
- Күн бетіндегі бірінші ғарыштық жылдамдық  
 $v = 6,18 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ;
- Күннің жасы 6 миллиард жыл шамасы;
- Күннің өз өсінен айналуы кезіндегі экватордағы сызықтық жылдамдық  $v_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ;
- Күннің абсолют жұлдыздық шамасы  $L_0 = +4,83$ ;
- Күн бетінің орташа температурасы  $T_0 = 6000^\circ \text{ К}$ ;
- Күннің Галактика центрінен айналу кезіндегі қозғалыс жылдамдығы  $u = 2,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ;
- Күннің Галактиканы айналып шығу периоды  $\tau_0 \approx 200$  миллион жыл;
- Күннің Галактика центрінен қашықтығы  $\ell = 1 \cdot 10^4 \text{ пк}$ ;
- Күн бетіндегі еркін түсу үдеуінің орташа мәні  
 $g_0 = 273,98 \text{ м/с}^2$ .

#### • Айдың физикалық параметрлері:

- Айдың массасы  $M_a = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ ;
- Айдың орташа радиусы  $R_a = 1738 \text{ км}$ ;
- Айдан Жерге дейінгі орташа қашықтық  $r_a = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$ ;
- Ай бетінің ауданы  $S_a = 3,79 \cdot 10^{13} \text{ м}^2$ ;
- Ай затының орташа тығыздығы  $\rho_a = 3340 \text{ кг/м}^3$ ;
- Ай бетіндегі еркін түсу үдеуінің орташа мәні  
 $g_a = 1,623 \text{ м/с}^2$ ;

- Ай бетіндегі *бірінші ғарыштық жылдамдық*  
 $v_a = 1,68 \cdot 10^3 \text{ м/с};$
- Айдың Жер маңынан орбиталды *айналу периоды*  
 $t_a = 27 \text{ тәулік } 7 \text{ сағ } 43 \text{ мин } 11,5 \text{ с};$
- Айдың өз өсінен *айналу периоды*  $T_a = 27 \text{ тәулік } 7 \text{ сағ } 43 \text{ мин } 11,5 \text{ с};$
- Ай *тәулігінің ұзақтығы*  $\tau_a = 29 \text{ тәулік } 12 \text{ сағ } 44 \text{ мин } 2,7 \text{ с}.$

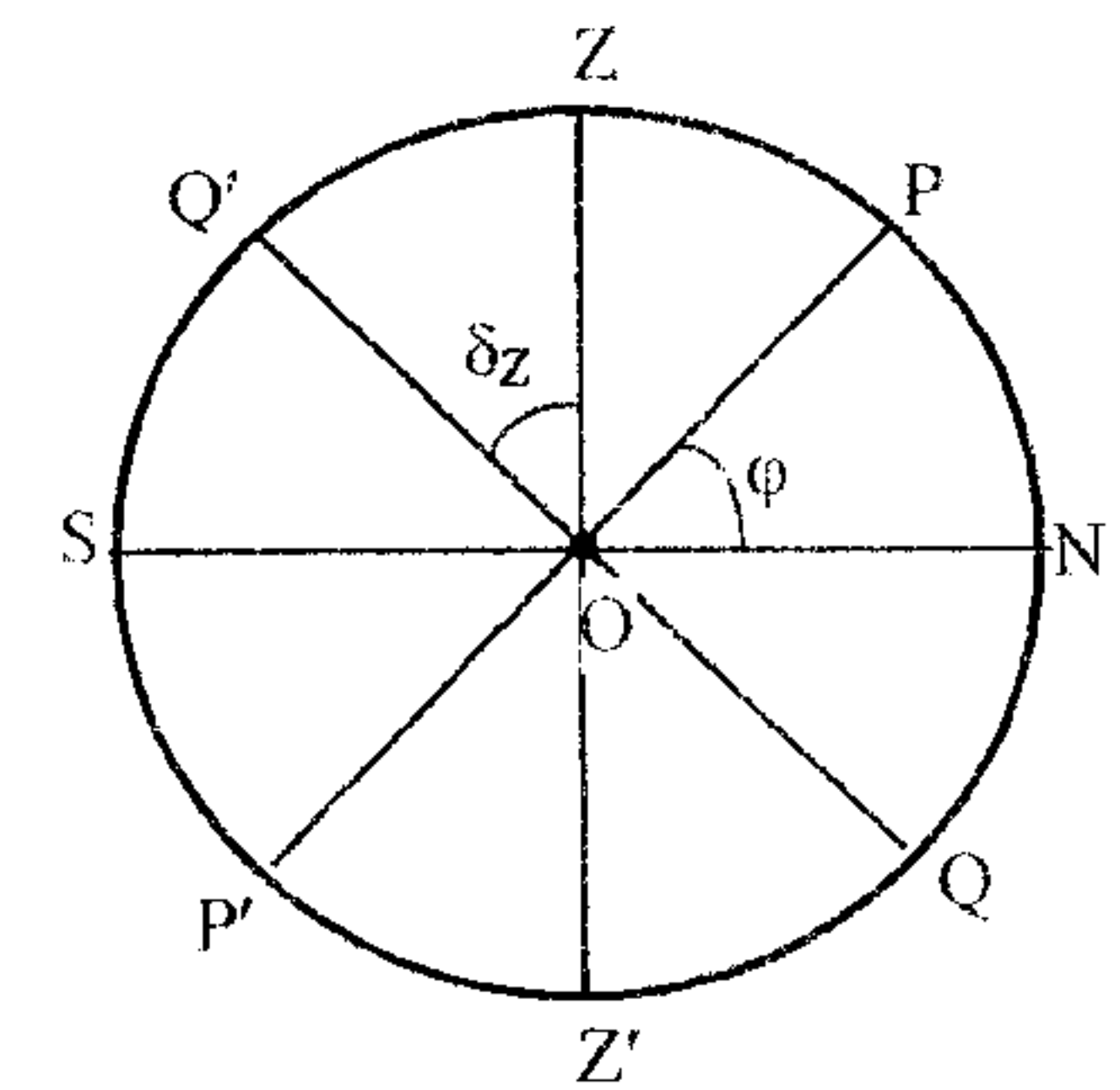
#### Күн жүйесі ғаламшарларының физикалық параметрлері

| р/ № | Физикалық параметрлері                           | Меркурий            | Шолпан               | Марс                 | Юпитер              | Сатурн               | Уран                | Нептун               | Плутон              |
|------|--------------------------------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 1.   | Массасы (т)                                      | $3,3 \cdot 10^{20}$ | $4,87 \cdot 10^{21}$ | $6,42 \cdot 10^{20}$ | $1,9 \cdot 10^{24}$ | $5,68 \cdot 10^{23}$ | $8,7 \cdot 10^{22}$ | $1,02 \cdot 10^{23}$ | $1,3 \cdot 10^{19}$ |
| 2.   | Экваторлық радиус (км)                           | 2439                | 6051                 | 3393                 | 71400               | 60330                | 26200               | 25230                | $\approx 560$       |
| 3.   | Орташа тығыздығы (кг/м <sup>3</sup> )            | 5430                | 5250                 | 3950                 | 1330                | 690                  | 1150                | 1550                 | 900                 |
| 4.   | Экватордағы еркін түсу үдеуі (м/с <sup>2</sup> ) | 3,7                 | 8,76                 | 3,76                 | 23,5                | 9,06                 | 9,8                 | 13,47                | 0,6                 |
| 5.   | Күн маңында айналуының орташа жылдамдығы (км/с)  | 47,8                | 34,9                 | 24,13                | 13,06               | 9,64                 | 6,80                | 5,4                  | 4,8                 |
| 6.   | Бірінші ғарыштық жылдамдық (км/с)                | 3                   | 6,2                  | 3,6                  | 43,6                | 26                   | 15,6                | 17                   |                     |
| 7.   | Күннен орташа қашықтығы (млн. км)                | 57,9                | 108,2                | 227,9                | 778,3               | 1427                 | 2870                | 4496                 | 5910                |
| 8.   | Күнді айналу периоды (тәулік, жыл)               | 88 т.               | 224,7 т.             | 686,9 т.             | 11,86 ж.            | 29,5 ж.              | 84,01 ж.            | 165 ж.               | 248,5 ж.            |
| 9.   | Өз өсінен айналу периоды (тәулік, сағат, минут)  | 58,6 т.             | 243 т.               | 24 с. 37 м.          | 9 с. 55 м.          | 10 с. 14 м.          | 17 с. 14 м.         | 18,24 с.             | 6,39 т.             |
| 10.  | Серіктерінің саны                                | —                   | —                    | 2                    | 16                  | 17                   | 15                  | 2                    | 1                   |

**7.1.1.** Көкжиек жазықтығымен дүние өсі арасындағы бұрыштың ( $\varphi$ ) экватор мен тіксызық арасындағы бұрышқа ( $\delta_z$ ) тең болатындығын дәлелдендер.

Шешуі: Есепті графиктік тәсілмен шешейік. Аспан сферасының проекциясын аспан меридианы жазықтығында салайық (7.4-сурет).

$QQ' \perp PP'$  және  $NS \perp ZZ'$  болғандықтан  $\angle NOP = \angle Q'OZ$ , өйткені өзара перпендикуляр қабырғалар арасындағы бұрыш. Демек, зениттің еңкейуі бақылау орнының географиялық ендігіне тең, яғни  $\delta_z = \varphi$ .



7.4-сурет

**7.1.2.** Надир сызығының солтүстігінен өтетін шырақтың төменгі кульминациясының биіктігін анықтайтын формуланы қорытып шығарындар.

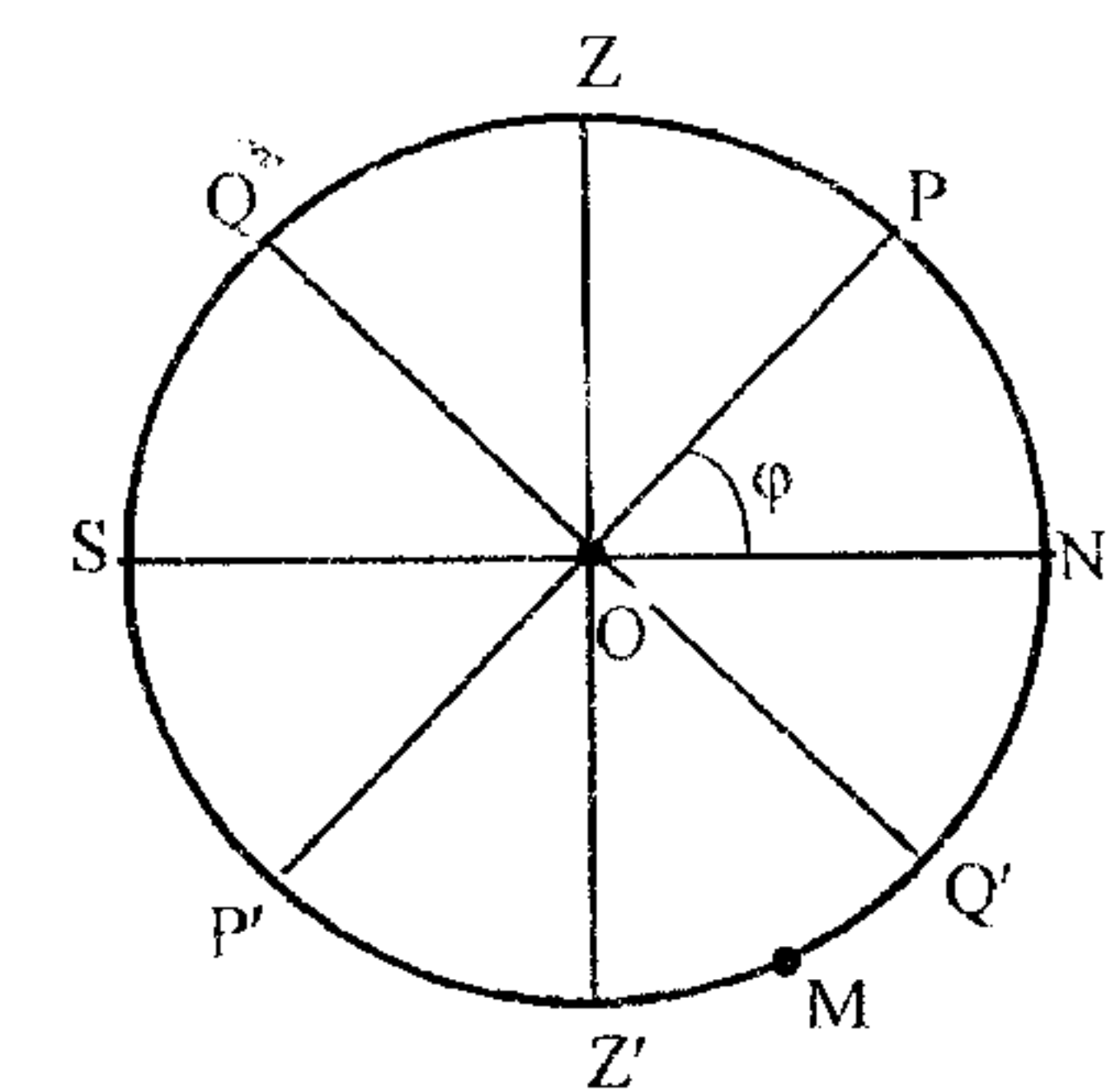
Шешуі: Аспан сферасының сызбасын пайдаланайық (7.5-сурет). Шырақ М нүктесінде кульминациялансын дейік. Сонда оның биіктігі NM доғасымен өлшенеді, демек

$$\widehat{NM} = \widehat{NQ'} + \widehat{Q'M}$$

Ал,  $\widehat{NQ'} = 90^\circ - \varphi$ , өйткені

$$\angle PON = \varphi \text{ және } \widehat{Q'M} = |\delta|.$$

Онда  $h_M = \widehat{NM} = 90^\circ - |\varphi| + |\delta|$



7.5-сурет

**Жауабы:**  $h_M = 90^\circ - |\varphi| + |\delta|.$

7.1.3. Дене салмағының географиялық ендікке тәуелділігін анықтаңдар.  $\omega$  – Жердің айналуының бұрыштық жылдамдығы,  $\varphi$  – ендік.

Берілгені:  $\omega; \varphi$   
 $P' = f'(\varphi) - ?$   
 Шешуі: Жер бетіндегі  $A$  нүктесінде  $m$  массалы денені қарастырайық (7.6-сурет). Сонда денеге ( $m$ ) екі күш әсер етеді. Олар:  $\vec{F}_m$  – Жер центріне бағытталған ауырлық күші,  $\vec{P}'$  – тіректің реакциясы және оның сан мәні дене салмағына тең.

Осы екі күштің теңәсерлі күші  $-Q$  денеге центрге тартқыш үдеу береді, сонда ол үдеу  $a = \omega^2 r$ , мұндағы  $r = R \cos \varphi$  ( $\varphi$  – географиялық ендік). Демек,  $Q = m\omega^2 R \cos \varphi$ . (1)

Үшбұрыш үшін косинустар теоремасынан

$$P' = \sqrt{Q^2 + F_m^2 - 2Q \cdot F_m \cos \varphi}. \quad (2)$$

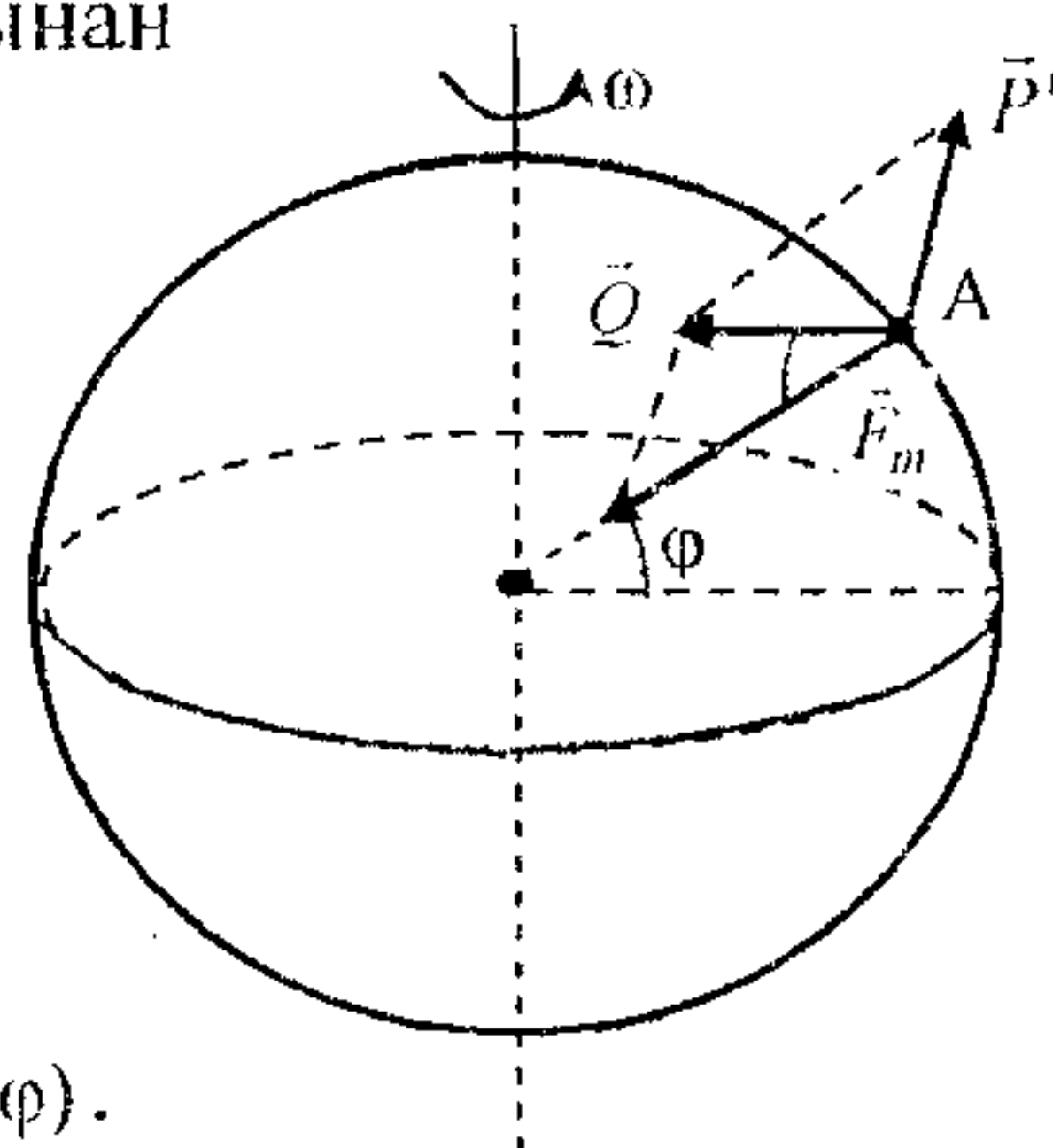
Енді  $F_m = \gamma \frac{mM}{R^2}$  екендігін және

(1)-ді ескерсек, онда (2) былай жазылады

$$P' = m \sqrt{\omega^4 R^2 \cos^2 \varphi + \gamma^2 \frac{M^2}{R^4} - 2\omega^2 \gamma \frac{M}{R} \cos \varphi}.$$

Ал,  $\gamma \frac{M}{R^2} = g$  десек, онда  $P' \approx m(g - \omega^2 R \cos^2 \varphi)$ .

Жауабы:  $P' \approx m(g - \omega^2 R \cos^2 \varphi)$ .



7.6-сурет

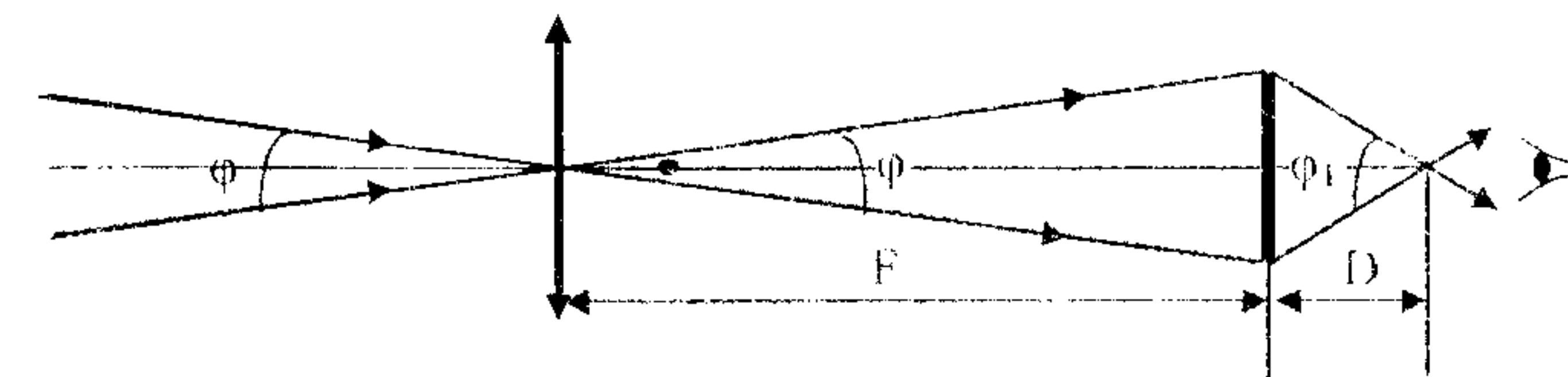
7.1.4. Каир қаласында Күн қай кезде зенитте болады?

Шешуі: Зениттің еңкеюі бақыланатын нүктенің географиялық ендігіне тең, яғни  $\delta_z = 30^\circ$ . Бірақ жыл бойына Күннің еңкеюі  $23^\circ 27'$ -дан артық болуы мүмкін емес, сондықтан Каирде ( $\varphi = 30^\circ$ ) Күн ешқашан зенитте бола алмайды.

Жауабы: Каир қаласында Күн зенитте бола алмайды.

7.1.5. Объективінің фокус арақашықтығы  $F = 3$  м астрономиялық бақылау түтігінің окулярын алып тастап, объективтің бас фокусында көзбен бақыланады. Түтік өте алыс нәрсеге бағытталған болса, осы жағдайдағы оның үлкейтуі неге тең?

Берілгені:  $F = 3$  м  
 $k - ?$   
 Шешуі: Бақылау түтігінің үлкейтуін мына формуламен анықтаймыз  $k = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$  немесе  $k = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ . (1)  
 Мұндағы,  $\varphi$  – көру бұрышы (7.7-сурет).



7.7-сурет

Бұл жағдайда объектив беретін кескінді, көз ең «жақсы көру» бұрышы –  $D$  қашықтықта бақылайды. Сонда көру түтігінің үлкейтуі

$$k = \frac{\varphi_1}{\varphi}. \quad (2)$$

Ал, көру бұрыштары кішкентай болғандықтан бұларды бұрыштың тангенсімен алмастыруға болады, сонда  $\frac{\varphi_1}{\varphi} \approx \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi}$ . Суреттегі

үшбұрыштардан  $k = \frac{\varphi_1}{\varphi} \approx \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi} = \frac{x}{x} = \frac{F}{D}$ . Мұндағы:  $x$  – объектив беретін

кескіннің жартысы;  $D = 0,25$  м – көздің ең «жақсы көру» қашықтығы.

$$k = \frac{3}{0,25} = 12; \quad k = 12.$$

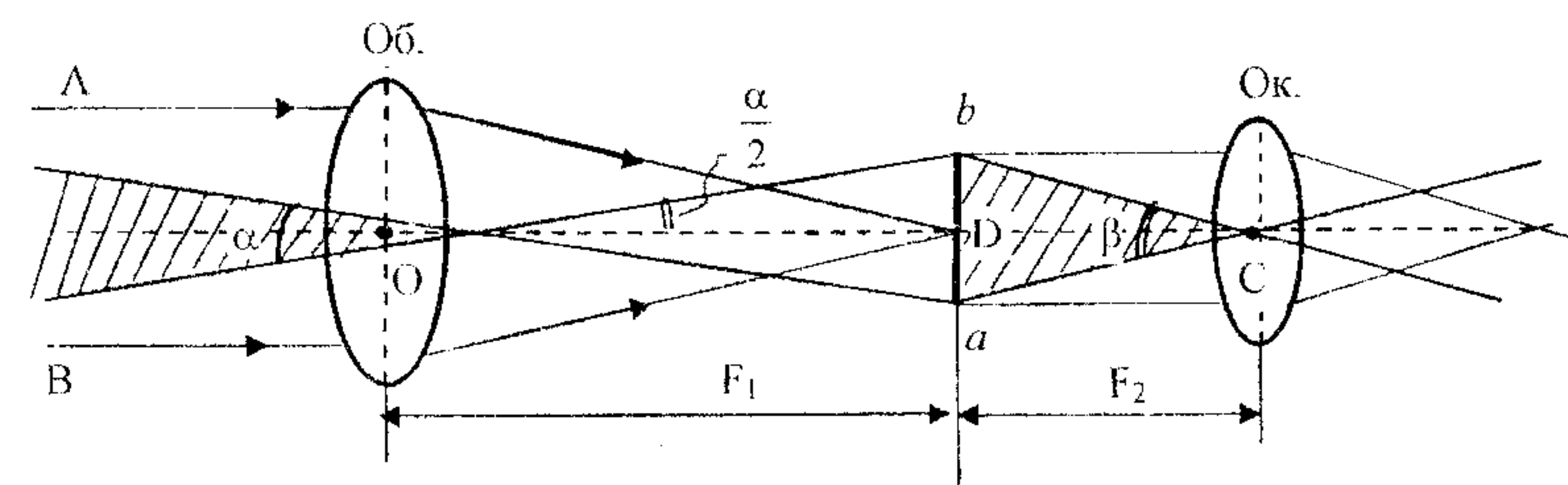
Жауабы:  $k = 12$ .

7.1.6. Телескопта көзбен бақылағанда оның бұрыштық үлкейтуі, объектив фокус арақашықтығының окуляр фокус арақашықтығына қатынасына тең болатындығын дәлелдеңдер.

Берілгені:  $F_1; F_2$   
 $k = \frac{F_1}{F_2} - ?$   
 Шешуі: Телескоптағы сәулелер жолын салайық (7.8-сурет). Мұндағы:  $\alpha$  – алыс дене көрінетін көру бұрышы;  $\beta$  – окулярдан алыс дене кескіні көрінетін көру бұрышы;  $ba$  – дене кескіні.

Сонда суреттен:

$$\triangle OBD \text{ -дан } \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{bD}{OD}. \quad (1) \quad \triangle CBD \text{ -дан } \tan \frac{\beta}{2} = \frac{bD}{DC}. \quad (2)$$



7.8-сурет

Телескоптың бұрыштық үлкейтуі  $k = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$  немесе  $k = \frac{\operatorname{tg} (\beta/2)}{\operatorname{tg} (\alpha/2)}$ .

(1) және (2)-ні ескерсек,  $k = \frac{bD \cdot OD}{DC \cdot bD}$  немесе  $k = \frac{OD}{DC}$ . Ал, суреттен  $OD = F_1$  және  $DC = F_2$ , демек  $k = \frac{F_1}{F_2}$ .

**Жауабы:**  $k = \frac{F_1}{F_2}$ .

**7.1.7.** Ұзындығы 30 см толқында жұмыс істейтін РАТАН-600 радиотелескопының айқындаушы бұрышын табыңдар.

**Берілгені:**  $\lambda = 30$  см  
 $\beta = ?$

**Шешуі:** 30 см = 0,3 м. Телескоптың айқындаушы бұрышын былай анықтаймыз  $\beta = \frac{\lambda}{D}$ .  $D = 600$  м, өйткені телескоп атауында берілген.

$$\beta = \frac{0,3 \text{ м}}{600 \text{ м}} = 0,0005 (\text{рад}) \approx 103''; \quad \beta \approx 103''.$$

**Жауабы:**  $\beta \approx 103''$ .

**7.1.8.** Телескоптың объективі мен окулярының атқаратын міндеті не?

**Жауабы:** Телескоп объективі жарықты жинайды, ал окуляр көзбен қарайтын кескінді салады.

**7.1.9.** Ай және ғаламшарларды зерттегенде 500-600 еседен артық үлкейтетін телескоптарды пайдаланбайтыны неліктен?

**Жауабы:** Өте үлкейтіп қараған кезде сезілетін ауаның қозғалысы кескінді қисайтып, бұзады.

**7.1.10.** Айдың Жерге салыстырғандағы бұрыштық жылдамдығы  $\omega_1 = 2,6 \cdot 10^{-6}$  рад/с, ал Жердің Күнге салыстырғандағы бұрыштық жылдамдығы  $\omega_2 = 2 \cdot 10^{-7}$  рад/с. Айдың фазалар ауысымы периодының және оның өстік айналу периодының айырымын табыңдар.

**Берілгені:**  $\omega_1 = 2,6 \cdot 10^{-6}$  рад/с;  
 $\omega_2 = 2 \cdot 10^{-7}$  рад/с  
 $p = ?; (p-s) = ?$

**Шешуі:** Синодтық қозғалыс теңдеуін пайдаланайық, сонда  $\left| \frac{1}{s} - \frac{1}{T} \right| = \frac{1}{p}$ . (1)  
Мұндағы:  $s$  – сидерлік айналу периоды;  $p$  – синодтық айналу периоды;  $T$  – жылдыздық жыл.

Сонда,  $T = \frac{2\pi}{\omega_2}$ ,  $s = \frac{2\pi}{\omega_1}$  екендігін ескерсек, онда (1)-ден

$$\frac{1}{p} = 2\pi \left( \frac{1}{2,6 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-7}} \right) \cdot \frac{1}{86400} \Rightarrow p = 2,55 \cdot 10^6 \text{ с} \quad \text{немесе}$$

$$p = 29,53 \text{ тәулік}. \quad (p-s) = 29,53 \text{ тәулік} - 27,3 \text{ тәулік} = 2,23 \text{ тәулік}.$$

**Жауабы:**  $p = 29,53$  тәулік;  $(p-s) = 2,23$  тәулік.

**7.1.11.** Меркурийде жыл ұзақтығы  $T = 88,0$  тәулікке созылады. Ал, Меркурийдің өз өсінен айналу периоды  $t = 58,7$  тәулік. Меркурий тәулігінің ұзақтығын табыңдар. Екі жағдайдағы айналу бағыттары бірдей екендігі белгілі.

**Берілгені:**  $T = 88,0$  тәулік;  
 $t = 58,7$  тәулік  
 $\tau = ?$

**Шешуі:** Айналу бағыттары сәйкес келетіндіктен бір жылдағы тәулік саны планетаның өз өсінен айналу санынан 1-ге кем болады, демек

$$\frac{T}{t} - 1 = \frac{T}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{T \cdot t}{T - t}.$$

$$\tau = \frac{88,0 \text{ тәулік} \cdot 58,7 \text{ тәулік}}{88,0 \text{ тәулік} - 58,7 \text{ тәулік}} \approx 176 \text{ тәулік}.$$

Бір қызығы  $\frac{\tau}{T} = 2$ , ал  $\frac{\tau}{t} = 3$  болады екен.

**Жауабы:**  $\tau \approx 176$  тәулік.

**7.1.12.** Сидерлік периоды синодтық периодына тең болса, осы периодтарды табыңдар. Күн жүйесінде қай планета осы шартты қанағаттандырады?

**Берілгені:**  $s = p$ ;  
 $T_0 = 365,25$  тәулік  
 $s = ?$

**Шешуі:** Синодтық қозғалыс үшін оның теңдеуін пайдалансақ, сонда  $\left| \frac{1}{s} - \frac{1}{T_0} \right| = \frac{1}{p}$ . Мұндағы:  $s$  – сидерлік, ал  $p$  – синодтық периодтар. Теңдеуден табатынымыз  $s = 2T_0$ .

$T_0 = 365,25$  тәулік екендігін ескерсек, онда

$$s = 2 \cdot 365,25 \text{ тәулік} = 370,5 \text{ тәулік}. \quad s = 370,5 \text{ тәулік}.$$

Оқулықтағы кестеден бұл периодтың Марс ғаламшарының сидерлік периодына жақын екендігін анықтаймыз.

**Жауабы:**  $s = 370,5$  тәулік.

**7.1.13.** Икар астероидінің синодтық периоды 14 жыл. Икардың сидерлік айналу периоды табыңдар.

**Берілгені:**  $p = 14$  жыл  
 $s = ?$

**Шешуі:**  $\left| \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{s} \right| = \frac{1}{p}$  формуласынан  $s = \frac{pT_{\oplus}}{p - T_{\oplus}}$ . Ал  $T_{\oplus} = 365,25$  тәулік немесе  $T_{\oplus} = 1$  жыл екендігін ескерсек, онда

$$s = \frac{14 \text{ жыл} \cdot 1 \text{ жыл}}{14 \text{ жыл} - 1 \text{ жыл}} = 1,07 \text{ жыл}.$$

**Жауабы:**  $s = 1,07$  жыл немесе  $s = 393,346$  тәулік.

**7.1.14.** Жер центрідегі орташа қысымды есептеңдер. Жердің орташа тығыздығы  $\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , ал радиусы  $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$  деп алыңдар.

**Берілгені:**

**Шешуі:**

$$\begin{array}{l} \rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} \\ p = ? \end{array}$$

Қысым  $p = \frac{F}{S}$  формуласымен анықталатындығы белгілі. Мұны Жер центріне қолдану үшін, Жерді жұқа сфералық қабаттарға бөліп, оның  $dr$  бөлігін қарастырайық (7.9-сурет),

мұнда  $dr \ll R$  болуы керек,  $r$  – осы қабаттың Жер центріне дейінгі қашықтығы. Сонда осы қабаттағы зат массасы  $\Delta m$ , Жерге оның төменгі ішіндегі зат массасы әсерінен ғана тартылысқа түседі,

демек  $dF_r = \frac{\gamma \Delta m \cdot m_0}{r^2}$ . Мұндағы,  $\Delta m = 4\pi r^2 \cdot dr \cdot \rho$  және  $m_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$

екендігін ескерсек, онда

$$dF_r = \frac{16\gamma\pi^2\rho^2r^3dr}{3}.$$

Ал,  $dp = \frac{dF_r}{S}$  болғандықтан

$$dp = \frac{4\pi\gamma\rho^2rdr}{3}. \quad (2)$$

Толық қысымды табу үшін (2)-ні интегралдасақ, сонда

$$p = \int_r^R dp = \int_r^R \frac{4\pi\gamma\rho^2r}{3} dr = \frac{2\pi\gamma\rho^2}{3} (R^2 - r^2).$$

Егер  $r = 0$  болса, онда (Жер центрі үшін)  $p = \frac{2\pi\gamma\rho^2}{3} R^2$ .

$$p = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \left(5,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)^2 \cdot (6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^2}{3} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}.$$

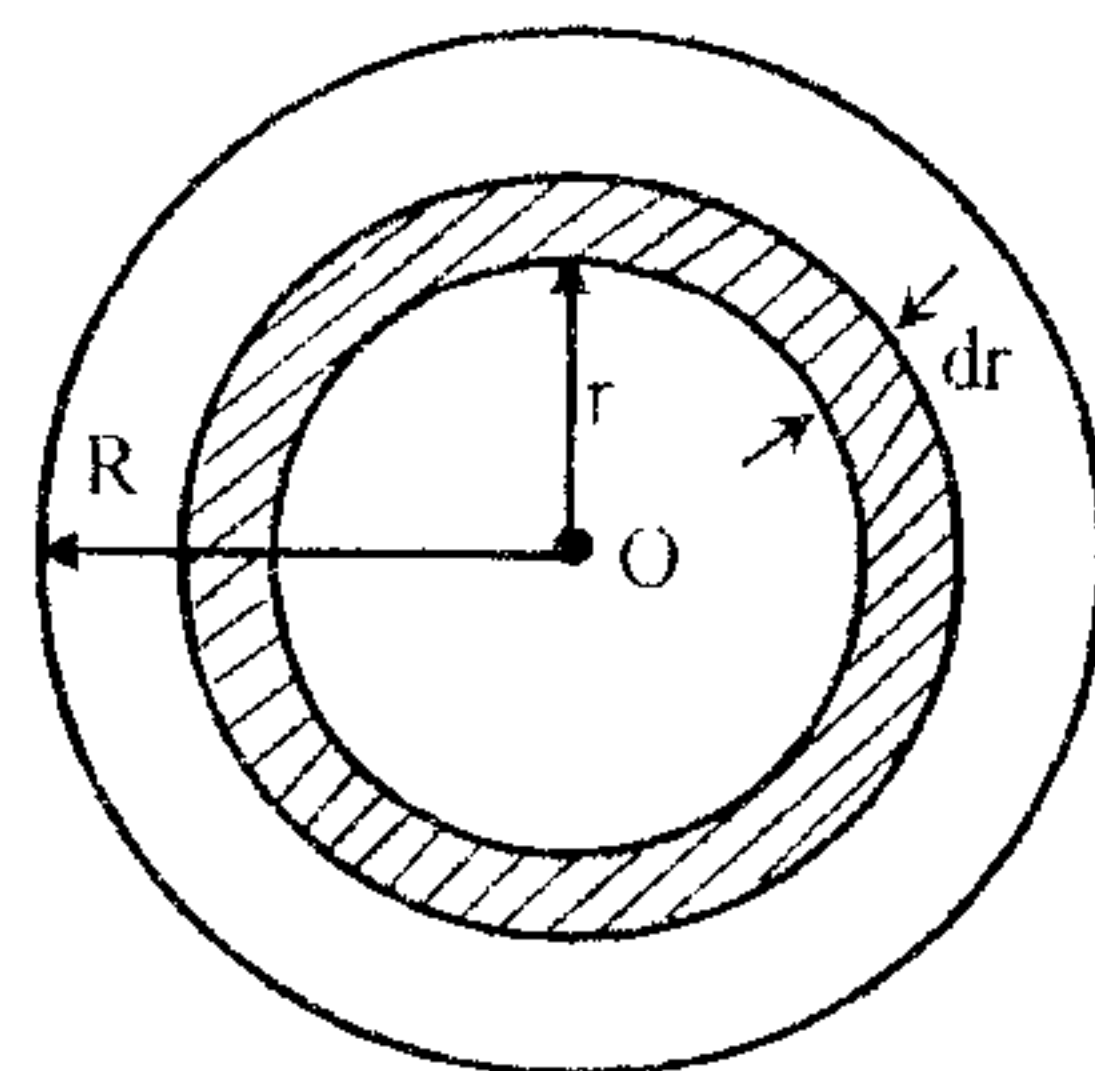
**Жауабы:**  $p \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

**7.1.15.** Неге жоғары температура болуына қарамастан Жер ядросының заты қатты күйінде болады?

**Жауабы:** Қазіргі геофизикалық деректер бойынша Жер ядросын үш бөлікке бөлуге болады.

**Сыртқы қабат** (2920 км-ден 4980 км-ге дейін, ол бүкіл Жер массасының 29,8%-ін құрайды. Бұл қабат балқыға - сұйық күйінде).

**Өтпелі қабат** (қалыңдығы 140 км шамасында).

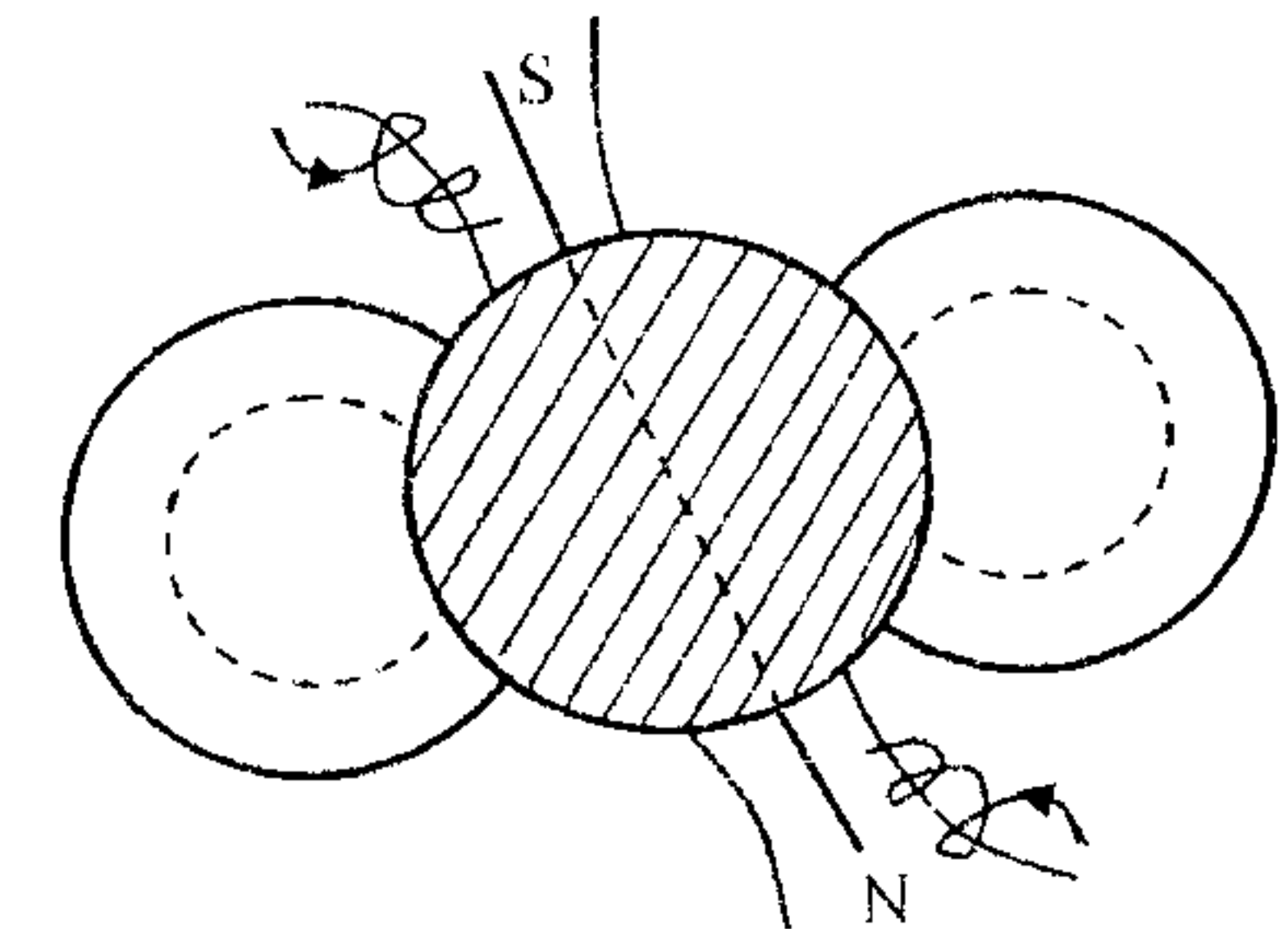


7.9-сурет

**Ішкі қабат** (оның радиусы 1250 км, Жер массасының 1,2%-ін құрайды. Сейсмикалық кума толқын бұл қабатта 11,4 км/с жылдамдықпен тарайды, ал көлденең толқынның таралуы баяу, шамамен 3,6 км/с. Осы және басқа мәліметтер бұл қабатты құрайтын заттың қатты күйде екендігін көрсетті. Мұның себебі неде? Ойткені ішкі ядродағы қысым өте жоғары. Ал, қысымның артуына қарай заттың балқу температурасы жоғарылайды. Мысалы, темір үшін әрбір 10 атм қысымның артуы оның балқу температурасын  $0,03^\circ\text{C}$ -қа көтереді. Есептеулер ішкі ядроның температурасы 3000-4000K екендігін көрсетеді. Ал мұндай температурада ядродағы зат (болжам бойынша темір) балқымайды.

**7.1.16.** Ғарыштық бөлшектер Жерге жақындаған сайын олар қозғалатын бұрандалық сызықтың радиусы кішірейе береді (7.10-сурет). Мұның себебі неде?

**Жауабы:** Зарядталған ғарыштық бөлшектер Жердің магнит өрісінде қозғалғанда оған Лоренц күші әсер етеді, осы күштің әсерінен бөлшектер радиусы  $R = \frac{mv}{qB}$  (1) бұранда сызығы бойымен қозғалады.



7.10-сурет

Бөлшек Жерге жақындаған сайын, біріншіден, Жердің магнит өрісінің индукциясы  $B$  артады, екіншіден, бөлшек жылдамдығы атмосферада тежелуі нәтижесінде кемиді. Ал, (1)-ден байқағанымыздай  $R \sim \frac{v}{B}$ , демек  $R$ -мәні кемиді. Онда ғарыштық бөлшектің қозғалатын бұрандалық сызығының радиусы кемитін болады.

**7.1.17\*.** Терең шахтадағы массасы  $m$  дене Жер центріне қандай күшпен тартылады? Денеден Жер центріне дейінгі қашықтық  $r$ , ал Жер тығыздығы барлық жүйеде бірдей және  $\rho$ -ға тең деп алыңдар.

**Берілгені:**

$$\begin{array}{l} m; r; \rho \\ F = ? \end{array}$$

**Шешуі:** Дене  $A$  нүктесінде орналассын дейік (7.11-сурет). Әуелі  $m$  денесіне  $r$  радиусты сферадан тыс жатқан бөлігінің әсері болмайтындығын дәлелдейік. Ол үшін  $\sigma_1$  және  $\sigma_2$  беттерімен шектелген жұқа

қабатшаларды қарастырайық. Бұл беттер  $BC$  жасаушының  $K_1K_2$  өсі бойынан айналуы арқылы пайда болған конустың сферадағы бөлігі

(табаны). Бұл беттердің аудандары  $S_1 = \frac{(AK_1)^2 \omega}{\cos \alpha_1}$  және  $S_2 = \frac{(AK_2)^2 \omega}{\cos \alpha_2}$ ,

ал олардың массалары  $m_1 = S_1 \rho_0$  және  $m_2 = S_2 \rho_0$ . Мұндағы:  $\rho_0$  – беттік тығыздық,  $\omega$  – төбесі А нүктесіндегі денелік бұрыш.

$\alpha_1 = \alpha_2$ , өйткені  $OK_1K_2$  теңбүйірлі үшбұрыш, ( $OK_1 = OK_2 = R$  – Жер радиусы), ал  $\alpha_1$  және  $\alpha_2$  оның табанындағы бұрыштар. Сонда осы элементтер тарапынан А нүктесіндегі денеге әсер ететін күштер

$$F_1 = \gamma \frac{m \cdot m_1}{(AK_1)^2} \quad \text{және} \quad F_2 = \gamma \frac{m \cdot m_2}{(AK_2)^2}$$

$$\text{немесе} \quad F_1 = \gamma \frac{m \cdot (AK_1)^2 \omega \rho_0}{\cos \alpha_1 (AK_1)^2} \quad \text{және}$$

$$F_2 = \gamma \frac{m \cdot (AK_2)^2 \omega \rho_0}{\cos \alpha_2 (AK_2)^2}.$$

$\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2$  болғандықтан  $F_1 = F_2$ .

Осындай талдау арқылы А нүктедегі  $m$  массалы денеге сыртқы қабаттардан болатын әсер нөлге тең болатындығын дәлелдеуге болады. Демек,  $m$  массалы денеге  $r$ -ден төмен жатқан сфера бөлігі ғана әсер етеді екен. Осы әсерді анықтайық. Сонда,  $F = \gamma \frac{m \cdot M}{r^2}$ , мұндағы  $M$  – радиусы  $r$  – сфераның массасы.  $M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$  екендігін ескерсек  $F = \gamma \frac{4}{3} \pi m r \rho$ .

$$\text{Жауабы: } F = \gamma \frac{4}{3} \pi m r \rho.$$

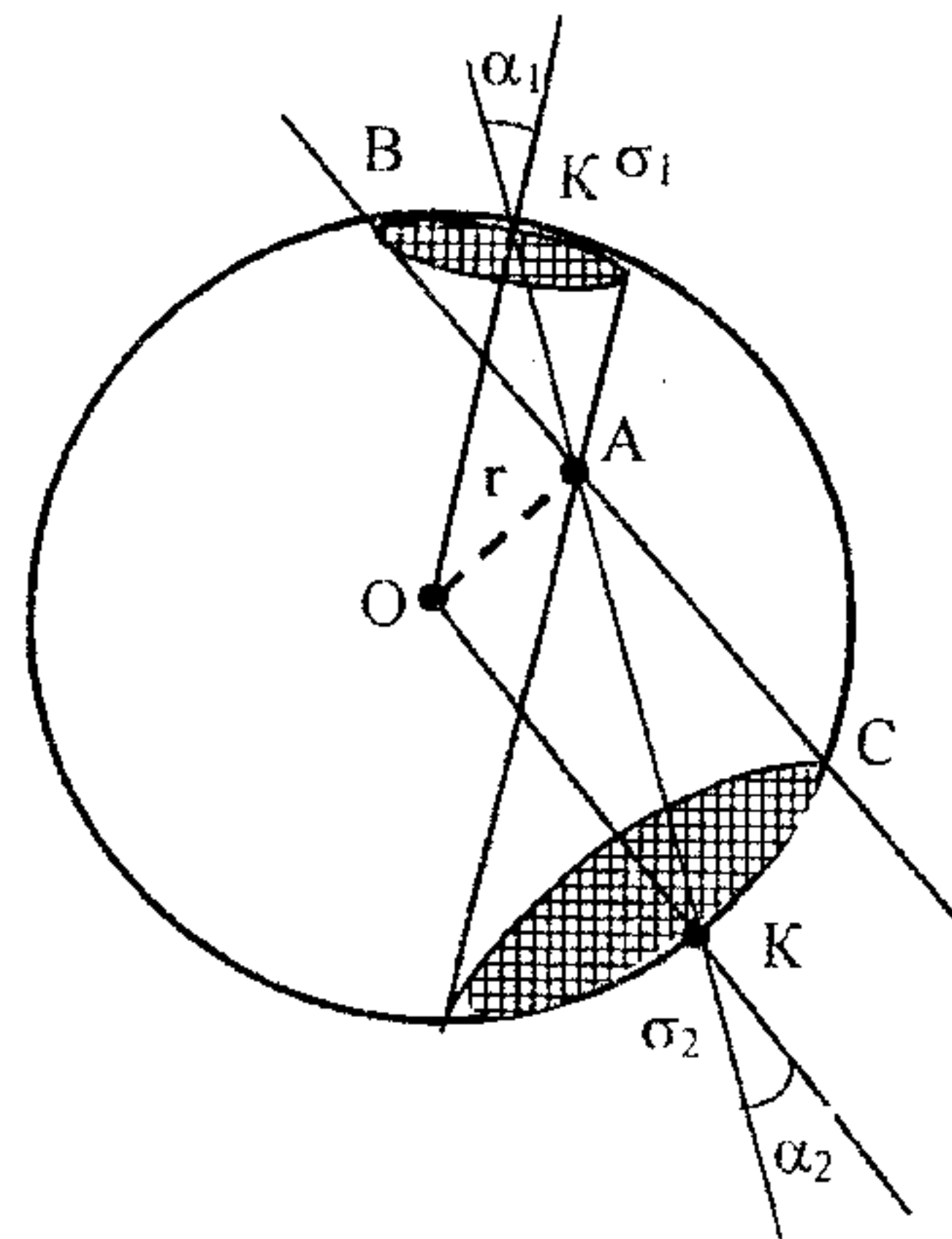
**7.1.18.** Жер шарын соққысымен күйрететін аспан денесінің (астероидтің) массасы және жылдамдығы қандай болуы керек?

Шешуі: Соғатын дене Жерге салыстырғанда  $v$  жылдамдықпен қозғалатын болсын, сонда оның Жер шарын күйретуге жұмсайтын энергиясы  $W = \frac{mv^2}{2}$ . (1) Расында да соққыдан кейінгі Жер-дене

жүйесі импульсінің сақталу заңынан  $u = \frac{mv}{M+m}$ . (2) Мұндағы:  $m$  – дене массасы,  $M$  – Жер массасы,  $u$  – Жер-дене жүйесінің жылдамдығы.

Күйретуге жұмсалатын жылу энергиясы, энергияның сақталу заңынан

$$Q = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2}.$$



7.11-сурет

(2)-ні ескерсек, онда  $Q = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{M}{M+m}$ . Егер  $m \ll M$  болса, онда

$Q = \frac{mv^2}{2}$ . (3) Біз (1) өрнекті алдық.  $Q$  жылуы Жерді толығымен балқу температурасына дейін қыздыруға және толығымен буландыруға жұмсалады, яғни

$$Q = Mc\Delta T + Mr. \quad (4)$$

Мұндағы:  $c$  – Жер затының меншікті жылу сыйымдылығы,  $\Delta T$  – балқудың орташа температурасы,  $r$  – Жер затының меншікті булану жылуы.

(3) және (4)-ті ескерсек  $\frac{Q}{M} = \frac{c\Delta T + r}{1} = \frac{mv^2}{2M}$  немесе  $\frac{m}{M} = \frac{2(c\Delta T + r)}{v^2}$ .

$$\text{Сан мәндерін қойсақ, } \frac{m}{M} = \frac{2 \cdot \left( 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ К} + 2 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)}{\left( 7 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} \approx \frac{1}{500}.$$

Дене массасы оның көлеміне, ал көлемнің шар радиусы кубына пропорционал екендігі белгілі, демек соғатын дене радиусы  $r = \frac{R}{\sqrt[3]{500}}$ -мен анықталады. Демек, бұл дене радиусы Жер радиусының  $\frac{1}{8}$ -не тең, яғни шамамен  $r \approx 800$  км болуы керек.

Жауабы:  $r \approx 800$  км;  $v = 7 \cdot 10^4$  м/с.

**7.1.19.** Жерге салыстырғанда 20 км/с жылдамдықпен қозғалатын радиусы  $R = 5000$  м, ал тығыздығы  $\rho = 3000$  кг/м<sup>3</sup> ғарыш денесі Жерге түсетін болса қандай энергия бөлінер еді?

|                                 |                                                                                                  |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Берілгені:                      | Шешуі: 20 км/с = $2 \cdot 10^4$ м/с.                                                             |
| $R = 5000$ м;                   | Құлаған дененің кинетикалық энергиясы                                                            |
| $v = 20$ км/с;                  | $\epsilon = \frac{mv^2}{2}$ , мұндағы $m = \rho \cdot V$ немесе $m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ , |
| $\rho = 3000$ кг/м <sup>3</sup> | демек $\epsilon = \frac{2\pi \rho R^3 v^2}{3}$ .                                                 |
| $\epsilon = ?$                  |                                                                                                  |

$$\epsilon = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (5 \cdot 10^3 \text{ м})^3 \cdot \left( 2 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2}{3} \approx 3 \cdot 10^{23} \text{ Дж}.$$

$$\epsilon \approx 3 \cdot 10^{23} \text{ Дж}.$$

Бұл орасан зор энергия, салыстыру үшін мына дерекке жүгінейік. Қуаты 5 МВт сутегі бомбасы жарылысы кезде  $5,7 \cdot 10^{16}$  Дж энергия бөлінеді екен. Ал  $3 \cdot 10^{23}$  Дж энергия дегеніміз осындай

бомбаның 5 миллионы бір мезгілде жарылу кезінде бөлінетін энергиямен эквивалентті болады.

**Жауабы:**  $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{23}$  Дж.

**7.1.20.** Жер бетінен  $h$  биіктікке көтерілгенде еркін түсу үдеуінің өзгерісін есептендер.  $h_1 = 22$  км,  $h_2 = 1000$  км болғанда осы өзгерісті есептендер. Жердің орташа тығыздығы  $\rho = 5,52 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**Берілгені:**  $h_1 = 22$  км;  $h_2 = 1000$  км;  $\rho = 5,52 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>  
**Шешуі:**  $22$  км  $= 2,2 \cdot 10^4$  м;  $1000$  км  $= 10^6$  м;  
 Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі үшін  
 $g_1 = \gamma \frac{M}{R^2}$ , ал Жер бетінен  $h$  биіктікке көтерілгендігі еркін түсу үдеуі  $g_2 = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$ .

Еркін түсулердің айырымы

$$\Delta g = g_1 - g_2 = \gamma M \left( \frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R+h)^2} \right) \text{ немесе } \Delta g = \frac{\gamma M (2Rh + h^2)}{R^2 (R+h)^2}.$$

1) Егер  $h \ll R$  болса, онда  $\Delta g = \frac{2\gamma M h}{R^3}$ . Енді  $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$  екендігін ескерсек, онда  $\Delta g = \frac{8\pi}{3} \gamma h \rho$ .

2) Егер  $h \geq R$  болса, онда  $\Delta g = \frac{4\pi \gamma h \rho}{3} \left( \frac{2R+h}{R^2 (R+h)^2} \right)$ .

$$\Delta g_1 = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{K^2} \cdot 2,2 \cdot 10^4 \cdot 5,52 \cdot 10^3 \frac{K^2}{M^3}}{3} = 6,8 \cdot 10^{-2} \frac{M}{c^2}.$$

$$\Delta g_1 = 6,8 \cdot 10^{-2} \frac{M}{c^2}.$$

$$\Delta g_2 = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{K^2} \cdot 10^6 \cdot 5,52 \cdot 10^3 \frac{K^2}{M^3}}{3} = 3,1 \frac{M}{c^2}.$$

**Жауабы:**  $\Delta g = \frac{4\pi \gamma h \rho}{3} \left( \frac{2R+h}{R^2 (R+h)^2} \right)$ ,  $h \geq R$ ;  $\Delta g = \frac{8\pi}{3} \gamma h \rho$ ,  $h \ll R$  болса;

$$\Delta g_1 = 6,8 \cdot 10^{-2} \frac{M}{c^2}; \quad \Delta g_2 = 3,1 \frac{M}{c^2}.$$

**7.1.21.** Серікті Жер бетінен  $h = 3200$  км биіктікке көтеру үшін істелген жұмыстың, сол биіктікте дөңгелек орбита бойымен ұшыру жұмысына қатынасын табындар.

**Берілгені:**  $h = 3200$  км  
**Шешуі:**  $3200$  км  $= 3,2 \cdot 10^6$  м.  
 Жер бетінен  $h$  биіктікке көтеру жұмысы  
 $A_k = W_n - W_0$ . (1)

Мұндағы  $W_n = -\gamma \frac{Mm}{R+h}$  бұл Жер бетінен  $h$  биіктіктегі серіктің потенциалдық энергиясы;  $W_0 = -\gamma \frac{Mm}{R}$  бұл серіктің Жер бетіндегі энергиясы. Сонда (1)-ден

$$A_k = -\gamma \frac{Mm}{R+h} + \gamma \frac{Mm}{R} = \gamma Mm \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right).$$

$$\gamma \frac{M}{R^2} = g \text{ екендігін ескерсек, онда } A_k = mg \left( \frac{hR}{R+h} \right). \quad (2)$$

Енді серікті осы  $h$  биіктікте дөңгелек орбита бойымен қозғалту үшін оған кинетикалық энергия беру керек және  $W_k = \frac{mv^2}{2} = A_v$ . (3)

Екінші жағынан  $v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$  екендігін ескерсек, онда (3)-ден

$$A_v = \frac{mg}{2} \left( \frac{R^2}{R+h} \right). \quad (4)$$

$$(2) \text{ және } (4)\text{-тен } n = A_k / A_v = \frac{2h}{R}; \quad n = \frac{2h}{R}, \quad n = \frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^6 \text{ м}}{6,47 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx 1; \quad n \approx 1.$$

**Жауабы:**  $n = A_k / A_v = 1$ .

**7.1.22.** Эквиваленттік принципін пайдаланып, Жер маңында (немесе басқа ғаламшарда) айналған ғарыш кемесі ішіндегі салмақсыздық құбылысын түсіндіріңдер.

**Шешуі:** Ғаламшар сыртында айналып жүрген ғарыш кемесі – ғаламшар центріне бағытталған  $g = \gamma \frac{M}{R^2}$  үдеумен қозғалатын инерциалды емес санақ жүйесі. Кеме ішіндегі денеге екі:  $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$  тар-

тылыс күші және  $J_n = \frac{mv^2}{R}$  центрден тепкіш инерция күші әсер етеді.  $F$  күшінің бағыты Жер центріне бағытталған да  $J_n$  оған қарама-қарсы бағытталған. Бұл күштердің теңәсерлі күші нөлге тең болғандықтан денелер ғарыш кемесіне салыстырғанда салмақсыз болады.

**7.1.23.** Салмақсыздықтың қандай биологиялық әсерлері бар?

**Жауабы:** Барлық жанды ағзалылар эволюция барысында ауырлық күшінің әсеріне бейімделген және де Жер жағдайында ауырлық

күшінің үдеуі шамамен  $10 \text{ м/с}^2$ -қа тең. Сондықтан салмақсыздық тірі ағзалыларға үлкен әсері бар. Мысалы: өсудің ауырлық күшіне қарсы бағытталуы (геотропизм); қан айналымның өзгеруі; сүйек жасушалары беріктігінің кемуі; қан құрамында эритроциттердің азаюы; сұйықтықты жоғалту т.б.с.с.

**7.1.24.** Серік Жер бетінен үнемі бірдей қашықтықта болуы үшін оны қандай биіктіктен ұшуу керек?  $g = 10 \text{ м/с}^2$  деп алыңдар.

*Берілгені:*  $g = 10 \text{ м/с}^2$   
*Шешуі:* Серікке ауырлық күші әсер етеді және осы күштің әсерінен ол центрге тартқыш үдеу алады, яғни  $H = ?$

$$mg_1 = \frac{mv^2}{R_0 + h} = m\omega^2(R_0 + h) \Rightarrow (R_0 + h) = \frac{g_1}{\omega^2}. \quad (1)$$

$g_1$ -ді табу үшін  $mg = \gamma \frac{mM}{R_0^2}$  және  $mg_1 = \gamma \frac{mM}{(R_0 + H)^2}$  өрнектерінен

$$\frac{g_1}{g} = \frac{R_0^2}{(R_0 + H)^2} \Rightarrow g_1 = \frac{R_0^2 g}{(R_0 + H)^2}. \quad (2)$$

(2)-ні (1)-ге қойсақ  $(R_0 + H) = \frac{R_0^2 g}{\omega^2 (R_0 + H)^2} \Rightarrow R_0 + H = \sqrt[3]{\left(\frac{R_0}{\omega}\right)^2 g}$

немесе  $H = \sqrt[3]{\left(\frac{R_0}{\omega}\right)^2 g} - R_0$ . Мұндағы  $R_0$  — Жер радиусы.

$$H = \sqrt[3]{\left(\frac{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}}{7,26 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}}}\right)^2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} - 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} \approx 3,6 \cdot 10^7 \text{ м}.$$

*Жауабы:*  $H \approx 3,6 \cdot 10^7 \text{ м}$ .

**7.1.25.** Жердің солтүстік полюсінен тік бағытта бастапқы  $v_0$  ( $v_0 < v_2$ ) жылдамдықпен зымыран ұшырылды. Зымыранның ең жоғары көтерілу биіктігін және траекторияның кез келген нүктесіндегі жылдамдығын анықтаңдар. Ауа кедергісін және Ай, Күн тағы басқа аспан денелерінің зымыранға әсерін есепке алмаңдар.

*Берілгені:*  $v_0$  ( $v_0 < v_2$ )  
*Шешуі:*  $v_2$  дегеніміз екінші ғарыштық жылдамдық. Энергияның сақталу заңын пайдалансақ  $W_0 = W$ , мұндағы  $W_0$  — бастапқы,  $W$  — кейінгі толық энергиялар. Сонда

$$\frac{mv_0^2}{2} - \gamma \frac{mM}{R} = \frac{mv^2}{2} - \gamma \frac{mM}{h}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m$  — зымыранның,  $M$  — Жердің массалары;  $v_0$  — зымыранның бастапқы,  $v$  — кез келген  $h$  биіктіктегі жылдамдықтары.

$$h_{\max} \text{ болғанда } v = 0 \text{ болады, сонда } h_{\max} = \frac{2\gamma MR}{2\gamma M - v_0^2 R}. \quad (2)$$

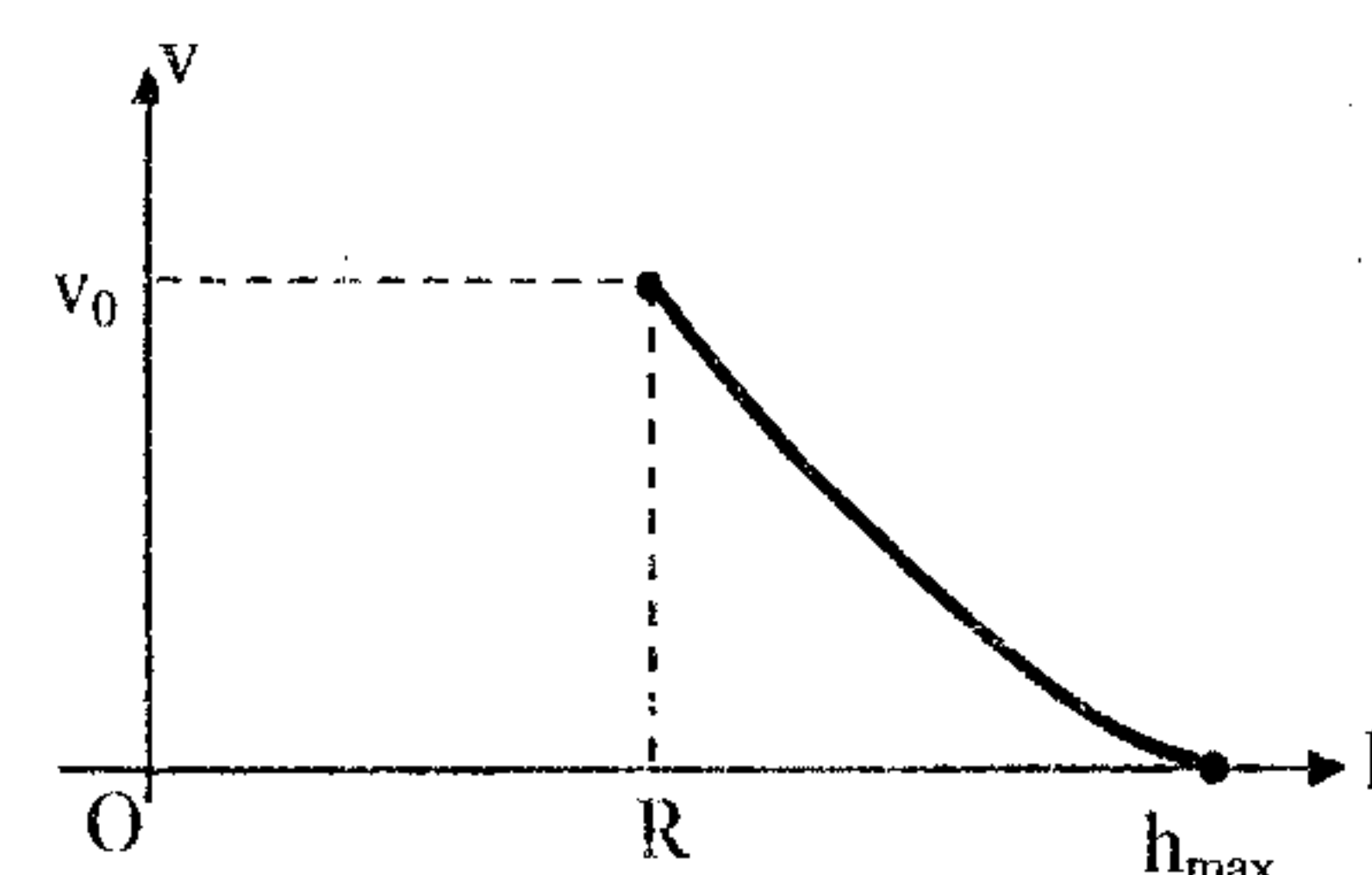
Егер  $v_0 = v_1$  ( $v_1$  — бірінші ғарыштық жылдамдық) болса, онда  $v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$ , демек  $h_{\max} = \frac{2\gamma MR}{2\gamma M - \gamma M} = 2R$ . (1)-ден зымыранның кез келген уақыт мезетіндегі жылдамдығын таба аламыз, сонда

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma M \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{h} \right)}. \quad (3)$$

(3)-ден  $v = f(h)$  тәуелділігін график түрінде кескіндеп көрсетейік (7.12-сурет).

*Жауабы:*  $h_{\max} = \frac{2\gamma MR}{2\gamma M - v_0^2 R}$ ;

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma M \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{h} \right)}.$$



7.12-сурет

**7.1.26.** Жер бетінен  $R = 3R_0$  қашықтықта дөңгелек орбита бойымен серік қозғалады.  $R_0$  — Жер радиусы. Тежелу құрылғысының әсерінен серік жылдамдығы азайып, ол Жер бетін жанап өтетін эллипс бойымен қозғала бастады. Серік қанша уақытта Жер бетіне қонады?

*Берілгені:*  $R = 3R_0$   
*Шешуі:* Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (7.13-сурет). Серік тежелгеннен кейін үлкен жарты өсі  $a = \frac{R + R_0}{2}$  (1) болатын эллипс бойымен қозғалады.

Енді бұған Кеплер заңын қолдансақ  $\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{a}{R}\right)^3$ . (2) Серіктің

дөңгелек орбитамен қозғалыс периодын  $\frac{\gamma M}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T_0^2}$  теңдеуінен

табамыз. Ал,  $\gamma M = gR_0^2$  скендігін ескерсек, онда  $T_0^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{gR_0^2}$ . (3)

(3) және (2)-ден  $\frac{T^2 g R_0^2}{4\pi^2 R^3} = \frac{a^3}{R^3}$  немесе

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{g R_0^2} \Rightarrow T = \frac{2\pi\sqrt{a^3}}{R_0\sqrt{g}}.$$

Енді (1)-ді ескерсек

$$T = \frac{2\pi}{R_0\sqrt{g}} \sqrt{\left(\frac{R+R_0}{2}\right)^3}.$$

$$T = \frac{2\pi}{R_0\sqrt{g}} \sqrt{\left(\frac{3R_0+R_0}{2}\right)^3} = 4\pi\sqrt{\frac{2R_0}{g}}.$$

Ал, серіктің тежелуінен бастап Жерге қонғанға дейін өтетін уақыт  $t = \frac{T}{2}$ , онда  $t = 2\pi\sqrt{\frac{2R_0}{g}}$ .

$$t = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 64 \cdot 10^6 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 7,15 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 2 \text{ сағ.} \quad t \approx 2 \text{ сағ.}$$

Жауабы:  $t \approx 2$  сағат.

**7.1.27.** Экватордан ұшырылған Жердің жасанды серігі Жерді дөңгелек орбитамен, оның айналу бағытында қозғалады. Егер Жер серігі өзі ұшырылған нүктенің үстінен тура екі тәулік сайын өтетін болса, оның орбитасы радиусының Жер радиусына қатынасы қандай болғаны?

Берілгені: Шешуі: 24 сағат = 24·3600 с.

$T_{\text{ж}} = 24$  сағат; Серіктің бұрыштық жылдамдығын  $\omega_c$  деп, ал Жердікін  $\omega_{\text{ж}}$  деп алайық. Сонда екі жағдай болуы мүмкін:

$\frac{r}{R} = ?$  1-жағдай:  $\omega_c > \omega_{\text{ж}}$ , онда есеп шарты бойынша

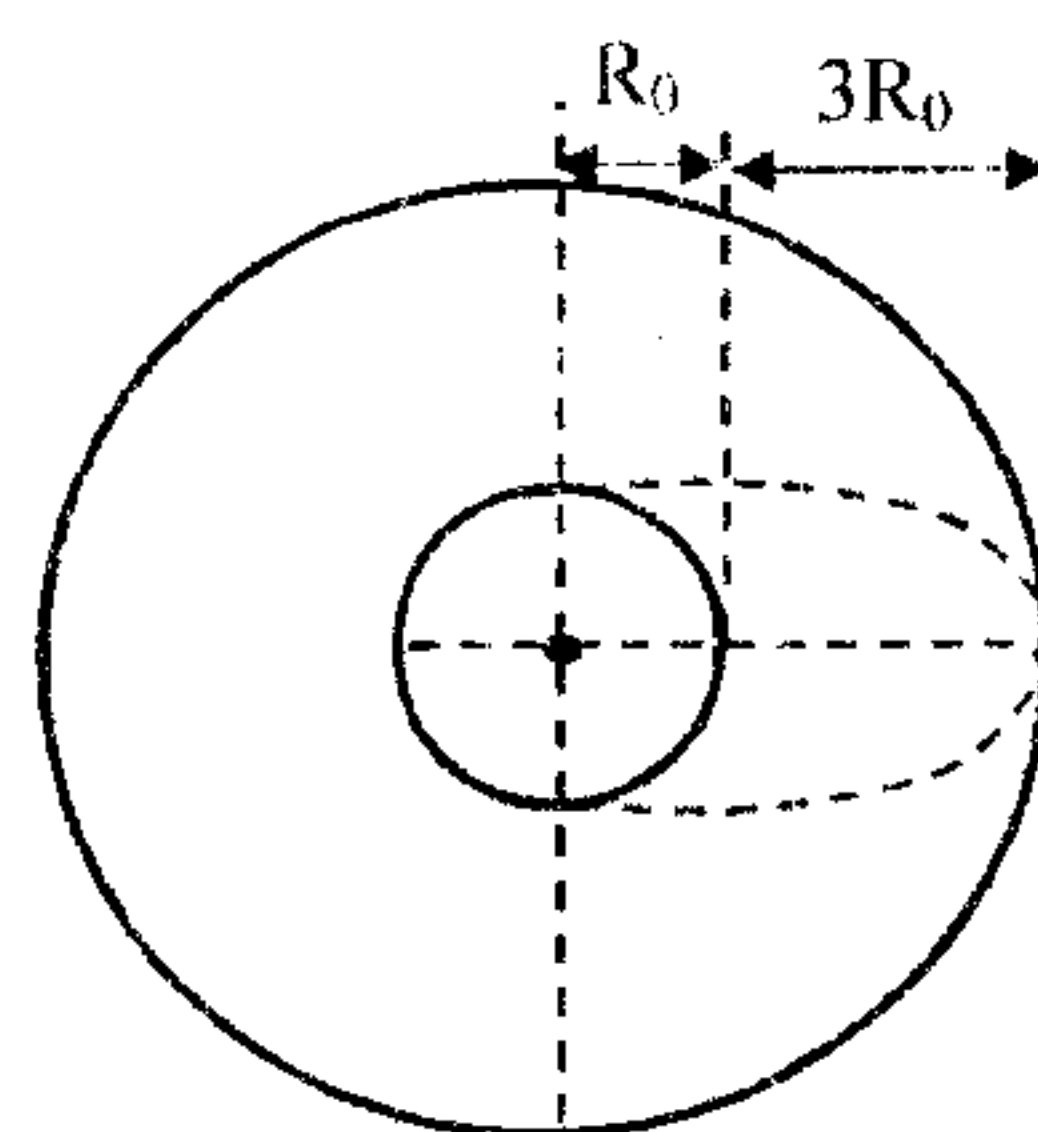
$$\frac{2\pi}{\omega_c - \omega_{\text{ж}}} = 2T_{\text{ж}}. \quad (1)$$

Мұндағы,  $T_{\text{ж}}$  – Жердің өз өсінен айналу периоды, демек  $T_{\text{ж}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{ж}}}$ ,

онда (1)-ден  $\omega_c = \frac{3\pi}{T_{\text{ж}}}$ . (2) Ньютонның екінші заңынан  $\gamma \frac{m_c m_{\text{ж}}}{r^2} =$

$$= m_c \omega_c^2 r.$$

$\gamma M_{\text{ж}} = gR^2$  екендігін және (2)-ні ескерсек, онда



7.13-сурет

$$\frac{gR^2}{r^2} = \frac{9\pi^2}{T_{\text{ж}}^2} r \Rightarrow \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{T_{\text{ж}}^2 g}{9\pi^2 R} \Rightarrow \frac{r}{R} = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{ж}}^2 g}{9\pi^2 R}}.$$

$$\frac{r}{R} = \sqrt[3]{\frac{(24 \cdot 3600 \text{ с})^2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{9 \cdot (3,14)^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}}} \approx 5; \quad \text{Демек, } \frac{r}{R} \approx 5.$$

2-жағдай:  $\omega_c < \omega_{\text{ж}}$ , онда  $\frac{2\pi}{\omega_{\text{ж}} - \omega_c} = 2T_{\text{ж}}$ . Сонда жоғарыдағыдай

түрлендірулерден кейін  $\frac{r}{R} \approx 10,5$ .

Жауабы:  $\frac{r}{R} \approx 5$  және  $\frac{r}{R} \approx 10,5$ .

**7.1.28.** Серік Жерді радиусы  $r$  дөңгелек орбита бойымен айнала қозғалады. Егер оның Жер бетінен биіктігі  $H$  болса, серікті ұшыру кезіндегі оның потенциалдық және кинетикалық энергиялары қандай қатынаста бөлінеді?

Берілгені: Шешуі:

$H; R$

$\frac{E_n}{E_k} = ?$

Серіктің кинетикалық энергиясы  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ .

Ал, серік дөңгелек орбита бойымен қозғалғандықтан

$$v^2 = \gamma \frac{M}{r} = \gamma \frac{MR^2}{rR^2} = \frac{gR^2}{r}, \quad \text{себебі } \gamma \frac{M}{R^2} = g.$$

Демек,  $E_k = \frac{mgR^2}{2r}$ . (1) Серіктің потенциалдық энергиясы

$E_n(R) = -mgR$ , бұл Жер бетінде, ал  $E_n(r) = -\frac{mgR^2}{r}$  — орбитада. Онда

серікті орбитаға шығарғанда, оған берілетін потенциалдық энергия

$$E_n = E_n(r) - E_n(R) \quad \text{немесе} \quad E_n = -\frac{mgR^2}{r} + mgR = mgR \left(1 - \frac{R}{r}\right). \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{E_n}{E_k} = \frac{mgR \left(1 - \frac{R}{r}\right)}{\frac{mgR^2}{2r}} = 2 \left(\frac{r-R}{R}\right). \quad \text{Ал, } (r-R) = H \text{ екендігін}$$

ескерсек, онда  $\frac{E_n}{E_k} = \frac{2H}{R}$ . Демек, энергиялардың қатынасы  $H$ -ка пропорционал екен.

Жауабы:  $\frac{E_n}{E_k} = \frac{2H}{R}$ .

7.1.29. Жер бетінен тік бағытта зымыран  $a = \alpha t^2$  үдеумен көтеріледі ( $\alpha = 1 \text{ м/с}^4$ ). Жерден  $h_0 = 100 \text{ км}$  биіктікте зымыран қозғалтқышы істен шығады. Осы кезден бастап есептегенде зымыран Жерге қанша уақытта құлайды? Құлау кездегі ауа кедергісін есептемендер. Зымыранның бастапқы жылдамдығы  $v_0 = 0$ .

**Берілгені:**  $a = \alpha t^2$ ;  $\alpha = 1 \text{ м/с}^4$ ;  $v_0 = 0$ ;  $h_0 = 100 \text{ км}$ ;  $t_0 = ?$   
**Шешуі:**  $100 \text{ км} = 1 \cdot 10^5 \text{ м}$ .  
 Зымыранды математикалық нүкте деп қарастырамыз да, оны анықтайтын шамаларды ( $v$ ,  $h$ ,  $t$  т.с.с.) табамыз. Зымыран жылдамдығын табу үшін  $dv = a dt$  қатынасын пайдаланамыз. Сонда мұны интегралдасак,

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt \quad \text{немесе} \quad v = \int_0^t \alpha t^2 dt = \frac{\alpha t^3}{3}.$$

Сонымен  $v = \frac{\alpha t^3}{3}$ . (1) Енді  $dh = v dt$  қатынасынан  $dh = \frac{\alpha t^3}{3} dt$ . Мұны да интегралдасак  $h_0 = \frac{\alpha t^4}{12}$ . (2)

(1) және (2)-ден зымыранның істен шығу кезіндегі жылдамдығын табамыз, сонда  $v_0 = \frac{\alpha}{3} \sqrt[4]{\left(\frac{12h_0}{\alpha}\right)^3}$ . Осы жылдамдықтың сан мәнін

$$\text{табайық} \quad v_0 = \frac{1}{3} \sqrt[4]{\frac{(12 \cdot 10^5 \text{ м})^3}{1 \text{ м/с}^4}} \approx 11,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad v_0 \approx 11,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Бұл жылдамдық екінші ғарыштық жылдамдықтан артық, сондықтан зымыран жерге қарай құламайды, Жер әсерінен шығып кетеді.

**Жауабы:** Зымыран Жерге құламайды.

7.1.30\*. Атмосфераның жоғары қабатында қозғалған серіктің бірнеше айналымнан кейін механикалық энергиясы 2%-ке кеміді. Барлық жағдайда серік орбитасы дөңгелек күйінде қалды. Орбита параметрлері:  $r$  – радиусы,  $v$  – серік жылдамдығы,  $T$  – айналу периоды қалай өзгерді?

**Берілгені:**  $\frac{\Delta E}{E} = 0,02$   
**Шешуі:** Жермен салыстырғандағы санақ жүйесінде серіктің механикалық энергиясы оның Жермен әсерлескендегі потенциалдық энергиясы мен кинетикалық энергияларының қосындысына тең болады, яғни

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{mgR^2}{r}. \quad (1)$$

Серік орбитасы дөңгелек болғандықтан, оның жылдамдығы

$$v^2 = \frac{gR^2}{r}. \quad (2) \quad (2)\text{-ні ескерсек (1)-ден} \quad E = -\frac{mgR^2}{2r}. \quad (3)$$

(3)-ді график түрде кескіндейік (7.14-сурет). Мұндағы:

$E_k(r) = \frac{1}{2}mv^2$  – кинетикалық энергия;

$E_n(r) = -\frac{mgR^2}{r}$  – потенциалдық энергия;

$E(r) = -\frac{mgR^2}{2r}$  – толық механикалық энергия.

(3)-ден энергия өзгерісі  $\Delta E$ -ні табуға болады, сонда

$$E(r + \Delta r) = -\frac{1}{2} \frac{mgR^2}{r + \Delta r} = E(r) + \Delta E. \quad (4)$$

Мұның ортаңғы бөлігін түрлендірейік, сонда

$$-\frac{1}{2} \frac{mgR^2}{r \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)} \approx -\frac{1}{2} \frac{mgR^2}{r} \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right) = E(r) \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right), \quad (5)$$

өйткені  $\frac{\Delta r}{r} \ll 1$  болғандықтан. (4) және (5)-ті салыстырсак, онда

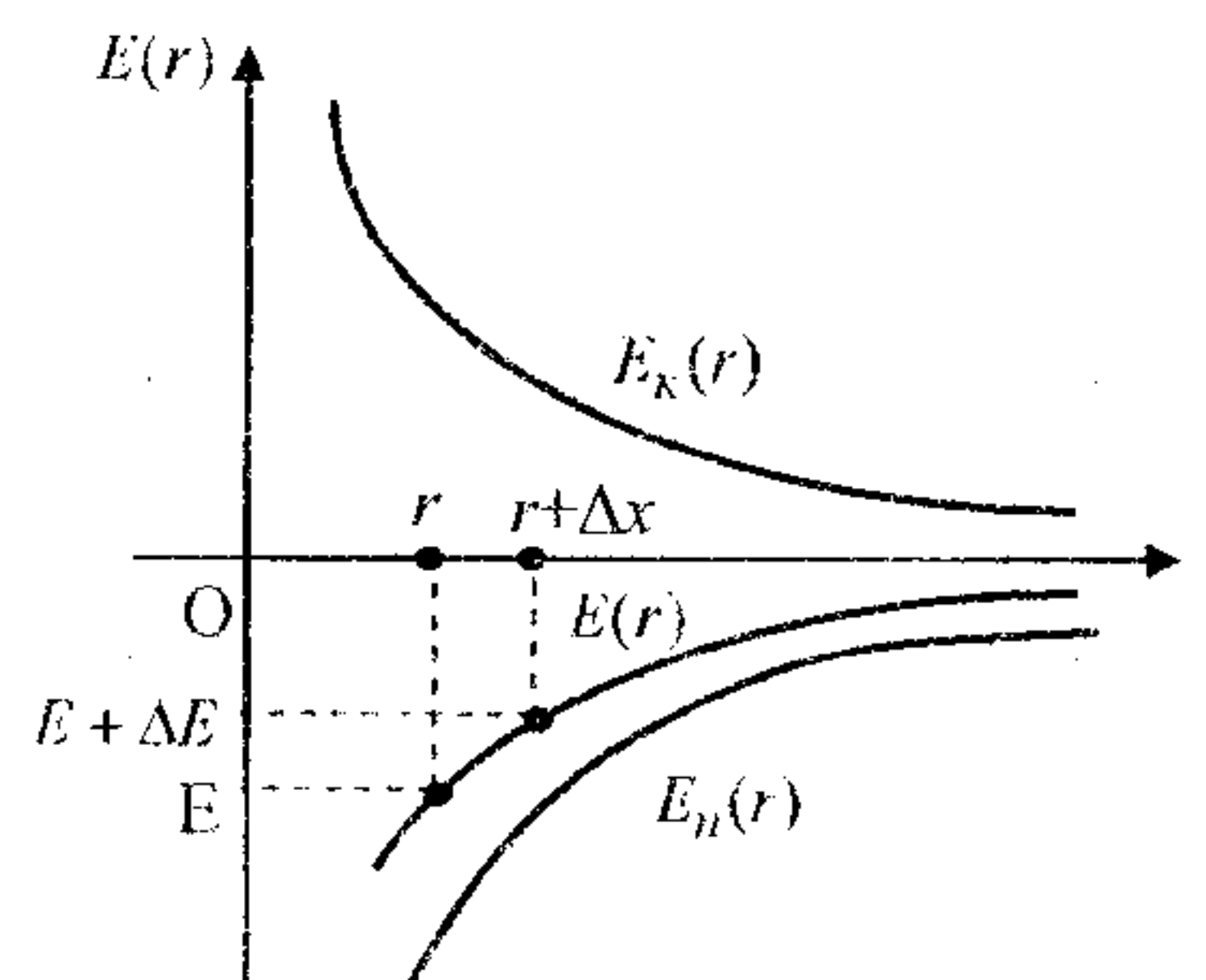
$$E + \Delta E = E \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right) \Rightarrow \frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta E}{E}. \quad (6)$$

Есеп шартынан  $\frac{\Delta E}{E} = 0,02$  болғандықтан (6)-дан  $\frac{\Delta r}{r} = -0,02$ , демек орбита радиусы да 2%-ке кемиді екен.

Серік орбитасы өзгергендегі оның жылдамдығының өзгерісін мына қатынастан табамыз  $(v + \Delta v)^2 = \frac{gR^2}{r + \Delta r}$ . (7)  $\frac{\Delta v}{v} \ll 1$  болғандықтан (7)-нің оң жағын түрлендірсек, онда

$$(v + \Delta v)^2 = v^2 \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right)^2 \approx v^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta v}{v}\right).$$

Енді (7)-ден  $v^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta v}{v}\right) = \frac{gR^2}{r + \Delta r}$  немесе  $\frac{gR^2}{r + \Delta r} \approx \frac{gR^2}{r} \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right)$ , бұл (5)-ке сәйкес. Сонда



7.14-сурет

$$v^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta v}{v} \right) = \frac{gR^2}{r} \left( 1 - \frac{\Delta r}{r} \right), \text{ енді (2)-ні ескерсек } v^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta v}{v} \right) = v^2 \left( 1 - \frac{\Delta r}{r} \right)$$

$$\text{немесе } 1 + 2 \frac{\Delta v}{v} = 1 - \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta r}{2r} = \frac{\Delta E}{2E} = 0,01; \quad \frac{\Delta v}{v} = 0,01.$$

Демек, серік жылдамдығы 1%-ке артады екен. Енді серіктің айналу периодының өзгерісін табу үшін  $T = \frac{2\pi r}{v}$  қатынасын пайдаланамыз, сонда (8)  $T + \Delta T = 2\pi \frac{r + \Delta r}{v + \Delta v}$ . (8)-дің оң жағын түрлендірейік,

$$\text{сонда } 2\pi \frac{r + \Delta r}{v + \Delta v} = 2\pi \frac{r \left( 1 + \frac{\Delta r}{r} \right)}{v \left( 1 + \frac{\Delta v}{v} \right)} = \frac{2\pi r}{v} \frac{\left( 1 + \frac{\Delta r}{r} \right)}{\left( 1 + \frac{\Delta v}{v} \right)} \approx T \left( 1 + \frac{\Delta r}{r} - \frac{\Delta v}{v} \right). \text{ Бұл өрнек-}$$

$$\text{ті (8)-ге қойсақ } T + \Delta T = T \left( 1 + \frac{\Delta r}{r} - \frac{\Delta v}{v} \right) \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta r}{r} - \frac{\Delta v}{v} = -\frac{3\Delta E}{E} = -0,03;$$

$$\frac{\Delta T}{T} = -0,03, \text{ демек айналу периоды 3\%-ке кемиді екен.}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\Delta r}{r} = -0,02; \quad \frac{\Delta v}{v} = 0,01; \quad \frac{\Delta T}{T} = -0,03.$$

**7.1.31\*.** Жер бетінен  $h=760$  км биіктікте дөңгелек орбита бойымен серік қозғалады. Осы серікті үлкен жарты өсі  $H=40000$  км, ал кіші жарты өсі  $h=760$  км болатын эллипстік орбита бойымен қозғалту керек болды. Ол үшін серіктің жылдамдығын қаншаға дейін өзгерту қажет? Жаңа орбитада қозғалған серіктің айналу периоды неге тең?

**Берілгені:**  $h=760$  км;  
 $H=40000$  км  
 $\Delta v$ —?;  $T$ —?

**Шешуі:**  $760 \text{ км} = 7,6 \cdot 10^5 \text{ м}; 40000 \text{ км} = 4 \cdot 10^7 \text{ м}.$   
Серік жылдамдығының өзгеру уақыты, оның дөңгелек орбита бойымен айналу периодынан анағұрлым аз деп есептейік. Яғни серік жылдамдығы аз уақыт аралығында өзгертін болсын.

Есеп шарты бойынша дөңгелек орбитаның алғашқы радиусы, эллипстің перигейімен сәйкес келеді (7.15-суреттегі А нүктесі). Осы нүктеде серіктің жылдамдығы өзгереді, яғни  $\Delta v = v_1 - v_0$ . Мұндағы:  $v_0$  — бастапқы,  $v_1$  — кейінгі жылдамдықтар.  $v_0$  — ол серіктің дөңгелек орбитамен қозғалған кездегі жылдамдығы.  $v_0$ -ды  $a = \frac{v_0^2}{R+h}$  формуласынан анықтаймыз, мұндағы  $a = \frac{\gamma M}{(R+h)^2}$ . Сонда  $v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}}$ . (1)

$M$  — Жер массасы.

Ал, А нүктесіндегі  $v_1$  жылдамдықты табу үшін энергияның сақталу және Кеплердің екінші заңын қолданамыз.

Серік Жер бетінен  $h$  биіктікте болған кездегі потенциалдық энергиясы  $\Pi_1 = -\gamma \frac{mM}{R+h}$ , ал кинетикалық энергиясы  $K_1 = \frac{mv_1^2}{2}$ . Енді серік В нүктесіне келгенде потенциалдық энергиясы  $\Pi_2 = -\gamma \frac{mM}{R+H}$ , ал кинетикалық энергиясы  $K_2 = \frac{mv_2^2}{2}$ . Энергияның сақталу заңынан

$$\Pi_1 + K_1 = \Pi_2 + K_2 \text{ немесе}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} - \gamma \frac{mM}{R+h} = \frac{mv_2^2}{2} - \gamma \frac{mM}{R+H}. \quad (2)$$

Кеплердің екінші заңынан, тең уақыт аралығында серіктің радиус-векторы тең аудандарды басып өтеді. Егер, уақыт аралығы өте аз болса, серіктің А және В нүктелер маңындағы жылдамдығын тұрақты деп қарастыруға болады, онда секторларды теңбүйірлі үшбұрыштар деп алуға болады. Демек,

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 \text{ немесе } \frac{1}{2} v_1 (R+h) \Delta t = \frac{1}{2} v_2 (R+H) \Delta t. \quad (3)$$

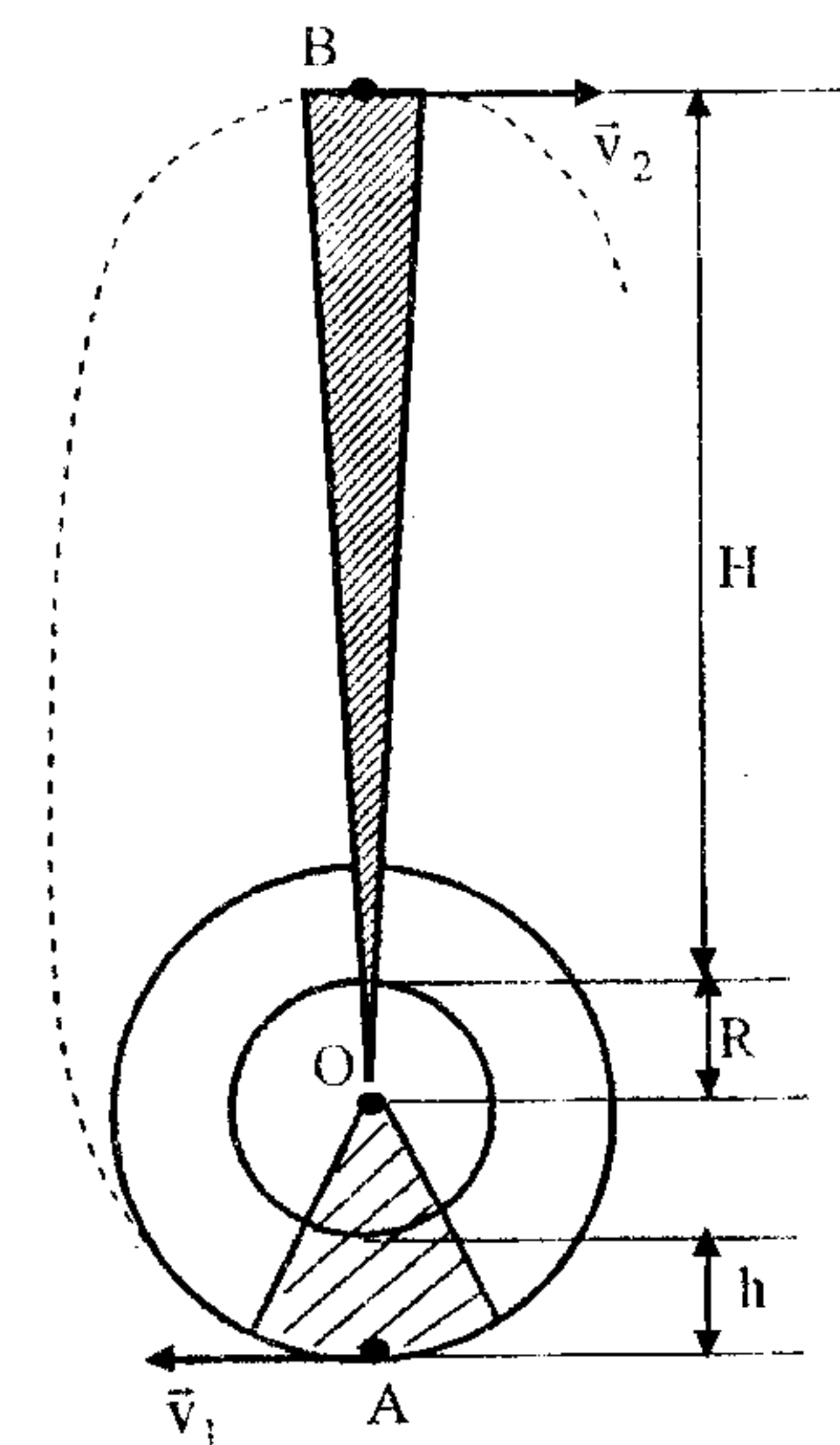
(2) және (3) теңдіктерден  $v_1$ -ді табамыз, сонда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{2R+H+h} \cdot \frac{R+H}{R+h}}. \quad (4)$$

$$(1) \text{ және (4)-ден } \Delta v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{2R+H+h} \cdot \frac{R+H}{R+h}} - \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}} \text{ немесе}$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}} \left( \sqrt{\frac{2(R+H)}{2R+H+h}} - 1 \right).$$

Енді серіктің эллипстік орбита бойымен айналу периоды табайық. Кеплердің үшінші заңынан  $\left( \frac{T}{T_0} \right)^2 = \frac{(2R+H+h)^3}{8(R+h)^3}$ . Мұндағы  $T_0$  — радиусы  $(R+h)$  болатын дөңгелек бойымен айналған серіктің периоды, ол былай аныкталады  $T_0 = \frac{2\pi(R+h)}{v_0}$ . (6)



7.15-сурет

(1) және (6)-де ескерсек (5)-тен  $T$ -ны табуға болады, сонда

$$T = \pi(2R + H + h) \sqrt{\frac{2R + H + h}{2\gamma M}}.$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 7,6 \cdot 10^5 \text{ м}}} \cdot \left( \sqrt{\frac{2 \cdot (6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 4 \cdot 10^7 \text{ м})}{2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 4 \cdot 10^7 \text{ м} + 7,6 \cdot 10^5 \text{ м}}} - 1 \right) =$$

$$= 2,365 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad \Delta v = 2,365 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$T = 3,14 \cdot (2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 4 \cdot 10^7 \text{ м} + 7,6 \cdot 10^5 \text{ м}) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 4 \cdot 10^7 \text{ м} + 7,6 \cdot 10^5 \text{ м}}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}} \approx$$

$$\approx 4,36 \cdot 10^4 \text{ с}; \quad T \approx 4,36 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $\Delta v = 2,365 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad T \approx 4,36 \cdot 10^4 \text{ с}.$

**7.1.32\*.** Жер маңынан ұшқан метеорит, оның тартылыс күші әсерінен өзінің жылдамдық бағытын қандай бұрышқа өзгертер еді? Метеориттің Жерден алыс қашықтықтағы жылдамдығы  $v_0$ , нысана қашықтығы  $\ell$ .

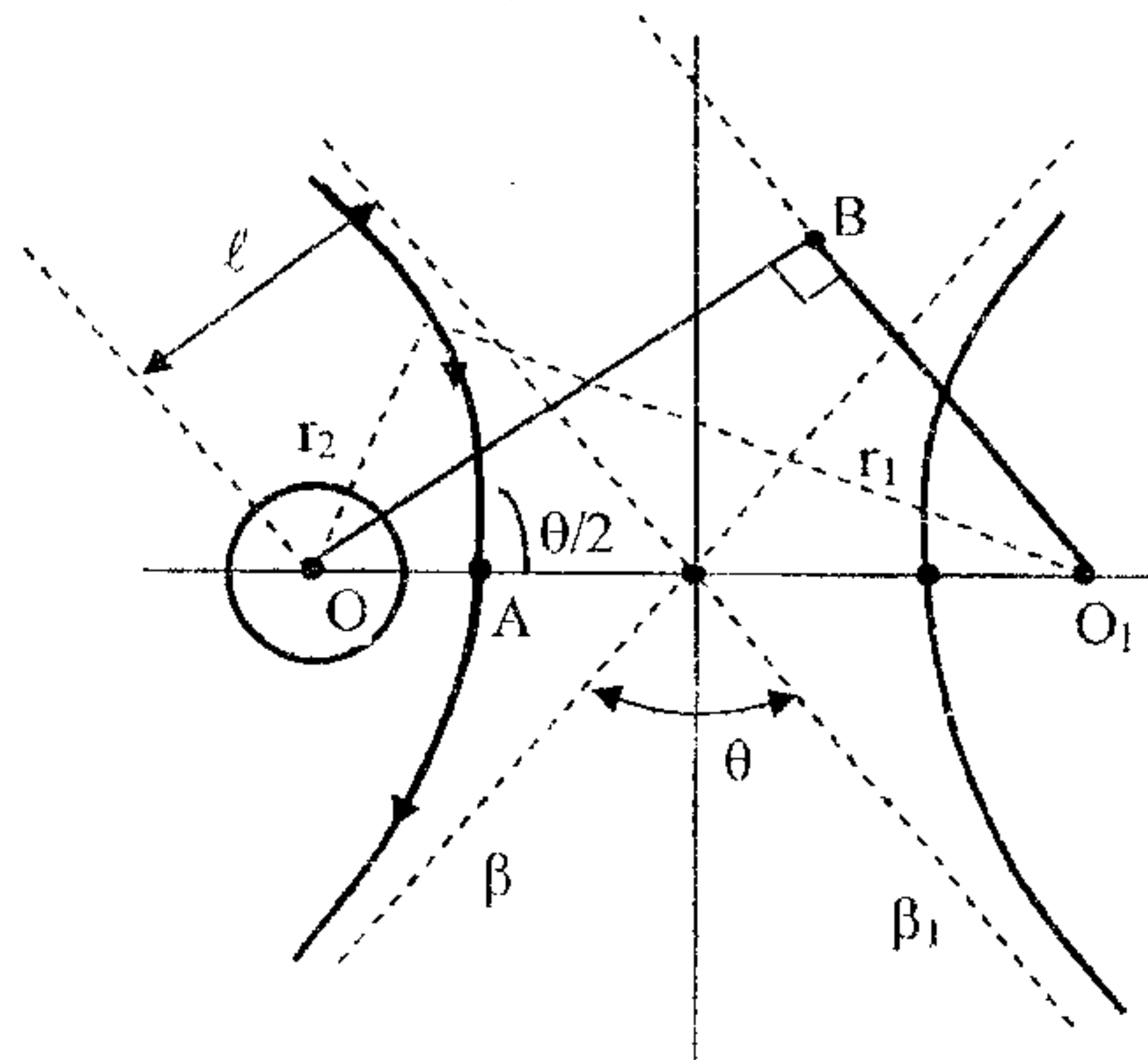
**Берілгені:**  $v_0; \ell$   
**Шешуі:** Есепті шығару үшін метеорит қозғалатын гиперболалық траекторияның қасиеттерін еске түсірейік. Гипербола – фокустар деп аталатын берілген екі ( $O$  және  $O_1$ ) нүктеден арақашықтықтарының

айырымы тұрақты болатын нүктелердің геометриялық орындарының жиыны болып табылады, яғни  $r_1 - r_2 = \text{const}$  (7.16-сурет).

Мұның бір фокусы Жер центрімен сәйкес келсе ( $O$ ), ал екінші фокусы ( $O_1$ ) Жер центрі және Жер центріне ең жақын траекторияның  $A$  нүктесі арқылы өтетін түзу бойында жатады.

Сонда, біздің іздеп отырған  $\theta$  бұрышымыз, траектория

асимптоталарының арасындағы бұрышпен анықталады ( $\beta$  және  $\beta_1$  асимптоталар). Бұл бұрыш  $O$  және  $O_1$  фокустарының ортасында жатады (суретте).



7.16-сурет

$\triangle OBO_1$  – тік бұрышты ( $\angle B = 90^\circ$ ), осы үшбұрыштан

$$\lg \frac{\theta}{2} = \frac{O_1B}{OB} \quad \text{және} \quad \cos \frac{\theta}{2} = \frac{OB}{OO_1}. \quad (1)$$

Фокустардан  $A$  нүктесіне дейінгі қашықтықтардың айырымы

$$AO_1 - AO = (OO_1 - AO) - AO.$$

$AO = r$  деп белгілейік, сонда  $OB = 2\ell$  екендігін ескерсек (1)-ден

$$2\ell \lg \frac{\theta}{2} = \frac{2\ell}{\cos \frac{\theta}{2}} - 2r \Rightarrow \ell \lg \frac{\theta}{2} + r = \frac{\ell}{\cos \frac{\theta}{2}}.$$

Теңдіктің екі жағында квадраттап  $1 + \lg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  тепе-теңдігін

пайдалансақ, онда  $\lg \frac{\theta}{2} = \frac{\ell^2 - r^2}{2\ell r}. \quad (2)$

Берілген  $\ell$  нысана қашықтығында  $r$  қашықтығының мәні  $v_0$  жылдамдығының шамасына тәуелді болады.  $r$ -ді табу үшін энергияның сақталу заңын пайдаланамыз, сонда

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mgR^2}{r}. \quad (3)$$

Мұндағы  $v$  метеориттің  $A$  нүктесіндегі жылдамдығы,  $R$  – Жердің радиусы.

Орталық өрісте тұйық траекториямен қозғалған дене үшін Кеплердің екінші заңын қолдансақ,  $\ell v_0 = rv. \quad (4)$

$A$  нүктесіндегі  $v$  жылдамдық векторының бағыты Жер радиусына перпендикуляр. (4) теңдіктің түсініктемесі (7.17-суретте) берілген.

(3) және (4) формулаларынан

$$\frac{\ell^2 - r^2}{r} = \frac{2gR}{v_0^2}.$$

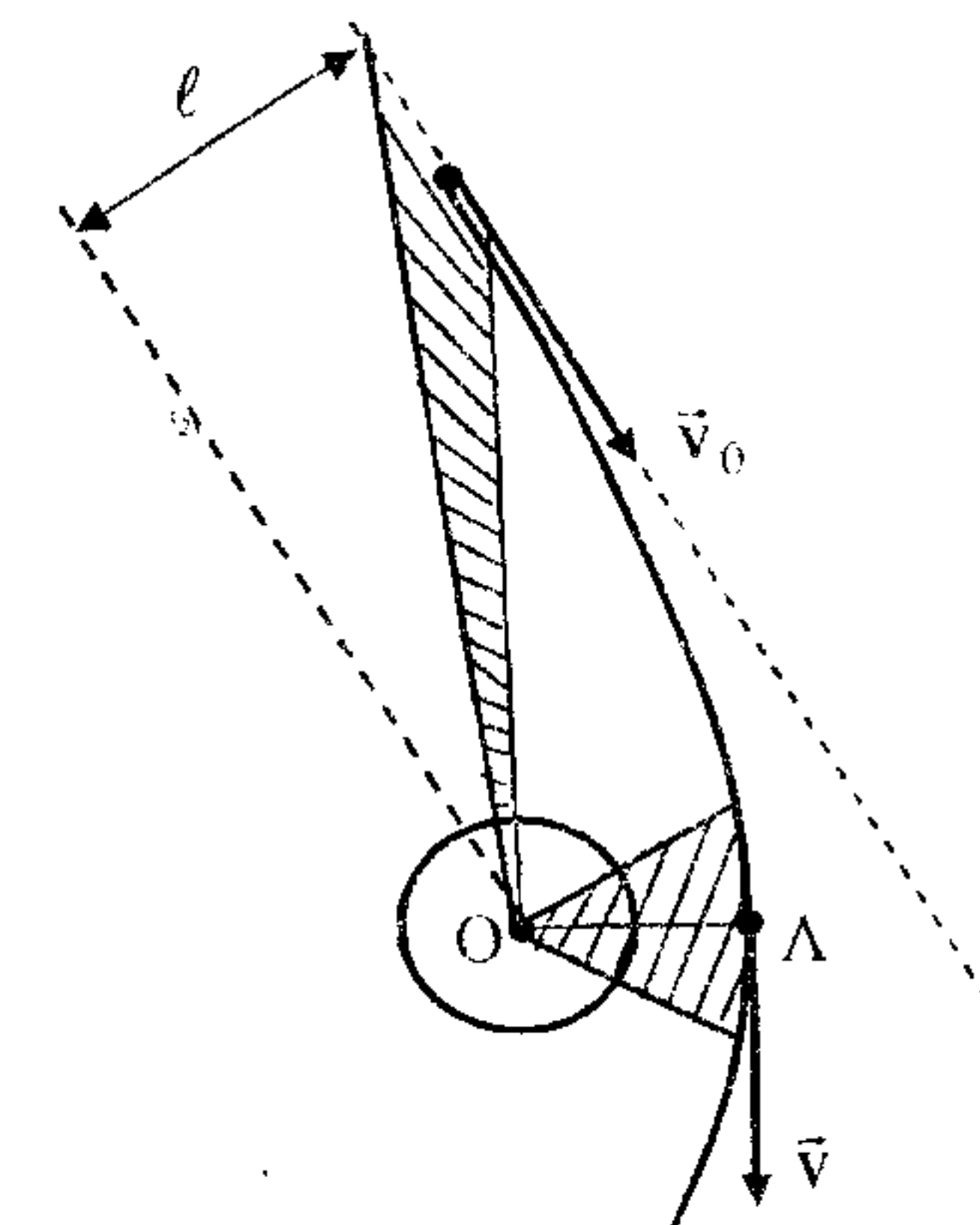
Мұның мәндерін (2)-ге қойсақ

$$\lg \frac{\theta}{2} = \frac{gR^2}{\ell v_0^2}. \quad (5)$$

(5) шарты орындалатын нысаналық қашықтық  $\ell$ -дің ең аз мәнін табуға болады. Ол үшін  $OA = r = R$  болсын дейік, сонда (3) және (4)-тен

$$\ell_{\min} = \frac{R}{v_0} \sqrt{v_0^2 + 2gR}.$$

**Жауабы:**  $\lg \frac{\theta}{2} = \frac{gR^2}{\ell v_0^2}; \quad \ell_{\min} = \frac{R}{v_0} \sqrt{v_0^2 + 2gR}.$



7.17-сурет

7.1.33\*. Жер бетінен  $H = 500$  км биіктікте дөңгелек орбитамен ұшырылған серік атмосфераның жоғары қабатында тежеледі. Серіктің бұрыштық үдеуі  $\beta = 3 \cdot 10^{-13}$  рад/с<sup>2</sup>. Бір айдан кейін серік Жерден қандай биіктікте болады? Жер радиусы  $R = 6400$  км.

Берілгені:  $H = 500$  км;  $\tau = 1$  ай;  
 $\beta = 3 \cdot 10^{-13}$  рад/с<sup>2</sup>;  
 $R = 6400$  км  
 $H_1 = ?$

Шешуі:  $500 \text{ км} = 5 \cdot 10^5 \text{ м}$ ;  $1 \text{ ай} \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ с}$ ;  
 $6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ .  
 Серіктің бұрыштық үдеуі  $\omega = \omega_0 + \beta t$  заңымен өзгереді, сонда оның бір айдағы үдеуінің өзгерісі  $\Delta\omega = \beta\tau$ . (1) Осы уақыт ішінде серіктің периоды  $\Delta T$  шамасына өзгереді,

сонда 
$$T_0 + \Delta T = \frac{2\pi}{\omega_0 + \Delta\omega} \Rightarrow T_0\omega_0 + \Delta T\omega_0 + T\Delta\omega + \Delta T\Delta\omega = 2\pi.$$

( $\Delta T\Delta\omega$ ) шамасы аз болғандықтан оны ескермесек те болады, онда

$$T_0\omega_0 + \Delta T\omega_0 + T\Delta\omega = 2\pi \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\beta \frac{\tau}{\omega_0}. \quad (2)$$

Мұнда  $2\pi = T_0\omega_0$  және (1)-ді ескердік.

Ал, серік орбитасы радиусының өзгерісін Кеплердің үшінші заңынан табамыз, сонда

$$\frac{(T_0 + \Delta T)^2}{T_0^2} = \frac{(R_0 + \Delta R)^3}{R_0^3} \Rightarrow \frac{T_0^2 + 2T_0\Delta T + \Delta T^2}{T_0^2} = \frac{R_0^3 + 3R_0^2\Delta R + 3R_0\Delta R^2 + \Delta R^3}{R_0^3} = \frac{T_0^2}{R_0^3},$$

$\Delta T^2$  және  $\Delta R^2, \Delta R^3$  көбейткіштерді ескермесек, онда

$$\frac{T_0(T_0 + 2\Delta T)}{R_0^2(R_0 + 3\Delta R)} = \frac{T_0^2}{R_0^3} \Rightarrow \frac{T_0 + 2\Delta T}{R_0 + 3\Delta R} = 1 \Rightarrow \frac{3\Delta R}{R_0} = \frac{2\Delta T}{T_0}.$$

(2)-ні ескерсек, онда  $\Delta R = -\frac{2\beta\tau R_0}{3\omega_0}$ . Екінші жағынан  $g = \omega_0^2 R_0$

және  $R_0 = R + H$  екендігін ескерсек  $\Delta R = -\frac{2\beta\tau\sqrt{(R+H)^3}}{3\sqrt{g}}$ .

$$\Delta R = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{1}{c^2} \cdot 2,6 \cdot 10^6 \text{ с} \cdot \sqrt{(6,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 5 \cdot 10^5 \text{ м})^3}}{3 \cdot \sqrt{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = -3 \cdot 10^3 \text{ м};$$

$$\Delta R = -3 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

$$H_1 = H + \Delta R \text{ болғандықтан } H_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ м} - 3 \cdot 10^3 \text{ м} = 4,97 \cdot 10^5 \text{ м};$$

$$H_1 = 4,97 \cdot 10^5 \text{ м}.$$

Жауабы:  $H_1 = 4,97 \cdot 10^5 \text{ м}$ .

7.1.34\*. Серік Жер радиусына тең биіктікте, экватор жазықтығы бойында дөңгелек орбитамен қозғалады. Әрбір 5 сағат сайын серік, Жердегі бақылаушы төбесінен өтуі үшін қандай жылдамдықпен қозғалуы керек? Серік қозғалысы Жердің айналу бағытымен бағыттас және қарама-қарсы болған жағдайларды қарастырыңдар.

Берілгені:  $h = R$ ;  
 $t = 5$  сағ  
 $v_1 = ?$ ;  $v_2 = ?$

Шешуі:  $5 \text{ сағ} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ с}$ .  
 Дөңгелек орбита бойымен қозғалған серікке Жер тарапынан тартылыс күші әсер етеді, сонда  
 $F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$ , мұнда  $r = 2R$  екендігін ескерсек, онда  
 $F = \gamma \frac{Mm}{4R^2}$  немесе  $F = g_0 \frac{m}{4}$ . (1)

Мұндағы  $\gamma \frac{M}{R^2} = g_0$  (Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі). Серік үшін Нью-тонның екінші заңын жазамыз, сонда

$$F = ma \text{ немесе } F = \frac{mv^2}{2R}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден  $g_0 \frac{m}{4} = \frac{mv^2}{2R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R}{2}}$ . (3) Серіктің бұрыштық

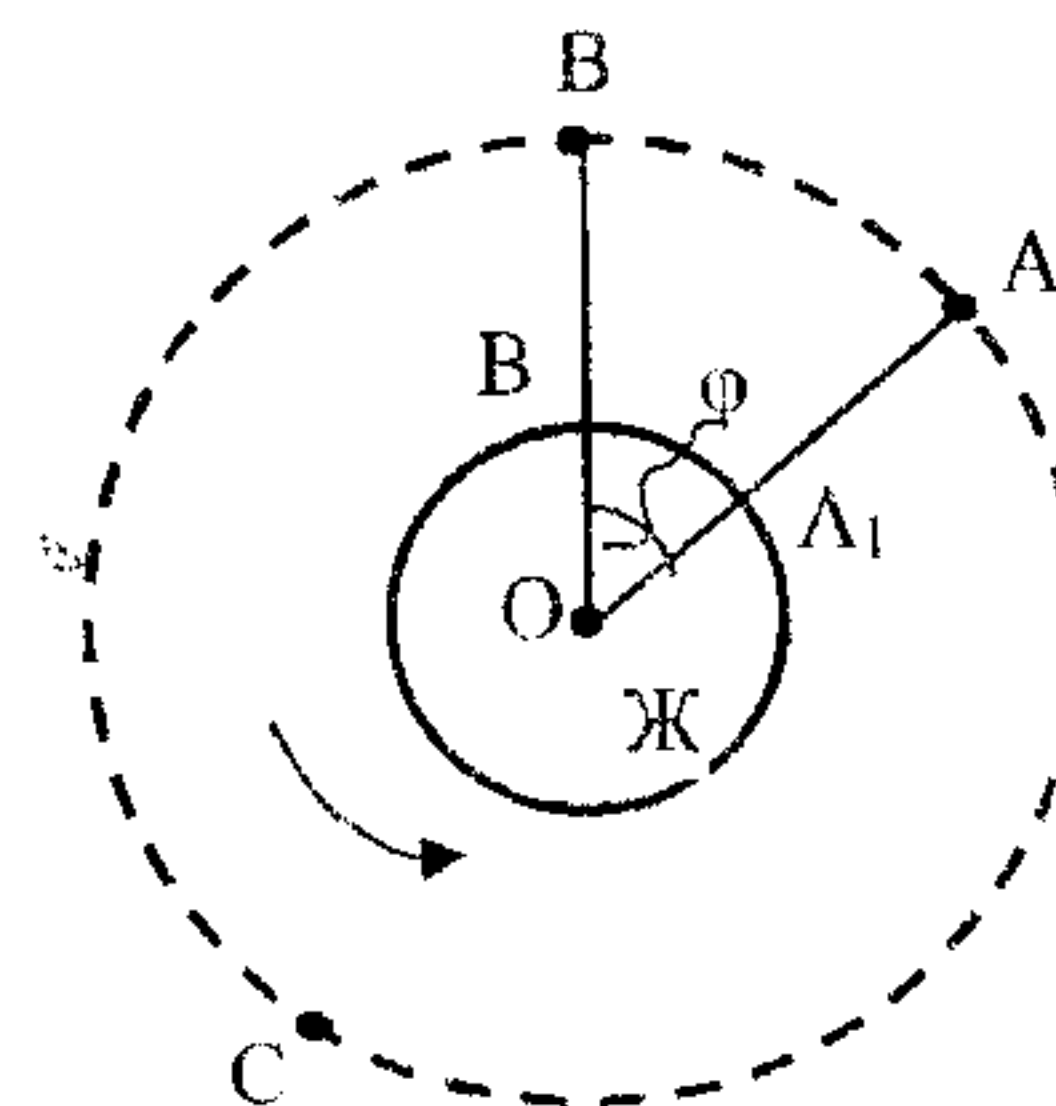
жылдамдығы  $\omega = \frac{v}{r}$ , сонда (3)-ден  $\omega = \sqrt{\frac{g_0}{8R}}$ . (4)

1. Серік Жердің қозғалыс бағытында орын ауыстырсын (7.18-сурет). Мұндағы: Ж – жер, С – серік,  $\varphi$  – бұрылу бұрышы, О – ортақ центр.

$t$  уақыт ішінде серік өз орбитасы бойымен  $S = ABCAB = vt$  орын ауыстырып В нүктесіне келеді, сонда

$$|AB| = vt - 2\pi r = \omega r t - 2\pi r = r(\omega t - 2\pi) = 2R(\omega t - 2\pi).$$

$$|AB| = 2R(\omega t - 2\pi). \quad (5)$$



7.18-сурет

Серікті төбесінде көру үшін бақылаушы осы  $t$  уақыт ішінде  $A_1$  нүктесінен  $B_1$  нүктесіне келуі керек. Сонда  $|A_1 B_1| = (v_1 + v_2) \cdot t$ . (6) Мұндағы:  $v_1$  – бақылаушының Жерге салыстырғандағы жылдамдығы,  $v_2$  – Жердің сызықтық жылдамдығы.

Суреттен көрінгендей  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Мұндағы,  $\varphi_1$  – бақылаушының,  $\varphi_2$  – серіктің бұрылу бұрыштары.

$$\varphi_1 = \frac{|A_1 B_1|}{R}, \text{ ал } \varphi_2 = \frac{|AB|}{2R} \text{ немесе } \frac{|A_1 B_1|}{R} = \frac{|AB|}{2R}.$$

(5) және (6)-ны ескерсек  $\frac{2R(\omega t - 2\pi)}{2R} = \frac{(v_1 + v_2)t}{R}$ . (7)

$v_2 = \frac{2\pi R}{T}$  және  $\omega = \sqrt{\frac{g_0}{8R}}$  екендігін ескерсек, онда (7)-ден

$$\sqrt{\frac{g_0}{8R}} \cdot t - 2\pi = \frac{\left(v_1 + \frac{2\pi R}{T}\right) \cdot t}{R} \Rightarrow v_1 = \left(\sqrt{\frac{g_0}{8R}} - \frac{2\pi}{t} - \frac{2\pi}{T}\right) R.$$

Мұндағы:  $R = 6,37 \cdot 10^6$  м – Жер радиусы;  $T = 8,64 \cdot 10^4$  с – Жердің өз өсінен айналу периоды;  $g_0 = 9,8 \frac{м}{с^2}$ .

$$v_1 = \left( \sqrt{\frac{9,8 \frac{м}{с^2}}{8 \cdot 6,37 \cdot 10^6 м}} - \frac{2 \cdot 3,14}{1,8 \cdot 10^4 с} - \frac{2 \cdot 3,14}{8,64 \cdot 10^4 с} \right) \cdot 6,37 \cdot 10^6 м \approx 1,04 \cdot 10^2 \frac{м}{с};$$

$$v_1 \approx 1,04 \cdot 10^2 \frac{м}{с}.$$

2. Серік Жердің қозғалысына қарама-қарсы бағытта орын ауыстырған жағдайда

$$v_2 = \left( \sqrt{\frac{g_0}{8R}} - \frac{2\pi}{t} + \frac{2\pi}{T} \right) R \approx 1,1 \cdot 10^3 \frac{м}{с}; \quad v_2 \approx 1,1 \cdot 10^3 \frac{м}{с}.$$

Бұл қорытындыны өздерің дәлелдеп көріңдер.

**Жауабы:**  $v_1 \approx 1,04 \cdot 10^2 \frac{м}{с}$ ;  $v_2 \approx 1,1 \cdot 10^3 \frac{м}{с}$ .

**7.1.35.** Жер мен Айдың арақашықтығы  $x = 3,8 \cdot 10^8$  м. Егер Жер мен Айдың сәйкесінше массалары  $m_{ж} = 5,98 \cdot 10^{24}$  кг және  $m_a = 7,36 \cdot 10^{22}$  кг болса, олардың жалпы масса центрі табындар. а) Жерге, ә) Айға, б) Жер-Ай жүйесіне салыстырғанда Күнді айнала қозғалысы туралы не айтуға болады?

**Берілгені:**

$$x = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м};$$

$$m_{ж} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг};$$

$$m_a = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

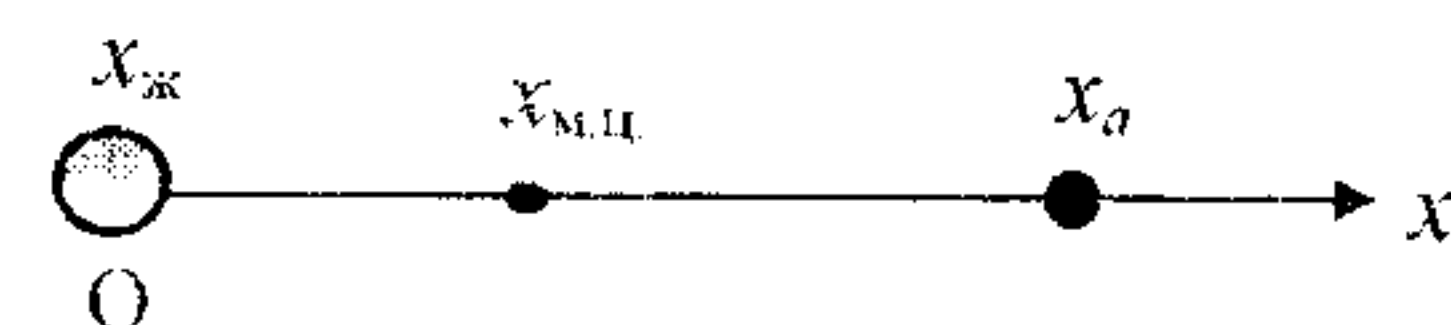
$$x_{ж}-?; x_a-?; x_{м.ц}-?$$

(1)-ден  $x_{м.ц} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$  немесе

$$x_{м.ц} = \frac{x_{ж} m_{ж} + x_a m_a}{m_{ж} + m_a}, \text{ сонда}$$

а)  $x_{ж} = 0$  жағдайы үшін,

**Шешуі:** Координата басын Жер центріне сәйкестендіріп, координата өсін Ай центріне бағыттайық (7.19-сурет). Сонда масса центрі үшін  $x_{м.ц} \cdot \sum m_i = \sum (x_i m_i)$ . (1)



7.19-сурет

$$x_a = x, \text{ демек } x_{м.ц} = \frac{m_a x}{m_{ж} + m_a}.$$

$$x_{м.ц} = \frac{7,36 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}}{5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг} + 7,36 \cdot 10^{22} \text{ кг}} = 4,63 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad x_{м.ц} \approx 4,63 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

**Жауабы:** а)  $x_{ж} = 0$ ;  $x_a = 3,8 \cdot 10^8$  м;  $x_{м.ц} = 4,63 \cdot 10^6$  м.

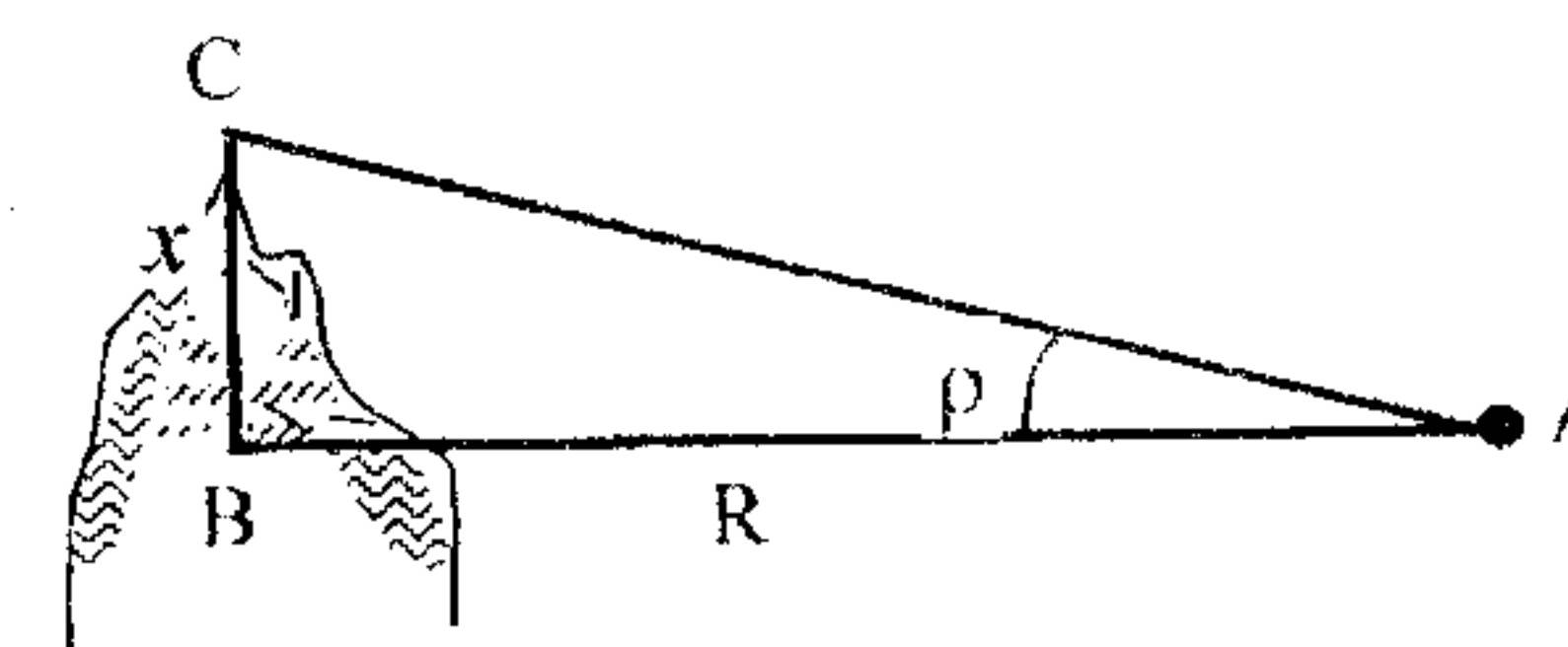
**7.1.36.** Ай жиегінде биіктігі  $1''$ -пен өркенітініп тау көрінеді. Оның биіктігін километрмен есептендер.

**Берілгені:**  $\rho = 1''$   
**Шешуі:** 7.20-суретті пайдаланайық, мұндағы, А – жердегі бақылаушы, х – тау өркені биіктігі.  $\triangle ABC$ -дан  $\text{tg } \rho = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cdot \text{tg } \rho$ .  $\rho$ -ның аз бұрыш екендігін ескерсек, онда  $x = R \frac{\rho''}{206265''}$ . Жерден Айға дейінгі қашықтықты

$R = 384000$  км деп алсақ, онда

$$x = 384000 \text{ км} \cdot \frac{1''}{206265''} = 1,86 \text{ км}.$$

$$x = 1,86 \text{ км}.$$



**Жауабы:**  $x = 1,86$  км.

7.20-сурет

**7.1.37.** Айдың Жерден қашықтығы, оның орбитасының Жерге ең жақын нүктесінде 363000 км, ал алыс нүктесінде 405000 км. Осы қалыптардағы Айдың көкжиек параллаксының шамасын табындар.

**Берілгені:**

$$D_a = 405000 \text{ км};$$

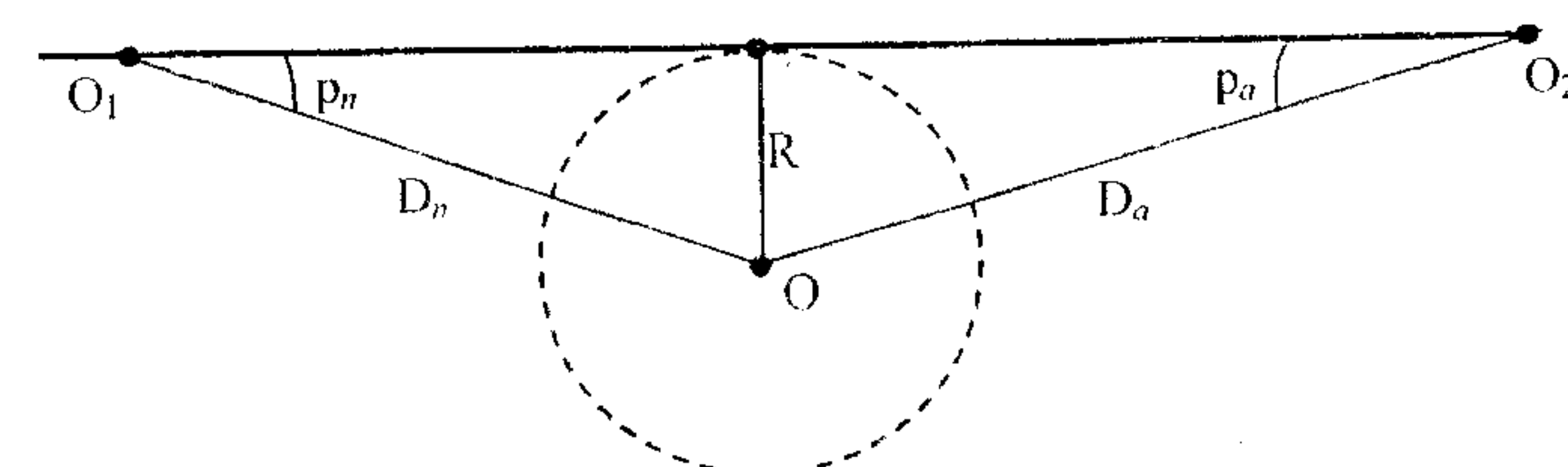
$$D_n = 363000 \text{ км}$$

$$p'_a-?; p'_n-?$$

**Шешуі:** Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (7.21-сурет). Мұндағы: О – Жер центрі; R – Жер радиусы;  $O_1$  және  $O_2$  – Ай центрлері.

Әрбір жағдай үшін параллакстың теңдеуін жазсақ, сонда

$$p_a^0 = \frac{R}{D_a} \text{ және } p_n^0 = \frac{R}{D_n} \text{ немесе } p'_a = \frac{3437,7' \cdot R}{D_a}; \quad p'_n = \frac{3437,7' \cdot R}{D_n}.$$



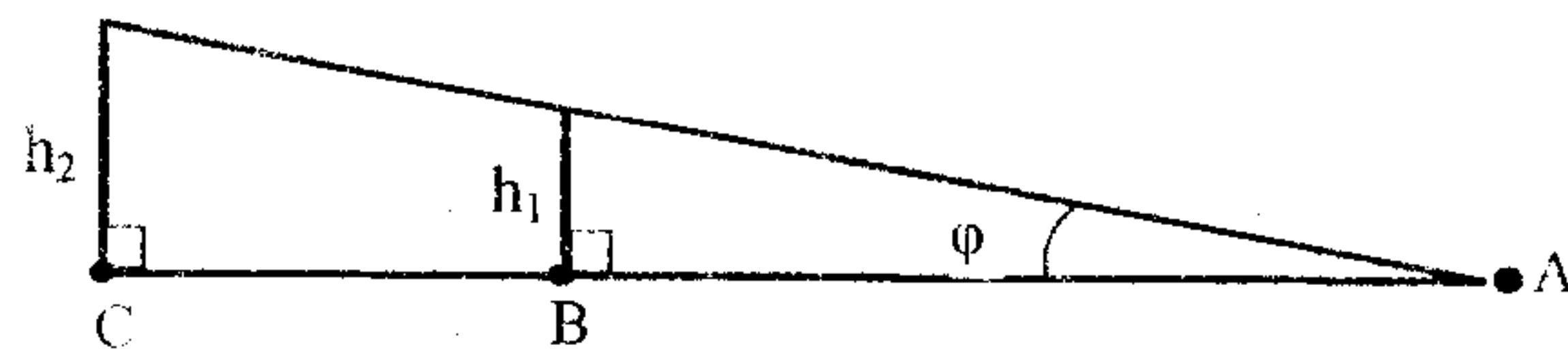
7.21-сурет

$$\rho'_a = \frac{3437,7' \cdot 6370 \text{ км}}{405000 \text{ км}} = 54'; \quad \rho'_n = \frac{3437,7' \cdot 6370 \text{ км}}{363000 \text{ км}} = 60'.$$

Жауабы:  $\rho'_a = 54'; \quad \rho'_n = 60'.$

7.1.38. Егер Жерден телескоппен карағанда Ай бетіндегі өлшемі 1 км нәрселер көрінетін болса, онда қарсы тұру кезінде Жерден Марс бетінде сондай телескоппен көрінетін нәрсенің ең кішісінің өлшемі қандай болмақ?

Берілгені:  $h_1 = 1 \text{ км}$   
 $h_2 = ?$   
 Шешуі: Қарсы тұру кезінің сызбасын пайдаланайық (7.22-сурет). Мұндағы: А – Жердегі бақылаушы, В – Ай бетіндегі және С – Марс бетіндегі нәрселер,  $\phi$  – телескоппен көріну бұрышы.



7.22-сурет

Ұқсас үшбұрыштар қасиетінен  $\frac{h_2}{AC} = \frac{h_1}{AB}$ . AC – қарсы тұру қашықтығы, AB – Жерден Айға дейінгі қашықтық. Сонда  $h_2 = \frac{AC}{AB} h_1$ .  
 Ал,  $AC = 55 \cdot 10^6 \text{ км}$ ;  $AB = 38 \cdot 10^4 \text{ км}$ .  $h_2 = \frac{55 \cdot 10^6 \text{ км} \cdot 1 \text{ км}}{38 \cdot 10^4} = 144,7 \text{ км}$ .  
 $h_2 = 144,7 \text{ км}$ .

Жауабы:  $h_2 = 144,7 \text{ км}$ .

7.1.39\*. Объективінің фокус арақашықтығы  $F = 0,5 \text{ м}$  фотоаппаратпен Айды екі рет суретке түсірген. Сонда, Жер бетінде түсіргенде оның диаметрінің кескіні  $d_1 = 4,5 \text{ мм}$ , ал Ай серігінде түсіргенде  $d_2 = 25 \text{ см}$  болады. Осы мәліметтер бойынша серіктің Айды айналу периоды анықтаңдар. Жерден Айға дейінгі қашықтық  $L = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}$ .

Берілгені:  $F = 0,5 \text{ м}$ ;  
 $d_1 = 4,5 \text{ мм}$ ;  
 $d_2 = 25 \text{ см}$ ;  
 $L = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}$   
 $T = ?$   
 Шешуі:  $4,5 \text{ мм} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$ .  
 Серіктің айналу периоды табу үшін Ньютонның екінші заңын жазайық, сонда Ай серігі үшін  $\gamma \frac{M_a m}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$ . (1) Мұндағы: R – серік орбитасының радиусы, m – серік массасы.

(1)-ден  $T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{\gamma M_a}}$ . (2) Ай массасын табу үшін оның бетінде-

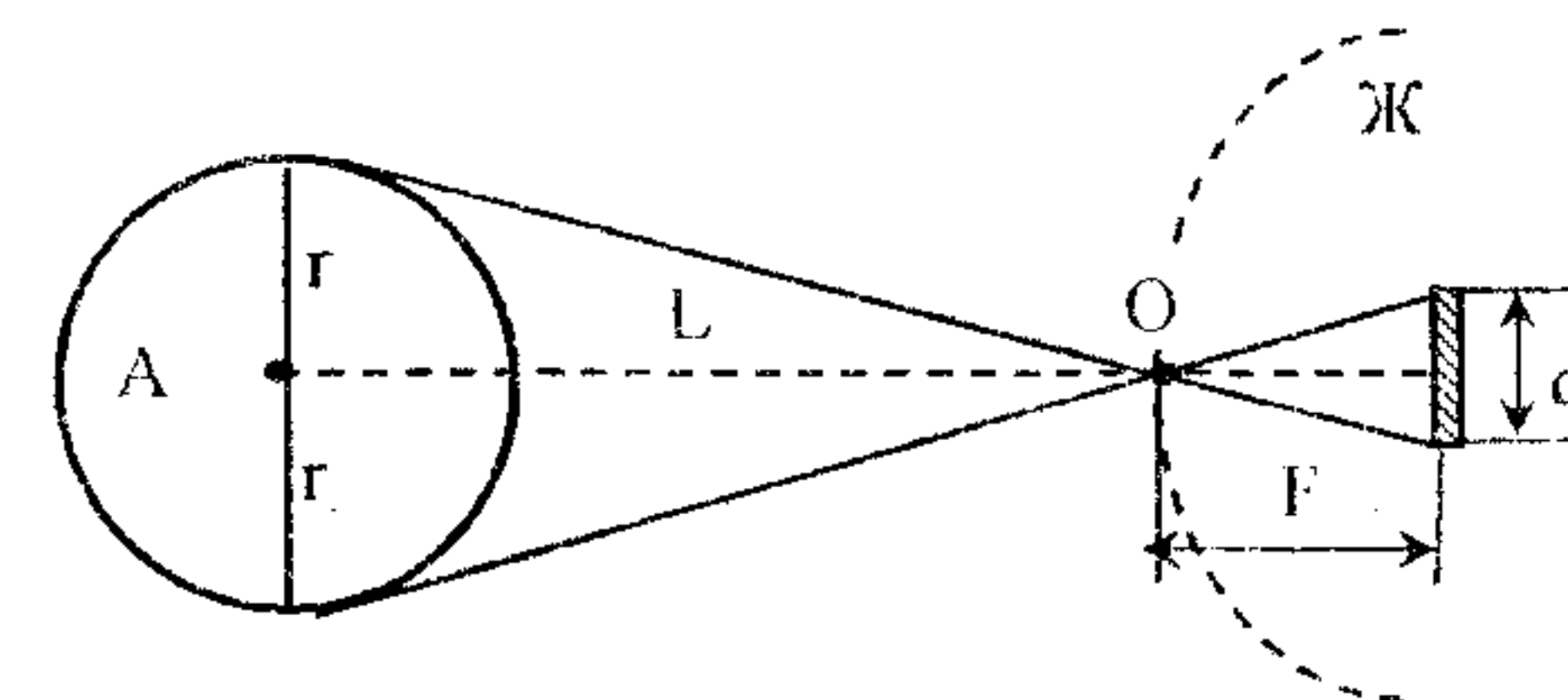
гі  $m_0$  массалы дене үшін Ньютонның екінші заңын жазамыз, сонда

$$m_0 g_a = \gamma \frac{m_0 M_a}{r^2} \Rightarrow M_a = \frac{g_a r^2}{\gamma}. \quad (3)$$

$g_a = \frac{g}{6}$  екендігін ескеріп (3)-ді (2)-ге қойсақ, онда  $T = \frac{2\pi R}{r} \sqrt{\frac{6R}{g}}$ . (4)

мұндағы g – Жер бетіндегі еркін түсу үдеуінің орташа мәні.

(3)-ден  $M_a$ -ны табу үшін R-ді және r-ді (Ай радиусы) анықтап алу керек. Ол үшін Жер бетінде түсірілген Ай суретіндегі сәулелер жолын салайық (7.23-сурет).



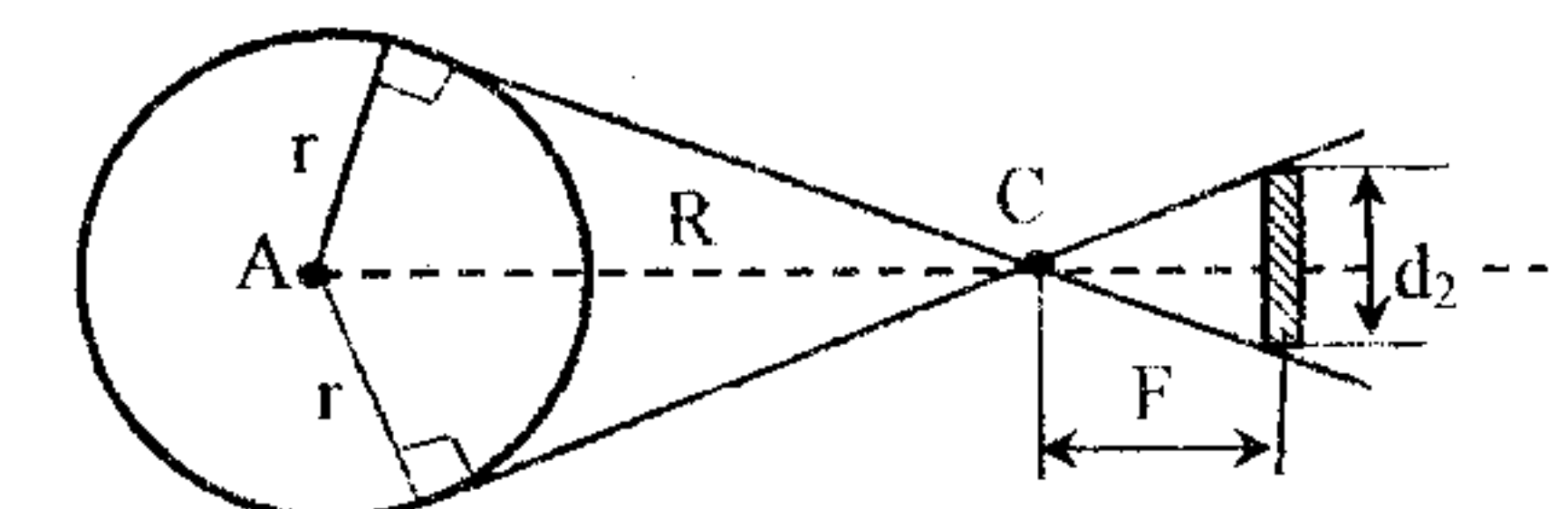
7.23-сурет

Үшбұрыштар ұқсастығынан  $\frac{d_1}{2r} = \frac{F}{L}$ , мұндағы,  $d_1$  – Жерден түсірілгендігі Ай диаметрі кескінінің өлшемі. Сонда  $r = \frac{d_1 L}{2F}$ . (5)

Енді серікте түсірілген Ай суретіндегі сәулелер жолын қолдансақ (7.24-сурет), онда мұндағы үшбұрыштар ұқсастығынан (6)  $\frac{d_2}{2r} = \frac{F}{R}$ . (5) және (6)-дан  $R = L d_1 \sqrt{\frac{1}{4F^2} + \frac{1}{d_2^2}}$ . (7)

(5) және (7) мәндерін ескеріп (4)-ден T-ны табамыз:

$$r = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}}{2 \cdot 0,5 \text{ м}} \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}; \quad r \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}.$$



7.24-сурет

$$R = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \sqrt{\frac{1}{4 \cdot (0,5 \text{ м})^2} + \frac{1}{(0,25 \text{ м})^2}} \approx 6,8 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,8 \cdot 10^6 \text{ м}}{1,7 \cdot 10^6 \text{ м}} \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 6,8 \cdot 10^6 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}; \quad T \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

Жауабы:  $T \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}$  немесе  $T \approx 14 \text{ сағ}$ .

Ескерту: Серікте түсірілген Ай суретіндегі сәулелер жолын пайдаланғанда, Ай беті толығымен фотоаппараттың көру аймағына түспейтіндігін ескеріп, сурет салынды (7.24-сурет).

7.1.40\*. Ғарыш кемесі Ай маңынан радиусы  $R = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м}$  дөңгелек орбита бойымен қозғалады. Айдың арғы бетіне түсуі үшін, жалаушаны кемеден оның траекториясына

жанамалай қандай жылдамдықпен лақтыру керек? Жалауша қанша уақыттан кейін Ай бетіне түседі? Ай бетіндегі еркін түсу үдеуі Жердікінен 6 есе кем деп есептеңдер. Ай радиусын  $1,7 \cdot 10^6$  м деп алыңдар.

**Берілгені:**

$$R = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$g_a = \frac{g_{\text{ж}}}{6};$$

$$R_a = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$v - ?; T - ?$$

**Шешуі:** Кемеден лақтырылған жалауша Айдың арғы бетінде жанасатын эллипс бойымен қозғалуы керек (7.25-сурет). Сонда оның үлкен өсі  $(R + R_a)$  болады. А және В нүктелері үшін энергияның сақталу заңын жазсақ, сонда

$$W_A = \frac{mv_1^2}{2} - \gamma \frac{M_a m}{R} \quad \text{және} \quad W_B = \frac{mv_2^2}{2} - \gamma \frac{M_a m}{R_a},$$

$$\text{демек} \quad \frac{mv_1^2}{2} - \gamma \frac{M_a m}{R} = \frac{mv_2^2}{2} - \gamma \frac{M_a m}{R_a}. \quad (1) \quad \text{Мұндағы, } v_1 - \text{жалаушаның А}$$

нүктесіндегі, ал  $v_2$  – В нүктесіндегі жылдамдықтары.

$$\gamma \frac{M_a}{R_a^2} = g_a \quad \text{екендігін ескеріп, } m\text{-ге}$$

қысқартсақ, онда (1)-ден

$$\frac{v_1^2}{2} - g_a \frac{R_a^2}{R} = \frac{v_2^2}{2} - g_a R_a. \quad (2)$$

$v_1$  және  $v_2$ -ні анықтау үшін Кеплердің екінші заңын қолданамыз, сонда

$$\frac{v_1 \Delta t \cdot R}{2} = \frac{v_2 \Delta t \cdot R_a}{2} \Rightarrow v_1 R = v_2 R_a. \quad (3)$$

Есеп шартынан  $R = 2R_a$  екендігін ескерсек, онда (3)-ден  $v_2 = 2v_1$ .

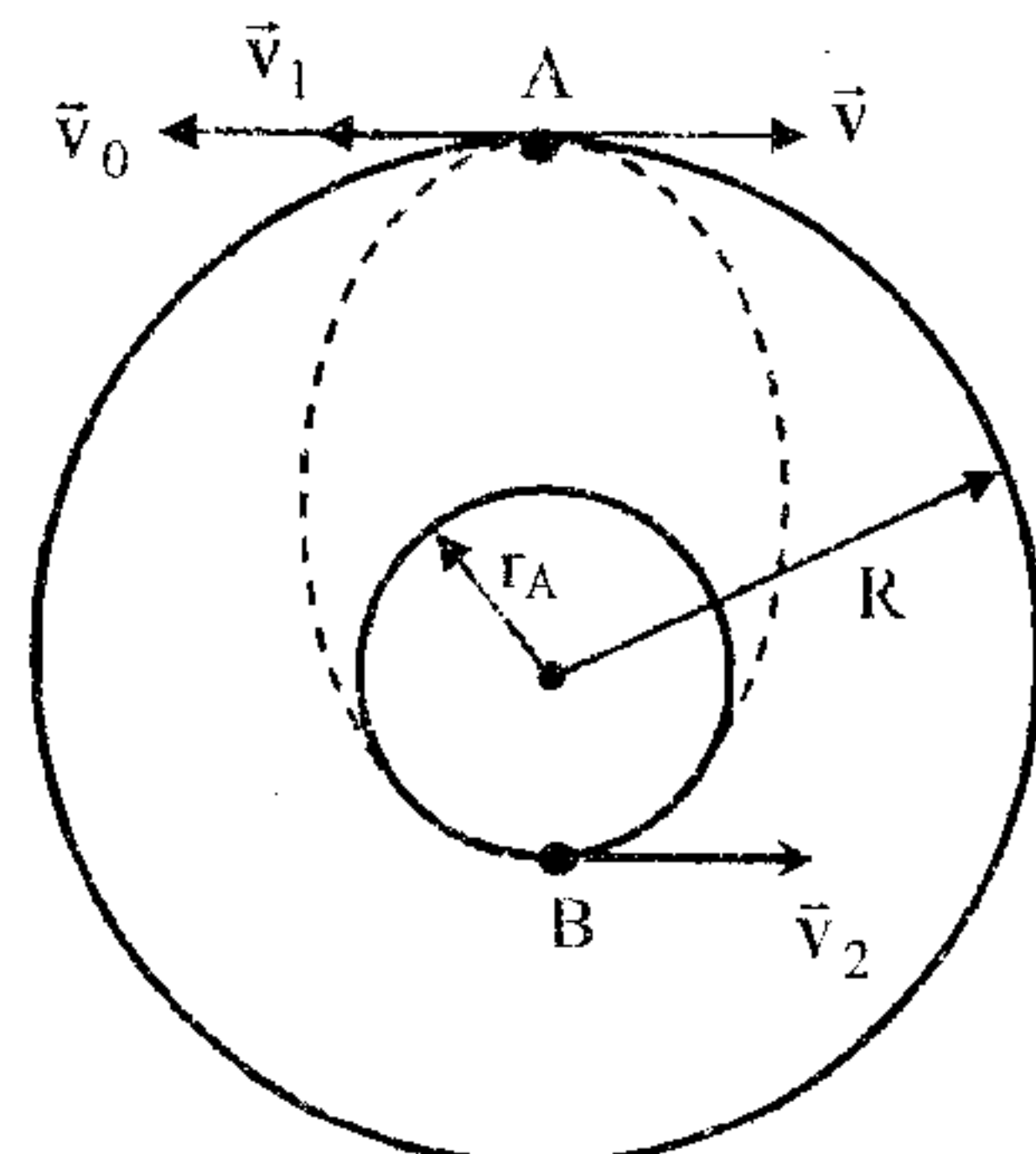
$$\text{Демек, (2)-ден} \quad v_1 = R_a \sqrt{\frac{2g_a R_a}{R(R_a + R)}} \quad \text{немесе} \quad v_1 = \sqrt{\frac{g_a R_a}{3}}.$$

Ал, жалаушаны лақтырудың салыстырмалы жылдамдығын білу үшін А нүктесіндегі ғарыш кемесінің жылдамдығын білу керек, өйткені  $v = v_0 - v_1$ , мұндағы  $v_0$  – ғарыш кемесі жылдамдығы және  $v_1 < v_0$ . Ғарыш кемесі дөңгелек орбита бойымен қозғалғандықтан оған тек тартылыс күші әсер етеді, демек

$$\gamma \frac{M_a m_1}{R^2} = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\gamma \frac{M_a}{R}} = \sqrt{\frac{g_a R_a}{2}},$$

мұндағы  $m_1$  – кеме массасы.

Сонымен,  $v = v_0 - v_1 = \sqrt{g_a R_a} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ . Жалаушаның Ай бетіне түсу уақытын табу үшін Кеплердің үшінші заңын пайдаланамыз,



7.25-сурет

сонда  $\left( \frac{T}{T_0} \right)^2 = \left( \frac{R + R_a}{2R_a} \right)^3$ , мұндағы  $T_0 = \frac{2\pi R}{v_0}$  немесе  $T_0 = 4\pi \sqrt{\frac{2R_a}{g_a}}$ .  $T_0$  – жалаушаның радиусы  $R$  дөңгелек орбита бойымен қозғалғандағы периоды.  $R = 2R_a$  екендігін ескерсек  $T = \frac{3}{8} \sqrt{3} T_0$  немесе  $T = \frac{3}{2} \sqrt{3} \pi \sqrt{\frac{2R_a}{g_a}}$ .

$$v = \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}}{6}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \approx 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v \approx 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$T = \frac{3}{2} \sqrt{3} \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,7 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot 6}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 1,18 \cdot 10^4 \text{ с}; \quad T \approx 1,18 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

$$\text{Жауабы: } v \approx 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad T \approx 1,18 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

**7.1.41.** Айда метеорды бақылау мүмкін бе?

**Жауабы:** Мүмкін емес, өйткені Айда атмосфера жоқ.

**7.1.42.** Айдың арғы бетінен Күннің толық тұтылуын көруге бола ма?

**Жауабы:** Айдың арғы бетінен Жер көрінбейтіндіктен, Күннің толық тұтылуын бақылауға болмайды.

**7.1.43.** Массасы  $M = 12$  т ғарыш кемесі Ай бетінен  $h = 100$  км қашықтықта дөңгелек орбитамен қозғалады. Ай бетіне қонуға өту үшін зымыран соплосынан  $u = 10^4$  м/с жылдамдықпен газ шығатын қозғалтқышпен қысқа мерзімге ауыстырылды. Ай радиусы  $R_a = 1,7 \cdot 10^3$  км, ал оның бетіндегі еркін түсу үдеуі  $g_a = 1,7 \text{ м/с}^2$  болса, кеме траекторияның А нүктесінен В нүктесіне өтуі үшін тежеу қозғалтқышында қанша отын жағу керек?

**Берілгені:**

$$M = 12 \text{ т};$$

$$h = 100 \text{ км};$$

$$u = 10^4 \text{ м/с};$$

$$R_a = 1,7 \cdot 10^3 \text{ км};$$

$$g_a = 1,7 \text{ м/с}^2$$

$$m - ?$$

**Шешуі:**  $12 \text{ т} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ кг}; \quad 100 \text{ км} = 10^5 \text{ м};$

$$1,7 \cdot 10^3 \text{ км} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Кемелің алғашқы жылдамдығын  $v$  А және В нүктелеріндегі жылдамдықтарын  $v_A$  және  $v_B$ , орбитаның алғашқы радиусын  $R = R_a + h$ , ал Ай массасын  $M_a$  дейік. Енді жанған отынның массасын табу үшін импульстің сақталу заңын пайдаланайық, сонда

$$(M - m)\Delta v = mu \Rightarrow m = \frac{M\Delta v}{\Delta v + u}. \quad (1)$$

Мұндағы,  $\Delta v$  — қозғалтқышты ауыстырғаннан кейінгі кеме жылдамдығының өзгерісі, сонда  $\Delta v = v - v_A$ . (2) Кеме жылдамдығын

$$\frac{Mv^2}{R} = \gamma \frac{M_a M}{R^2} \text{ шартынан табамыз, сонда } v = \sqrt{\gamma \frac{M_a}{R}}. \quad (3)$$

А және В нүктелері үшін энергияның сақталу заңынан (7.26-сурет)  $-\gamma \frac{M_a M}{R} + \frac{Mv_A^2}{2} = -\gamma \frac{M_a M}{R_a} + \frac{Mv_B^2}{2}$ . (4)

Екінші жағынан Кеплер заңын қолдансақ, онда  $v_A R = v_B R_a$ . (5)

$$(4) \text{ және } (5)\text{-ден } v_A = \sqrt{2\gamma \frac{M_a R_a}{R(R+R_a)}}, \text{ енді}$$

$$g_a = \gamma \frac{M_a}{R_a^2} \text{ екендігін ескерсек}$$

$$v_A = \sqrt{2g_a \frac{R_a^2}{R(R+R_a)}}.$$

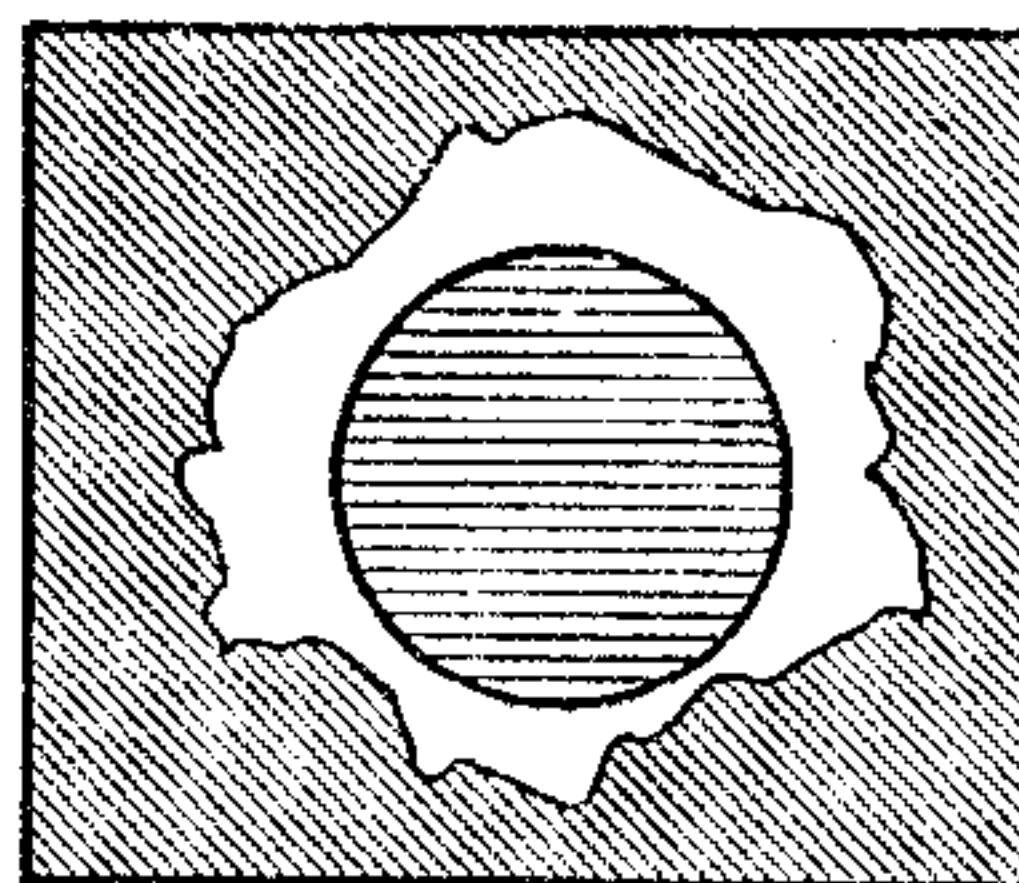
$$\text{Енді (2)-ден } \Delta v = \sqrt{\gamma \frac{M_a}{(R_a+h)}} - \sqrt{2g_a \frac{R_a^2}{R(R+R_a)}} \approx 24 \frac{M}{c}. \text{ Егер } \Delta v \ll u$$

екендігін ескерсек, онда (1)-ден  $m = \frac{M\Delta v}{u}$ . (1a)

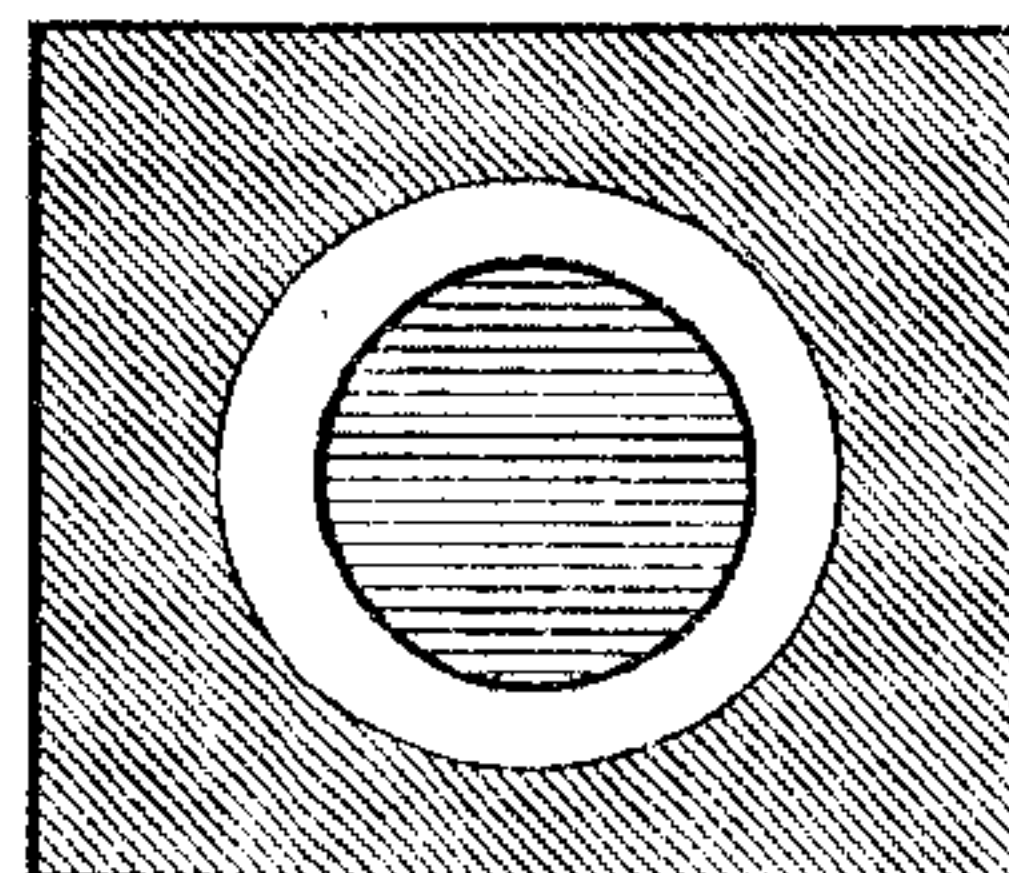
$$m = \frac{1,2 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 24 \frac{M}{c}}{10^4 \frac{M}{c}} = 28,8 \text{ кг} \approx 29 \text{ кг}; \quad m \approx 29 \text{ кг}.$$

**Жауабы:**  $m \approx 29 \text{ кг}$ .

**7.1.44.** Толық Күн тұтылу кезінде екі жағдай болады: а) Күн дискін Ай толық жауып, Күннің тажы ғана көрінеді (7.27,а-сурет); ә) сақина тәрізді тұтылу кезінде Күн дискі сақина түрде көрінеді (7.27,ә-сурет). Бұлар қандай жағдайларға байланысты болады?



а)

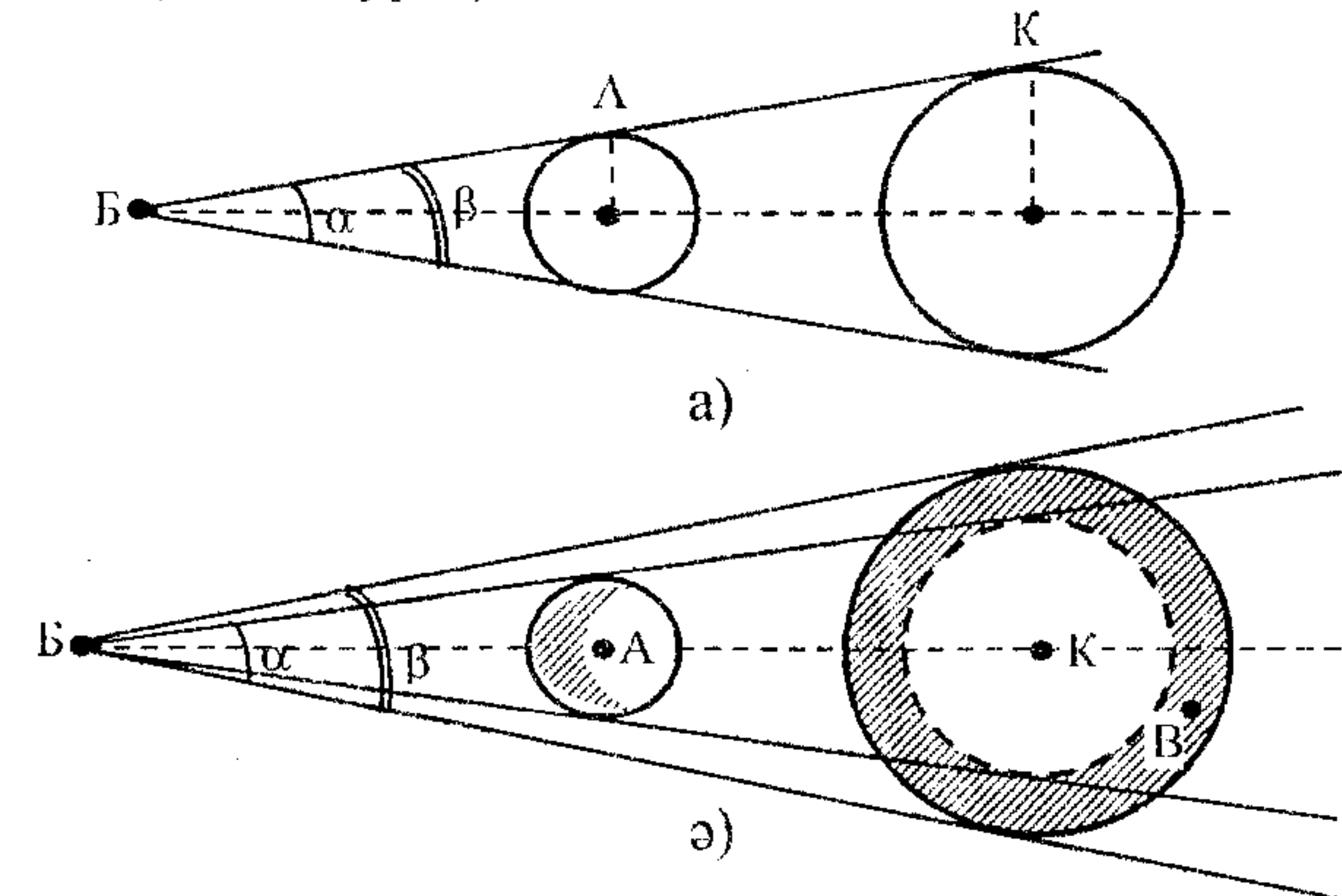


ә)

7.27-сурет

**Жауабы:** а) Ай және Күн бақылаушыға бірдей көру бұрышымен бақыланады (7.28,а-сурет).

ә) Бақылаушы Айды Күнге қарағанда кіші көру бұрышымен бақылайды (7.28,ә-сурет).



7.28-сурет

Мұндағы: Б — бақылаушы, А — Ай, К — Күн. ( $\alpha = \beta$ ) — (а-жағдайы), ( $\alpha < \beta$ ) — (ә-жағдайы), В — Күннің көрінетін бөлігі (ә-жағдайы).

**7.1.45.** Айды қайсы дене күшті тартады: Жер ме, әлде Күн бе?

**Шешуі:** Бүкіләлемдік тартылыс заңын пайдаланып әрбір дененің Айды тарту күшін жазайық, сонда

$$F_{Ж} = \frac{\gamma m_0 M_{Ж}}{r_{Ж}^2} \text{ және } F_{К} = \frac{\gamma m_0 M_{К}}{r_{К}^2}.$$

Мұндағы:  $m_0$  — Ай массасы;  $M_{Ж}$  — Жердің, ал  $M_{К}$  — Күннің массалары;  $r_{Ж}$  және  $r_{К}$  — сәйкесінше олардың Айға дейінгі қашықтықтары.

Сонда  $\frac{F_{Ж}}{F_{К}} = \frac{M_{Ж} r_{К}^2}{M_{К} r_{Ж}^2}$ .  $M_{Ж}$ ,  $M_{К}$ ,  $r_{Ж}$  және  $r_{К}$  мәндерін ескерсек

$$\frac{F_{Ж}}{F_{К}} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2}{2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot (4 \cdot 10^8 \text{ м})^2} \approx \frac{3}{8}; \quad \frac{F_{Ж}}{F_{К}} \approx \frac{3}{8}.$$

Сонымен, Айды Күн Жерге қарағанда  $\approx 2,7$  еседей артық күшпен тартады екен. Мұнда ешқандай қайшылық жоқ, өйткені Ай Күннің тартуымен Күнді айнала, ал Жердің тартуымен Жерді айнала орбиталды қозғалыс жасайды.

$$\text{Жауабы: } \frac{F_{Ж}}{F_{К}} \approx \frac{3}{8}.$$

7.1.46. Жер өзінің орбиталдық жылдамдығын жоғалтып Күнге құлай бастады дейік. Сонда Жер Күн бетіне қандай жылдамдықпен жетеді? Жер орбитасының радиусы  $r = 150$  млн км, ал Күн радиусы  $R = 700000$  км. Жердің орбиталдық жылдамдығы  $v = 30$  км/с. Жер Күнге қанша уақытта құлап түседі?

Берілгені:  $r = 150$  млн км;  
 $R = 700\,000$  км;  
 $v = 30$  км/с;  
 $u$  — ?;  $t$  — ?

Шешуі:  $150$  млн км  $= 1,5 \cdot 10^{11}$  м;  
 $700\,000$  км  $= 7 \cdot 10^8$  м;  $30$  км/с  $= 3 \cdot 10^4$  м/с.  
 Жер массасын  $m$ , Күн массасын  $M$ , ал ізделінді жылдамдық  $u$  болсын. Сонда энергияның сақталу заңынан

$$\frac{mu^2}{2} = -\gamma \frac{Mm}{r} - \left( -\gamma \frac{Mm}{R} \right) \text{ немесе } \frac{u^2}{2} = \gamma M \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right). \quad (1)$$

Екінші жағынан  $\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{Mm}{r^2}$  немесе  $v^2 = \frac{\gamma M}{r}$ . (2)

(1) және (2)-ден  $u = v \sqrt{\frac{2(r-R)}{R}}$ .

$$u = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} - 7 \cdot 10^8 \text{ м})}{7 \cdot 10^8 \text{ м}}} \approx 6,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Енді құлап түсу уақыты  $t$ -ны табайық. Сонда құлап келе жатқан Жер қозғалысын, өте созылыңқы эллипс бойымен қозғалатын Күн серігі ретінде қарауға болады және оның үлкен жарты өсі  $r$ -ге, ал эксцентриситеті  $\varepsilon = 1$ . Жүйе үшін Кеплердің үшінші заңын жазсақ

$$\frac{t^2}{(T/2)^2} = \frac{(r/2)^3}{r^3} \Rightarrow t = \frac{T}{\sqrt{32}}.$$

Мұндағы,  $T$  — Жердің Күнді айналу периоды.

$$t = 365 \text{ тәулік} / \sqrt{32} \approx 65 \text{ тәулік.} \quad t \approx 65 \text{ тәулік.}$$

Жауабы:  $u \approx 6,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $t \approx 65$  тәулік.

7.1.47. Күн фотосферасының қалыңдығы оның радиусынан анағұрлым аз. Фотосфера толығымен атомарлы сутегіден тұрады деп, гравитациялық күштің қысым күшіне теңдігін пайдаланып оның қалыңдығын бағалаңдар.

Берілгені:  $h \ll R_K$   
 $h$  — ?

Шешуі:  $h \ll R_K$  болғандықтан ондағы еркін түсу үдеуінің де, тығыздығының да орташа мәнін тұрақты деп есептеуге болады. Фотосферада тепе-теңдік болуы үшін  $p_2 = p_K$  немесе  $\rho g_K h = \rho \frac{RT}{\mu}$ . Мұндағы,

$g_K$  — Күннің еркін түсу үдеуі,  $\mu$  — атомарлы сутегінің молдік массасы,  $T$  — фотосфера температурасы.

Сонда

$$h = \frac{RT}{g_K \mu} = \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 6 \cdot 10^3 \text{ К}}{270 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \approx 1,84 \cdot 10^5 \text{ м}.$$

Жауабы:  $h \approx 1,84 \cdot 10^5 \text{ м}$  немесе  $h \approx 184 \text{ км}$ .

7.1.48. Күнге дейінгі арақашықтықты біле отырып, Күн бетіндегі дақтың өлшемін анықтаңдар. Күн дағы объектінің көріну өлшемі  $r' = 1'$ .

Берілгені:  $R = 1,5 \cdot 10^{11}$  м;  
 $r' = 1'$   
 $H$  — ?

Шешуі:  $\sin r' = \frac{H}{R}$  катынасынан  $H = R \sin r'$ .  
 $H = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} \cdot \sin 1' = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} \cdot 2,9 \cdot 10^{-4} =$   
 $= 4,35 \cdot 10^7 \text{ м.} \quad H = 4,35 \cdot 10^7 \text{ м}.$

Жауабы:  $H = 4,35 \cdot 10^7 \text{ м}$ .

7.1.49. Күн центріндегі температура  $T \approx 1,4 \cdot 10^7 \text{ К}$ , ал зат тығыздығы  $\rho = 1,5 \cdot 10^5 \text{ кг/м}^3$ . Күн центріндегі газ қысымын есептеп табыңдар.

Берілгені:  $T \approx 1,4 \cdot 10^7 \text{ К}$ ;  
 $\rho = 1,5 \cdot 10^5 \text{ кг/м}^3$   
 $p$  — ?

Шешуі: Күн центріндегі газ үшін Менделеев-Клапейрон теңдеуін пайдаланамыз, сонда  $pV = \frac{m}{M} RT$  немесе  $p = \frac{\rho}{M} RT$ .  
 Мұндағы,  $\frac{m}{V} = \rho$ ,  $M = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ .

$$p = \frac{1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 1,4 \cdot 10^7 \text{ К} = 3,44 \cdot 10^{11} \text{ Па}.$$

Жауабы:  $p = 3,44 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

7.1.50. Күннің жарқырауы  $L = 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$  деп алып, оның сәуле шығару арқылы 1 секундта жоғалтатын массасын анықтаңдар. Күн жасы шамамен  $t = 10^8$  жыл деп есептеп, осы уақыт ішінде массасы қанша пайызға кемігенін есептеп шығарыңдар.

Берілгені:  $L = 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт};$   
 $t_0 = 1 \text{ с}; t = 0^8 \text{ жыл}$   
 $m_0 = ? \left( \frac{m}{M_0} \cdot 100\% \right) = ?$

Шешуі:  $10^8 \text{ жыл} \approx 4,16 \cdot 10^{17} \text{ с}.$   
 1 секундта шығатын Күн энергиясы  
 $E_0 = L \cdot t_0.$  Екінші жағынан  $E_0 = m_0 c^2.$  Ексеуі-  
 нен  $m_0 c^2 = L t_0 \Rightarrow m_0 = \frac{L t_0}{c^2}.$  Ал,  $t$  уақытта жо-  
 ғалтатын массасы

$$m = \frac{L t}{c^2}, \text{ онда } \left( \frac{m}{M_0} \cdot 100\% \right) = \frac{L t}{M_0 c^2} \cdot 100\%.$$

$$m_0 = \frac{4 \cdot 10^{26} \text{ Вт} \cdot 1 \text{ с}}{\left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} = 4,4 \cdot 10^9 \text{ кг}. \quad m_0 = 4,4 \cdot 10^9 \text{ кг}.$$

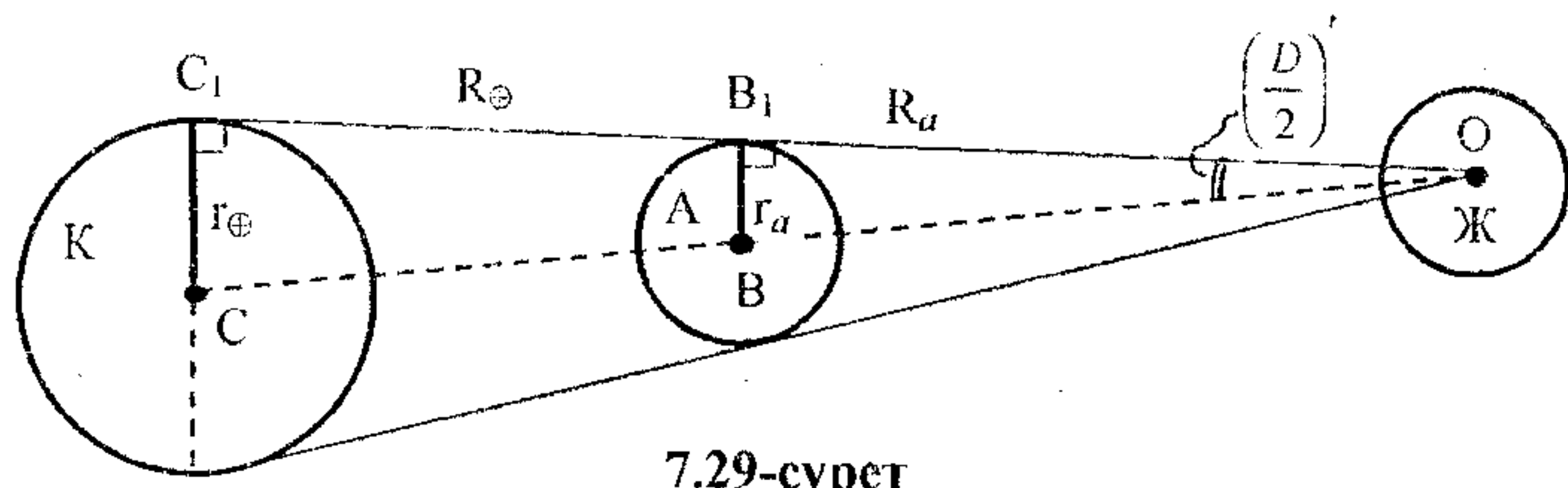
$$\left( \frac{m}{M_0} \cdot 100\% \right) = \frac{4 \cdot 10^{26} \text{ Вт} \cdot 4,16 \cdot 10^{17} \text{ с} \cdot 100\%}{2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} = 0,08\%;$$

Жауабы:  $m_0 = 4,4 \cdot 10^9 \text{ кг}; \left( \frac{m}{M_0} \cdot 100\% \right) = 0,08\%.$

7.1.51. Күн мен Айдың көрінерлік диаметрлері бірдей және  $0,53^\circ$ -ке тең деп, олардың сызықтық өлшемдерінің мәндерін жуықтап табыңдар. Жерден Айға дейінгі қашықтық 384400 км деп алыңдар.

Берілгені:  $(D)' = (D_a)' = (D_\oplus)' = 0,53^\circ;$   
 $R_a = 384400 \text{ км};$   
 $R_\oplus = 149598500 \text{ км}$   
 $d_1 = ?; d_2 = ?$

Шешуі: Есеп шарты бойынша сыз-  
 басын салайық (7.29-сурет).  
 Мұндағы: К – Күн; А – Ай; Ж – Жер;  
 $OC_1 = R_\oplus; OB_1 = R_a; C_1C = r_\oplus = \frac{d_1}{2};$   
 $B_1B = r_a = \frac{d_2}{2}.$



7.29-сурет

$\Delta C_1CO$  және  $\Delta B_1BO$ -дан  $C_1C = OC_1 \cdot \lg\left(\frac{D}{2}\right)'$  және  $B_1B = OB_1 \cdot \lg\left(\frac{D}{2}\right)'$   
 немесе  $d_1 = 2R_\oplus \cdot \lg\left(\frac{D}{2}\right)'$  және  $d_2 = 2R_a \cdot \lg\left(\frac{D}{2}\right)'.$

$$d_1 = 2 \cdot 149598500 \text{ км} \cdot \lg(0,265^\circ) = 1,4 \cdot 10^7 \text{ км};$$

$$d_2 = 2 \cdot 384400 \text{ км} \cdot \lg(0,265^\circ) = 3,55 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Жауабы:  $d_1 = 1,4 \cdot 10^7 \text{ км}; d_2 = 3,55 \cdot 10^3 \text{ км}.$

7.1.52. Жер орбитасының орташа радиусы  $R = 1,49 \cdot 10^8 \text{ км}$  бойынша Күн массасын анықтаңдар.

Берілгені:  $R = 1,49 \cdot 10^8 \text{ км}$   
 $M_\oplus = ?$

Шешуі:  $1,49 \cdot 10^8 \text{ км} = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}.$   
 Жер орбитасын шамамен шеңбер пішінді деп  
 есептесек, онда Күннің тартылыс күші  
 $F = m\omega^2 R. (1)$

Мұндағы:  $m$  – Жер массасы,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – Жердің бұрыштық жылдамдығы.  
 $T = 365$  тәулік (Жердің Күнді айналу периоды).

Екінші жағынан (2)  $F = \gamma \frac{mM_\oplus}{R^2}.$  (1) және (2)-ден

$$m\omega^2 R = \gamma \frac{mM_\oplus}{R^2} \Rightarrow M_\oplus = \frac{\omega^2 R^3}{\gamma} \text{ немесе } M_\oplus = \frac{4\pi^2 R^3}{\gamma T^2}.$$

$$M_\oplus = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot (1,49 \cdot 10^{11} \text{ м})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot (3,16 \cdot 10^7 \text{ с})^2} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}; \quad M_\oplus \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}.$$

Жауабы:  $M_\oplus \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}.$

7.1.53. Адамның салыстырмалы жылубөлінуі  $W_0 = 1 \text{ Вт/кг}.$  Мұны Күннің салыстырмалы жылубөлінуімен салыстырыңдар.

Берілгені:  $W_0 = 1 \text{ Вт/кг}$   
 $W = ?; \frac{W_0}{W} = ?$

Шешуі: Салыстырмалы жылубөлінуі дегені-  
 міз жылу көзі затының 1 килограмның 1 се-  
 кундта бөліп шығаратын энергиясы, демек Күн  
 үшін  $W = \frac{E_0}{M_0}.$  Мұндағы,  $E_0 = 3,83 \cdot 10^{26} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$  – бұл

Күннің 1 секундтағы шығаратын энергиясы,  $M_0 = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$  – Күн массасы.

$$W = \frac{3,83 \cdot 10^{26} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}}{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}} = 1,92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}; \quad W = 1,92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}.$$

$$\frac{W_0}{W} = \frac{1 \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}}{1,92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}} = 3,4 \cdot 10^3. \quad W_0 = 3400 \cdot W.$$

**Жауабы:** Адамның салыстырмалы жылу бөлінуі Күндікінен  $\approx 3400$  еседей артық екен.

**7.1.54.** Координатасы  $\varphi = 55^\circ 30'$  ендікте орналасқан бақылаушы үшін Күннің батуы қанша уақытқа созылар еді? Күн дөңгелегінің бұрыштық диаметрі  $2\rho = 32'$ .

**Берілгені:**  $\varphi = 55^\circ 30'$ ;  $2\rho = 32'$   
**Шешуі:** Күн дөңгелегі көкжиек сызығын қыйып өту уақытында, ол аспан көлбеулігімен  $\ell = \frac{2\rho}{\cos \varphi}$  бұрыштық қашықтықты өтеді. Сонда Күннің бату уақыты  $\tau = \frac{\ell}{u}$  немесе  $\tau = \frac{2\rho}{u \cos \varphi}$ .

Мұндағы  $u$  – Күннің аспандағы қозғалыс жылдамдығы, сонда

$$u = \frac{360^\circ}{24^h} = \frac{15^\circ}{1^h} = \frac{15'}{1^m}, \text{ демек } \tau = \frac{2\rho \cdot 1^m}{15' \cos \varphi} = \frac{32' \cdot 1^m}{15' \cos 55,5^\circ} \approx 3,8 \text{ мин.}$$

**Жауабы:**  $\tau \approx 3,8$  мин.

**7.1.55.** Жер орбитасының эксцентриситеті  $e = 0,017$  болса Күннің көрінерлік жұлдыздық шамасы қыста және жазда қаншаға өзгереді?

**Берілгені:**  $e = 0,017$   
**Шешуі:** Жердің Күнге ең жақындауы, яғни перигей нүктесі қыста, ал афелийі жазда болатындығы белгілі. Сондықтан жазда Жердің Күннен алыстауы қысқа қарағанда  $\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$  есе көп болады.

Осыған орай Күннің көрінерлік жұлдыздық шамасының өзгерісі былай анықталады

$$\Delta n = \frac{5}{2} \lg \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^2 = 5 \lg \left( \frac{1+e}{1-e} \right) = 5 \lg \left( \frac{1,017}{0,983} \right) = 0,074. \quad \Delta n = 0,074.$$

**Жауабы:**  $\Delta n = 0,074$ .

**7.1.56.** Толық Айдың жұлдыздық шамасы  $-12,5^m$ . Егер Күннің жарықталуы Айдыкінен 400000 есе жоғары болса, онда Күннің жұлдыздық шамасын анықтаңдар.

**Берілгені:**  $m_1 = -12,5^m$ ;  $\frac{E_2}{E_1} = 400000$   
**Шешуі:**  $\lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4(m_1 - m_2)$  формуласын пайдаланайық, сонда  $\lg \frac{1}{4 \cdot 10^5} = -0,4(-12,5 - m_2) \Rightarrow -5,60206 = -0,4(-12,5 - m_2) \Rightarrow m_2 = -26,5^m$ .

**Жауабы:**  $m_2 = -26,5^m$ .

**7.1.57.** Неге Күн затының орташа молярлық массасы ( $0,61 \cdot 10^{-3}$  кг/моль), Күн негізін құрайтын сутегінің молярлық массасынан да ( $1 \cdot 10^{-3}$  кг/моль) және гелийдің молярлық массасынан да ( $4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль) кем болады?

**Жауабы:** Күн заты плазма күйінде болғандықтан, оның орташа молдік массасын есептеу кезінде протон және гелий ядросымен қоса азғана массасы бар электронды да есепке алу керек. Мысалы, 91 протонға 9 гелий ядросы және олардан бөлінген 109 электрон сәйкес келеді. Сонда орташа мольдік масса  $\approx 0,61 \cdot 10^{-3}$  кг/моль болуы керек.

**7.1.58.** Күн затында ауыр химиялық элементтер (көміртегі, оттегі, темір және т.б.) қайдан пайда болған?

**Жауабы:** Ауыр элементтердің синтезі жұлдыздың алғашқы дәуірінде пайда болған. Кейін ол қопарылысқа ұшырап оның затынан екінші дәуірінде жұлдыздар (сонымен бірге Күн) пайда болған. Күндегі термоядролық реакция нәтижесінде пайда болатын ауыр элементтер мөлшері мардамсыз ғана болады.

**7.1.59.** Күннің горизонтал параллаксы қайсы айларда және қандай себептерге байланысты ең үлкен және ең кіші мәндерге ие болады?

**Жауабы:** Күн Жерден шілде айының басында ең алыс қашықтықта болатындықтан, осы кезде Күн параллаксы ең аз мәнге ие болады. Ал, қаңтар айының басында Күн параллаксы ең үлкен мәнге ие болады.

**7.1.60.** Астрономдар өз өсінен айналу периоды  $T = 6$  минут болатын ерекше ғаламшарды бақылаған. Осы ғаламшар тығыздығы қандай болғаны?

**Берілгені:**  $T = 6$  мин.  
**Шешуі:**  $6 \text{ мин} = 3,6 \cdot 10^2 \text{ с}$ .  
Ешбір ғаламшардың бөлігі сол ғаламшар үшін анықталған бірінші ғарыштық жылдамдығынан артық жылдамдықпен қозғала алмайды, яғни  $\frac{v_0^2}{R} = \frac{\gamma M}{R^2}$ ,

мұндағы  $v_0$  – ғаламшардың бірінші ғарыштық жылдамдығы.

Демек, ғаламшар заты оның экваторынан ұшып кетпеуі үшін ғаламшардың экваториалдық жылдамдығы  $v_0$ -ден кем болуы тиіс, яғни  $v_s \leq v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$ . (1) Ал, ғаламшардың экваториалдық жылдам-

дығымен оның айналу периоды арасындағы байланыс  $T = \frac{2\pi R}{v_0}$ . (2)

(1) және (2)-ден  $T \geq \frac{2\pi R}{v_0} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$ . Ал,  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$  екендігін ескерсек, онда  $T \geq \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \rho}} \Rightarrow \rho \geq \frac{3\pi}{\gamma T^2}$ .

$$\rho \geq \frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot (3,6 \cdot 10^2 \text{ с})^2} = 1,09 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

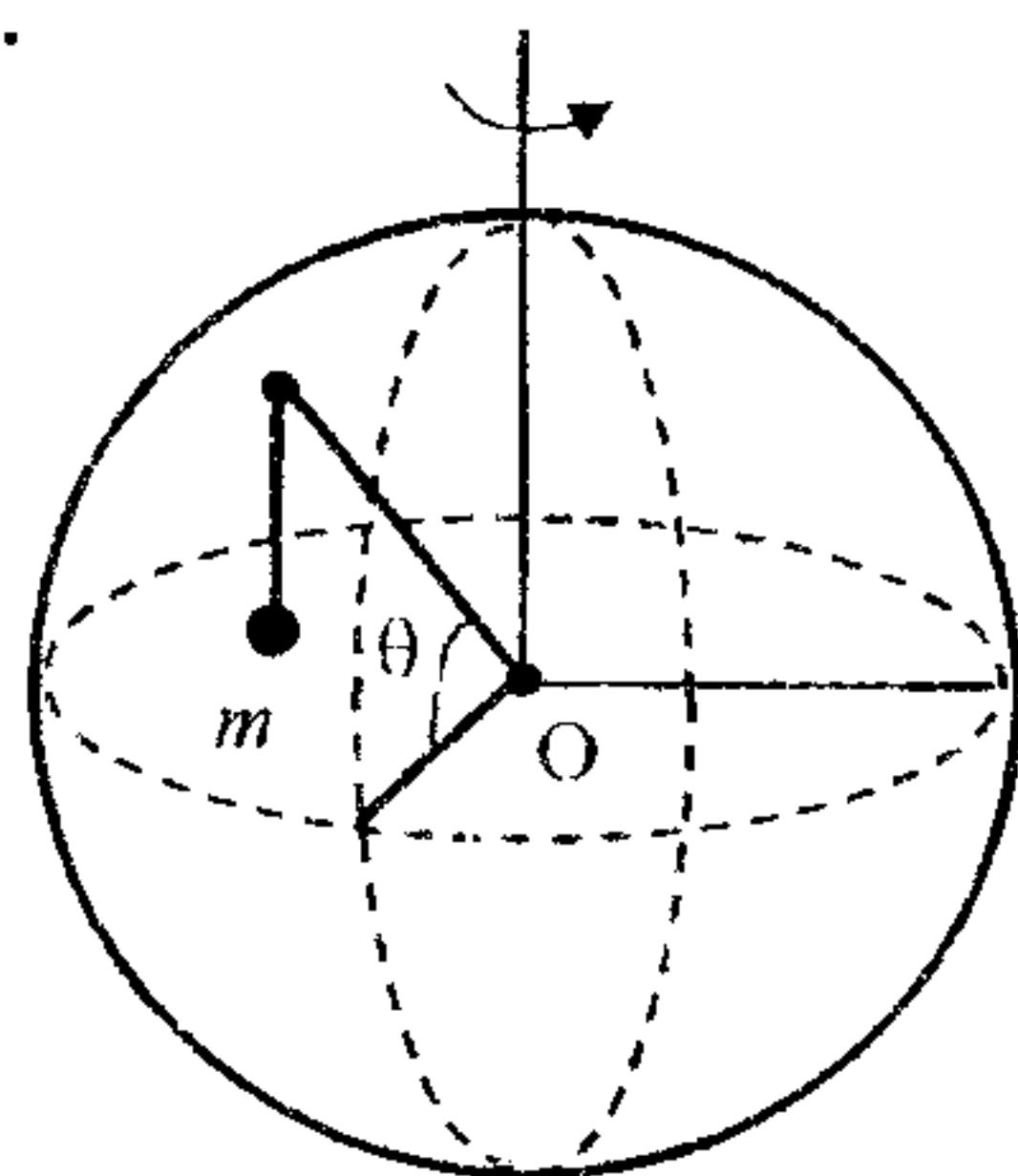
$\rho \geq 1,09 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

**Жауабы:**  $\rho \geq 1,09 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

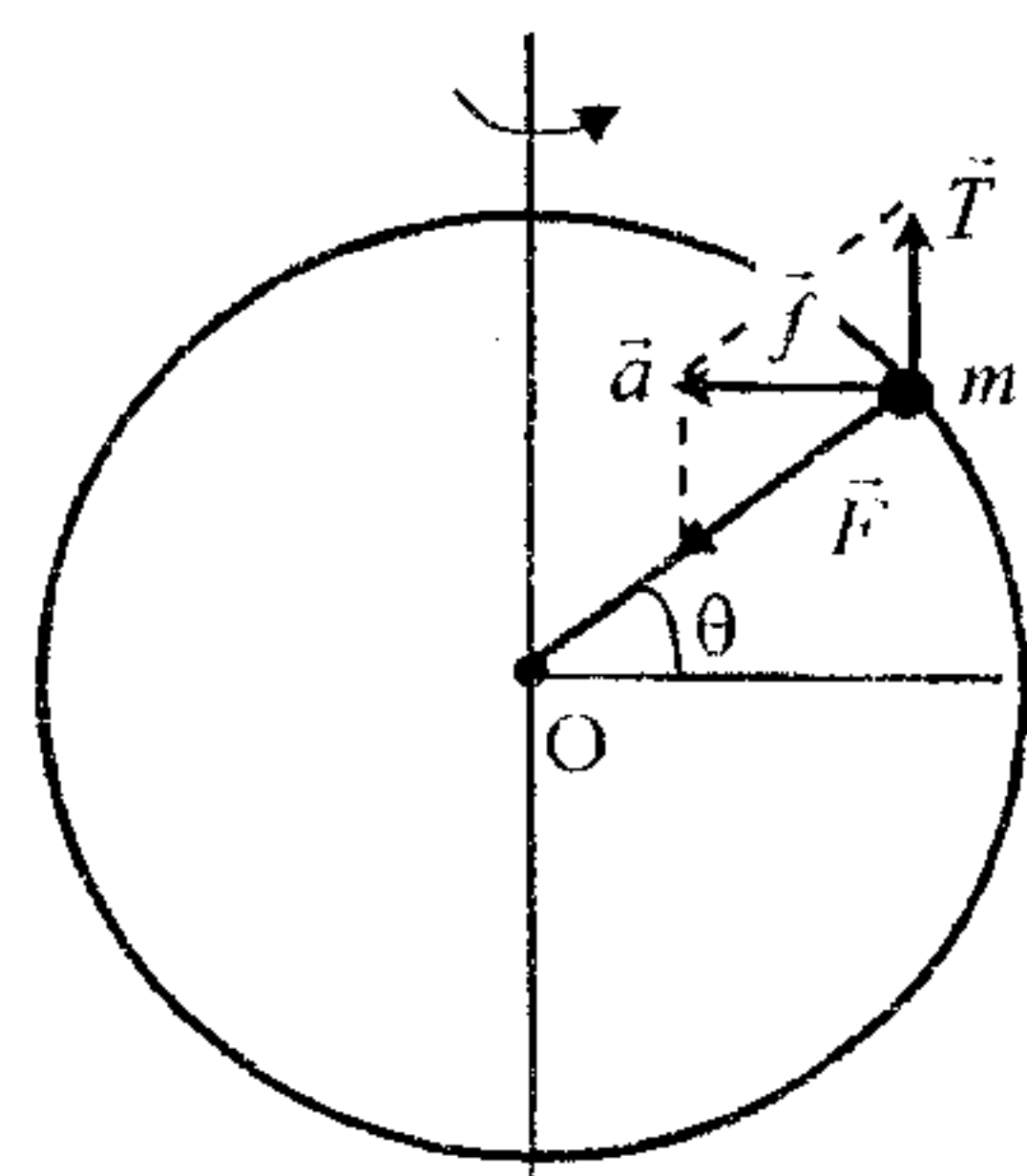
**7.1.61.** Астронавттар массасы  $M$ , ал радиусы  $R$  белгісіз ғаламшарға қонды. Қону  $\theta$  ендігінде жүзеге асты (7.30-сурет). Ғаламшар центрін анықтау мақсатында астронавттар тіктеуішті пайдаланып еді, бірақ оның бағыты ғаламшардың айналу бағытымен сәйкес келді. Ғаламшар айналуының бұрыштық жылдамдығы  $\omega$ -ны табындар.

**Берілгені:**  $M; R$   
 $\omega - ?$

**Шешуі:** Массасы  $m$  тіктеуіш жүгіне жіптің  $\vec{T}$  керілу күші және ғаламшардың  $\vec{F}$  тартылыс күші әсер етеді. Осы күштердің теңәсерлі күші, жүкті  $R \cos \theta$  радиусты шеңбермен  $a$  үдеу беріп қозғалтады. Сонда үшбұрыштан  $f = F \cos \theta$ , мұндағы  $f$  — теңәсерлі күш (7.31-сурет).



7.30-сурет



7.31-сурет

Егер  $f = ma$  және  $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$  екендігін ескерсек, онда  $a = \gamma \frac{M \cos \theta}{R^2}$ .

Екінші жағынан  $a = \omega^2 R \cos \theta$ , онда  $\omega^2 R \cos \theta = \gamma \frac{M \cos \theta}{R^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\gamma M}{R^3}}$ .

**Жауабы:**  $\omega = \sqrt{\frac{\gamma M}{R^3}}$ .

**7.1.62.** Тәулігінің ұзақтығы  $t = 6$  сағат, ал экватордағы серіппелі таразы көрсетуі полюсіндегіден 10%-ке кем болатын ғаламшардың орташа тығыздығын табындар.

**Берілгені:**

**Шешуі:**  $6 \text{ сағ} = 2,16 \cdot 10^4 \text{ с}.$

$t = 6 \text{ сағ};$

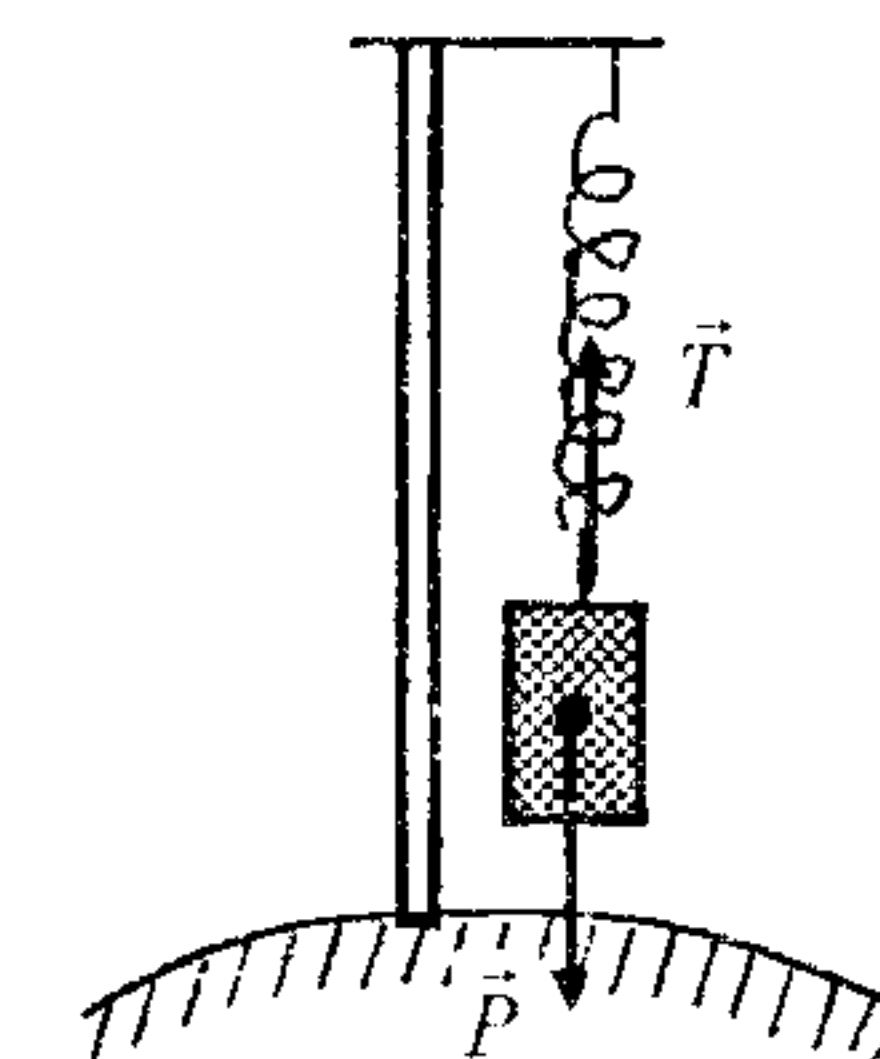
$T = 0,9P$

$\rho - ?$

Серіппелі таразыдағы жүкке екі күш әсер етеді (7.32-сурет). Олар:  $\vec{P}$  — тартылыс күші,  $\vec{T}$  — серіппенің керілу күші.

Екі күштің бағыты да ғаламшар радиусы бойымен бағытталған. Экватордағы дене шеңбер бойымен қозғала отырып  $v = \frac{2\pi R}{t}$ . (1) жылдамдық алады және де  $(\vec{P} - \vec{T})$  күштерінің айырымы денеге үдеу береді, сонда  $\frac{mv^2}{R} = (P - T)$  немесе

(1)-ді ескерсек  $\frac{4\pi^2 mR}{t^2} = (P - T)$ . (2)



7.32-сурет

Есеп шартын бойынша  $T = 0,9 \cdot P$  (3) және де  $P = \gamma \frac{mM}{R^2}$ , мұндағы

$M$  — ғаламшар массасы. Ізделінді тығыздық

$\rho = \frac{M}{V}$  немесе  $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ . (5)

(2), (3) және (4)-ді ескерсек (5) мына түрге келеді  $\rho = \frac{3\pi}{0,1\gamma t^2}$ .

$\rho = \frac{3 \cdot 3,14}{0,1 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot (2,16 \cdot 10^4 \text{ с})^2} \approx 3030 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

**Жауабы:**  $\rho \approx 3030 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

**7.1.63\*.** Массасы  $M$  болатын ғаламшар сыртынан, үлкен және кіші жарты өстері  $a$  және  $b$  болатын эллипс бойымен серік айналады. Ғаламшар центрінен серікке дейін жүргізілген радиус-вектор бірлік уақытта «басып өтетін» ауданды есептеп табындар. Серіктің айналу периоды анықтандар.

**Берілгені:**

$M; a; b$

$\frac{\Delta S}{\Delta t} - ?; T - ?$

**Шешуі:** Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (7.33-сурет). Мұндағы:  $r$  — радиус-вектор;  $M$  — ғаламшар;  $m$  — серік;  $a$  және  $b$  үлкен және кіші жарты өстер;  $R$  — серіктің қисықтық радиусы.

$a$  және  $b$  жарты өстері бар эллипс, радиусы  $a$  болатын дөңгелекті белгілі бір бағытта өлшемін  $k = \frac{a}{b}$  есе кішірейту арқылы алынады, сонда эллипстің ауданы  $S = \frac{\pi a^2}{R}$  немесе  $S = \pi ab$ . (1)

Суреттен көрінгендей эллипстің үлкен жарты өсінің төбесіндегі орбитаның қисықтық радиусы

$$R = \frac{a}{k^2} = \frac{b^2}{a}. \quad (2)$$

Сондықтан центрге тартқыш үдеу

$$\frac{v^2}{R} = \gamma \frac{M}{r^2}. \quad (2)\text{-ні ескерсек} \quad \frac{v^2}{R} = \frac{v^2 a}{b^2} = \gamma \frac{M}{r^2} \Rightarrow vr = \sqrt{\gamma \frac{Mb^2}{a}}. \quad (3)$$

$$\text{Екінші жағынан} \quad \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} vr. \quad (3)\text{-ті ескерсек} \quad \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{b}{2} \sqrt{\gamma \frac{M}{a}}. \quad (4)$$

Серіктің ғаламшарды айналу периоды

$$T = \frac{2\pi ab}{\Delta S}. \quad (4)\text{-ді ескерсек} \quad T = 2\pi \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{\gamma M}}.$$

$$\text{Жауабы:} \quad \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{b}{2} \sqrt{\gamma \frac{M}{a}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}.$$

**7.1.64.** Атмосфера кедергісін және Күн мен басқа ғаламшарлардың әсерін ескермей, Жер бетінен массасы  $m = 1$  кг денені Ай бетіне жеткізу үшін істелетін жұмыстың ең аз мәнін есептеп табындар. Жер радиусы  $R_{\text{ж}} = 6400$  км, Ай радиусы  $R_{\text{а}} = 1740$  км және ондағы сәйкесінше еркін түсу үдеулері  $g_{\text{ж}} = 9,8$  м/с<sup>2</sup>,  $g_{\text{а}} = 1,63$  м/с<sup>2</sup>.

Берілгені:

$$\begin{array}{l} m = 1 \text{ кг;} \\ R_{\text{ж}} = 6400 \text{ км;} \\ R_{\text{а}} = 1740 \text{ км;} \\ g_{\text{ж}} = 9,8 \text{ м/с}^2; \\ g_{\text{а}} = 1,63 \text{ м/с}^2 \\ \hline \text{А} - ? \end{array}$$

Шешуі:  $6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м};$

$1740 \text{ км} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м};$

Жердің тартылыс әсерін жеңу үшін істелетін жұмыс шамасы, денеге екінші ғарыштық жылдамдық беретін кинетикалық энергиямен анықталады, сонда  $A_1 = \frac{mv_0^2}{2}$ , мұндағы  $v_0$  — екінші ғарыштық жылдамдық, сонда  $v_0 = \sqrt{2g_{\text{ж}} R_{\text{ж}}}.$

Демек,  $A_1 = \frac{m}{2} \cdot 2g_{\text{ж}} R_{\text{ж}} = mg_{\text{ж}} R_{\text{ж}}.$   $A_1 = mg_{\text{ж}} R_{\text{ж}}.$  (1) Ал, Ай үшін

$A_2 = mg_{\text{а}} R_{\text{а}}.$  Сонда  $m$  массалы денені Ай бетіне жеткізу үшін істеле-

тін жұмыс  $A = A_1 - A_2$  немесе  $A = m(g_{\text{ж}} R_{\text{ж}} - g_{\text{а}} R_{\text{а}}).$

$$A = 1 \text{ кг} \cdot \left( 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} - 1,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,74 \cdot 10^6 \text{ м} \right) \approx 5,9 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

Жауабы:  $A \approx 5,9 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$

**7.1.65\*.** Плутон ғаламшарының серігі Харонның массасы ғаламшардікінен 8 есе кем. Плутон және Харон дөңгелек орбита бойымен ортақ масса центрінен айналады және олар үнемі біріне-бірі қарама-қарсы тұрады, яғни бұл жүйе бір ғана қатты дене сияқты айналады. Ғаламшар мен оның серігі центрлерінің арақашықтығы  $R = 19640$  км, Харон радиусы  $r = 593$  км. Плутонға ең жақын және ең алыс болатын Харон бетіндегі нүктелердің еркін түсу үдеулерінің салыстырмалы айырмасын анықтандар.

Берілгені:

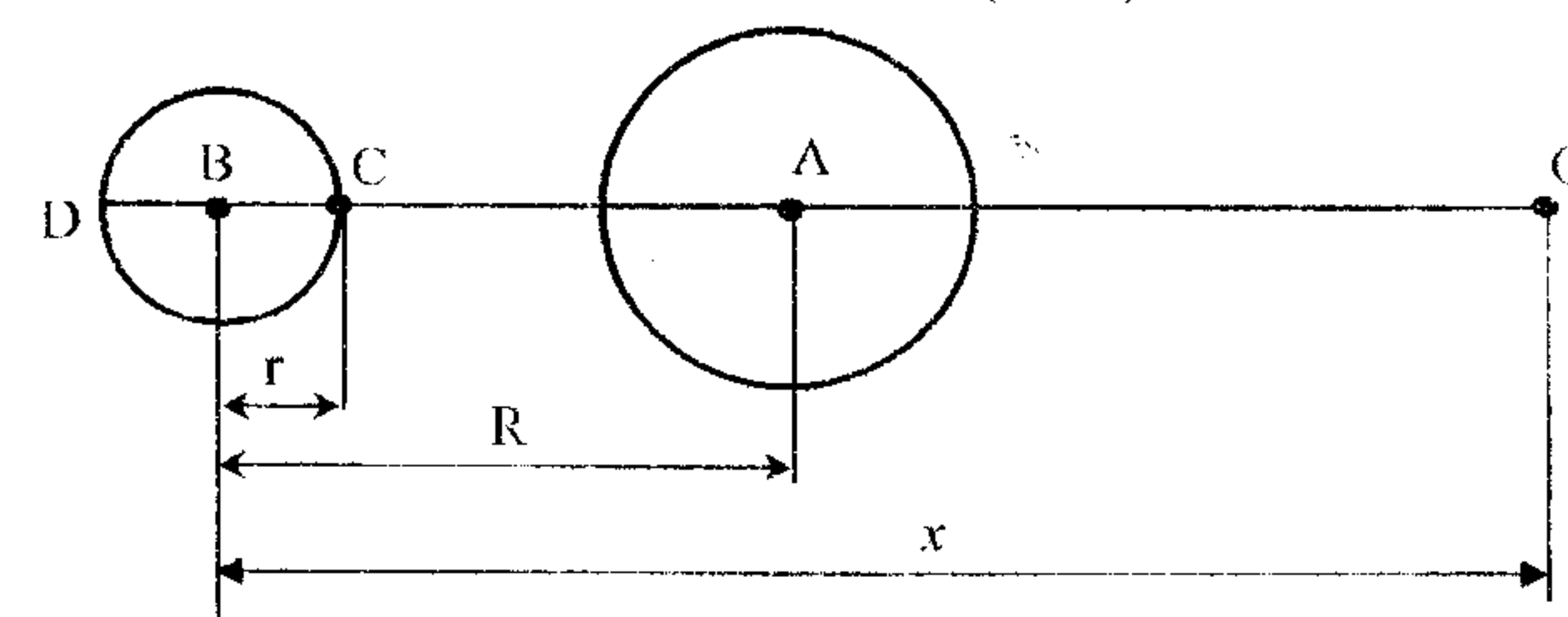
$$\begin{array}{l} M = 8m; \\ R = 19640 \text{ км;} \\ r = 593 \text{ км} \end{array}$$

$$\frac{\Delta g}{g} - ?$$

Шешуі: Есеп шарттарын пайдаланып сызба сызайық (7.34-сурет). Мұндағы: А — Плутон, В — Харон центрлері; О — ортақ масса центрі;  $x$  — Харон орбитасының радиусы; М — Плутон,  $m$  — Харон массалары.

Сонда Харонның дөңгелек орбита бойымен қозғалыс теңдеуі  $\gamma \frac{Mm}{R^2} = m\omega^2 x.$  (1) Мұндағы  $\omega$  —

Харонның айналу бұрыштық жылдамдығы. Енді Плутонға ең жақын нүкте С үшін еркін түсу үдеуі  $g_1 = \gamma \frac{m}{r^2} - \gamma \frac{M}{(R-r)^2} + \omega^2(x-r)$  болады.



7.34-сурет

Ал, ең алыс нүктесі D үшін  $g_2 = \gamma \frac{m}{r^2} + \gamma \frac{M}{(R+r)^2} - \omega^2(x+r).$

Харонның берілген нүктелері үшін еркін түсу үдеуінің абсолют айырымы  $\Delta g = g_2 - g_1 = \gamma M \left[ \frac{1}{(R+r)^2} + \frac{1}{(R-r)^2} \right] - 2\omega^2 x.$  ( $\omega^2 x$ ) өрнегі үшін (1)-ді пайдалансақ, онда

$$\Delta g = \gamma M \left[ \frac{1}{(R+r)^2} + \frac{1}{(R-r)^2} \right] - \frac{2\gamma Mm}{R^2}$$

$$\frac{r}{R} = \beta \text{ десек, онда } \Delta g = 2\gamma \frac{M}{R^2} \left[ \frac{1+\beta^2}{(1-\beta^2)^2} \right], \beta^2 \gg 1 \text{ екендігін ескер-}$$

$$\text{сек, онда } \Delta g \approx 6\gamma \frac{M}{R^2} \beta^2, \text{ сонда } \frac{\Delta g}{g} = \frac{6\gamma \frac{M}{R^2} \beta^2}{\gamma \frac{m}{r^2}} = 6 \frac{M}{m} \beta^4; \frac{\Delta g}{g} = 6 \frac{M}{m} \beta^4.$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 6 \cdot 8 \cdot \left( \frac{593 \text{ км}}{19640 \text{ км}} \right)^4 \approx 4 \cdot 10^{-5}. \quad \frac{\Delta g}{g} \approx 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\Delta g}{g} \approx 4 \cdot 10^{-5}.$$

7.1.66. Кеплердің екінші заңын пайдаланып мына қорытындының дұрыс екендігін дәлелдендер: ғаламшар орбита бойымен қозғалысында Күнге ең жақын нүктесінде максимал жылдамдыққа, ал ең алыс нүктесінде минимал жылдамдыққа ие болады. Бұл қорытынды энергияның сақталу заңымен қалай үйлеседі?

Шешуі: Кеплердің екінші заңы бойынша ғаламшардың бірдей уақыт интервалы ішінде оның радиус векторы бірдей ауданды басып өтеді, яғни  $S_{\Delta F P_1 P_2} = S_{\Delta F P_3 P_4}$  (7.35-сурет).

Демек,

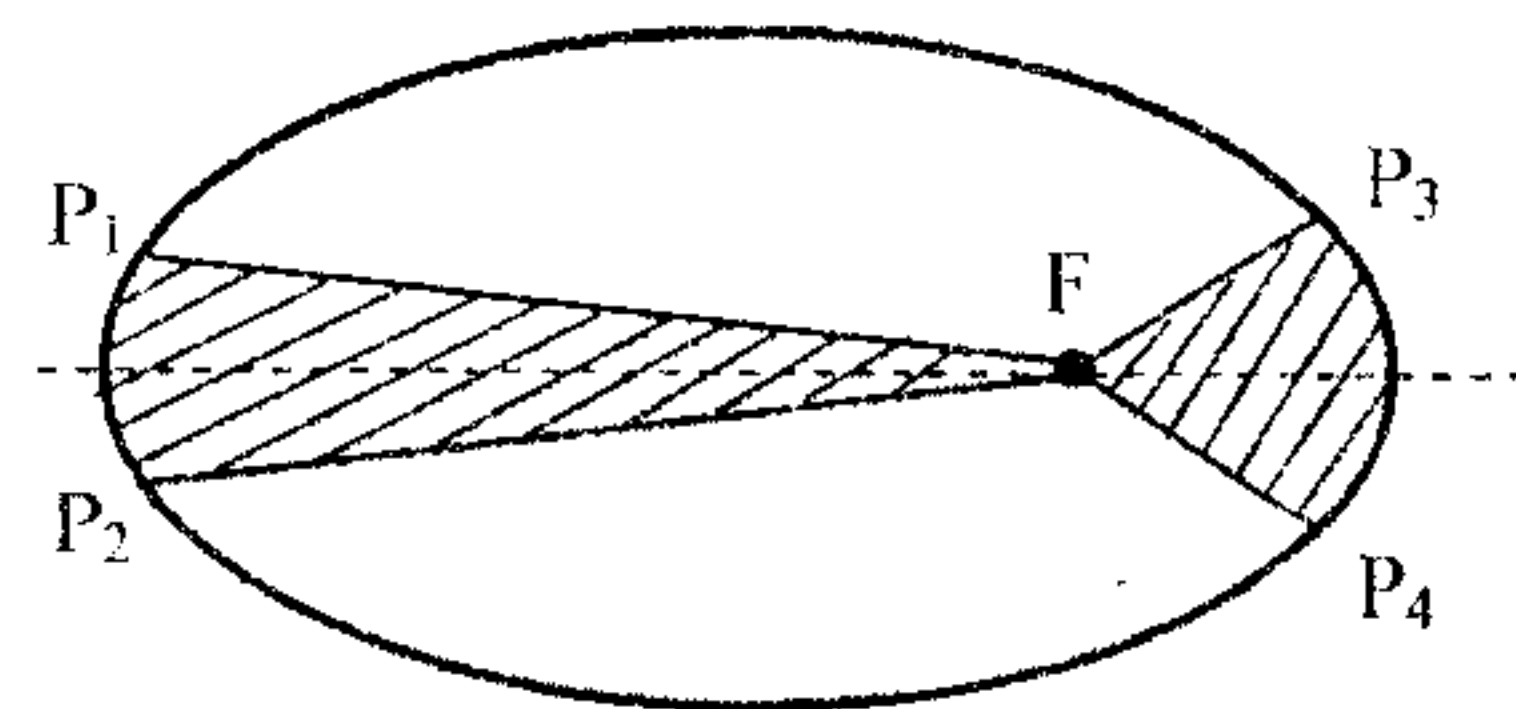
$$\widehat{P_1 P_2} < \widehat{P_3 P_4}, \text{ онда } v_{P_1 P_2} < v_{P_3 P_4} \\ (\text{өйткені } \widehat{P_1 P_2} = v_{P_1 P_2} \cdot T_0 \text{ және}$$

$$\widehat{P_3 P_4} = v_{P_3 P_4} \cdot T_0,$$

$$T_0 = \text{const болғандықтан}$$

$$\widehat{P_1 P_2} < \widehat{P_3 P_4}.$$

$$\text{Ендеше } v_{P_1 P_2} < v_{P_3 P_4}.$$



7.35-сурет

Қозғалыстағы ғаламшардың Күнге салыстырғанда потенциалдық және кинетикалық энергиялары болады, екінші жағынан екеуінің қосындысы толық энергияны береді және ол әрбір ғаламшар үшін тұрақты шама. Ғаламшардың кинетикалық энергиясы максимал болғанда оның потенциалдық энергиясы минимал болады және керісінше. Нәтижеде толық энергия тұрақты шама болып қалады.

7.1.67. Күннің тартуы нәтижесінде Юпитердің алатын үдеуін және Юпитердің Күнге беретін үдеуін есептеп табындар. Юпитер массасы  $m_{\text{Ю}} = 1,9 \cdot 10^{27}$  кг, ал Күн массасы одан 1038 есе үлкен деп есептеңдер.

Берілгені:

$$m_{\text{Ю}} = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг};$$

$$m_{\text{Ө}} = 1038 m_{\text{Ю}};$$

$$R = 7,78 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$a_{\text{Ю}} - ?; a_{\text{Ө}} - ?$$

Шешуі: Күннің Юпитерді тартуы салдарынан Юпитердің алатын үдеуі мына формуламен анықталады  $a_{\text{Ю}} = \gamma \frac{m_{\text{Ө}}}{R^2}$ . Ал, Күннің Юпитердің әсерінен алатын үдеуі

$$a_{\text{Ө}} = \gamma \frac{m_{\text{Ю}}}{R^2} \text{ немесе } \frac{a_{\text{Ю}}}{a_{\text{Ө}}} = \frac{m_{\text{Ө}}}{m_{\text{Ю}}} \Rightarrow a_{\text{Ю}} = a_{\text{Ө}} \frac{m_{\text{Ө}}}{m_{\text{Ю}}}.$$

$$a_{\text{Ө}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}}{(7,78 \cdot 10^{11} \text{ м})^2} \approx 2,09 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; a_{\text{Ю}} \approx 2,09 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$a_{\text{Ю}} = 2,09 \cdot 10^{-7} \cdot 1038 \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Жауабы: } a_{\text{Ө}} \approx 2,09 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; a_{\text{Ю}} \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

7.1.68. Марс Күнге, Жерден гөрі 1,5 есе қашық орналасқан. Марс жылының ұзақтығы қандай? Ғаламшарлар орбита-сын дөңгелек пішінді деп есептеңдер.

Берілгені:

$$\frac{a_{\text{М}}}{a_{\text{Ж}}} = 1,5;$$

$$T_{\text{Ж}} = 365 \text{ тәулік}$$

$$T_{\text{М}} - ?$$

Шешуі: Кеплердің үшінші заңынан

$$\left( \frac{T_{\text{М}}}{T_{\text{Ж}}} \right)^2 = \left( \frac{a_{\text{М}}}{a_{\text{Ж}}} \right)^3 \Rightarrow T_{\text{М}} = T_{\text{Ж}} \sqrt{\left( \frac{a_{\text{М}}}{a_{\text{Ж}}} \right)^3}.$$

$$T_{\text{М}} = 365 \text{ тәулік} \cdot \sqrt{(1,5)^3} \approx 675 \text{ тәулік}.$$

$$\text{Жауабы: } T_{\text{М}} \approx 675 \text{ тәулік}.$$

7.1.69\*. Марс Күн айналасынан 687 тәулікте бір рет айналым жасайтын болса, Марстың «ұлы қарсы тұруы» қанша жылда қайталанып отырады?

Берілгені:

$$T_{\text{М}} = 687 \text{ тәулік}$$

$$t_0 - ?$$

Шешуі: Күн, Жер және Марс бір түзудің бойында орналасу жағдайының жиілігі, бұл ғаламшарлардың Күнді айналу жиілігінің айырымымен анықталады, яғни  $v = v_{\text{Ж}} - v_{\text{М}}$  немесе

$$v = \frac{1}{T_{\text{Ж}}} - \frac{1}{T_{\text{М}}} = \frac{T_{\text{М}} - T_{\text{Ж}}}{T_{\text{Ж}} \cdot T_{\text{М}}}. \quad (1)$$

Ал, Жер жылымен есептегенде мұндай құбылыстардың болу периоды  $t = \frac{1}{v T_{\text{Ж}}}$  немесе (1)-ді ескерсек  $t = \frac{T_{\text{М}}}{T_{\text{М}} - T_{\text{Ж}}}. \quad (2)$

$t$  саны бүтін емес ( $t \approx 2,13354$ ). «Ұлы қарсы тұрудың» қанша жылда қайталанатынын білу үшін  $t$ -ның өзінің бөлшек бөлігінен қаншаға еселік екендігін анықтау керек, яғни  $t_0 = \frac{t}{t - [t]}$  есептеу керек. Мұндағы  $[t]$  —  $t$ -ның бүтін бөлігі, яғни  $[t] = 2$ , сонда

$$t_0 = \frac{T_M}{(T_M - T_{ж}) \cdot \left( \frac{T_M}{T_M - T_{ж}} - 2 \right)} = \frac{T_M}{2T_{ж} - T_M}.$$

$$t_0 = \frac{687}{2 \cdot 365,6 - 687} \text{ жыл} = 15,54 \text{ жыл. } t_0 \approx 16 \text{ жыл.}$$

Жауабы:  $t_0 \approx 16$  жыл.

**7.1.71\*.** Ғаламшардың эллипстік орбита бойындағы Күнге ең жақын нүктесін перигелий, ал ең алыс нүктесін афелий деп атайды (7.36-сурет). Перигелийден Күнге дейінгі қашықтықты  $r_0$  деп, осы нүктедегі ғаламшар жылдамдығын  $v_0$  деп белгілейік. Перигелий және афелийдегі траекторияның қисықтық радиусын, афелийден Күнге дейінгі қашықтықты, ғаламшардың афелийдегі жылдамдығын табыңдар.

Берілгені:  $r_0; v_0$   
 $R_a-?; R_n-?;$   
 $R_0-?; r_a-?; v-?$

Шешуі: Суреттен: П – перигелий, А – афелий, К – Күн,  $R_0$  – перигелийдегі қисықтық радиусы. Сонда ғаламшардың перигелийдегі кинетикалық энергиясы  $K_0 = \frac{mv_0^2}{2}$ , ал

потенциалдық энергиясы  $U_0 = -\gamma \frac{mM}{r_0^2}$ . Ньютонның екінші заңынан

$$(1) \frac{mv_0^2}{R_0} = \gamma \frac{mM}{r_0^2} \Rightarrow R_0 = \frac{mv_0^2 r_0^2}{\gamma M m} = -\frac{2r_0 K_0}{U_0}. \quad (2)$$

Эллипс симметриялы фигура болғандықтан афелийдегі қисықтық радиусы перигелийдің қисықтық радиусымен бірдей, яғни  $R_a = R_0$ .

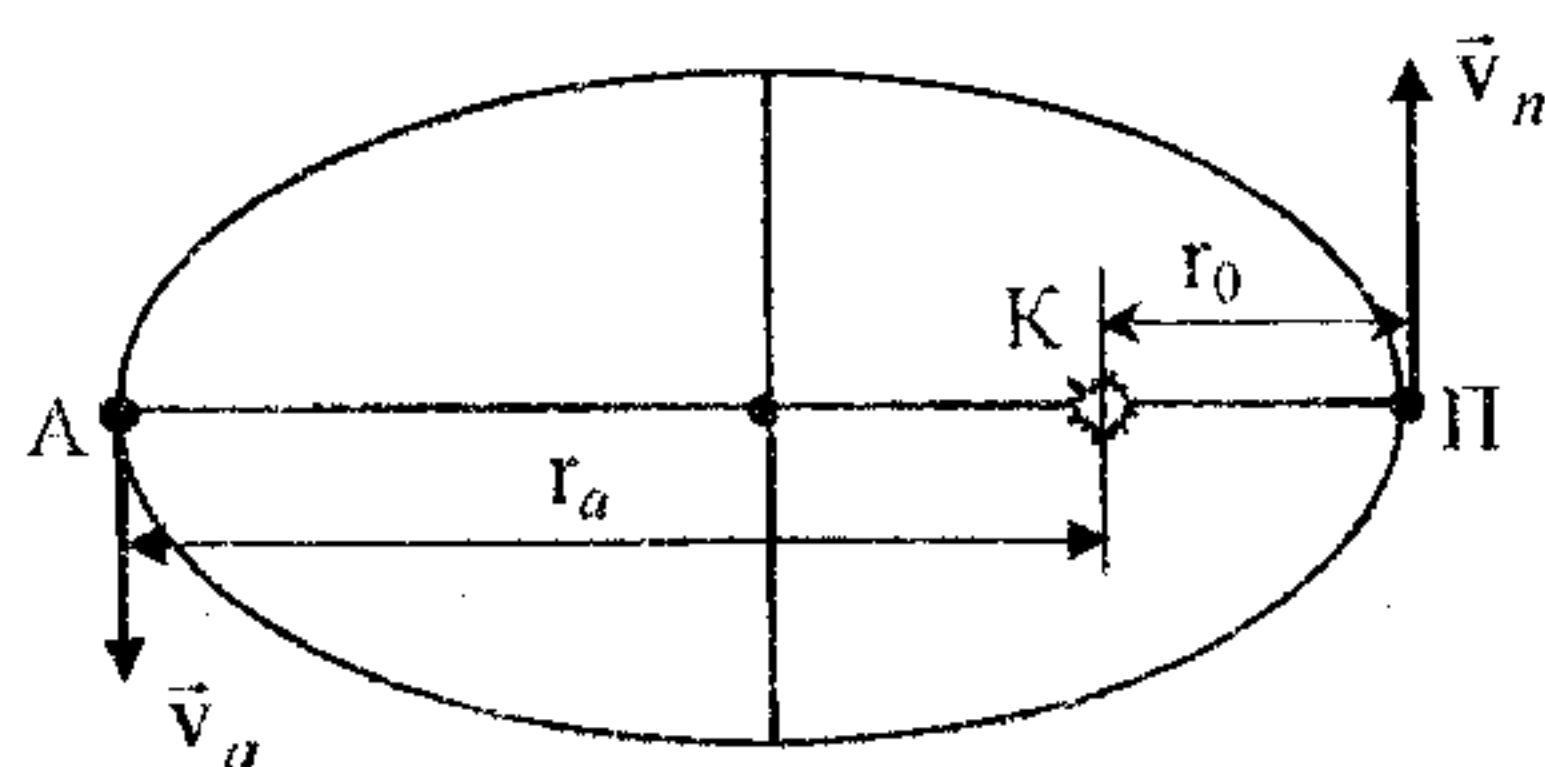
Толық механикалық энергияның сақталу заңынан

$$W = K_0 + U_0 = \frac{mv_0^2}{2} - \gamma \frac{mM}{r_0} = \frac{mv_a^2}{2} - \gamma \frac{mM}{R_a}. \quad (3)$$

Афелийдегі нүкте үшін Ньютонның екінші заңын жазсақ

$$\frac{mv_0^2}{R_0} = \gamma \frac{mM}{r_a^2}, \quad (4) \text{ онда (1)-ді пайдалансақ, (3)-ден}$$

$$\frac{m}{2} \cdot \gamma \frac{MR_0}{r_0^2} - \gamma \frac{mM}{r_0} = \frac{m}{2} \cdot \gamma \frac{MR_0}{r_a^2} - \gamma \frac{mM}{r_a} \Rightarrow r_a^2(2r_0 - R_0) - 2r_0 r_a^2 + R_0 r_0^2 = 0. \quad (5)$$



7.36-сурет

(5) бұл  $r_a$ -ға салыстырғанда квадраттық теңдеу, оны шешсек: бірінші түбірі  $r_a = r_0$ . Демек, бұл жағдайда эллипс радиусы  $r_0$  шеңберге айналады екен. Онда оның қисықтық радиусы  $R_0 = r_0$ , демек орбитадағы қозғалыс жылдамдығы  $v = v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_0}}$ .

Ал, теңдеудің екінші түбірі  $r_a = \frac{r_0 R_0}{2r_0 - R_0} = -\frac{r_0 K_0}{W}$ ,  $r_a$  — оң шама болғандықтан,  $W < 0$  болуы керек. Бұл деген сөз, планета эллипстік траекториямен қозғалуы үшін, толық энергия теріс шама болуы керек екен. Мысалы, дөңгелек орбита болған жағдайда  $W = -\gamma \frac{mM}{2r_0}$ ,

сонда  $r_a = \frac{v_0^2 r_0^3}{\gamma M \left( 2r_0 - \frac{v_0^2 r_0^2}{\gamma M} \right)}$ . (6) (4)-тен  $v_a^2 = \gamma \frac{MR_0}{r_a^2}$ . Енді  $R_0$ -ді (2)-ден,

$r_a$ -ны (6)-дан орындарына қойсақ, онда  $v_a = \frac{\gamma M}{v_0 r_0^2} \left( 2r_0 - \frac{v_0^2 r_0^2}{\gamma M} \right)$ .

Жауабы:  $R_a = R_n = R_0 = \frac{v_0^2 r_0^2}{\gamma M}$ ;  $r_a = \frac{v_0^2 r_0^3}{\gamma M \left( 2r_0 - \frac{v_0^2 r_0^2}{\gamma M} \right)}$ ;

$$v_a = \frac{\gamma M}{v_0 r_0^2} \left( 2r_0 - \frac{v_0^2 r_0^2}{\gamma M} \right).$$

**7.1.72\*.** «Марс-2» автоматты Марс серігінің параметрлері бойынша Марс массасының Жер массасына қатынасын табыңдар: беттен ең алыстауы (апоцентрі)  $a = 25000$  км; ең жақын келуі (перигентрі)  $b = 1380$  км; айналу периоды  $T = 18$  сағат. Марс радиусын  $R_m = 3400$  км, ал Жер радиусын  $R_{ж} = 6400$  км деп алыңдар.

Берілгені:

$a = 25000$  км;  
 $b = 1380$  км;  
 $T = 18$  сағ;  
 $R_m = 3400$  км;  
 $R_{ж} = 6400$  км

Шешуі:  $18 \text{ сағ} = 6,48 \cdot 10^4 \text{ с.}$

«Марс-2» автоматты серік  $T$  уақытта үлкен өсі  $a_m = (a + b + 2R_m)$  болатын эллипс бойымен айналыс жасайды. Енді Жер бетіне жақын манда дөңгелек орбита бойымен қозғалатын серік үшін мынаны жазуға болады

$$\frac{M_m}{M_{ж}} = ? \quad \frac{\gamma M_{ж}}{R_{ж}^2} = \frac{4\pi^2 m R_{ж}}{T_1^2} \Rightarrow \frac{T_1^2}{(2R_{ж})^3} = \frac{\pi^2}{2\gamma M_{ж}}, \quad (1)$$

мұндағы  $T_1$  — серік периоды.

Марс серігі үшін де (1)-ші теңдеуді жазуға болады, сонда

$$\frac{T_M^2}{(2R_M)^3} = \frac{\pi^2}{2\gamma M_M}. \quad (2) \text{ Ал, «Марс-2» серік үшін Кеплердің үшінші}$$

$$\text{заңын жазсак, онда (3) } \frac{T_M^2}{(2R_M)^3} = \frac{T^2}{a_M^3}. \quad (2) \text{ және (3)-ден } \frac{T^2}{a_M^3} = \frac{\pi^2}{2\gamma M_M}. \quad (4)$$

$$(1) \text{ және (4)-тен } \frac{M_M}{M_{жс}} = \frac{T_1^2 \cdot a_M^3}{(2R_{жс})^3 T^2}. \quad (5)$$

$$\text{Жер серігінің } T_1 \text{ периодын табу үшін } g = \frac{4\pi^2 R_{жс}}{T_1^2} \text{ шартын қолда-}$$

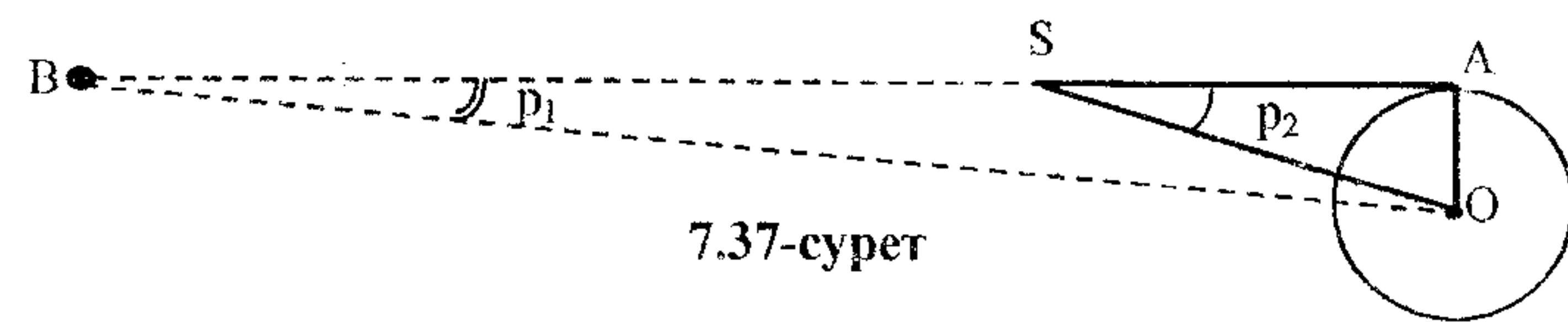
$$\text{намыз, сонда } T_1^2 = \frac{4\pi^2 R_{жс}}{g}. \text{ Мұны (2)-ге қойсак } \frac{M_M}{M_{жс}} = \frac{\pi^2 a_M^3}{2R_{жс}^2 g T^2}.$$

$$\frac{M_M}{M_{жс}} = \frac{(3,14)^2 \cdot (25 \cdot 10^6 \text{ м} + 1,38 \cdot 10^6 \text{ м} + 6,8 \cdot 10^6 \text{ м})^3}{2 \cdot (6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (6,48 \cdot 10^4 \text{ с})^2} = 0,11.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{M_M}{M_{жс}} = 0,11.$$

7.1.73. Егер Юпитер Жерге қарағанда, Күннен 5 есе алыс болса, қарсы тұру кезінде Жерден бақылағанда, Юпитердің горизонтал параллаксы неге тең?

$$\begin{array}{|l} \text{Берілгені:} \\ D_1 = 5D_2 \\ p_1'' - ? \end{array} \quad \begin{array}{|l} \text{Шешуі: Есеп шарты бойынша суретін салайық} \\ (7.37\text{-сурет}). \text{ Мұндағы: } SA = D_2; BA = D_1; AO = R \text{ (Жер} \\ \text{радиусы); } p_2 - \text{Күн, } p_1 - \text{Юпитердің горизонтал парал-} \\ \text{лактары.} \end{array}$$



$$\text{Екі жағдай үшін } D = \frac{206265''}{p''} R \text{ өрнегін жазсак, сонда}$$

$$D_1 = \frac{206265''}{p_1''} R \text{ және } D_2 = \frac{206265''}{p_2''} R.$$

$$\text{Қатынастарын алсак } \frac{D_1}{D_2} = \frac{p_2''}{p_1''} \Rightarrow p_1'' = \frac{D_2}{D_1} p_2''.$$

$$\text{Күн үшін } p_2'' = 8,8'' \text{ екендігін ескерсек, онда } p_1'' = \frac{D_2}{5D_2} \cdot 8,8'' = 1,76''.$$

$$p_1'' = 1,76''.$$

$$\text{Жауабы: } p_1'' = 1,76''.$$

7.1.74. Күн жүйесінің масса центрі Күннің ішкі жағында жата ма, әлде сыртқы жағында ма? Мұнда Юпитердің массасын ғана есепке алыңдар. Күн массасы Юпитер массасынан 1050 есе артық. Күннен Юпитерге дейінгі қашықтық 5,2 а.б. тең.

$$\begin{array}{|l} \text{Берілгені:} \\ M_{\odot} = 1050 M_{\text{Ю}}; \\ r = 5,2 \text{ а.б.} \\ L - ? \end{array} \quad \begin{array}{|l} \text{Шешуі: } 5,2 \text{ а.б.} = 7,8 \cdot 10^{11} \text{ м.} \\ \text{Егер Юпитерден басқа ғаламшарлардың масса-} \\ \text{сын ескермесек, онда Күн жүйесінің масса} \\ \text{центрі Күн-Юпитер жүйесінің масса центріне} \\ \text{тең. Ал, бұл центрдің Күн центрінен қашықтық-} \\ \text{тағы мына формуламен аныкталады} \end{array}$$

$$(M_{\odot} + M_{\text{Ю}}) \cdot L = M_{\text{Ю}} \cdot r \Rightarrow L = \frac{M_{\text{Ю}} \cdot r}{M_{\odot} + M_{\text{Ю}}}.$$

Есеп шартын ескерсек, онда

$$L = \frac{M_{\text{Ю}} \cdot r}{1051 M_{\text{Ю}}} = \frac{r}{1051}. \quad L = \frac{7,8 \cdot 10^{11} \text{ м}}{1051} \approx 7,5 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

Ал, Күн радиусы  $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$  екендігін ескерсек, онда  $L > R_{\odot}$ , демек Күн жүйесінің масса центрі Күннің сыртында жатады екен.

Жауабы: Күн жүйесінің масса центрі Күннің сыртқы жағында жатады.

7.1.75. Сатурнның бірінші серігі оның центрінен  $a_2 = 185500 \text{ км}$  қашықтықта  $T_2 = 0,94$  тәулік периодпен айналады. Сатурнның массасын табыңдар.

$$\begin{array}{|l} \text{Берілгені:} \\ a_2 = 185500 \text{ км;} \\ T_2 = 0,94 \text{ тәулік} \\ m_c - ? \end{array} \quad \begin{array}{|l} \text{Шешуі: Кеплердің үшінші заңын пайдала-} \\ \text{намыз, сонда } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma(M+m)}. \quad (1) \text{ Мұндағы: } M - \\ \text{ғаламшардың, } m - \text{оның серігінің массалары.} \\ (1)\text{-ді екі жүйе үшін: Юпитер- оның серігі және} \\ \text{Жер-Ай үшін жазайық, сонда} \end{array}$$

$$\frac{T_1^2 (m_{жс} + m_a)}{T_2^2 (m_c + m_0)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Мұндағы  $m_0$  – Сатурнның серігі және  $m_0 \ll m_c$  деп алсак, онда

$$\frac{T_1^2 (m_{жс} + m_a)}{T_2^2 m_c} = \left( \frac{a_1}{a_2} \right)^3 \Rightarrow m_c = \frac{T_1^2 (m_{жс} + m_a)}{T_2^2} \cdot \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^3.$$

$$m_c = \frac{(27,3 \text{ тәулік})^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{81} \right) \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(0,94 \text{ тәулік})^2} \cdot \left( \frac{185500 \text{ км}}{400000 \text{ км}} \right)^3 = 5,66 \cdot 10^{26} \text{ кг}.$$

$$\text{Жауабы: } m_c = 5,66 \cdot 10^{26} \text{ кг}.$$

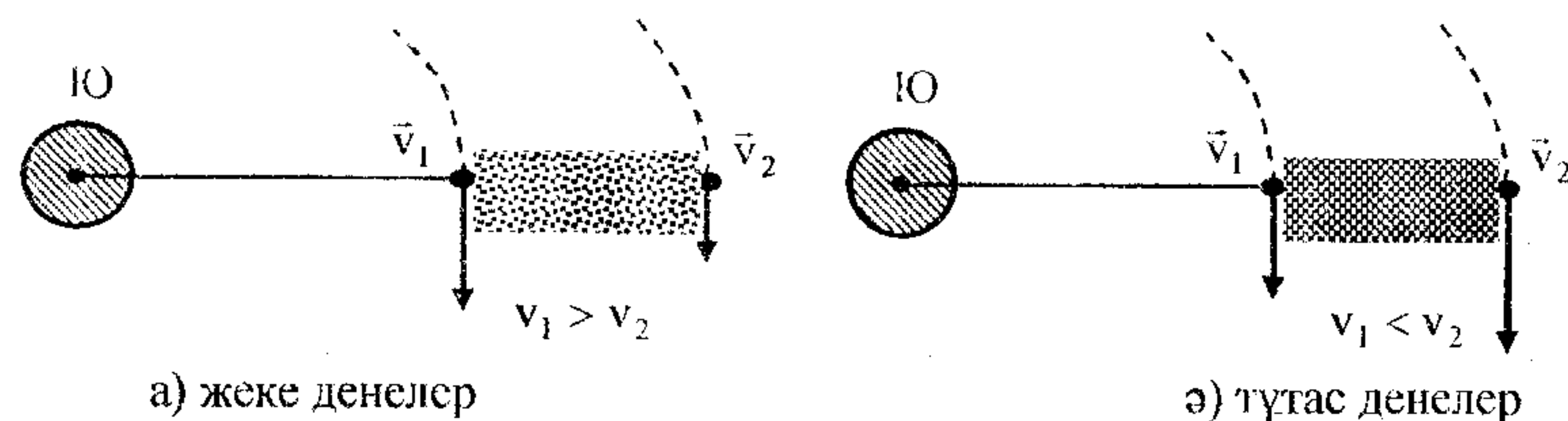
7.1.76. Сатурн ғаламшарының сақинасы бүтін құрылым ба, әлде жеке денелердің жинағы ма, соны білу үшін сақинаның сыртқы және ішкі аймақтарының сызықтық жылдамдықтарын анықтап салыстыру керек. Мұндай талдаудың негізіне қандай заңдылықты алуға болады?

Шешуі: Сақинаның сыртқы және ішкі аймақтарының сызықтық жылдамдықтарын салыстыру үшін былай жасалады.

1. Егер сақина жеке денелердің жинағы болса, онда  $R_1 < R_2$  дене үшін олардың сызықтық жылдамдықтары  $v_1 > v_2$ , өйткені  $v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R_1}}$

және  $v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R_2}}$ . Демек, сақинаның жылдамдығы  $\sqrt{R}$  шамасына кері пропорционал болады екен.

2. Егер сақина тұтас денеден құралған болса, онда  $R_1 < R_2$  жағдайы үшін  $v_1 < v_2$ , өйткені  $v_1 = \omega R_1$ ,  $v_2 = \omega R_2$ . Демек, сақинаның жылдамдығы  $R$  шамасына тура пропорционал (7.38, а, ә-сурет).



7.38-сурет

Жауабы: Егер сақинаның ішкі аймағының жылдамдығы  $v_1$  сыртқы аймағының жылдамдығы  $v_2$  болса, онда  $v_1 > v_2$  жағдайда сақина жеке денелердің, ал  $v_1 < v_2$  жағдайда тұтас денеден құралған болады.

7.1.77. Шар пішінді астероид радиусы  $R_a = 5$  км, ал тығыздығы  $\rho_a = 5,5$  г/см<sup>3</sup>. Осы астероид бетіндегі еркін түсу үдеуін табыңдар. Жер бетінде  $H = 5$  см биіктікке секірген адам осындай күш жұмсаса астероидте қандай биіктікке көтерілер еді?

Берілгені: Шешуі:  $5 \text{ км} = 5 \cdot 10^3 \text{ м}$ ;  $5,5 \text{ г/см}^3 = 5500 \text{ кг/м}^3$ ;  
 $R_a = 5 \text{ км}$ ;  $5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .  
 $\rho_a = 5,5 \text{ г/см}^3$ ; Астероид массасы  $M_a$  болсын, онда оның бетіндегі еркін түсу үдеуі  $g_a = \frac{\gamma M_a}{R_a^2}$ .  $M_a = \frac{4}{3} \pi R_a^3 \rho_a$  екендігін ескерсек  $g_a = \frac{4\pi R_a \gamma \rho_a}{3}$ . (1)

Есеп шарты бойынша адам секіру үшін Жерде де, астероидте де бірдей күш жұмсайды, демек көтерілудің ең жоғарғы нүктесіндегі потенциалдық энергиялары өзара тең болуы керек, демек  $mg_a h = mgH$ . (2) Мұндағы  $g$  – Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі.

$$(2)\text{-ден } h = \frac{g}{g_a} H \text{ немесе } h = \frac{3gH}{4\pi\gamma\rho_a R_a}.$$

$$g_a = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 5,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{3} = 7,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$h = \frac{3 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 5,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 64 \text{ м}.$$

Жауабы:  $g_a = 7,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ;  $h \approx 64 \text{ м}$ .

7.1.78. Орташа тығыздығы  $\rho = 3,5$  г/см<sup>3</sup> болатын астероид үстінде, ғарышқа ұшып кету қаупінсіз жылдамдықпен қозғалу үшін оның өлшемі қандай болуы керек?

Берілгені: Шешуі:  $3,5 \text{ г/см}^3 = 3500 \text{ кг/м}^3$ .  
 $\rho = 3,5 \text{ г/см}^3$  | Астероид бетінде ғарышқа ұшып кетпей қозғалу үшін адам жылдамдығы, ондағы бірінші ғарыштық жылдамдықтан кем болуы керек  $v \leq v_0$ . Мұндағы:

$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$ ,  $v_0$  – бірінші ғарыштық жылдамдық;  $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$  – астероид массасы. Адамның Жер жағдайындағы орташа жылдамдығы  $v = 10$  м/с екендігін ескерсек, онда  $v \leq \sqrt{\frac{4\pi\gamma\rho}{3} R^2} \Rightarrow R \geq \sqrt{\frac{3}{4\pi\gamma}}$ .

$$R \geq 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4 \cdot 3,14 \cdot 3,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}}} = 1,09 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

$$R \geq 1,09 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

Жауабы:  $R \approx 10 \text{ км}$ .

7.1.79\*. Қай ғаламшардан Күн бетіне ғарыштық зонд жіберу энергетикалық тұрғыдан тиімді болады? Шолпаннан ба, әлде Марстан ба? Зондтың ұшуы қанша уақытқа созылар еді?

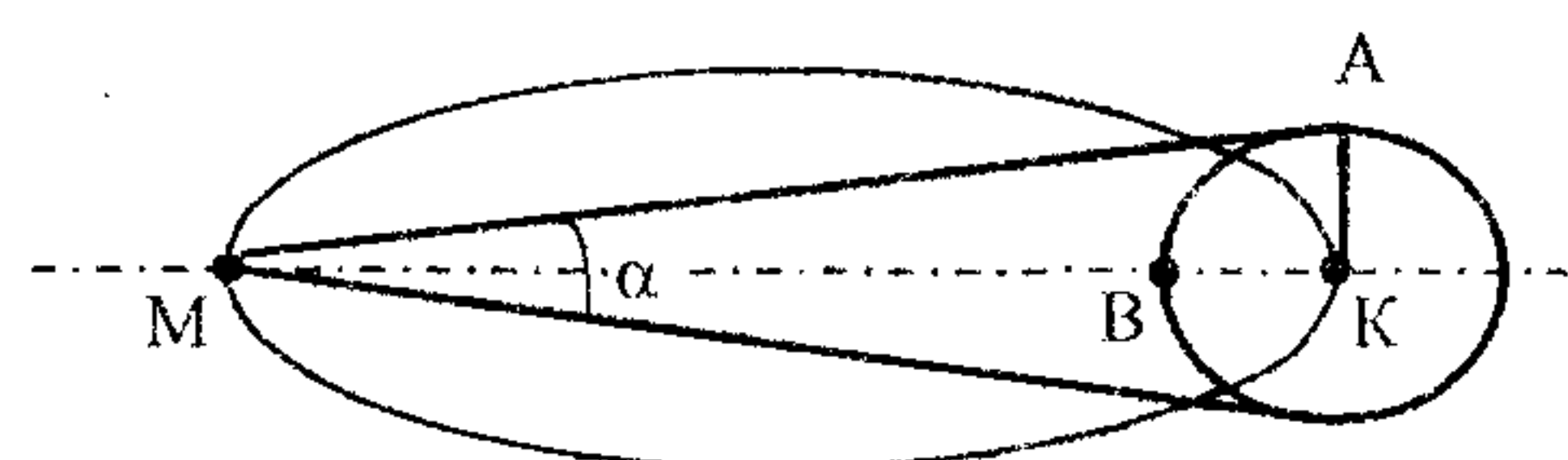
Берілгені:  
 $T_M = 687$  тәулік;  
 $T_m = 224$  тәулік  
 $\tau = ?$

Шешуі: Кез келген ғаламшардан Күнге зонд жіберу үшін оны әуелі ғаламшараралық орбитаға шығару керек, содан кейін оны Күн бетіне жеткізетін өте созылыққы орбитаға ауыстырылуы тиіс. Сонда зонд жылдамдығы нөлге дейін кемитін жағдай туғызылады. Екі жағдай үшін де Марс ғаламшары энергетикалық тұрғыдан тиімді, өйткені: а) Марстағы бірінші ғарыштық жылдамдық Шолпандікінен екі еседей кем; ә) Марстың орбиталдық жылдамдығы Шолпаннан аз ( $v_0 \sim \frac{1}{\sqrt{R}}$ , мұнда  $R$  — орбита радиусы екендігі белгілі); б) Марс атмосферасы Шолпанға салыстырғанда аса сирек.

Енді Марстан ұшырылатын зондтың Күн бетіне жету уақытын анықтайық. Кеплердің үшінші заңынан  $\frac{T_3^2}{a_3^3} = \frac{T_M^2}{R^3}$ , (1)

мұндағы  $T_3$ ,  $a_3$  — зондтың айналу периодымен үлкен жарты өсі;  $R$  — Марстан Күн бетіне дейінгі арақашықтық;  $T_M$  — Марстың Күнді айналу периоды.

7.39-суретті пайдалансақ:  $M$  — Марс;  $K$  — Күн центрі;  $MK = 2a_3$ ;  $AK = BK = R_\odot$  — Күн радиусы;  $\alpha$  — Марстан көрінетін Күннің бұрыштық өлшемі және де  $MK = R$ . Сонда  $MK = MB + BK$  немесе  $2a_3 = R + R_\odot$ .



7.39-сурет

Екінші жағынан  $\Delta MAK$ -дан  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AK}{MA}$  немесе  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R_\odot}{R}$ ,  $\alpha$ -шамасы аз болғандықтан  $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$  деп алуға болады, онда  $\frac{\alpha}{2} = \frac{R_\odot}{R}$ . (2)

Демек,  $a_3 = \frac{R + R_\odot}{2}$  болғандықтан (2)-ні ескерсек  $a_3 = \frac{R + R \cdot \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{R}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)$  немесе  $a_3 = R \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{4} \right)$ . (3)

Енді (1) формуладан  $T_3^2 = T_M^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{4} \right)^3$  немесе  $T_3 = T_M \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{4} \right)^3}$ . Ал, зондтың Марстан Күн бетіне жету уақыты периодтың жарты-

сына тең, яғни  $\tau = \frac{T_3}{2}$  немесе  $\tau = \frac{T_M}{2} \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{4} \right)^3}$ . (4)  $\alpha \ll 1$ , өте аз шама болғандықтан, оны елемеуге болады, сондықтан (4) мына түрге келеді  $\tau = T_M \sqrt{\frac{1}{2^5}}$  немесе  $\tau = \frac{T_M}{4\sqrt{2}}$ .

$\tau = 687$  тәулік /  $4\sqrt{2} \approx 121,4$  тәулік;  $\tau \approx 121,4$  тәулік.

Жауабы:  $\tau \approx 121,4$  тәулік.

7.1.80\*. Шар пішінді астероидтің диаметрін бойлай, тар астероидасты жол өтеді. Жол бетінен, осы астероид үшін бірінші ғарыштық жылдамдық болатын жылдамдықпен тас лақтырылады. Ол тас қанша уақыттан кейін қайта оралады? Ғарыштық денелердің астероидты айналуының ең аз периоды  $T_0$ . Астероид біртекті заттан тұрады және оған басқа аспан денелерінің әсері мүлдем аз деп есептендер.

Берілгені:  $T_0$   
 $\tau = ?$   
 Шешуі: Белгілеулер енгізейік:  $M$ ,  $R$  және  $\rho$  сәйкесінші астероидтің массасы, радиусы және тығыздығы болсын;  $v_1$  — астероид үшін бірінші ғарыштық жылдамдық.

Ғарыштық дене астероидті радиусы  $R$  шеңбер бойымен қозғалғанда оның айналу периоды ең аз болады, яғни  $T_0 = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$ . (1)

Расында да, Ньютон заңынан  $\frac{mv_1^2}{R} = \frac{\gamma mM}{R^2}$ . Ал  $T_0 = \frac{2\pi R}{v_1}$  және  $M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$  екендігін ескерсек, онда  $T_0 = \frac{2\pi R\sqrt{R}}{\sqrt{\gamma M}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$ .

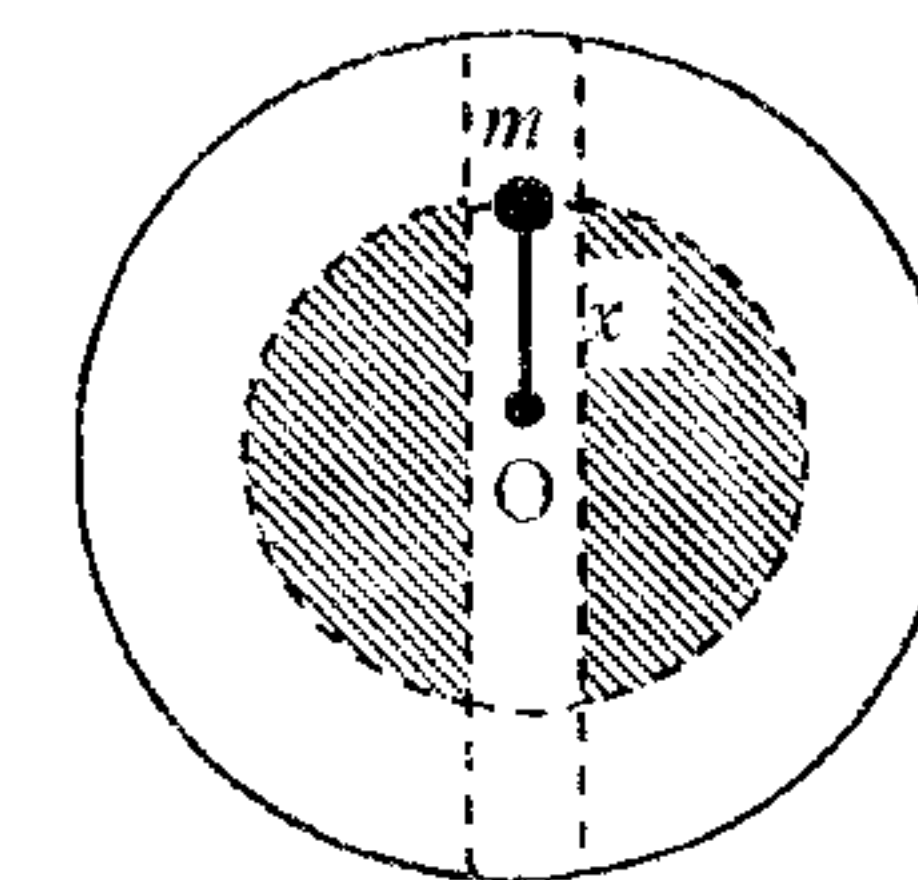
Енді лақтырылған тастың қозғалысын қарастырайық. Астероидасты жолда қозғалған тасқа центрден  $x$  қашықтықта  $F$  күші әсер етеді, оның сан мәні

$$F = \frac{4}{3}\pi\rho m x. \quad (2)$$

Осыны дәлелдейік (7.40-сурет).  $m$  — массалы тасқа әсер ететін күш, радиусы  $x$  болатын шар пішінді астероид бөлігінің

тартылыс күшіне тең, яғни  $F = \frac{\gamma \cdot m \cdot M_0}{x^2}$ , мұнда  $M_0 = \frac{4}{3}\pi\rho x^3$ , онда

$F = \frac{4}{3}\pi\rho m x$ .  $F = f(x)$ , яғни  $x$ -ке тәуелді өзгереді, демек Гук заңынан,



7.40-сурет

бұл күш периоды  $T$  болатын тербелмелі қозғалыс туғызады. Сонда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ ал (2)-ні ескерсек } k = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho m, \text{ демек } T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{4\pi\gamma\rho m}} \text{ немесе}$$

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}. (3)$$

(1) мен (3) салыстырсак  $T = T_0$ , демек тастың астероидасты жолдағы тербеліс периоды; оны айналып шығудың ең аз периодына тең екен. Тастың жолмен қозғалыс жылдамдығы  $v = v_0 \sin \omega t$ . (4) Мұндағы,  $v_0$  — тастың астероид центрііндегі жылдамдығы.

Егер астероид бетінде тасқа әсер ететін күш  $F_1$  болса, энергияның сақталу заңынан  $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{F_1 R}{2}$ . (5)

$$F_1 = \frac{mv_1^2}{R} \text{ болғандықтан, осыдан } F_1 R = mv_1^2. \text{ Мұның мәнін (5)-ке}$$

$$\text{қойсак } \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_0 = v_1\sqrt{2}. (4)\text{-тен } v = v_1\sqrt{2} \sin \omega t. (6)$$

Ал, астероид бетінде  $v = v_1$ , онда (6)-дан

$$v_1 = v_1\sqrt{2} \sin \omega_0 t \Rightarrow \sin \omega_0 t = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Демек, тастың астероид бетінен центріне дейінгі қозғалыс уақыты  $t_{01} = \frac{\pi}{4\omega}$ . Енді  $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$  екендігін және (1)-ді ескерсек  $t_{01} = \frac{T_0}{8}$

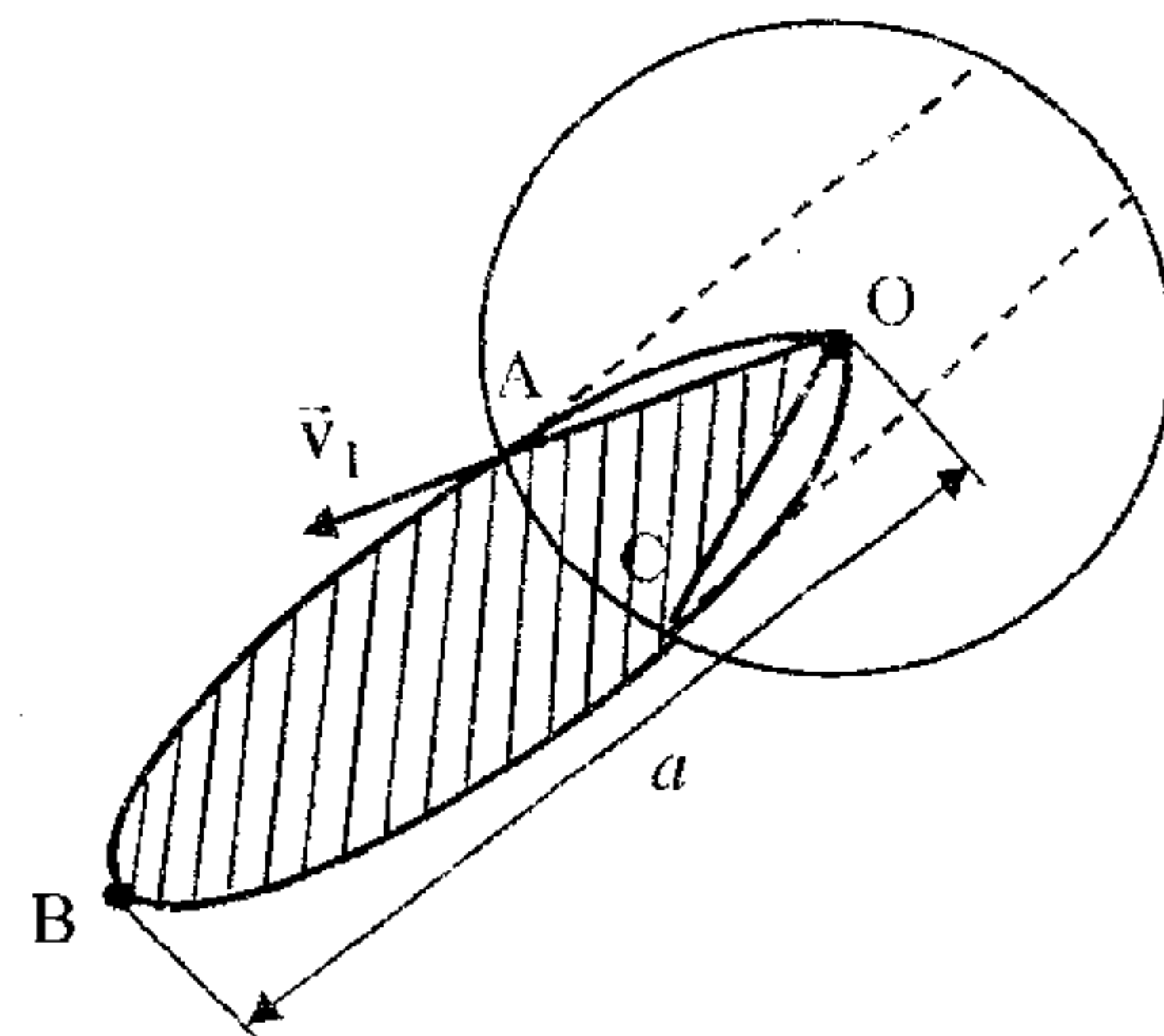
немесе  $t_{01} = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$ . Ал тастың толық қозғалу уақыты  $t_1 = 2 \cdot t_{01}$  неме-

$$\text{се } t_1 = \frac{T_0}{4}. (7)$$

Енді тастың жолдан шығып астероидтен тыс қозғалысын қарастырайық. Тастың қозғалысын үлкен жарты өсі  $a$ , кіші жарты өсі  $b$  болатын өте созылыңқы эллипстік траектория бойымен деп қарастыруға болады (7.41-сурет).

$a$ -ны табу үшін, энергияның сақталу заңын қолданамыз, сонда

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{\gamma m M}{R} = -\frac{\gamma m M}{2a}. (8)$$



7.41-сурет

Енді  $R$ -радиусты шеңбер бойымен қозғалыс шартынан мынаны жазамыз  $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{\gamma m M}{R^2}$ . (9)

(8) және (9)-дан  $a = R$ , (10), демек Кеплердің үшінші заңынан, бұл қозғалыстың периоды  $T_0$ -ге тең болады.

ABC бөлігіндегі қозғалыс кезінде астероид центрінен тасқа дейінгі радиус-вектор басып өтетін  $S$  аудан (сызықшалармен бөлінген) АОС үшбұрышымен эллипстің жарты ауданының қосындысына тең, яғни  $S = \frac{\pi ab}{2} + \frac{2ba}{2} = \frac{ab}{2}(\pi + 2)$ .

Енді (10)-ды ескерсек  $S = \frac{Rb}{2}(\pi + 2)$ . (11) Кеплердің екінші заңынан  $\frac{t_2}{T_0} = \frac{S}{\pi ab}$ . (12) Мұндағы,  $t_2$  — тастың ABC траекторияда қозғалу уақыты,  $(\pi ab)$  — эллипс ауданы.

(11)-ді ескерсек (12)-ден  $t_2 = \frac{T_0(\pi + 2)}{2\pi}$ . (13) Тас қайтып лақтырылған жерге келуі үшін тағы да  $t_1$  уақыт керек, сонымен тастың толық оралу уақыты  $\tau = t_1 + t_2 + t_1$  немесе  $\tau = 2t_1 + t_2$ . (7)-ні және (13)-ті ескерсек

$$\tau = 2 \cdot \frac{T_0}{4} + \frac{T_0(\pi + 2)}{2\pi} = \frac{T_0}{2\pi}(2\pi + 2). \quad \tau = \frac{T_0}{2\pi}(2\pi + 2).$$

$$\text{Жауабы: } \tau = \frac{T_0}{2\pi}(2\pi + 2).$$

7.1.81. Комета құйрығындағы плазманың қысымын табыңдар.

Ондағы электрондар шоғыры  $n_e = 10 \frac{1}{\text{см}^3}$ , ал температура

$$T = 5000\text{K}.$$

Берілгені:

$$n_e = 10 \frac{1}{\text{см}^3};$$

$$T = 5000\text{K}$$

$p = ?$

Шешуі:

$$10 \frac{1}{\text{см}^3} = 10^7 \frac{1}{\text{м}^3}. \text{ Егер плазмадағы сыртқы электр}$$

және магнит өрістері әлсіз болса, онда ондағы қысымды газ қысымы сияқты анықтауға болады. Сонда жалпы қысым ондағы электрондық және

иондық құраушыларының қысымдары қосындысына тең болады, яғни  $p = p_e + p_u$ . Ал  $p_e = n_e k T$  және  $p_u = n_u k T$ . Сонда  $n_e = n_u$  болғандықтан  $p = 2n_e k T$ .

$$p = 2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}^3} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{K} = 1,38 \cdot 10^{-12} \text{Па}. \quad p = 1,38 \cdot 10^{-12} \text{Па}.$$

$$\text{Жауабы: } p = 1,38 \cdot 10^{-12} \text{Па}.$$

**7.1.82.** Күн маңында бақыланған кометаның траекториясы гипербола пішінді екендігі анықталды. Осы комета «Күн жүйесінен шығып кетеді» — деп, айтуға бола ма?

**Жауабы:** Әрқашан айтуға болмайды. Егер орбита эксцентриситеті бірден сәл ғана артық болса, яғни ол параболадан аз ғана өзгеше болса, онда кометаның Күннен алыстауына байланысты оның траекториясы тұйықталып эллипске айналуы мүмкін. Өйткені Күн жүйесіндегі барлық масса оның центріне жинақталған емес, сондықтан Күн мен ғаламшарлардан алыстаған комета траекториясы сыртқы әсер нәтижесінен өзгеріске ұшырайды. Комета Күнге қайта жақындағанда орбита пішіні гипербола түріне келеді. Тіпте комета ғаламшар біріне аса жақын келетін болса, оның траекториясы мүлде басқаша кейіпке ене алады.

**7.1.83.** Қандай химиялық элементтер өз атауларын аспан денелерінен алған?

**Жауабы:** Гелий — «Гелиос-Күн» сөзінен; Селен — «селена-ай» сөзінен; Теллур — «теллус - жер» сөзінен шықса; уран, нептуний және плутоний — Уран, Нептун және Плутон планеталарынан алынған, ал палладий «Паллада астероидінен», церий — «Церера астероидінен» туындаған сөздер.

**7.1.84.** Неге Марста судың сұйық күйде болуы тұрақсыз болады?

**Жауабы:** Өйткені, Марс бетінде атмосфера қысымы өте аз болғандықтан сұйық күйдегі су  $+7^{\circ}\text{C}$ -та қайнайды да, ол газ күйінде ғана болады.

**7.1.85.** Неге Шолпан бетінде су тек газ күйінде болуы мүмкін?

**Жауабы:** Өйткені Шолпан бетінің температурасы  $500^{\circ}\text{C}$ -қа дейін жетеді. Ал, бұл судың кризистік температурасынан жоғары. Тек Шолпан бетінен 15 км биіктікте ғана су сұйық күйде болуы мүмкін. Ал Шолпан беті температурасының жоғары болуы жылу-жай құбылысына байланысты (парниктік эффект).

**7.1.86.** Ғаламшарлар ішінде: ең күшті сығылғаны, ең тез айналатыны, ең баяу айналатыны, пішіні шарға ең жақыны, пішіні ассиметриялысы, кері бағытта айналатыны, жыл мезгілі ауыспайтыны қайсылар?

**Жауабы:** Ең күшті сығылғаны Сатурн (1:10); өз өсінен ең тез айналатын Юпитер ғаламшары; өз өсінен ең баяу айналатын Шолпан (айналу периоды 243,1 жер тәулігіне тең); пішіні шарға ең жақыны Шолпан (оның бет бедерінің 90%-і  $\pm 1$  км аралықта жата-

ды); пішіні ассиметриялы ғаламшар ол — Марс (оның теріс жарты шары оңтүстігіне қарағанда біршама созылыққы); Шолпан мен Юпитерде жыл мезгілі ауыспайды, өйткені олардың айналу өсі орбита жазықтығына перпендикуляр.

**7.1.87.** Қандай ғаламшарлардың бетін оптикалық құралдармен бақылауға болады?

**Жауабы:** Үш ғаламшардың бетін ғана оптикалық құралдармен бақылауға болады. Олар: Меркурий, Марс, Плутон. Алып — ғаламшарлардың мүлдем қатты беті болмайды.

**7.1.88.** Неге Марстағы тау биіктігі Жерге салыстырғанда анағұрлым үлкен болады?

**Жауабы:** Тау биіктігі кристал тордың бүлінуі басталатын механикалық кернеудің шегімен анықталады. Ал механикалық кернеу тау салмағына тәуелді болады. Марстағы зат салмағы Жердегіден 2,5 есе кем болғандықтан, екі ғаламшардағы тау түзілу іс-әрекеті бірдей деп есептесек, онда Марстағы тау биіктігі Жердегіден 2,5 есе артық болуы тиіс. Расында да Марстағы таулар: Арсия, Акреус, Қарлы Олимп т.б. биіктіктері 25-27 километрге жетеді.

**7.1.89.** Жерден Ай сияқты қашықтықта болатын қандай серіктің өз ғаламшарынан айналу периоды Айдікінен 10 есе аз? Мұны қалай түсіндіруге болады?

**Жауабы:** Ай орбитасының радиусы 384,4 мың километр, ал Жерді айналу периоды 27,3 тәулік. Сондай-ақ Сатурн серігі Дионның орбиталық радиусы 377,4 мың километр, бірақ орбиталдық айналу периоды 2,737 тәулік ғана ( $\approx 10$  есе аз). Мұның негізгі себебі Сатурн массасының Жер массасынан айтарлықтай көп болуынан.

**7.1.90.** Күн жүйесінің қандай денелерінде күндіздің өзінде әрі Күнді, әрі жұлдыздарды көруге болады?

**Жауабы:** Күн жүйесінің атмосферасы жоқ денелерінде күндіздің өзінде аспанда Күнді де, жұлдызды да бірдей көруге болады. Мұндай құбылыстар Меркурийде, Айда, ғаламшарлардың көптеген серіктерінде байқауға болады. Оның негізгі себебі, Күн сәулесінің атмосфера молекулаларынан шашырауының болмауынан.

## ҚОСЫМША ЕСЕПТЕР

7.1.91. Зениттің солтүстігінен өтетін шырактың жоғары кульминациядағы биіктігі  $h = 90^\circ + \varphi - \delta$  формуласымен есептелетіндігін дәлелдендер.

7.1.92. Жер шарының қай жерінде барлық жұлдыздар көкжиек сызығына а) перпендикуляр, ә) параллель қозғалады?

**Жауабы:** а) Жер экваторында; ә) Жер полюсінде.

7.1.93. Пулков обсерваториясында бір телескоптың объективінің фокусы  $F_{об} = 14,1$  м, ал окулярының фокусы  $F_{ок} = 2,5$  см. Осы телескоптың үлкейтуін табындар.

**Жауабы:**  $k = 564$ .

7.1.94. Егер Ай 400000 км қашықтықтан шамамен  $0,5^\circ$  бұрышпен көрінетін болса, онда оның сызықтық диаметрі неге тең?

**Жауабы:**  $D = 3,2 \cdot 10^3$  км.

7.1.95. Ай үшін бірінші және екінші ғарыштық жылдамдықтарды есептеп табындар. Ай үшін  $m_a = 7,4 \cdot 10^{22}$  кг;  $R_a = 1595$  км деп алындар.

**Жауабы:**  $v_1 = 1,76 \cdot 10^3 \frac{м}{с}$ ;  $v_2 = 2,54 \cdot 10^3 \frac{м}{с}$ .

7.1.96. Айдың көкжиектен шыққан кездегі көрінерлік дөңгелегі, аспан төрінде тұрған кездегісінен үлкен болады. Осының себебі неде?

7.1.97. Қазақстанның қай жерінде Ай зенитте бола алады?

7.1.98. Күн радиусы Жердікінен 108 есе артық, ал Күн тығыздығының Жер тығыздығына қатынасы 1:4 болса, Күн бетіндегі еркін түсу үдеуін есептеп табындар.

**Жауабы:**  $g_k = \frac{g_{ж} R_{ж} \rho_{ж}}{R_k \rho_k} \approx 265 \left( \frac{м}{с^2} \right)$ .

7.1.99. Күн бетінде және Күн центріде сутегі атомдары қандай орташа жылдамдықпен қозғалады? Күн бетінің температурасы  $T_1 = 6000$  К, ал центрінің температурасы  $T_2 = 1,4 \cdot 10^7$  К. Сутегі үшін  $m_0 = 1,7 \cdot 10^{-23}$  кг.

**Жауабы:**  $v_1 = 1,2 \cdot 10^4 \frac{м}{с}$ ;  $v_2 = 5,83 \cdot 10^5 \frac{м}{с}$ .

7.1.100. Жер бетіндегі денелерге Күн қандай үдеу береді. Жерден Күнге дейінгі қашықтық R.

**Жауабы:**  $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \approx 6 \cdot 10^{-3} \left( \frac{м}{с^2} \right)$ .

7.1.101. Күннен үнемі плазма ағыны — күн желі тарайды. Осы ағындағы электрондардың жылдамдығы  $v = 500$  м/с болса, олардың Жердің магнит өрісіндегі қозғалыс траекториясының радиусын табындар. Жердің магнит индукциясы тұрақты және  $B = 6 \cdot 10^{-5}$  Тл деп есептендер және электронның жылдамдық бағыты индукция векторымен  $\alpha = 30^\circ$  бұрыш жасайды.

**Жауабы:**  $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$ .

7.1.102. Ғаламшар экваторындағы динамометрге ілінген дене салмағы полюстегісінен 10%-ке кем болса, осы ғаламшардың орташа тығыздығын табындар. Ғаламшардағы тәуліктің ұзақтығы  $\tau = 6$  сағат.

**Жауабы:**  $\rho = \frac{3\pi \cdot 100\%}{10\% \tau^2} \approx 3,03 \cdot 10^3 \left( \frac{кг}{м^3} \right)$ .

7.1.103. Бір ғаламшардың экваторындағы дене салмағы оның полюсіндегіден екі есе аз болған. Ғаламшар тығыздығы  $\rho = 3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> болса, оның өз өсінен айналу периодын анықтандар.

**Жауабы:**  $T = \sqrt{\frac{6\pi}{\rho}} \approx 9,7 \cdot 10^3$  (с).

7.1.104. Сығылмайтын сұйықтан тұратын ғаламшар бетіндегі еркін түсу үдеуі  $a = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. Ғаламшар центріндегі қысымды табындар.

**Жауабы:**  $p = \frac{3a^2}{8\pi\gamma} \approx 1,7 \cdot 10^{11}$  (Па).

7.1.105. Ғаламшарды радиусы  $R = 4,7 \cdot 10^6$  км дөңгелек орбита бойымен жылдамдығы  $v = 10$  км/с серік айнала қозғалады. Егер ғаламшардың радиусы  $r = 150000$  км болса, оның орташа тығыздығы неге тең?

**Жауабы:**  $\rho = \frac{3v^2 R}{4\pi\gamma \cdot r^3} \approx 500 \left( \frac{кг}{м^3} \right)$ .

7.1.106. Белгісіз ғаламшарға ұшып келген ғарышкер көкжиек бағытында кемеге  $v = 11$  км/с жылдамдық берді. Бұл жылдамдық кемені радиусы  $R = 9100$  км дөңгелек орбитамен қозғалуға мүмкіндік туғызады. Егер ғаламшар радиусы  $R_0 = 8900$  км болса, оның бетіндегі еркін түсу үдеуі неге тең болады?

$$\text{Жауабы: } g_0 = \frac{v^2 R}{R_0^2} \approx 14 \left( \frac{m}{c^2} \right).$$

7.1.107. Марстың серігі Фобос одан  $R = 9400$  км қашықтықта 7 сағ 39 мин периодпен айнала қозғалады. Марс массасы Жер массасынан қанша есе кем болғаны?

Жауабы: 9,3 есе кем.

7.1.108. Жер үшін Күн тұрақтысын біле отырып, осы тұрақтының мәнін Марс үшін есептеп табыңдар. Жер үшін Күн тұрақтысы  $W_0 = 1,37 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>.

$$\text{Жауабы: } W_m = 0,59 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

7.1.109. Юпитердің Күнді айналу периоды Жердікінен 12 есе артық. Жерден Күнге дейінгі арақашықтық  $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$  км болса, Юпитерден Күнге дейінгі қашықтықты табыңдар. Ғаламшарлар орбитасын дөңгелек пішінді деп есептеңдер.

$$\text{Жауабы: } R \approx 7,85 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

7.1.110. Плутоннан көрінетін Күннің бұрыштық диаметрі қандай?

7.1.111. Орбиталарының эксцентриситеттері 0,017 және 0,093 болса, перигелийден афелийге өткен кезде Күннің Жерден және Марстан көрінетін бұрыштық диаметрлерінің сан мәні қандай қатынаста өзгереді?

7.1.112. Ірі астероид Церераның сидерлік айналу периоды 4,5 жыл. Осы астероидтің синоддық периодын анықтаңдар.

$$\text{Жауабы: } p = 1,27 \text{ жыл.}$$

7.1.113. Астероидтің Күн айналасынан қозғалуының бұрыштық жылдамдығы  $\omega$  болса, оның дөңгелек орбитасының радиусы неге тең? Күн массасы  $M$  деп алыңдар.

$$\text{Жауабы: } R = 3 \sqrt{\frac{\gamma M}{\omega^2}}.$$

7.1.114. Аспанда астероидті жұлдыздан қалай ажыратуға болады?

Жауабы: Астероид жұлдызға салыстырғанда орын ауыстырады.

7.1.115. Галлей кометасының Күн маңынан айналу периоды  $T=76$  жыл, ал Күнге ең жақын келу қашықтығы  $R_{\min} = 1,8 \cdot 10^8$  км. Жер орбитасының радиусы  $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$  км деп есептеп, Галлей кометасының Күннен ең алыстаған қашықтығын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } R_{\max} = 5,2 \cdot 10^9 \text{ км.}$$

7.1.116. Егер Күннің көкжиектен биіктігі  $30^\circ$ , ал атмосфераның сәуле өткізуі 80% болса, ашық күнде ауданы  $1 \text{ км}^2$  қолға 1 минутта Күннен қанша энергия келіп түседі?

$$\text{Жауабы: } W = 2 \cdot 10^5 \text{ МДж.}$$

7.1.117. Диаметрі  $D$ , ал фокус арақашықтығы  $F$  телескоп объективінен өткен жұлдыз жарығы қандай шарт орындалғанда қарашығының диаметрі  $d$  болатын бақылаушы көзіне толығымен түседі?

Жауабы: Мұндай шарт телескоптың «шығушы тесігінің» өлшемі бақылаушы көзінің қарашығы өлшеміне ( $d$ ) тең болғанда орындалады. Осыны өздерін дәлелдендер.

7.1.118. Ұзындығы  $1 \text{ см}$  толқында жұмыс істейтін континентаралық радиоинтерферометрдің айқындаушы бұрышының теориялық мәнін табыңдар. Антенналар арақашықтығын Жер радиусына тең деп алыңдар.

$$\text{Жауабы: } \beta \approx 32,32 \cdot 10^{-5} \text{ доға секунды.}$$

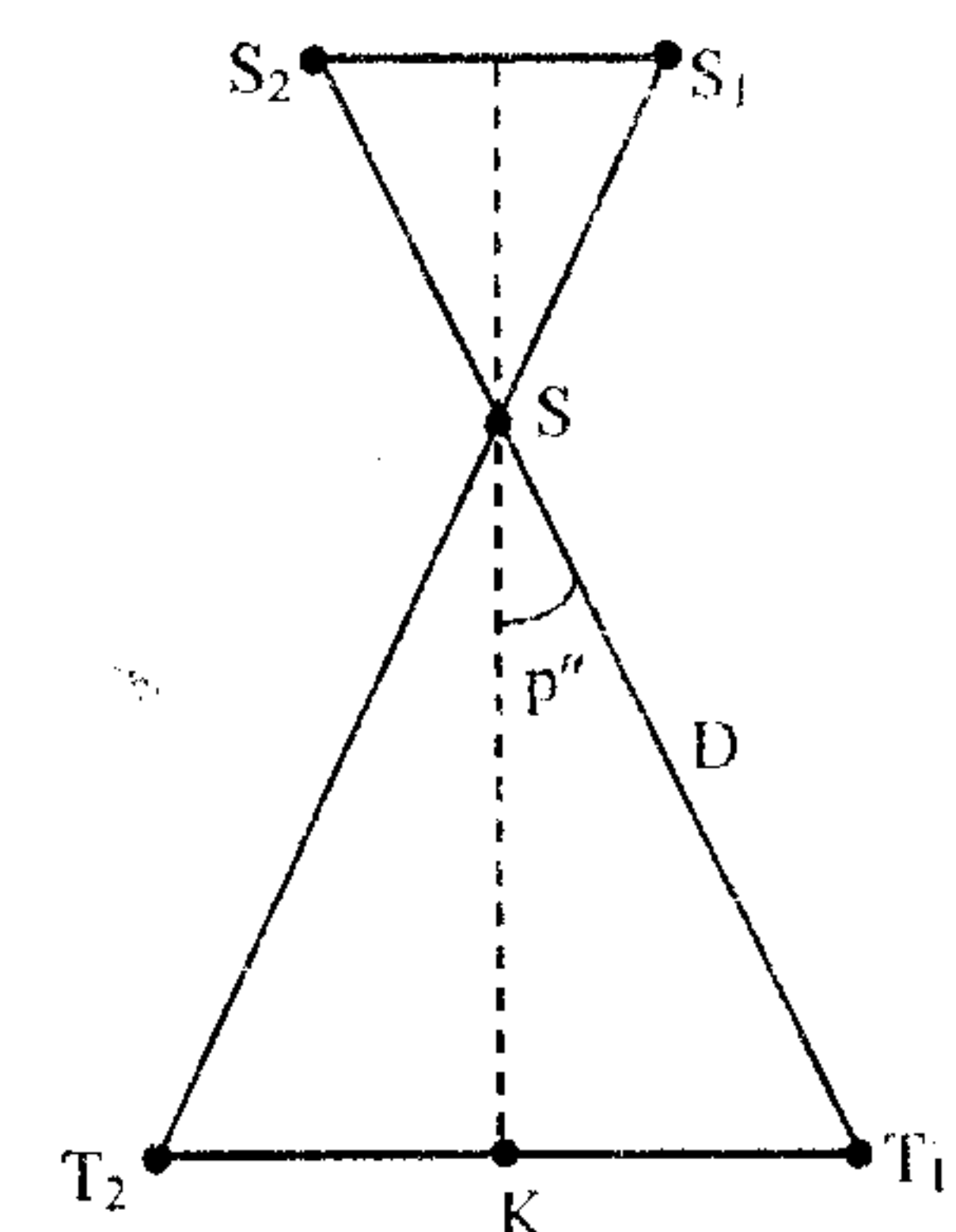
## 7.2 Жұлдыздар. Әлем құрылымы және эволюциясы

• Жұлдыздарға дейінгі қашықтық жылдық параллакстық тәсілмен өлшенеді.

Жұлдыздан қарағанда Жер орбитасының үлкен жарты өсі ( $a = 1$  а.б.) көру сәулесіне перпендикуляр болып көрінетін бұрыш  $p$  жұлдыздың жылдық параллаксы деп атайды (7.42-сурет). Ол былай анықталады

$$p'' = \frac{206265''}{D} \cdot a.$$

Мұндағы:  $a$  — астрономиялық бірлік ( $1 \text{ а.б.} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$ );  $D$  — жұлдызға дейінгі қашықтық;  $S$  — жұлдыз;  $K$  — Күн;  $T_1, T_2$  — Жердің орбитадағы шеткі нүктелері;  $p''$  — секундпен өлшенген жұлдыздың жылдық параллаксы.



7.42-сурет

• Абсолют жылдыздық шама былай анықталады

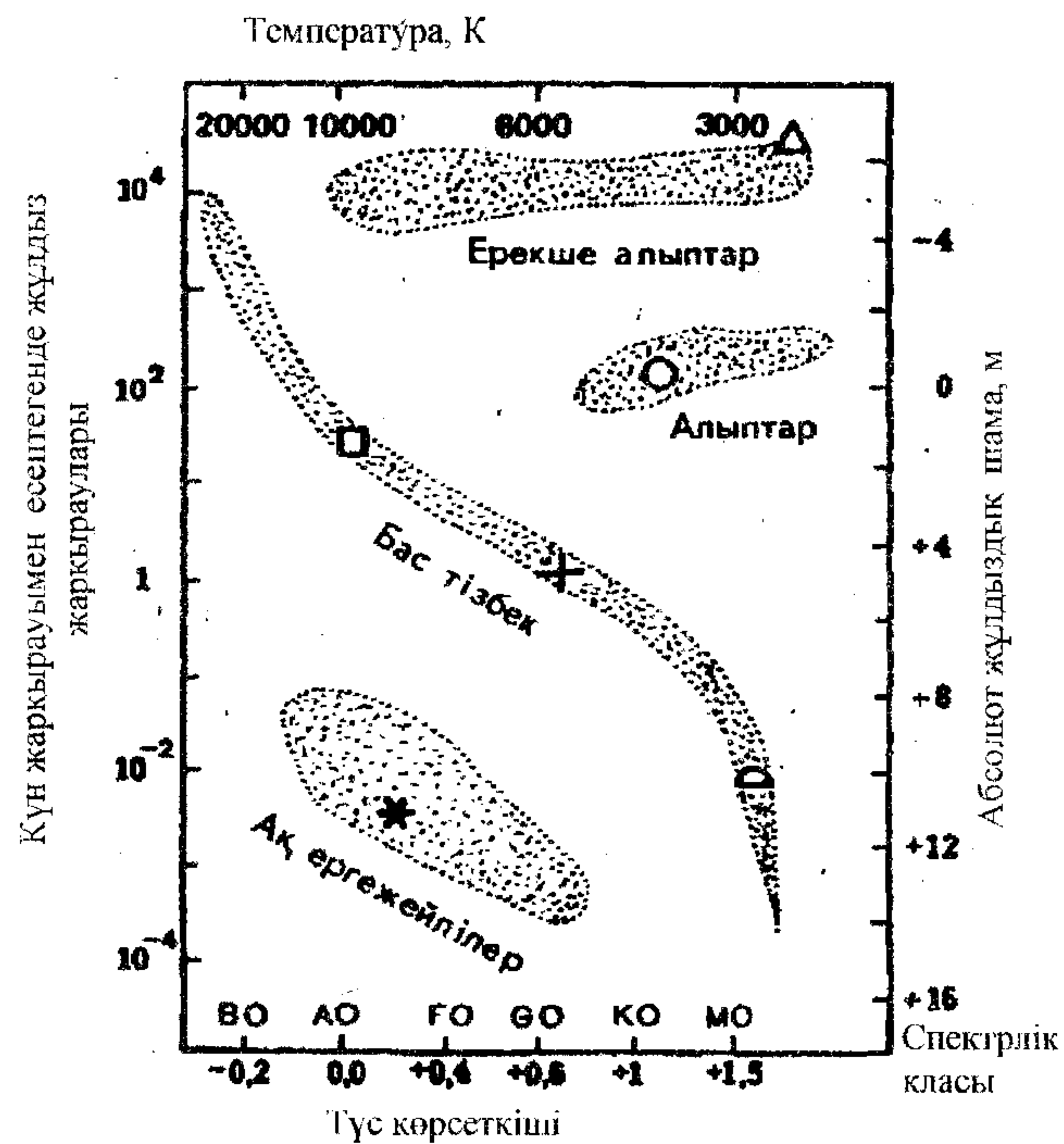
$$M = m + 5 - 5 \lg D.$$

Мұндағы:  $m$  — көрінерлік жылдыздық шама.

• Жұлдыз жарқырауы Погсонның салыстырмалы формуласымен табуға болады  $\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{m_1 - m_2}$ .

• *Жаңа жұлдызда* жарқырауы бірнеше күн ішінде орасан түрде өзгереді де, алғашқы калпына келуі үшін бірнеше жылдар қажет болады.

• Жұлдыздардың жарқырауы, температурасы және түсі арасындағы тәуелділік «*түс - жарқырау*» диаграммасымен (Герцшпрунг-Рессел диаграммасы) анықталады (7.43-сурет).



7.43-сурет. Герцшпрунг-Рессел диаграммасы

• Кейбір жұлдыздардың *физикалық параметрлері*

| № | Жұлдыздың аты            | Беттік температурасы<br>( $\cdot 10^3$ K) | Диаметрі<br>(Күнге салыстырғанда) | Массасы<br>(Күнге салыстырғанда) | Ортаңызы<br>( $\text{кг}/\text{м}^3$ ) | Жерден қашықтығы<br>(пк) |
|---|--------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2                        | 3                                         | 4                                 | 5                                | 6                                      | 7                        |
| 1 | Бас тізбектегі           |                                           |                                   |                                  |                                        |                          |
|   | $\tau$ Орион             | 28                                        | 7                                 | 27                               | 130                                    | —                        |
|   | Спика ( $\alpha$ Деведа) | 20                                        | 5                                 | 11                               | 140                                    | 47,7                     |
|   | Вега ( $\alpha$ Лирада)  | 12                                        | 2,2                               | 2,8                              | 280                                    | 8,1                      |
|   | $\alpha$ Центавра A      | 6                                         | 1,0                               | 1,0                              | 1410                                   | $4,8 \cdot 10^{-6}$      |
|   | Крюгер 60 A              | 3                                         | 0,41                              | 0,30                             | 6300                                   | —                        |

| 1 | 2                                                                                                                                     | 3                    | 4                       | 5                    | 6                                                        | 7                         |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------|
| 2 | <b>Алыптар</b><br>Капелла В<br>Арктур<br>( $\alpha$ Волопас)<br>$\beta$ Пегас                                                         | 6,5<br>4,2<br>3      | 7<br>26<br>141          | 3,3<br>11<br>14      | 15<br>1<br>$7 \cdot 10^{-3}$                             | 13,7<br>11,1<br>—         |
| 3 | <b>Әсері алыптар</b><br>Ригель<br>( $\beta$ Орионда)<br>Денеб<br>Канопус<br>( $\alpha$ Килдегі)<br>Бетельгейзе<br>( $\alpha$ Орионда) | 1,3<br>1,1<br>8<br>3 | 33<br>35<br>85<br>370   | 40<br>35<br>50<br>14 | 1,4<br>1,1<br>1,1<br>$6 \cdot 10^{-4}$                   | 200<br>170<br>55,5<br>9,0 |
| 4 | <b>Ақ ергежейлілер</b><br>40 Эрида А<br>Сириус В<br>Маанен ван                                                                        | 1,25<br>9,4<br>8     | 0,016<br>0,029<br>0,007 | 0,31<br>0,89<br>0,12 | $1,1 \cdot 10^8$<br>$5,2 \cdot 10^7$<br>$4,2 \cdot 10^8$ | —<br>2,7<br>—             |

• *Доплер эффектісі*. Егер жарық көзі мен бақылаушы бір-біріне жақындаса не алыстаса, онда спектрлік сызықтардың орнын анықтайтын толқын жиілігі өзгереді

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 \pm \frac{v}{c} \cos \varphi}$$

Мұндағы:  $v_0$  — қозғалмайтын санақ жүйесіндегі жарық жиілігі;  $v$  — жарық көзіне салыстырғанда жылдамдықтың абсолют мәні;  $\varphi$  — бақылаушы сызығымен жарық көзінің қозғалыс бағыты арасындағы бұрыш.

Егер  $v \ll c$  болса, 
$$v = \frac{v_0}{1 \pm \frac{v}{c}}$$

• *Абсолют қара дененің сәуле шығаруы. Стефан-Больцман заңы.*  $\varepsilon = \sigma T^4$ . Мұндағы,  $T$  — абсолют температура,  $\sigma$  — Стефан-Больцман тұрақтысы, оның мәні  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ .

• *Виннің ығысу заңы.*  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ . Мұндағы,  $T$  — абсолют температура,  $b$  — Вин тұрақтысы, оның мәні  $b = 0,002898 \text{ м} \cdot \text{К}$ .

• Біздің Галактика құрамында Күн жүйесі енетін алып жұлдыздық арал. *Құс жолы* дегеніміз аспандағы Галактиканың бізге көрінетін бөлігі.

- Біздің Галактика диаметрі 30000 пк. Күн жүйесі 250 км/с жылдамдықпен Галактика центрінен 200 млн жылда толық бір айналып шығады.

- Біздің Галактика массасы Күн массасынан  $2 \cdot 10^{11}$  еседей үлкен, яғни  $M = 3,98 \cdot 10^{41}$  кг.

- Біздің Галактиканың шегінен тысқары өте көп ғаламат зор жұлдыздық жүйелер — *галактикалар* бар. Олар *орамды, қисық және эллипстік галактикалар* болып бөлінеді.

- Барлық бақыланатын галактикалар жүйесі мен олардың шоғырлары *Метагалактика* деп аталады. Метагалактика — шексіз әлемнің бөлігі.

- Біртұтас әлемді зерттейтін ғылым *космология* деп аталады.

- Галактика жылдамдығы мен оларға дейінгі қашықтық арасындағы байланыс *Хаббл заңымен* анықталады

$$D = \frac{v}{H}.$$

Мұндағы,  $H = 100 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$  — Хаббл тұрақтысы.

- Галактика ішіндегі жұлдыздың *меншікті қозғалысы*  $\mu$  деп, оның бір жыл ішіндегі өте алыстағы бәсең жұлдыздар реңкіндегі аспанда көрінетін бұрыштық ығысуын айтады. Ол бір жыл ішіндегі доғаның секундының ығысуымен өрнектеледі.  $\mu = \frac{\varphi}{t_2 - t_1}$ . Мұндағы,  $(t_2 - t_1)$  — бақылау кезеңдері.

- Жұлдыздардың *кеңістіктегі жылдамдығы* сәулелік және тангенциал жылдамдықтардың векторлық қосындысына тең. Сонда

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2},$$

мұндағы:  $v_t$  — тангенциал,  $v_r$  — сәулелік жылдамдықтар.

- Жұлдыздың *меншікті қозғалысы* тек оның тангенциал құраушысымен анықталады, сонда  $v_t = 4,74 \mu D$ .

Мұндағы:  $\mu$  — доғаның секундпен алынған меншікті қозғалысы,  $D$  — парсекпен өлшенген қашықтық.

- Кейбір галактикалар өте күшті радиосәулелер шығарады. Бұлар *радиогалактикалар* болып табылады.

- Галактикалар жұлдыздар тәрізді *қос, еселі* болып топтар мен шоғырлар құрайды. Галактикалар шоғыры да *шашыранды* және *шар тәрізді* болып бөлінеді.

- Әлем *уақыт* және *кеңістік* жөнінен шексіз.

- Галактикаға дейінгі қашықтықты анықтағанда *қызылға ығысу* былай анықталады

$$z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}.$$

Егер қызылға ығысу белгілі болса, онда жұлдызға дейінгі *қашықтық* былай анықталады  $D = \frac{c}{H} z$ .

Егер  $z > 0,10$  болса, онда  $D = \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \cdot \frac{c}{H}$ .

- Ғаламдағы заттың *орташа шектік тығыздығы* былай анықталады

$$\rho_m = \frac{3H^2}{8\pi\gamma}.$$

Егер  $\rho > \rho_m$  болса, онда болашақта Ғаламның ұлғаюы сығылумен алмасады. Ал  $\rho \leq \rho_m$  болса, онда ұлғаю тоқтамайды.

- Гравитациялық *коллапс радиусы* былай анықталады

$$R_{cp} = \frac{2\gamma M}{c^2}.$$

Мұндағы:  $M$  — дене массасы;  $c$  — жарықтың вакуумдағы жылдамдығы;  $\gamma$  — гравитациялық тұрақты.

**7.2.1.** Жұлдыздарды күндіз а) қарусыз көзбен ә) телескоппен көруге бола ма?

**Жауабы:** а) Қарусыз көзбен күндіз жұлдызды көруге болмайды. Өйткені күндізгі аспан реңінде жұлдызды көру үшін жұлдыздан келетін жарық ағыны адам көзінің айқындау қабілетінің бұрыштық өлшемі  $\approx 1'$  (1 минутке) сәйкес келетін аспан ауданының жарық ағынымен шамалас болғанда көруге болады. Ал, күндізгі аспанның жарқырауы —  $5,2''$ , бұл ең жарық деген жұлдыз Сириустан 25 еседей артық.

ә) Телескоп көздің айқындау қабілетін  $\approx 2''$ -ге дейін арттырады, бұл күндізгіден 50 еседей артық. Демек, аспанның жарқырауы  $50^2 = 2500$  есе төмендейді екен. Бұл телескоп объектінің фокус арақашықтығы үлкен болғанда мүмкін болады. Фокус арақашықтығы 1 метрден кем телескоппен күндіз жұлдызды көру мүмкін емес.

**Ескерту:** «Құдықтың ішіне түсіп күндіз жұлдызды көруге болады» деген пікірлер бар. Бұл қате пікір. Қарапайым есептеу, құдық диаметрі 1 м болғанда оның тереңдігі  $h = \frac{D}{\sin 100'} = 2$  км болу керек екендігін көрсетеді. Мұндай құдыққа ешкім түсе бермейді. Оның өзінде, жұлдыз зенитті болып өткен сәтте ғана ашық нүкте түрінде аз уақыт бақыланады.

7.2.2. Жаңа жұлдыздың оталуы кезінде оның жарқырауы шамамен 10000 есе артады. Оталу кезінде жұлдыздың жұлдыздық шамасы қанша есе өзгереді? Оталу кезінде қарусыз көзге көрінуі үшін оның алғашқы кездегі жұлдыздық шамасы қандай болуы керек?

|                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\frac{L = 10000L_0;}{m = 6^m}$ $\frac{(m_0 - m) - ?;}{m_0 - ?}$ | <p>Шешуі: <math>(m_0 - m)</math> өрнегін пайдаланамыз.</p> $m_0 - m = 2,5 \lg \frac{L}{L_0} = 2,5 \lg 10^4 = 10. \quad (m_0 - m) = 10^m.$ <p>Демек, оталу кезінде жұлдыздың жұлдыздық шамасы <math>10^m</math>-ге өзгереді (артады). Ал, жұлдыз көзге көрінуі үшін оның жұлдыздық шамасы <math>6^m</math> болуы керек, демек <math>m_0 = 10 + 6 = 16^m</math>. Қарусыз көзге көрінуі үшін алғашқы кездегі жұлдыздық шамасы <math>16^m</math> болуы керек екен.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Жауабы:  $(m_0 - m) = 10^m$ ;  $m_0 = 16^m$ .

7.2.3. Жұлдыздық шамасы бірдей  $N$  жұлдыздан құралған шоғырдың толық жұлдыздық шамасы қандай? Бір жұлдыздың шамасын  $m$  деп алыңдар.

|                                                                                        |                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\frac{m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_N;}{N}$ $\frac{m_0 - ?}{m_0 - ?}$ | <p>Шешуі: Бір ғана жұлдыздың Жер бетіндегі жарықталуы <math>E_1</math> болсын, онда <math>N</math> жұлдыздың жалпы жарықталуы</p> $E = \sum_{i=1}^N E_i = NE_1 \quad (1) \text{ болады.}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Онда (1)-ден  $\frac{E}{E_1} = N$ . (2) Демек,  $N$  жұлдыз шоғырының жұлдыздық шамасын  $\lg \frac{E}{E_1} = -0,4(m_0 - m_1)$  өрнегінен табамыз, сонда

$$m_0 = m_1 - 2,5 \lg \frac{E}{E_1} \quad \text{немесе} \quad m_0 = m_1 - 2,5 \lg N.$$

Жауабы:  $m_0 = m_1 - 2,5 \lg N$ .

7.2.4. Ең жарық және ең жақын квазар аспанда  $m = 13^m$  жұлдыздық шамамен көрінеді. Осы квазарды объективінің диаметрі  $D = 10$  см болатын телескоппен көруге бола ма?

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\frac{m = 13^m;}{D = 10 \text{ см}}$ $\frac{m_1 - ?}{m_1 - ?}$ | <p>Шешуі: <math>10 \text{ см} = 0,1 \text{ м} = 100 \text{ мм}</math>.</p> <p>Егер телескоптың көрсете алатын ең үлкен шектік шамасы квазардың жұлдыздық шамасынан артық болса, онда квазар көрінеді, керісінше жағдайда бақылау мүмкін емес. Енді телескоптың шектік шамасы <math>m_1</math>-ді табайық. Сонда</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$m_1 = 2,5 + 5 \lg D \quad \text{немесе} \quad m_1 = 2,5 + 5 \lg 100 = 12,5^m.$$

Демек,  $m_1 < m$ , онда квазарды берілген телескоппен көру мүмкін емес.

Жауабы:  $m_1 < m$ , көру мүмкін емес.

7.2.5. Шар тәрізді жұлдыз шоғырының ішінде бірнеше қысқа периодты цефеидтер бар екені көрінеді. Олардың көрінерлік жұлдыздық шамасы  $15,5$ , ал абсолют шамасы  $0,5$ . Осы шоғырға дейінгі қашықтық қандай?

|                                                                     |                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\frac{m = 15,5;}{M = 0,5}$ $\frac{D - ?}{D - ?}$ | <p>Шешуі: <math>M = m + 5 - 5 \lg D</math> формуласын пайдаланамыз, сонда <math>\lg D = \frac{m + 5 - M}{5}</math>.</p> $\lg D = \frac{15,5 + 5 - 0,5}{5} \Rightarrow \lg D = 4 \Rightarrow D = 10^4.$ |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Жауабы:  $D = 10^4$  пк.

7.2.6. Екі жұлдыз бірі екіншісінен 1000 есе қашықтықта тұрғанымен абсолют жұлдыздық шамалары бірдей. Бұлардың көрінерлік шамаларының айырымы қандай? Қай жұлдыздың көрінерлік шамасы үлкен?

|                                                                 |                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Берілгені:</p> $\frac{\frac{D_1}{D_2} = 1000}{\Delta m - ?}$ | <p>Шешуі: Жұлдыздың біріншісінің екіншісіне қарағанда көрінерлік жарқырауының өзгерісі</p> $\frac{E_2}{E_1} = \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 1000^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100.$ |
|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

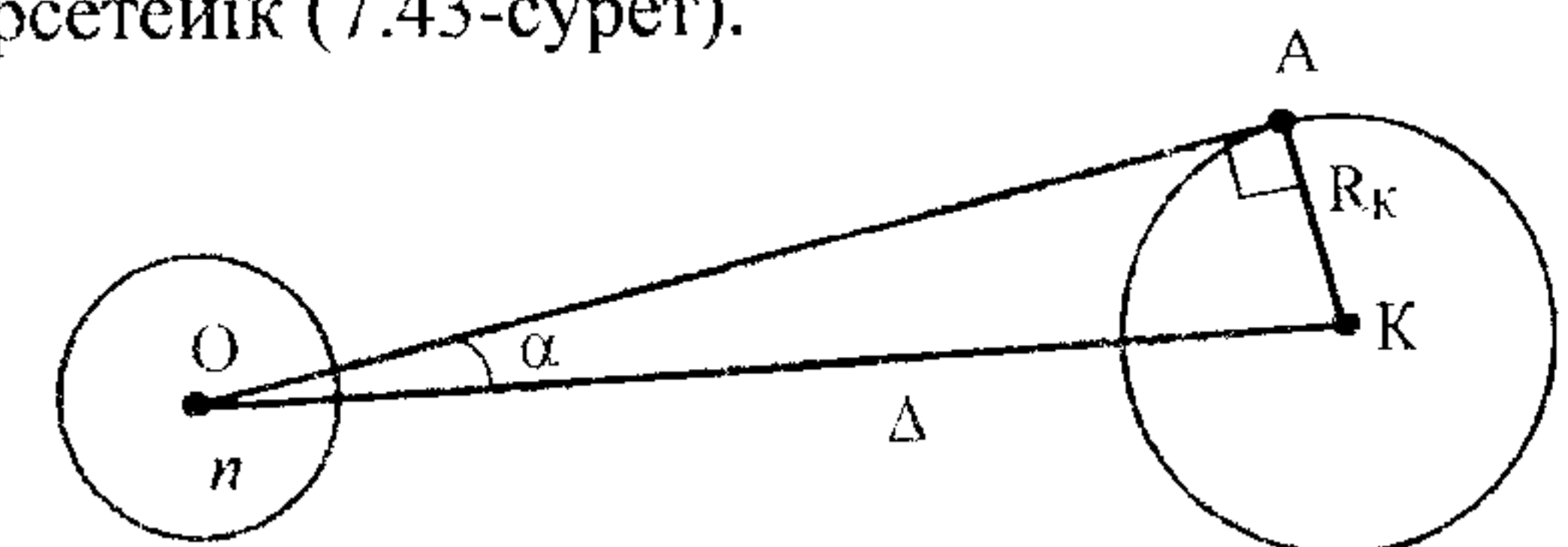
Демек, жұлдыздың көрінерлік шамасының айырымы  $\Delta m = m_2 - m_1 = 5^m + 5^m + 5^m = 15^m$ . Онда 1000 есе қашықтықтағы ( $m_2$ ) жұлдыздың көрінерлік шамасы артық болғаны.

Жауабы: Екінші жұлдыздың көрінерлік шамасы үлкен.

7.2.7. Плутондағы бақылаушы үшін Күн қандай бұрыштық өлшеммен, қандай жұлдыздық шамамен көрінеді? Плутонның бірлік ауданына Күннен келетін энергияны Жердің бірлік ауданына түсетін Күн энергиясымен салыстырыңдар.

Берілгені: Шешуі: Плутон мен Күннің орналасуын сызбада көрсетейік (7.43-сурет).

|                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><math>m_\odot = -26,7^m;</math></p> <p><math>r_\odot = 1 \text{ а.б.};</math></p> <p><math>r_n = 39,5 \text{ а.б.}</math></p> <p><math>\frac{m_\odot - ?; \alpha'' - ?;}{\frac{E_\odot}{E_n} - ?}</math></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



7.43-сурет

Мұндағы:  $R_K$  – Күн радиусы,  $\Delta$  – Күннен Плутонға дейінгі арақашықтық.  $\Delta$ АКО-дан ( $\angle A = 90^\circ$ )  $\sin \alpha = \frac{AK}{OK} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{R_K}{\Delta}$ .

Мұндағы:  $R_K = 6,9 \cdot 10^8 \text{ м}$ ;  $\Delta = 39,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} = 5,9 \cdot 10^{12} \text{ м}$ .

$$\sin \alpha = \frac{6,9 \cdot 10^8 \text{ м}}{5,9 \cdot 10^{12} \text{ м}} = 1,17 \cdot 10^{-4}. \quad \alpha = \arcsin(1,17 \cdot 10^{-4}) = 24,2''; \quad \alpha = 24,2''.$$

Көрінерлік жұлдыздық шама

$$m_\Theta - m_K = -2,5 \lg \frac{E_{жс}}{E_n} \Rightarrow m_K = m_\Theta + 2,5 \lg \frac{E_{жс}}{E_n}.$$

Енді  $\left(\frac{E_{жс}}{E_n}\right)$  - қатынасын анықтайық. Физикадан  $\frac{E_{жс}}{E_n} = \left(\frac{r_{жс}}{r_n}\right)^2$ .

Есеп шартынан  $\frac{E_{жс}}{E_n} = (39,5)^2$  немесе  $\frac{E_{жс}}{E_n} = 1560$ . Демек,

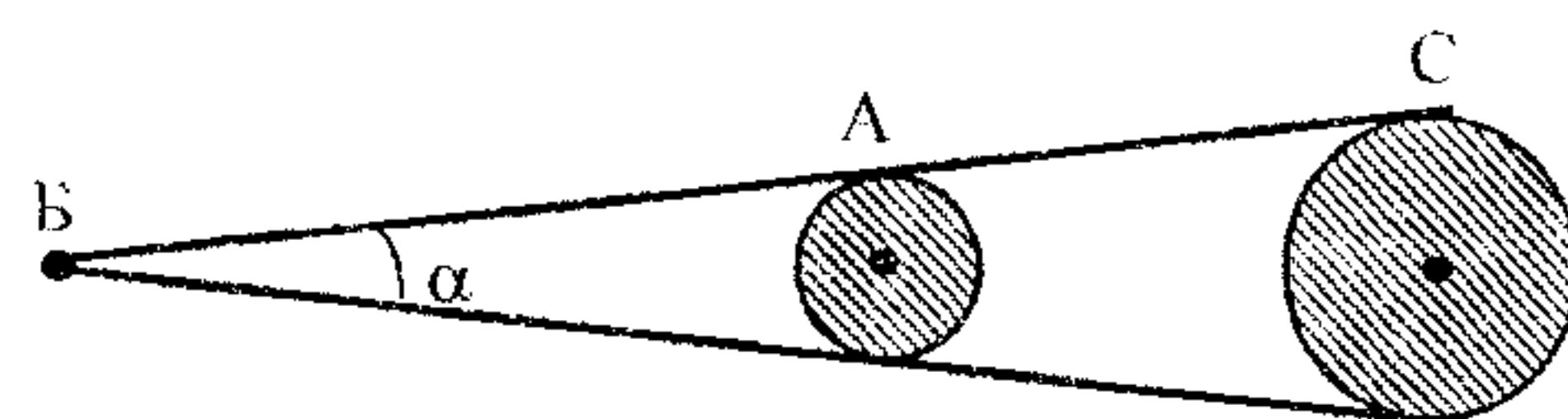
$$m_K = m_\Theta + 2,5 \lg (39,5)^2 = m_\Theta + 5 \lg 39,5; \quad -26,7^m + 7,98^m = -18,72^m.$$

$$m_K = -18,72^m.$$

$$\text{Жауабы: } m_K = -18,72^m; \quad \alpha = 24,2''; \quad \frac{E_{жс}}{E_n} = 1560.$$

**7.2.8.** Кейбір қос жұлдыздарда «жұлдыздың толық тұтылуы» байқалады. Осы кезде жұлдыздың толық жылтырауы кемиді (бұл периодты түрде қайталанады). Осы құбылысты түсіндіріңдер.

**Шешуі:** Жарқырауы күшті серік бәсең жарқырайтын жұлдыздың аржағында орналасады да екеуі де Жер бақылаушысына бірдей көру бұрышымен көрінеді (7.44-сурет). Осыдан толық жарқырау кемиді.



7.44-сурет

Мұндағы: Б – бақылаушы;  $\alpha$  – көру бұрышы; С – жарқырауы күшті жұлдыз; А – жарқырауы әлсіз жұлдыз.

**7.2.9.** Екі жұлдыз бірдей Т периодпен біріне-бірін салыстырғанда модулдері тұрақты  $v_1$  және  $v_2$  жылдамдықпен қозғалады. Жұлдыздардың арақашықтығын және массаларын табыңдар.

**Берілгені:**

$T; v_1; v_2$

$(r_1 + r_2) - ?$

$m_1 - ?; m_2 - ?$

**Шешуі:** Жұлдыздар радиустары  $r_1$  және  $r_2$  болатын шеңберлер бойымен қозғалады. Бұл шеңберлердің ортақ центрі – масса центрі болып табылады (7.45-сурет). Мұндағы: О – масса центрі;  $r_1$  – бірінші, ал  $r_2$  – екінші жұлдыздың айналу шеңберлерінің радиустары.

Ньютон заңынан

$$\frac{m_1 v_1^2}{r_1} = \gamma \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} \quad \text{және} \quad \frac{m_2 v_2^2}{r_2} = \gamma \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2}. \quad (1)$$

Екінші жағынан

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T} \quad \text{және} \quad v_2 = \frac{2\pi r_2}{T}. \quad (2)$$

$$(2)\text{-ден } r_1 = \frac{T \cdot v_1}{2\pi} \quad \text{және} \quad r_2 = \frac{T \cdot v_2}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_1 + r_2 = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2). \quad (3)$$

(1)-ден

$$m_2 = \frac{v_1^2 (r_1 + r_2)^2}{\gamma r_1} \quad \text{және} \quad m_1 = \frac{v_2^2 (r_1 + r_2)^2}{\gamma r_2}.$$

$$(3)\text{-ті ескерсек, онда } m_2 = \frac{T \cdot v_1}{2\pi \gamma} (v_1 + v_2)^2 \quad \text{және} \quad m_1 = \frac{T \cdot v_2}{2\pi \gamma} (v_1 + v_2)^2.$$

$$\text{Жауабы: } (r_1 + r_2) = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2); \quad m_1 = \frac{T \cdot v_2}{2\pi \gamma} (v_1 + v_2)^2;$$

$$m_2 = \frac{T \cdot v_1}{2\pi \gamma} (v_1 + v_2)^2.$$

**7.2.10.** Егер қызыл ерекше алыптың диаметрі Күндікінен 300 есе артық, ал массасы Күн массасынан 30 есе көп болса, онда оның орташа тығыздығы қандай болады?

**Берілгені:**

$$\frac{D_a}{D_K} = 300;$$

$$\frac{M_a}{M_K} = 30.$$

$$\rho_a - ?$$

**Шешуі:**

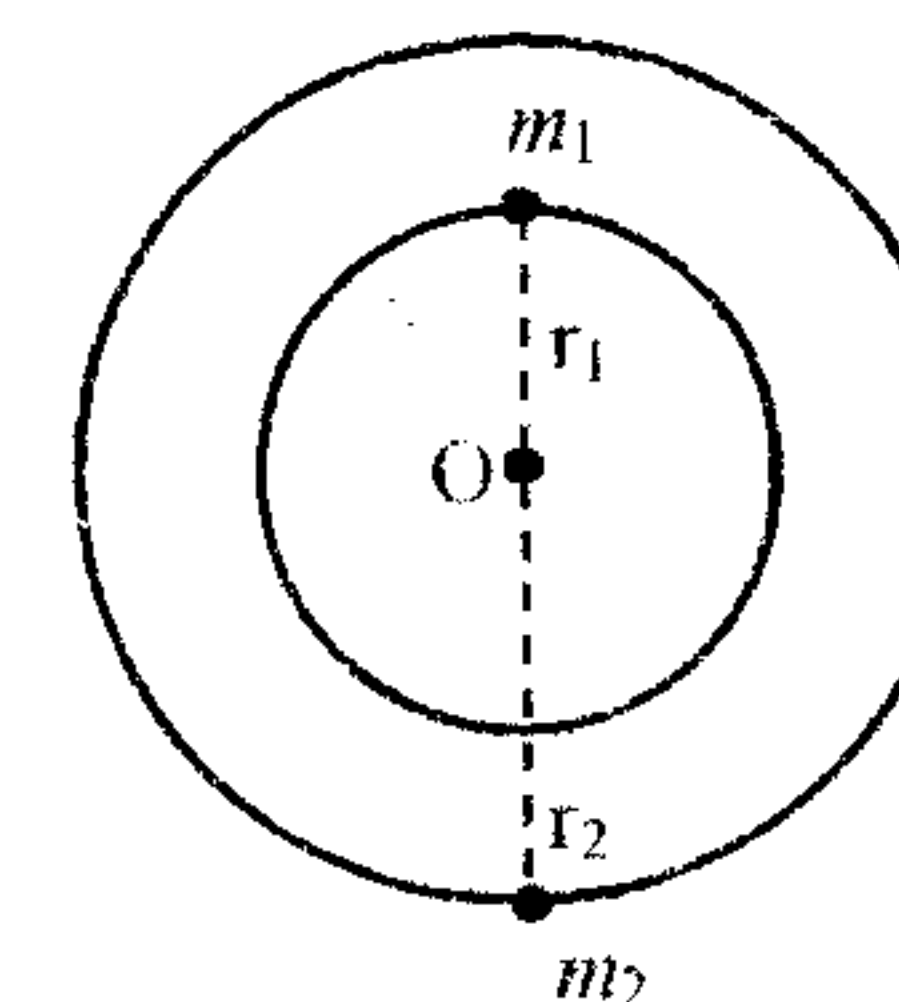
Тығыздық  $\rho = \frac{M}{V}$  формуласынан табылады, сонда

$$\text{жұлдыз пішіні шар тәрізді болғандықтан } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{немесе } V = \frac{\pi D^3}{6}. \quad \text{Демек, } \rho = \frac{6M}{\pi D^3}. \quad (1)$$

$$(1)\text{-ді екі жұлдыз үшін жазсақ, онда } \rho_a = \frac{6M_a}{\pi D_a^3} \quad \text{және} \quad \rho_K = \frac{6M_K}{\pi D_K^3}.$$

$$\text{Осы екеуінен } \frac{\rho_a}{\rho_K} = \frac{M_a}{M_K} \cdot \left(\frac{D_K}{D_a}\right)^3 \Rightarrow \rho_a = \rho_K \cdot \frac{M_a}{M_K} \cdot \left(\frac{D_K}{D_a}\right)^3.$$



7.45-сурет

Күн үшін  $\rho_K = 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  екендігін ескерсек, сонда

$$\rho_a = 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 30 \cdot \left(\frac{1}{300}\right)^3 \approx 1,56 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \rho_a \approx 1,56 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**Жауабы:**  $\rho_a \approx 1,56 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

**7.2.11.** Массасы Күн массасына тең жұлдыз пайда бола алатын, негізгі құрамы атомарлық күйдегі сутегіден құралған температурасы 10K газшаң бұлтының ең үлкен шекті радиусын бағаландар.

**Берілгені:**  $T = 10\text{K}; M_0 = M_\odot$   
**Шешуі:** Егер гравитациялық сығылу энергиясы бұлттың ішкі энергиясынан артық болса, яғни  $|W_{\text{гп}}| > |W_{\text{т}}|$ , онда газшаң бұлты гравитациялық күштің әсерінен сығылады. Сонда  $W_{\text{гп}} = \frac{\gamma M_0^2}{R_{\text{max}}}$ , ал ішкі

энергия  $W_{\text{т}} = U = \frac{3M_0 RT}{2M}$ . Мұндағы,  $M_0$  — бұлттың массасы.

Бұлттың шекті радиусын мына теңдіктен табамыз  $W_{\text{гп}} = W_{\text{т}}$

немесе  $\frac{\gamma M_0^2}{R_{\text{max}}} = \frac{3M_0 RT}{2M} \Rightarrow R_{\text{max}} = \frac{2\gamma M_0 M}{3RT}$ . Мұндағы:  $M = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

(бұлттың молдік массасы);  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$ .

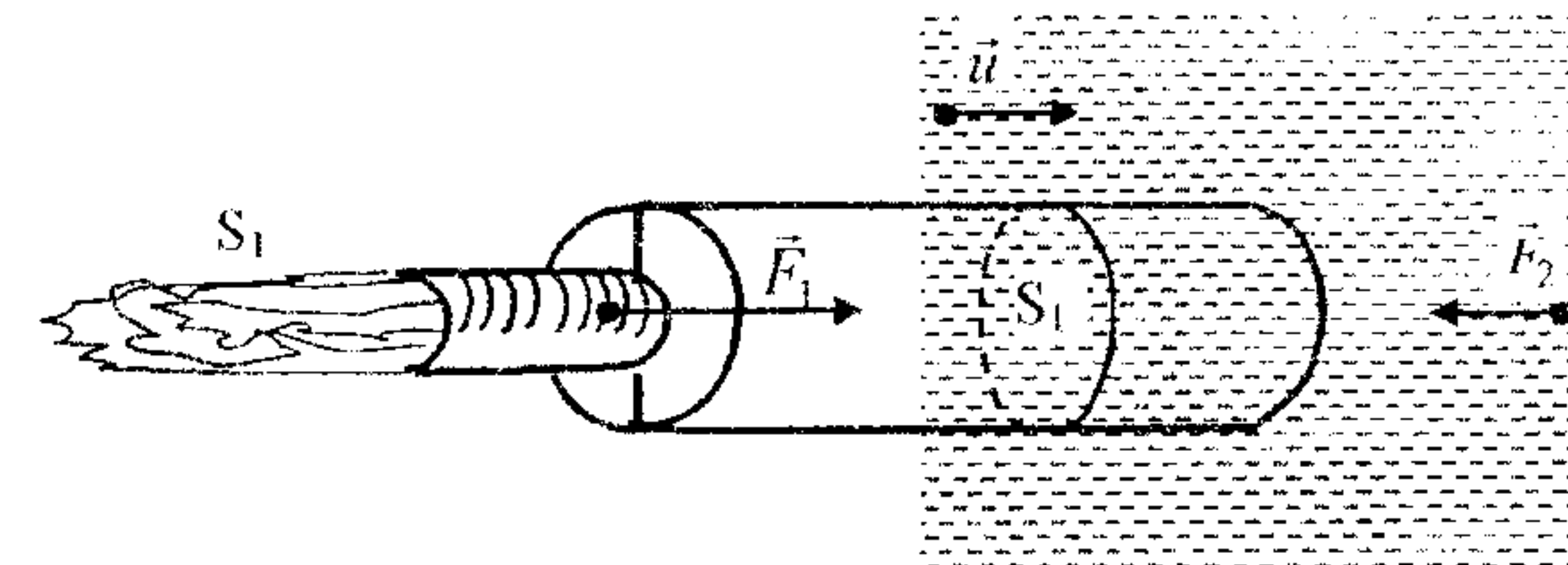
$$R_{\text{max}} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{кг} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{3 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 10\text{K}} \approx 1,93 \cdot 10^{15} \text{ м}.$$

**Жауабы:**  $R_{\text{max}} \approx 1,93 \cdot 10^{15} \text{ м}$  немесе  $R_{\text{max}} \approx 0,2 \text{ ж.ж.}$

**7.2.12.** Ғарыш кемесі тығыздығы  $\rho_2$  ғарыштық шаң бұлтына  $v$  жылдамдықпен енеді. Кеме жылдамдығы өзгермеуі үшін, оның қозғалтқышы іске қосылды. Егер кеме қимасы  $S_2$ , ал кемеден шығатын газдың жылдамдығы  $u$  болса, онда камасы  $S_1$  соплодан шығатын газдың тығыздығын табыңдар. Кемеге соққан шаң түйіршігі оның бетіне жабысып қалады (7.46-сурет).

**Берілгені:**  $\rho_2; v; S_2; u; S_1$   
**Шешуі:** Санақ денесі ретінде ғарыш кемесін алайық. Сонда кеме үдеу алмайтын болғандықтан  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$  немесе  $F_1 - F_2 = 0$ . (1) Мұндағы:  $F_1$  — газдың кемені итеруші күші;  $F_2$  — шаң бұлтының

соққы (кедергі) күші.



7.46-сурет

Ал,  $F_1 = u \frac{\Delta m_1}{\Delta t} = u \frac{\rho_1 \Delta V_1}{\Delta t} = u \rho_1 S_1 \frac{\Delta \ell_1}{\Delta t} = u \rho_1 S_1 u = \rho_1 S_1 u^2$ . (2) Мұндағы:

$\Delta m_1$  — соплодан шығатын газ массасының өзгерісі;  $\frac{\Delta \ell_1}{\Delta t} = u$  (газ жылдамдығы);  $F_2$  — күші үшін де осындай түрлендіру жазамыз, сонда  $F_2 = \rho_2 S_2 v^2$ . (3)

(2) және (3)-ті (1)-ге қойсак, онда

$$\rho_1 S_1 u^2 = \rho_2 S_2 v^2 \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_2 S_2 v^2}{S_1 u^2}.$$

**Жауабы:**  $\rho_1 = \frac{\rho_2 S_2 v^2}{S_1 u^2}.$

**7.2.13.** Күннен, оған жақын жұлдыздың бірі Проксимаға дейінгі қашықтық 4,27 жарық жылы. Осы жұлдызға адам өмірі жететін уақытта барып қайтуға мүмкіндік беретін ең қолайлы қозғалтқышы бар ғарыш кемесі қалай қозғалуы тиіс?

**Берілгені:**  $t_0 = 4,27 \text{ ж.ж.}$   
**Шешуі:**  $4,27 \text{ ж.ж.} = 4,05 \cdot 10^{16} \text{ м}.$   
 Мұндай қозғалтқышы бар кеме жолдың жартысын  $a = 1 \text{ м/с}^2$  тұрақты оң үдеумен, ал қалған жартысын тұрақты теріс үдеумен қозғалуы тиіс.

Қайту бағытында да дәл осылай қозғалуы керек. Сонда кеменің ең үлкен жылдамдығын мына өрнектен табамыз  $2ar = v_m^2 - v_0^2$ ,

мұндағы  $v_0 = 0$  және  $r = \frac{r_0}{2}$ , сонда  $ar_0 = v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{ar_0}$ .

Екінші жағынан  $v_m = at$  екендігін ескерсек, онда  $at = \sqrt{ar_0}$ .

$$t_0 = 4t \text{ болғандықтан } t_0 = 4 \sqrt{\frac{r_0}{a}}. \quad t_0 = 4 \cdot \sqrt{\frac{4,05 \cdot 10^{16} \text{ м}}{1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 8 \cdot 10^8 \text{ с}.$$

Ал 1 жыл  $\approx 3,16 \cdot 10^7$  с екендігін ескерсек, онда  $t_0 = 25,3$  жыл.

**Жауабы:**  $t_0 = 25,3$  жыл.

**7.2.14.** Күн сығылу нәтижесінде пульсарға айналады деп есептейік. Осы пульсардың айналу периоды мен ең шекті аз радиусын бағаландар. Олардың айналуының кинетикалық энергияларын салыстырындар.

|                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>R_K; M_K; T_K</math><br/> <math>R_n - ?; T_n - ?;</math><br/> <math>\frac{K_n}{K_K} - ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> <math>R_K, M_K, T_K</math> – Күннің радиусы, массасы, айналу периоды болсын. Импульс моментінің сақталу заңын пайдалансақ, сонда <math>J_K \omega_K = J_n \omega_n</math> немесе</p> $\frac{2}{5} M_K R_K^2 \cdot \frac{2\pi}{T_K} = \frac{2}{5} M_n R_n^2 \cdot \frac{2\pi}{T_n} \Rightarrow \frac{R_K^2}{T_K} = \frac{R_n^2}{T_n}, \quad (1)$ <p>себебі <math>M_K = M_n</math> (Күн мен пульсар массалары бірдей, есеп шартынан).</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Айналу жылдамдығы артқан сайын пульсардың зат бөлініп шықпауы үшін, экваторындағы тартылыс күші берілген бұрыштық жылдамдықпен айналуды қамтамасыз етуі керек, яғни мына шарт орындалуы тиіс

$$m\omega^2 R < F_m \quad \text{немесе} \quad \frac{4\pi^2 m R_n}{T_n^2} < \gamma \frac{m M_K}{R_n^2}, \quad \text{бұдан} \quad \frac{R_n^3}{T_n^2} < \gamma \frac{M_K}{4\pi^2}. \quad (2)$$

Енді  $T_n$ -ді (1)-ден тауып (2)-ге қойсақ, онда  $R_n \geq \frac{4\pi^2 R_K^4}{\gamma M_K T_K^2}$ ,

$$R_n \geq \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot (7 \cdot 10^8 \text{ м})^4}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot (2,2 \cdot 10^6 \text{ с})^2} \approx 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

(1)-ден  $T_n = \left(\frac{R_n}{R_K}\right)^2 T_K$ .  $T_n = \left(\frac{1,5 \cdot 10^4 \text{ м}}{7 \cdot 10^8 \text{ м}}\right)^2 \cdot 2,2 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 1 \cdot 10^{-3} \text{ с};$   
 $T_n \approx 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$

Күннің айналуының кинетикалық энергиясы

$$K_K = \frac{J_K \omega_K^2}{2} = \frac{4\pi^2 M_K R_K^2}{5 T_K^2}.$$

Ал пульсардың айналуының кинетикалық энергиясы

$$K_n = \frac{4\pi^2 M_K R_n^2}{5 T_n^2}, \quad \text{мұнда} \quad M_K = M_n, \quad \text{сонда} \quad \frac{K_n}{K_K} = \frac{R_n^2 \cdot T_K^2}{T_n^2 \cdot R_K^2}.$$

Ал (1)-ден  $\frac{R_n^2}{R_K^2} = \frac{T_n}{T_K}$  екендігін ескерсек  $\frac{K_n}{K_K} = \frac{T_K}{T_n}$ , демек

$$\frac{K_n}{K_K} = \frac{2,2 \cdot 10^6 \text{ с}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ с}} = 2,2 \cdot 10^9.$$

**Жауабы:**  $R_n \approx 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}; \quad T_n \approx 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad \frac{K_n}{K_K} = 2,2 \cdot 10^9.$

**Ескерту:** Жұлдыздың сығылуы кезінде кинетикалық энергиясы тартылыс күші жұмысының есебінен артады.

**7.2.15.** Массалары бірдей үш жұлдыздың біреуі центрінде, ал екеуі радиусы  $R$  болатын дөңгелек бойымен бір-біріне қарама-қарсы бағытта, арақашықтығын тұрақты сақтап қозғалады. Басқа аспан денелерінің әсерін есепке алмай, бұл жұлдыздардың қозғалыс жылдамдығын табындар.

|                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>m_1 = m_2 = m_3 = m;</math><br/> <math>R</math><br/> <math>v_1 - ?; v_2 - ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Дөңгелек бойымен қозғалатын жұлдыз жылдамдықтары бірдей болады, демек <math>v_1 = v_2 = v</math>, сонда бұлардың центрге тартылу үдеуі <math>a = \frac{mv^2}{R}</math>. Мұнда үдеуді туғызатын бы-</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

лайғы екі жұлдыздың гравитациялық әсер күштері. Сонда

$$\frac{mv^2}{R} = F_1 + F_2,$$

мұндағы  $F_1$  – қарсы жұлдыздың,  $F_2$  – орталық жұлдыздың әсер күштері.

Ал  $F_1 = \gamma \frac{m^2}{(2R)^2}$ ,  $F_2 = \gamma \frac{m^2}{R^2}$  болғандықтан  $\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{m^2}{4R^2} + \gamma \frac{m^2}{R^2}$  осыдан

$$v^2 = \gamma \frac{5m}{4R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{5\gamma m}{4R}}.$$

**Жауабы:**  $v = \sqrt{\frac{5\gamma m}{4R}}.$

**7.2.16.** Орбиталдық жылдамдығы  $v$  болатын ғаламшар, радиусы  $R_0$  болатын орталық жұлдыз сыртынан  $R$  қашықтықта дөңгелек траектория бойымен айналады. Егер кенеттен ғаламшар орбиталды жылдамдығын жоғалтса, ол орталық жұлдызға қандай жылдамдықпен құлайды? Осы жылдамдықты Жер үшін анықтандар.

|                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>v; R_0; R</math><br/> <math>u - ?; u_{ж} - ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Энергияның сақталу заңынан <math>W_z = W_r - W_{ж}. \quad (1)</math></p> <p>Мұндағы: <math>W_z</math> – ғаламшардың кинетикалық энергиясы;<br/> <math>W_r</math> – <math>R</math> қашықтықтағы потенциалдық энергия; <math>W_{ж}</math> – жұлдыз бетіндегі потенциалдық энергия.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Сонда  $W_z = \frac{mv^2}{2}$ ;  $W_r = -\gamma \frac{Mm}{R}$ ;  $W_{ж} = -\gamma \frac{Mm}{R_0}$  екендігін ескерсек,

$$\frac{mv^2}{2} = -\gamma \frac{Mm}{R} + \gamma \frac{Mm}{R_0} \Rightarrow u^2 = 2\gamma M \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right). \quad (2)$$

Екінші жағынан  $\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow \gamma M = v^2 R. \quad (3)$

(3)-ті (2)-ге қойсақ  $u^2 = 2v^2 \left( \frac{R-R_0}{R_0} \right) \Rightarrow u = v \sqrt{\frac{2(R-R_0)}{R_0}}$ . Жылдамдықты Жер үшін анықтайық, сонда

$$R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}; \quad R_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ м}; \quad v = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$u_{ж} = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} - 7 \cdot 10^8 \text{ м})}{7 \cdot 10^8 \text{ м}}} \approx 6,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad u_{ж} \approx 6,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } u = v \sqrt{\frac{2(R-R_0)}{R_0}}; \quad u_{ж} \approx 6,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**7.2.17.** Жұлдыздың жұлдызаралық шаңнан пайда болуы туралы болжамда, оның гравитациялық күш әсерінен сығылуымен түсіндіріледі. Тығыздығы  $\rho = 2 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$  болатын алып сфералық ғарыштық шаңнан жұлдыздың пайда болуы уақытын бағалаңдар. Сығылу кезінде бөлшектер бірін-бірі қуып жете алмайды, деп есептеңдер.

**Берілгені:**  $\rho = 2 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$ ;  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2}$ ;  $\tau = ?$

**Шешуі:**  $2 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3 = 2 \cdot 10^{-17} \text{ кг/м}^3$ . Шаң бұлтының центрінен  $R_0$  қашықтықтағы бөлшекке (7.47-сурет) осы сфера ішінде жатқан бөлшектер тарапынан ғана тартылыс әсері болады. Сонда ізделінді уақыт  $\tau$  — ол үлкен жарты өсі  $a = R_0/2$  болатын эллипс

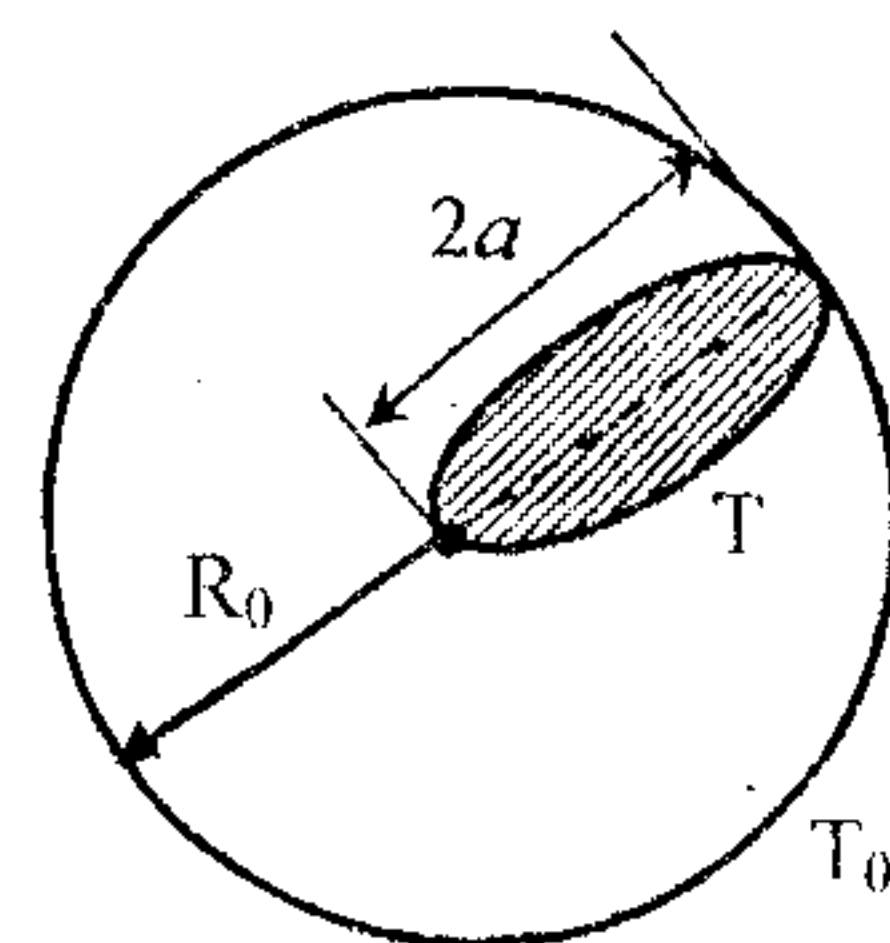
бойынша қозғала отырып, тартылыс центріне құлап түсу уақыты болып табылады. Осы жағдай үшін Кеплердің үшінші заңын жазсақ

$$\frac{T_0^2}{T^2} = \left( \frac{R_0}{a} \right)^3. \quad (2)$$

Мұндағы:  $T_0$  — бөлшектің дөңгелек орбита бойымен қозғалу периоды;  $T$  — бөлшектің эллипстік орбита бойымен қозғалу периоды.

Енді (1)-ді ескерсек, онда

$$\left( \frac{T_0}{T} \right)^2 = 2^3. \quad (3)$$



7.47-сурет

Ньютонның екінші заңынан  $\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{Mm}{R^2}$ . Енді  $v = \frac{2\pi R}{T_0}$  екендігін

ескерсек, онда  $T_0 = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$ . (4) Біз  $M = \frac{4}{3}\pi k^3 \rho$  формуласын пайдаландық.

(3) және (4)-ден  $T = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma\rho}}$ . (5) Ал,  $\tau \approx \frac{T}{2}$  болғандықтан (5)-ден

$$\tau = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma\rho}}. \quad \tau = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \approx 10^{13} \text{ с}; \quad \tau \approx 10^{13} \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $\tau \approx 10^{13} \text{ с}$ .

**7.2.18.** Радиусы Күн радиусынан 100 есе, ал массасы 10 есе үлкен физикалық айнымалы жұлдыздың пулстік периоды табыңдар. (Мұнда жұлдыздың жарқырау, сәуле шығару, радиусы т.б. физикалық қасиеттерінің периодты өзгерісі туралы айтылады).

**Берілгені:**  $R = 100R_\odot$ ;  $M_0 = 10M_\odot$ ;  $T = ?$

**Шешуі:** Айнымалы жұлдыздың пулсациясы оның көлемінің механикалық тербелістерімен байланысты. Сондықтан тербеліс периоды анықтау үшін математикалық маятниктің формуласын пайдаланамыз, сонда  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ .

Мұндағы:  $\ell = R$ ;  $g = \gamma \frac{M_0}{R^2}$ ;  $g$  — айнымалы жұлдыз бетіндегі еркін түсу

үдеуі. Демек,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M_0}}$ .  $T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{(100 \cdot 6,96 \cdot 10^8 \text{ м})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}} = 3,15 \cdot 10^6 \text{ с}; \quad T = 3,15 \cdot 10^6 \text{ с}$  немесе  $T \approx 37$  тәулік.

**Жауабы:**  $T = 3,15 \cdot 10^6 \text{ с}$  немесе  $T \approx 37$  тәулік.

**7.2.19.** Әсері жаңа жұлдыздың жарылуы кезінде қабықша массасының 30%-і кеңістікке лақтырылды. Жұлдыз ядросының жарылысынан кейін оның айналасындағы планетарлық жүйе сақталып қала ма?

**Берілгені:**  $m_2 = 30\% \cdot m_1$ ;  $\text{Жүйе сақтала ма?}$

**Шешуі:** Жұлдыз жарылысынан кейінгі ядро маңында қозғалатын планеталар үшін  $\frac{m_0 v^2}{R} = \gamma \frac{m_0 m_1}{R^2}. \quad (1)$

Мұндағы,  $m_1$  – жұлдыздың,  $m_0$  – планетарлық жүйе массалары.

Сонда жарылысқа дейінгі планетаның бірінші ғарыштық жылдамдығы (1)-ден  $v = \sqrt{\frac{\gamma m_1}{R}}$ . (2)

Егер осы  $v$  жылдамдық жарылыстан кейінгі екінші ғарыштық жылдамдықтан кем болса, онда планета жүйесі қалдық жұлдыз ядросының айналасында қозғала береді. Басқа жағдайда планета ядроны тастап кетеді. Екінші ғарыштық жылдамдықты планетарлық жүйенің потенциалдық және кинетикалық энергияларының қосындысы нөл болатын шарттан анықтаймыз, сонда

$$\frac{m_0 \omega^2}{2} - \gamma \frac{m_0 m_2}{R} = 0.$$

Мұндағы  $\omega$  – екінші ғарыштық жылдамдық.

Есеп шартынан  $m_2 = 0,3m_1$ , демек

$$\frac{m_0 \omega^2}{2} = \gamma \frac{m_0 \cdot 0,3 \cdot m_1}{R} \Rightarrow \omega^2 = 0,6 \cdot \gamma \frac{m_1}{R} = 0,6v^2 \text{ немесе } \omega = v\sqrt{0,6}. (3)$$

Демек  $v > \omega$ , онда планетарлық жүйе қалдық ядроны гиперболалық орбита бойымен қозғалып одан алыстайды да жүйе сакталмайды.

**7.2.20.** Массалары  $m_1$  және  $m_2$  екі жұлдыз бірінен-бірі  $\ell$  қашықтықта орналасқан. Бірінші жұлдыздан  $r_1$ , екінші жұлдыздан  $r_2$  қашықтықта орналасқан нүктенің өріс кернеулігі мен потенциалын табындар (7.48-сурет).

**Берілгені:**  $m_1; r_1; m_2; r_2$   
**Шешуі:** Гравитациялық өріс кернеулігі жұлдыз өрісінің күштік сипаттамасын анықтайды да  $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$  формуласымен анықталады, ал өріс потенциалы энергетикалық сипаттамасын береді және

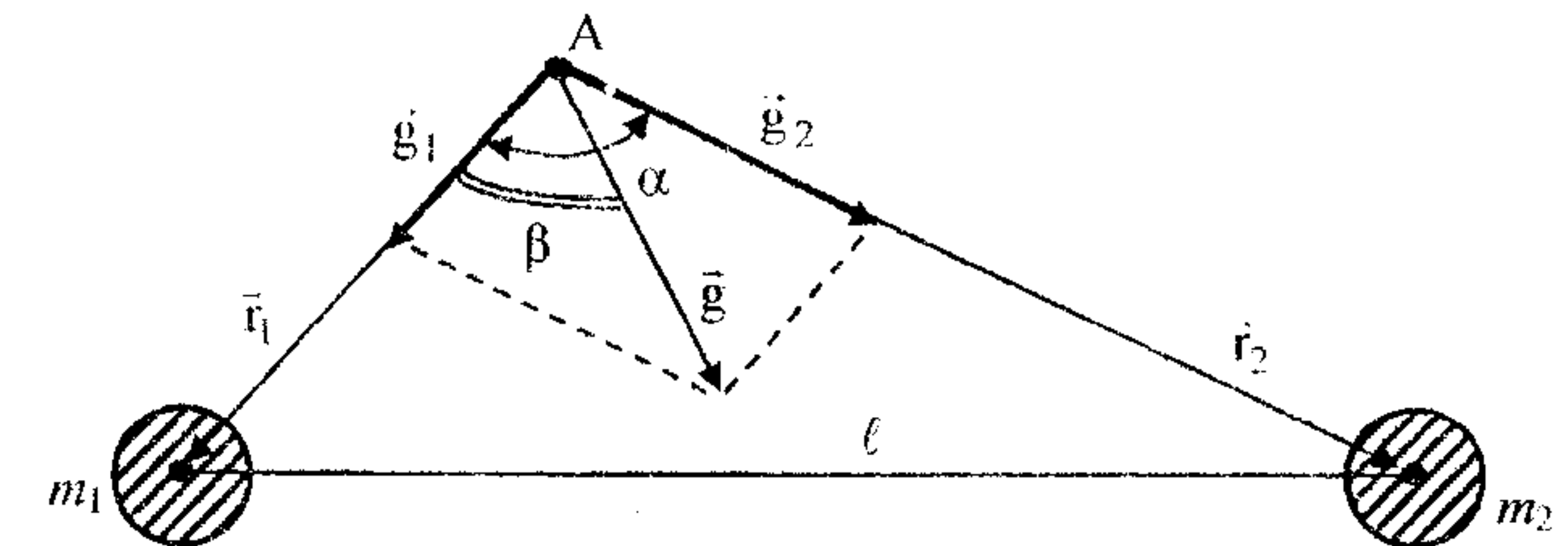
де  $\varphi = -\frac{A_\infty}{m} = -\frac{W_n}{m}$ .  $\vec{F}$  және  $W_n$  мәндерін қойсақ, сәйкесінше

$$\vec{g} = \gamma \frac{m_0}{r^2} \vec{r}_0 \quad (1) \text{ және } \varphi = -\gamma \frac{m_0}{r}. \quad (2)$$

Мұндағы:  $\vec{r}_0$  – бірлік радиус-вектор, ол әсерлесетін екі дене центрлеріне бағытталған; «минус» таңба  $m_0$  денесі тудыратын өрісте кез келген дененің шексіздікке салыстырғанда теріс потенциалдық энергиясы болатынын көрсетеді.

Ізделінді нүктені А деп белгілейік, сонда  $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$ . Суреттегі күш үшбұрышына косинустар теоремасын пайдалансақ, сонда  $g$  үшін

$$g^2 = g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2 \cos \alpha. (3)$$



7.48-сурет

Ал,  $\ell$  үшін

$$\ell^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \alpha. (4)$$

(3) және (4)-ден  $\cos \alpha$ -ны шығарып тастасақ

$$g^2 = g_1^2 + g_2^2 - 2g_1g_2 \frac{\ell^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}. (5)$$

(1)-дің  $g$ -ің мәндерін қойсақ, онда (5) мына түрге келеді

$$g^2 = \gamma^2 \left[ \frac{m_1^2}{r_1^4} + \frac{m_2^2}{r_2^4} - \frac{m_1m_2}{r_1^2r_2^2} (\ell^2 - r_1^2 - r_2^2) \right].$$

$g$ -ді тапқаннан кейін  $g_1$ -мен  $g_2$  арасындағы бұрыш  $\beta$ -ны табуға

болады, сонда  $\cos \beta = -\frac{g_2^2 - g^2 - g_1^2}{2g_1g_2}$ .

А нүктесінің потенциалы  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ . (2)-ні ескерсек

$$\varphi = -\gamma \left( \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \right).$$

**Жауабы:**  $g = \gamma \sqrt{\frac{m_1^2}{r_1^4} + \frac{m_2^2}{r_2^4} - \frac{m_1m_2}{r_1^2r_2^2} (\ell^2 - r_1^2 - r_2^2)}$ ;  $\varphi = -\gamma \left( \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \right)$ .

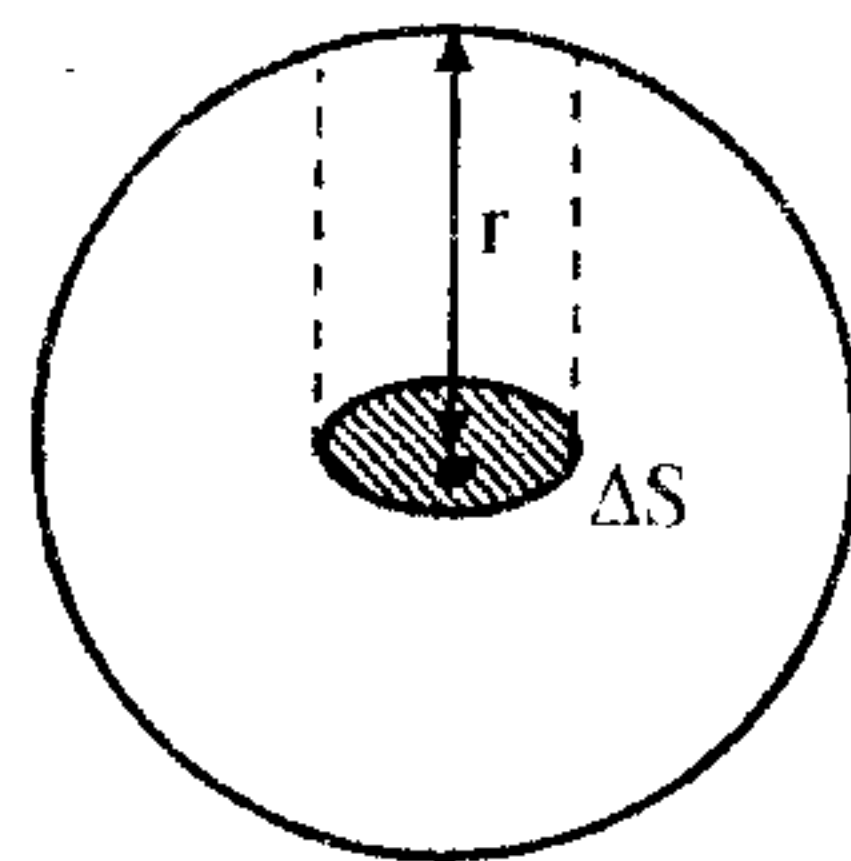
**7.2.21\*.** Жұлдызды қарапайым жағдайда өзінің ауырлық күші өрісінде тепе-тең тұрған газ шары деп қарастыруға болады. Газ сутегі мен гелийдің толығымен иондалған атомдарынан тұрады деп есептеп, оның температурасын табындар. Жұлдыз массасы  $M$ , радиусы  $r$ , газдағы сутегінің салыстырмалы мөлшері  $n$ . Тығыздық пен температура шардың бүкіл көлемінде тұрақты деп есептейдер.

**Берілгені:**  $M; r; n;$   
 $\rho = \text{const};$   
 $T = \text{const}$   
**Шешуі:** Газды шар иондар мен электрондардан тұрады. Шар өзінің ауырлық өрісінде тартылу күші газдың қысым күшімен теңесіп, тепе-теңдікте болады деп есептелік. Сонда шар центрінің маңындағы қысымның сандық мәні  $p$  көлденең қимасының ауданы  $\Delta S = 1 \text{ см}^2$ , биіктігі  $h$  шар радиусына тең

болатын газ түтігі салмағының сандық мәніне тең болады (7.49-сурет). Мұндай газ түтігінің массасы  $m = \rho \cdot r \cdot \Delta S$ . (1)

Мұндағы  $\rho$  – газ тығыздығы.

Ал, газ түтігінің салмағы оның шар центріне тартылыс күшіне тең. Негізінде газ түтігінің әр бөлігі шар центріне әртүрлі күшпен тартылады. Бірақ шар массасы центрден  $\frac{r}{2}$  аралықта шоғырланған деп жорымалдап былай жазуға болады



7.49-сурет

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2}. \quad (2) \quad \text{Ал кысым } p = \frac{F}{\Delta S}. \text{ Енді (1)-ді және (2)-ні ескерсек,}$$

онда  $p = \frac{4\gamma\rho M}{r}$ . (3) Екінші жағынан Менделеев-Клапейрон тендеуінен  $p = \frac{MRT}{V\mu} = \frac{\rho RT}{\mu}$ . (4) Мұндағы  $\mu$  – газды жұлдыздың молярлық массасы.

(3) және (4)-ден  $T = \frac{4\gamma\mu M}{rR}$ . (5) Енді  $\mu$ -ді табайық, ол үшін газдың  $p$  қысымының сутегі мен гелий газдарының парциалдық қысымдарының қосындысына тең екенін ескере отырып төмендегідей өрнекті жазамыз

$$\frac{M}{V\mu}RT = \frac{Mn}{V\mu_H}RT + \frac{M(1-n)}{V\mu_{He}}RT \Rightarrow \mu = \frac{\mu_H \cdot \mu_{He}}{n(\mu_{He} - \mu_H) + \mu_H}.$$

$$\mu \text{ мәнін (5)-ке қойсак } T = \frac{4\gamma M}{rR} \cdot \frac{\mu_H \cdot \mu_{He}}{n(\mu_{He} - \mu_H) + \mu_H}.$$

Кестеден  $\mu_H, \mu_{He}$  мәндерін қойсак

$$T = \frac{4\gamma M}{rR} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{n(4 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}) + 1 \cdot 10^{-3}} = 4\gamma \cdot \frac{2M \cdot 10^{-3}}{rR(3n+1)}.$$

$$\text{Жауабы: } T = 4\gamma \cdot \frac{2M \cdot 10^{-3}}{rR(3n+1)}.$$

7.2.22\*. Массалары  $m_1$  және  $m_2$  екі жұлдыз бірі-бірінен тұрақты  $\ell$  қашықтықта орналасқан. Олардың қозғалысы туралы не айтуға болады? Айналу периодын табындар.

Берілгені:  $m_1; m_2; \ell$   
Т-?  
Шешуі: Жұлдыздарға өзара тартылыс күші әсер еткендіктен олардың әрқайсысы үдей қозғалады. Бірақ есеп шарты бойынша олардың арақашықтығы тұрақты болады, демек бұлардың үдеуі жылдам-

дыққа нормал болуы керек, онда олардың әрқайсысы ортақ центрі бар шеңберлер бойымен қозғалады (7.50-сурет).

Мұндағы:  $O$  – ортақ центрі;  $r_1$  – бірінші жұлдыздың,  $r_2$  – екінші жұлдыздың орбита радиустары.

Жүйені тұйық деп есептеп жұлдыздардың орны мен периодын табайық.  $\ell$  өсіне проекциялау нәтижесінде  $F_1 = m_1 a_1$  және  $F_2 = m_2 a_2$  аламыз. Ньютонның үшінші заңынан (модулі)  $m_1 a_1 = m_2 a_2$  немесе

$$m_1 \cdot \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2} = m_2 \cdot \frac{4\pi^2 r_2}{T_2^2} \text{ немесе}$$

$$\frac{m_1 r_1}{T_1^2} = \frac{m_2 r_2}{T_2^2}. \text{ Ал, жұлдыздар үнемі бірдей } \ell \text{ қашықтықта тұруы}$$

үшін  $T_1 = T_2$  болуы керек, онда  $m_1 r_1 = m_2 r_2$ . Ал,  $r_1 + r_2 = \ell$  екендігін ескерсек  $r_1 = \frac{m_2 \ell}{m_1 + m_2}$  және  $r_2 = \frac{m_1 \ell}{m_1 + m_2}$ . (1)

$r_1$  және  $r_2$  шамалары жұлдыз массаларына байланысты болады. Расында да,  $m_1 \gg m_2$  болсын, онда (1)-ден  $r_2 \gg r_1$  екендігі көрінеді.

Енді жұлдыздың айналу периодын табайық.  $T_1 = T_2 = T$  дейік, сонда бірінші жұлдыз үшін

$$F_1 = m_1 \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2} \text{ немесе } \gamma \frac{m_1 m_2}{\ell^2} = m_1 \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2} \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r_1 \ell}{\gamma m_2}}.$$

Ал, (1) теңдіктегі  $r_1 = \frac{m_2 \ell}{m_1 + m_2}$  екендігін ескерсек

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^3}{\gamma(m_1 + m_2)}}. \text{ Демек, } T_1 = T_2 = T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^3}{\gamma(m_1 + m_2)}}.$$

$$\text{Жауабы: } T_1 = T_2 = T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^3}{\gamma(m_1 + m_2)}}.$$

7.2.23. Күн пайда болғалы, ол Галактика центрінен қанша айналым жасаған?

Берілгені:  $v = 250 \text{ км/с};$   
 $t = 5 \cdot 10^9 \text{ жыл}$   
 $n = ?$   
Шешуі:  $250 \text{ км/с} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ м/с};$   
 $5 \cdot 10^9 \text{ жыл} = 1,6 \cdot 10^{17} \text{ с}.$   
Есепті шығару үшін Күннің жасы  $t$ , с жылдамдығы  $v$  және оның Галактика  $n$  қашықтығы  $R = 25000 \text{ ж.ж.}$  белгілі болуы Сонда Күннің центрді бір рет айналуына қажет уақыт  $T$ -н

содан айналым саны  $n$  былай табылады:  $n = \frac{t}{T}$ . Мұндағы  $T = \frac{2\pi R}{v}$ .

$$\text{Демек, } n = \frac{vt}{2\pi R}, \quad n = \frac{2,5 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot 1,6 \cdot 10^{17} \text{ с}}{2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^4 \cdot 9,4 \cdot 10^{15} \text{ м}} = 25. \quad n = 25 \text{ айналым.}$$

Мұнда  $R = 25000 \text{ ж.ж.} = 9,4 \cdot 10^{15} \text{ м}$ .

**Жауабы:**  $n = 25$  айналым.

**7.2.24.** Күн бетінің температурасы  $T = 5800 \text{ К}$  және жарқырауы бойынша оның радиусын бағалаңдар. Енді Күн радиусын бұрыштық өлшемі және қашықтығы бойынша есептеп тап. Содан кейін алынған екі нәтижені салыстырыңдар.

|                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>T = 5800 \text{ К};</math><br/> <math>\alpha = 16';</math><br/> <math>L_{\odot} = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт};</math><br/> <math>\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Күн үшін жарқырау формуласын жазайық, сонда <math>L_{\odot} = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_{\odot}^2</math>.<br/> Мұндағы <math>\sigma</math> – Стефан-Больцман тұрақтысы.<br/> Осы формуладан <math>R_{\odot} = \sqrt{\frac{L_{\odot}}{4\pi\sigma T^4}}</math>.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$R_{\odot} = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot (5800 \text{ К})^4}} \approx$$

$$\approx 6,85 \cdot 10^8 \text{ м}. \quad R_{\odot} \approx 6,85 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

Енді Күн үшін бұрыштық өлшем формуласын жазайық, сонда  $\text{tg } \alpha = \frac{R_{\odot}}{R}$ , мұндағы  $R$  – Жерден Күнге дейінгі арақашықтық. Осыдан

$$R_{\odot} = R \cdot \text{tg } \alpha. \quad R_{\odot} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} \cdot \text{tg } 16' \approx 7 \cdot 10^8 \text{ м}; \quad R_{\odot} \approx 7 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

**Жауабы:** Екі жағдайда да Күн радиусы шамалас болып бағаланды.

**7.2.25.** Дақтың жарықтығы фотосфераның жарықтығынан 10 есе кем. Жарықты температураның төртінші дәрежесіне пропорционал және фотосфера температурасы  $6000 \text{ К}$  деп есептеп, Күн дағының температурасын анықтаңдар.

|                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>B_{\phi} = 10 B_{\text{д}};</math><br/> <math>T_{\phi} = 6000 \text{ К};</math><br/> <math>B = kT^4</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> Есептің <math>B = kT^4</math> шартын екі жағдай үшін жазайық, сонда фотосфера үшін <math>B_{\phi} = kT_{\phi}^4</math>, ал дақ үшін <math>B_{\text{д}} = kT_{\text{д}}^4</math>. Екінші жағынан <math>B_{\phi} = 10 B_{\text{д}}</math> екендігін ескерсек, онда <math>kT_{\phi}^4 = 10 \cdot kT_{\text{д}}^4 \Rightarrow T_{\text{д}} = \sqrt[4]{\frac{T_{\phi}}{10}}</math>.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$T_{\text{д}} = \frac{6000 \text{ К}}{\sqrt[4]{10}} \approx 3370 \text{ К}; \quad T_{\text{д}} \approx 3370 \text{ К}.$$

**Жауабы:**  $T_{\text{д}} \approx 3370 \text{ К}$ .

**7.2.26.** Егер Арктурдың жарқырауы 100, ал температурасы  $4500 \text{ К}$  болса, онда Арктур Күннен қанша есе үлкен болғаны?

|                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>L_{\text{а}} = 100;</math><br/> <math>T_{\text{а}} = 4500 \text{ К}</math></p> | <p><b>Шешуі:</b><br/> <math>\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4</math> формуласын Арктур және Күн үшін пайдалансақ, онда <math>\frac{L_{\text{а}}}{L_{\text{к}}} = \left(\frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{к}}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_{\text{а}}}{T_{\text{к}}}\right)^4 \Rightarrow</math><br/> <math>\Rightarrow \frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{к}}} = \left(\frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{а}}}\right)^2 \sqrt{\frac{L_{\text{а}}}{L_{\text{к}}}}</math>. Күн үшін <math>L_{\text{к}} = 1</math> және <math>T_{\text{к}} = 6000 \text{ К}</math> екендігін ескерсек <math>\frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{к}}} = \left(\frac{6000 \text{ К}}{4500 \text{ К}}\right)^2 \sqrt{\frac{100}{1}} = 17,8; \quad \frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{к}}} = 17,8</math>.</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Жауабы:**  $\frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{к}}} = 17,8$ .

**7.2.27.** Температурасы  $T = 30000 \text{ К}$  жұлдыз спектріндегі энергияның ең үлкен мәніне сәйкес келетін толқын ұзындықты анықтаңдар. Осы жұлдыздың сәуле шығару интенсивтілігі неге тең?

|                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Берілгені:</b><br/> <math>T = 30000 \text{ К}</math><br/> <math>\lambda - ?; \quad J - ?</math></p> | <p><b>Шешуі:</b> <math>30000 \text{ К} = 3 \cdot 10^4 \text{ К}</math>.<br/> Жұлдыздың сәуле шығару интенсивтілігі Стефан-Больцман заңынан анықталады, сонда <math>J = \sigma T^4</math>, мұндағы <math>\sigma</math> – Стефан-Больцман тұрақтысы.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Ал, спектрдегі энергияның ең үлкен мәніне сәйкес келетін толқын ұзындығын Вин заңын қолданып табамыз, сонда  $\lambda T = b$ , мұндағы  $b$  – Вин тұрақтысы.

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{0,00289782 \text{ м} \cdot \text{К}}{30000 \text{ К}} = 9,66 \cdot 10^{-8} \text{ м}; \quad \lambda = 9,66 \cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

$$J = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot (3 \cdot 10^4 \text{ К})^4 = 4,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

$$J = 4,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

**Жауабы:**  $\lambda = 9,66 \cdot 10^{-8} \text{ м}; \quad J = 4,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ .

**7.2.28\*.** Жерді идеал жылу өткізгіш абсолют кара дене және оның температурасы уақыт бойынша тұрақты деп есептеп Жер бетінің температурасын, Күннің жоғарғы қабатының температурасын анықтаңдар. Күннің Жерден бақыланатын бұрыштық диаметрі  $\alpha = 32'$  деп есептеңдер.

Берілгені: Шешуі: Дене жылулық тепе-теңдік жағдайда  
 $T_{\text{ж}} = \text{const};$  қанша жылуды жұтса, сонша жылуды сыртқа шы-  
 $\alpha = 32'$  ғаруы керек. Есеп шарты бойынша Жердің барлық  
 $T_{\text{ж}} - ?; T_{\text{к}} - ?$  беті бірдей жылу мөлшерін шығаратын болғандық-  
тан, оның 1 секунд ішінде жоғалтатын энергиясы

$$E_{\text{ш}} = 4\pi R_{\text{ж}}^2 \sigma T_{\text{ж}}^4. \quad (1)$$

Мұндағы:  $R_{\text{ж}}$  – Жер радиусы;  $\sigma$  – Стефан-Больцман тұрақтысы;  $T_{\text{ж}}$  –  
Жер бетінің температурасы.

Ал, 1 секунд ішінде Жер жұтатын энергия Жердің үлкен дөңге-  
легі ауданының Күн тұрақтысына көбейтіндісіне тең, яғни

$$E_{\text{жс}} = \pi R_{\text{ж}}^2 \cdot S. \quad (2)$$

Мұндағы:  $S$  – Күн тұрақтысы;  $R_{\text{ж}}$  – Жер радиусы.

Тепе-теңдік шартынан

$$E_{\text{ш}} = E_{\text{жс}} \text{ немесе } 4\pi R_{\text{ж}}^2 \sigma T_{\text{ж}}^4 = \pi R_{\text{ж}}^2 \cdot S \Rightarrow T_{\text{ж}} = \sqrt[4]{\frac{S}{4\sigma}}.$$

Енді Күн температурасын анықтайық. Күннің 1 секундтағы бү-  
кіл бетінің шығаратын энергиясы  $E_{\text{ш}} = 4\pi R_{\text{к}}^2 \cdot \sigma T_{\text{к}}^4. \quad (3)$

Ал Жер орбитасы радиусына тең сфера арқылы өтетін Күн сәу-  
лесінің энергиясы  $E_0 = 4\pi R_0^2 S. \quad (4)$  Мұндағы:  $R_0$  – Жер орбитасының  
радиусы;  $S$  – Күн тұрақтысы.  $E_{\text{ш}} = E_0$  деп алуға болады, сонда (3)

$$\text{және (4)-ден } 4\pi R_{\text{к}}^2 \cdot \sigma T_{\text{к}}^4 = \pi R_0^2 \cdot S \Rightarrow T_{\text{к}} = \sqrt[4]{\frac{S}{\sigma \left(\frac{R_{\text{к}}}{R_0}\right)^2}}. \quad (5)$$

$R_{\text{к}} \ll R_0$  болғандықтан  $\frac{R_{\text{к}}}{R_0}$  қатынасын анықтайық. Бұл қатынас

Жерден бақыланатын Күннің көрінерлік радиусына тең, яғни  
 $\frac{R_{\text{к}}}{R_0} = \frac{\alpha}{2}$ . Онда (5) мына түрге келеді  $T_{\text{к}} = \sqrt[4]{\frac{S}{\sigma \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2}}.$

$$T_{\text{ж}} = \sqrt[4]{\frac{1,355 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}}} \approx 277 \text{ К}. \quad T_{\text{ж}} \approx 277 \text{ К}.$$

$$T_{\text{к}} = \sqrt[4]{\frac{1,355 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot \left(\frac{32'}{2}\right)^2}} \approx 5600 \text{ К}; \quad T_{\text{к}} \approx 5600 \text{ К}.$$

Жауабы:  $T_{\text{ж}} \approx 277 \text{ К}; \quad T_{\text{к}} \approx 5600 \text{ К}.$

7.2.29\*. Астрономдар орташа температурасы Жердікіндей пла-  
нетаны тапты. Планета, массасы мен орташа тығыздығы  
Күн параметрлерімен бірдей жұлдызды дөңгелек орбита  
бойымен айналады. Жұлдыз фотосферасының температу-  
расы Күндікінен  $\alpha$  есе кем.  $\alpha = 1,2$  және  $\alpha = 20$  деп алып  
табылған планетаның  $p_1$  жыл ұзақтығын табыңдар.

Берілгені: Шешуі: Стефан-Больцман заңы бойынша жұл-  
дыздың сәуле шығару қуаты оның фотосферасы  
 $T_1 = T_{\text{ж}} = \frac{T_0}{\alpha};$  температурасының төртінші дәрежесіне және  
 $M_1 = M_0;$  радиусы квадратына пропорционал. Ал, планетаға  
 $p_1 = p_0$  жететін энергия, жұлдызға дейінгі қашықтықтың  
 $p_1 - ?$  квадратына кері пропорционал. Сондықтан есеп-  
тің бірінші шартын былай жазамыз:

$$\frac{\sigma T_1^4 R_1^2}{A_1^2} = \frac{\sigma T_0^4 R_0^2}{A_0^2}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $T_0, R_0$  және  $A_0$  – Күннің температурасы, радиусы және Күн-  
нен Жерге дейінгі орташа қашықтығы;  $T_1, R_1$  және  $A_1$  – табылған жұлдыз  
бен планетаның сәйкес параметрлері.

$$R_1 = R_0 \text{ екендігін ескеріп (1)-ден } \frac{T_1^4}{A_1^2} = \frac{T_0^4}{A_0^2}. \quad (2) \text{ Есептің екінші}$$

$$\text{шартынан } \left(T_1 = \frac{T_0}{\alpha}\right) \text{ (2) мына түрге келеді } A_1 = \frac{A_0}{\alpha^2}. \quad (3)$$

Кеплердің үшінші заңын қолданып,  $M_1 = M_0$  шартын ескерсек,

$$\text{онда } p_1 = p_0 \sqrt{\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^3}. \quad (4)$$

Мұндағы:  $M_0$  және  $p_0$  – Күн массасы және Жердің Күнді айналу пе-  
риоды;  $M_1$  және  $p_1$  – табылған планетамен жұлдыздың сәйкес параметр-  
лері.

$$(3)\text{-ті ескерсек, онда (4) мына түрге келеді } p_1 = \frac{p_0}{\alpha^3}. \quad (5)$$

$$1) \alpha = 1,2 \text{ болғанда } p_1 = \frac{365,25}{(1,2)^3} = 211,4 \text{ тәулік.}$$

$$2) \alpha = 20 \text{ болғанда } p_1 = \frac{365,25}{(20)^3} = 0,046 \text{ тәулік.}$$

Мұнның қайсысы нақты өмірге жақын келетінін анықтайық.

$$1) \alpha = 20 \text{ болса, есеп шартынан } T_1 = \frac{T_0}{\alpha} = \frac{6000 \text{ К}}{20} \approx 300 \text{ К}.$$

$T_1 \approx 300 \text{ К}$  температура жұлдыз температурасына сәйкес келмей-  
ді, демек  $\alpha = 20$  шарты нақты өмірге сай емес.

**Жауабы:**  $\alpha = 1,2$  болғанда  $\rho_1 = 211,4$  тәулік.

**7.2.30.** Орташа тығыздығы  $\bar{\rho} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  болатын Жер шары затының тығыздығы нейтрондық жұлдыздікіндей болуы үшін оны қандай өлшемге дейін сығып кішірейту керек? Нейтрон жұлдызы затының тығыздығы  $\rho_n = 10^{17} \text{ кг/м}^3$ .

**Берілгені:**

**Шешуі:**

$$\begin{array}{l} \bar{\rho} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_n = 10^{17} \text{ кг/м}^3 \\ R_n - ? \end{array}$$

Зат тығыздығы  $\rho = \frac{m}{V}$  формуласымен аныктала-

ды. Нейтрон затындағы Жер үшін  $\rho_n = \frac{m}{V}$ , мұн-

дағы  $V = \frac{4}{3} \pi R_n^3$ , ал  $m = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  екендігін ескерсек, онда  $m = \frac{4}{3} \pi R_n^3 \rho_n$ .

$$R_n = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho_n}}. \quad R_n = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} = 2,43 \cdot 10^2 \text{ м}. \quad R_n = 243 \text{ м}.$$

**Жауабы:**  $R_n = 243 \text{ м}$ .

**7.2.31.** Нейтрондық жұлдыз-пульсардың экваторындағы зат қандай жылдамдықпен айналады? Пульсар шығаратын импульстер периоды  $T = 0,5 \text{ с}$ , ал радиусы  $10 \text{ км}$ .

**Берілгені:**

**Шешуі:**  $10 \text{ км} = 10^4 \text{ м}$ . Пульсардың айналу пе-

$$\begin{array}{l} T = 0,5 \text{ с}; \\ R = 10 \text{ км} \\ v - ? \end{array}$$

риоды  $T = \frac{2\pi R}{v}$ . Осыдан  $v = \frac{2\pi R}{T}$ .

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \text{ м}}{0,5 \text{ с}} = 12,6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad v = 12,6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Жауабы:**  $v = 12,6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**7.2.32.** Тығыздығы  $\rho = 10^{17} \text{ кг/м}^3$  нейтрон жұлдызы серігінің ең аз айналу периодын есептеп табыңдар.

**Берілгені:**

$$\begin{array}{l} \rho = 10^{17} \text{ кг/м}^3 \\ T_{\min} - ? \end{array}$$

**Шешуі:** Жұлдыз бетіне жақын шеңбер орби-  
тамен қозғалған серіктің ғана айналу периоды ең  
аз болады, бұл жағдайда орбита радиусы шама-  
мен жұлдыз радиусына тең, демек

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2} \text{ немесе } \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = \gamma \frac{mM}{R^2} \Rightarrow T_{\min}^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{M}.$$

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \text{ екендігін ескерсек, сонда } T_{\min} = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}.$$

$$T_{\min} = \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

**Жауабы:**  $T_{\min} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

**7.2.33.** Жұлдыздың массасы  $M$  біртекті шар пішінді деп есептеп, оның «қара құрдымға» айналуының шекті  $R$  радиусын жуықтап есептеп табыңдар. Күн үшін  $R$ -дің мәнін анықтаңдар.

**Берілгені:**

**Шешуі:** Жұлдыз центрінен  $r$  қашықтықтағы фо-  
тонды қарастырайық. Жұлдыз «қара құрдымға» ай-  
налған жағдайда фотон жұлдыздың тартылысын  
жеңіп кеңістікке тарай алмайды. Энергияның сақта-  
лу заңынан, жұлдыз бетіндегі фотон үшін толық

энергия  $W_1 = h\nu_0 - \gamma \frac{M \cdot h \cdot \nu_0}{c^2 R}$ . (1) Ал,  $r$  қашықтықтағы фотон үшін

$W_2 = h\nu - \gamma \frac{M \cdot h \cdot \nu}{c^2 r}$ . (2) Энергияның сақталу заңынан  $W_1 = W_2$  немесе

$$h\nu \left(1 - \frac{\gamma \cdot M}{c^2 r}\right) = h\nu_0 \left(1 - \frac{\gamma \cdot M}{c^2 R}\right) \Rightarrow \nu = \nu_0 \left( \frac{1 - \frac{\gamma \cdot M}{c^2 R}}{1 - \frac{\gamma \cdot M}{c^2 r}} \right). \quad (3)$$

$r \rightarrow \infty$  болғанда (3)-ден  $\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\gamma \cdot M}{c^2 R}\right)$ . (4) Бірақ  $\nu \geq 0$  болғандық-

тан жұлдыздың шекті  $R$  радиусы (4)-ден былай табылады  $R = \frac{\gamma \cdot M}{c^2}$ .

Күн үшін шекті радиус мәнін табайық

$$R_K = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} \approx 1,48 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

**Жауабы:**  $R = \frac{\gamma \cdot M}{c^2}$ ;  $R_K \approx 1,48 \cdot 10^3 \text{ м}$ .

**7.2.34.** Массасы  $M_0 = 30m_\odot$  болатын қара құрдымның өлшемін және тығыздығын анықтаңдар.

**Берілгені:**

**Шешуі:**  $30 m_\odot = 6 \cdot 10^{31} \text{ кг}$ .

$$\begin{array}{l} M_0 = 30 m_\odot \\ R_0 - ?; \rho_0 - ? \end{array}$$

Мұндағы,  $m_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$  — Күн массасы. Жұлдыз  
қара құрдымға айналуы үшін, ондағы екінші ға-  
рыштық жылдамдық жарық жылдамдығына тең

болуы керек, яғни  $v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M_0}{R_0}} = c \Rightarrow R_0 = \frac{2\gamma M_0}{c^2}$ . (1) Ал, тығыздық

$$\rho_0 = \frac{M_0}{V_0} = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \text{ болғандықтан } \rho_0 = \frac{3M_0}{4\pi R_0^3}. \text{ (1)-ді ескерсек}$$

$$\rho_0 = \frac{3c^6}{32\pi\gamma^3 M_0^2} \cdot R_0 = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{KZ^2} \cdot 6 \cdot 10^{31} KZ}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}\right)^2} = 9 \cdot 10^4 \text{ м. } R_0 = 90 \text{ км.}$$

$$\rho_0 = \frac{3 \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}\right)^6}{32 \cdot 3,14 \cdot \left(6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{KZ^2}\right)^3 \cdot (6 \cdot 10^{31} KZ)^2} = 2 \cdot 10^{16} \frac{KZ}{M^3}.$$

**Жауабы:**  $R_0 = 90 \text{ км}; \rho_0 = 2 \cdot 10^{16} \frac{KZ}{M^3}.$

**7.2.35.** Радиусы Күн радиусына тең жұлдыз затының тығыздығын анықтаңдар. Сонда А нүктесінен шыққан жарық сәулесі жұлдыз бетіне параллел тарап қайтадан А нүктесіне жетеді (7.51-сурет). Жұлдызды қоршаған ортаның сындыру көрсеткіші  $n = 1$ .

**Берілгені:**  $R = R_K = 7 \cdot 10^8 \text{ м};$  **Шешуі:** Шыққан жарықтың энергиясы  $E = h\nu = mc^2$ . (1)

$n = 1$  **Сонда фотон массасы (1)-ден**  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ . (2)

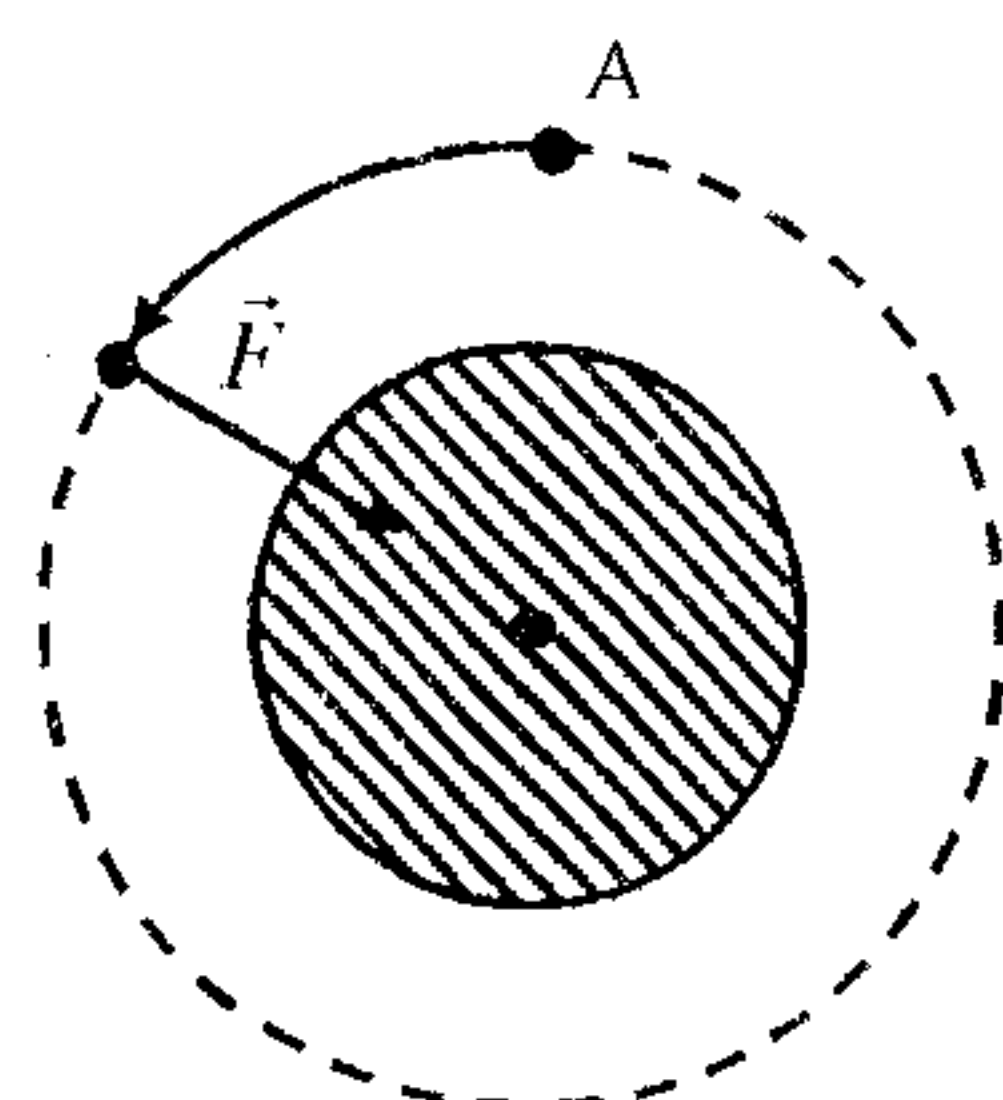
$\rho = ?$  Жұлдыз бетінде, оған параллел тараған фотонға әсер ететін тартылыс күші  $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$ .

Бұл күш фотонға центрге тартқыш үдеу береді, яғни  $a_{\eta m} = \frac{c^2}{R}$ , сонда

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2} = \frac{c^2}{R} m \Rightarrow M = \frac{Rc^2}{\gamma}. \text{ (2)}$$

Ал,  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$  (3) болғандықтан (2)

және (3)-ден  $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{Rc^2}{\gamma} \Rightarrow \rho = \frac{3c^2}{4\pi R^2 \gamma}.$



7.51-сурет

**Жауабы:**  $\rho = \frac{3c^2}{4\pi R^2 \gamma}.$

**7.2.36.**  $R = 10$  пк қашықтықта орналасқан жұлдыздың тангенциал жылдамдығы  $20 \text{ км/с}$ . Аспанда, ол бұрыштық өлшемі  $\alpha = 0,5^\circ$  шамаға қанша жылда ығысар еді?

**Берілгені:**

$R = 10 \text{ пк};$   
 $v_r = 20 \text{ км/с};$   
 $\alpha = 0,5^\circ$   
 $t = ?$

**Шешуі:**  $10 \text{ пк} = 30,86 \cdot 10^{16} \text{ м};$

$20 \text{ км/с} = 2 \cdot 10^4 \text{ м/с}.$

Ізделінді уақыт  $t = \frac{\alpha}{\alpha'}$  өрнегімен анықталады.

Мұндағы  $\alpha'$  — жұлдыздың 1 жылдағы ығысқан бұрыштық өлшемі, сонда  $\sin \alpha' = \frac{v_r \cdot 1 \text{ жыл}}{R}.$

1 жыл  $\approx 3,2 \cdot 10^7 \text{ с}$  екендігін ескерсек, онда

$$\sin \alpha' = \frac{2 \cdot 10^4 \frac{M}{c} \cdot 3,2 \cdot 10^7 \text{ с}}{30,86 \cdot 10^{16} \text{ м}} \approx 2 \cdot 10^{-6}. \quad \alpha' \approx 0,4''.$$

Демек,  $t = \frac{0,5^\circ}{0,4''} = \frac{1800''}{0,4''} = 4500 \text{ жыл.}$  Мұнда  $1^\circ = 3600''.$

**Жауабы:**  $t = 4500 \text{ жыл.}$

**7.2.37.** Массасы  $10^{30} \text{ кг}$ , ал радиусы  $2 \cdot 10^4 \text{ км}$  ақ ергежейліден бөлініп шығу үшін дене жылдамдығы қандай болуы керек?

**Берілгені:**

$M = 10^{30} \text{ кг};$   
 $R = 2 \cdot 10^4 \text{ км}$   
 $v = ?$

**Шешуі:**  $2 \cdot 10^4 \text{ км} = 2 \cdot 10^7 \text{ м}.$

Энергияның сақталу заңынан  $\frac{mv^2}{2} - mgR = 0 \Rightarrow \Rightarrow v = \sqrt{2gR}$ . (1) Мұндағы:  $g$  — ергежейлі үшін еркін түсу үдеуі, оны мына теңдіктен анықтаймыз:

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2} \Rightarrow g = \gamma \frac{M}{R^2}. \text{ (2)}$$

(2)-ні (1)-ге қойсақ  $v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}. \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{KZ^2} \cdot 10^{30} KZ}{2 \cdot 10^7 \text{ м}}} =$

$$= 2,6 \cdot 10^6 \frac{M}{c}; \quad v = 2,6 \cdot 10^6 \frac{M}{c}.$$

**Жауабы:**  $v = 2600 \text{ км/с}.$

**7.2.38.** Жұлдыз кеңістікті  $50 \text{ км/с}$  жылдамдықпен көру сәулесіне  $30^\circ$  бұрышпен бақылаушыға қарай қозғалады. Жұлдыз жылдамдығының сәулелік және тангенциал құраушылары неге тең?

Берілгені:

$$v = 50 \text{ км/с;}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_t = ?; v_c = ?$$

Шешуі: Есеп шарты бойынша сызбасын салайық (7.52-сурет).  $\Delta SBC$ -дан

$$\sin \alpha = \frac{v_t}{v} \Rightarrow v_t = v \cdot \sin \alpha. \quad (1)$$

Екінші жағынан Пифагор теоремасын пайдалансақ  $v_t^2 + v_c^2 = v^2$ .

(1)-ден

$$v^2 \sin^2 \alpha + v_c^2 = v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_c = v \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \text{ немесе}$$

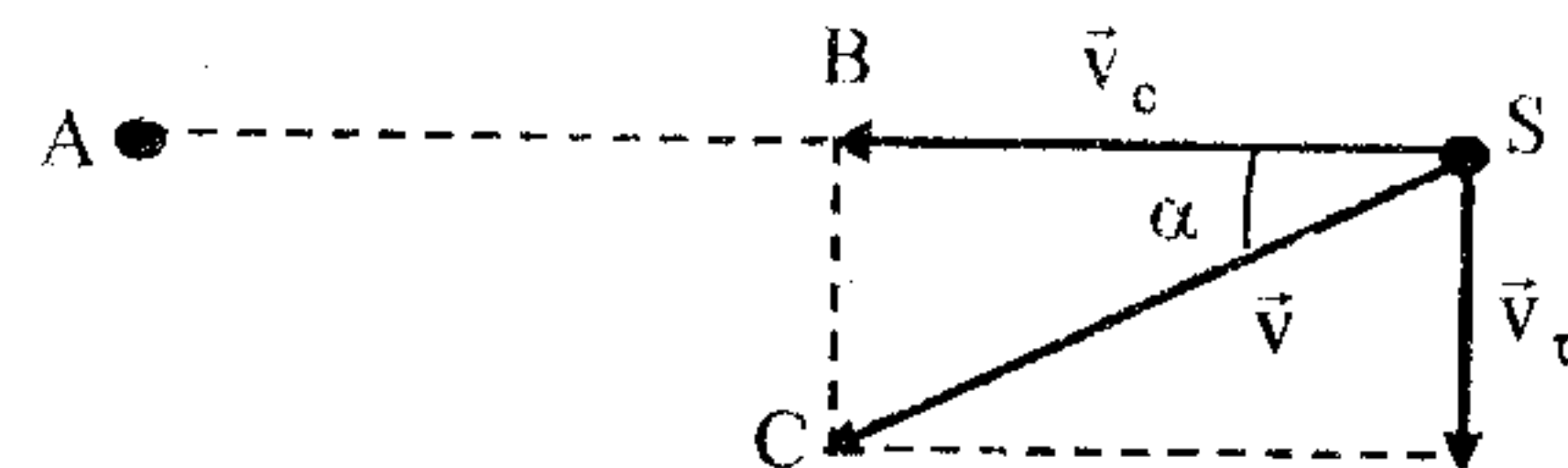
$$v_c = v \cos \alpha. \quad (2)$$

$$v_t = 50 \text{ км/с} \cdot \sin 30^\circ =$$

$$= 25 \text{ км/с. } v_t = 25 \text{ км/с.}$$

$$v_c = 50 \text{ км/с} \cdot \cos 30^\circ = 42,5 \text{ км/с. } v_c = 42,5 \text{ км/с.}$$

$$\text{Жауабы: } v_t = 25 \text{ км/с; } v_c = 42,5 \text{ км/с.}$$



7.52-сурет

7.2.39. Галактика бұрыштық өлшемі  $\alpha = 0,5'$  диск түрінде бақыланып, оның спектріндегі доплерлік қызыл ығысуы 2% болды. Бұл галактиканы біздің Галактика өлшемімен салыстырыңдар. Хаббл тұрақтысын  $H = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$  деп алыңдар.

Берілгені:

$$\alpha = 0,5';$$

$$\frac{\delta \lambda}{\lambda} = 0,02;$$

$$H = 75 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$$

$$\ell = ?; \frac{\ell_0}{\ell} = ?$$

Шешуі: Физикадан Доплер заңын пайдалансақ  $\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ . (1) Мұндағы,  $v$  — галактиканың

алыстау жылдамдығы. (1)-ден  $v = c \frac{\delta \lambda}{\lambda}$ . (1a)

Хаббл формуласынан  $R = \frac{v}{H}$ . (1a)-ны ескерсек,

онда  $R = \frac{c}{H} \cdot \frac{\delta \lambda}{\lambda}$ . (2) Екінші жағынан Галактиканың бұрыштық өлшемі  $\alpha$ , оған дейінгі арақашықтық  $R$  және Галактика өлшемі  $\ell$  арасында мынадай байланыс бар  $\ell = \alpha R$ . (2)-ні ескерсек  $\ell = \frac{\alpha c}{H} \cdot \frac{\delta \lambda}{\lambda}$ .

$$\ell = \frac{0,5' \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{75 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}} \cdot 0,02 = 12 \text{ Кпк.}$$

Ал біздің Галактика өлшемі  $25 \div 30$  Кпк аралығында, демек бақыланған Галактика өлшемі біздікінен 2-2,5 еседей кіші екен

$$\frac{\ell_0}{\ell} = \frac{(25 \div 30) \text{ Кпк}}{12 \text{ Кпк}} \approx (2 \div 2,5).$$

$$\text{Жауабы: } \ell = 12 \text{ Кпк; } \frac{\ell_0}{\ell} \approx (2 \div 2,5).$$

7.2.40. Жұлдыздың меншікті қозғалысы бір жылда  $0,1''$ -қа тең. Оған дейінгі қашықтық 10 пк. Жұлдыздың тангенциал жылдамдығы қандай? Егер жұлдыздың сәулелік жылдамдығы 10 км/с болса, оның кеңістіктегі жылдамдығы қандай?

Берілгені:

$$\mu = 0,1'';$$

$$D = 10 \text{ пк;}$$

$$v_r = 10 \text{ км/с;}$$

$$v_t = ?; v = ?$$

Шешуі: Тангенциал жылдамдықты мына формуламен табамыз  $v_t = 4,74 \mu D$ , мұндағы,  $\mu$  — доға секундымен алынған меншікті қозғалыс,  $D$  — парсекпен өлшенген қашықтық. Сонда

$$v_t = 4,74 \cdot 0,1'' \cdot 10 \text{ пк} = 4,74 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad v_r = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Ал, жұлдыздың кеңістіктегі жылдамдығын  $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$  формуласымен анықтаймыз

$$v = \sqrt{\left(4,74 \frac{\text{км}}{\text{с}}\right)^2 + \left(10 \frac{\text{км}}{\text{с}}\right)^2} = 11,06 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad v = 11,06 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

$$\text{Жауабы: } v_t = 4,74 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad v = 11,06 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

7.2.41.  $R = 1300$  Мпк қашықтықтағы Галактика құрамында бар жұлдызаралық сутегі атомы шығаратын сәулелің толқын ұзындығын біз қалай қабылдаймыз? Қозғалмайтын сәуле көзі шығаратын толқын ұзындығы  $\lambda_0 = 0,213$  м, ал Хаббл тұрақтысы  $75 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$ .

Берілгені:

$$R = 1300 \text{ Мпк;}$$

$$\lambda_0 = 0,213 \text{ м;}$$

$$H = 75 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$$

$$\lambda = ?$$

Шешуі:

$$75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} = 7,5 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}. \text{ Изделінді толқын}$$

ұзындығын Доплер принципін пайдаланып

табамыз, сонда  $\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ . Мұндағы,  $v$  — Га-

лактиканың қашықтау жылдамдығы.  $v$ -ны Хаббл заңынан анық-

тауға болады, сонда  $v = H \cdot R$ . Демек,  $\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{H \cdot R}{c}\right)$ .

$$\lambda = 0,213 \text{ м} \cdot \left(1 + \frac{7,5 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} \cdot 1300 \text{ Мпк}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}\right) \approx 0,281 \text{ м}.$$

Жауабы:  $\lambda \approx 0,281 \text{ м}$ .

7.2.42. Галактика спектрінің көрінерлік аймағында  $6877\text{Å}^0$ ,  $4989\text{Å}^0$  және  $4548\text{Å}^0$  сызықтары байқалды. Бұл қандай затқа сәйкес келеді? Галактика жылдамдығы туралы не айтуға болады?

Берілгені:  $\lambda_1 = 6877\text{Å}^0$ ;  $\lambda_2 = 4989\text{Å}^0$ ;  $\lambda_3 = 4548\text{Å}^0$ ;  $v = ?$   
Шешуі: Бұл сызықтар сутегі спектріндегі Бальмер сериясының алғашқы үш сызығын еске түсіреді. Расында да бұл толқын ұзындықтардың қатынастарын салыстырсак  $\frac{\lambda_2}{\lambda_c}$ , онда олардың тұрақты шама екендігін байқауға болады, расында да  $\frac{\lambda_{c1}}{\lambda_{c1}} = \frac{6877\text{Å}^0}{6563\text{Å}^0} \approx 1,048$ ;  $\frac{\lambda_{c2}}{\lambda_{c2}} = \frac{4989\text{Å}^0}{4861\text{Å}^0} \approx 1,026$ ;  $\frac{\lambda_{c3}}{\lambda_{c3}} = \frac{4548\text{Å}^0}{4340\text{Å}^0} \approx 1,048$ .

Сонда, бұл қатынастардың орташа мәні  $\frac{\lambda_2}{\lambda_c} \approx 1,045$ . Демек, сызықтар қызыл түске қарай ығысқан, онда Доплер эффектінен Галактика бізден қашықтайды екен. Енді Галактика жылдамдығын анықтайық, ол үшін мына формуланы пайдаланамыз  $\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ . Мұндағы  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_2}{\lambda_c} = 1,045$  және  $\beta = \frac{v}{c}$  екендігін ескерсек, онда  $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = 1,045 \Rightarrow \Rightarrow v = 0,043 \cdot c$ .  $v = 0,043 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,3 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $v = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ .

Жауабы: сутегі заты,  $v = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ .

7.2.43. Күн спектрінде толқын ұзындығы  $\lambda_0 = 4861,33\text{Å}^0$  Н<sub>β</sub> сутегінің спектр сызықтары, оның экваторының қарама-қарсы жиектерінде спектрлік сызықтарының толқын ұзындықтары  $\Delta\lambda = 0,065\text{Å}^0$ -ға өзгеше болған. Күннің өз өсінен айналу периоды табындар.

Берілгені:  $\lambda_0 = 4861,33\text{Å}^0$ ; Н<sub>β</sub>;  $\Delta\lambda = 0,065\text{Å}^0$ ;  $T = ?$   
Шешуі: Күннің өз өсінен айналу жылдамдығы жарық жылдамдығынан анағұрлым аз, сондықтан Доплер эффекті үшін классикалық формуланы пайдаланамыз. Бізге қарай қозғалған экватор нүктесі үшін  $\lambda_1 = \lambda_0(1-\beta)$ , ал бізден ары қарай қозғалыс үшін  $\lambda_2 = \lambda_0(1+\beta)$ . Онда  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  немесе  $\Delta\lambda = 2\beta\lambda_0$ . (1) Ал,  $\beta = \frac{v}{c} = \frac{2\pi R}{cT}$ , онда  $\Delta\lambda = \frac{4\pi R\lambda_0}{cT} \Rightarrow T = \frac{4\pi R\lambda_0}{c\Delta\lambda}$ . Мұндағы, R – Күннің экваториалдық жарты диаметрі.

$$T = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot 4861,33 \text{ Å}^0}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,065 \text{ Å}^0} = 2,2 \cdot 10^8 \text{ с}.$$

Жауабы:  $T = 2,2 \cdot 10^8 \text{ с}$ .

7.2.44. Күндегі, ак ергежейлідегі және пульсардағы жиіліктің гравитациялық ығысуын табындар. Үшеуінің де массалары бірдей және  $2 \cdot 10^{30}$  кг. Күн радиусы  $7 \cdot 10^5$  км, ак ергежейлінікі  $10^3$  км, пульсартікі  $10$  км деп алындар.

Берілгені:  $M_K = M_e = M_n = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ;  $R_K = 7 \cdot 10^5 \text{ км}$ ;  $R_e = 10^3 \text{ км}$ ;  $R_n = 10 \text{ км}$   
Шешуі:  $7 \cdot 10^5 \text{ км} = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$ ;  $10^3 \text{ км} = 10^6 \text{ км}$ ;  $10 \text{ км} = 10^4 \text{ м}$ . Жиіліктің гравитациялық ығысуы Күн және ак ергежейлі үшін мына формуламен  $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\phi}{c^2} = \frac{\gamma M}{c^2 R}$ , ал пульсар үшін  $\frac{\Delta v}{v} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{c^2 R}}$  формуласымен анықталады.

$$\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_K = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 7 \cdot 10^8 \text{ м}} = 2,1 \cdot 10^{-6}; \quad \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_K = 2,1 \cdot 10^{-6}.$$

$$\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_e = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 10^6 \text{ м}} = 1,48 \cdot 10^{-3}; \quad \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_e = 1,48 \cdot 10^{-3}.$$

$$\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_n = 1 - \sqrt{1 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 10^4 \text{ м}}} = 0,161; \quad \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_n = 0,161.$$

Жауабы:  $\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_K = 2,1 \cdot 10^{-6}$ ;  $\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_e = 1,48 \cdot 10^{-3}$ ;  $\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_n = 0,161$ .

7.2.45. Жерді абсолют қара дене деп есептеп, Жер шарына Күн сәулесінің қысым күшін есептеп табындар. Жер радиусын  $R = 6400$  км деп есептеңдер.

Берілгені:  $R = 6400 \text{ км}$ ;  $F = ?$   
Шешуі:  $6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ . Жер бетіне түсірілетін қысым күшін  $F = pS$  формуласымен анықтаймыз. Мұндағы: p – Күн сәулесінің Жер бетіне түсіретін қысымы; S – бет ауданы.

$\rho = \frac{J_K}{c}$ ;  $S = \pi R^2$  екендігін ескерсек, онда  $F = \frac{\pi R^2 J_K}{c}$ . Мұндағы,

$$J_K = 1,37 \cdot 10^3 \frac{Bm}{m^2} \text{ — Күн тұрақтысы. } F = \frac{3,14 \cdot (6,4 \cdot 10^6 m)^2 \cdot 1,37 \cdot 10^3 \frac{Bm}{m^2}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{c}} =$$

$$= 5,9 \cdot 10^8 \text{ Н. } F = 5,9 \cdot 10^8 \text{ Н.}$$

**Жауабы:**  $F = 5,9 \cdot 10^8 \text{ Н.}$

**7.2.46.** Жерден ғарыш кемесіне жіберілген қызыл түсті ( $\lambda = 620 \text{ нм}$ ) лазер сәулесі ғарышкерге жасыл түспен ( $\lambda_0 = 550 \text{ нм}$ ) көрінетін болса, ғарыш кемесі қандай жылдамдықпен қозғалғаны?

**Берілгені:**  $\lambda = 620 \text{ нм};$   
 $\lambda_0 = 550 \text{ нм}$   
 $v = ?$

**Шешуі:** Дене жылдамдығы жарық жылдамдығынан біршама аз болған жағдайда ( $v \ll c$ ) Доплер ығысуын мына түрде жазамыз

$$Z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = c \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \right).$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c} \cdot \left( \frac{620 \text{ нм} - 550 \text{ нм}}{550 \text{ нм}} \right) = 3,8 \cdot 10^7 \frac{m}{c}. \quad v = 3,8 \cdot 10^7 \frac{m}{c}.$$

**Жауабы:**  $v = 3,8 \cdot 10^7 \frac{m}{c}.$

**7.2.47.** Кейбір оптикалық галактикаға, 3C295 радиогалактикаға және 3C9 квазарға спектрлік сызықтарының салыстырмалы ұзарулары  $Z_1 = 0,034$ ,  $Z_2 = 0,46$ , және  $Z_3 = 2$  сәйкес келеді. Бұл көздердің сәулелік жылдамдықтарының жарық жылдамдығына қатынасын және жылдамдықтарын табындар.

**Берілгені:**  $Z_1 = 0,034;$   
 $Z_2 = 0,46; Z_3 = 2$   
 $\beta_1 = ?; \beta_2 = ?; \beta_3 = ?;$   
 $v_1 = ?; v_2 = ?; v_3 = ?$

**Шешуі:** Бақылаушыдан алыстайтын көздер үшін салыстырмалы ұзару былай анықталады

$$Z = \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1. \quad (1) \text{ Мұндағы, } \beta = \frac{v}{c}; \quad v = \beta c. \quad (2)$$

1) Оптикалық галактика үшін  $Z = 0,034$ , онда

$$Z_1 = \frac{1 + \beta_1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} - 1 \Rightarrow Z_1^2 + 2Z_1 + 1 = \frac{1 + \beta_1}{1 - \beta_1};$$

$$Z_1^2 - Z_1^2 \beta_1 + 2Z_1 - 2Z_1 \beta_1 + 1 - \beta_1 - 1 - \beta_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = \frac{Z_1^2 + 2Z_1}{Z_1^2 + 2Z_1 + 2};$$

$$\beta_1 = \frac{(0,034)^2 + 2 \cdot 0,034}{(0,034)^2 + 2 \cdot 0,034 + 2} = 0,0334; \quad \beta_1 = 0,0334.$$

$$v_1 = \beta_1 c, \text{ онда } v_1 = 0,0334 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c} \approx 10^7 \frac{m}{c}; \quad v_1 = 10^7 \frac{m}{c}.$$

2) және 3) жағдайын өздерің есептендер.

$$\textbf{Жауабы: } \beta_1 = 0,0334; \quad v_1 = 10^7 \frac{m}{c}; \quad \beta_2 = 0,362; \quad v_2 = 1,1 \cdot 10^8 \frac{m}{c};$$

$$\beta_3 = 0,67; \quad v_3 = 2,0 \cdot 10^8 \frac{m}{c}.$$

**7.2.48\*.** Доплер эффекті көмегімен спектрлік — қос жұлдыздар ашылған. Мұндай жұлдыздардың спектрлік сызықтары периодты түрде қосарланады, осыған сүйеніп жұлдыз ортақ масса центрінен айналатын екі жұлдыз деп қорытынды жасауға болады. Осындай жұлдыздың бірінде ең алыс жатқан құраушысының бірі толқын ұзындығы  $\lambda_0 = 4340,47 \text{ Å}$  болатын сутегі сызығы периодты түрде  $\Delta\lambda = 0,53 \text{ Å}$ -ге өзгеріп отырады. Осы қос жұлдыздың, көру сәулесіне түсірілген орбиталдық жылдамдығының проекциясын табындар.

**Берілгені:**  $\lambda_0 = 4340,47 \text{ Å};$   
 $\Delta\lambda = 0,53 \text{ Å}$   
 $v = ?$

**Шешуі:** Спектрлік сызықтардың ең үлкен ығысуы қос жұлдыздың бірі тіке бақылаушыға, ал екіншісі бақылаушыдан кері қозғалған кезде байқалады. Жұлдыздың орбиталдық жылдамдығы жарық жылдамдығынан анағұрлым аз болғандықтан, спектрлік сызықтардың ығысуын релятивтік емес формуламен анықтауға болады. Сонда Доплер формуласынан

$$\lambda_1 = \lambda_0(1 + \beta) \quad \text{және} \quad \lambda_2 = \lambda_0(1 - \beta)$$

Ал,  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  немесе  $\Delta\lambda = 2\lambda_0\beta$ .  $\beta = \frac{v}{c}$  екендігін ескерсек

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_0 v}{c} \Rightarrow v = \frac{c \Delta\lambda}{2\lambda_0}; \quad v = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{c} \cdot 0,53 \text{ Å}}{2 \cdot 4340,47 \text{ Å}} = 1,83 \cdot 10^4 \frac{m}{c};$$

$$v = 1,83 \cdot 10^4 \frac{m}{c}.$$

**Жауабы:**  $v = 1,83 \cdot 10^4 \frac{m}{c}.$

**7.2.49\*.** Массасы  $M = 2 \cdot 10^{32} \text{ кг}$ , радиусы  $R = 5 \cdot 10^8 \text{ м}$  жұлдыз бетінен толқын ұзындығы  $\lambda_0 = 5000 \text{ Å}$  жарық сәулесі тарайды. Осы жарық сәулесінің Жер бетіндегі толқын ұзындығы қандай?

|                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>M = 2 \cdot 10^{32} \text{ кг};</math><br/> <math>R = 5 \cdot 10^8 \text{ м};</math><br/> <math>\lambda_0 = 5000 \text{ Å}</math><br/> <math>\lambda - ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Жұлдыз бетіндегі жарық фотонының энергиясы <math>\varepsilon_0 = h\nu_0 + \left(-\gamma \frac{m_1 M}{R}\right)</math> (1) өрнегімен анықталады. Ал, Жер бетіндегі энергиясы <math>\varepsilon = h\nu + \left(-\gamma \frac{m_2 M}{r}\right)</math>. (2)</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Мұндағы:  $m_1$  және  $m_2$  жарық фотонының жұлдыз бетіндегі және Жер бетіндегі массалары;  $\gamma$  – жұлдыздан Жерге дейінгі қашықтық.

Энергияның сақталу заңынан (1) және (2)-ден

$$h\nu_0 - \gamma \frac{m_1 M}{R} = h\nu - \gamma \frac{m_2 M}{r} \text{ немесе } h\nu = h\nu_0 - \left(\gamma \frac{m_1 M}{R} - \gamma \frac{m_2 M}{r}\right). \quad (3)$$

(3)-дегі жақша ішіндегі өрнек ауырлық күші тарапынан істелетін жұмыс болып табылады, бұл фотонның потенциалдық энергиясының артуына тең. Егер  $r \gg R$  екендігін ескерсек, онда жақша ішіндегі өрнектің екінші мүшесін ескермеуге болады, яғни

$$\left(\gamma \frac{m_2 M}{r}\right) \rightarrow 0, \text{ онда (3)-ден } h\nu = h\nu_0 - \gamma \frac{m_1 M}{R}. \text{ Егер } m_1 = \frac{h\nu_0}{c^2} \text{ екендігін ескерсек } h\nu = h\nu_0 - \gamma \frac{h\nu_0 M}{R}. \text{ Екінші жағынан } \nu = \frac{c}{\lambda}, \text{ демек}$$

$$\lambda = \frac{c^2 R \lambda_0}{c^2 R - \gamma M}. \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 5 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot 5000 \text{ Å}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 5 \cdot 10^8 \text{ м} - 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{32} \text{ кг}} = 5000,0049 \text{ Å}.$$

$\lambda = 5000,0049 \text{ Å}$ , демек  $\lambda \approx \lambda_0$ . Расында да (4)-ден  $\gamma M \ll c^2 R$  болғандықтан  $\lambda = \frac{c^2 R \lambda_0}{c^2 R} \approx \lambda_0$ .  $\lambda \approx \lambda_0$ .

*Жауабы:*  $\lambda = 5000,0049 \text{ Å}$ .

**7.2.50.** Кәдімгі жұлдызда магнит өрісінің индукциясы  $10^{-5} \text{ Тл}$  деп алып, пульсардың магнит өрісі индукциясын бағалаңдар. Оның магнит өрісі қысымын гравитациялық күштің қысымымен салыстырыңдар.

|                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>B_0 = 10^{-5} \text{ Тл}</math><br/> <math>B - ?; \frac{P_c}{P_m} - ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Магнит өрісінің күш сызықтары плазма ішінде өзгеріссіз қалғандықтан, жұлдыз сығылуы кезінде оның магнит ағыны сақталады, яғни <math>\Phi = \Phi_0</math> немесе <math>BR^2 = B_0 R_0^2 \Rightarrow B = \frac{B_0 R_0^2}{R^2}</math>. (1)</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$B = \frac{10^{-5} \text{ Тл} \cdot (7 \cdot 10^8 \text{ м})^2}{(1,5 \cdot 10^4 \text{ м})^2} = 2,18 \cdot 10^4 \text{ Тл}. \quad B = 2,18 \cdot 10^4 \text{ Тл}.$$

Пульсардың магнит өрісінің қысымы  $p_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$ . (1)-ді ескерсек

$$p_m = \frac{B_0^2 R_0^4}{2\mu_0 R^4}. \quad p_m = \frac{(10^{-5} \text{ Тл})^2 \cdot (7 \cdot 10^8 \text{ м})^4}{2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot (1,5 \cdot 10^4 \text{ м})^4} = 1,89 \cdot 10^{14} \text{ Па}.$$

Мұндағы  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$  – магнит тұрақтысы.

Гравитациялық күштің қысымын былай бағалаймыз, яғни

$$p_c = \bar{\rho}gh = \frac{3M}{4\pi R^3} \cdot \frac{\gamma M}{2R^2} \cdot \frac{R}{2} = \frac{3\gamma M^2}{16\pi R^4}. \quad p_c = \frac{3\gamma M^2}{16\pi R^4}.$$

$$p_c = \frac{3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot (2 \cdot 10^{30} \text{ кг})^2}{16 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^4 \text{ м})^4} = 7,08 \cdot 10^{32} \text{ Па}.$$

$$\frac{p_c}{p_m} = \frac{7,08 \cdot 10^{32} \text{ Па}}{1,89 \cdot 10^{14} \text{ Па}} = 3,75 \cdot 10^{18}; \quad \frac{p_c}{p_m} = 3,75 \cdot 10^{18}.$$

*Жауабы:*  $B = 2,18 \cdot 10^4 \text{ Тл}; \frac{p_c}{p_m} = 3,75 \cdot 10^{18}$ .

*Ескерту:*  $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$  – Күн массасы;  $R_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$  – Күн радиусы;  $R = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}$  – пульсар радиусы деп алынды.

**7.2.51.** Расында да Хаббл тұрақтысы уақытқа байланысты тұрақты бола ма? Галактикалардың бір-біріне салыстырғанда жылдамдықтары өзгермейді деп алып, 6 миллиард жылдан кейінгі Хаббл тұрақтысының мәнін табыңдар.

Хаббл тұрақтысының кәзіргі мәні  $H_0 = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$ .

|                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Берілгені:</i></p> <p><math>t_1 = 6 \text{ млрд. жыл};</math><br/> <math>H_0 = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}};</math><br/> <math>t_0 = 15 \text{ млрд. жыл}</math><br/> <math>H_1 - ?</math></p> | <p><i>Шешуі:</i> Хаббл тұрақтысы уақытқа кері пропорционал өзгереді деп есептейік, сонда <math>t = \frac{k}{H}</math>. (1) Мұндағы, <math>k</math> – пропорционалдық коэффициенті. (1)-ді екі жағдай үшін жазайық <math>t_0 = \frac{k}{H_0}</math> және <math>t_2 = \frac{k}{H_1}</math>. Екеуінен <math>t_0 H_0 = t_2 H_1 \Rightarrow H_1 = \frac{t_0 H_0}{t_2}</math>, мұндағы, <math>t_2 = (t_1 + t_0)</math>. <math>H_1 = \frac{15 \text{ млрд. жыл}}{21 \text{ млрд. жыл}} \cdot 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} = 53,57 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}</math>. <math>H_1 \approx 54 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}</math>.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\text{Жауабы: } H_1 \approx 54 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}.$$

7.2.52. Негізінен сутегі молекуласынан тұратын диаметрі 2 жарық жылына тең галактикааралық бұлттың массасын есептеп табыңдар. Бөлшектер шоғырын  $n = 10^4 \frac{\text{мол}}{\text{см}^3}$  деп алыңдар.

$$\begin{array}{l} \text{Берілгені:} \quad \text{Шешуі: } 2 \text{ ж.ж.} = 18,92 \cdot 10^{15} \text{ м;} \\ d = 2 \text{ ж.ж.;} \quad 10^4 \frac{\text{мол}}{\text{см}^3} = 10^{10} \frac{\text{мол}}{\text{м}^3}. \\ n = 10^4 \frac{\text{мол}}{\text{см}^3} \quad \text{Бұлт массасын } m = n m_0 V \text{ формуласымен табамыз,} \\ m - ? \quad \text{мұндағы: } m_0 - \text{бір сутегі молекуласының массасы,} \\ \quad \quad \quad V - \text{бұлттың көлемі.} \end{array}$$

$$\text{Ал, } m_0 = \frac{M}{N_A}. \quad M - \text{сутегінің молдік массасы, } N_A - \text{Авогадро саны,}$$

$$\text{сонда } m = \frac{n M V}{N_A}. \quad V = \frac{\pi d^3}{6} \text{ екендігін ескерсек, онда } m = \frac{\pi n d^3 M}{6 N_A}.$$

$$m = \frac{3,14 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1}{\text{м}^3} \cdot (18,92 \cdot 10^{15} \text{ м})^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{6 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}} \approx 10^{32} \text{ кг.} \quad m \approx 10^{32} \text{ кг.}$$

$$\text{Жауабы: } m \approx 10^{32} \text{ кг.}$$

7.2.53. Біртекті шар тәрізді бұлттағы шаң жылдамдығы алғашқы мезетте радиал бағытталып, центрге дейінгі қашықтыққа  $v = H r$  пропорционал тәуелділікте болады. Бұлттың бастапқы ең көп тығыздығы қандай болғанда ол шексіз ұлғая алады? Біртекті сфералық қабықша ішіндегі денеге қабықша тарапынан болатын гравитациялық күшті елеусіз деп есептеңдер.

$$\begin{array}{l} \text{Берілгені:} \quad \text{Шешуі: Шаң шексіз ұлғаюы үшін мына теңдік} \\ v = H r \quad \text{орындалуы тиіс, яғни } \gamma \frac{m M}{r} = \frac{m v^2}{2}. \quad (1) \\ \rho_{\text{max}} - ? \quad \text{Мұндағы: } m - \text{шаң массасы; } M - \text{бұлт массасы.} \end{array}$$

$$\text{Сонда } M = \rho_{\text{max}} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ екендігін ескерсек (1)-ден } \frac{4 \pi \rho_{\text{max}} \cdot r^2}{3} = \frac{v^2}{2}.$$

$$\text{Есеп шартынан } v = H r, \text{ онда } \rho_{\text{max}} = \frac{3 H^2}{8 \pi \gamma}.$$

$$\text{Жауабы: } \rho_{\text{max}} = \frac{3 H^2}{8 \pi \gamma}.$$

7.2.54. Алыстағы галактиканың спектр сызықтары, бізден 15000 км/с жылдамдықпен қашықтап бара жатуына бара-бар шамада жылжыған. Оған дейінгі қашықтық қанша? Егер ол диаметрі 20" дақ түрінде көрінсе, галактика үлкендігі қандай?

$$\begin{array}{l} \text{Берілгені:} \quad \text{Шешуі: Хаббл заңын пайдаланамыз, сонда} \\ v = 15000 \text{ км/с;} \quad v = H D \Rightarrow D = \frac{v}{H}. \quad D = \frac{1,5 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{10^2 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}} = 150 \text{ Мпк.} \\ \rho = 20'' \quad D - ?; \quad d - ? \end{array}$$

Галактика диаметрін табу үшін  $d = D \cdot \frac{\rho}{206265''}$  формуласын қолданамыз, сонда  $d = \frac{v \cdot \rho}{H \cdot 206265''}.$

$$d = \frac{1,5 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot 20''}{10^2 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}} \cdot 206265''} = 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ Мпк} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ пк.}$$

$$\text{Жауабы: } D = 1,5 \cdot 10^8 \text{ пк; } d = 1,46 \cdot 10^4 \text{ пк.}$$

7.2.55. 1987 жылы ақпанның 23-нен 24-не караған күні, астрономдар Үлкен Магеллан бұлты галактикасындағы әсері жаңа жұлдыздың атылуын байқады. Жерден жаңа жұлдызға дейінгі қашықтық 55 кпк болса, оталу қанша жыл бұрын болғаны?

$$\begin{array}{l} \text{Берілгені:} \quad \text{Шешуі: } 55 \text{ кпк} = 1,65 \cdot 10^{21} \text{ м.} \\ R_0 = 55 \text{ кпк} \quad R_0 \text{ қашықтықтан жарық бізге жету үшін қажет} \\ t - ? \quad \text{уақыт } t = \frac{R_0}{c} \text{ болады, сонда } t = \frac{1,65 \cdot 10^{21} \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ с.} \end{array}$$

Демек, Үлкен Магеллан бұлтындағы оталыстан кейін жарық бізге  $5,5 \cdot 10^{12}$  с уақыттан кейін жетеді. Онда, мұндағы оталыс бұдан  $5,5 \cdot 10^{12}$  с немесе 174000 жыл бұдан бұрын болған екен.

$$\text{Жауабы: } t = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ с немесе } t = 1,74 \cdot 10^5 \text{ жыл.}$$

7.2.56. Ең алыс және ең жақын галактиканы атаңдар.

Жауабы: 1975 жылы Калифорния университетінің қызметкері Спинрад Үркер шоғырының солтүстік жағынан 8 млрд. жарық жыл қашықтықтағы ең алыс галактиканы тапты. Ол 3C123 ретімен тір-

келді. Оның радиосәуле шығаруы басқа алып галактикалардан 6 еседей артық. Ол бізден 200 000 км/с жылдамдықпен алыстайды.

Ең жақын галактика, реті М31 болатын объект. Ол Андромеда тұмандығы деп аталады. Ол аспанда, Жерге ең жарық болып көрінеді. Оған дейінгі қашықтық 670 кпк немесе 2,2 млн жарық жылынан біраз кем. Оның массасы Күн массасынан  $3 \cdot 10^{11}$  есе үлкен. Ол орамды галактика және Құс жолына ұқсас.

7.2.57. Ең жас жұлдыз туралы не білесіз?

**Жауабы:** Ең жас жұлдыз NGC 1333 тұмандығында орналасқан. Оның бізден қашықтығы 1100 жарық жылына тең. Осы тұмандықтың оңтүстік жағынан 7 жұлдыз тіркелді. Олардың ішіндегі ең жасына «IRAS-4» деген атау берілді. Оның жасы небәрі бірнеше мың жыл ғана.

7.2.58. Біздің Галактикадағы ең кіші жұлдыз қандай?

**Жауабы:** 1986 жылы LHS 2924 ретгі жұлдыз байқалды. Оның массасы Күндікінен 20 еседей кем, ал жарықтылығы 6 есе аз екен. Біздің Галактикадағы ең кіші жұлдыз осы. Мұнда да термоядролық (сутектің гелийге айналуы) реакция жүріп жатады.

## ҚОСЫМША ЕСЕПТЕР

7.2.59. Жұлдыздық шамалары  $m_1 = 3,0^m$  және  $m_2 = 5,5^m$  болатын жұлдыздардың жарықталуының қатынастары қандай болады?

$$\text{Жауабы: } \frac{E_1}{E_2} = 10.$$

7.2.60. Біздің аспанымызда толық Ай сияқты жарық беру үшін жаңа жұлдыз бізден қандай қашықтықта оталуы тиіс? Айдың жұлдыздық шамасы  $m = -12^m$ , ал жаңа жұлдыздың жарқырауы  $L = 4 \cdot 10^{36}$  Вт.

$$\text{Жауабы: } R = 403,26 \text{ пк.}$$

7.2.61. Жаңа жұлдыздың жарқырауы  $L = 4 \cdot 10^{30}$  Вт. Кәдімгі жаңа жұлдыздың бір тәулікте шығарағын энергиясын Күн қанша уақытта бере алады?

$$\text{Жауабы: } t = 274 \text{ жыл.}$$

7.2.62. Егер жұлдыздың температурасы  $T = 10000\text{K}$ , ал жарқырауы  $L = 2 \cdot 10^{28}$  Вт болса, оның диаметрі неге тең?

$$\text{Жауабы: } D \approx 3,8 \cdot 10^{10} \text{ м.}$$

7.2.63. Ғарыштық аппарат 20 км/с жылдамдықпен Күн жүйесі-

нен шығып Галактика центрі бағытында қозғалады. Егер Галактика центрі Күннен 10 кпк қашықтықта болса, аппарат қанша уақытта оған жете алады?

**Жауабы:** Жете алмайды, себебін түсіндіріңдер.

7.2.64. Гелий атом ядроларының арасында ядролық реакция жүруі үшін, сутегі атом ядроларына қарағанда аса жоғары температура қажет етеді. Мұның себебі неден?

7.2.65. Екі жұлдыз өзара гравитациялық тартылыс әсерінен ортақ масса центрінен периоды  $T = 2$  жыл болатын дөңгелек орбита бойымен қозғалады. Жұлдыз массалары  $m_1 + m_2 = 2M_0$ , мұндағы,  $M_0$ — Күн массасы. Жерден Күнге дейінгі  $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$  км қашықтықты біле отырып жұлдыздар арақашықтығын табыңдар. Жер массасын Күнге салыстырғанда елемейге болады.

$$\text{Жауабы: } R \approx 3 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

7.2.66. Галактика центрінен 15 кпк қашықтықтағы жұлдыздардың дөңгелек орбита бойымен қозғалыс жылдамдығы Күндікімен шамалас деп есептей отырып, осы аймақпен шектелген Галактика массасын бағаландар.

$$\text{Жауабы: } M = 4 \cdot 10^{41} \text{ кг.}$$

7.2.67. Жұлдыз жүйесі бірінен-бірі  $D = 5 \cdot 10^{11}$  м қашықтықта орналасқан екі жұлдыздан тұрады. Әрбір жұлдыз массасы  $M = 1,5 \cdot 10^{34}$  кг. Жұлдыздардың ортақ ауырлық центрінен айналу  $T$  периодын табыңдар.

$$\text{Жауабы: } T = \sqrt{\frac{2\pi^2 D^3}{\gamma M}} = 1,57 \cdot 10^6 \text{ (с).}$$

7.2.68. Массалары бірдей екі жұлдыз екеуінің арақашықтығының жартысына тең қашықтықта ортақ центрден дөңгелек орбита бойымен қозғалады. Егер олардың арақашықтығы  $R = 100$  а.б., ал айналу периоды  $T = 10^3$  жыл болса жұлдыз массаларын есептеп табыңдар.

$$\text{Жауабы: } M \approx 10^{30} \text{ кг.}$$

7.2.69. Әрқайсысының массалары  $m$  болатын үш жұлдыз қабырғалары  $L$ -ге тең теңбүйірлі үшбұрыш пішінін сактай отырып қозғалады. Осы үшбұрыш қандай бұрыштық жылдамдықпен айналады?

$$\text{Жауабы: } \omega = \sqrt{\frac{3\gamma m}{L^3}}.$$

7.2.70. Күнге жақын жұлдыз Проксима Центавранның жылдық параллаксы  $p = 0",762$ . Жұлдызға дейінгі қашықтықты парсекпен,

жарық жылымен және километрмен анықтандар.

**Жауабы:**  $D = 1,3$  пк;  $D = 4,2$  ж.ж.;  $D = 4,02 \cdot 10^{13}$  км.

7.2.71. Алыс жұлдыздар реңіне салыстырғанда 1 жылдағы орын ауыстыруы  $0,1''$ -ға тең болатын жұлдыздың толық жылдамдығын табындар. Жұлдыздың сәулелік жылдамдығы  $10$  км/с, ал қашықтығы  $60$  жарық жылына тең.

**Жауабы:**  $v = 13,2$  км/с.

7.2.72. Күн экваторында қозғалатын нүктенің сызықтық айналу жылдамдығын табындар. Бұл нүктедегі жасыл сызық ( $\lambda_0 = 500$  нм) үшін толқын ұзындықтың ығысуы  $\Delta\lambda = 0,05$  нм.

**Жауабы:**  $v = 2,1 \cdot 10^3$  м/с.

7.2.73. Қандай сәулелерді көзді жауып тұрып көруге болады?

**Жауабы:** Ғарышқа ұшу кезінде ғарышкерлер көздері жұмулы кезінде жарық нүктелерін, жарқылды тіпте найзағайды да көрген. Мұның негізгі себебі – ғарыш сәулелерінің көз торларын қоздыру нәтижесі болып табылады.

7.2.74. Күннің сәуле шығару энергиясының ең үлкен мәні  $\lambda = 470$  нм толқын ұзындығына сәйкес келеді. Күннің сәуле шығаруын абсолют кара дене деп есептеп, оның фотосфера температурасын табындар.

**Жауабы:**  $T = 6,16 \cdot 10^3$  К.

7.2.75. Егер галактиканың көрінетін диаметрі  $2'$ , ал оның спектріндегі қызыл ығысу  $1000$  км/с болса, галактика центрінен кеңістікте аспанға проекцияланғанда, ерекше жаңа жұлдыз қандай қашықтықта болады?

7.2.76. Спектрінің максимумы жарықтың  $\lambda = 0,1$  мкм толқын ұзындығына сәйкес келетін жұлдыз температурасын анықтаңдар.

**Жауабы:**  $T = 3 \cdot 10^4$  К.

7.2.77. Қызыл ығысу нәтижесінен спектрлік сызықтағы толқын ұзындық  $1,2$  есе артады. Галактикаға дейінгі қашықтық қандай болғаны?

**Жауабы:**  $R = 800$  Мпк.

7.2.78\*. Айнасының диаметрі  $D = 6$  м болатын әлемдегі ең ірі телескоппен белгілі бір уақыт аралығында суретке түсірілу жүргізілді. Біздің Галактикамен Андромеда тұмандығының, ортақ масса центрінен айналатындығын, осы суреттерді салыстыра отырып байқауға мүмкіндік болуы үшін суретке түсірілудің уақыт аралығы қанша болуы керек? Жерден Андромедаға дейінгі қашықтық  $R =$

$1,42 \cdot 10^{11} R_0$ , мұндағы,  $R_0$  – шеңбер пішінді деп алынған Жер орбитасының радиусы. Андромеда массасы  $M_A = 3,6 \cdot 10^{11} M_K$ , ал Галактика массасы  $M_G = 2,5 \cdot 10^{11} M_K$ , мұндағы,  $M_K$  – Күн массасы. Суретке түсіру, толқын ұзындығы  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м болатын көрінерлік сәуледе жүргізіледі.

$$\text{Жауабы: } \Delta t = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{D} \sqrt{\frac{\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 M_K}{(M_A + M_G)}} \cdot T_0.$$

7.2.79\*. Қос жұлдыздың спектрлік сызықтарының салыстырмалы ең үлкен ығысуы  $Z = 2,08 \cdot 10^{-3}$ . Сызықтардың ыдырау периоды  $T = 3$  тәулік  $2$  сағат  $46$  минут. Екі жұлдыз да бірдей деп есептеп, олардың массасын және арақашықтығын табындар.

$$\text{Жауабы: } R = \frac{\beta c T}{2\pi}; \quad M = \frac{2\beta^3 c^3 T}{\pi \gamma}.$$

Мұндағы, бақылаушыдан алыстайтын жұлдыз үшін  $Z = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1$ , ал

жақындайтын жұлдыз үшін  $Z = 1 - \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ .

7.2.80. Хаббл тұрақтысын алғаш анықтағанда  $H_0 = 530 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$  мәні алынды. Егер  $H_0$ -дің мәнін осымен есептегенде Әлемнің ұлғаюы қанша уақыт бұрын басталған болар еді? Бұл уақыт кәрі жұлдыздар жасымен үйлесе ме?

**Жауабы:**  $t = 1,8$  млрд. жыл.

7.2.81. Әлемдегі үлкен массалы зат, алыс объектілерден тараған жарықты бір фокусқа жинақтап, «гравитациялық линза» рөлін атқара алады. Массасы  $M \approx 3 \cdot 10^{11} M_0$ , радиусы  $R \approx 20000$  пк шар тәрізді галактиканың фокус қашықтығын бағаландар.  $M_0$ -зат массасы. Галактика массасы бірқалыпты таралған деп есептендер.

$$\text{Жауабы: } F \approx \frac{R^2 c^2}{6\gamma M} \approx 10^9 \text{ (пк)}.$$

7.2.82. Егер сутегі сызығы  $H_\gamma$  ( $\lambda = 4340 \text{ \AA}$ ) тұмандық спектрінің қызыл жағына  $20 \text{ \AA}$ -ге ығысқан болса, ол Жерге салыстырғанда қалай қозғалады?

**Жауабы:**  $v = 1380$  км/с жылдамдықпен Жерден алыстайды.

# VIII-бөлім. ФИЗИКАДАН ТӘЖІРИБЕЛІК ЕСЕПТЕР

• Есепті шешу үшін ізделінді шаманы анықтауға көмектесетін құрал-тәжірибе нәтижесі болып табылатын есептер **тәжірибелік есептер** деп аталады.

Тәжірибелік есептерді шығаруға қажетті мәліметтерді есепті орындаушы өзі жасаған тәжірибеден алады.

• Тәжірибе барысында ізделінді шаманы өлшегенде оның **абсолют және салыстырмалы қателігі** табылады.

• Өлшеудің **абсолют қателігі** былай табылады  $\Delta A = A_0 - A$ . Мұндағы:  $A_0$  – өлшеудің дәл мәні;  $A$  – өлшеудің арифметикалық орта мәні, сонда

$$A = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n}$$

• Өлшеудің **салыстырмалы қателігін** есептеу, өлшенетін шамалар арасындағы амал түріне қарай анықталады. Амалдар төменгі кестеде көрсетілген.

| Қ/с | Амал түрі     | Абсолют қателік                     | Салыстырмалы қателік                      |
|-----|---------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1   | $a + b$       | $\Delta a + \Delta b$               | $\frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$       |
| 2   | $a - b$       | $\Delta a + \Delta b$               | $\frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$       |
| 3   | $a \cdot b$   | $a\Delta b + b\Delta a$             | $\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ |
| 4   | $\frac{a}{b}$ | $\frac{a\Delta b + b\Delta a}{b^2}$ | $\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ |
| 5   | $a^2$         | $2a\Delta a$                        | $2 \frac{\Delta a}{a}$                    |
| 6   | $\sqrt{a}$    | $\frac{\Delta a}{2\sqrt{a}}$        | $\frac{1}{2} \frac{\Delta a}{a}$          |

Мысал ретінде, кестедегі 3-ші амалдың дұрыс екендігін дәлелдеп көрсетейік.

Айталық, өлшенетін  $A$  шамасы басқа бір скі:  $a$  және  $b$  жуық шамалардың көбейтіндісінің функциясы болсын, сонда  $A = a \cdot b$ . (1)  $(A + \Delta A)$  – қосындысын табайық, яғни  $A + \Delta A = (a + \Delta a)(b + \Delta b)$  болады. Мұны былай жазуға болады,

$$A + \Delta A = ab + b\Delta a + a\Delta b + \Delta a \cdot \Delta b. \quad (2)$$

(2)-ден (1)-ді шегерсек

$$A + \Delta A - A = ab + b\Delta a + a\Delta b + \Delta a \cdot \Delta b - ab \text{ немесе}$$

$$\Delta A = b\Delta a + a\Delta b + \Delta a \cdot \Delta b. \quad (3)$$

(3)-ті (1)-ге бөліп салыстырмалы қателікті табамыз

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{b\Delta a + a\Delta b + \Delta a \cdot \Delta b}{ab} \text{ немесе } \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta a \Delta b}{ab}.$$

Бұл теңдіктің  $\left(\frac{\Delta a \Delta b}{ab}\right)$  мүшесі  $\frac{\Delta a}{a}$  және  $\frac{\Delta b}{b}$  мүшелеріне салыстырғанда елеусіз аз шама, сондықтан оны ескермеуге болады, сонда

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}. \quad (4)$$

(4) өрнегі кестедегі 3-ші амалдың салыстырмалы қателігін береді. Қалған қорытындыларды да дәл осылай дәлелдеуге болады.

• Өлшеудің **ақтық мәні** мына түрде жазылып өрнектелуі керек

$$A_0 = (A \pm \Delta A).$$

## 8.1. Берілген жүктің массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы белгісіз жүк, массалары 50г жүктер жиыны, штатив, серіппе, миллиметрлік қағаз, сызғыш.

**Орындалуы.** Массасы белгісіз жүкті ( $m_x$ ) серіппеге іліп, оны штативке тік қалпында бекітеміз. Енді массасы 50 г жүкті іліп, серіппенің ұзаруы  $\ell_1$ , екі жүкті іліп ұзару  $\ell_2$  т.с.с. өлшейміз.  $\ell = f(m)$  тәуелділігінің графигін сызамыз. Кез келген  $\ell_1$  және  $\ell_2$  мәндері бойынша белгісіз жүктің массасы анықталады.

Расында да,  $\ell_1 = k(m_x + m_0)$  және  $\ell_2 = k(m_x + 2m_0)$  теңдіктерінен

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{m_x + m_0}{m_x + 2m_0} \Rightarrow m_x = m_0 \frac{(2\ell_1 - \ell_2)}{(\ell_2 - \ell_1)}.$$

Мұндағы,  $m_0 = 0,5$  кг (берілген майда жүк массасы).

$$\text{Жауабы: } m_x = m_0 \frac{(2\ell_1 - \ell_2)}{(\ell_2 - \ell_1)}.$$

## 8.2. Шариктің массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы белгісіз шарик, кір қыстырғышы, сіріңке шиі, сызғыш, массасы белгілі шарик.

**Орындалуы.** Мұнда біз сіріңке шиін кішкене кіртас ретінде пайдаланамыз. Әуелі бір шидің массасын анықтайық, ол үшін сызғышты иіптірек ретінде пайдаланып қыстырғышты бірнеше  $n_1$  шимен тепе-теңдікке келтіреміз. Сонда иіндері тең болғандықтан  $m_k = m_0 n_1$ . (1) Мұндағы  $m_k$  қыстырғыштың, ал  $m_0$  – бір шидің

массасы.

Енді  $n_1$  шиді қыстырғышқа қыстырып, массасы белгілі  $m$  шарикпен теңестіреміз.

**Ескерту:** Барлық теңестіруде иіндерді бірдей етіп алған тиімді.

Енді  $(m + m_0 n_1)$ -ді теңестіру үшін екінші иініне  $n_2$  ши салу керек, сонда

$$m_0 n_2 = m_0 n_1 + m \Rightarrow m_0 = \frac{m}{n_2 - n_1}. \quad (2)$$

Біз (2)-мен бір шидің массасы  $m_0$ -ді анықтаймыз.

Енді жоғарыдағыдай әдіспен белгісіз шариктің массасы  $m_x$ -ті табуға болады, сонда

$$m_0 n_3 = m_0 n_1 + m_x \Rightarrow m_x = m_0 (n_3 - n_1). \quad (3)$$

(2)-ні ескерсек, онда (3)-ден

$$m_x = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_1} m.$$

$$\text{Жауабы: } m_x = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_1} m.$$

**8.3. Теңгерілмеген таразы арқылы берілген дененің массасын анықтандар.**

**Приборлар мен материалдар.** Теңгерілмеген таразы, гирлер жиыны, сызғыш.

**Ескерту:** Таразыға тарту алдында таразыны теңгеруге рұхсат етілмейді.

**Орындалуы. 1-тәсіл:** Таразының иіндері бірдей, бірақ табақшалары әртүрлі болғанда.

Берілген теңгерілмеген таразымен дененің массасын екі рет өлшейміз. Әуелі жүкті таразының оң жағына, кейін сол жағына саламыз. Сонда таразының тепе-теңдік шартынан бірінші таразылау үшін  $(M_0 + m_1)g = (m_2 + M_1)g$ . (1)

Ал, екінші таразылау үшін  $(m_1 + M_2)g = (M_0 + m_2)g$ . (2)

Мұндағы:  $M_0$  – берілген дене массасы;  $m_1$  және  $m_2$  – таразы табақшаларының массасы;  $M_1$  және  $M_2$  – салынған ұсак гирлердің белгілі массасы.

(1) және (2)-ні мүшелеп алсақ, онда

$$(M_0 + m_1)g - (m_1 + M_2)g = (m_2 + M_1)g - (M_0 + m_2)g \Rightarrow M_0 = \frac{M_1 + M_2}{2}.$$

**2-тәсіл.** Таразы табақшалары бірдей, бірақ иіндері әртүрлі болғанда.

Мұнда да дененің массасын екі рет өлшейміз, сонда бірінші жағдайда  $M_0 \ell_1 = M_1 \ell_2$ , (1) екінші жағдайда  $M_2 \ell_1 = M_0 \ell_2$ . (2)

(1)-ден (2)-ні мүшелеп алсақ, онда  $M_0 = \frac{M_1 \ell_2 + M_2 \ell_1}{\ell_1 + \ell_2}$ .

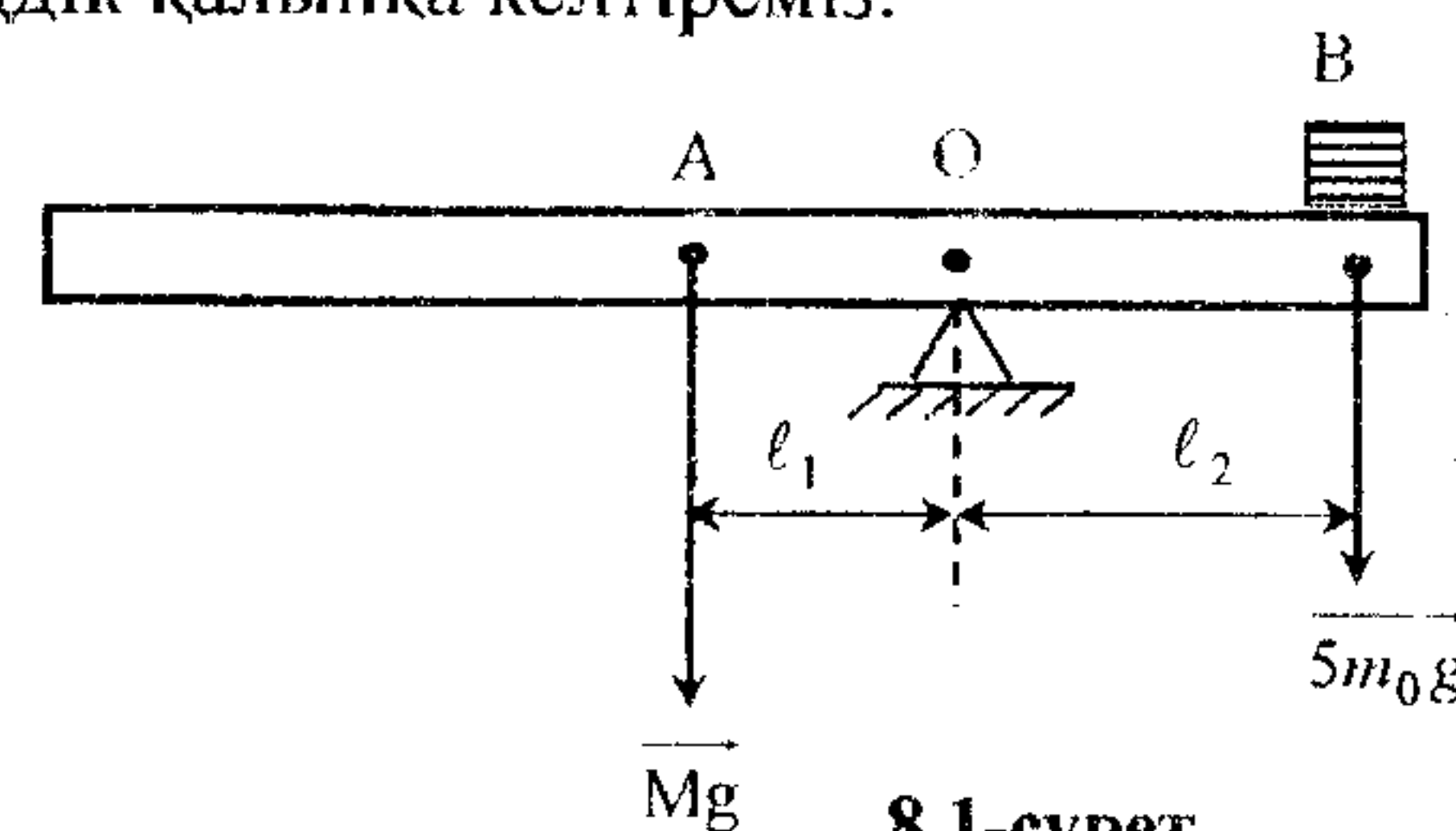
$$\text{Жауабы: } M_0 = \frac{M_1 + M_2}{2}; \quad M_0 = \frac{M_1 \ell_2 + M_2 \ell_1}{\ell_1 + \ell_2}.$$

**8.4. Сызғыштың массасын анықтандар.**

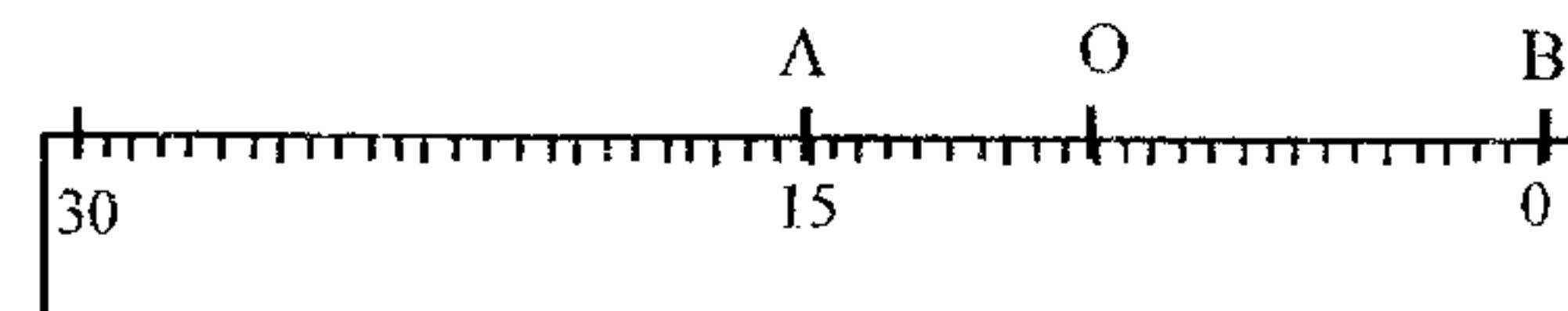
**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш ( $\approx 30$  см), 10 теңгелік тиындар (5 дана), қалам.

**Ескерту:** Әрбір тиіннің массасы  $m_0 \approx (2,60 \pm 0,5)$  г.

**Орындалуы.** Сызғышты қаламның үстіне қойып 8.1-суреттегідей тепе-теңдік қалыпқа келтіреміз.



8.1-сурет



8.2-сурет

Сонда сызғыштың беті 8.2-суретте келтірілген. Мұндағы: А – сызғыштың масса центрі; О – қалам қойылған тіреу нүктесі; В – тиіндердің қойылған нүктесі.

Сызғыштың тепе-теңдік шартынан

$$Mg \ell_1 = 5m_0 g \ell_2 \Rightarrow M = 5m_0 \frac{\ell_2}{\ell_1}.$$

Мұндағы,  $\ell_2$  және  $\ell_1$ -ді сызғыш шкаласынан анықтауға болады (8.2-сурет).

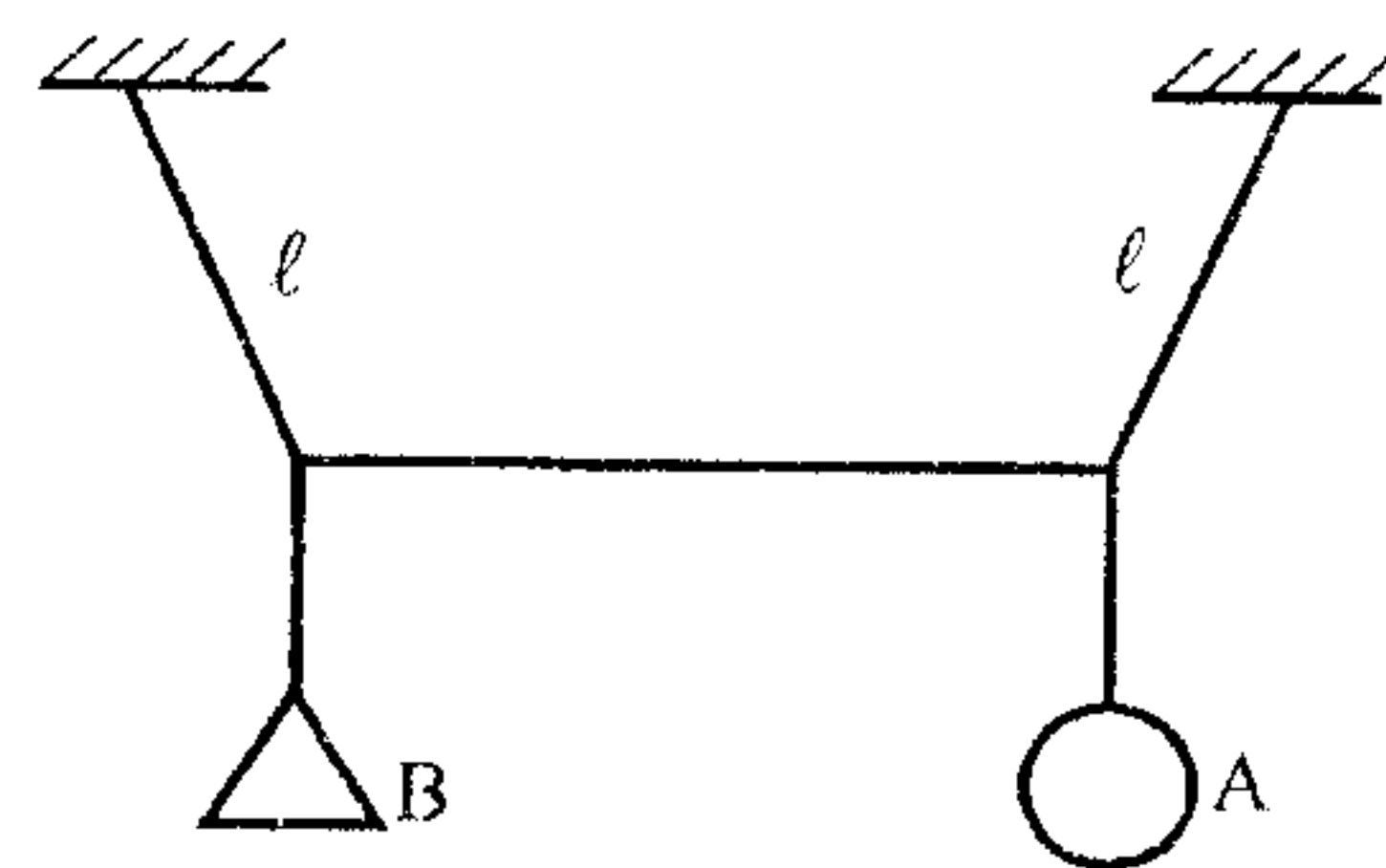
$$\text{Жауабы: } M = 5m_0 \frac{\ell_2}{\ell_1}.$$

**8.5. Жүктің массасын анықтандар.**

**Приборлар мен материалдар.** Берік жіп, гирлер жиыны, массасы белгісіз жүк, екі штатив, гирлер жиынын салуға арналған массасы белгілі табақша.

**Орындалуы.** Жіптің екі ұшын штативке байлап, жіптердің байланған ұшынан бірдей  $\ell$  қашықтықта белгісіз А жүгін және массасы белгілі В табакшаны, жіп сырғымайтындай етіп бекітеміз (8.3-сурет).

Бұдан кейін табакшаға майда гирлерді сала отырып жіпті симметриялы қалыпқа келтіреміз. Бұл қалып, жүк массасы мен В табакшасы гирлерімен теңескен кезде орнайды. Осыдан белгісіз жүк массасын анықтаймыз.



8.3-сурет

**8.6.** Бірдей материалдан жасалған өлшемдері де, пішіні де бірдей 8 шар берілген. Бұлардың біреуінің іші қуыс. Таразыны пайдаланып бос шарды анықтандар. Екі рет ғана өлшеуге рұхсат беріледі. Осындай  $n$  шардың ішіндегі бір ғана бос шарды табу үшін ең азы қанша өлшеу жүргізу керек?

**Приборлар мен материалдар.** 8 шар, таразы.

**Орындалуы.** Таразы табакшаларына үш шардан саламыз. Сонда екі жағдай болуы мүмкін.

**1-жағдай:** Шарлар салынған табакшалар теңеседі, демек бұл шарлардың ішінде қуыс шар жоқ. Онда қалған екі шарды таразының екі табакшасына бөліп саламыз, сонда жеңіл тартылған табакшадағы шардың ішінде қуыс болғаны.

**2-жағдай:** Шарлар салынған табакшалар өзара теңеспейді, демек жеңіл тартылған табакшада қуыс шар бар. Енді осы табакшадағы үш шардың біреуін қалдырып, қалған екеуін таразы табакшаларына саламыз. Сонда таразы табакшалары теңгерілсе, үшінші қалған шардың қуыс болғаны. Ал, егер таразы табакшалары теңгерілмесе, онда қай жеңіл тартқан шардың ішінде қуыс болғаны.

$n$  шардың ішіндегі қуысы бар бір шарды табудағы ең аз өлшеу санын ( $m$ ) анықтау үшін мынадай тәсілді қолданамыз. Бір ғана өлшеу арқылы қуыс шарды анықтауға болатын барлық шарлардың ең көп саны 3, ал екі өлшеу арқылы  $3^2$  шар,  $m$  өлшеу арқылы шарлардың саны  $3^m$  болады. Сонымен,  $n = 3^m \Rightarrow m = \log_3 n$ .

**Жауабы:**  $m = \log_3 n$ .

**8.7.** Ине-түйреуіштің диаметрлерінің қатынасын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Бөліктері жоқ сызғыш, диаметрлері әртүрлі ине-түйреуіш.

**Орындалуы.** Бір инені сызғыш үстіне көлденең қойып екінші сызғышпен бастырамыз. Енді инені үстіңгі сызғышпен сырғыта айналдырып қозғалтамыз. Белгілі бір айналымнан кейін, мысалы 10 айналымнан кейін иненің орын ауыстыру арақашықтығын белгілеп аламыз. Енді екінші иненің осы арақашықтықтағы айналым санын анықтаймыз. Сонда бірінші ине үшін  $S = nL_1$ , ал екінші ине үшін  $S = mL_2$ . Мұндағы:  $S$  – сырғанау арақашықтығы,  $n$  – бірінші иненің,  $m$  – екінші иненің айналым саны.

$$nL_1 = mL_2, \quad L_1 = \pi D_1 \quad \text{және} \quad L_2 = \pi D_2 \quad \text{болғандықтан} \quad n\pi D_1 = m\pi D_2 \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{m}{n}.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{D_1}{D_2} = \frac{m}{n}.$$

**8.8.** Бұрыс пішінді, біртекті заттан жасалған фигураның бет ауданын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Бұрыс пішінді фигура, сызғыш, қайшы, таразы гирлерімен.

**Орындалуы.** Бұрыс пішінді фигураның бет ауданын  $S$  дейік, массасы  $M$  болсын (өлшеуге болады). Енді бұрыс пішінді фигурадан тіктөртбұрыш қиып алып, оның ауданы  $S_0$ -ді сызғышпен, ал массасы  $m_0$ -ді таразымен өлшейміз. Сонда зат біртекті болғандықтан  $\frac{M}{S} = \frac{m_0}{S_0}$  пропорциясы дұрыс болады. Демек,  $S = \frac{MS_0}{m_0}$ .

$$\text{Жауабы: } S = \frac{MS_0}{m_0}.$$

**8.9.** Қоймада деталдар салынған бірдей 10 жәшік тұр. Осы жәшіктердің біреуінде әрқайсысының массасы қалыптағыдан 10 г кем болатын жарамсыз деталдар бар. Бір ғана рет таразыға тарту арқылы осы жәшікті анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Қалыпты жағдайдағы жалпы салмағы  $P_0$  белгілі 10 жәшік, таразы.

**Орындалуы.** Он жәшікті қатар қойып, бірінші жәшіктен бір детал, екіншіден екі детал осылайша оныншы жәшіктен он детал алып, олардың жалпы салмағы  $P_1$ -ді таразымен өлшейміз.  $n$ -ші жәшікте жатқан деталдардың салмағы  $P_0$  салмақтан  $10n$  грамға кем болады, демек  $P_0 - P_1 = 10n \Rightarrow n = \frac{P_0 - P_1}{10}$ .

$$\text{Жауабы: } n = \frac{P_0 - P_1}{10}.$$

8.10. Егер Жер радиусы  $R$  белгілі болса, оның массасын табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш, секундомер, жіп, штатив, жүк.

**Орындалуы.** Физикада еркін түсу үдеуі мына формуладан анықталады  $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ . (1)

Екінші жағынан, берілген приборлар мен материалды пайдаланып математикалық маятник құрастырамыз (8.4-сурет). Ал, математикалық маятник периоды  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ . Осыдан  $g = \frac{4\pi^2}{T^2}$ . (2)

(1) және (2)-ден

$$\frac{\gamma M}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 \ell R^2}{\gamma T^2}.$$

Мұндағы,  $\ell$  және  $T$  берілген приборлармен өлшенеді.

**Жауабы:**  $M = \frac{4\pi^2 \ell R^2}{\gamma T^2}.$

8.11. Еркін түсу үдеуін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Жылжымайтын блок, массалары бірдей екі жүк, таразы, гирлер жиыны, секундомер, жіп.

**Орындалуы.** Массалары бірдей  $M$  екі жүкті жіптің екі ұшына байлап, оны жылжымайтын блокқа ілеміз (жүктің  $M$  массасын таразымен табуға болады).

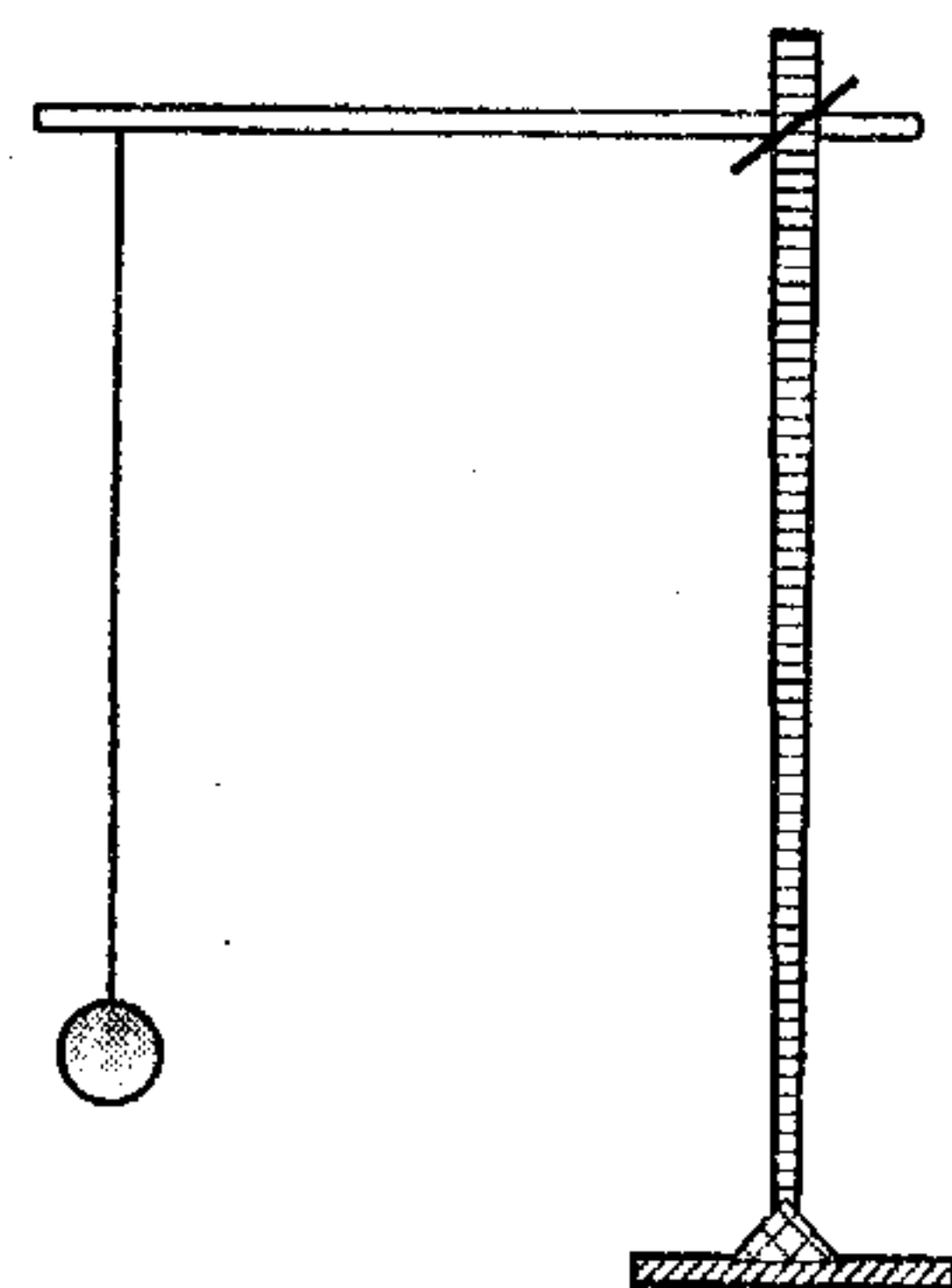
Енді жүктерді 8.5-суреттегідей орналастырамыз. Егер жоғарғы жүкке, гирлер жиынынан  $m$  массалы қосымша жүк қойсақ, ол  $a$  үдеумен қозғалып, үстел бетіне  $t$  уақытта жетеді. Сонда

$$a = \frac{mg}{2M + m} \text{ және } a = \frac{2h}{t^2}.$$

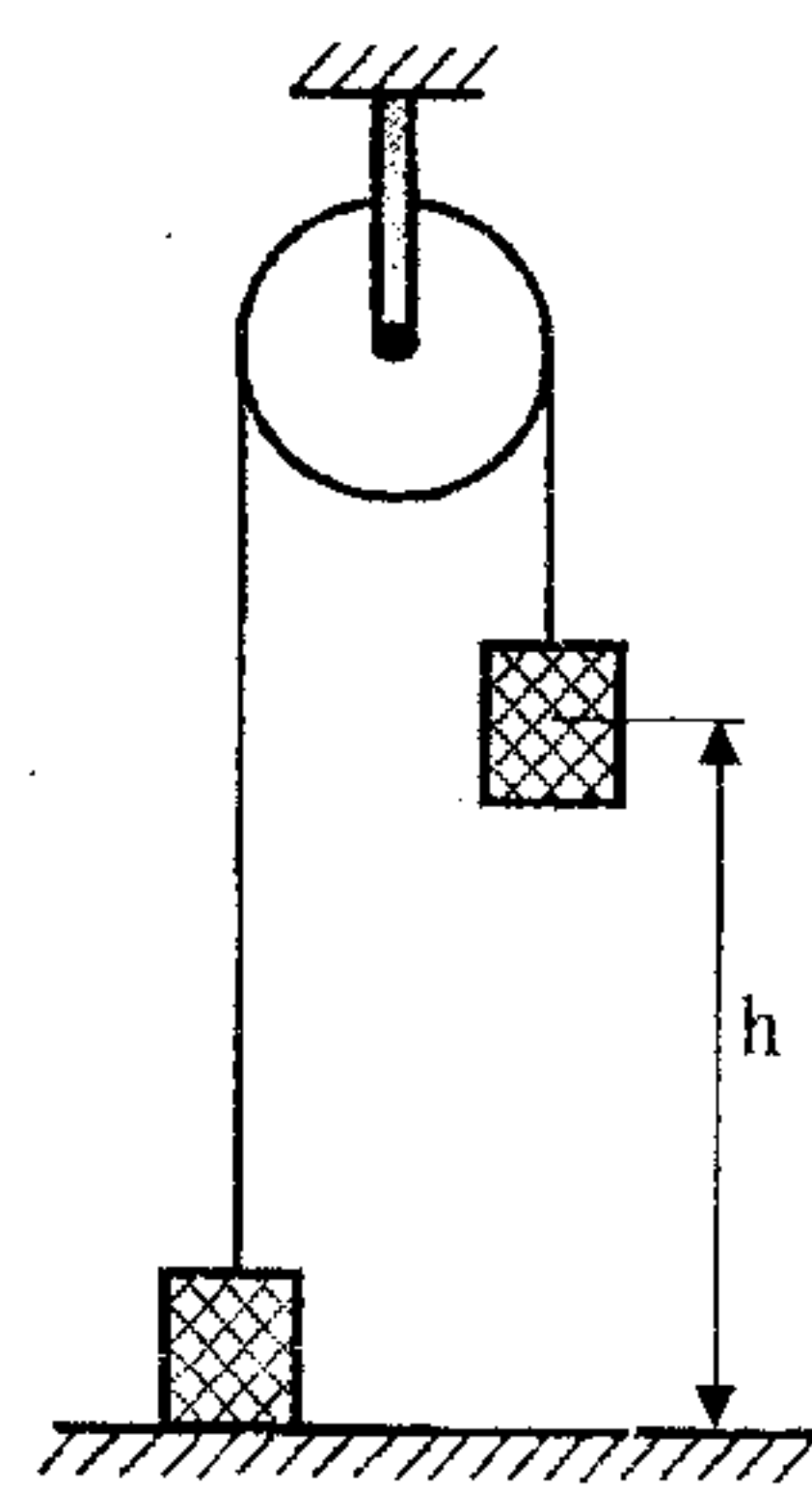
$$\text{Осы екеуінен } \frac{2h}{t^2} = \frac{mg}{2M + m} \Rightarrow g = \frac{2h(2M + m)}{mt^2}.$$

$h$  және  $t$  шамаларын берілген приборлармен өлшеуге болады.

**Жауабы:**  $g = \frac{2h(2M + m)}{mt^2}.$



8.4-сурет



8.5-сурет

8.12. Еркін түсу үдеуінің мәнін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Штатив, пластилин түйірі, жіп, өлшеу лентасы, секундомер, миллиметрлік қағаз.

**Орындалуы.** Штативке жіпті байлап, оның екінші ұшына пластилин түйірін бекітеміз де, маятник жасаймыз (8.6-сурет).

Маятниктің тербеліс периоды

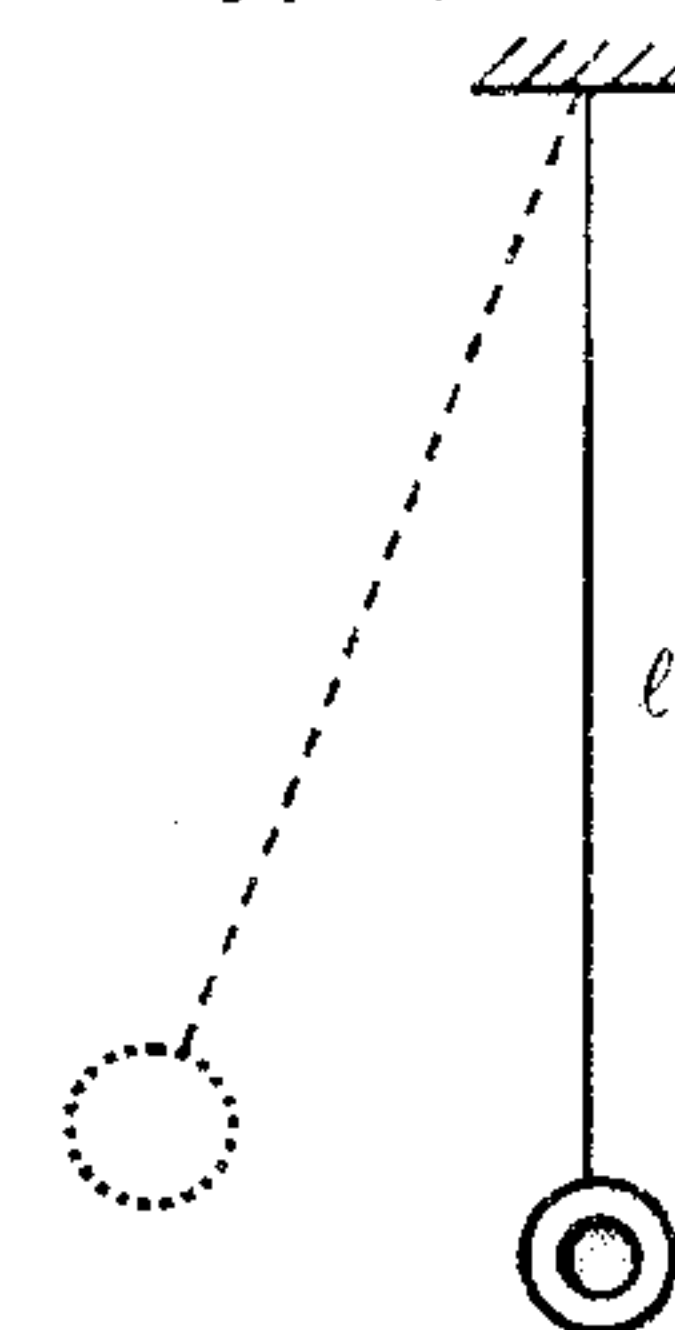
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}.$$

Екінші жағынан (2)  $T = \frac{t}{N}$ . (1) және (2)-ден

$$g = \frac{4\pi^2 N^2 \ell}{t^2}.$$

$\ell$  және  $t$  мәндері берілген құралдармен өлшенеді.

**Жауабы:**  $g = \frac{4\pi^2 N^2 \ell}{t^2}.$



8.6-сурет

8.13. Үстел бетінің ауданын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Кішкене жүкше, сағат, жіп.

**Орындалуы.** Кішкене жүкшені жіпке байлап, математикалық маятник жасаймыз. Енді маятникті тербелтіп, жіптің ұзындығын мына формуладан табамыз

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad T = \frac{t}{n} \text{ екендігін ескерсек, онда } \ell = \frac{gt^2}{4\pi^2 n^2}.$$

Мұндағы,  $t$  дегеніміз  $n$  тербеліс жасауға кеткен уақыт.

Енді, жіпті сызғыш ретінде қолданып үстелдің ұзындығы  $a$  және ені  $b$ -ны өлшейміз, нәтижеде оның бетінің ауданы былай табылады

$$S = a \cdot b.$$

8.14. Өз бармағының қозғалыс жылдамдығының ең үлкен мәнін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Кішкене тас түйіршегі, сызғыш.

**Орындалуы.** Тас түйіршегін үстел шетіне қойып бармағымызбен қатты шертеміз. Сонда тастың үстелден ұзау қашықтығы  $\ell$ -ді өлшейміз (8.7-сурет)

$$v_0 = \frac{\ell}{t} \text{ және } h = \frac{gt^2}{2}$$

теңдеулерінен  $v_0 = \ell \sqrt{\frac{g}{2h}}.$

Шертуді бірнеше рет қайталап,  $v_0$ -дің мәндерін анықтаймыз. Сонда, осының ішінен  $v_0$ -дің ең үлкен мәнін тандап алуға болады.

**8.15\*.** 8.8-суреттегідей құрылғы жинақтап, сағатты пайдаланбай  $x = \frac{\Delta L}{L}$  қатынасын анықтандар. Мұнда: D – шарик; AC, BC және CD жіптер;

A және B бір деңгейде жатады.

**Приборлар мен материалдар.** Шарик, жіптер.

**Орындалуы.** Жүйеде тербелістің екі түрін қоздыруға болады. Біріншісі сызба жазықтығында болатын тербеліс, оның периоды  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L - \Delta L}{g}}$ . (1)

Ал, екіншісі сызба жазықтығы-

на перпендикуляр тербеліс, оның периоды  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ . (2)

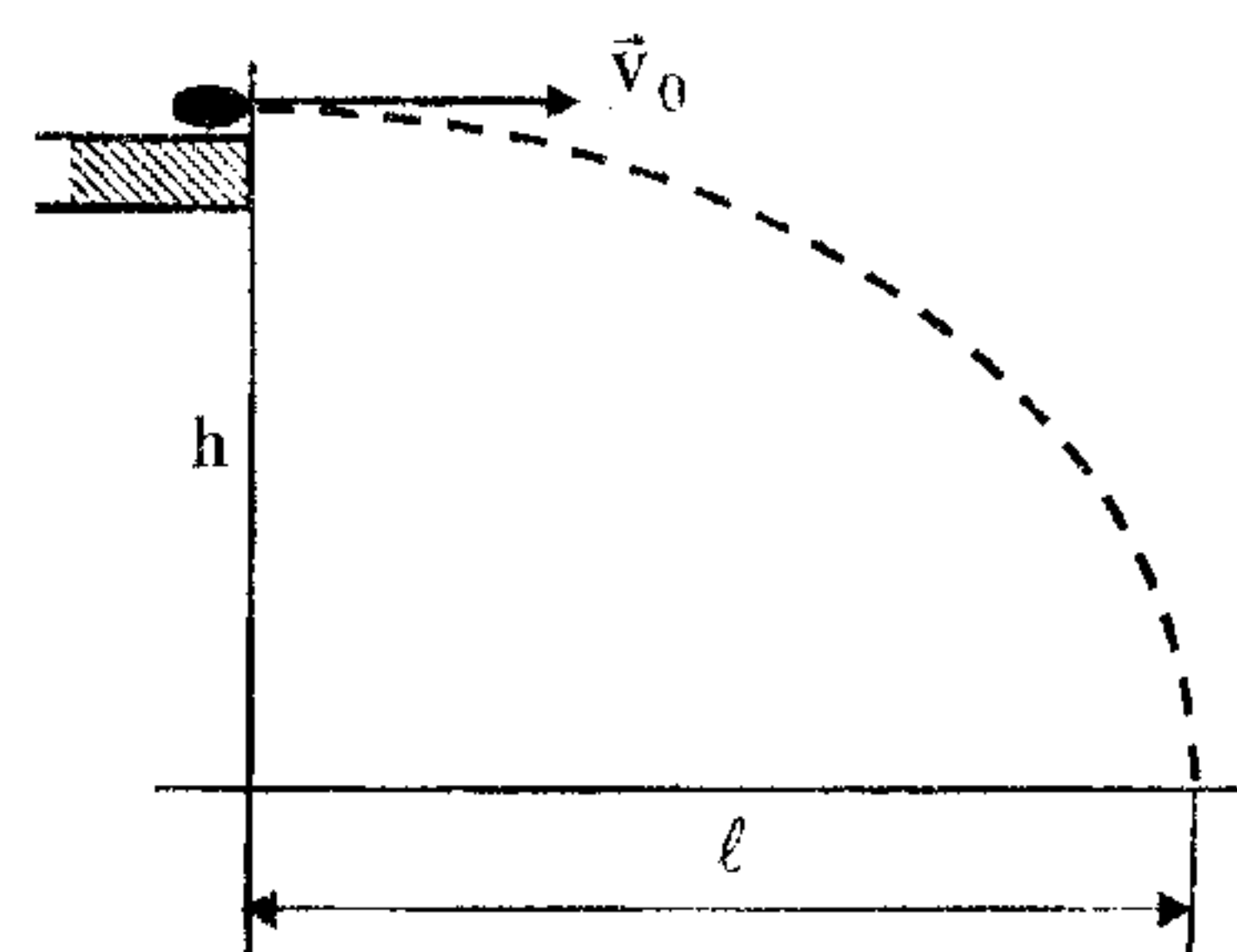
(1) және (2)-ден  $\frac{L - \Delta L}{L} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$ . (3) Енді  $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$  қатынасын сағатсыз табу керек. Ол үшін шарикті сызба жазықтығында да сызба жазықтығына перпендикуляр жазықтықта да бірдей тербелетіндей қозғалысқа келтіреміз. Сонда шарик қозғалыс бағыты өзгертін, сығылық эллипстік траектория сызып шығады. Енді тербелісі бастапқы бағытына сәйкес келгенге дейінгі жасалған N тербеліс санын анықтаймыз, сонда мына теңдікті жазуға болады

$$T_1(N+1) = T_2 N \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{N}{N+1}. \quad (4)$$

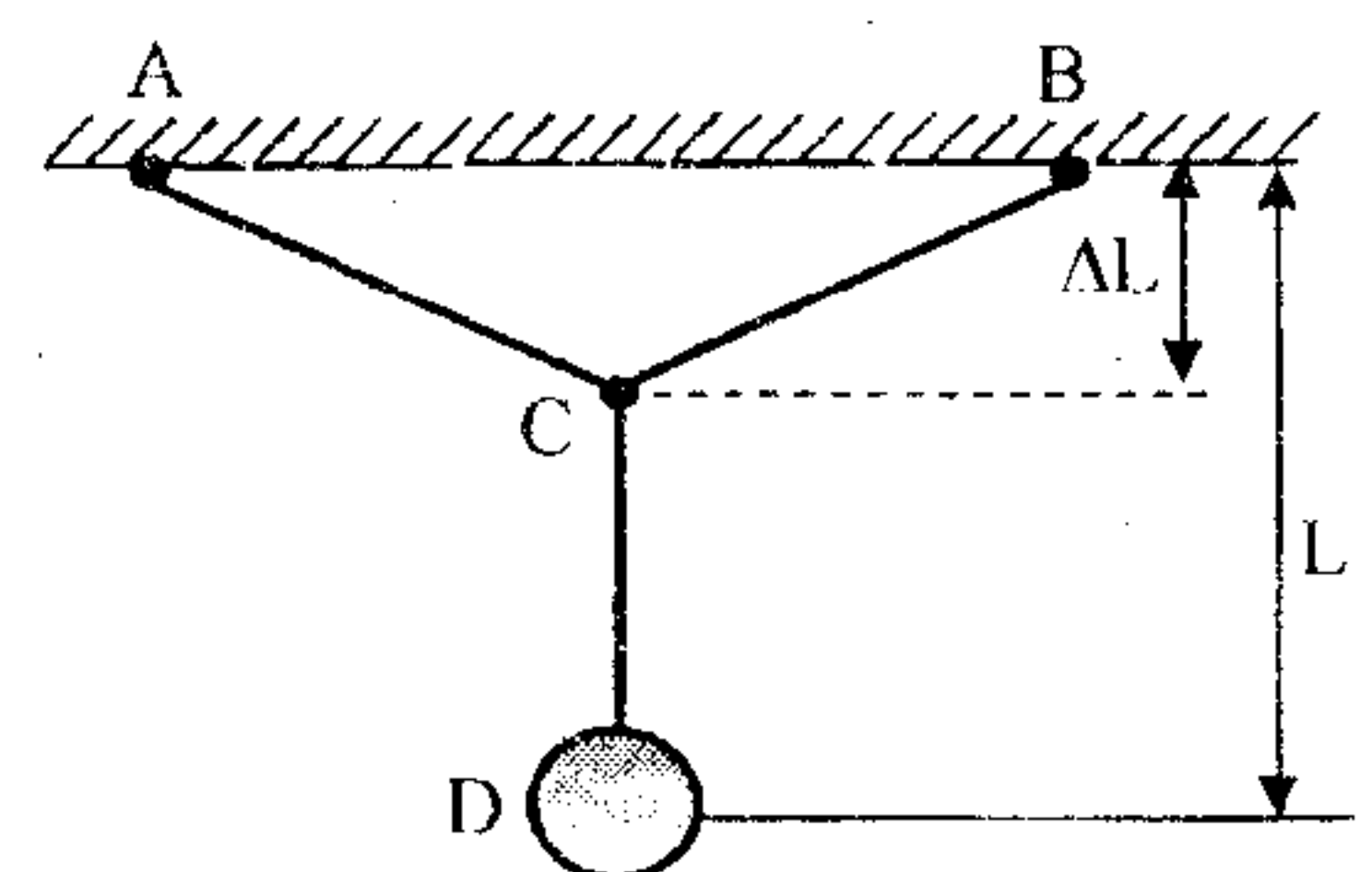
$$(3) \text{ және } (4)\text{-тен } \frac{L - \Delta L}{L} = \left(\frac{N}{N+1}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{\Delta L}{L} = 1 - \left(\frac{N}{N+1}\right)^2 \text{ немесе}$$

$$x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{2N+1}{(N+1)^2}.$$

$$\text{Жауабы: } x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{2N+1}{(N+1)^2}.$$



8.7-сурет



8.8-сурет

**8.16.** Бұрыс пішінді тастың тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Динамометр, тас, суы бар ыдыс (су тығыздығы белгілі).

**Орындалуы.** Тастың тығыздығын табу үшін оның  $m$  массасымен  $V$  көлемін білу керек, сонда

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Динамометр көмегімен тастың ауадағы және судағы салмағын өлшейміз, осы екі күштің айырымы  $F_A$  – Архимед күшіне тең, мұнда біз ауадағы тасқа әсер ететін Архимед күшін ескермейміз. Сонда, тастың көлемі

$$V = \frac{F_A}{\rho_0 g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g}, \quad (1)$$

мұндағы  $P_1$  – ауадағы,  $P_2$  – судағы тастың салмақтары;  $\rho_0$  – судың тығыздығы.

Екінші жағынан тас тығыздығы  $\rho = \frac{P_1}{gV}$ . (1)-ді ескерсек, онда

$$\rho = \frac{P_1 \rho_0 g}{g(P_1 - P_2)} \text{ немесе } \rho = \frac{P_1}{P_1 - P_2} \rho_0.$$

$$\text{Жауабы: } \rho = \frac{P_1}{P_1 - P_2} \rho_0.$$

**8.17\*.** Көлбеу науашамен қозғалған шарик үдеуінің көлбеулік бұрышына тәуелділігін зерттеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Муфтасы мен қысқышы бар штатив, науаша, шарик, өлшеу лентасы, көшірме қағаз, тіктеуіш, қағаз, бекіткіш.

**Орындалуы.** Үстелден біршама биіктікте тұрған штативке науашаны көлбеу бекітеміз. Көлбеу науашамен қозғалған шариктің үдеуін былай табамыз

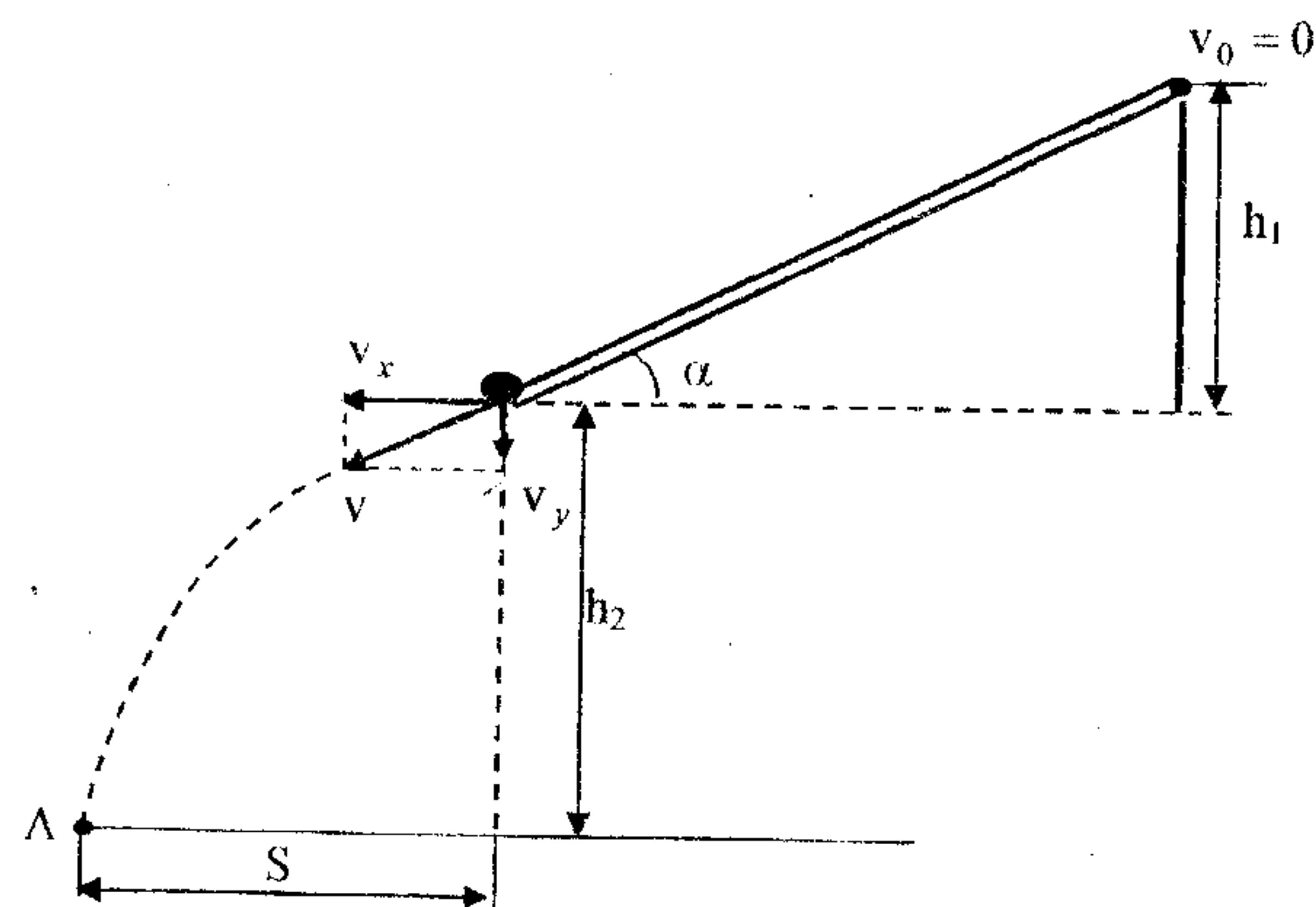
$$a = \frac{v}{t_2}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $v$  – көлбеу жазықтың ақырындағы шарик жылдамдығы;  $t_2$  – шариктің көлбеу жазықтықтан сырғанау уақыты, ол былай табылады

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}; \quad (2) \quad h_1 - \text{көлбеу жазықтықтың биіктігі (8.9-сурет)}.$$

Енді  $v$ -ны анықтау үшін, A нүктесіне көшірме қағаз қойып шариктің түсу қашықтығы  $S$ -ті өлшейміз. Сонда

$$S = v \cos \alpha \cdot t_2, \quad (3) \quad \text{мұндағы } t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}.$$



8.9-сурет

Демек, (3)  $v = \frac{S}{\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \cdot \cos \alpha}$ . (2) және (3)-ті ескерсек (1)-ден

$$a = \frac{Sg}{2 \cos \alpha \sqrt{h_1 h_2}}.$$

$\alpha$  бұрышын өзгерте отырып  $a$ -ның мәндерін есептеп табуға болады, осыдан  $a = f(\alpha)$  тәуелділігі анықталады.

Жауабы.  $a = \frac{Sg}{2 \cos \alpha \sqrt{h_1 h_2}}.$

**8.18. Цилиндр пішінді метал стаканның тығыздығын анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Метал стакан, сызғыш, суы бар стакан (су тығыздығы белгілі).

**Орындалуы.** Метал стакан жалған затының тығыздығы

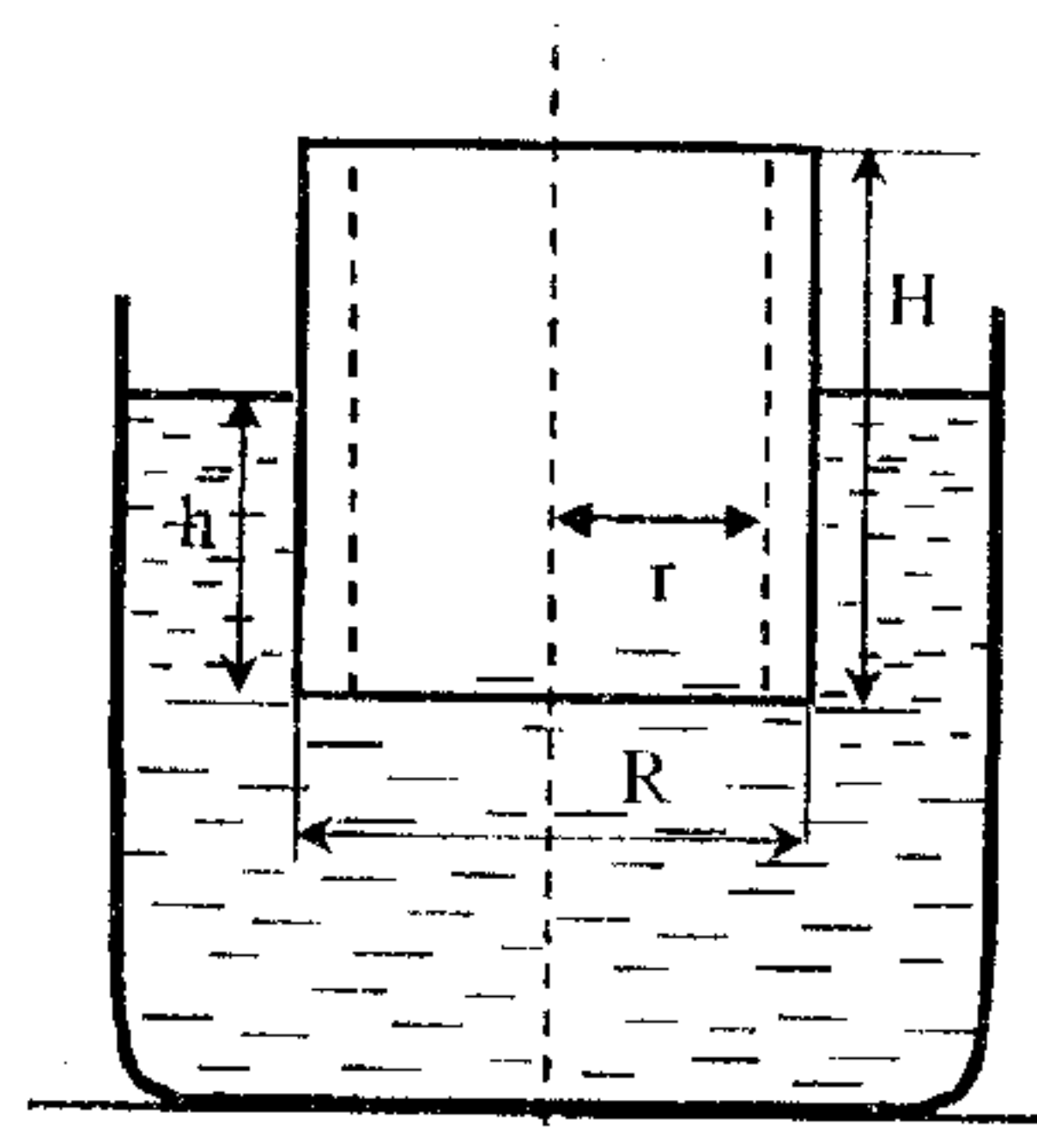
$$\rho = \frac{M}{V}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $M$  — стакан массасы;  $V$  — стакан көлемі.

Стакан цилиндр пішінді болғандықтан  $V = \pi H(R^2 - r^2)$ . (2)

Енді стаканды сулы ыдысқа жүзіп жүретіндей етіп саламыз (8.10-сурет), сонда

$$M = M_C = \rho_C \pi R^2 h, \quad (3)$$



8.10-сурет

(2) және (3)-ті ескерсек (1)-ден

$$\rho = \frac{\rho_C \pi R^2 h}{\pi(R^2 - r^2)H} = \rho_C \frac{R^2 h}{(R^2 - r^2)H}.$$

Жауабы:  $\rho = \rho_C \frac{R^2 h}{(R^2 - r^2)H}.$

**8.19. Белгісіз сұйықтық тығыздығын табыңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Тығыздығы белгісіз сұйық, тығыздығы белгілі сұйық ( $\rho_1$ ), өлшеуіш цилиндр, дианмометр, жүкше.

**Орындалуы.** Жүкшені алма кезек әртүрлі екі сұйыққа батырғанда оған әсер ететін Архимед күштерін анықтаймыз, сонда

$$F_1 = \rho_1 gV \text{ және } F_2 = \rho_2 gV. \quad (1)$$

Мұндағы  $\rho_2$  — белгісіз сұйық тығыздығы.

Ал, Архимед күштері дененің сұйықтағы және ауадағы салмақтарының айырымы арқылы табылады, яғни

$$F_1 = P - P_1 \text{ және } F_2 = P - P_2. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден белгісіз сұйықтың тығыздығы анықталады, сонда

$$\rho_2 = \frac{F_2}{gV} = \frac{F_2}{F_1} \rho_1 = \frac{P - P_2}{P - P_1} \rho_1; \quad \rho_2 = \frac{P - P_2}{P - P_1} \rho_1.$$

Жауабы:  $\rho_2 = \frac{P - P_2}{P - P_1} \rho_1.$

**8.20. Пластилин бөлігінің тығыздығын анықтаңдар. Судың тығыздығы белгілі деп есептеңдер.**

**Приборлар мен материалдар.** Пластилин бөлігі, сызғыш, цилиндр пішінді суы бар ыдыс, жіп.

**Орындалуы.** Пластилин бөлігінің тығыздығы  $\rho = \frac{M}{V_0}$  (1) формуласымен анықталады. Мұндағы:  $M$  — пластилин массасы;  $V_0$  — оның көлемі.

Пластилинді суға батырып, оның көлемі  $V_0$ -ны табамыз, сонда

$$V_0 = S(h_1 - h_0). \quad (2)$$

Мұндағы:  $h_0$  — судың бастапқы деңгейі;  $h_1$  — судың пластилин салғаннан кейінгі деңгейі.

Енді пластилин массасын табу үшін, оған суда жүзіп жүретіндей жағдай туғызамыз. Ол үшін пластилиннен «кеме» немесе қуыс шар жасаймыз, сонда

$$P = F_A \text{ немесе } Mg = \rho_C Vg.$$

Мұнда  $V = S(h_2 - h_0)$  болады (8.11-сурет).

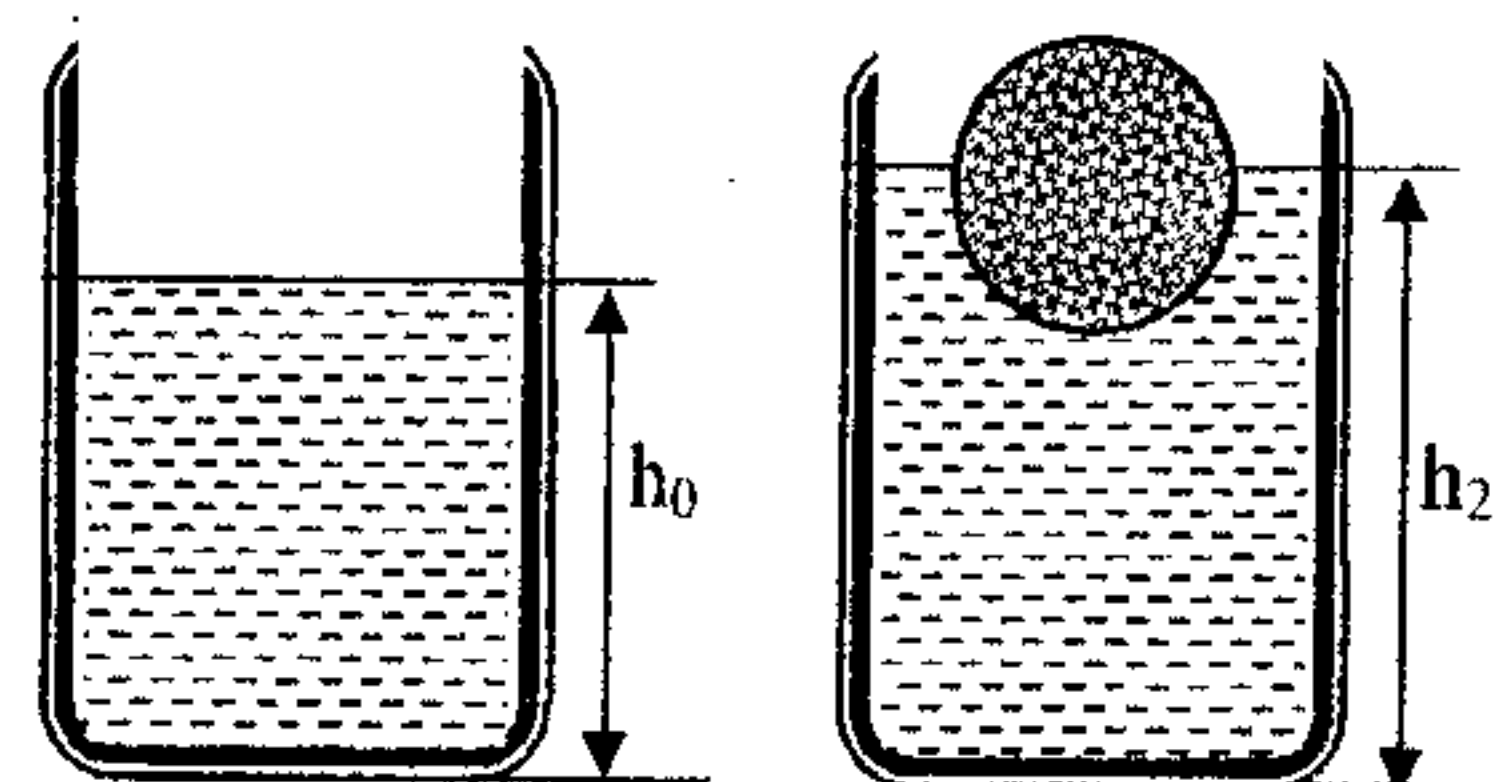
Демек,

$$Mg = \rho_c g S (h_2 - h_0). \quad (3)$$

(2) және (3)-ті ескерсек, (1)-

ден 
$$\rho = \frac{\rho_c (h_2 - h_0)}{(h_1 - h_0)}.$$

**Жауабы:** 
$$\rho = \frac{\rho_c (h_2 - h_0)}{(h_1 - h_0)}.$$



8.11-сурет

**8.21.** Берілген ағаш білеушенің тығыздығын анықтаңдар ( $\rho_c = 1 \text{ г/см}^3$  – су тығыздығы белгілі).

**Приборлар мен материалдар.** Ағаш білеуше, суы бар стакан, сызғыш.

**Орындалуы.** Ағаш білеушені суы бар стаканға саламыз (8.12-сурет).

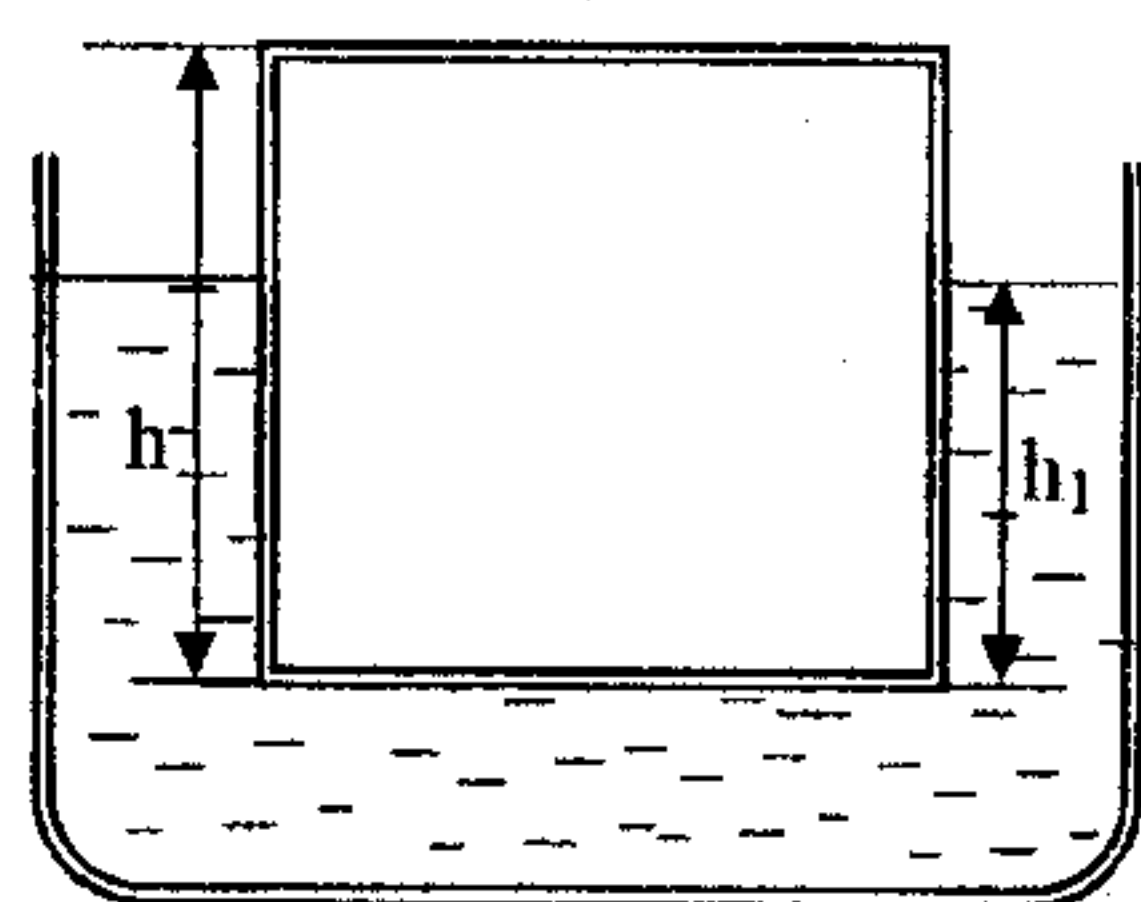
Ағаш білеуше суда жүзіп жүргендіктен

$$P = F_A \text{ немесе } mg = \rho_c V_1. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m$  – ағаш білеуше массасы;  $V_1$  – білеушенің суға батқан бөлігінің көлемі.

Демек,  $m = \rho S h$  және  $V_1 = S h_1$  болғандықтан

$$\rho S h g = \rho_c S h_1 g \Rightarrow \rho = \frac{\rho_c h_1}{h}.$$



8.12-сурет

**Жауабы:** 
$$\rho = \frac{\rho_c h_1}{h}.$$

**8.22.** Ағаш білеушенің және метал түйірлерінің тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Өлшеуіш ыдыс, ағаш білеуше, метал түйірлері, суы бар ыдыс,  $\rho_c = 1000 \text{ кг/м}^3$  (су тығыздығы).

**Орындалуы.** Өлшеуіш ыдысқа су құйып, оның  $V_0$  көлемін анықтаймыз. Енді ағаш білеушені суға салып, судың ағаш жүзіп жүрген кездегі  $V_1$  көлемін қайта табамыз. Темір түйіршектерін ағаш білеуше суға толық батқанша оның үстіне саламыз, осы кездегі жалпы көлем  $V_2$  болсын. Енді білеуше үстіндегі темір түйіршектерін суға тастаймыз, сонда темір түйіршегі, суға батқан ағаш білеуше және су көлемі  $V_3$ -ді белгілеп аламыз.

Енді ағаш білеушенің суға толық батқандағы және метал түйіршектерінің суға тасталғандағы тепе-теңдік шарттарын жазамыз,

сонда

$$\rho_\delta V_\delta = \rho_c V_{\delta\delta} \text{ және } \rho_m V_m + \rho_\delta V_\delta = \rho_c V_\delta.$$

Мұндағы:  $\rho_\delta$  – білеуше тығыздығы;  $\rho_m$  – метал тығыздығы;  $V_\delta$  – білеуше көлемі;  $V_{\delta\delta}$  – білеушенің суға батқан көлемі;  $V_m$  – метал көлемі.

Сонда

$$\rho_\delta = \frac{\rho_c V_{\delta\delta}}{V_\delta} \text{ және } \rho_m = \frac{\rho_c (V_\delta - V_{\delta\delta})}{V_m}.$$

Енді  $V_{\delta\delta} = (V_1 - V_0)$ ,  $V_\delta = (V_2 - V_0)$ ,  $(V_\delta - V_{\delta\delta}) = V_2 - V_1$  және  $V_m = (V_3 - V_1)$  екендігін ескерсек, онда

$$\rho_\delta = \rho_c \frac{(V_1 - V_0)}{(V_2 - V_0)} \text{ және } \rho_m = \rho_c \frac{(V_2 - V_1)}{(V_3 - V_1)}.$$

**Жауабы:** 
$$\rho_\delta = \rho_c \frac{(V_1 - V_0)}{(V_2 - V_0)}; \quad \rho_m = \rho_c \frac{(V_2 - V_1)}{(V_3 - V_1)}.$$

**8.23.** Майдың тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** U-пішінді түтік, сызғыш, құйғыш, су құйылған ыдыс, май құйылған ыдыс ( $\rho_c$  – су тығыздығы белгілі деп алыңдар).

**Орындалуы.** U тәрізді түтікке құйғышпен су құямыз, сонда олардағы су деңгейлері бірдей болады. Енді түтіктің бір сирағына май құямыз, сонда оның деңгейлері әртүрлі болады (8.13-сурет).

$h_m$  – майдың,  $h_c$  – судың деңгейлері.

AB деңгейлері бір көкжиек түзуінде жатқандықтан  $p_A = p_B$ . (1) Ал,

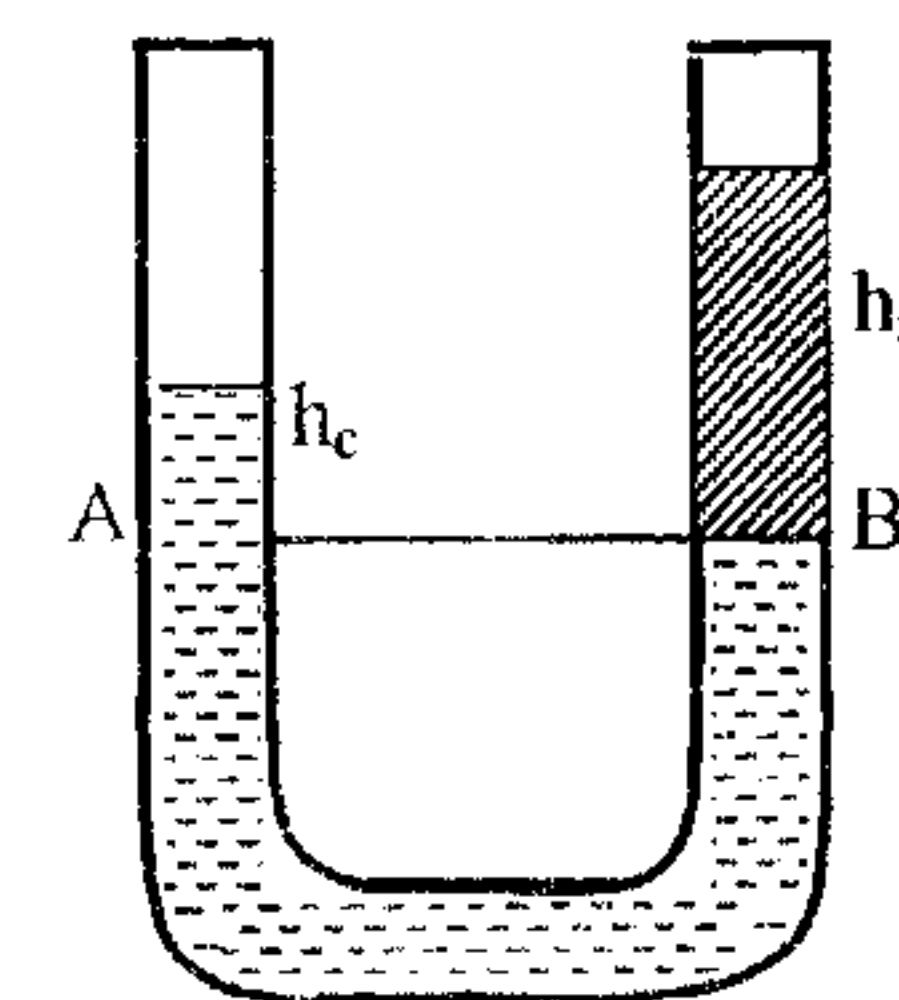
$$p_A = p_0 + \rho_c g h_c \text{ және } p_B = p_0 + \rho_m g h_m. \quad (2)$$

Мұндағы:  $p_0$  – атмосфералық қысым.

(2)-ні (1)-ге қойсақ,

$$p_0 + \rho_c g h_c = p_0 + \rho_m g h_m \Rightarrow \rho_m = \rho_c \frac{h_c}{h_m}.$$

**Жауабы:** 
$$\rho_m = \rho_c \frac{h_c}{h_m}.$$



8.13-сурет

**8.24.** Массалары бірдей екі пластилин бөлігінің бірінің ішінде метал бар. Металды пластилин ішінен алмай оның тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Пластилин бөліктері, таразы, суы бар стакан, штатив.

**Орындалуы.** Белгісіз металдың тығыздығын ( $\rho_m$ ) анықтау үшін оның массасы ( $m_m$ ) мен көлемін ( $V_m$ ) білу керек, сонда  $\rho_m = \frac{m_m}{V_m}$ . (1)

Металл массасы екі пластилин бөліктерінің массаларының айырымына, ал көлемі көлемдерінің айырымына тең, яғни

$$m_m = M_2 - M_1 \quad \text{және} \quad V_m = V_2 - V_1. \quad (2)$$

$M_2$  және  $M_1$  таразымен анықталады, ал  $V_2$  және  $V_1$  көлемдер былай табылады. Динамометрмен әрбір пластилиннің судағы  $P_1$  және  $P_2$  салмақтары және ауадағы салмақтары анықталады, сонда

$$V_1 = \frac{M_1 g - P_1}{\rho_0 g} \quad \text{және} \quad V_2 = \frac{M_2 g - P_2}{\rho_0 g}.$$

(1), (2) және (3) өрнектерінен

$$\rho_m = \frac{(M_2 - M_1)\rho_0 g}{(M_2 - M_1)g - (P_2 - P_1)},$$

мұндағы,  $\rho_0$  – су тығыздығы.

$$\text{Жауабы: } \rho_m = \frac{(M_2 - M_1)\rho_0 g}{(M_2 - M_1)g - (P_2 - P_1)}.$$

**8.25\*. Жүкше жасалған затының тығыздығын анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Цилиндр пішінді жүкше, динамометр, секундтық тілшесі бар сағат.

**Орындалуы.** Жүкшенің тығыздығын мына формуламен анықтауға болады

$$\rho = \frac{M}{V}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $M$  – жүкше массасы;  $V$  – оның көлемі.

Ал,  $M = \frac{P}{g}$ . Мұнда:  $P$  – динамометрмен өлшенген жүкше салмағы;

$V = \frac{\pi D^2 h}{4}$ ;  $D$  – цилиндр жүкшенің диаметрі;  $h$  – оның биіктігі.

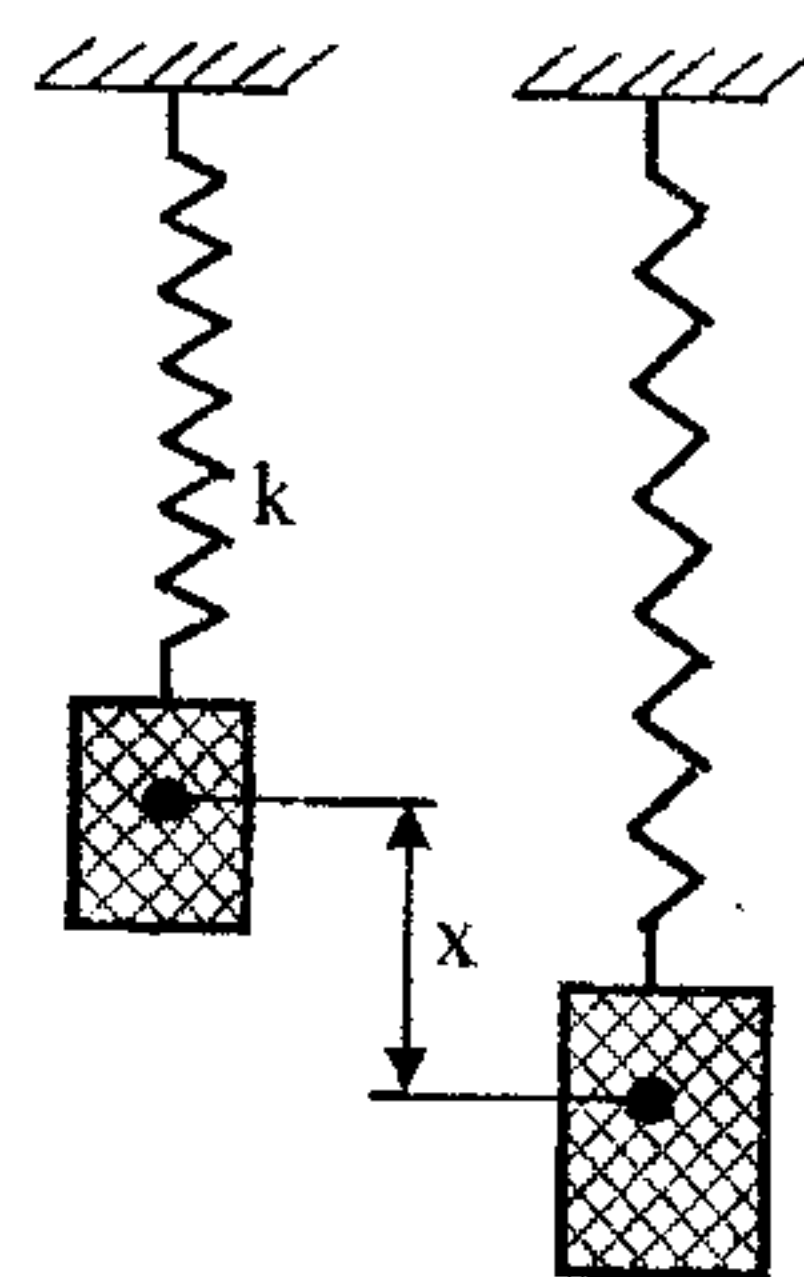
Сонда (1)-ден  $\rho = \frac{4P}{\pi D^2 h g}$ . (2)  $D$  және  $h$ -

ты өлшеуге бізге сызғыш берілмеген, сондықтан біз динамометрден сызғыш үлгісін жасап аламыз. Ол үшін динамометрдің ұшына жүкшені іліп, тербеліске келтіреміз (8.14-сурет). Сонда, оның

тербеліс периоды  $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ . Мұндағы

$k = \frac{Mg}{x}$  екендігін ескерсек, онда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} \Rightarrow x = \frac{T^2 g}{4\pi^2}. \quad (3)$$



8.14-сурет

Осы х-созылу сызғыш үлгісі болады, өйткені оның сан мәнін есептеп табуға болады, сонда  $D = \pi x$ , ал  $h = \pi x$  болса, онда  $\rho = \frac{256P\pi^5}{m^2 g^4 T^6}$ .

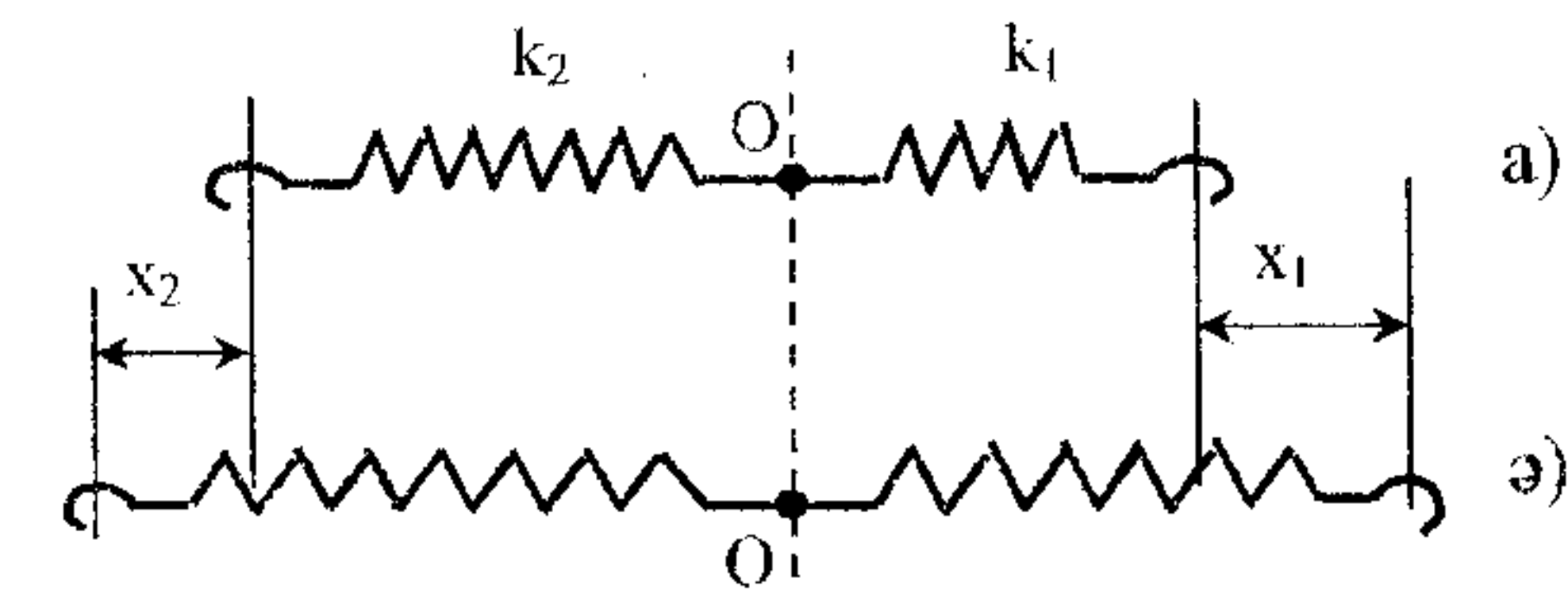
$$\text{Жауабы: } \rho = \frac{256P\pi^5}{m^2 g^4 T^6}.$$

**8.26. Екі серіппенің қатандықтарының қатынасын анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Екі серіппе, ақ қағаз, қалам.

**Орындалуы.** Екі серіппенің ұштарын косып, қосылған нүктені қағаз бетінде белгілейміз (8.15,а-сурет). Енді серіппенің бос ұштарын  $F$  күшпен созайық (8.15,ә-сурет), сонда екі серіппеге де әсер ететін күштер шамасы бірдей болғандықтан

$$k_1 x_1 = k_2 x_2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{x_1}{x_2}.$$



8.15-сурет

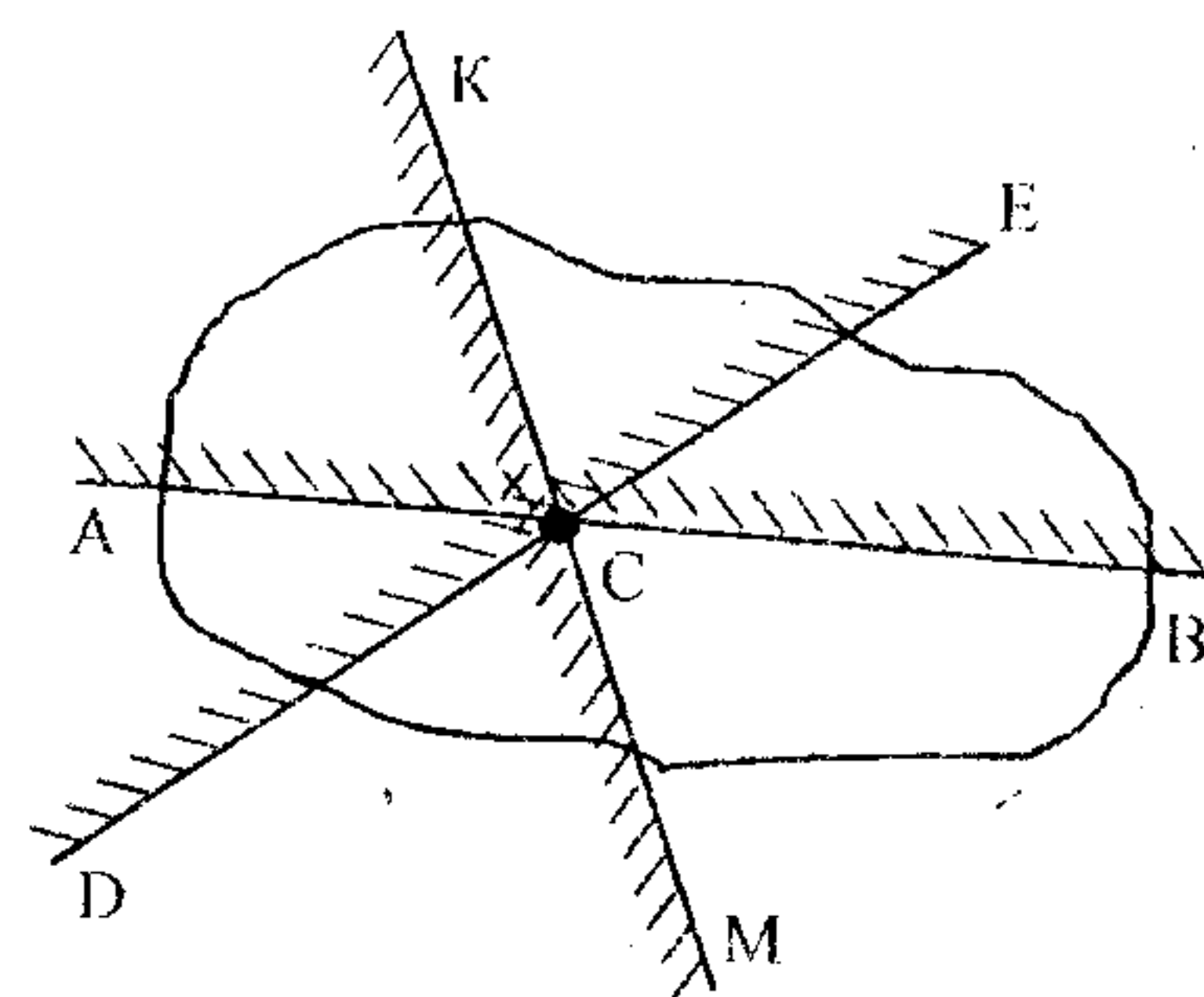
Тәжірибені бірнеше рет қайталап  $\frac{k_2}{k_1}$ -қатынасының орташа мәнін табу керек.

$$\text{Жауабы: } \frac{k_2}{k_1} = \frac{x_1}{x_2}.$$

**8.27. Жазық фигураның салмағын анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Жазық фигура, сызғыш, массасы белгілі ( $m_0$ ) гир.

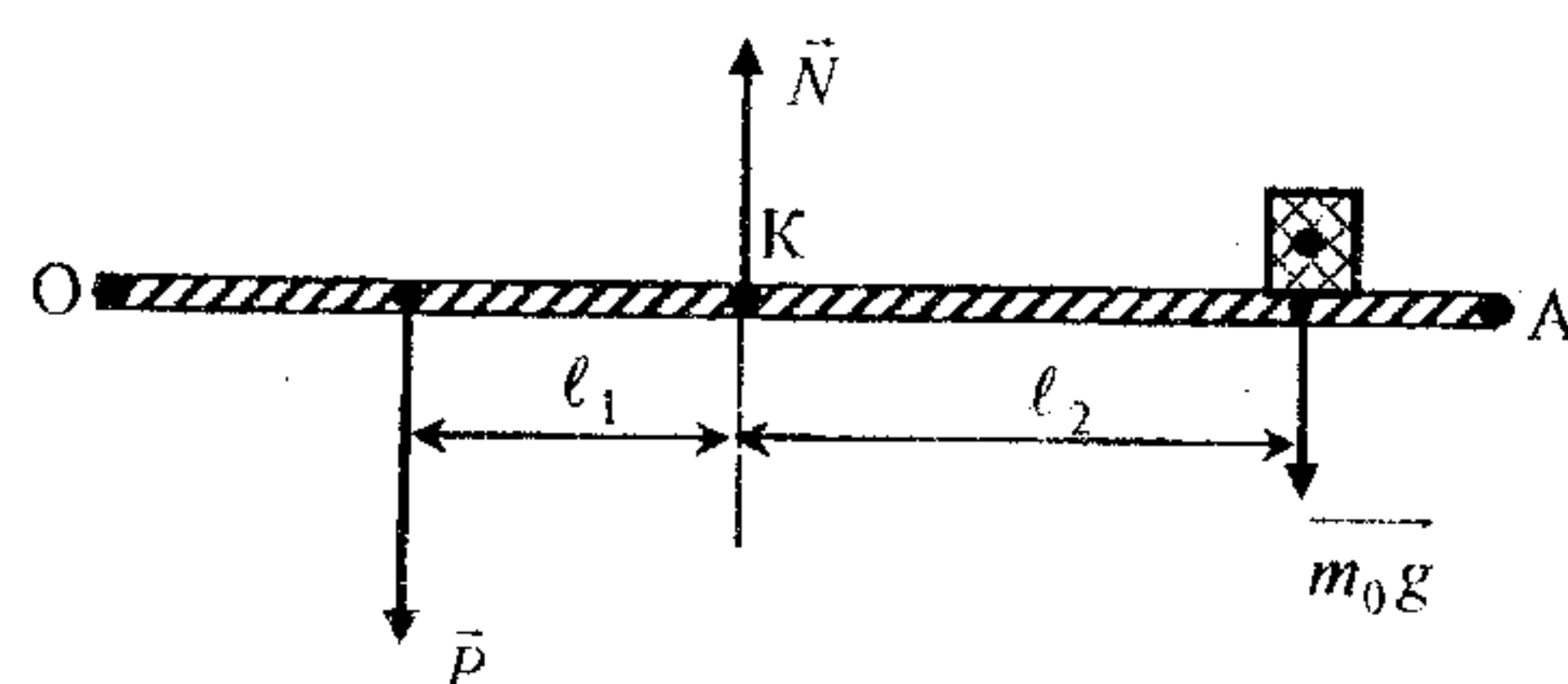
**Орындалуы.** Әуелі жазық фигураның масса центрін табамыз. Ол үшін фигураны үстел шетіне тепе-теңдік шарты орындалатындай орнатамыз (8.16-сурет). Енді үстел ернеуімен АВ түзуін сыза-мыз. Екінші ретте басқа бағытта тепе-теңдікте орнатып, DE түзуін саламыз. Сонда екі түзудің қиылысу нүктесі С фигураның масса центрі болып табылады. Енді С нүктесінен өтетін әйтеуір бір МК түзуін саламыз. Фигураны үстел қырасына (К нүктесіне) қойып, гирмен теңестіреміз.



Бұл жағдай қырынан қарағанда 8.17-суретте көрсетілген. Мұндағы:  $P$  – фигура салмағы;  $(m_0g)$  – гирдің салмағы;  $K$  – үстел қыры отетін түзудегі тірек нүктесі;  $\ell_1$  – фигура салмақ күшінің иіні;  $\ell_2$  – гир салмақ күшінің иіні;  $N$  – реакция күші.

К нүктесіне салыстырғанда  
тепе-теңдік шартын жазсак, онда

$$P\ell_1 = m_0 g \ell_2 \Rightarrow P = \frac{\ell_2}{\ell_1} m_0 g.$$



### 8.17-сурет

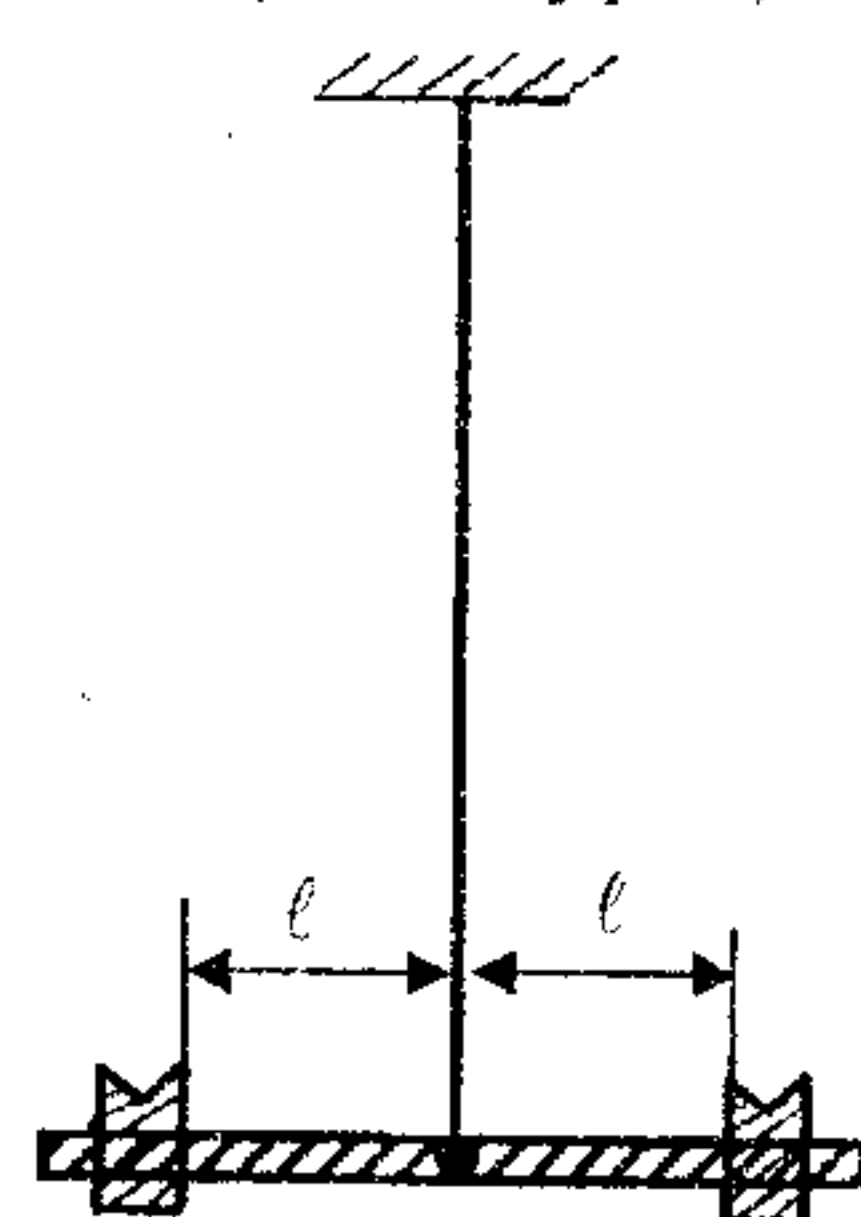
**Жауабы:**  $P = \frac{\ell_2}{\ell_1} m_0 g$ .

**8.28.** Бұралмалы маятниктің тербеліс периодының, жүктерге дейінгі арақашықтықта тәуелділігін зерттендер.

**Приборлар мен материалдар.** Ұзындығы шамамен 0,5 м жіңішке сым, ұзындығы шамамен 0,2 м тоқушы ілмегі, 2 қысқыш, сағат, сызғыш, штатив.

**Орындалуы.** Жіңішке сымның бір ұшын штативке бекітіп, екінші ұшын тоқушы ілмегінің тең ортасына қосамыз (8.18-сурет).

Ілмектің екі ұшына екі қысқышты қосып бұралмалы маятник жасаймыз. Енді маятникті азғана бұрышка бұрып, оның тербеліс периодын анықтаймыз.  $\ell$ -ді өзгерте отырып маятник периодын бірнеше рет табамыз. Алынған мәндер бойынша  $T = f(\ell)$  тәуелділігінің графигін саламыз, қорытынды жасаймыз.

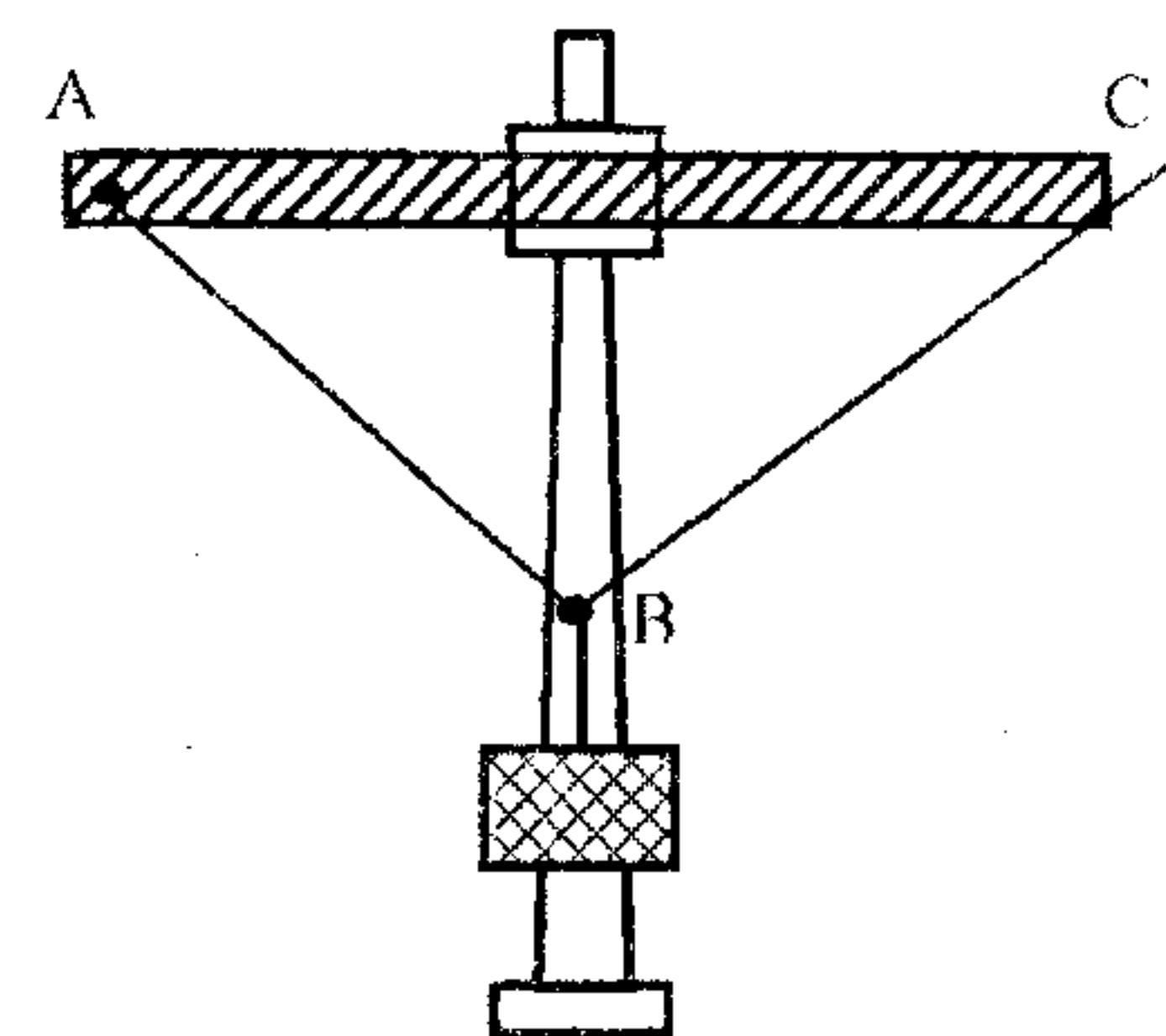


### 8.18-сүрөт

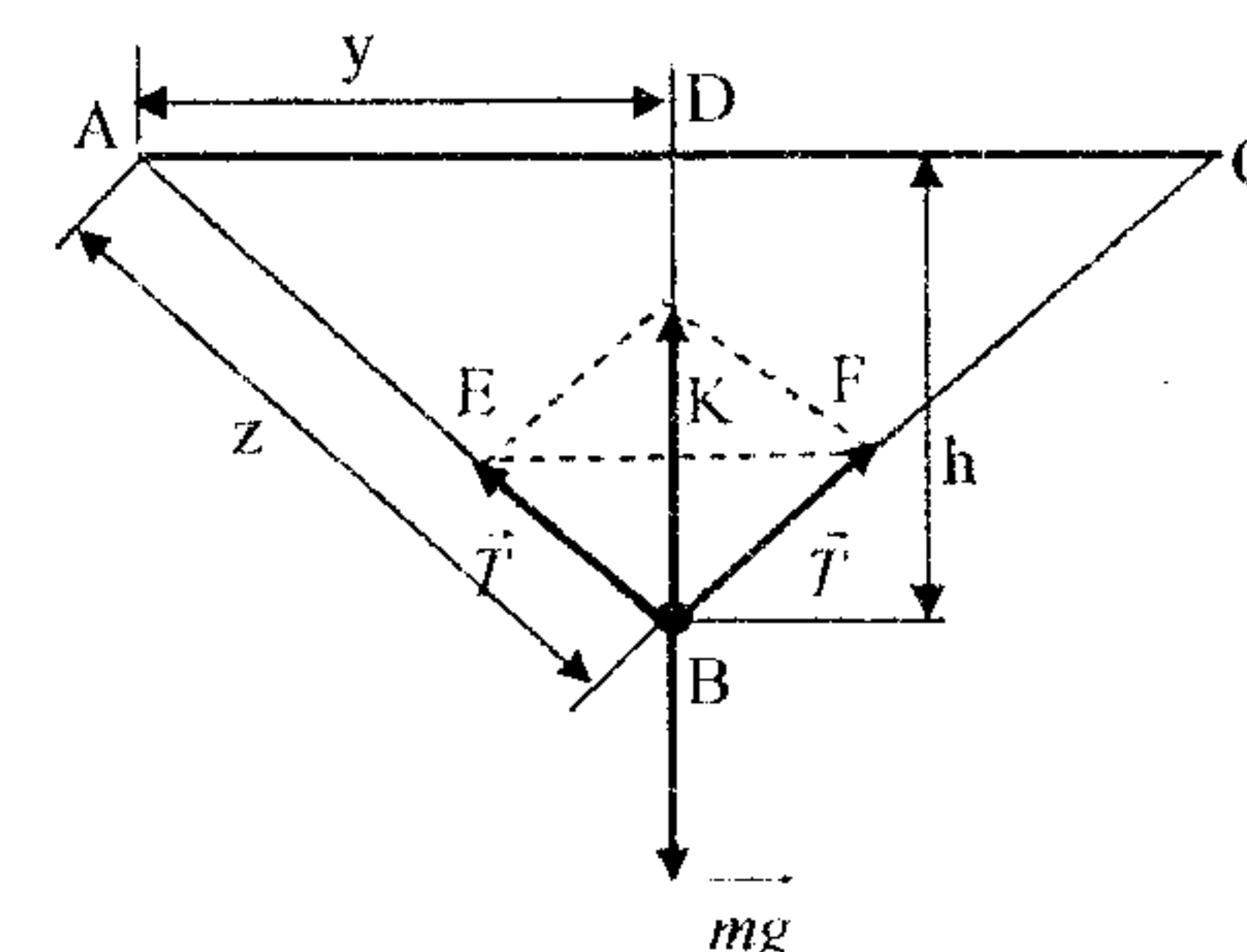
8.29. Жіптің үзілу күші  $T$ -ны анықтаңдар ( $m g < T$ ).

**Приборлар мен материалдар.** Шамамен ұзындығы  $\ell = 50$  см қарғаш, жіп немесе жіңішке сым, сызғыш, массасы белгілі жүк, штатив.

**Орындалуы.** Қарғашты штативке бекітеміз де, оның А ұшына жіпті байлаймыз (8.19-сурет). Сонда жіптің С ұшын қозғау арқылы Т керілу күшін реттеп отыруға болады.



### 8.19-сүрөт



8.20-супер

Ал, В нүктесіне массасы белгілі жүкті ілеміз. ABD және EBK үшбұрыштарын қарастырайық (8.20-сурет). Бұлар ұқсас үшбұрыштар, демек  $\frac{AB}{DB} = \frac{EB}{KB}$ . Мұнда  $AB = z$ ,  $DB = h$ ,  $|EB| = T$ ,  $|KB| = \frac{mg}{2}$ . Онда  $\frac{z}{h} = \frac{2T}{mg} \Rightarrow T = \frac{mgz}{2h}$ . Ал  $z = \sqrt{y^2 + h^2}$  екендігін ескерсек  $T = \frac{mg}{2h} \sqrt{y^2 + h^2}$ . у және h мәндерін сызғыш пен өлшеп алуға болады.

**Жауабы:**  $T = \frac{mg}{2h} \sqrt{y^2 + h^2}$ .

**8.30. Берілген жіптің беріктігін анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Массасы белгілі жүктер жиыны, транспортир, штатив, жіп.

**Орындалуы.** Массасы белгілі жүкті жіпке байлап, штативке ілеміз. Енді жүкті белгілі бір бұрышқа ауытқытып қайта жібереміз. тепе-теңдік қалыптан өткенде жіп үзілетін жағдайға дейін бұрышты арттыра береміз. Айталық  $\varphi_0$  бұрышында жіп үзілсін дейік, осы кезде жіптің беріктігін анықтайтын  $F$  күшін табайық. Ол үшін 8.21-суретті пайдаланамыз.

Жүктің тепе-теңдік қалыптан өткен мезеті үшін Ньютонның екінші заңын жазайық, сонда

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}.$$

Тік өс бойымен проекцияласак

$$ma = F - mg \Rightarrow F = mg + ma, \quad (1)$$

ал  $a = \frac{v^2}{\ell}$ , онда  $F = m \left( g + \frac{v^2}{\ell} \right)$ . (2) Мұндағы:  $a$  – центрге тартқыш үдеу.

$v$ -ны анықтау үшін энергияның сақталу заңын пайдаланамыз, сонда

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh,$$

ал геометриялық түрлендірулерді пайдалансақ  $h = \ell(1 - \cos \varphi_0)$ , демек

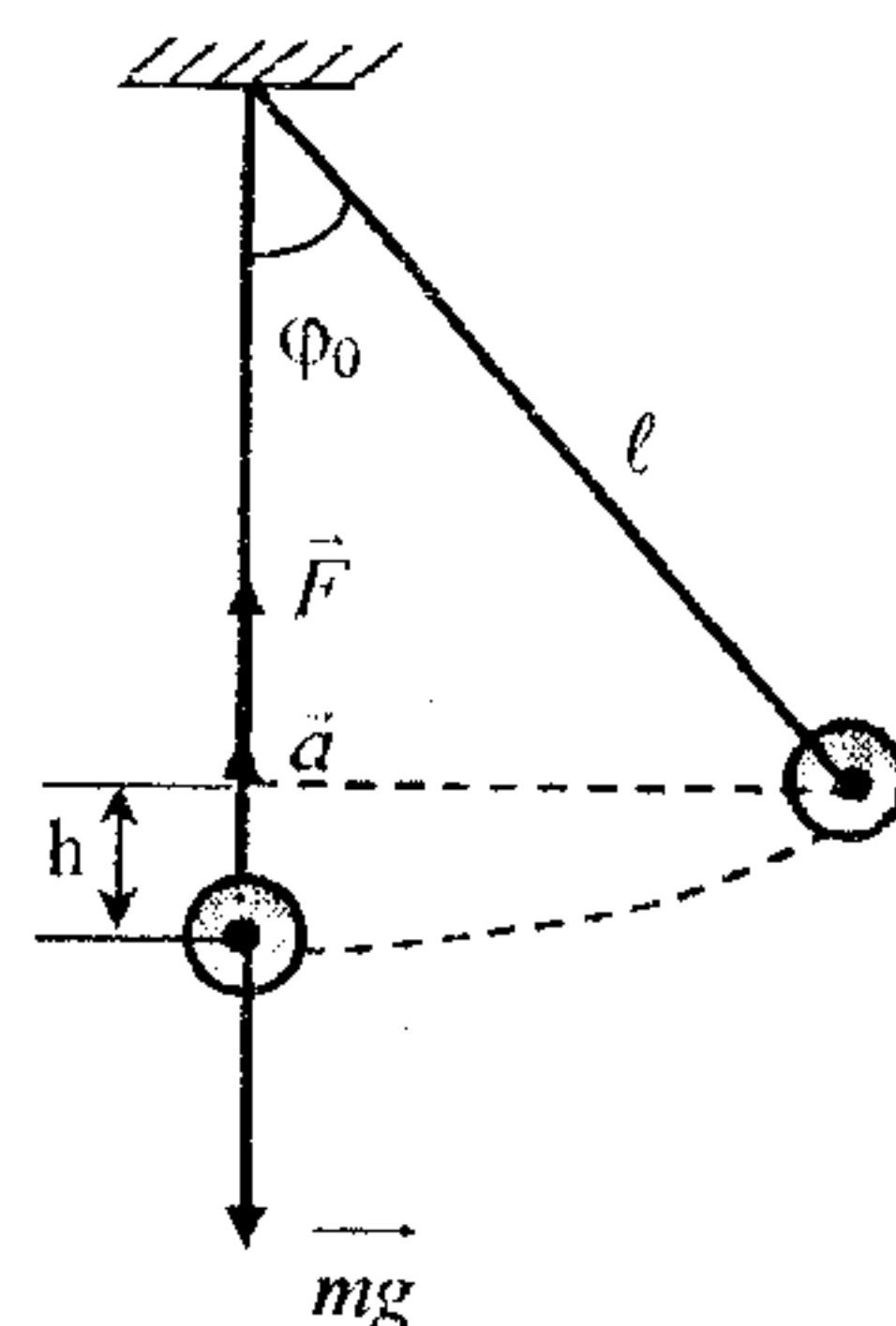
$$v^2 = 2g\ell(1 - \cos \varphi_0). \quad (3)$$

(3)-тің мәнін (2)-ге қойсақ

$$F = m \left( g + \frac{2g\ell(1 - \cos \varphi_0)}{\ell} \right) \text{ немесе}$$

$$F = mg(3 - 2 \cos \varphi_0).$$

**Жауабы:**  $F = mg(3 - 2 \cos \varphi_0)$ .



8.21-сурет

### 8.31. Резеңке баудың қатандығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Қысқыштары бар екі штатив, резеңке бау, массасы белгілі жүктер, сызғыш.

**Орындалуы.** Резеңке баудың  $\ell_0$  ұзындығын өлшеп, оны екі штативке ұштарынан көкжиек бағытында іліп қоямыз. Енді оның ортасына массасы белгілі бір жүкті ілеміз (8.22-сурет).

Сонда жүйенің тепе-теңдік шартынан (у өсі бойымен)

$$mg - F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha = 0. \quad (1)$$

Симметрия шартынан

$$F_1 = F_2 = F.$$

Онда (1)-ден

$$mg - F \cos \alpha - F \cos \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg - 2F \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

$F$  күші серпінділік күші, де-

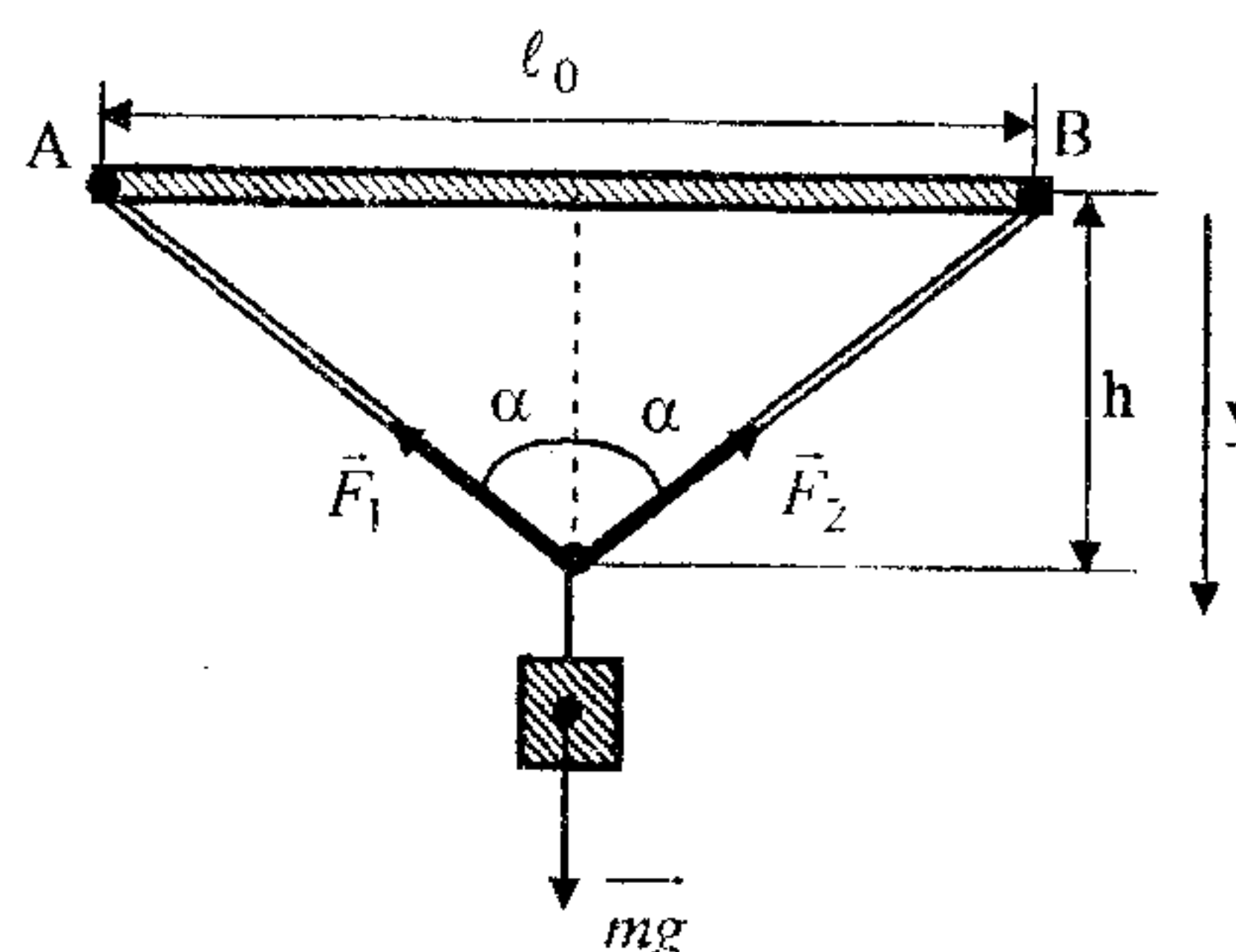
мек  $F = kx$ , (3) мұндағы

$$x = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell_0}{2} \text{ немесе } x = \frac{\ell - \ell_0}{2}. \quad (4)$$

Екінші жағынан (8.22-сурет)  $\cos \alpha = \frac{2h}{\ell}$ . (5)

(3), (4) және (5)-ті ескерсек (2)-ден

$$mg = 2k \cdot \frac{(\ell - \ell_0)}{2} \cdot \frac{2h}{\ell} \Rightarrow k = \frac{mg\ell}{2(\ell - \ell_0)h}.$$



8.22-сурет

**Жауабы:**  $k = \frac{mg\ell}{2(\ell - \ell_0)h}$ .

### 8.32. Білеушенің массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Өлшеу шегі 4Н динамометр, салмағы 4Н артық білеуше, штатив, сызғыш, жіп.

**Орындалуы.** Жүкті штативке іліп қойып, оны көкжиек бағытында динамометрмен тартамыз (8.23,а-сурет).

Суреттен көрінгендей

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{h}. \quad (1)$$

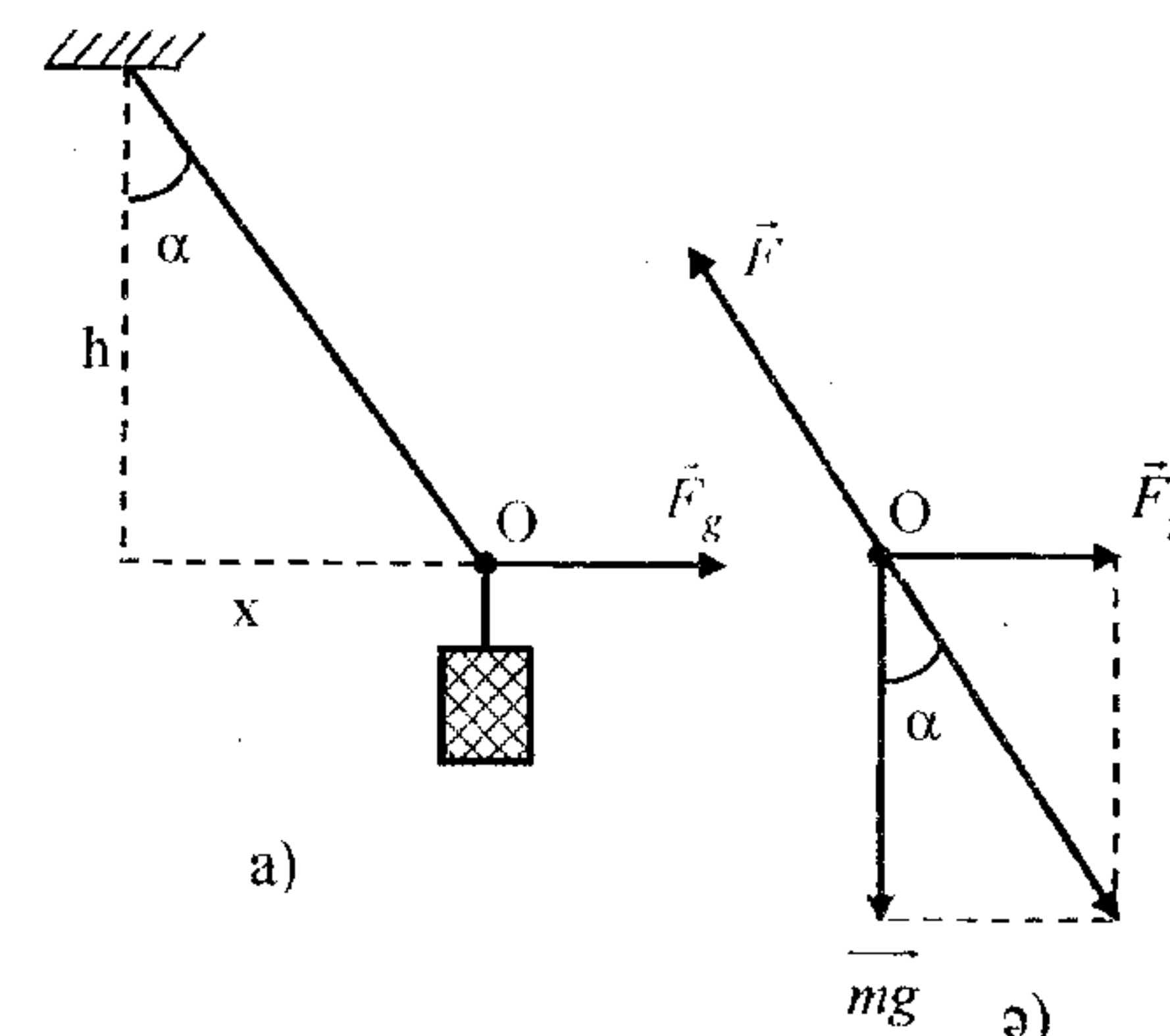
Енді жүкке әсер ететін күштерді анықтайық (8.23, ә-сурет). Сонда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_g}{mg}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден

$$\frac{x}{h} = \frac{F_g}{mg} \Rightarrow m = \frac{F_g h}{gx}.$$

**Жауабы:**  $m = \frac{F_g h}{gx}$ .



8.23-сурет

### 8.33. Салмағы динамометрдің өлшеу шегінен екі еседен артық емес дененің массасын табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Динамометр, салмағы динамометрдің өлшеу шегінен екі еседен артық емес дене, жіп.

**Орындалуы.** Берілген денені жіпке байлап, оның бір ұшын динамометр серіппесінің ортасына байлаймыз да динамометрдің көрсетуін анықтаймыз, сонда

$$F = \frac{mg}{2}. \quad (1)$$

$mg \leq 2F$  шарты орындалғанда ғана (1) теңдік дұрыс болады, осыдан

$$m = \frac{2F}{g}.$$

**Жауабы:**  $m = \frac{2F}{g}$ .

### 8.34. Белгісіз дененің массасын ауада және суда анықтаңдар.

Масса өзгерісі бола ма? Болса себебін түсіндіріңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Серіппе, суы бар ыдыс, секундомер, массасы белгілі дене, массасы белгісіз дене, жіп.

**Орындалуы.** Серіппеге массасы белгілі жүкті іліп серіппелі

маятник жасаймыз. Енді маятникті тербеліске келтіріп, серіппе катандығын табамыз, сонда

$$k = \frac{4\pi^2 m_0}{T_1^2}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m_0$  – дене массасы;  $T_1$  – период,  $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$ .

Енді серіппеге массасы белгісіз жүкті іліп оның тағы да  $T_2$  периоды анықталады, сонда  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_a}{k}}$ . (1)-ді және  $T_2 = \frac{t_2}{n_2}$  екенді-

гін ескерсек, онда  $m_a = \frac{n_2^2 t_1^2}{n_1^2 t_2^2} m_0$ . (2)  $m_a$  – белгісіз дененің ауадағы массасы.

Енді осындай тәсілмен белгісіз дене массасы  $m_c$  судағы массасын анықтаймыз. Сонда,

$$m_c = \frac{n_4^2 t_3^2}{n_3^2 t_4^2} m_0. \quad (3)$$

(1) және (3)-тің табылған мәндерін салыстыру арқылы ( $m_a - m_c$ ) өзгерісін табамыз, сонда  $m_a - m_c = m_0 \left( \frac{n_2^2 t_1^2}{n_1^2 t_1^2} - \frac{n_4^2 t_3^2}{n_3^2 t_4^2} \right)$ . Бұл өзгеріс судағы Архимед күшінің ауадағы Архимед күшінен көп болуымен түсіндіріледі.

**8.35.** Білеушенің А нүктесіне түсіріліп, О нүктесінен аударып жіберуге болатын табанына параллел күшті анықтандар (8.24-сурет).

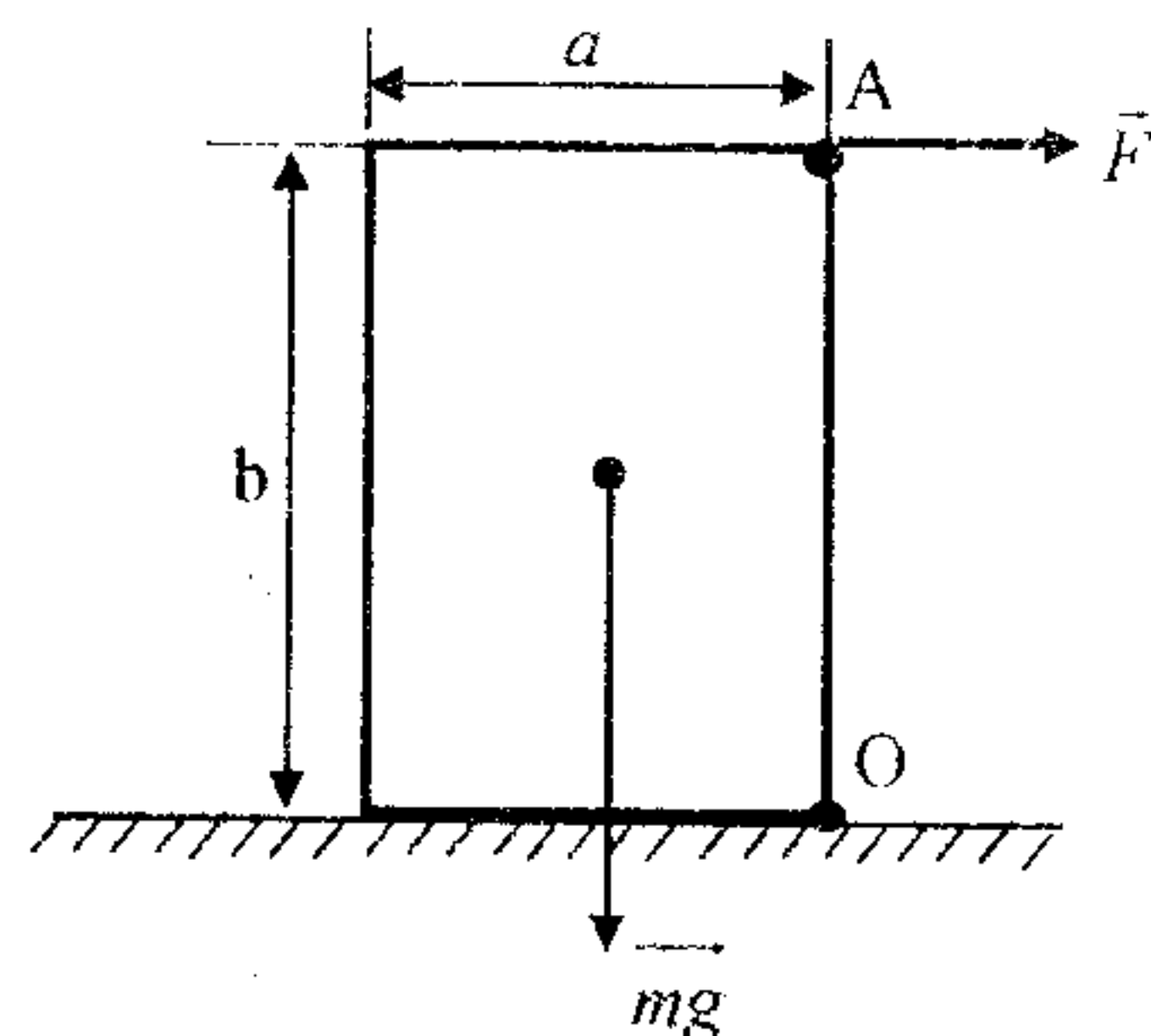
**Приборлар мен материалдар.** Массасы белгілі ағаш білеуше, сызғыш.

**Орындалуы.** Әуелі білеушенің табыны мен биіктіктерінің өлшемдерін анықтаймыз, сонда  $a$  және  $b$  болсын. Егер білеушені  $F$  күшімен тартағын болсақ, білеуше О нүктесінен АО кабырғасымен айналып бұрыла бастайды (8.25-сурет).

Алғашқы жағдайдағы білеушенің тепе-теңдік шартынан

$$F \cdot b = mg \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow F = \frac{mga}{2b}. \quad (1)$$

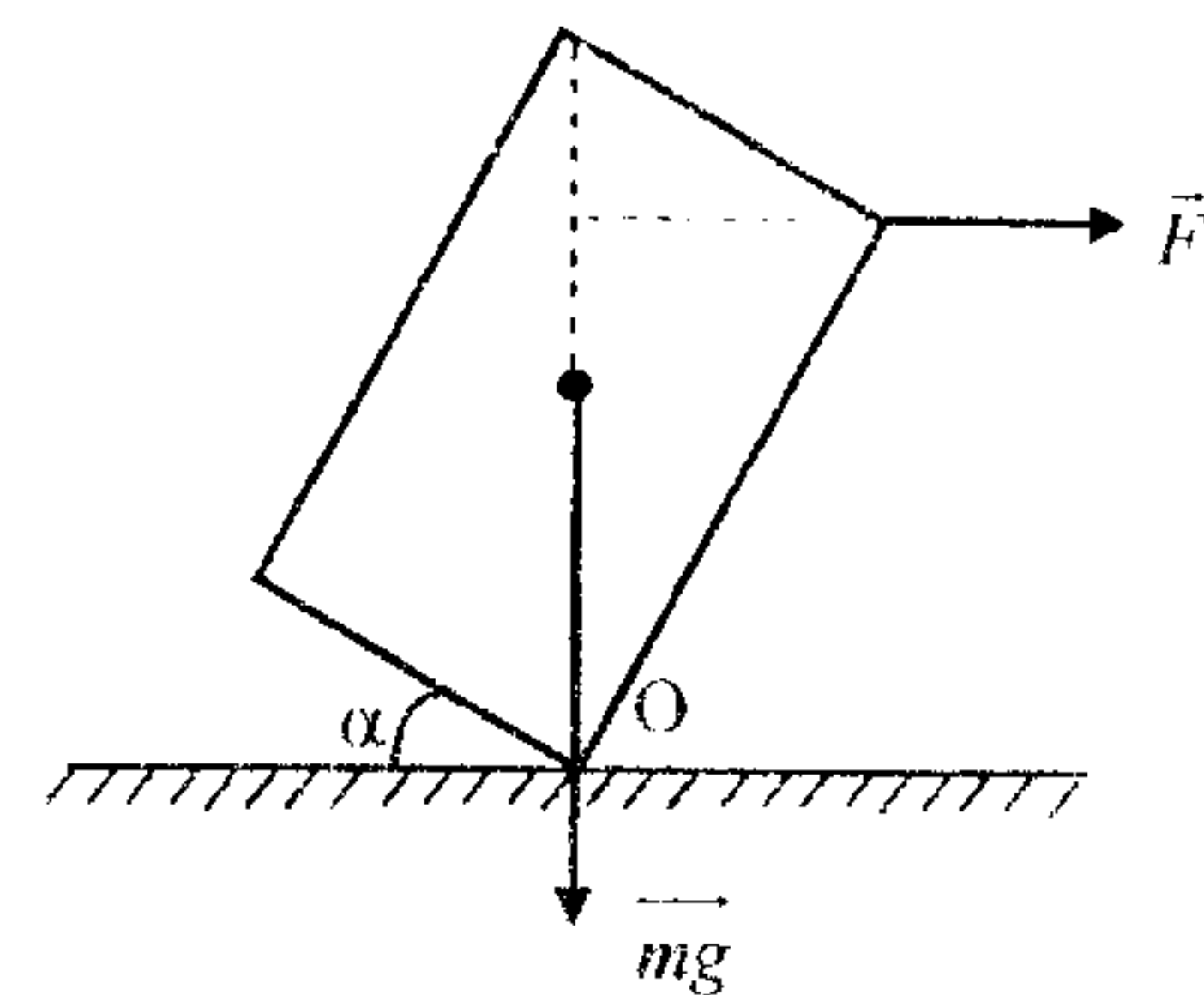
Енді білеуше О нүктесінен айнала



8.24-сурет

бастаған жағдайдың кез келгеніндегі  $F$  күштің мәні (1)-мен анықталатын күштің алғашқы жағдайындағыдан кем болады, расында да 8.25-суретте білеушенің құлау басталған жағдайының  $\alpha$  – ең үлкен мәнінің біртіндеп кеміп нөлге ұмтылатындығы, демек  $F$  күшінің нөлге теңелетіндігін көруге болады.

$$\text{Жауабы: } F = \frac{mga}{2b}.$$



8.25-сурет

**8.36\*.** Үстелге түсетін доптың соққысын зерттендер:

- 1) Доптың максимал деформациясының түсу биіктігіне тәуелділік графигін салындар ( $x = f(H)$ );
- 2) Түрлі биіктіктен түскен доптың соғылу уақытын бағаландар;
- 3) Доп ішіндегі ауа қысымын есептендер.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы  $M = 0,175$  кг доп, 10 парак ақ қағаз, көшірме қағаз, миллиметрлік қағаз, өлшегіш сызғыш, штатив.

**Орындалуы.** 1) Допты түрлі  $H$  биіктіктен тастап, оның  $x$ -деформациясы өлшенеді.  $x$ -деформация көшірме қағаз арқылы табылады (8.26-сурет).

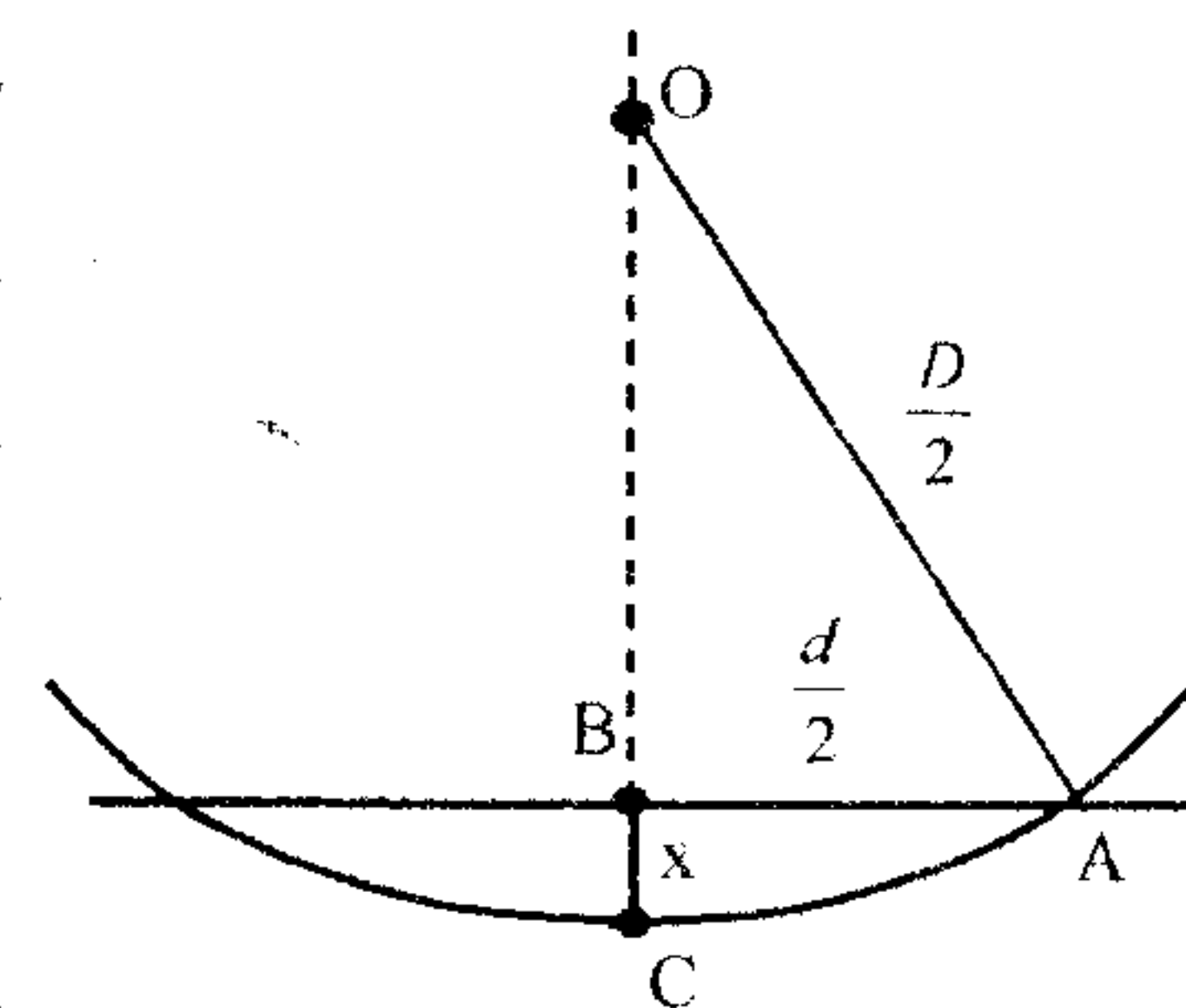
Мұндағы:  $OA = \frac{D}{2}$  – доп диаметрінің жартысы;  $AB = \frac{d}{2}$  – доп соққысы әсерінен көшірме қағазда қалған доп ізі диаметрінің жартысы;  $BC = x$  – деформация шамасы.

Доп  $H$  биіктен түскен кезде, соққыдан кейін тербеліс жасайды. Оны аз уақыттың серіппелі маятник деп қарастырсақ, энергияның сақталу заңынан

$$\frac{kx^2}{2} = mgH \Rightarrow x^2 = \frac{2mgH}{k} \text{ немесе } x^2 = A \cdot H, \quad (1)$$

мұндағы  $A = \frac{2mg}{k}$  – тұрақты шама.

(1) тәуелділігі деформация мен түсу биіктігі арасындағы байланысты береді, бұл параболалық сызық болып табылады.



8.26-сурет

2) Серіппелі маятниктің тербеліс периоды  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , ал соғылу уақыты  $\tau = \frac{T}{2}$ , демек  $\tau = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ . (2) Мұндағы:  $m$  – доп массасы;  $k$  – доп қатандығы;  $k$ -ны (1)-ден табуға болады. Сонда  $k = \frac{2mgH}{x^2}$ . (3)

х-ті табу үшін 8.26-суретті пайдаланамыз.  $\triangle OAB$  – тікбұрышты үшбұрышынан  $OA^2 = AB^2 + OB^2$  немесе  $\frac{D^2}{4} = \frac{d^2}{2} + \left(\frac{D}{2} - x\right)^2 = \frac{d^2}{2} + \frac{D^2}{4} - Dx + x^2 \Rightarrow x = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$ . (4)

(4)-ті және (3)-ті (2)-ге қойсақ  $\tau = \frac{\pi(D - \sqrt{D^2 - d^2})}{\sqrt{2gH}}$ .  $\tau$ -дің бірнеше

мәнін тауып  $\frac{x}{\sqrt{H}} = \text{const}$  екендігін көз жеткізуге болады, демек  $\tau$  әсерлесу уақыты  $H$  – түсу биіктігіне тәуелді болмайды екен.

3) Доп ішіндегі ауа қысымы  $p = \frac{F_c}{S}$  формуласымен анықталады. Мұндағы,  $S$  – доптың соққы кезінде қалдырған ізінің ауданы. Сонда  $p = \frac{kx}{S}$ . (5)  $S = \frac{\pi d^2}{2}$  және (3), (4)-ті ескерсек, онда (5) былай жазылды

$$p = \frac{8mgH(D - \sqrt{D^2 - d^2})}{\pi d^2 x^2}. \quad (6)$$

$$\frac{x}{\sqrt{H}} = B \text{ деп белгілесек, онда } p = \frac{8mg(D - \sqrt{D^2 - d^2})}{B^2 \pi d^2}.$$

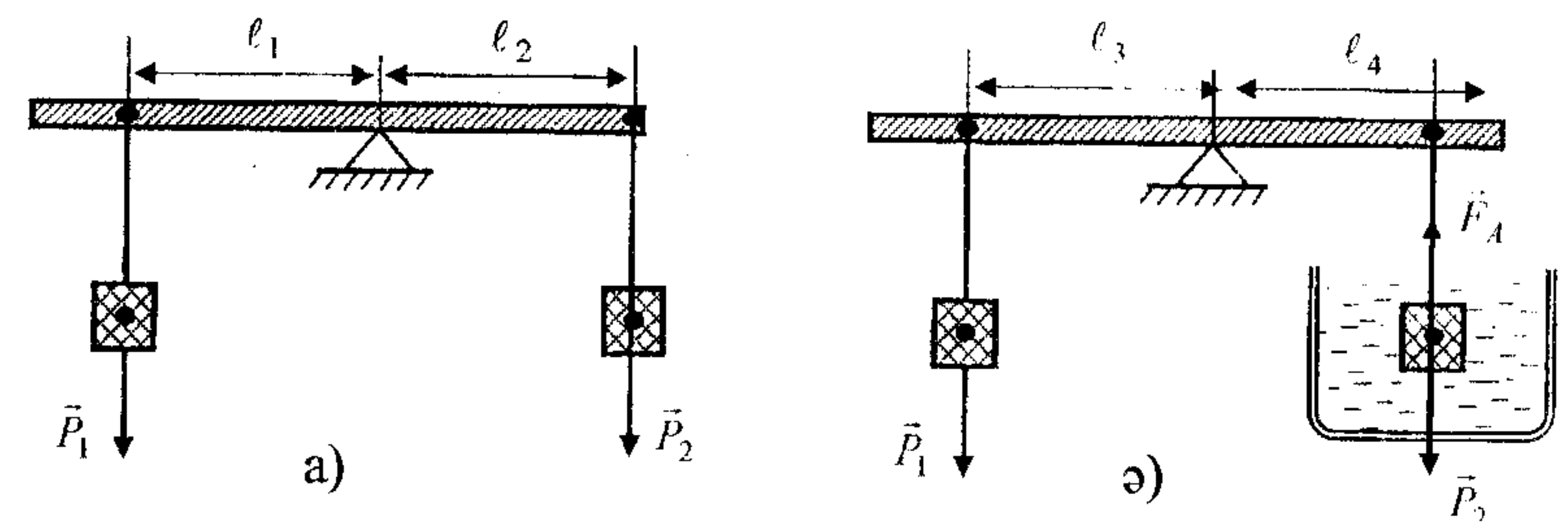
$$\text{Жауабы: } x^2 = \frac{2mgH}{k}; \tau = \frac{\pi(D - \sqrt{D^2 - d^2})}{\sqrt{2gH}}; p = \frac{8mg(D - \sqrt{D^2 - d^2})}{B^2 \pi d^2}.$$

8.37. Сұйық тығыздығының қатты дене тығыздығына қатынасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш, бір материалдан жасалған массалары белгісіз дене, тығыздығы белгісіз сұйық құйылған ыдыс, штатив, жіп.

**Орындалуы.** Әуелі сызғышты штативке бекітіп тепе-теңдік жағдайға келтіреміз. Енді оның ұштарына жүктерді іліп, қайта теңгереміз (8.27,а-сурет). Сонда тепе-теңдік шартынан

$$P_1 \ell_1 = P_2 \ell_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 \ell_1}{\ell_2}. \quad (1)$$



8.27-сурет

Енді  $P_2$  жүгін сұйыққа толық батырып, иіңтіректі қайта теңестіреміз (8.27,б-сурет), сонда

$$P_1 \ell_3 = P_3 \ell_4,$$

мұндағы  $P_3 = P_2 - \rho_c g V_2$  және  $V_2 = \frac{P_2}{\rho_k g}$ . Осы мәндерді (1)-ге қойсақ

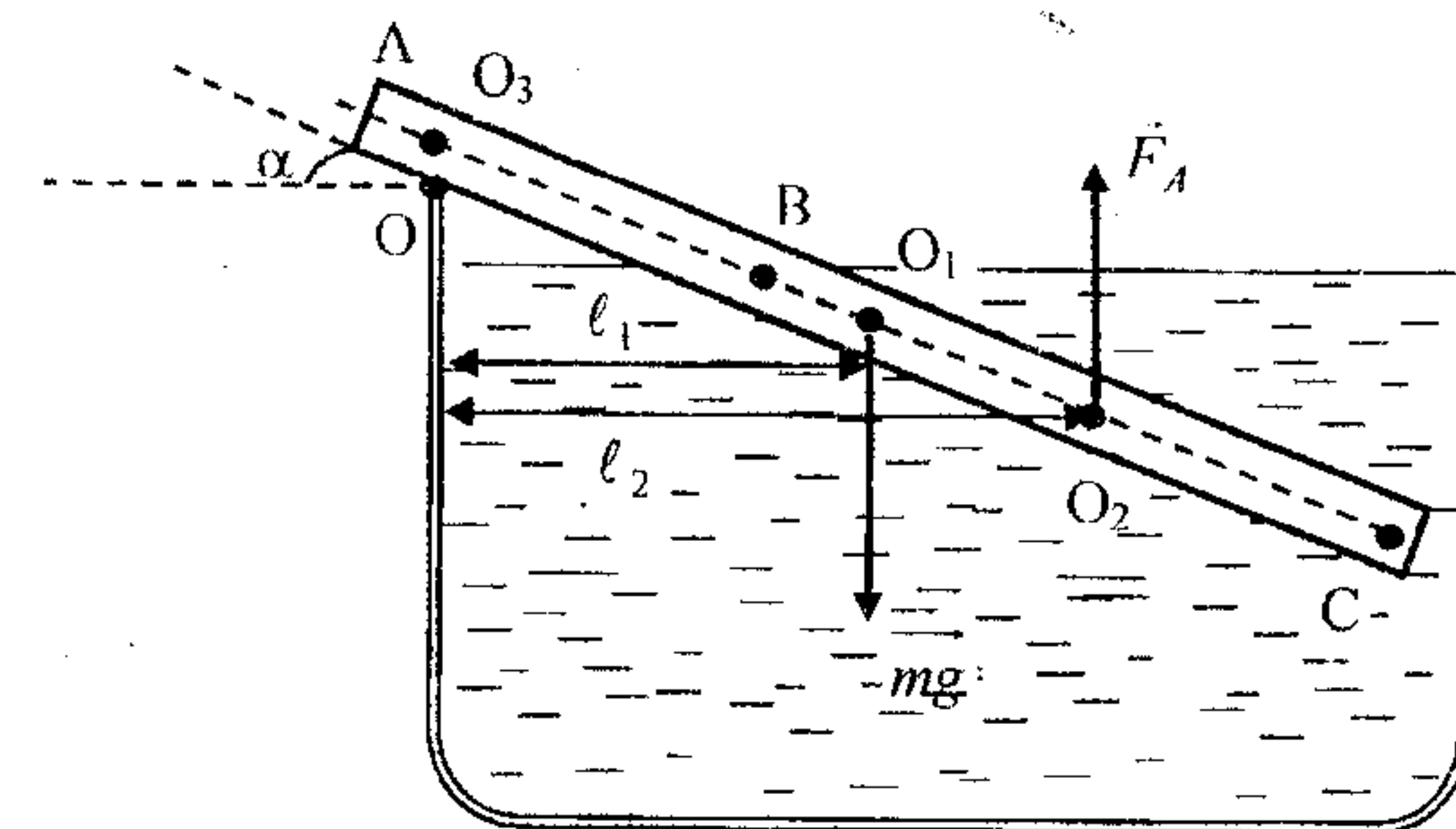
$$P_2 = \frac{P_3 \ell_4 \ell_1}{\ell_3 \ell_2} \text{ немесе } P_2 = \left( P_2 - \rho_c g \frac{P_2}{\rho_k g} \right) \cdot \frac{\ell_1 \ell_4}{\ell_2 \ell_3} \Rightarrow \frac{\rho_c}{\rho_k} = \frac{\ell_1 \ell_4 - \ell_2 \ell_3}{\ell_1 \ell_4}.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\rho_c}{\rho_k} = \frac{\ell_1 \ell_4 - \ell_2 \ell_3}{\ell_1 \ell_4}.$$

8.38. Шыны таяқшаның тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Диаметрі үлкен, суы бар ыдыс, сызғыш ( $\rho_c$  – судың тығыздығы белгілі), шыны таяқша.

**Орындалуы.** Шыны таяқшаны ыдыс ернеуіне жатқызамыз, сонда оның бір ұшы суға батып тепе-теңдік жағдайда тұратын болуы керек (8.28-сурет).



8.28-сурет

Белгілеулер енгізейік:  $\ell = AC$  (түтікше ұзындығы);  $\ell_1$  – қабырғадан түтікшенің ауырлық центріне дейінгі қашықтық;  $\ell_2$  – қабыр-

гадан түтікшенің суға батқан бөлігінің жартысына дейінгі қашықтық;  $\ell' = AB$  (түтіктің суға батпаған бөлігінің ұзындығы);  $S$  – түтікше қимасының ауданы;  $\rho$  – шыны түтікше тығыздығы;  $b = AO_3$  – түтікшенің ыдыс ернеуінен шыққан бөлігінің ұзындығы.

Енді  $O$  нүктесіне салыстырғанда түтікшенің тепе-теңдік шартын жазамыз, сонда  $mg\ell_1 = F_A \cdot \ell_2$ . (1) Мұндағы  $m = \rho \ell S$ . (2)

Түтікшенің суға батқан бөлігіне әсер ететін Архимед күші

$$F_A = \rho_c (\ell - \ell') S g, \quad (3)$$

мұндағы,  $\rho_c$  – судың тығыздығы. Сонда

$$\ell_1 = \left( \frac{\ell}{2} - b \right) \cos \alpha, \quad b = |AO_3|, \quad \ell_2 = \left( \frac{\ell + \ell'}{2} - b \right) \cos \alpha,$$

мұнда  $|AO_1| = |O_1C|$  және  $|BO_2| = |O_2C|$  екендігін ескеру керек.

(2) және (3)-ті (1)-ге қойсақ

$$\rho \ell S g \cdot \left( \frac{\ell}{2} - b \right) \cos \alpha = \rho_c (\ell - \ell') S g \cdot \left( \frac{\ell + \ell'}{2} - b \right) \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(\ell - \ell') \cdot (\ell + \ell' - 2b)}{\ell(\ell - 2b)} \rho_c.$$

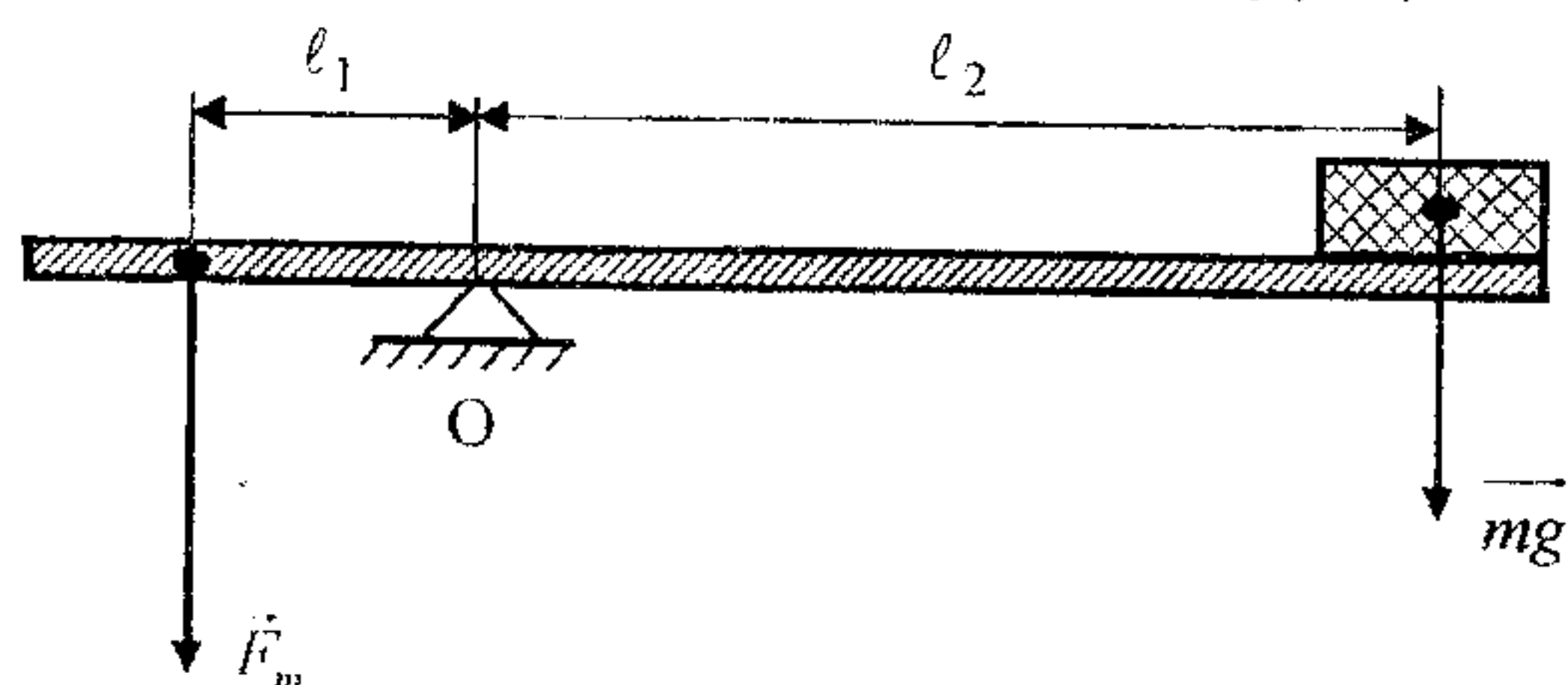
Мұндағы:  $\ell, \ell'$  және  $b$  шамалары сызғышпен өлшенеді.

$$\text{Жауабы: } \rho = \frac{(\ell - \ell') \cdot (\ell + \ell' - 2b)}{\ell(\ell - 2b)} \rho_c.$$

**8.39\*.** Дене массасын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Метал сызғыш, диаметрі кішкене мыс өткізгіш, қалам, массасы белгісіз дене, штатив.

**Орындалуы.** Қаламды штативке бекітеміз. Енді сызғышты қалам үстіне қоямыз да, оның бір жағына массасы белгісіз денені, ал екінші жағына жіңішке мыс сымды байлап қолымызбен тарта отырып, тепе-теңдік қалыпқа келтіреміз (8.29-сурет).



8.29-сурет

Сонда тепе-теңдік шартынан  $mg\ell_2 = F_m \ell_1$ . (1) Суреттен көрінгендей  $\ell_1$  иін неғұрлым аз болса  $F_m$  күшінің мәні соғұрлым көп болады. Демек, жіңішке сымның байлау нүктесін  $O$  нүктесіне

жақындата отырып  $F_m$  күшін арттыруға болады және де  $\ell_1$ -ді белгілі бір мәнінде мыс сым үзіліп кетеді, сонда

$$F_{m, \max} = \sigma S. \quad (2)$$

Мұндағы:  $\sigma$  – созылу кезіндегі мыстың беріктік шегі, оны кестеден алуға болады;  $S$  – мыс сымның қима ауданы, ол былай табылады

$$S = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (3)$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден} \quad m = \frac{\pi D^2 \ell_1 \sigma}{4 \ell_2 g}. \quad (4)$$

Сым диаметрін табу үшін оны орамдарын біріне-бірін тиістіре отырып қаламға ораймыз да, орамның санын және жалпы ұзындығын өлшеп табамыз, сонда

$$D = \frac{\ell_0}{n}.$$

Мұны (4)-ке қойсақ  $m = \frac{\pi \ell_0^2 \ell_1 \sigma}{4 \ell_2 g n^2}$ . Мұндағы:  $\ell_0$  – орамның ұзындығы;

$n$  – орам саны.

$$\text{Жауабы: } m = \frac{\pi \ell_0^2 \ell_1 \sigma}{4 \ell_2 g n^2}.$$

**8.40.** Беттік керілуі белгілі сұйықты пайдаланып, екінші сұйықтың беттік керілуін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш, иіңтірек, екі метал жүкше, беттік керілуі белгілі сұйық, беттік керілуі белгісіз сұйық.

**Ескерту:** жүкше табаны сұйыққа жұғады.

**Орындалуы.** Әуелі массалары  $m_1$  және  $m_2$  екі жүкті иіңтірекке іліп, тепе-теңдік жағдайға келтіреміз (8.30-сурет). Сонда

$$m_1 g \ell_1 = m_2 g \ell_2. \quad (1)$$

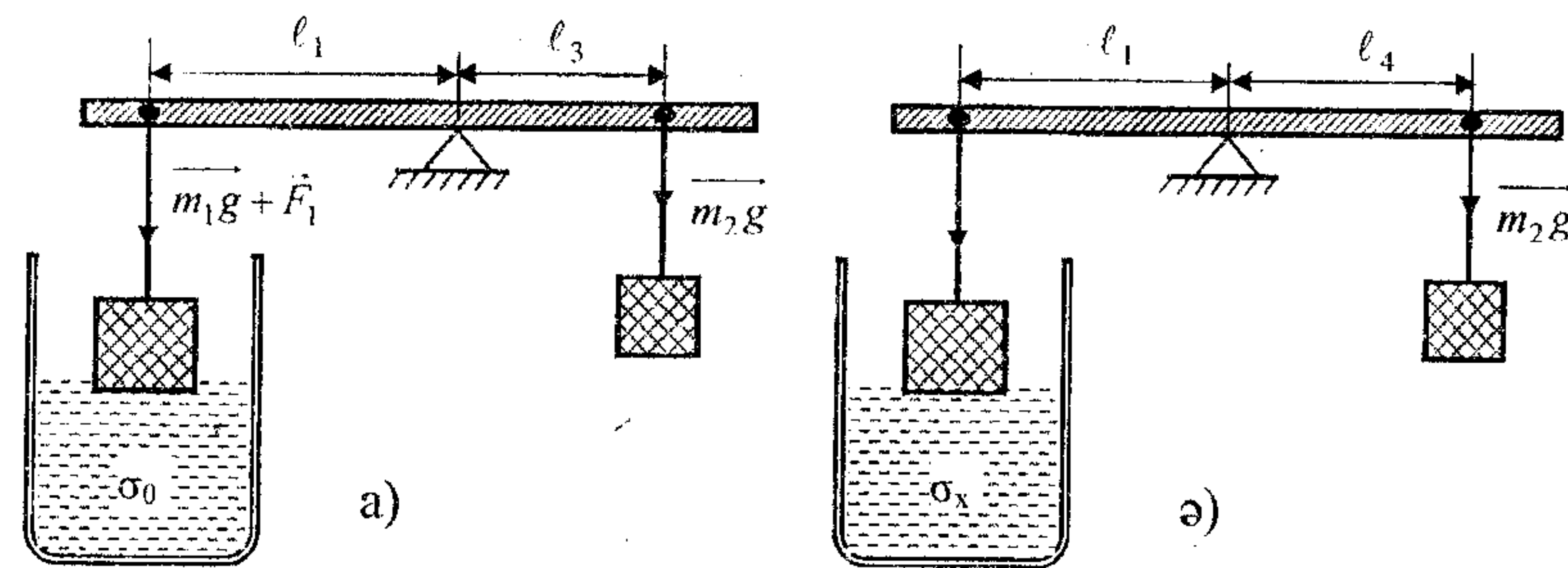
Енді  $\ell_1$  иінін өзгертпей  $m_1$  жүгін беттік керілуі белгілі ( $\sigma_0$ ) сұйыққа батырамыз. Содан кейін ( $m_2 g$ ) – күшінің иінін  $m_1$  жүгі сұйықтан ажырағанша арттыра береміз. Осы кездегі ( $m_2 g$ ) – күшінің иіні  $\ell_3$ -ні өлшеп аламыз (8.30,а-сурет). Үзіліске дейінгі тепе-теңдік шартынан

$$(m_1 g + F_1) \ell_1 = m_2 g \ell_3. \quad (2)$$

Мұндағы:  $F_1$  – бірінші сұйық үшін беттік керілу күші.

Енді бірінші сұйықтың орнына екінші сұйықты қойып, жоғарыдағыдай шартты орындаймыз (8.30,ә-сурет). Бұл кездегі тепе-теңдік шарты

$$(m_1 g + F_2) \ell_1 = m_2 g \ell_4. \quad (3)$$



8.30-сурет

Енді  $F_1 = \sigma_0 L$  және  $F_2 = \sigma_x L$  екендігін ескерсек,

(1) және (2)-ден  $\sigma_0 L \ell_1 = m_2 g (\ell_3 - \ell_2);$  (4)

(1) және (3)-ден  $\sigma_x L \ell_1 = m_2 g (\ell_4 - \ell_2);$  (5)

(4) және (5)-ден  $\sigma_x = \sigma_0 \frac{\ell_4 - \ell_2}{\ell_3 - \ell_2}.$

Мұндағы,  $L$  — екі жүкше үшін бірдей болған жағдайдағы жүкшенің сұйық бетінен үзілер кездегі беттік қабаттың шеғаралығы.

**Жауабы:**  $\sigma_x = \sigma_0 \frac{\ell_4 - \ell_2}{\ell_3 - \ell_2}$ , егер  $L_1 = L_2 = L$  болса.

8.41. Полихлорвинил қабаты бар өткізгіштің ұзындық бірлігінің массасын  $\left(\frac{m}{\ell}\right)$  табындар.

**Приборлар мен материалдар.** Зерттелетін өткізгіш, сызғыш, гайка, метал сым, суы бар ыдыс, жіп (су тығыздығы  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$  деп алу керек).

**Орындалуы.** Сым темірдің қақ ортасына жіпті байлап теңестіреміз. Одан кейін оның ұштарына, оралған массасы  $M$  зерттелетін өткізгішті және массасы  $m$  гайканы іліп, қайта тепе-теңдік қалыпқа келтіреміз. Сонда тепе-теңдік шартынан (8.31-сурет).

$ma = Mb.$  (1)

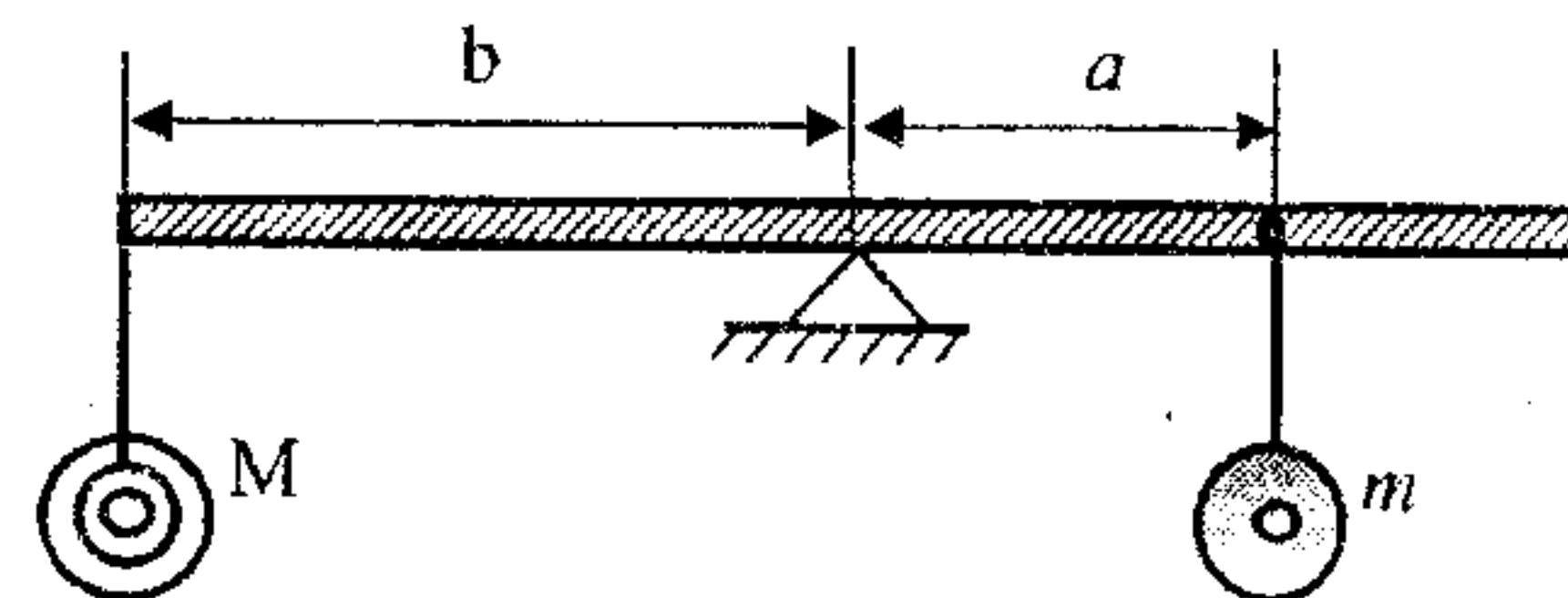
Енді оралған өткізгішті толығымен суға батырып тағы тепе-теңдік қалыпқа келтіреміз, сонда

$ma_1 = M_1 b_1.$  (2)

Мұндағы  $M_1 = M - \rho_0 V.$  (3)

Ал,  $V = \ell_0 S$  екендігін ескерсек ( $\ell_0$  — оралған өткізгіштің ұзындығы), онда

$M_1 = M - \rho_0 \ell_0 S.$  (4)



8.31-сурет

(1)-ді (2)-ге мүшелеп бөліп,  $M_1$ -дің (4)-ге мәнін ескерсек, онда

$M = \frac{ab_1 \rho_0 \ell_0 S}{ab_1 - a_1 b}.$  (5)

Өткізгіштің ұзындық бірлігіндегі массасы  $\rho = \frac{M}{\ell_0}.$  Енді (5)-ті

ескерсек, онда  $\rho = \frac{\rho_0 S}{1 - \left(\frac{a_1 b}{ab_1}\right)},$  өйткені  $\rho = \frac{M}{\ell_0}$  және  $(ab_1)$ -ге мүшелеп

бөлуге болады. Ал,  $S = \frac{\pi D^2}{4},$  мұндағы  $D = \frac{L}{n},$   $n$  — орам саны,  $L$  — оралған сым ұзындығы.

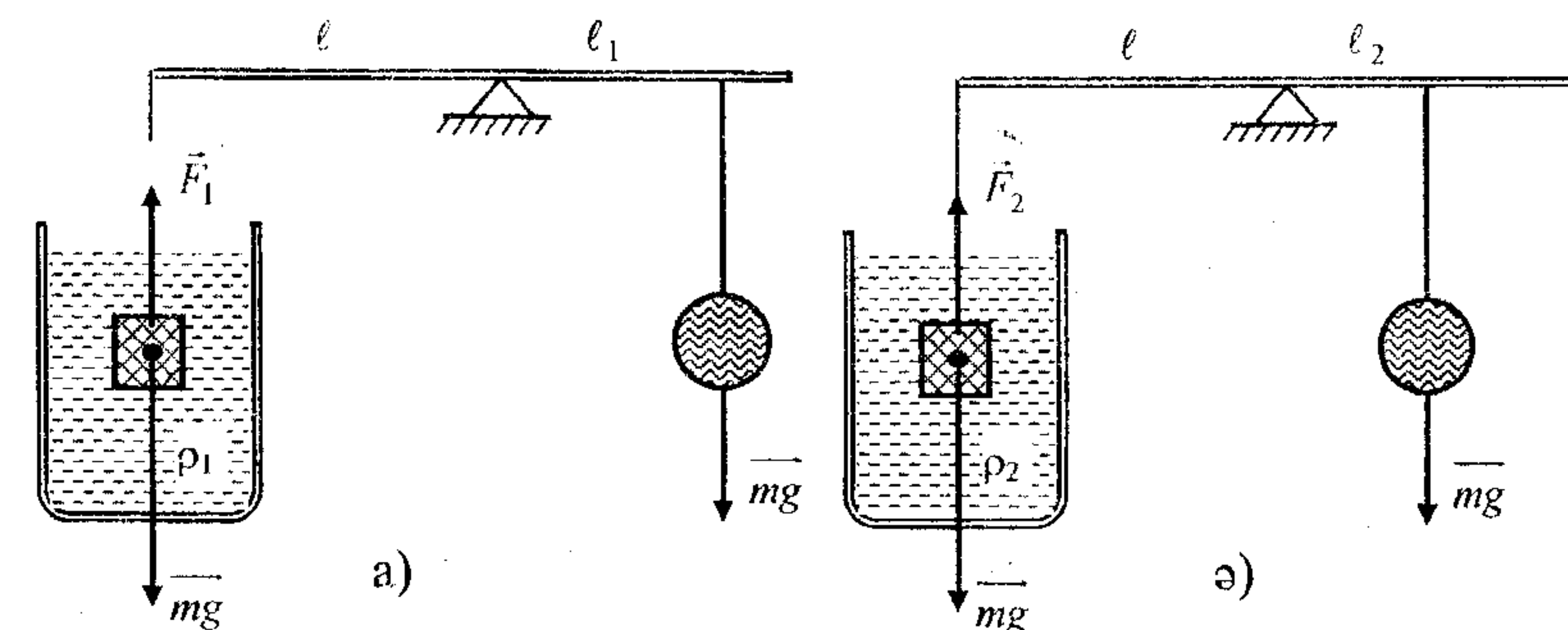
**Жауабы:**  $\rho = \frac{\rho_0 S}{1 - \left(\frac{a_1 b}{ab_1}\right)}.$

8.42\*. Берілген екі сұйықтың тығыздықтарының қатынасын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Әртүрлі сұйық құйылған екі ыдыс, иіңтірек-сызғыш, екі жүк, муфтасы және қысқышы бар штатив.

**Орындалуы.** Бұл тәсіл сұйыққа батырылған денеге әсер ететін  $F$  Архимед күшінің, сұйық тығыздығына тәуелділігіне негізделген. Расында да, көлемі  $V$  денені әртүрлі екі сұйықтыққа батырсак, онда оларға әсер ететін Архимед күштері

$F_1 = \rho_1 V g$  және  $F_2 = \rho_2 V g \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{F_1}{F_2}.$  (1)



8.32-сурет

Енді иіңтірек сызғыштың айналыс өсін штативке бекітіп, оның бірінші ұшына ілінген жүкті бірінші сұйыққа, ал екінші ұшына теңестіруші  $m$  массалы жүкті ілейік (екі жүктің массалары бірдей

болғаны дұрыс). Енді интiректің тепе-теңдігін қамтамасыз етейік (8.32-сурет).

Сонда тепе-теңдік шартынан

1-ші сұйық үшін:  $(mg - F_1)\ell = mg\ell_1$  (2) (а-сурет);

2-ші сұйық үшін:  $(mg - F_2)\ell = mg\ell_2$  (3) (ә-сурет);

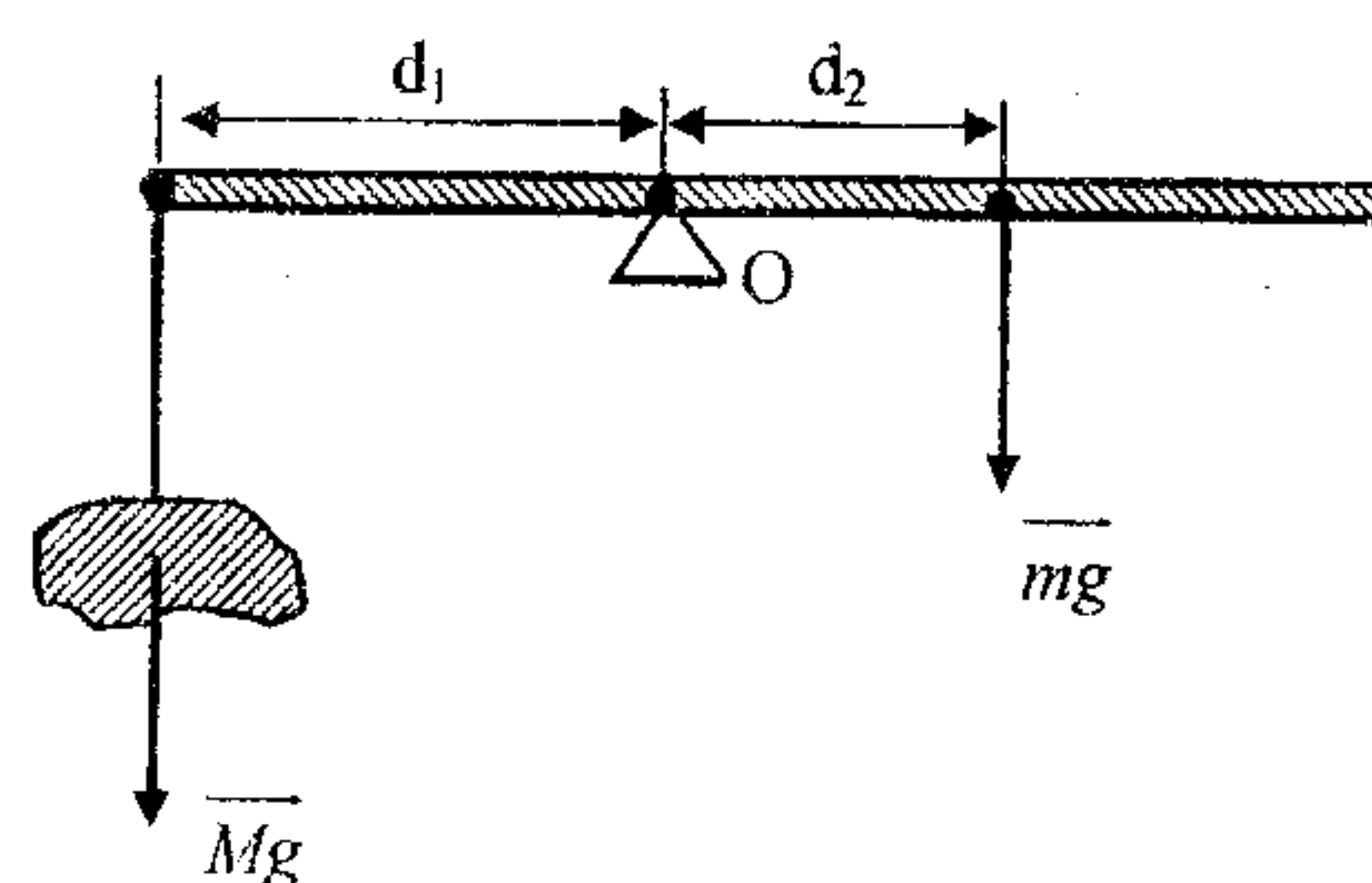
(2) және (3)-тен  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell - \ell_1}{\ell - \ell_2}$ . Енді (1)-ді ескерсек, онда  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\ell - \ell_1}{\ell - \ell_2}$ .

$$\text{Жауабы: } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\ell - \ell_1}{\ell - \ell_2}.$$

#### 8.43. Дене тығыздығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Дұрыс емес пішінді дене, мықты шыбықша, сызғыш, штатив, суы бар ыдыс, берік жіп.

**Орындалуы.** Шыбықшаны штатив тіреуішіне теңгеріп масса центрін табамыз, өйткені шыбықша абсолют біртекті болмағандықтан оның масса центрі дәл ортасына сәйкес келмейді. Енді шыбықшаның бір ұшына денені жіпке байлап ілемізде, оны қайта теңгереміз (8.33-сурет).



8.33-сурет

Тепе-теңдік шартынан

$$mgd_2 = Mg d_1. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m$  – шыбықша массасы;  $M$  – дене массасы.

$$\rho_x = \frac{M}{V} \text{ болғандықтан,}$$

$$\rho_x = \frac{md_2}{Vd_1}. \quad (2)$$

Мұндағы,  $\rho_x$  – дене тығыздығы.

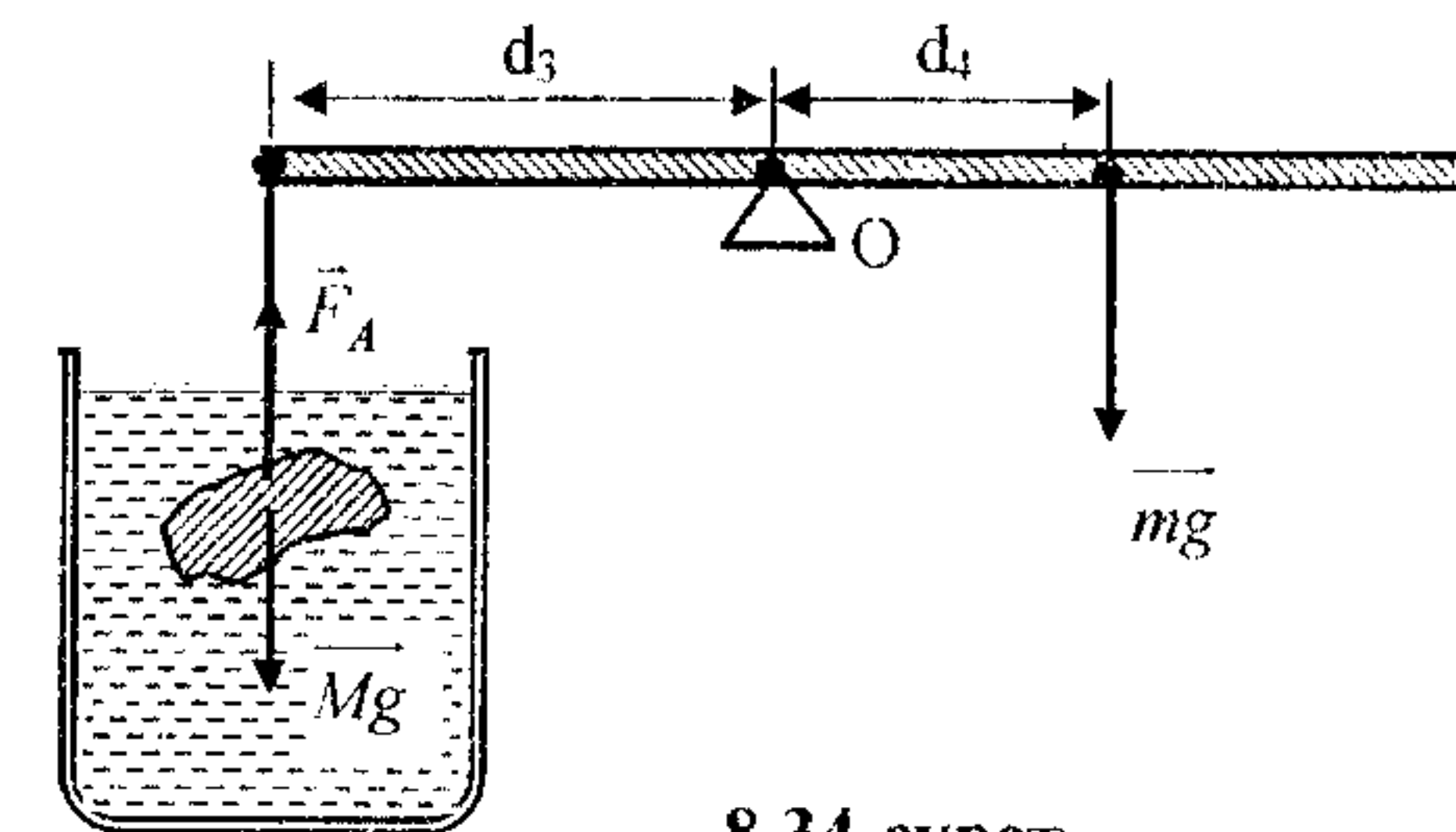
Енді  $\rho_x$ -ті табу үшін, шыбықшаға ілулі тұрған денені толығымен суға батырамыз да қайтадан тепе-теңдік қалыпқа келтіреміз (8.34-сурет). Сонда

$$mgd_4 = (Mg - F_A)d_3 = (\rho_x - \rho_c)Vgd_3. \quad (3)$$

Мұндағы:  $F_A$  – Архимед күші;  $\rho_c$  – су тығыздығы.

$$(3) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{\rho_x - \rho_c}{\rho_x} = \frac{d_1 d_4}{d_2 d_3} \Rightarrow \rho_x = \rho_c \frac{1}{1 - \frac{d_1 d_4}{d_2 d_3}} \text{ немесе}$$

$$\rho_x = \frac{\rho_c}{1 - \frac{(\ell_0 - d_3)d_1}{d_3(\ell_0 - d_1)}}. \text{ Мұндағы, } \ell_0 \text{ – шыбықшаның ұзындығы.}$$



8.34-сурет

$$\text{Жауабы: } \rho_x = \rho_c \frac{1}{1 - \frac{d_1 d_4}{d_2 d_3}}.$$

#### 8.44\*. Пластилин бөлігінің $m$ массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Пластилин бөлігі, дөңгелек қималы қалам, сызғыш, литрлік банка, сулы ыдыс, жіп, штатив.

**Ескерту:** Пластилин бөлігімен қалам массасы шамалас болсын.

**Орындалуы.** Жұмыс екі сатыдан тұрады. Бірінші сатыда қалам массасын анықтаймыз. Ол үшін 8.35-суреттегідей құрылғы құрастырамыз. Мұндағы:  $O$  – суға салынған қаламның штативке ілінген жіптің байлау нүктесі;  $F_A$  – қаламға әсер ететін Архимед күші;  $(mg)$  – қалам салмағы.

$O$  нүктесіне салыстырғандағы сызғыштың тепе-теңдік шартынан

$$mg \cdot OA = F_A \cdot OB \text{ немесе } \frac{OA}{OB} = \frac{F_A}{mg}. \quad (1)$$

8.35-суреттегі үшбұрыштардан

$$\cos \alpha = \frac{OA}{\frac{L}{2}} \text{ және } \cos \alpha = \frac{OB}{L - \frac{x}{2}} \Rightarrow$$

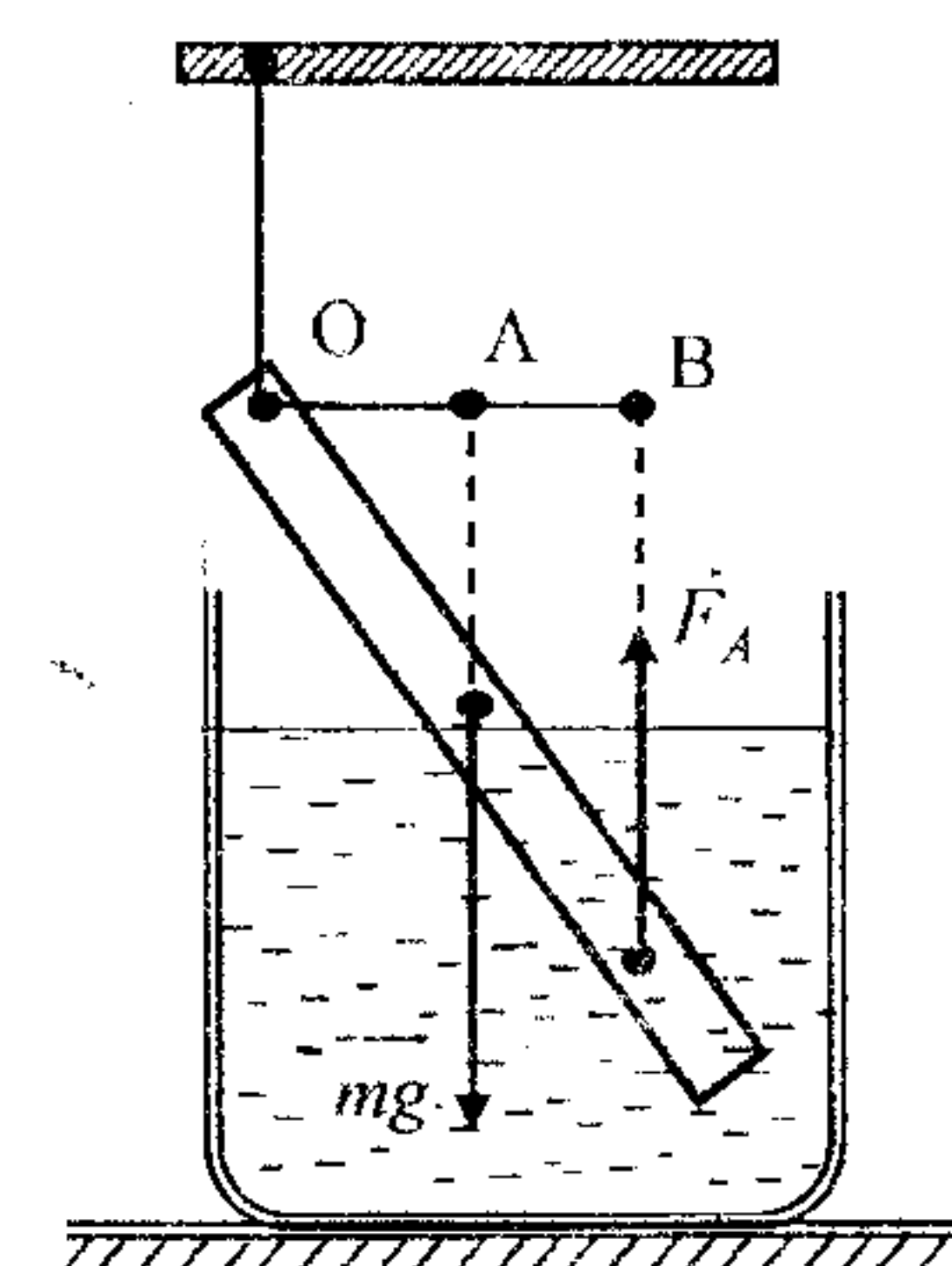
$$\frac{OA}{OB} = \frac{\frac{L}{2}}{2(L - \frac{x}{2})} \text{ немесе } \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2 - \frac{x}{L}}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден

$$F_A = \frac{mg}{\left(2 - \frac{x}{L}\right)} \Rightarrow m = \frac{F_A \left(2 - \frac{x}{L}\right)}{g}. \quad (3) \text{ Мұндағы: } x \text{ – қаламның суға}$$

батқан бөлігінің ұзындығы;  $L$  – қалам ұзындығы.

$$F_A = \rho_c x \cdot S \text{ болғандықтан } (3)\text{-тен } m = \rho_c x \cdot S \cdot \left(2 - \frac{x}{L}\right). \quad (4)$$



8.35-сурет

$S$  – қалам қимасының ауданы;  $S$ -табу үшін жіпті қаламға  $N$  рет орап, оралған жіп ұзындығы  $\ell$ -ді сызғышпен өлшейміз, содан кейін  $\ell = 2\pi \cdot r \cdot N$  формуласынан қалам радиусын  $r$ -ді табамыз, сонда  $r = \frac{\ell}{2\pi N}$ . Ал,  $S = \pi r^2$  болғандықтан  $S = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\ell}{N} \right)^2$ . Сонымен (4)-тен

$$m = \frac{\rho_c x}{4\pi} \left( \frac{\ell}{N} \right)^2 \left( 2 - \frac{x}{L} \right). \quad (5)$$

*Екінші саты.* Енді қаламды пайдаланып иіндері әртүрлі таразы құрастырамыз (8.36-сурет). Оның қысқа иініне  $M$  массалы пластинді ілеміз де қалам тепе-теңдікте болатын  $O$  нүктесін жіппен штативке бекітеміз.

Тепе-теңдік шартынан

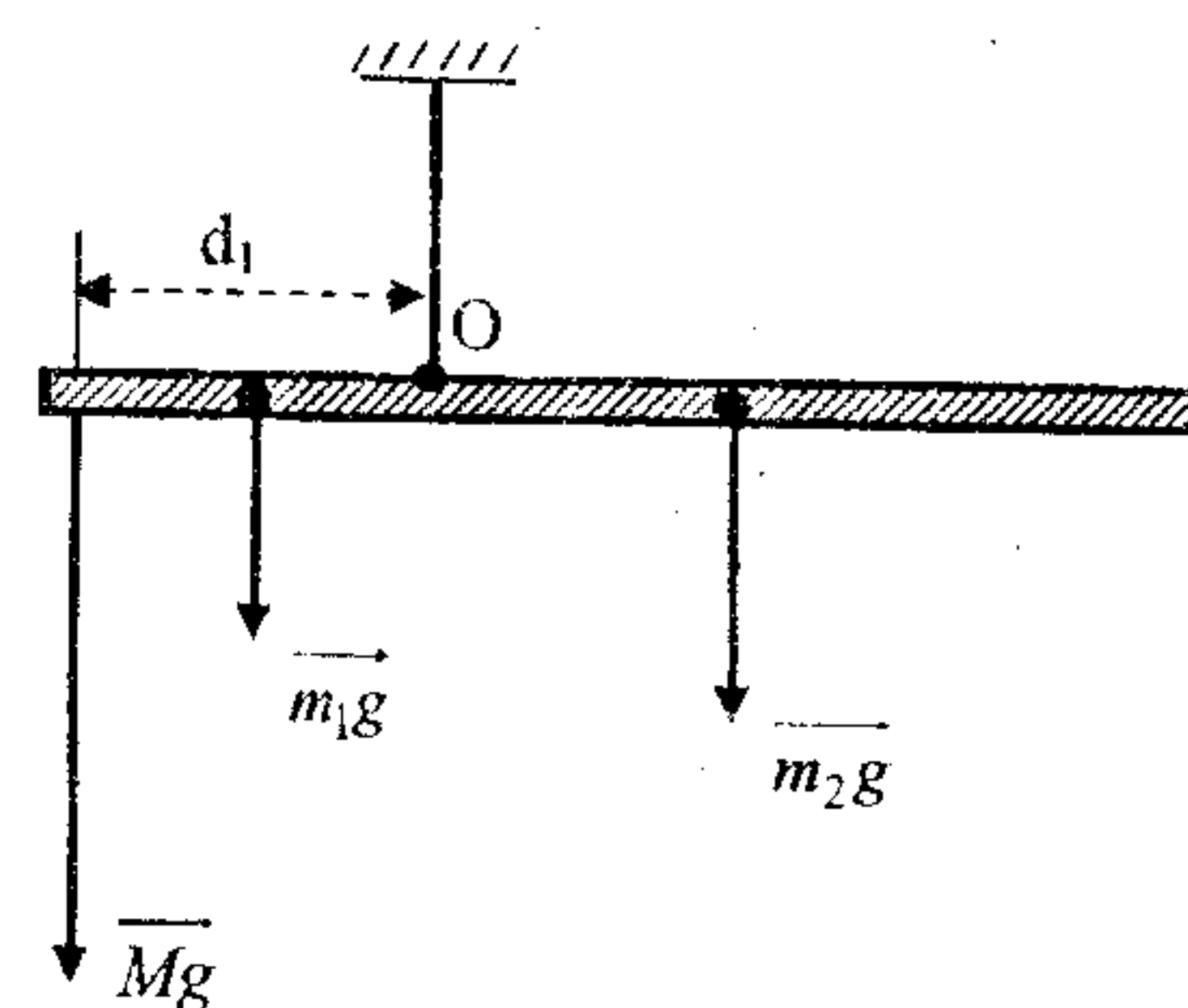
$$Mgd_1 + m_1 g \frac{d_1}{2} = m_2 g \left( \frac{L - d_1}{2} \right).$$

$$m_1 = \frac{m}{L} d_1 \text{ және } m_2 = \frac{m}{L} (L - d_1).$$

екендігін ескерсек, онда

$$Md_1 + \frac{m}{L} d_1^2 = \frac{m}{L} (L - d_1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{m}{Ld_1} (L - d_1)^2 - \frac{md_1}{L}.$$



8.36-сурет

Енді (5)-ті ескерсек

$$M = \frac{\rho_c x}{4\pi L} \left( \frac{\ell}{N} \right)^2 \left( 2 - \frac{x}{L} \right) \cdot \left( \frac{(L - d_1)^2}{d_1} - d_1 \right) \text{ немесе}$$

$$M = \frac{\rho_c x}{4\pi d_1} \left( \frac{\ell}{N} \right)^2 \left( 2 - \frac{x}{L} \right) \cdot (L - 2d_1).$$

$$\text{Жауабы: } M = \frac{\rho_c x}{4\pi d_1} \left( \frac{\ell}{N} \right)^2 \left( 2 - \frac{x}{L} \right) \cdot (L - 2d_1).$$

Мұндағы:  $x, L, d_1$  – сызғышпен өлшенеді,  $\rho_c$  – су тығыздығы белгілі.

**8.45.** Екі метал жүкше массалары  $m_1$  және  $m_2$ -мен ағаш білеушенің  $m_0$  массасын анықтандар.

*Приборлар мен материалдар.* Ағаш білеуше, метал жүкшелер, тіреуіш, призма, сызғыш, өлшеуіш стакан, суы бар стакан, жіп.

*Орындалуы.* 8.37-суретте көрсетілген сызба бойынша құрылғы құрастырылады. Мұнда, ағаш білеушені иінтірек ретінде қолданып, призманы, оның масса центріне орнатамыз. Иінтірек тепе-теңдігінен  $m_1$  және  $m_2$  қатынастарын анықтаймыз, сонда

$$m_1 g \ell_1 = m_2 g \ell_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}. \quad (1)$$

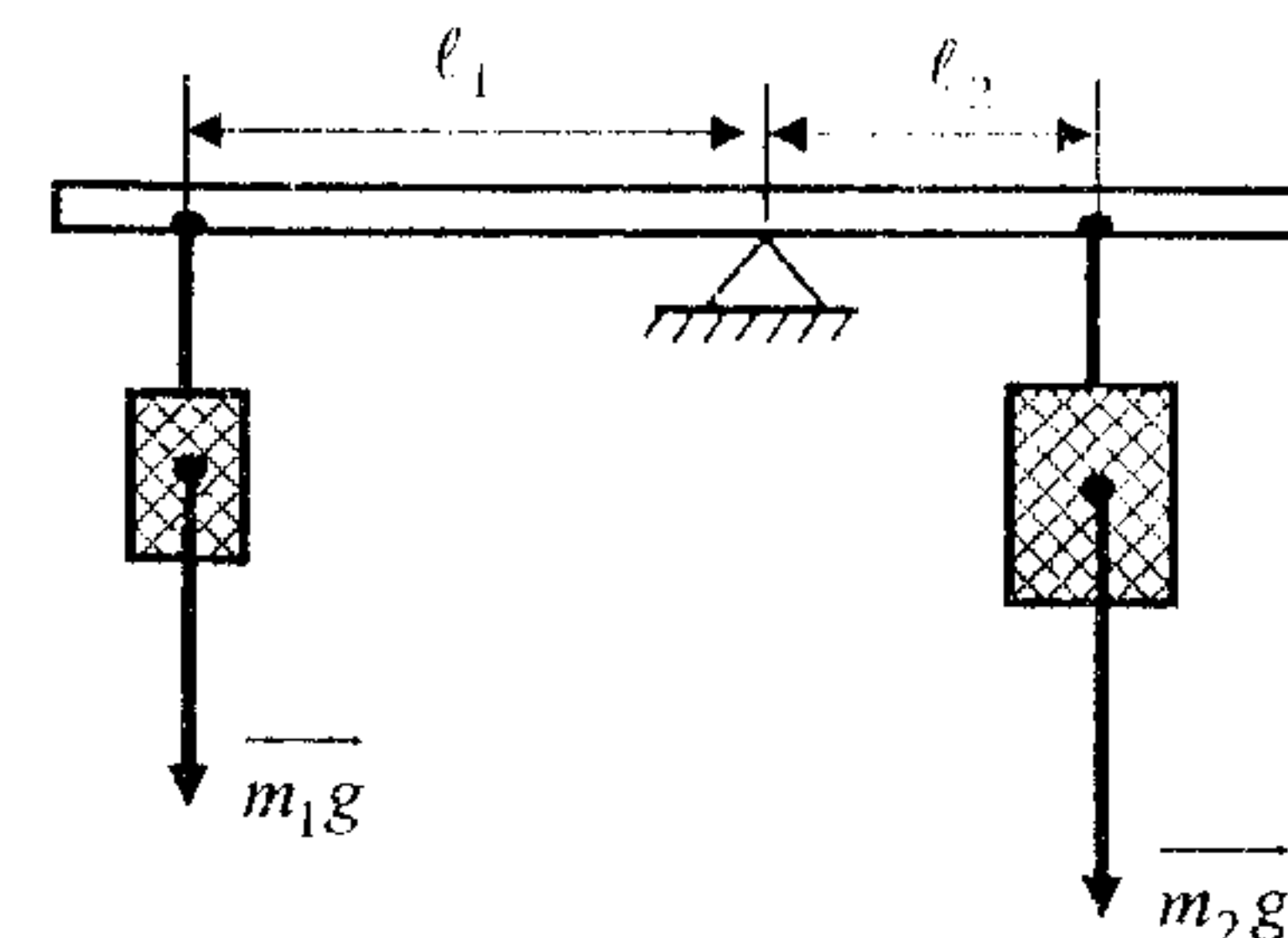
Енді иінтіректің  $\ell_1$  иінін өзгертпей,  $m_2$  массалы денені стакандағы суға батырамыз. Бұзылған тепе-теңдікті  $\ell_2$  иінді өзгерту арқылы қалпына келтіреміз (8.38-сурет).

Сонда тепе-теңдік шартынан

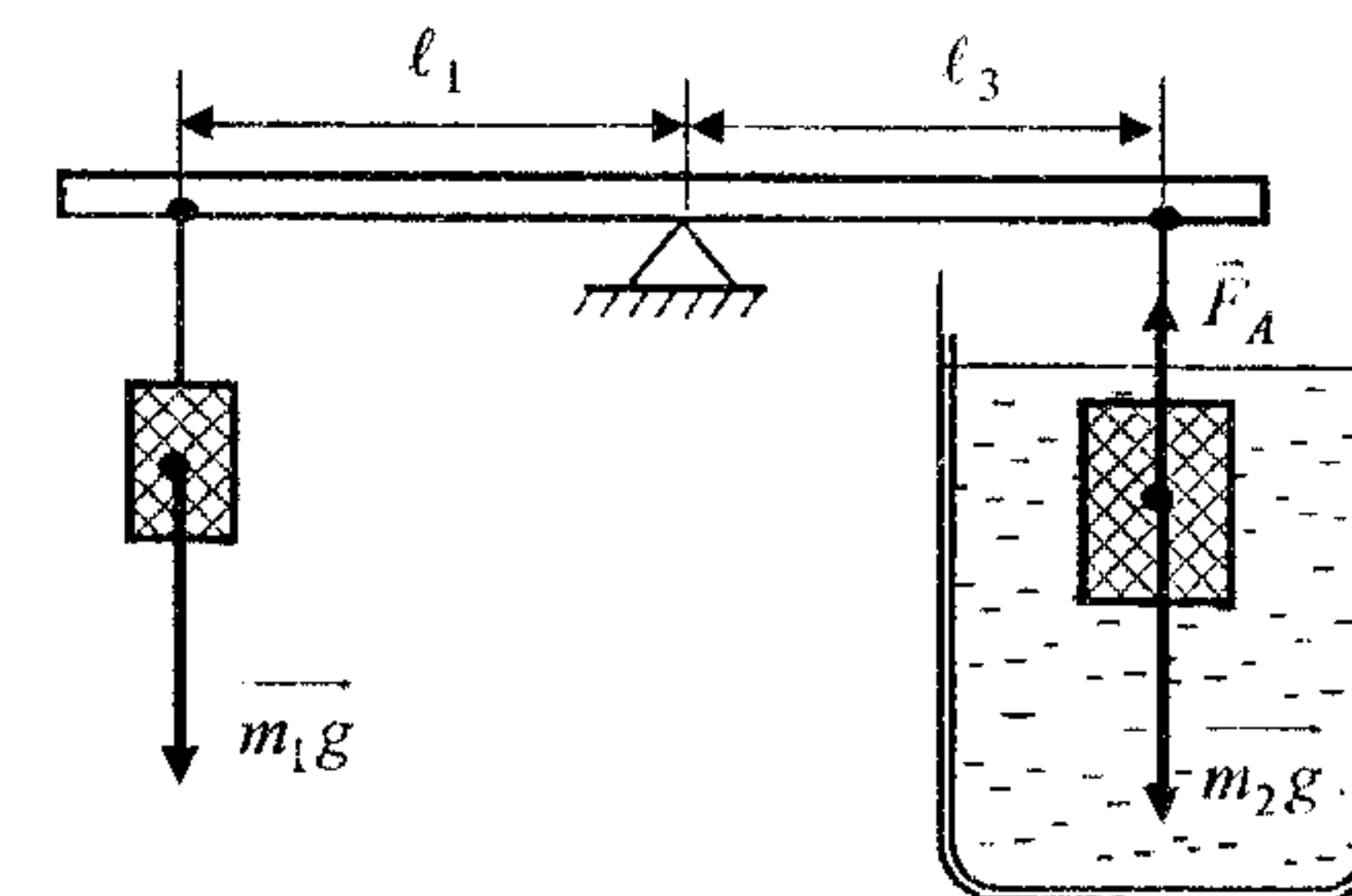
$$m_1 g \ell_1 = (m_2 - \rho V_2) g \ell_3. \quad (2)$$

Мұндағы  $V_2$  – екінші жүктің

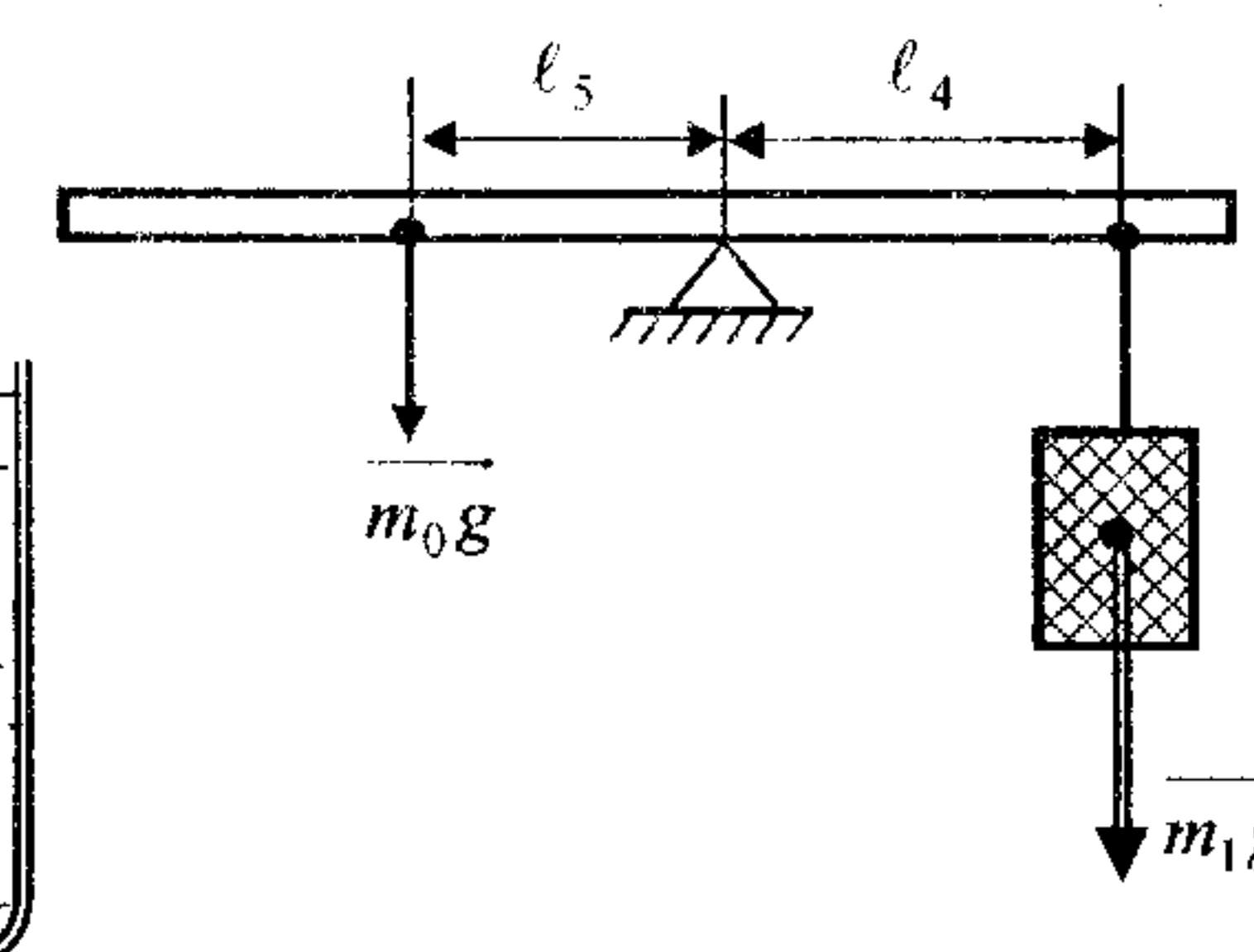
көлемі, оны өлшеуіш стаканмен анықтауға болады.



8.37-сурет



8.38-сурет



8.39-сурет

(1) және (2)-ден  $m_1$  және  $m_2$  табылады

$$m_1 = \frac{\rho V_2 \ell_3}{\ell_3 - \ell_2} \cdot \frac{\ell_2}{\ell_1} \text{ және } m_2 = \frac{\rho V_2 \ell_3}{\ell_3 - \ell_2}.$$

Ал,  $m_0$  массаны анықтау үшін 8.39-суреттегі құрылғыны пайдаланамыз, мұнда массалары анықталған  $m_1$ -ді немесе  $m_2$  жүкшелерді пайдалануға болады. Егер  $m_1$ -ді пайдалансақ, онда иінтіректің тепе-теңдігінен

$$m_0 g \ell_5 = m_1 g \ell_4 \Rightarrow m_0 = \frac{m_1 \ell_4}{\ell_5}.$$

$$\text{Жауабы: } m_1 = \frac{\rho V_2 \ell_3}{\ell_3 - \ell_2} \cdot \frac{\ell_2}{\ell_1}; \quad m_2 = \frac{\rho V_2 \ell_3}{\ell_3 - \ell_2}; \quad m_0 = \frac{m_1 \ell_4}{\ell_5}.$$

**8.46\*.** Майдың және мыс тотыяйыны ерітіндісінің тығыздықтарын әртүрлі әдіспен анықтандар. Су тығыздығы белгілі ( $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ) деп есептендер.

*Приборлар мен материалдар.* Өлшеуіш цилиндрі, суы бар стакан, май, мыс тотыяйыны ерітіндісі, пробирка, тұзу және U-тәрізді шыны түтікшелер, сызғыш, бос стакан ыдыстар.

*Орындалуы.* 1-тәсіл. U-тәрізді шыны түтікшенің бір жағына су, ал екінші жағына ерітінді құйылады. Сонда қатынас ыдыстар ере-

жесінен  $\rho_1 = \rho_2$  немесе  $\rho_0 g h_0 = \rho_1 g h_1 \Rightarrow \rho_1 = \frac{h_0}{h_1} \rho_0$ .

Мұндағы:  $h_0$  – судың, ал  $h_1$  – ерітіндінің деңгейлері.

Енді түтікшеге су мен май құйылады, сонда  $\rho_2 = \frac{h_0}{h_2} \rho_0$ .

Мұндағы,  $h_2$  – май деңгейі.

Бұл тәсіл, сұйықтар өзара араласпайтын жағдайда дұрыс болады. Сұйық өзара араласатын жағдайда басқа тәсілді қолданған дұрыс.

**2-тәсіл.** Әуелі бос стакандардың массасын анықтап аламыз. Ол үшін сызғышты карандашқа тіреп, иіңтірек жасаймыз (8.40-сурет).

Сонда күш моменттерінің теңдігінен

$$mg\ell_1 = (m + m_1)g\ell_2 \Rightarrow m = \frac{m_1\ell_2}{\ell_1 - \ell_2}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m$  – бос стаканның, ал  $m_1$  – құйылған судың белгілі массасы ( $m_1$  – өлшеуіш цилиндрмен анықталады).

Енді стакандарға өлшеуіш цилиндрмен көлемдері бірдей су және май құйылады, сөйтіп иіңтірек тепе-теңдік қалыпқа келтіріледі. Сонда күш моменті ережесінен

$$(m + \rho_0 V)g\ell_3 = (m + \rho_1 V)g\ell_4 \Rightarrow \rho_1 = \frac{m(\ell_3 - \ell_4) + \rho_0 V\ell_3}{V\ell_4}. \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \rho_1 = \frac{\frac{m_1\ell_2(\ell_3 - \ell_4)}{(\ell_1 - \ell_2)V\ell_4} + \rho_0 V\ell_3}{V\ell_4}. \text{ Осындай тәсілмен}$$

мыс тотыайыны ерітіндісінің тығыздығын табуға болады.

$$\text{Жауабы: } \rho_1 = \frac{\frac{m_1\ell_2(\ell_3 - \ell_4)}{(\ell_1 - \ell_2)V\ell_4} + \rho_0 V\ell_3}{V\ell_4}; \quad \rho_1 = \frac{\frac{m_1\ell_2(\ell_5 - \ell_6)}{(\ell_1 - \ell_2)V\ell_6} + \rho_0 V\ell_5}{V\ell_6}.$$

**8.47.** Ағаштың ағашпен сырғанағандағы үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ағаш тақтай, ағаш білеуше, сызғыш.

**Орындалуы.** Білеушені ағаш тақтайшаның үстіне қойып, оны үстіндегі білеуше еркін сырғанай бастағанға дейін  $\alpha$  бұрышына көтереміз, сонда білеуше бірқалыпты қозғалатындай болуы керек. Осы жағдай үшін қозғалыс теңдеуін жазсақ  $F_{\text{үйк}} = mg \sin \alpha$ . Екінші

жағынан  $F_{\text{үйк}} = \mu mg \cos \alpha$  екендігін ескерсек, онда

$$\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \Rightarrow \mu = \tan \alpha.$$

$\alpha$  – бұрышын сызғышпен өлшеп  $\mu$ -ді табамыз.

**Жауабы:**  $\mu = \tan \alpha$ .

**8.48.** Серіппелі пистолеттен снарядтың ұшып шығу жылдамдығын табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Снаряды бар серіппелі пистолет, сызғыш.

**Орындалуы.** Пистолетті үстел бетінен  $h$  биіктікке орнатып, снарядты одан  $v_0$  жылдамдықпен көкжиек бағытында атайық (8.41-сурет).

Сонда снаряд  $\ell$  қашықтыққа түссін. Көкжиек бағытында снаряд ұшқан қашықтық

$$\ell = v_0 t. \quad (1)$$

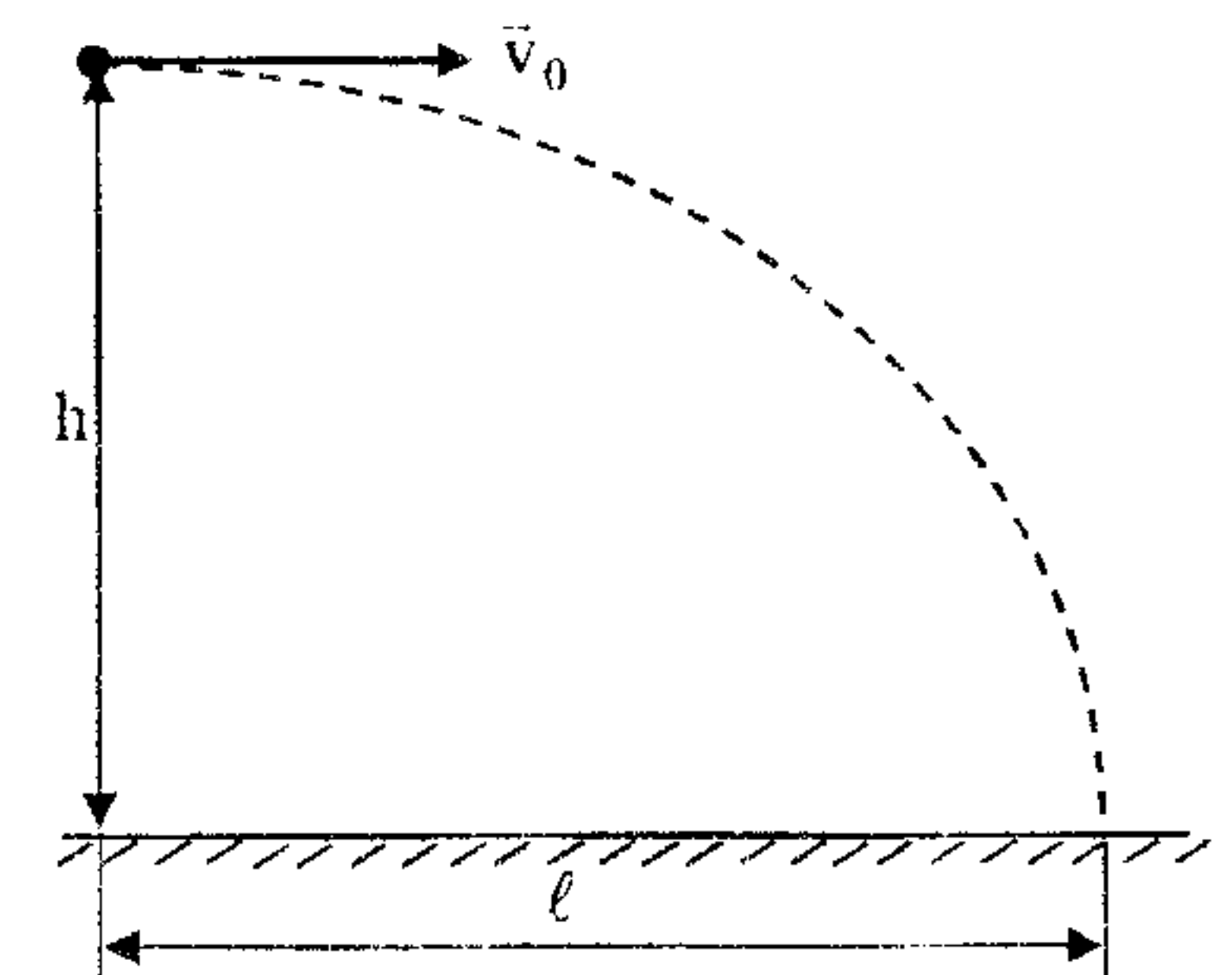
Мұндағы:  $t$  – снарядтың ұшу уақыты, оны  $h = \frac{gt^2}{2}$  теңдігінен

табамыз, сонда  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ . (2)

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } v_0 = \ell \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

$\ell$  және  $h$  сызғышпен өлшенеді.

$$\text{Жауабы: } v_0 = \ell \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$



8.41-сурет

**8.49.** Кардон мен ағаш білеуше арасындағы сырғанау үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Қағаз кардон, штатив, ағаш білеуше, сызғыш.

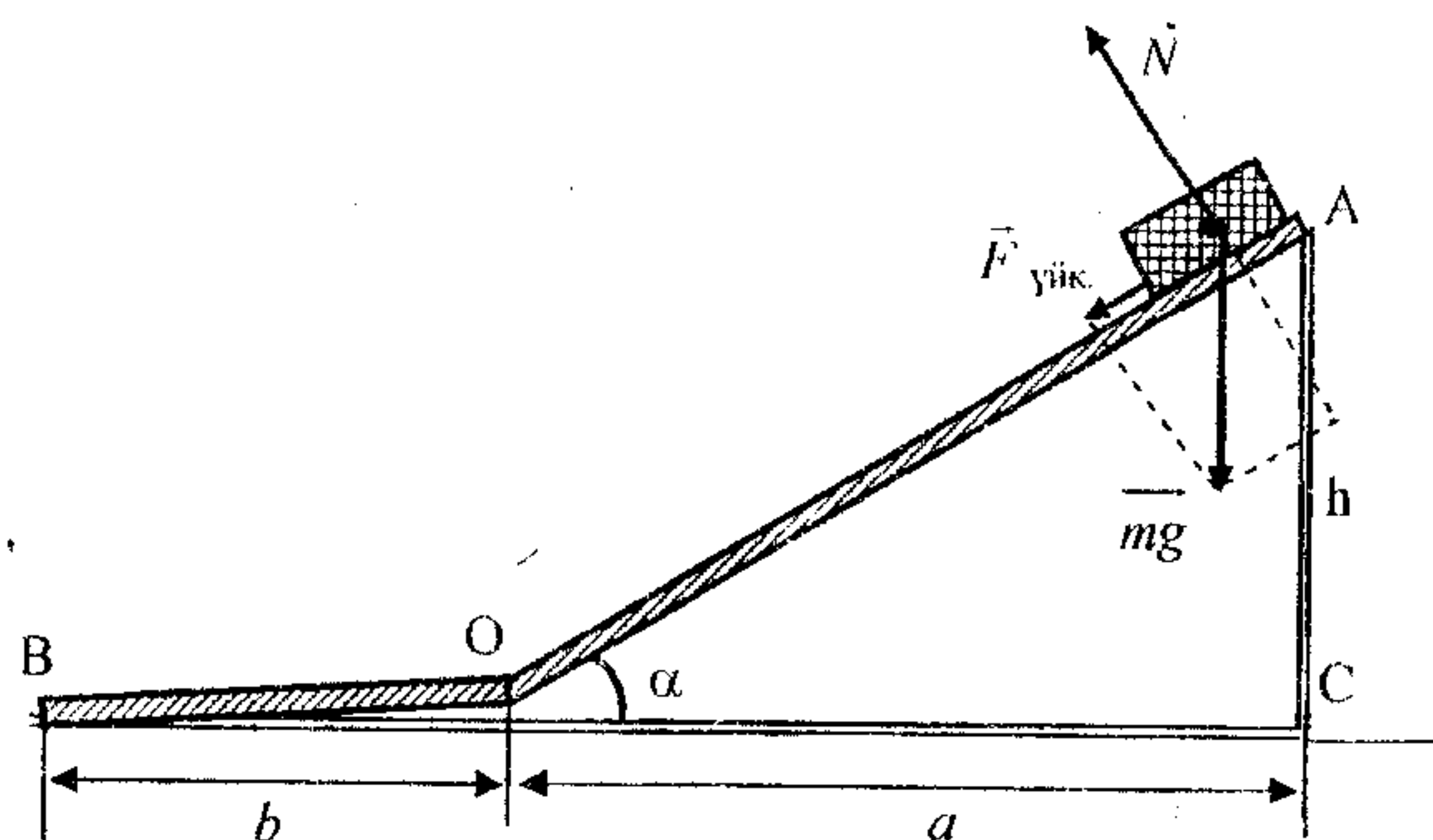
**Орындалуы.** АВ кардон қағазды иіп штативке 8.42-суреттегідей қоямыз. Енді ағаш білеушені  $h$  биіктіктегі А нүктесінен сырғанатамыз. Сонда ағаш білеуше В нүктесінде тоқтайтын  $h$  биіктікті таңдап алған қолайлы болады.

Энергияның өзгерісімен істелген жұмыс арасындағы байланыс формуласын жазайық, сонда

$$\Delta W = \sum A \text{ немесе } mgh = A_1 + A_2, \quad (1)$$

мұндағы:  $A_1$  – көлбеу жолда үйкеліс күшінің жұмысы;  $A_2$  – көкжиек бағытында үйкеліс күшінің жұмысы. Сонда

$$A_1 = F_{\text{үйк}(1)} \cdot |AO|, \text{ мұнда } F_{\text{үйк}(1)} = \mu N.$$



8.42-сурет

Ал, күш үшбұрышынан  $N = mg \cos \alpha$ , демек  $A_1 = \mu mg \cos \alpha \cdot |AO|$ .

Екінші жағынан  $\triangle AOC$ -дан  $|OC| = a = |AO| \cos \alpha$ , онда

$$A_1 = \mu m \cdot g \cdot a. \quad (2)$$

Ал,  $A_2 = F_{\text{үйк}(2)} \cdot |BO|$ . Сонда  $F_{\text{үйк}(2)} = \mu \cdot m \cdot g$  және  $|BO| = b$  екендігін ескерсек  $A_2 = \mu m \cdot g \cdot b. \quad (3)$

(2) мен (3)-тің мәндерін (1)-ге қойсақ, сонда

$$mgh = \mu mga + \mu mgb \Rightarrow \mu = \frac{h}{a+b}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{h}{a+b}.$$

**8.50.** Білеушенің үстел бетімен үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

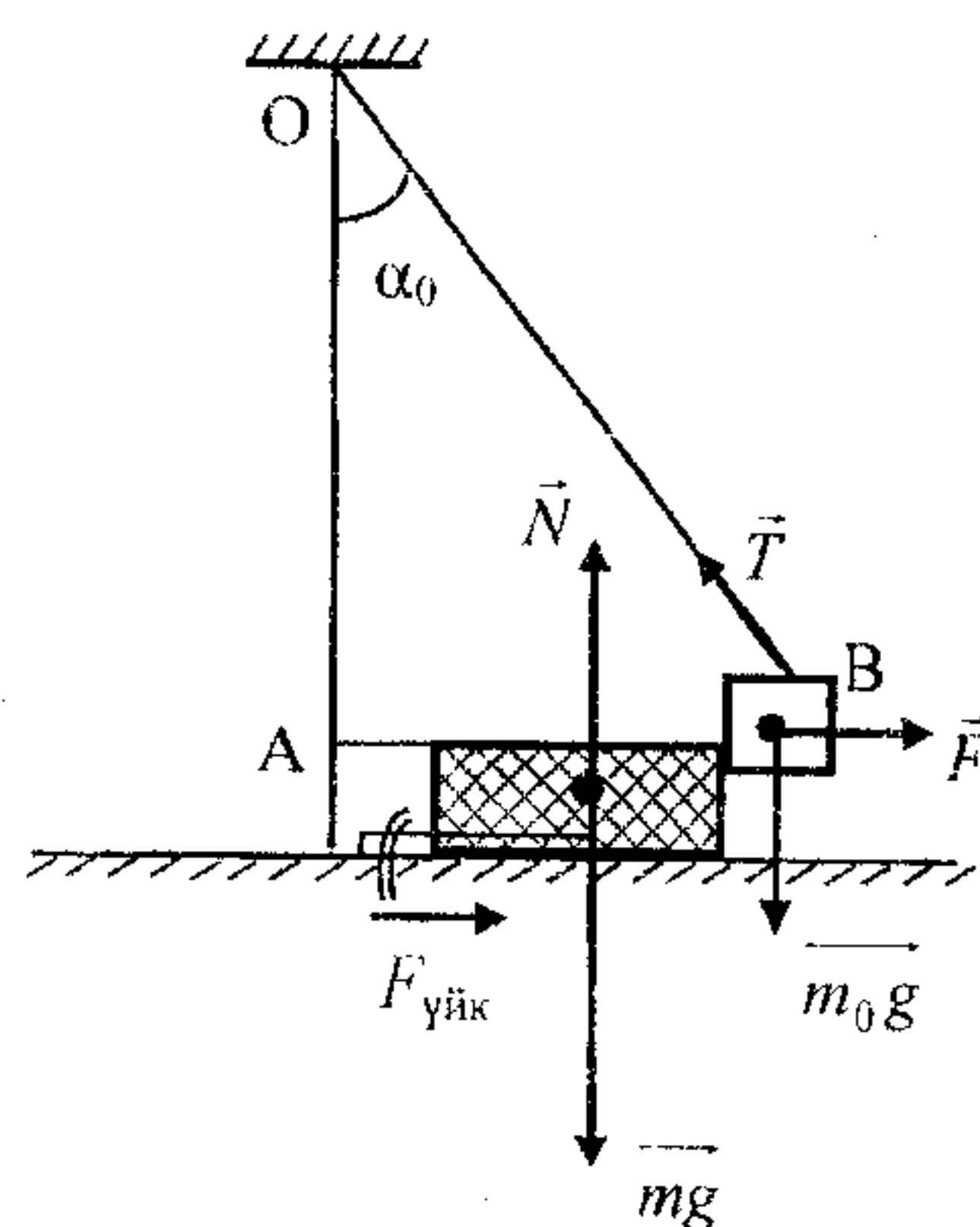
**Приборлар мен материалдар.** Білеуше, сызғыш, штатив, жіп, массасы белгілі гир.

**Орындалуы.** Әуелі білеуше массасы  $m$ -ді анықтаймыз. Ол үшін сызғыштың бір жағына массасы белгілі гирді, ал екінші жағына білеушені қойып тепе-теңдік калыпқа келтіреміз. Содан соң иіңтірек ережесінен

$$m = \frac{\ell_0}{\ell} m_0 \quad (1)$$

анықталады. Мұндағы:  $\ell_0, \ell$  – иіңтірек ретінде алынған сызғыш иіндері.

Енді массасы  $m_0$  гирді жіпке байлап штативке ілеміз. Гирді  $\alpha$  бұрышқа бұрып білеушемен тірейміз (8.43-сурет), сонда ол тыныштықта болатын



8.43-сурет

болсын, демек  $F = F_{\text{үйк}}. \quad (2)$

Ал,  $F = m_0 g \cdot \tan \alpha_0$  және  $F_{\text{үйк}(2)} = \mu \cdot m \cdot g$  болғандықтан (2)-ден

$$m_0 g \cdot \tan \alpha_0 = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{m_0}{m} \tan \alpha_0.$$

Енді (1)-ді ескерсек, онда  $\mu = \frac{\ell}{\ell_0} \tan \alpha_0$ , ал  $\tan \alpha_0 = \frac{|AB|}{|OA|}$ .

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{\ell}{\ell_0} \tan \alpha_0 \text{ немесе } \mu = \frac{\ell}{\ell_0} \cdot \frac{|AB|}{|OA|}.$$

**8.51.** Үстел бетінде көкжиек бойымен қозғалған білеушенің үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Білеуше, жіп, сызғыш.

**Орындалуы.** Білеушені үстел бетімен қозғалту үшін, оның төменгі  $ABCD$  табанына  $F$  күшпен әсер ету керек және білеушенің қозғалысы бірқалыпты болуы үшін  $F = F_{\text{үйк}}. \quad (1)$  шарты орындалуы тиіс. Енді осы  $F$  күшін  $ABCD$  табанына параллель  $h$  қашықтыққа көшірсек білеуше қозғалысы өзгеріссіз жалғасады (8.44-сурет).

Сондай-ақ білеуше  $DC$  қабырғасынан айналмауы үшін мына шарт орындалуы тиіс

$$Fh = mg \frac{a}{2}. \quad (2)$$

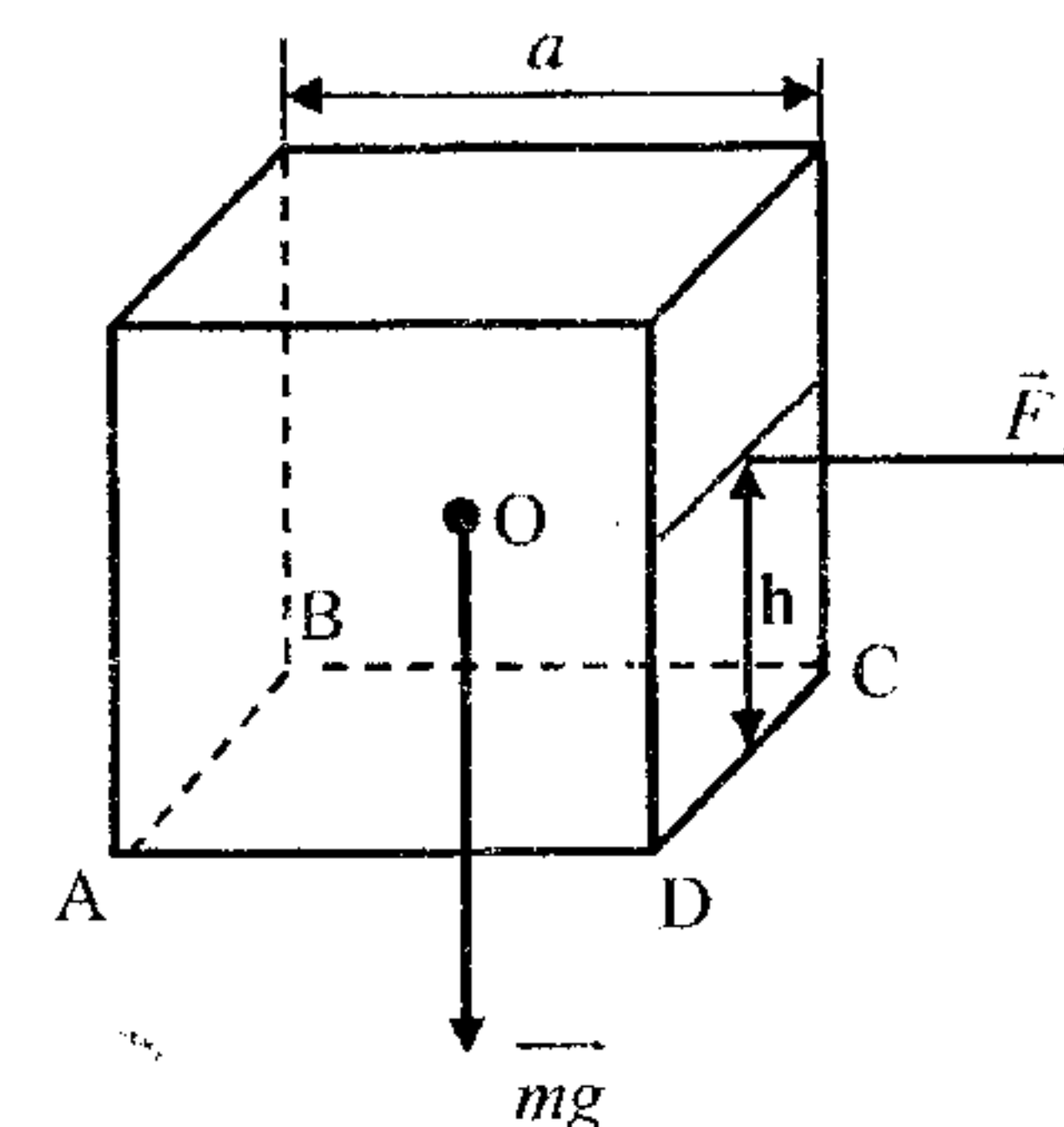
Мұндағы,  $h$  –  $F$  күшінің иіні.

(2)-ден

$$F = \frac{mga}{2h}. \quad (3)$$

Ал,  $F_{\text{үйк}} = \mu mg$  екендігін және (1)-мен (2)-ні ескерсек, онда  $\mu = \frac{a}{2h}$ .

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{a}{2h}.$$



8.44-сурет

**8.52.** Массасы белгілі метал цилиндрдің үстел бетімен үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Біреуінің массасы белгілі екі метал цилиндр ( $m_0 \approx 0,5 \text{ кг}$ ), сызғыш, динамометр.

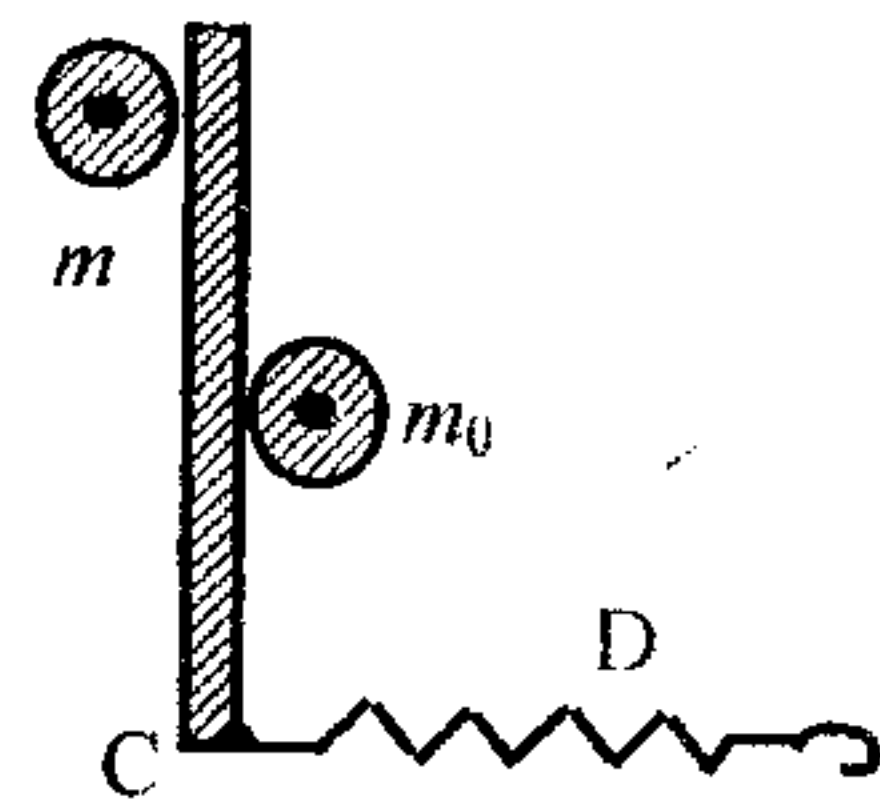
**Орындалуы.** Сызғышты, цилиндрлерді және динамометрді 8.45- суреттегідей орналастырамыз (төбесінен караганда).

Мұндағы:  $m_0$  – массасы белгілі цилиндр; С – сызғыш; D – динамометр.

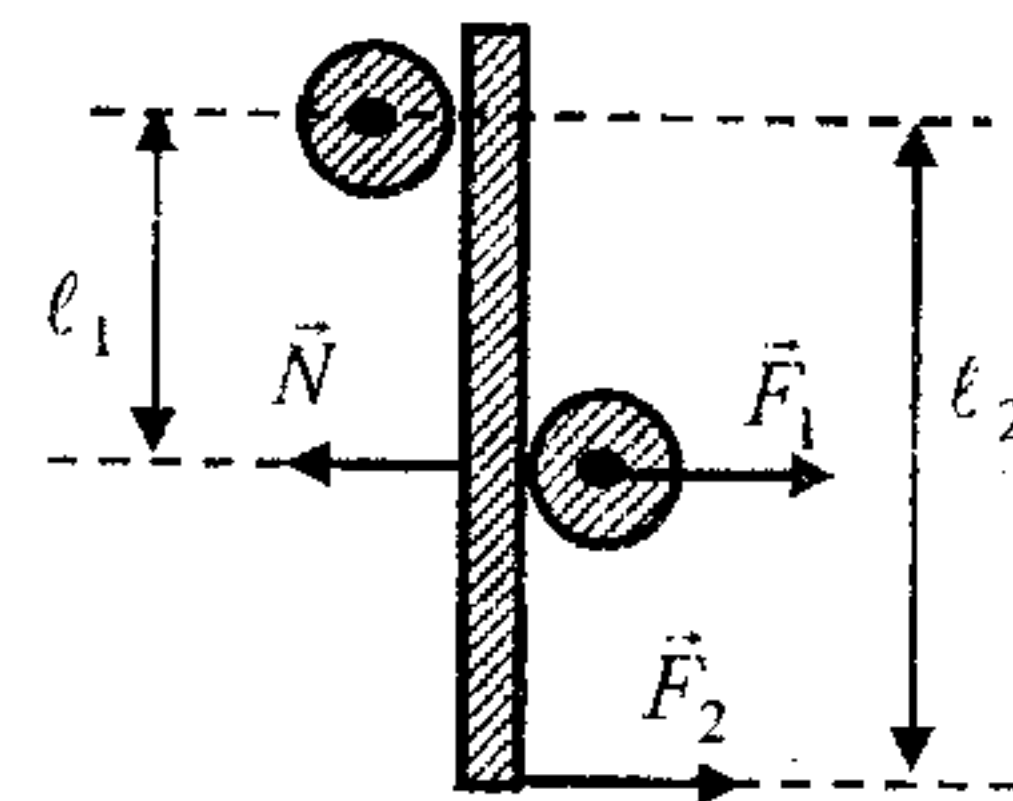
Егер динамометр серіппесін оңға қарай  $F_2$  күшімен тартсақ, онда  $m_0$  массасы белгілі цилиндр оңға жылжиды (8.46-сурет). Сыз-

ғыш иінірктің тепе-теңдік шартынан

$$N\ell_1 = F_2\ell_2, \text{ бірақ } N = F_1, \text{ онда } F_1\ell_1 = F_2\ell_2 \Rightarrow F_1 = \frac{F_2\ell_2}{\ell_1}. \quad (1)$$



8.45-сурет



8.46-сурет

Екінші жағынан  $F_1 = \mu m_0 g$ . (2)

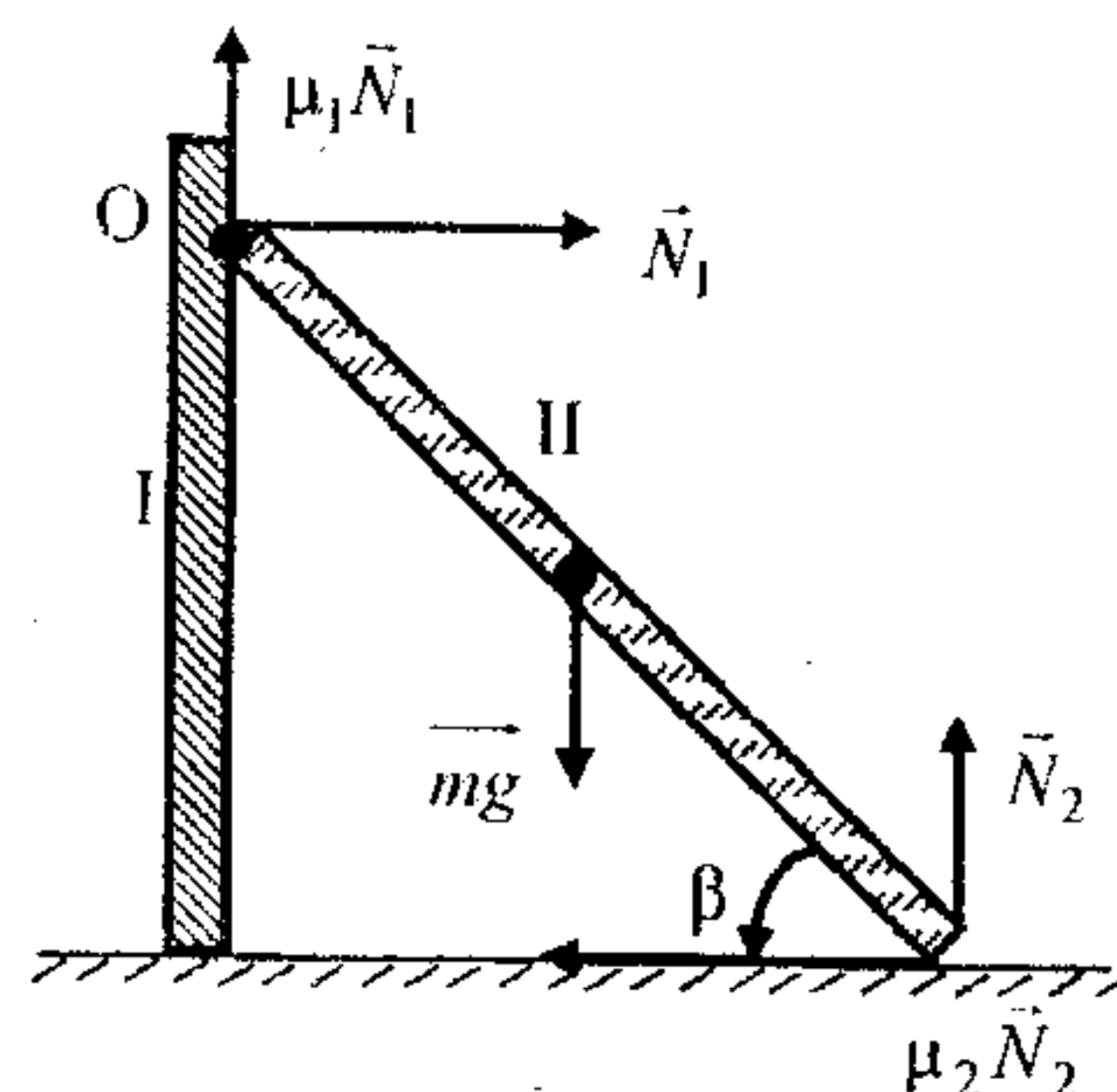
$$(2)\text{-ні } (1)\text{-ге қойсақ, онда } \mu m_0 g = \frac{F_2\ell_2}{\ell_1} \Rightarrow \mu = \frac{F_2\ell_2}{\ell_1 m_0 g}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{F_2\ell_2}{\ell_1 m_0 g}.$$

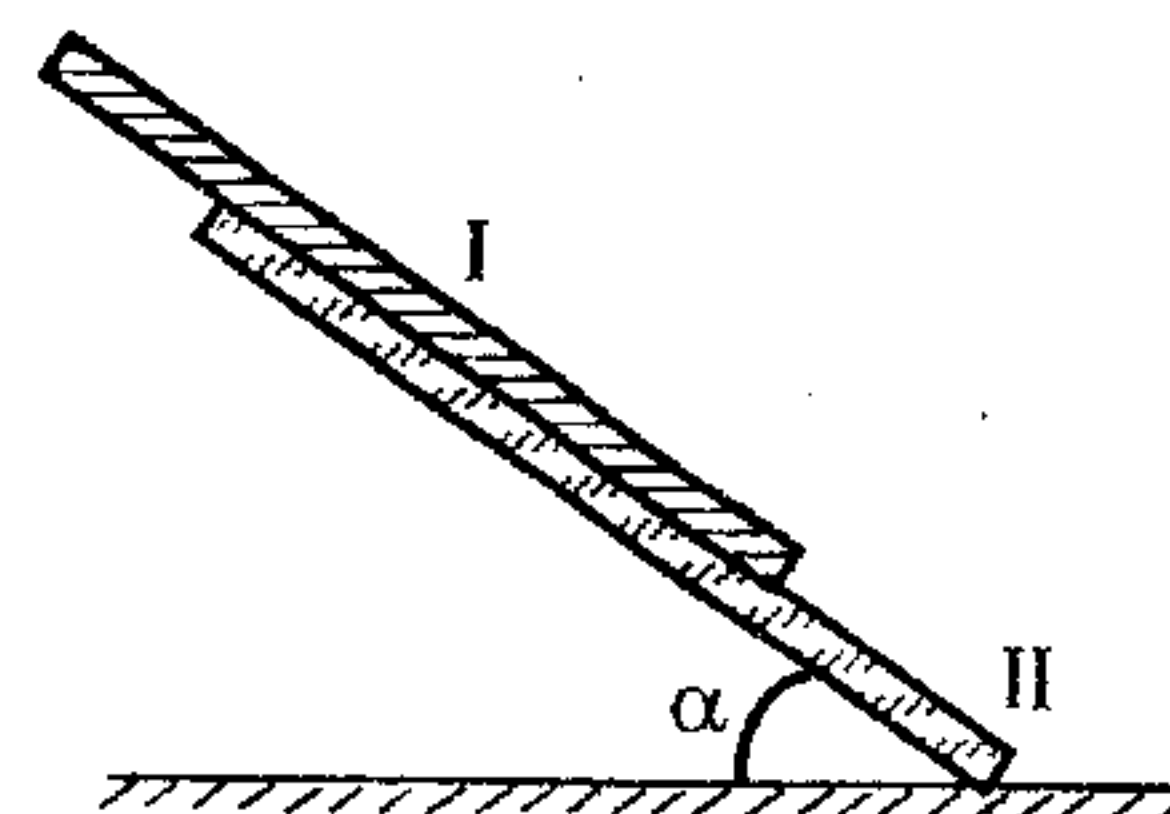
8.53. Ағаш сызғыштың үстел бетімен сырғанау үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Екі ағаш сызғыш, үстел (үстелді еңкейтуге болмайды).

**Орындалуы.** Әуелі сызғыштың үстел бетінен сырғанай бастайтын ең кіші  $\beta$  бұрышын табамыз. Ол үшін екі сызғышты үстел бетіне 8.47-суреттегідей орналастырамыз. Сонда  $\beta$  бұрышы сызғыштың сырғанауы басталатын шектік бұрышы; I және II сызғыштар;  $\mu_1$  — сызғышпен сызғыш арасындағы сырғанау үйкеліс коэффициенті;  $\mu_2$  — сызғышпен үстел арасындағы үйкеліс коэффициенті.



8.47-сурет



8.48-сурет

Суреттегі жүйенің тепе-теңдік шартынан

$$\begin{cases} \mu_1 N_1 + N_2 = mg \\ N_1 = \mu_2 N_2 \\ mg \frac{\ell}{2} \cos \beta + \ell \mu_2 N_2 \sin \beta = \ell N_2 \cos \beta \end{cases}$$

(О нүктесіне салыстырғанда).

Осы үш теңдеуден  $\mu_2 = \frac{1}{\mu_1 + 2 \tan \beta}$ . (1) Енді  $\mu_1$ -ді табайық. Ол үшін екі сызғышты 8.48-суреттегідей орналастырып, I сызғыштың сырғанау бастайтын  $\alpha$  бұрышын табамыз, сонда  $\mu_1 = \tan \alpha$ . (2)

(2)-нің мәнін (1)-ге қойсақ

$$\mu_2 = \frac{1}{\tan \alpha + 2 \tan \beta}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu_2 = \frac{1}{\tan \alpha + 2 \tan \beta}.$$

8.54\*. Радиусы  $R$  болатын қағаздан жасалып, көкжиекте орналасқан цилиндрлік науашаның ойыс бетімен кеңсе бекіткіші (кнопка) сырғанайды. Темір мен қағаз үшін тыныштық үйкеліс коэффициентінің ең үлкен мәні мен сырғанау үйкеліс коэффициентін табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Екі өлшемді миллиметрлік шкаласы бар дөңес цилиндрлік бетті қағаз, кеңсе бекіткіші, сызғыш, қалам.

**Орындалуы.** Цилиндрлік науаша бетімен кеңсе бекіткішінің қозғалысын зерттеуді 8.49-сурет арқылы жүргізейік.

С нүктесіндегі бекіткіш қозғалысы үшін

$$\vec{m}\vec{a} = \vec{m}\vec{g} + \vec{F}_{\text{үйк.}} + \vec{N}. \quad (1)$$

(1)-ді өстер бойынша проекцияласақ және  $F_{\text{үйк.}} = \mu N$  ескерсек,

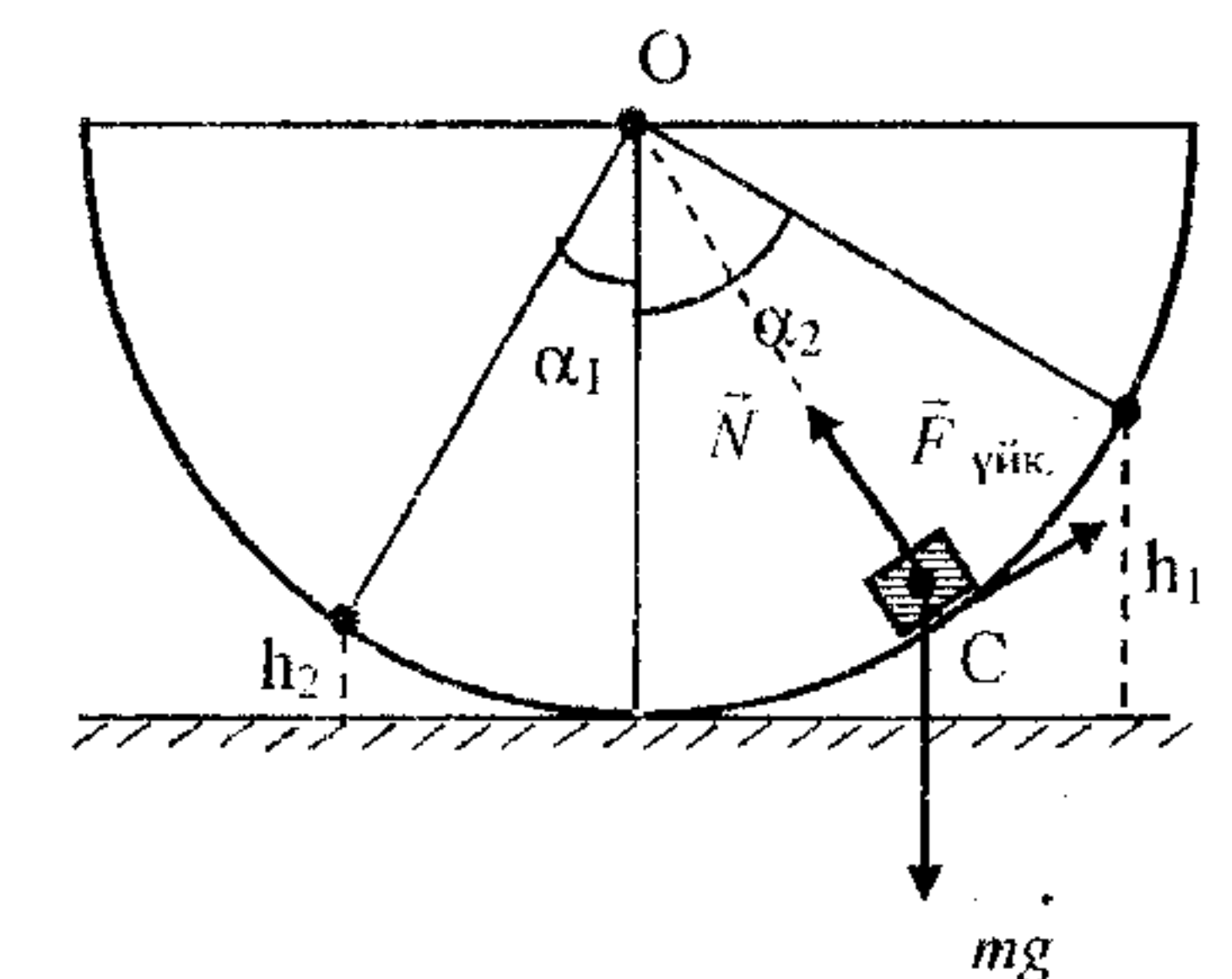
$$F_{\text{үйк.}} = \mu \left( mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{R} \right), \quad (2) \text{ мұндағы } a = \frac{v^2}{R}.$$

Бұл күштің элементар жұмысы  $dA = F_{\text{үйк.}} \cdot dS$ , ал  $dS = R d\alpha$  болғандықтан  $dA = F_{\text{үйк.}} \cdot R d\alpha$ . Ал бүкіл доға бойынша орын ауыстырғанда істелген толық жұмыс

$$A = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dA. \quad (3)$$

Істелген жұмыс потенциалдық энергияның кемуіне тең, яғни

$$A = -\Delta E_p \text{ немесе } A = mg(h_1 - h_2). \quad (4)$$



8.49-сурет

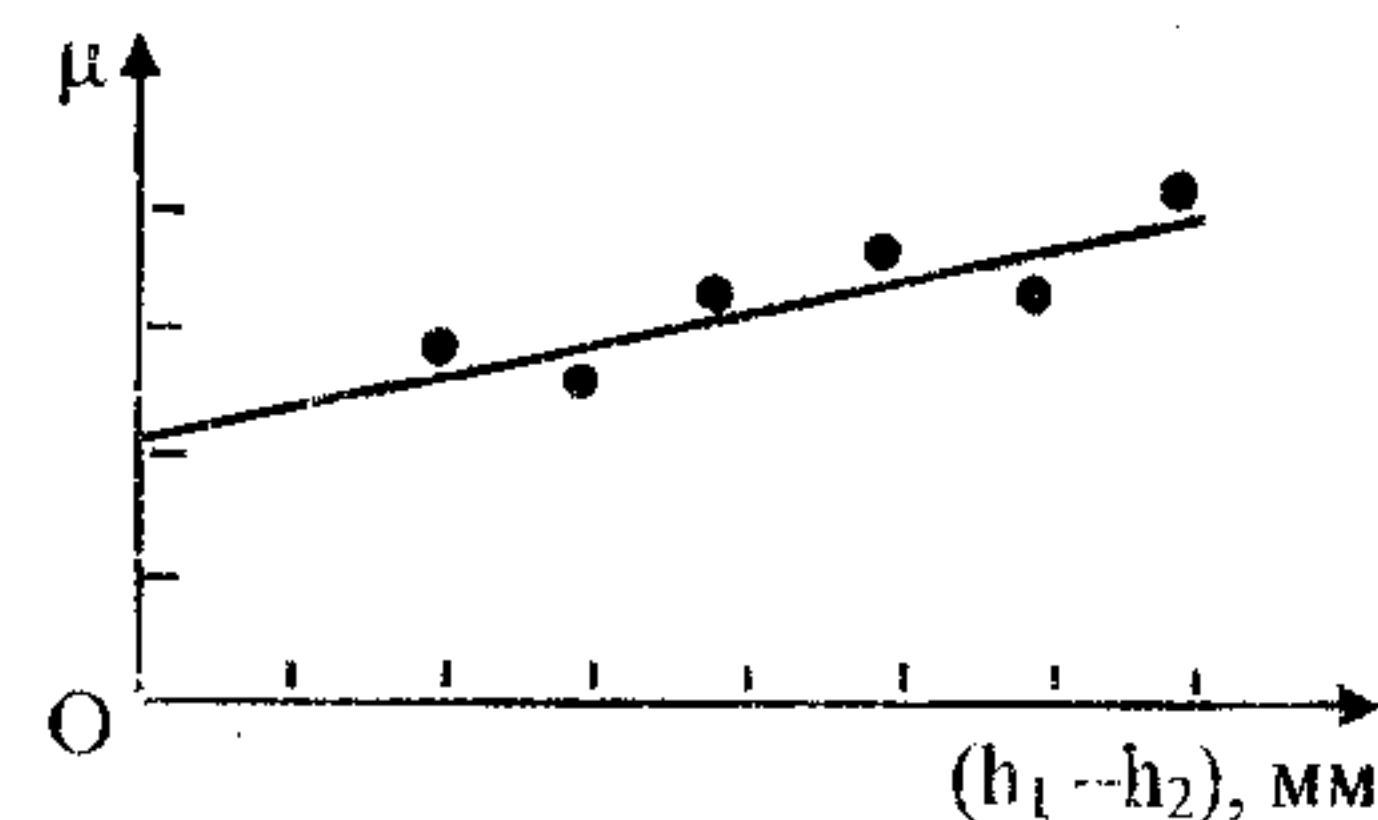
(2) мен (4)-ті ескерсек, онда

$$mg(h_1 - h_2) = \mu R \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left( mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{R} \right) d\alpha. \quad (5)$$

(5)-ті шешу біршама математикалық қиыншылық тугызады, сондықтан біз  $\frac{mv^2}{R} \rightarrow 0$  жағдайын қарастырамыз. Сонда (5)-тен

$$mg(h_1 - h_2) = \mu R mg (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \Rightarrow \mu = \frac{h_1 - h_2}{R(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)}. \quad (6)$$

Алынған тәуелділіктің графигі 8.50-суретте кескінделген. Ал, енді  $(h_1 - h_2)$  ең аз мәні  $h_1$ -дің ең аз мәнінде алынады, ал бұл мән арқылы (6) теңдеуінен тыныштық үйкеліс коэффициентінің ең үлкен мәні анықталады және ол мынаған тең  $\mu_m = \operatorname{tg} \alpha_{\min}$ . (7)



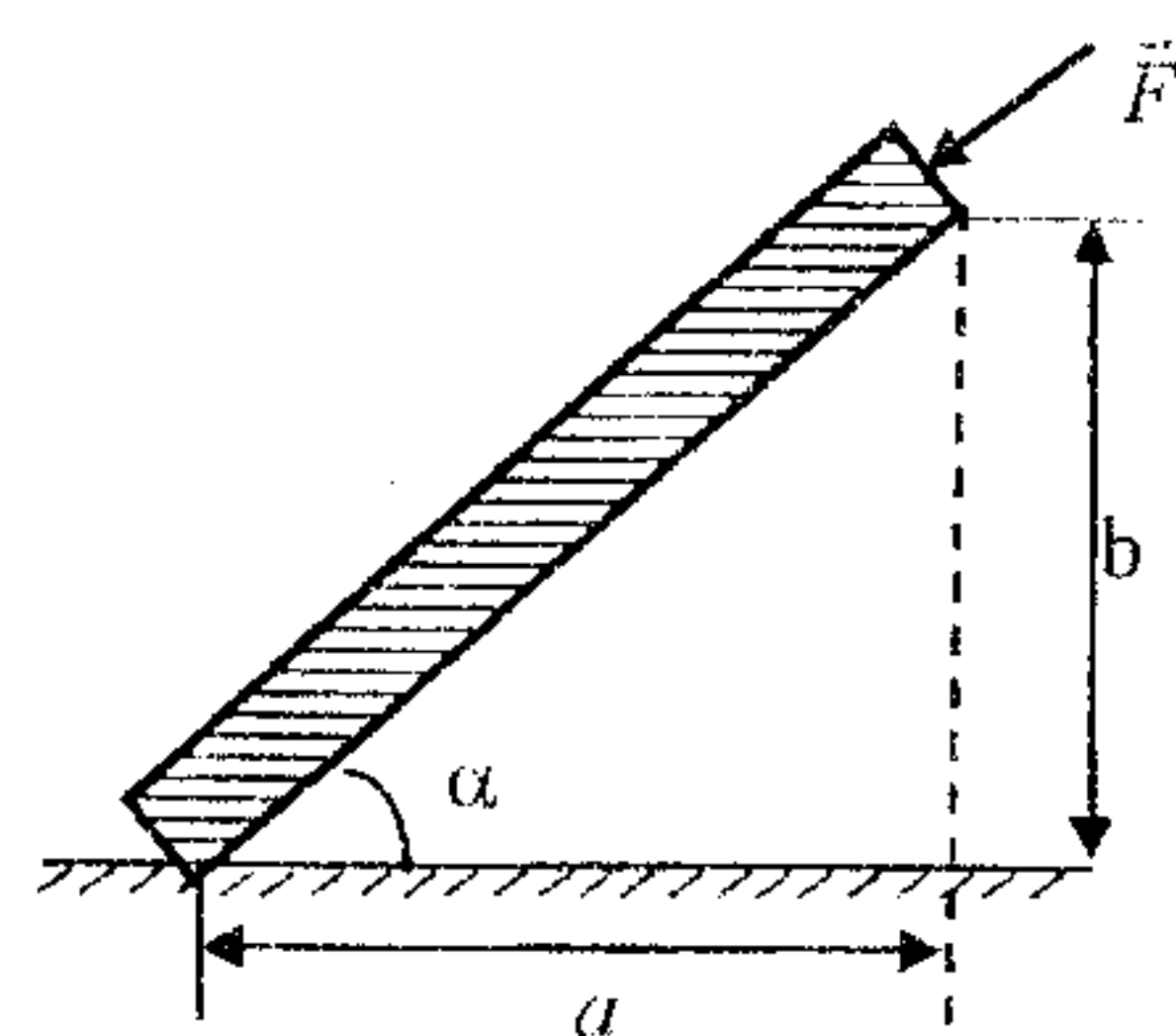
8.50-сурет

Жауабы:  $\mu = \frac{h_1 - h_2}{R(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)}$ ;  $\mu_m = \operatorname{tg} \alpha_{\min}$ .

**8.55. Жеңіл сызғыштың үстел бетімен сырғанау үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Жеңіл сызғыш, өлшеуіш лента.

**Орындалуы.** Жеңіл сызғышты үстел бетіне тігінен қойып, екінші ұшынан  $F$  күшімен басамыз. Енді осы қалпында оны көлбей еңкейтеміз, сонда  $\alpha$  бұрышының белгілі бір мәнінде сызғыш үстел бетінен сырғып кетеді (8.51-сурет). Бұл жағдай  $F$  күшінің көкжиек құраушысының мәні үйкеліс күшімен теңгергенде орындалады, демек  $F_{\text{үйк.}} = F_{\text{к.}}$ . (1)  $F_{\text{үйк.}} = \mu(mg + F_m)$ , ал  $F_{\text{к.}} = F \cos \alpha$  және  $F_m = F \sin \alpha$  екендігін ескерсек (мұнда  $F$  ауырлық күшінің тік құраушысы), онда (1)-ден



8.51-сурет

$$\mu(mg + F \sin \alpha) = F \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{F \cos \alpha}{mg + F \sin \alpha}.$$

Егер  $mg \ll F$  екендігін ескерсек, онда

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha. \quad \mu = \operatorname{ctg} \alpha \quad \text{немесе} \quad \mu = \frac{a}{b}.$$

Жауабы:  $mg \ll F$  болғанда  $\mu = \frac{a}{b}$ , ал

жалпы жағдайда  $\mu = \frac{Fa}{c \cdot mg + bF}$ , мұнда

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

**8.56. Көлбеу жазықтықпен ағаш білеуше арасындағы сырғанау үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Көлбеу жазықтық, ағаш білеуше, динамометр, штатив.

**Орындалуы.** Көлбеу жазықтық штативке 8.52-суреттегідей бекітіледі.

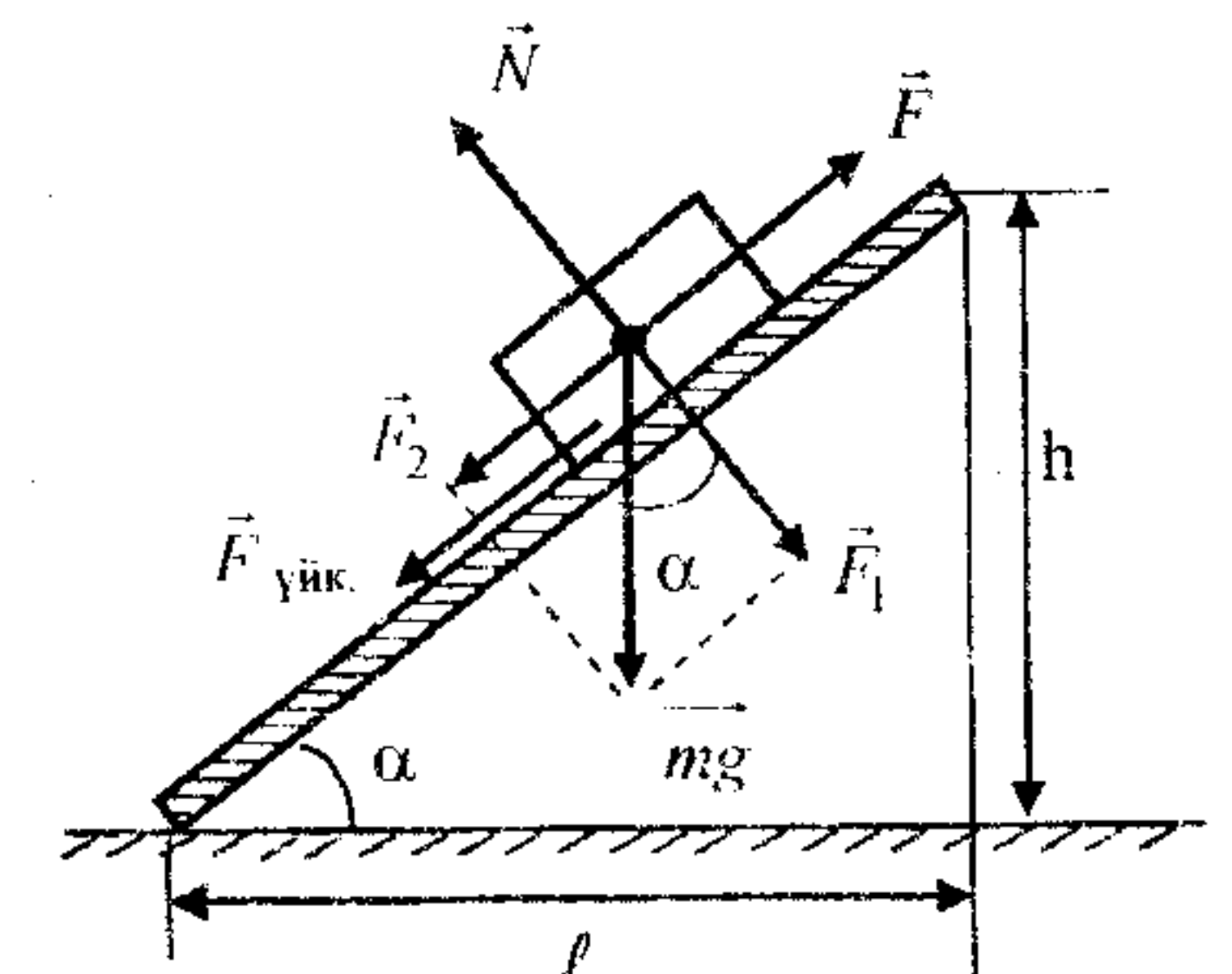
**Ескерту:** Оның көлбеулігі тәжірибе соңына дейін өзгертілмейді.

Енді білеушені динамометрмен бірқалыпты жоғары қозғалтайық. Сонда  $F_{\text{ж.}}$  — жоғары тартатын күш, білеуше қозғалысына қарама-қарсы әсер ететін күштердің қосындысына тең болады, яғни

$$F_{\text{ж.}} = F_{\text{үйк.}} + F_2.$$

Ал,  $F_{\text{үйк.}} = \mu mg \cos \alpha$  және

$F_2 = mg \sin \alpha$  болғандықтан



8.52-сурет

$$F_{\text{ж.}} = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha). \quad (1)$$

Енді білеушені  $F_m$  күшпен бірқалыпты төмен қарай қозғалтайық, сонда  $F_m = mg(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$ . (2)

(1) және (2)-ден

$$\frac{F_{\text{ж.}}}{F_m} = \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha} \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{F_{\text{ж.}} + F_m}{F_{\text{ж.}} - F_m}.$$

Жауабы:  $\mu = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{F_{\text{ж.}} + F_m}{F_{\text{ж.}} - F_m}$  немесе  $\mu = \frac{h}{\ell} \cdot \frac{F_{\text{ж.}} + F_m}{F_{\text{ж.}} - F_m}$ .

**8.57. Қаламның графит шыбықшасының парақ бетімен үйкеліс коэффициентін анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш, тікбұрышты үшбұрыштық, қалам, қалам ұшын шығарғыш, ақ парақ қағаз.

**Орындалуы.** Сызғышты ақ қағазға орап, екінші үстел үстіндегі парақ үстіне тігінен қоямыз. Қаламның екі ұшы да мұқият ұшталған болуы керек. Қаламды 8.53-суреттегідей сызғышқа көлбей орнатамыз. АВ — қағаз оралған сызғыш. Енді қаламды сырғуалды бұрыш  $\alpha$ -ға дейін еңкейтеміз, сонда қаламның тепе-теңдік шартынан

$$\begin{cases} N_2 - F_{\text{үйк.1}} = 0, & (1) \\ N_1 + F_{\text{үйк.2}} - mg = 0, & (2) \\ mg \frac{L}{2} \cos \alpha - N_2 L \sin \alpha - F_{\text{үйк.2}} L \cos \alpha = 0. & (3) \end{cases}$$

$F_{\text{үйк.1}} = \mu N_1$  және  $F_{\text{үйк.2}} = \mu N_2$   
болғандықтан (2)-ден

$$N_1 = mg - F_{\text{үйк.2}} = mg - \mu N_2.$$

Ал, (1)-ді ескерсек

$$N_1 = mg - \mu^2 N_1 \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{1 + \mu^2};$$

$$N_2 = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2}; \quad F_{\text{үйк.2}} = \frac{\mu^2}{1 + \mu^2} mg.$$

Бұлардың мәндерін (3)-ке қойсақ, онда

$$mg \left[ \cos \alpha \left( \frac{1}{2} - \frac{\mu^2}{1 + \mu^2} \right) - \frac{\mu}{1 + \mu^2} \sin \alpha \right] = 0 \Rightarrow \mu^2 + 2\mu \operatorname{tg} \alpha - 1 = 0.$$

Теңдеуді шешсек  $\mu = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$ . (4)  $\alpha$ -бұрышын  $x$  және  $L$  арқылы өрнектесек, онда  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{L^2 - x^2}}{L}$  және  $\cos \alpha = \frac{x}{L}$ . Мұны (4)-ке қойсақ

$$\mu = \frac{L}{x} - \sqrt{\left( \frac{L}{x} \right)^2 - 1}.$$

$$\text{Жауабы: } \mu = \frac{L}{x} - \sqrt{\left( \frac{L}{x} \right)^2 - 1}.$$

**8.58.** Көлбеу науашамен домалап сырғанаған болат шариктің жылдамдығы мен үдеуін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Көлбеу науаша, штатив, болат шарик, сызғыш.

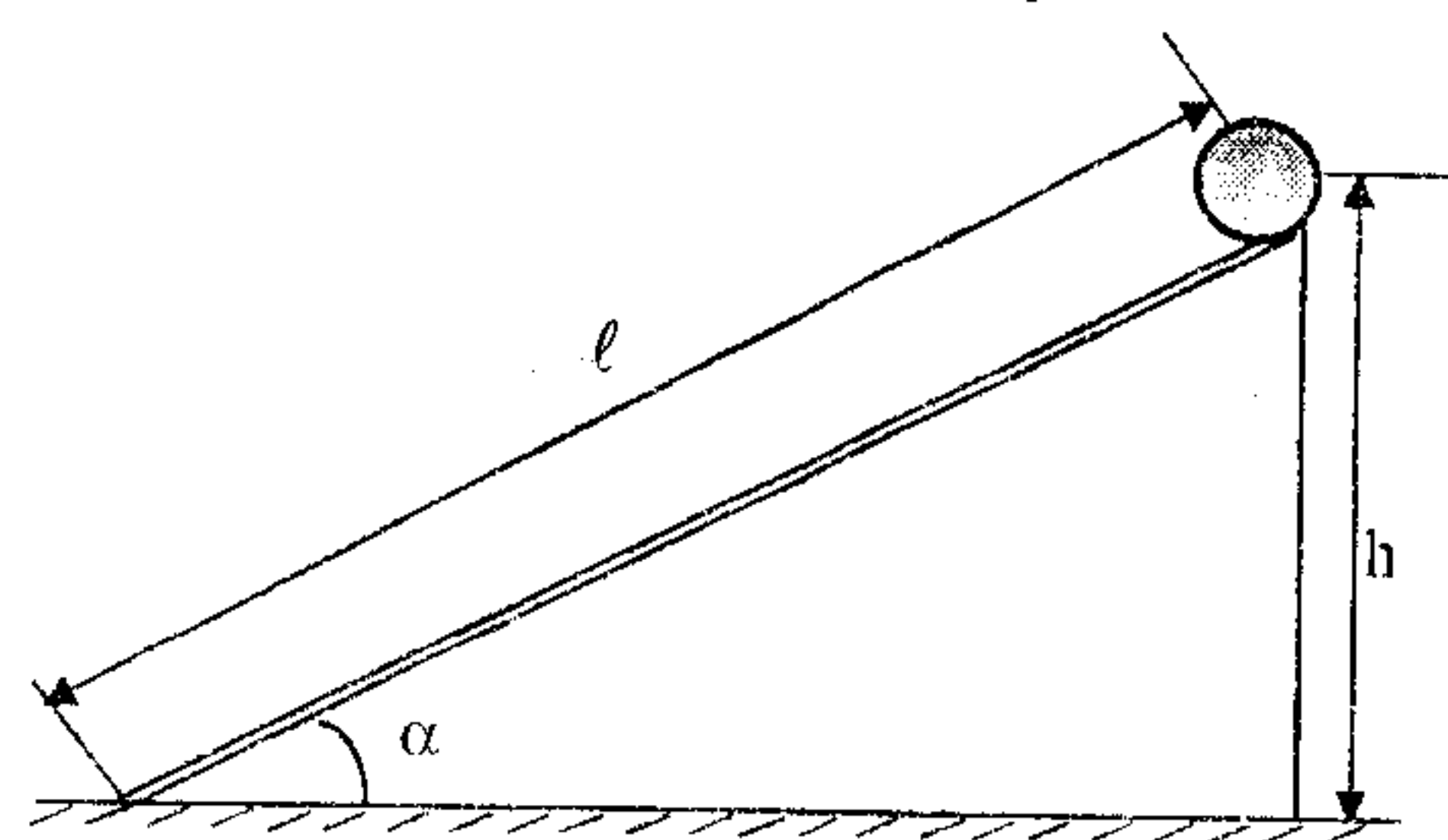
**Орындалуы.** Берілген құралдарды пайдаланып 8.54-суреттегідей құрылғы дайындаймыз. Егер шарикті көлбеу науашамен сырғанататын болсақ, онда ол  $a$  үдеумен домалай отырып сырғанады.

Қозғалысқа энергияның сақталу заңын қолдансақ, үйкелісті ескермеген жағдайда

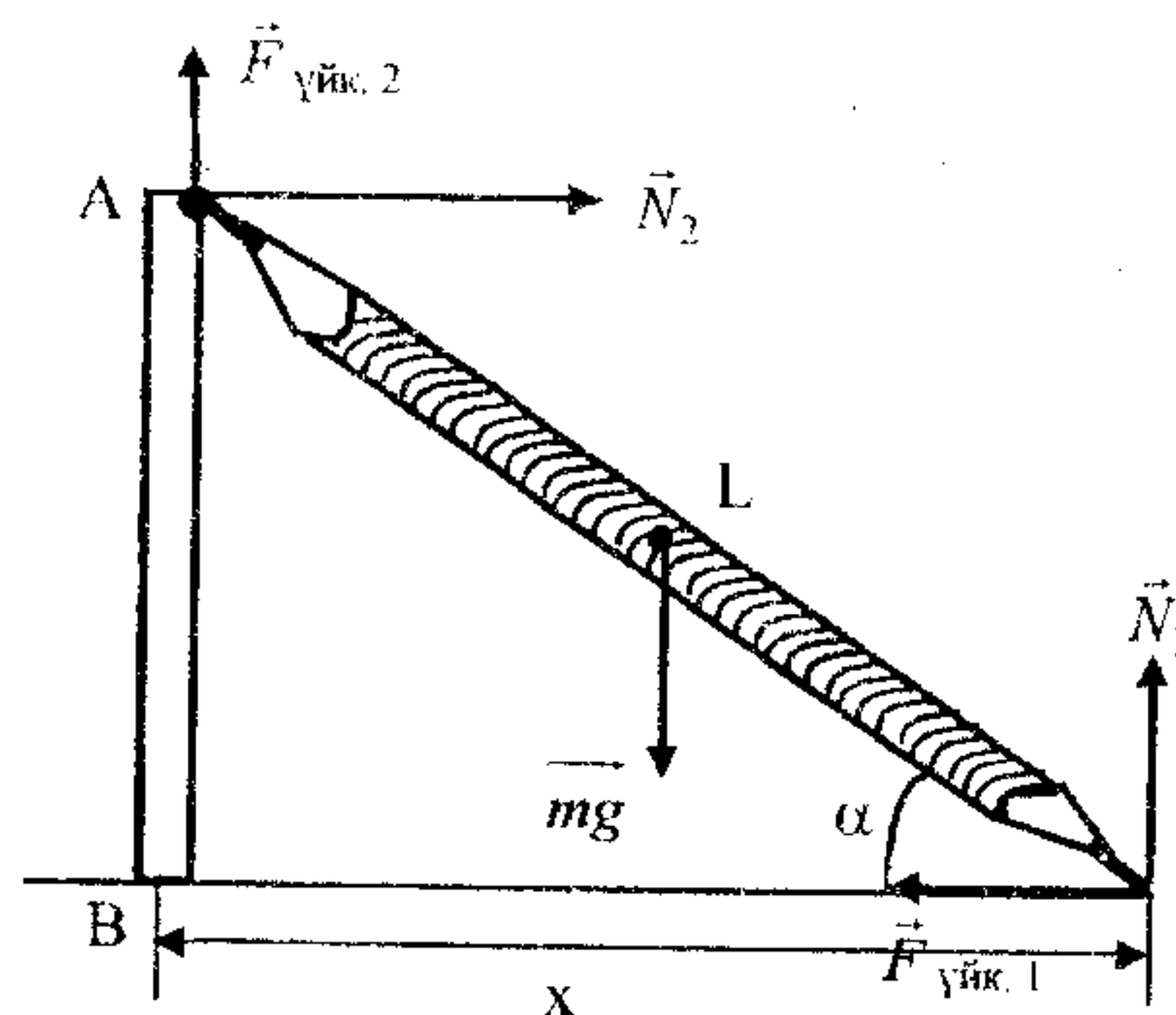
$$mgh = K_1 + K_2, \text{ мұндағы}$$

$$K_1 = \frac{mv^2}{2}, \text{ ал } K_2 = \frac{J\omega^2}{2}.$$

$K_1$  — ілгерілемелі,  $K_2$  — айналымалы қозғалыстың кинетикалық энергиялары,



8.54-сурет



8.53-сурет

сонда  $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ . (1) Болат шариктің инерция моменті  $J = \frac{2}{5}mR^2$

және  $\omega = \frac{v}{R}$  екендігін ескерсек, онда (1)-ден

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} \text{ немесе } mgh = \frac{7mv^2}{10} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gh}{0,7}}. \quad (2)$$

Болат шарик үдеуін табу үшін, бастапқы жылдамдығы нөл болғандағы бірқалыпты үдемелі қозғалыстың  $v = \sqrt{2al}$  формуласымен (2)-ні салыстырамыз, сонда

$$\sqrt{\frac{gh}{0,7}} = \sqrt{2al} \Rightarrow a = \frac{gh}{1,4l} \text{ немесе } a = \frac{g}{1,4} \sin \alpha.$$

$$\text{Жауабы: } v = \sqrt{\frac{gh}{0,7}}; \quad a = \frac{g}{1,4} \sin \alpha.$$

**8.59.** Ақпайтын судағы қайықта адам отыр. Егер ол өз массасын білетін болса, өсіп тұрған қамысты пайдаланып қайық массасын қалай анықтар еді?

**Приборлар мен материалдар.**  $m_0$  өз массасы, өсіп тұрған қамыс.

**Орындалуы.** Адам алғашында қайықтың артқы тұмсығында отырсын. Сонда олардың толық қозғалыс мөлшері нөлге тең, яғни  $p_1 = 0$ . (1) Енді адам қайықтың екінші тұмсығына орын ауыстырсын дейік. Егер қайық табанымен су бетіндегі үйкелісті ескермесек, онда толық қозғалыс мөлшері өзгеріссіз қалады, сонда

$$p_2 = m_0 v_0 + m_1 v_1. \quad (2)$$

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңынан

$$p_1 = p_2 \text{ немесе } m_0 v_0 + m_1 v_1 = 0. \quad (3)$$

(3)-тің екі жағында  $t$ -ға көбейтсек, онда

$$m_0 v_0 t + m_1 v_1 t = 0 \text{ немесе } m_0 S_0 + m_1 S_1 = 0 \Rightarrow m_1 = -\frac{m_0 S_0}{S_1}. \quad (4)$$

Мұндағы, «минус» таңба қозғалыстың қарама-қарсы бағытта екендігін корсетеді, сондықтан таңбаны елемеуге болады

$$m_1 = \frac{m_0 S_0}{S_1}. \quad (5)$$

Мұндағы,  $S_0$  — адамның, ал  $S_1$  — қайықтың суға салыстырғандағы орын ауыстырулары.

Егер қайық ұзындығы  $\ell$  болса, онда  $S_0 = \ell - S_1$ . Демек, (5)-ден

$$m_1 = \frac{m_0 (\ell - S_1)}{S_1}.$$

$S_1$  және  $(\ell - S_1)$  шамаларын анықтау үшін, өсіп тұрған қамысты «бірлік ұзындық» ретінде пайдаланып өлшеуге болады, өйткені

бұлар ұзындық қатынасы түрінде өрнектелген.

$$\text{Жауабы: } m_1 = \frac{m_0(\ell - S_1)}{S_1}.$$

**8.60\*.** Массасы белгілі болат шарикпен пластилин шариктің серпінсіз соққы кезіндегі механикалық энергияның қанша бөлігі жоғалғанын анықтаңдар. Пластилин шариктің массасын табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы 50 г шамалас болат шарик, жіп, білеушелі штатив, транспортер, сызғыш, пластилин.

**Орындалуы.** Пластилиннен диаметрі болат шариктікіне шамалас шарик жасап, екеуінде ұзындықтары бірдей жіппен штатив білеушесіне ілеміз (8.55-сурет). Енді бір шарикті  $\alpha$  бұрышына ауытқытып қайта жібереміз, сонда серпінсіз соққы кезінде өзара біріккен екі шарик  $\beta$  бұрышына ауытқиды (8.55-сурет).

Импульстің сақталу заңынан

$$mv = (m + M)u = m \frac{Mu}{v - u}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $M$  – болат шариктің массасы;  $m$  – пластилин шариктің массасы;  $v$  – пластилин шариктің соққыға дейінгі, ал  $u$  – соққыдан кейінгі біріккен екі шариктің жылдамдықтары.

Енді  $v$  және  $u$  анықтайық. Ол үшін 8.55-суретті пайдаланамыз.

Энергияның сақталу заңынан

$$\frac{mv^2}{2} = mgh_1 \Rightarrow v = \sqrt{2gh_1}.$$

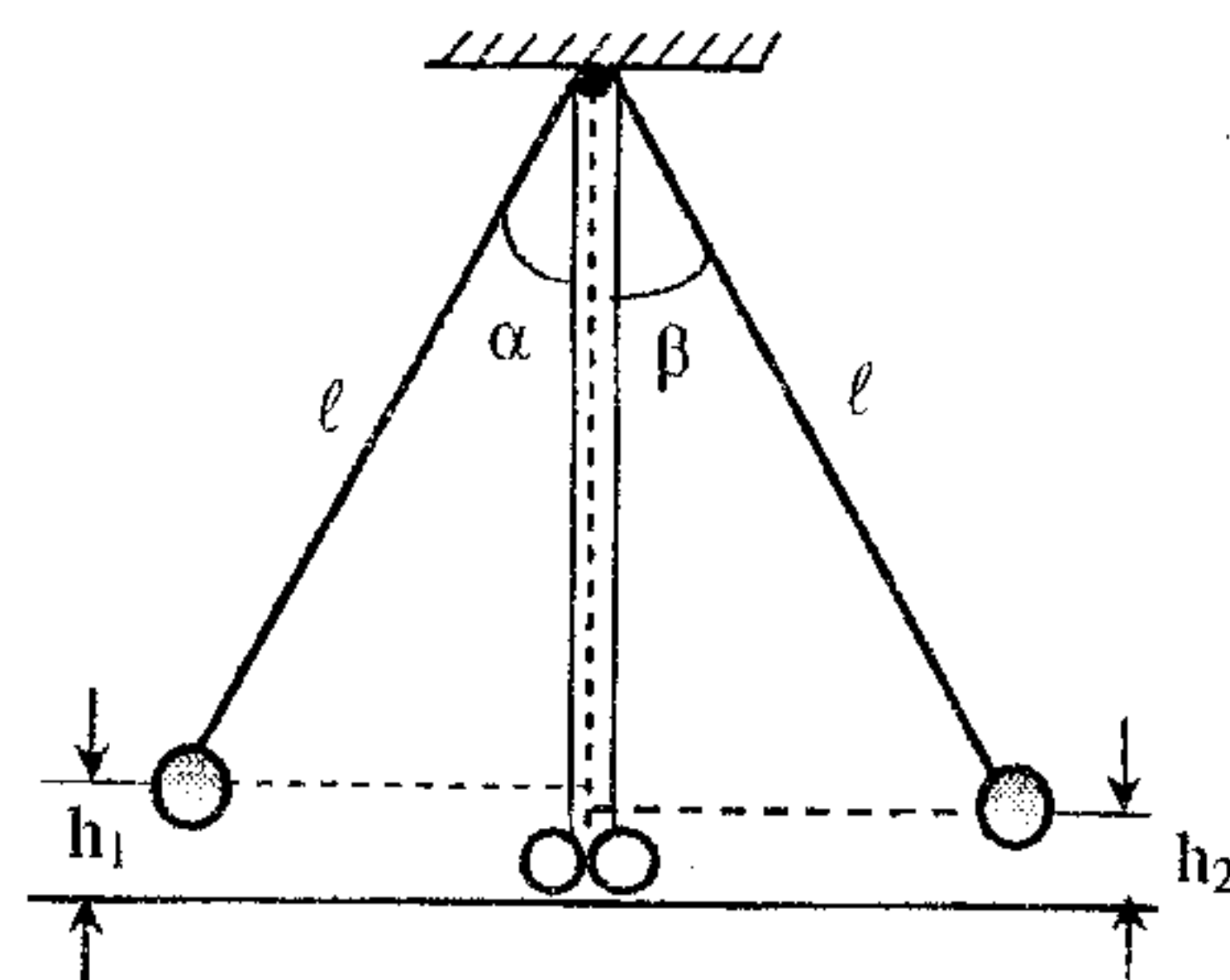
Ал,  $h_1 = \ell(1 - \cos \alpha)$ , демек  $v = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha)}$ . (2) Екінші жағдай үшін де  $u = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \beta)}$ . (3) Ал, тригонометриялық түрлендірулер жасасақ, онда

$$v = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g\ell} \quad \text{және} \quad u = 2 \sin \frac{\beta}{2} \sqrt{g\ell}, \quad (4)$$

өйткені  $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$  және  $\sin \frac{\beta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{2}}$ . Сонымен, (4) және

$$(1)\text{-ден} \quad m = \frac{M \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (5)$$

Шариктердің серпінсіз соққысы кезінде жоғалтатын механикалық энергиясын, энергияның сақталу заңын қолданып табамыз



8.55-сурет

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m + M)u^2}{2}.$$

Енді (4) ескерсек, онда

$$\Delta E_k = 2g\ell \left[ m \sin^2 \frac{\alpha}{2} - (m + M) \sin^2 \frac{\beta}{2} \right].$$

Ал, жоғалтқан механикалық энергияның үлесі

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{2g\ell \left[ m \sin^2 \frac{\alpha}{2} - (m + M) \sin^2 \frac{\beta}{2} \right]}{m \cdot 2g\ell \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \text{немесе} \quad \frac{\Delta E_k}{E_k} = 1 - \frac{(m + M) \sin^2 \frac{\beta}{2}}{m \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$(5)\text{-гі ескерсек} \quad \frac{\Delta E_k}{E_k} = 1 - \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\text{Жауабы: } m = \frac{M \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}; \quad \frac{\Delta E_k}{E_k} = 1 - \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

**8.61.** Көлбеу жазықтықтың пайдалы әсер коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Трибометрлік сызғыш, ағаш білеуше, сызғыш, штатив.

**Орындалуы.** Көлбеу жазықтықтың ПӘК-ін мына өрнекпен анықтаймыз

$$\eta = \frac{A_n}{A_m} = \frac{mgh}{F\ell}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $A_n$  – пайдалы,  $A_m$  – толық жұмыстар.

8.56-суреттен

$$F = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha. \quad (2)$$

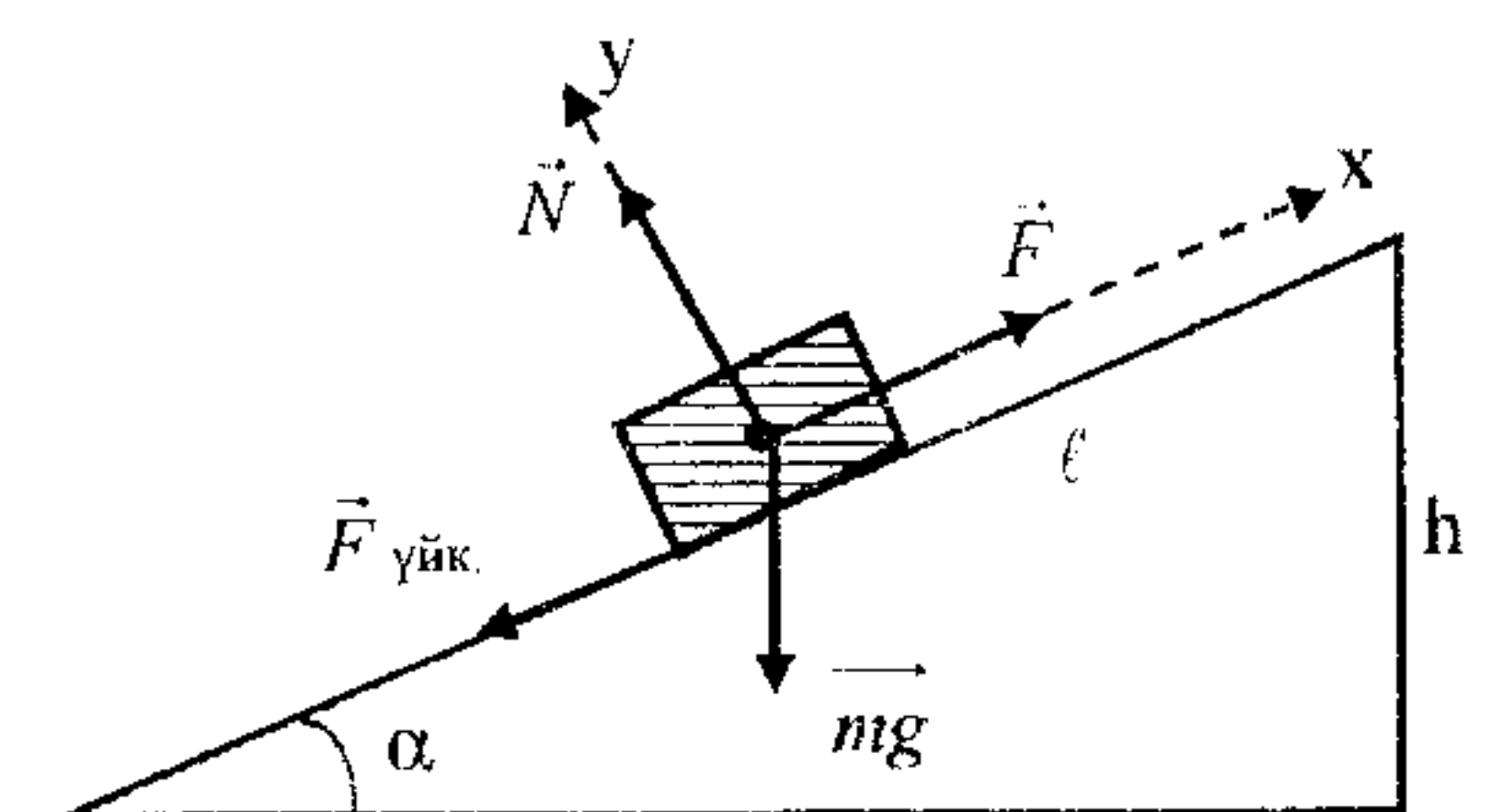
Мұндағы:  $\mu$  – үйкеліс коэффициенті,  $\alpha$  – көлбеулік бұрышы.

(2)-ні ескерсек (1)-ден

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}. \quad (3)$$

Енді  $\mu$ -ді анықтау қалды. Ол үшін көлбеу жазықтықты білеуше еркін сырғанап бастағанға дейін көтере бастаймыз. Сырғанау басталған кездегі бұрыш  $\beta$  болсын. Сонда білеушенің қозғалысын бірқалыпты десек, оған арналған қозғалыс теңдеуінен

$$mg \sin \beta = \mu mg \cos \beta \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \beta. \quad (4)$$



8.56-сурет

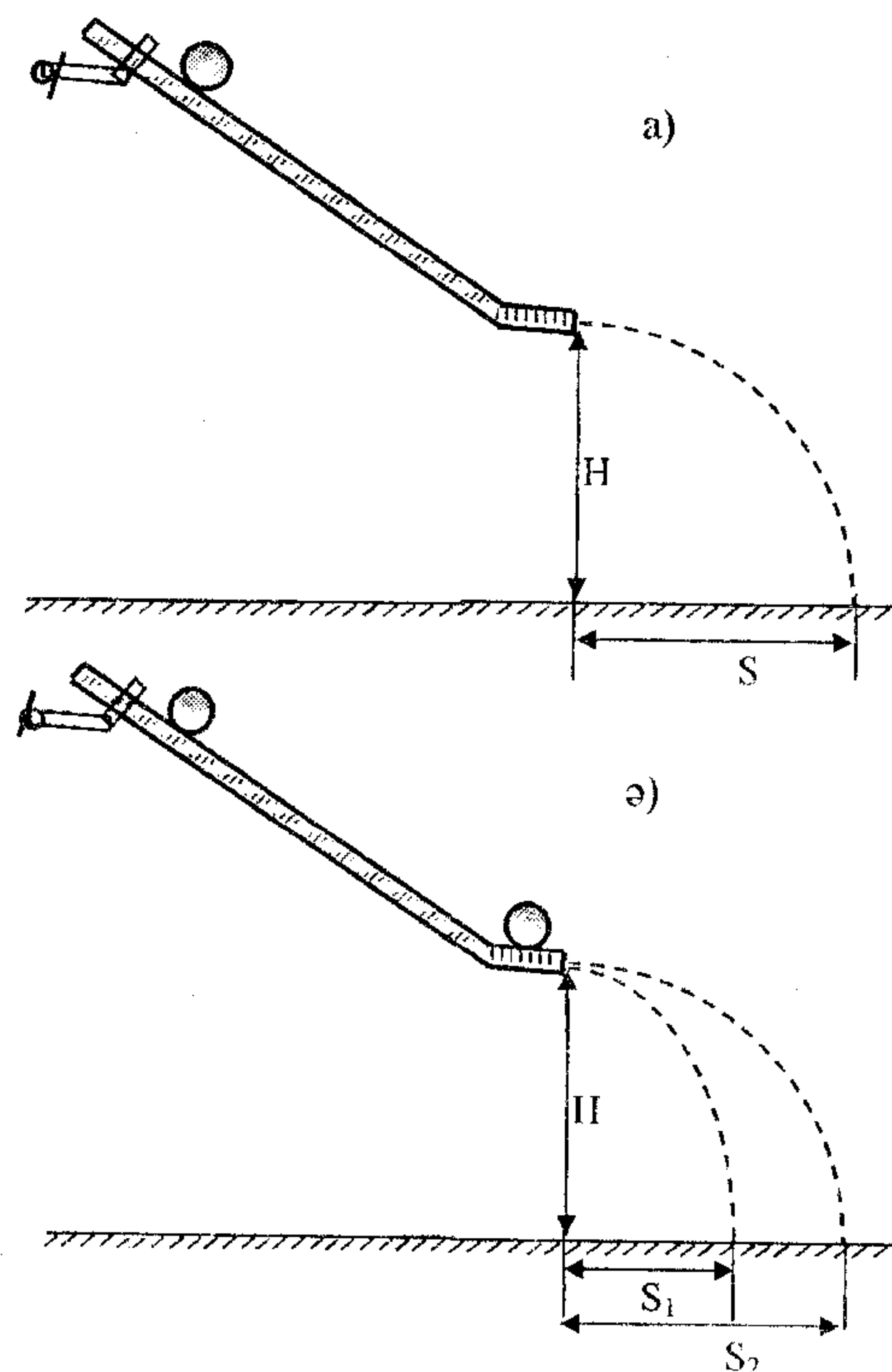
(4)-ті ескерсек, (3) мына түрге келеді  $\eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$ . Мұндағы  $\operatorname{tg} \beta$  мен  $\operatorname{tg} \alpha$ -ны сызғыш арқылы анықтауға болады.

$$\text{Жауабы: } \eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha}.$$

**8.62.** Науашаның жазық ұшында тұрған шарикке қозғалыстағы екінші шариктің соғылуы кезінде импульстің сақталу заңын тәжірибе жүзінде тексеріңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Муфтасы және қысқышы бар штатив, екі метал және екі пластмасса шариктер, доға тәрізді науаша, ақ қағаз және көшірме қағаз, сызғыш, таразы.

**Орындалуы.** Штативке науашаны 8.57-суреттегідей орнатып, домалаған шарик түсетін жерге көшірме және ақ қағазды жаямыз.



8.57-сурет

$m_1, S, m_2, S_1$  және  $S_2$  шамаларын өлшеу арқылы (1)-ді тексеру керек.

**Ескерту:** Тәжірибеде жіберілетін кателік, шариктің сырғанауы кезіндегі айналмалы қозғалысын есепке алмаудан болуы да мүмкін.

Содан кейін  $m_1$  массалы шариктің өзін сырғытып, оның түсу қашықтығы  $S$ -ті өлшейміз (а-сурет). Енді, массасы  $m_2$  шарикті науашаның жазық ұшына қойып,  $m_1$  шарикті қайта сырғана-тамыз, сонда оның  $m_2$  шарикпен әсерлесуінен кейінгі олардың  $S_1$  және  $S_2$  қашықтықтарын анықтаймыз. Сонда үш шарик құлау уақыттары бірдей болғандықтан

$$v = \frac{S}{t}, \quad v_1 = \frac{S_1}{t} \quad \text{және}$$

$$v_2 = \frac{S_2}{t} \quad \text{өрнектерін ала-мыз. Импульстің сақта-лу заңынан}$$

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

немесе

$$m_1 S = m_1 S_1 + m_2 S_2. \quad (1)$$

$$\text{Жауабы: } m_1 S = m_1 S_1 + m_2 S_2.$$

**8.63\*.** Үстел үстінде орнатылған баллистикалық тапаншадан тек ғана екі рет оқ атып, оны еденде жатқан кардон ыдысқа түсіріңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Баллистикалық тапанша, оралма сызғыш, кардон ыдыс.

**Орындалуы.** Баллистикалық тапаншаны еденнен  $h$  биіктіктегі үстел үстіне, көкжиекке  $\alpha_0$  бұрыш жасай орнатып, одан бір рет оқ атамыз. Сонда ол үстелден  $S_0$  қашықтыққа түссін (8.58-сурет).

Бірінші атудың нәтижесі бойынша оқтың бастапқы  $v_0$  жылдамдығын табайық. Оқтың уақытқа тәуелді координатасының өзгерісі

$$y = h + v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \quad (1)$$

$$x = v_{0x} \cdot t. \quad (2)$$

Мұндағы,  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$ ,

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0.$$

Осы мәндерді (1) және (2)-ге қойсақ

$$y = h + v_0 \sin \alpha_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad \text{және} \quad x = v_0 \cos \alpha_0 \cdot t.$$

Оқ еденге түскенде  $x = S_0$  және  $y = 0$  екендігін ескерсек

$$\begin{cases} h + v_0 \sin \alpha_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0, \\ v_0 \cos \alpha_0 \cdot t = S_0, \end{cases} \Rightarrow h + S_0 \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{g S_0^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_0} = 0. \quad (3)$$

Кейінгі теңдеуден  $v_0$ -ді табуға болады, сонда

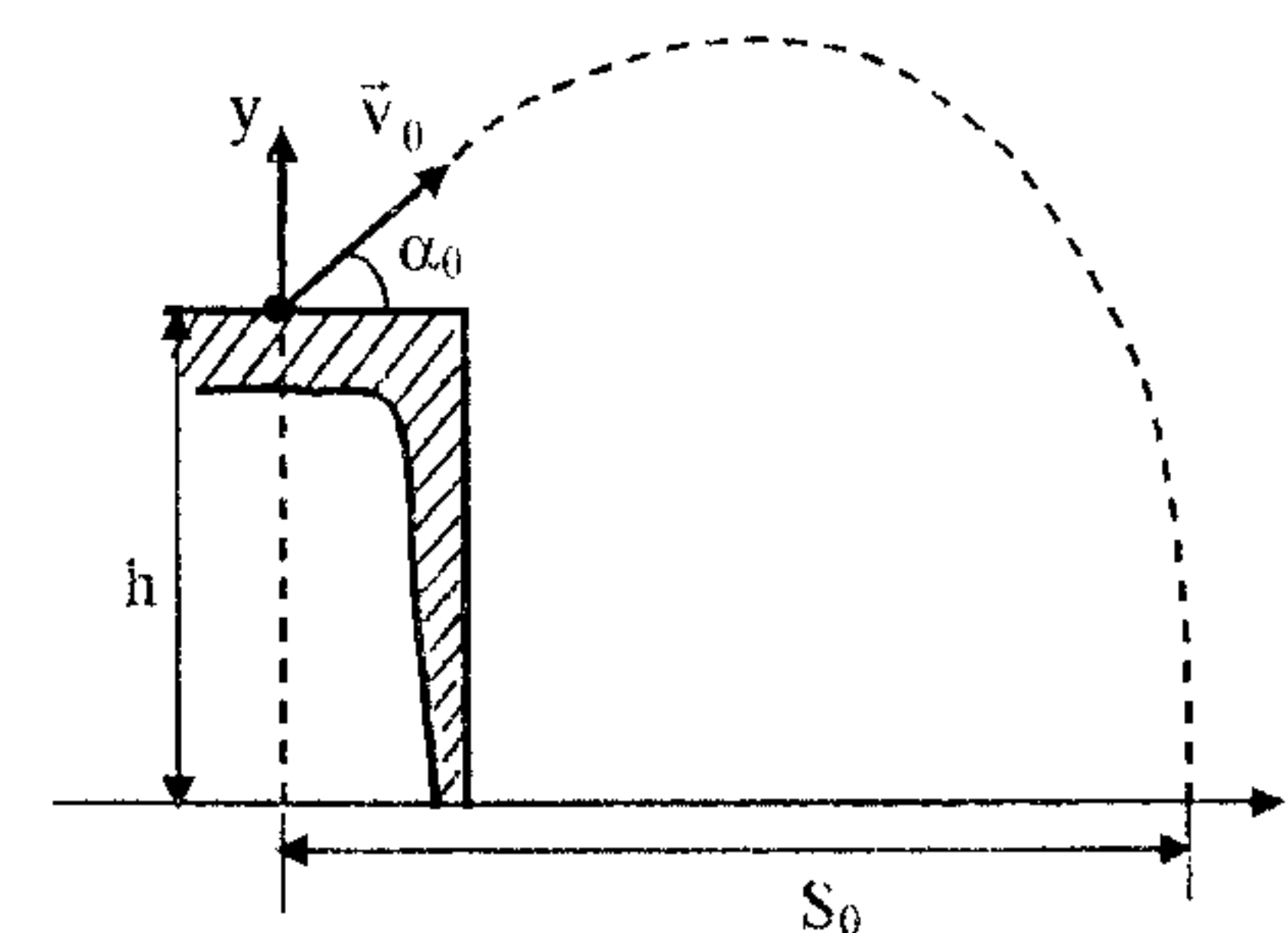
$$v_0 = \frac{S_0}{\cos \alpha_0} \sqrt{\frac{g}{2(h + S_0 \operatorname{tg} \alpha_0)}}. \quad (4)$$

(4) формула атылу кезінде оқтың тапаншадан шығу жылдамдығын анықтайды.

Енді кардон ыдыстың үстелден  $S$  қашықтығын өлшеп алып,  $v_0$  жылдамдықпен атқанда оқ кардонға түсе алатын  $\alpha$  бұрышын есептеп табамыз. Ол үшін (3) өрнегіндегі  $S_0$ -дің орнына  $S$ , ал  $\alpha_0$  орнына  $\alpha$ -ны қоямыз, сонда (3) өрнек мына түрге келеді

$$h + S \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0. \quad (5)$$

Мұндағы  $v_0$ -ді (4)-мен анықтауға болады.



8.58-сурет

(5)-ті тригонометриялық теңдеу ретінде шешсек

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \arccos \frac{gS^2 - v_0^2 h}{v_0^2 \sqrt{h^2 + S^2}} + \arccos \frac{h}{\sqrt{h^2 + S^2}} \right).$$

Енді тапаншаны осы  $\alpha$  бұрышына қойып екінші рет атсақ ок кардон ыдысқа түседі.

**Жауабы:**  $v_0 = \frac{S_0}{\cos \alpha_0} \sqrt{\frac{g}{2(h + S_0 \operatorname{tg} \alpha_0)}};$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \arccos \frac{gS^2 - v_0^2 h}{v_0^2 \sqrt{h^2 + S^2}} + \arccos \frac{h}{\sqrt{h^2 + S^2}} \right).$$

#### 8.64. Шарик массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Біреуінің массасы белгілі екі болат шарик, пластилин, штатив, транспортер, ұзындықтары бірдей екі жіп.

**Орындалуы.** Екі шарикті де ұзындықтары бірдей  $\ell$  жіпке байлап штативке ілеміз. Енді массасы  $m_1$  белгілі шарикті  $\alpha_1$  бұрышқа ауытқытып қоямыз, ал екінші шарикке массасы елеусіз  $\Delta m$  болатын пластилин жапсырамыз. Енді  $m_1$  шарик  $m_2$  шарикке соқтығысады да екеуі бірге қозғала отырып  $\alpha_2$  бұрышқа ауытқиды (8.59-сурет), өйткені пластилин әсерінен біріне екіншісі жабысады. Сонда импульстің сақталу заңынан

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2 + \Delta m) v_2. \quad (1)$$

Массасы белгілі  $m_1$  шариктің  $v_1$  жылдамдығын механикалық энергияның сақталу заңынан табамыз, сонда

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g h_1}. \quad (2)$$

Түрлендірулер арқылы

$$h_1 = \ell(1 - \cos \alpha_1)$$

екендігін анықтаймыз, сонда

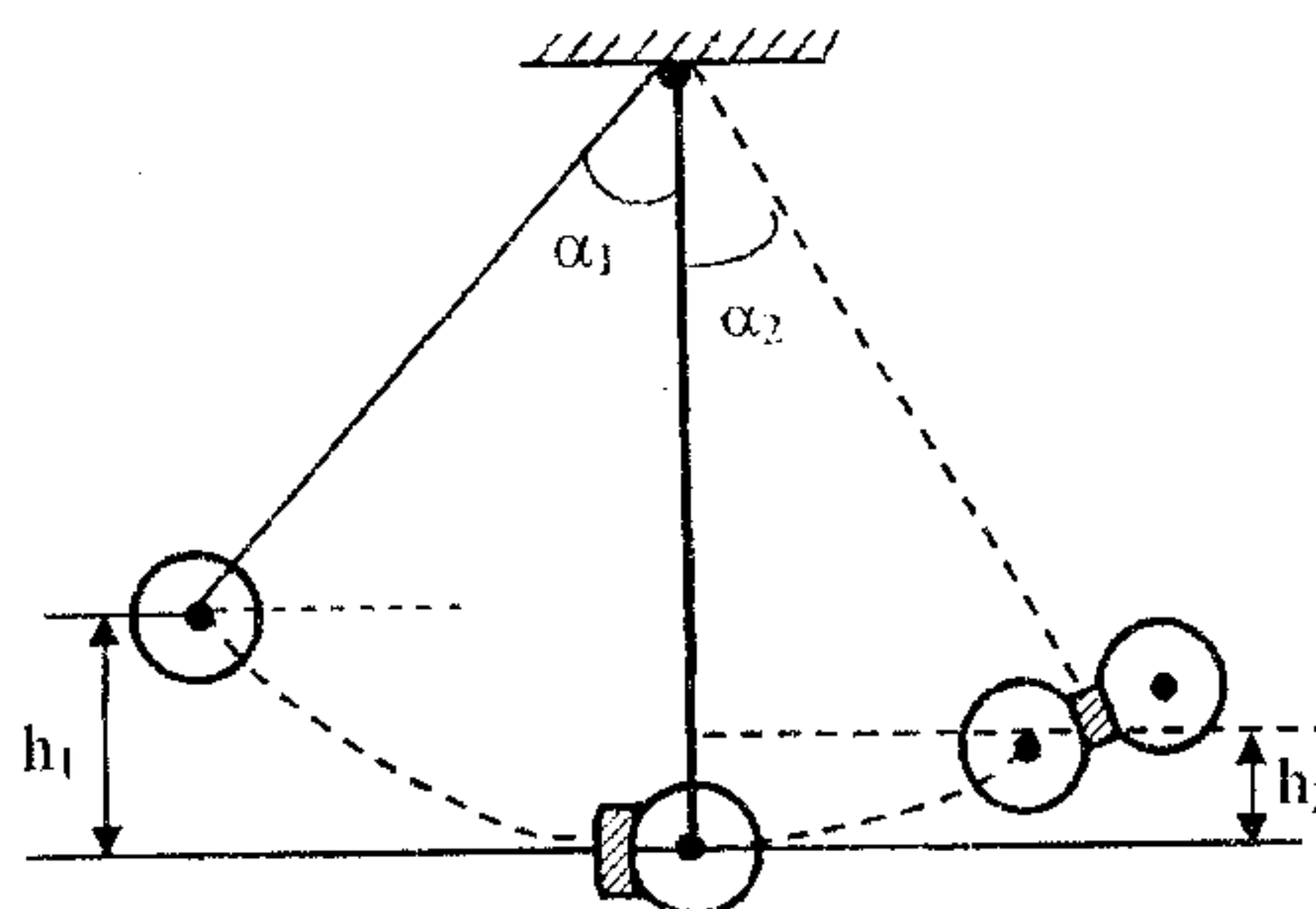
$$v_1 = \sqrt{2 g \ell (1 - \cos \alpha_1)}. \quad (3)$$

$\alpha_2$  бұрышқа ауытқыған қос шардың жылдамдығы

$$v_2 = \sqrt{2 g \ell (1 - \cos \alpha_2)}. \quad (4)$$

Егер  $\Delta m$  өте аз болса ( $\Delta m \ll m_1$  және  $\Delta m \ll m_2$ ), онда оны ескермеуге болады, сонда (1), (3) және (4)-ден

$$m_2 = m_1 \left( \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_2}} - 1 \right). \quad (5)$$



8.59-сурет

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \text{ екендігін ескерсек, онда (5)-ден } m_2 = m_1 \left( \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} - 1 \right).$$

**Жауабы:**  $m_2 = m_1 \left( \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} - 1 \right).$

#### 8.65. Дене бастапқы жылдамдықсыз көлбеу жазықтықтан сырғанап түскенде бөлінетін жылу мөлшерін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Көлбеу жазықтық, массасы белгілі дене, сызғыш, секундомер.

**Орындалуы.** Бастапқы жылдамдықсыз дене сырғанап түскенде бөлініп шығатын жылу мөлшері мынаған тең

$$Q = mgh - \frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

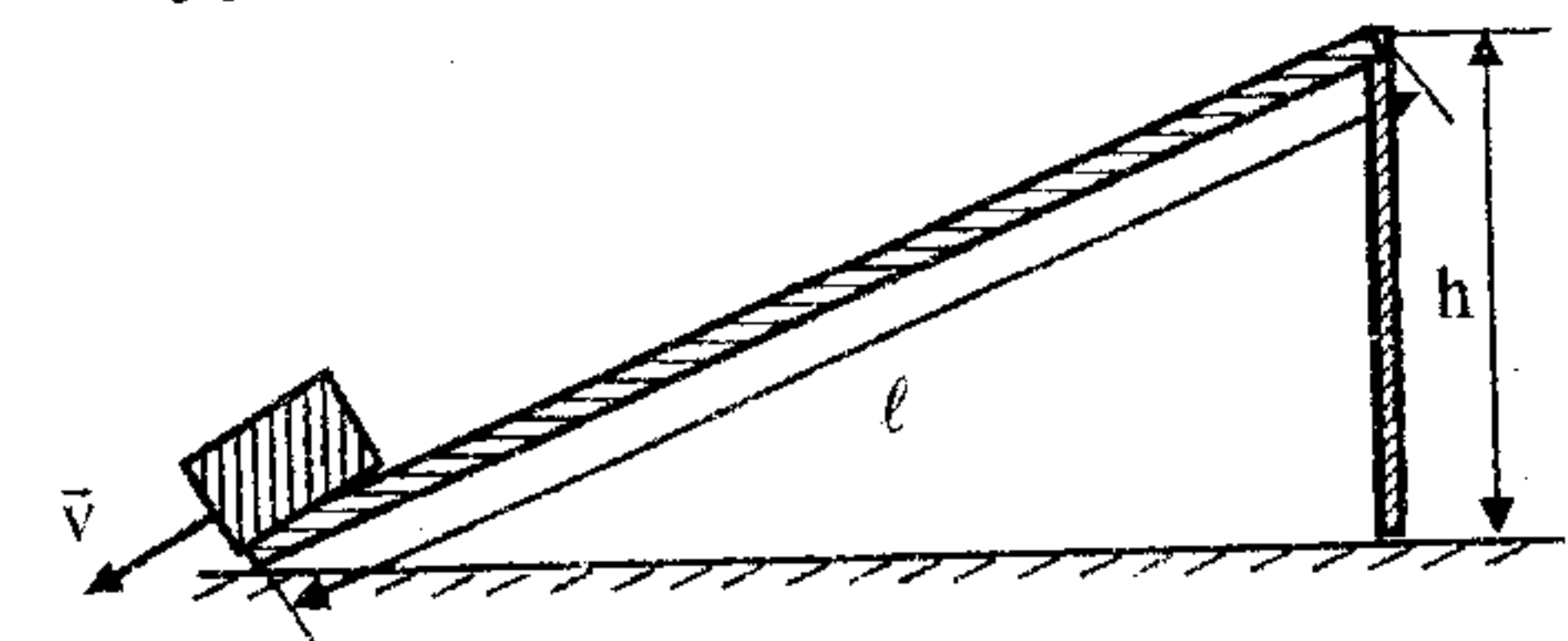
Мұндағы:  $h$  — көлбеу жазықтық биіктігі;  $v$  — дененің көлбеу жазықтықтан түсер кездегі жылдамдығы (8.60-сурет).

Сонда,  $v = at$ , ал  $a = \frac{2\ell}{t}$

екендігін ескерсек, онда

$$v = \frac{2\ell}{t}. \quad (2)$$

Мұндағы:  $\ell$  — көлбеу жазықтықтың ұзындығы;  $t$  — дененің қозғалу уақыты.



8.60-сурет

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } Q = m \left( gh - \frac{2\ell^2}{t^2} \right).$$

**Жауабы:**  $Q = m \left( gh - \frac{2\ell^2}{t^2} \right).$

#### 8.66. Үстел бетіне бір рет соғылғанда серпінді шарик өзінің кинетикалық энергиясының қандай бөлігін жоғалтады? Жоғалтқан кинетикалық энергиясы шамасымен шариктің түсу биіктігі арасындағы байланысты зерттеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Серпінді шарик (теннис добы), қысқышы бар штатив, өлшеуіш лента.

**Орындалуы.** Серпінді шариктің жоғалтқан кинетикалық энергиясының шамасы

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2). \quad (1)$$

Мұндағы:  $v_1$  — шариктің үстел бетіне соққан кезіндегі,  $v_2$  — шариктің үстел бетінен ыршып шыққан кездегі жылдамдықтары.

Екінші жағынан

$$\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = mg(h_1 - h_2). \quad (2)$$

Мұндағы:  $h_1$  — шариктің бетке соққан биіктігі;  $h_2$  — шариктің беттен ыршып шығып көтерілген биіктігі.

(1) және (2)-ден  $\Delta W = mg(h_1 - h_2)$ . Сонда шариктің бір соққыдан кейінгі жоғалтқан кинетикалық энергиясының үлесі

$$\frac{\Delta W}{W_1} = \frac{mg(h_1 - h_2)}{mgh_1} = 1 - \frac{h_2}{h_1}. \quad \frac{\Delta W}{W_1} = 1 - \frac{h_2}{h_1}.$$

Демек,  $h$ -тың мәні аз болғанда  $\frac{\Delta W}{W_1}$  үлесі аз, ал  $h$  мәні артқан сайын, жоғалтатын кинетикалық энергия шамасы да артады. Сондай-ақ  $\frac{\Delta W}{W_1} = f(h)$  тәуелділігі шарик материалына және үстел бетіне де байланысты болады.

$$\text{Жауабы: } \frac{\Delta W}{W_1} = 1 - \frac{h_2}{h_1}.$$

### 8.67. Болаттың серпімділік модулін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Болат сым, микрометр, сызғыш, массасы белгілі кіртас.

**Орындалуы.** Болат сымның серпімділік модулін анықтау үшін мына формуланы пайдаланамыз

$$E = \frac{F\ell}{\Delta\ell \cdot S}. \quad (1)$$

Мұндағы:  $F$  — созушы күш;  $\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)$  — сымның салыстырмалы ұзаруы;  $S$  —

кима ауданы. Мұнда тәжірибе жүзінде болаттың  $\Delta\ell$  ұзаруын өлшеу өте қиын, сондықтан оны 8.61-суретте көрсетілген құрылғы көмегімен табамыз. Мұндағы: В және С сым бекітілген нүктелер; О — жүк ілінген сымның ортасы; Р — кіртастың салмағы; Т — сымның керілу күші.

Тепе-теңдік шартынан  $P = 2T \sin \alpha$ . (2)  $\alpha$  бұрышы кішкентай болғандықтан  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$  деп жазуға болады, сонда АОС үшбұрышынан  $\tan \alpha = \frac{2h}{\ell}$ . Онда (2)-ден  $P = \frac{4Th}{\ell} \Rightarrow T = \frac{P\ell}{4h}$ . (3)

$$F = T \text{ екендігін ескерсек (1)-ден } E = \frac{P\ell^2}{4hS\Delta\ell}. \quad (4)$$

### 8.61-суреттен

$$\Delta\ell = |BOC| - |BAC| = 2 \cdot OB - 2AB = 2(OB - AB). \quad (5)$$

Пифагор теоремасынан

$$OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} \text{ немесе}$$

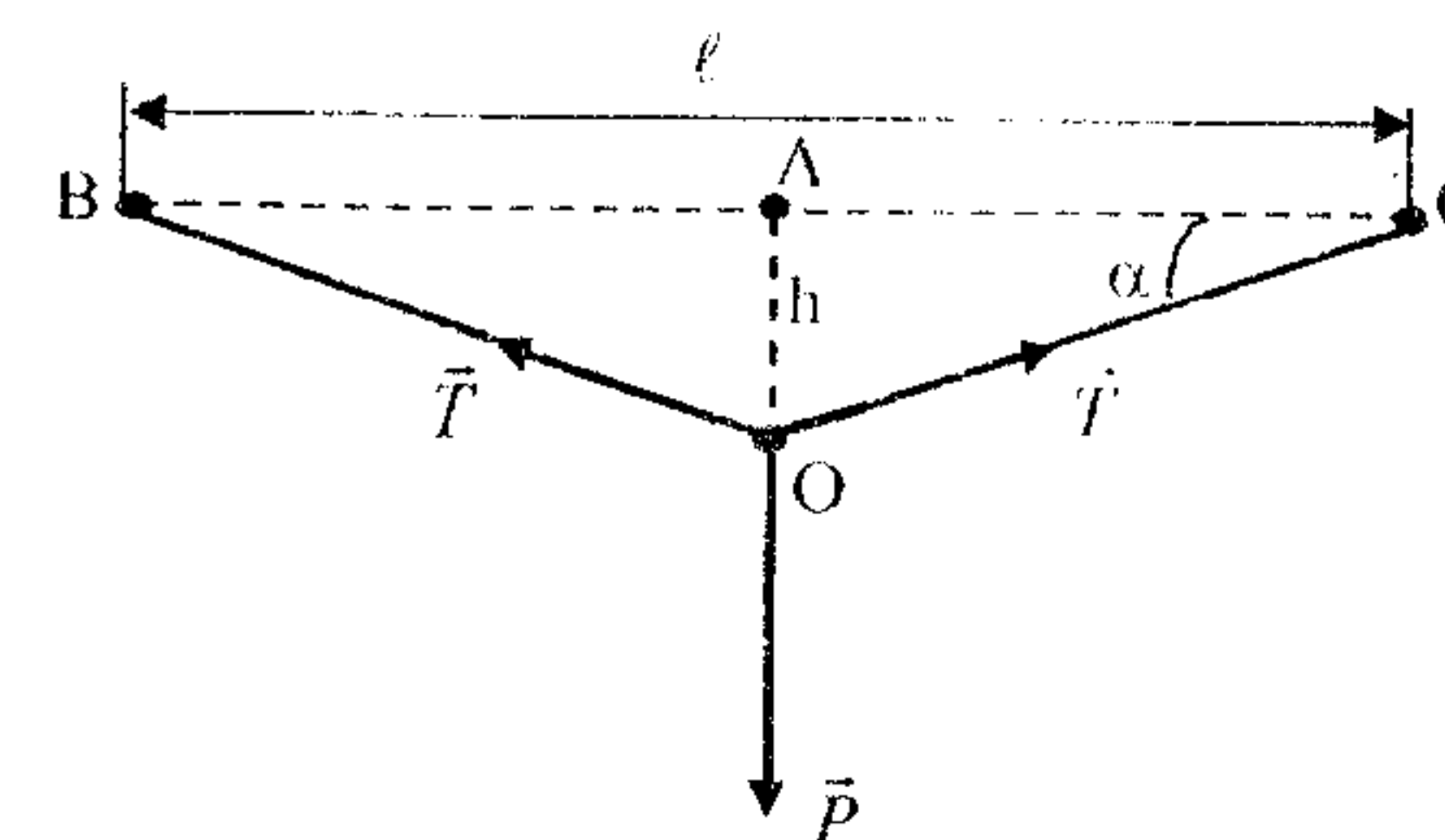
$$OB = \sqrt{h^2 + \frac{\ell^2}{4}}.$$

OB мәнін (5)-ке қойсақ

$$\Delta\ell = \sqrt{\ell^2 + 4h^2} - \ell. \quad (6)$$

$$(6) \text{ мәнін (4)-ке қойсақ } E = \frac{P\ell^2}{4hS(\sqrt{\ell^2 + 4h^2} - \ell)}. \text{ Мұнда } S = \pi r^2.$$

$$\text{Жауабы: } E = \frac{P\ell^2}{4\pi hr^2(\sqrt{\ell^2 + 4h^2} - \ell)}.$$



8.61-сурет

### 8.68. Балықшы жібінің беріктік шегін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Балықшы жібі, секундомер, массасы белгілі жүк, сызғыш.

**Орындалуы.** Жіптің беріктік шегі деп жіпті үзетін күштің жіп кимасы ауданына қатынасымен өлшенетін шаманы айтады, яғни

$$\sigma = \frac{F_m}{S} \text{ немесе } F_m = \sigma S. \quad (1)$$

$F_m$  — жіпті үзетін шекті күшті табу үшін, массасы белгілі жүкті жіптің ұшына байлап, оны R радиус шеңбер бойымен айналдырамыз, сонда жүкке әсер ететін центрден тебетін күш шамасы айналу жиілігіне тәуелді артады

$$F = \frac{mv^2}{R} \text{ немесе } F = 4\pi^2 v^2 mR. \quad (2)$$

Айналу жиілігін арттыра отырып бұл күшті жіпті үзетін шекке жеткізуге болады, яғни

$$F = F_m.$$

$$(1) \text{ және (2)-ні ескерсек } \sigma S = 4\pi^2 v^2 mR \Rightarrow \sigma = \frac{4\pi^2 v^2 mR}{S}.$$

$$\text{Айналу жиілігін } v = \frac{N}{t}, \text{ ал жіп кимасының ауданын } S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\text{арқылы анықтасак, онда } \sigma = \frac{16\pi mRN^2}{t^2 d^2}.$$

Мұндағы:  $N$  —  $t$  уақыттағы айналым саны;  $d$  — жіптің диаметрі, оны табу тәсілі белгілі.

$$\text{Жауабы: } \sigma = 16\pi mR \left( \frac{N}{td} \right)^2.$$

8.69. Ыдыстан ағып шығатын сұйық жылдамдығының осы ыдыстағы сұйық деңгейі биіктігіне тәуелділігін зерттеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Муфтасы мен қысқышы бар штатив, шкаласы және резина түтікшесі бар бюретка, серіппелі қысқыш, бұрандалы қысқыш, секундомер, құйғыш, кювета, суы бар стакан, сағат, кішкене стакан.

**Орындалуы.** Тік бағытта штативке орнатылған бюреткаға құйғышпен су құямыз. Бұрандалы қысқышпен резина түтікшеден судың үздіксіз ағуын қамтамасыз етеміз және де судың ағып өту уақытының өте аз болмауын қадағалаймыз. Енді серіппелі қысқышпен судың бастапқы  $h$  деңгейін белгілеп алып, судың бюреткадан толығымен ағып таусылу  $t$  уақытын өлшейміз. Нәтижеде  $t = f(h)$  тәуелділігінің кестесі толтырылады. Осыны пайдаланып  $h$ -тың әртүрлі мәні үшін сұйықтың жылдамдығын табуға болады

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t}.$$

**Жауабы:**  $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}.$

8.70. Судың бір ыдыстан екінші ыдысқа ағып өту уақытының ыдыстағы су деңгейінің айырымына тәуелділігін зерттеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Екі ыдыс, сызғыш, резина түтікше, сақинасы бар штатив, секундтық тілі бар сағат.

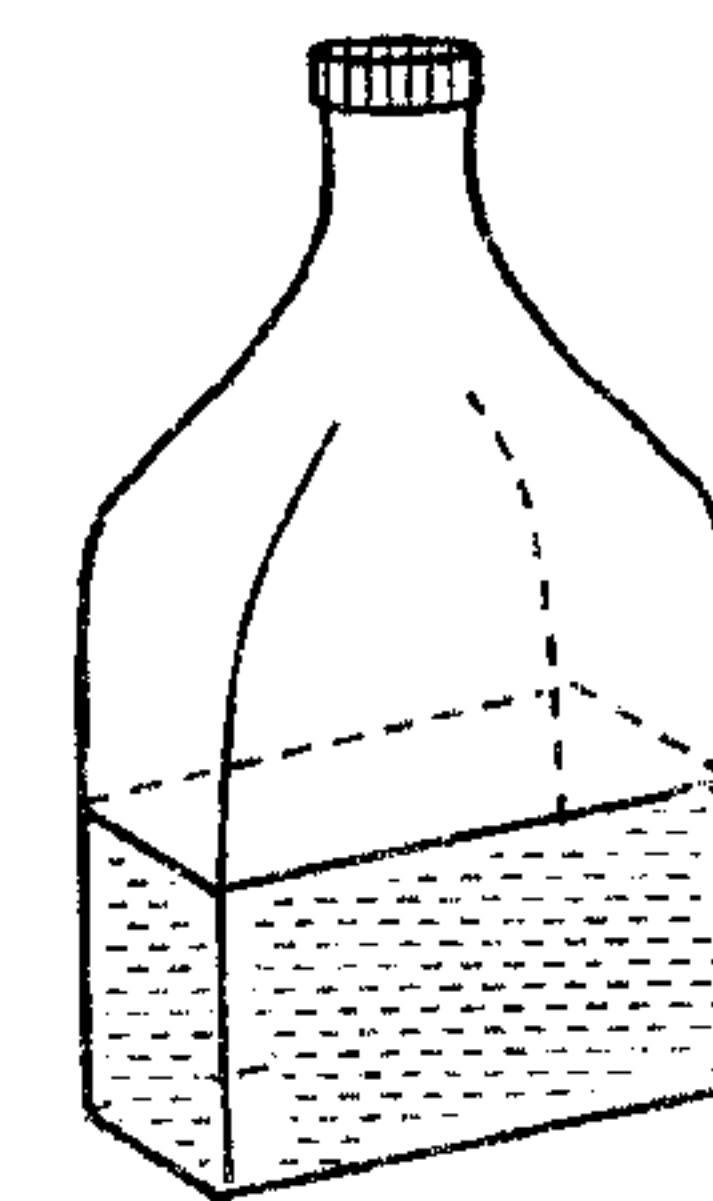
**Орындалуы.** Бір ыдысты штатив сақинасына, ал екінші ыдысты үстел үстіне қоямыз. Ыдыстарды резина түтікпен жалғап, жоғарғы ыдысқа су құямыз. Түтікті сығымдап судың ағуына бөгет жасауға болады. Енді белгілі бір мөлшерде суды төменгі ыдысқа ағызып аламыз. Су деңгейлерінің өзгерісін өлшеп, тағы да сондай мөлшердегі суды төменгі ыдысқа ағызамыз. Осылайша, бірдей мөлшердегі суды ағызу арқылы, қажетгі уақыттың ыдыстардағы су деңгейлерінің айырымына тәуелділігін бірнеше рет анықтаймыз. Алынған мәндер бойынша  $t = f(\Delta h)$  тәуелділігінің графигін саламыз.

8.71. 8.62-суреттегідей пішінді бөтелкенің іші ішінара суға толтырылып, қақпағы жабылған. Бөтелке қақпағын ашпай оның сыйымдылығын анықтаңдар.

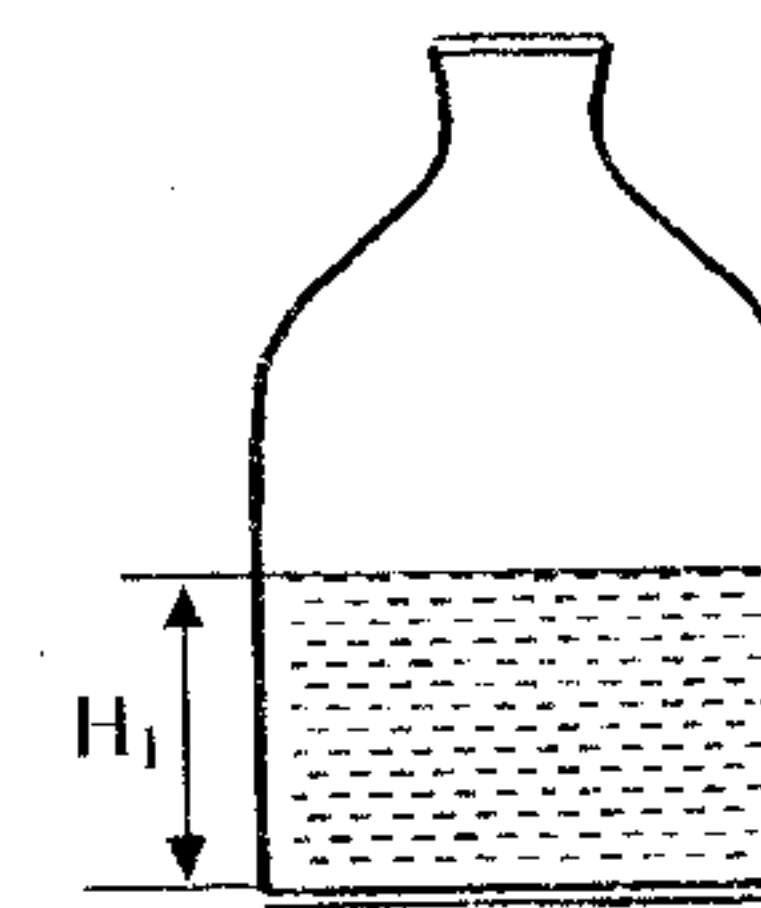
**Приборлар мен материалдар.** Суы бар бөтелке, сызғыш.

**Орындалуы.** Бөтелкедегі судың деңгейі  $H_1$ -ді өлшейміз (8.63, а-сурет). Сонда судың алып тұрған көлемі  $V_1 = H_1 S$ . (1)

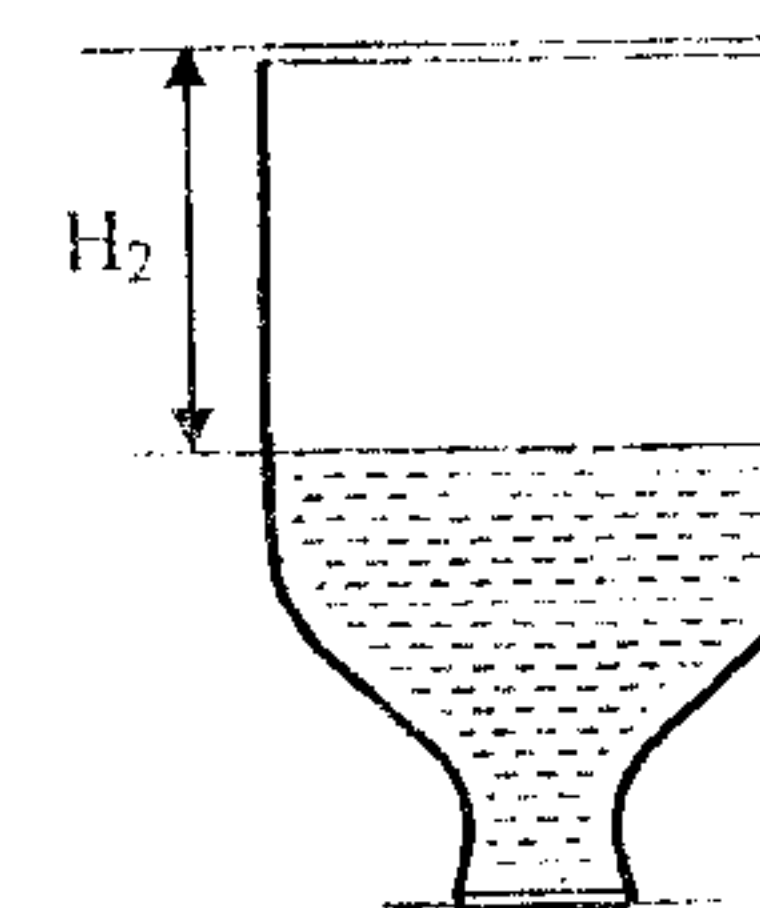
Енді бөтелкені 8.63, ә-суреттегідей төңкереміз, сонда бөтелкедегі ауа алып тұрған көлемі  $V_2 = H_2 S$ . (2)



8.62-сурет



а)



ә)

8.63-сурет

Демек, бөтелкенің толық көлемі

$$V = V_1 + V_2 \text{ немесе } V = S(H_1 + H_2).$$

Мұндағы  $S$  — бөтелкенің тік төртбұрыш пішінді табанының ауданы, оны сызғышпен өлшеуге болады.

**Жауабы:**  $V = S(H_1 + H_2).$

8.72. Толтырылған ваннадан судың ағып шығу уақытын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Сулы ванна, сызғыш.

**Орындалуы.** Ваннаны шамамен параллелепипед пішінді деп қарастырсақ, онда оның ішіндегі су көлемі  $V = SH$ . (1) Мұндағы,  $S$  — ванна табанының ауданы,  $H$  — оның биіктігі. Судың ваннадан ағып шығу уақыты  $t$  десек, осы уақытта төгілген су көлемі

$$V = v_{op} t \cdot S_0 \quad (2).$$

Ал,  $v_{op} = \sqrt{2gH}$  деп алсақ, онда (2)-ден  $V = \sqrt{2gH} \cdot S_0 t$ . (3)

(1) және (3) теңдігінен

$$SH = \sqrt{2gH} \cdot S_0 t \Rightarrow t = \frac{HS}{\sqrt{2gH} \cdot S_0} \text{ немесе } t = \frac{S}{S_0} \sqrt{\frac{H}{2g}}.$$

Мұндағы,  $S_0$  — ванна тесігінің ауданы.

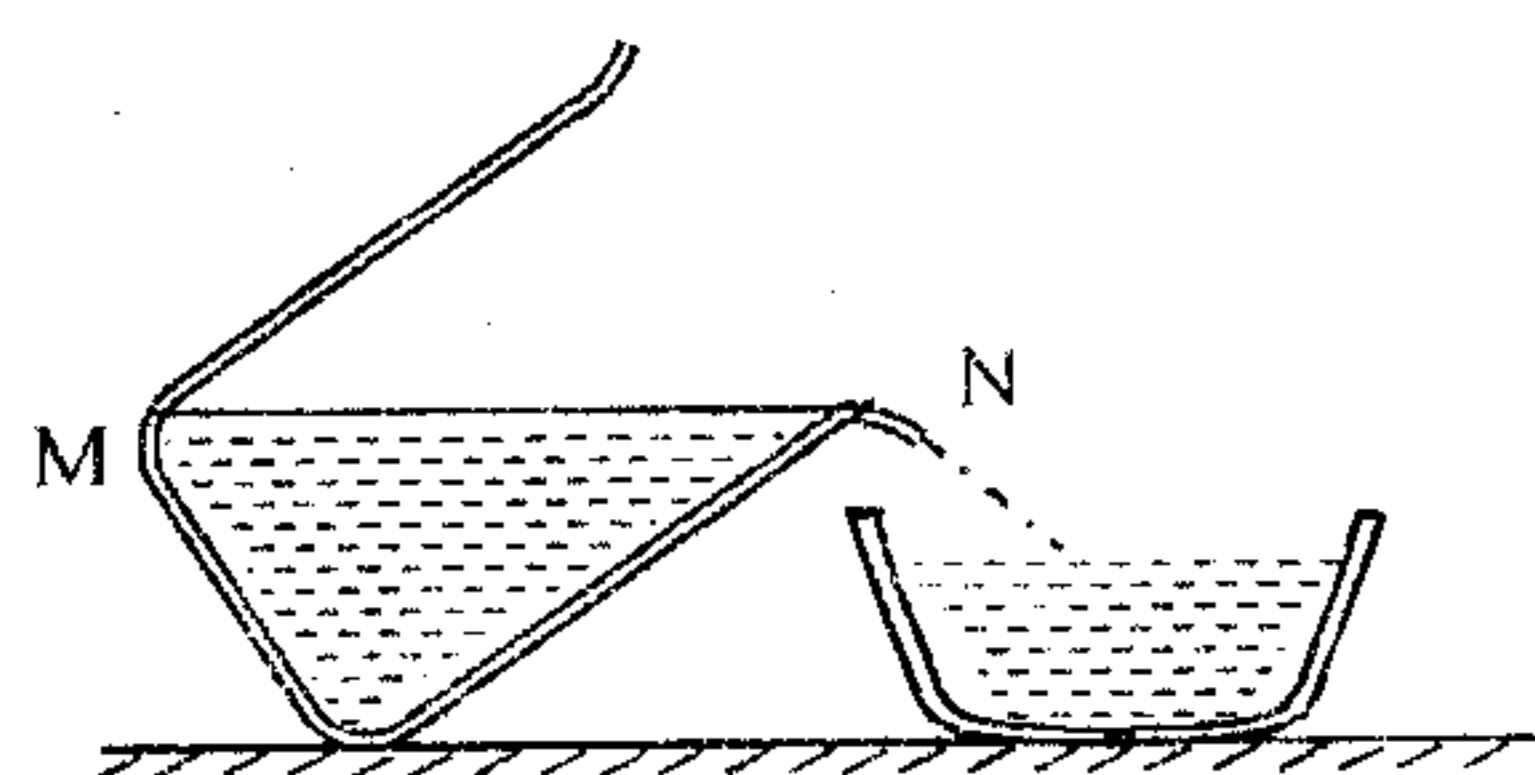
**Жауабы:**  $t = \frac{S}{S_0} \sqrt{\frac{H}{2g}}.$

**Ескерту:**  $S, S_0, H$  шамалары сызғышпен өлшенеді.

8.73. Цилиндр пішінді метал стаканның ернеуіне дейін су толтырылған. Осы судың тең жартысын ыдысқа құйып алыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Көлемі метал стаканнан кем, ал пішіні басқаша екінші ыдыс; метал стакан (ішінде суы бар).

**Орындалуы.** Суы бар метал стаканды 8.64-суреттегідей қалыңқа келгенге дейін еңкейтеміз. Сонда MN беті цилиндр көлемін теңдей екіге бөлетіндіктен, екінші ыдысқа стакандағы судың тең жартысы құйылады. Мұндағы М – стакан түбі көріне бастаған нүкте.



8.64-сурет

**8.74.** Су құбыры шүмегінен ағып шығатын су жылдамдығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Цилиндр пішінді стакан, штангенциркуль, секундомер.

**Орындалуы.** Секундомер көмегімен ашылған шүмектен стаканның сумен толу уақыты  $t$ -ны анықтаймыз. Бұдан кейін штангенциркульмен стаканның биіктігі  $h$  және диаметрі  $D$  өлшенеді. Содан кейін су құбыры шүмегінің диаметрі  $d$ -ны анықтаймыз. Сонда стакандағы су көлемі  $V = \frac{\pi D^2}{4} h$ , (1) ал шүмек қимасының ауданы

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ . (2) Ал, судың шүмектен ағып шығу жылдамдығын  $V = S \cdot t \cdot v$  (3) өрнегінен табамыз. Егер (1), (2)-ді ескерсек (3)-ден

$$v = \frac{D^2 h}{d^2 t}.$$

**Жауабы:**  $v = \frac{D^2 h}{d^2 t}.$

**8.75.** Көлемі белгілі ыдысты су құбырынан сумен толтыру уақытын есептеп табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Шүмекке жалғайтын резина түтік, сызғыш.

**Орындалуы.** Резина түтікті шүмекке кигізіп, оны тік жоғары бағыттауымыз. Судың ең жоғары көтерілу  $h$  биіктігін өлшеп, судың түтіктен ағып шығу жылдамдығын есептеп табамыз, сонда

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (1)$$

$(vS) = Q$  (2) шамасы түтік арқылы секунд сайын ағып өтетін су мөлшерін анықтайды. Ал екінші жағынан  $Q = \frac{V}{t}$ . (3)

(2) және (3)-тен (1)-ді ескерсек  $\frac{V}{t} = \sqrt{2gh}S \Rightarrow t = \frac{V}{\sqrt{2gh} \cdot S}$ ;  $S = \frac{\pi d^2}{4}$

болғандықтан  $t = \frac{4V}{\pi d^2 \sqrt{2gh}}.$

**Жауабы:**  $t = \frac{4V}{\pi d^2 \sqrt{2gh}}.$

**8.76.** Тұтқыр ортада қозғалған шарикке әсер ететін кедергінің шарик өлшеміне тәуелділігін анықтаңдар. Кедергі күшінің тұтқыр ортада қозғалған шарик жылдамдығына тура пропорционал екендігі белгілі.

**Приборлар мен материалдар.** Глицерин құйылған мөлдір түтік, тығыздығы бірдей шариктер жиыны, секундомер, штангенциркуль.

**Орындалуы.** Шарик глицерин құйылған түтік ішімен төмен түскенде оған әсер ететін кедергі күші шарик жылдамдығына пропорционал болғандықтан, белгілі бір уақыттан кейін кедергі күшінің модулі шарикке әсер ететін ауырлық күшімен Архимед күшінің айырымына теңеседі, яғни

$$F_k = mg - F_A.$$

Осы уақыттан кейін шарик глицерин ішінде бірқалыпты қозғала бастайды. Бұл жылдамдық  $v = \frac{\ell}{t}$  формуласымен анықталады.

Енді түрлі радиусты шариктерді глицерин ішінде қозғалта отырып, осындай тұрақты жылдамдықтарды анықтаймыз, сонда  $v \approx r^2$  тәуелділігін алуға болады. Мұнда  $r$  – шарик радиусы, оны штангенциркульмен өлшеуге болады. Бұл тәуелділіктің сипаты  $v = f(r^2)$  графигін сызу арқылы анықтау өте тиімді, өйткені графиктің түзу сызық болуы  $v = f(r^2)$  тәуелділігінің квадраттық функция екендігін көрсетеді.

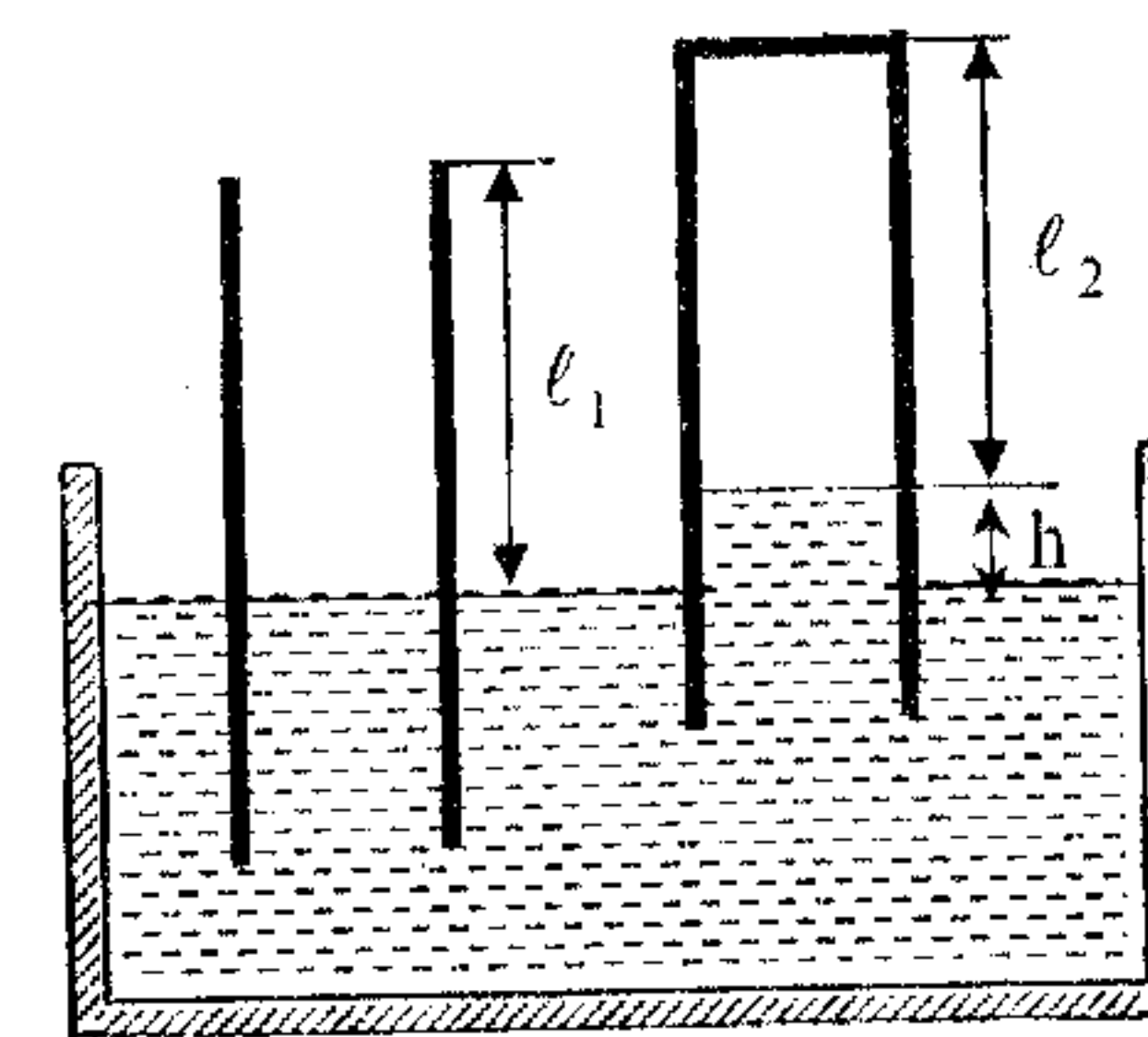
**8.77.** Белгісіз сұйықтың тығыздығын табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Бірдей сұйық құйылған екі ыдыс, ұзындығы 80-100 см шыны түтікше, сызғыш, резина түтікше, құйғыш.

**Орындалуы.** Шыны түтікшені сұйық құйылған ыдысқа батырамыз. Енді түтікшенің жоғарғы тесігін бармақпен жауып тік көтереміз де, оның биіктігінің өзгерісі  $\Delta \ell = \ell_2 - \ell_1$  анықтаймыз (8.65-сурет).

Бойль-Мариотт заңын пайдалансақ

$$p_0 S \ell_1 = (p_0 - \rho g h) S \ell_2. \quad (1)$$



8.65-сурет

Мұндағы:  $p_0$  – қалыпты атмосфералық қысым;  $S$  – түтіктің қима ауданы;  $h$  – түтіктегі судың деңгейі.

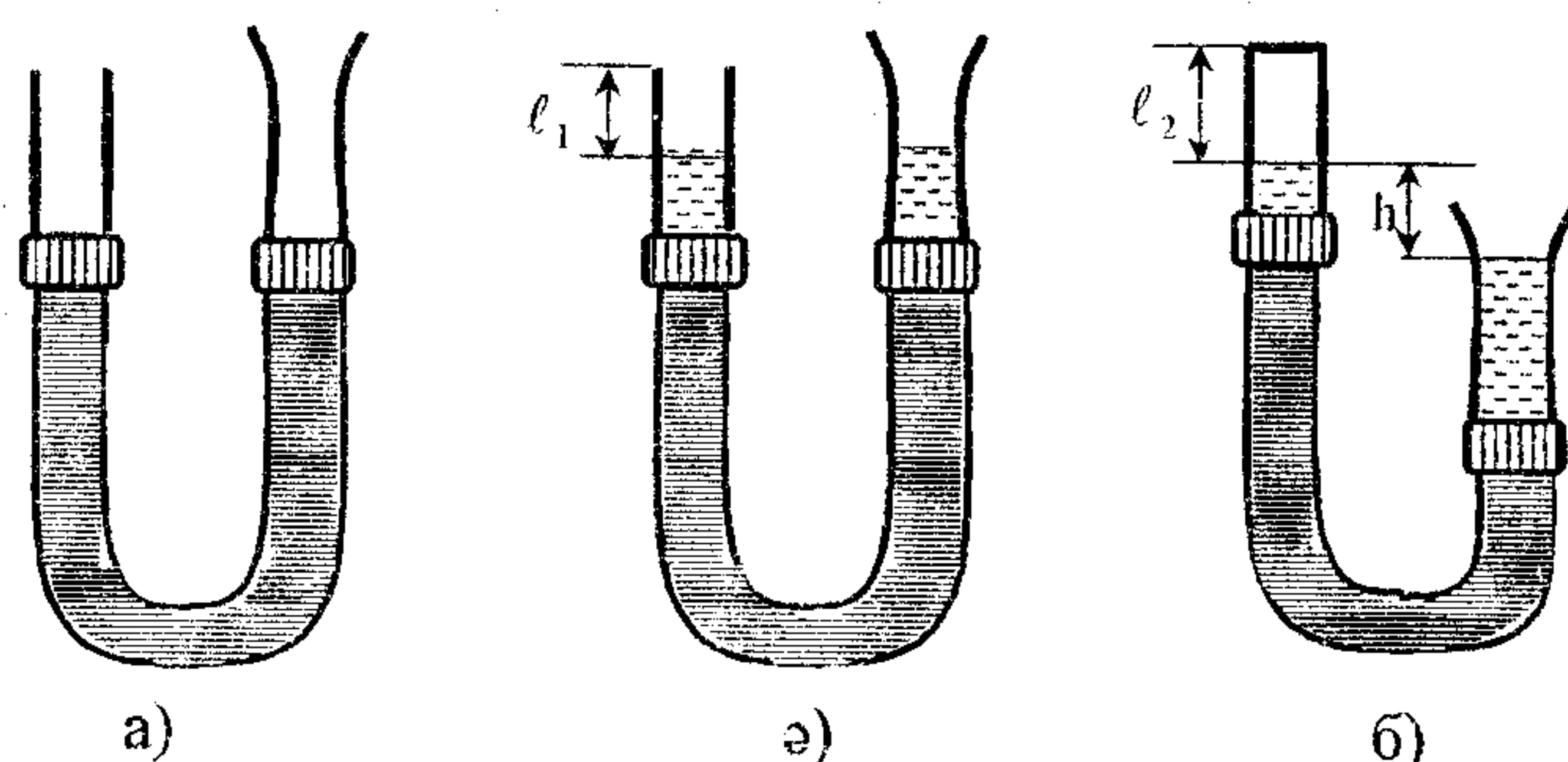
$$(1)\text{-ден } \rho = \frac{p_0(\ell_2 - \ell_1)}{gh\ell_2}.$$

$$\text{Жауабы: } \rho = \frac{p_0(\ell_2 - \ell_1)}{gh\ell_2}.$$

### 8.78. Атмосфералық қысымды өлшеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Шыны түтікшелер, резина түтікшелер, тығын, штатив, сызғыш, су құйылған стакан.

**Орындалуы.** Шыны және резина түтікшелерден U тәрізді ұзын түтік құрастырамыз (8.66,а-сурет)



8.66-сурет

Енді түтікшеге су құйып, ауа бағанының биіктігі  $\ell_1$ -ді өлшейміз (8.66,а-сурет). Бірінші шыны сирағының төбесін тығындап, екінші сирақты төмен түсіреміз де, ауа бағанының екінші биіктігі  $\ell_2$  мен сирақтардағы су деңгейлерінің айырымы  $h$ -ты сызғышпен өлшейміз.

Енді ауызы тығындалуы сол жақтағы шыны сирағындағы ауа көлеміне Бойль-Мариотт заңын қолдануға болады, сонда 8.66,б-суреттен

$$p_A \ell_1 S = (p_A - \rho gh) \ell_2 S \Rightarrow p_A = \frac{\rho gh \ell_2}{\ell_2 - \ell_1}.$$

Мұндағы:  $\rho$  – су тығыздығы;  $p_A$  – атмосфералық қысым.

$$\text{Жауабы: } p_A = \frac{\rho gh \ell_2}{\ell_2 - \ell_1}.$$

### 8.79. Судың беттік керілу коэффициентін анықтаңдар ( $\rho$ – су тығыздығы белгілі).

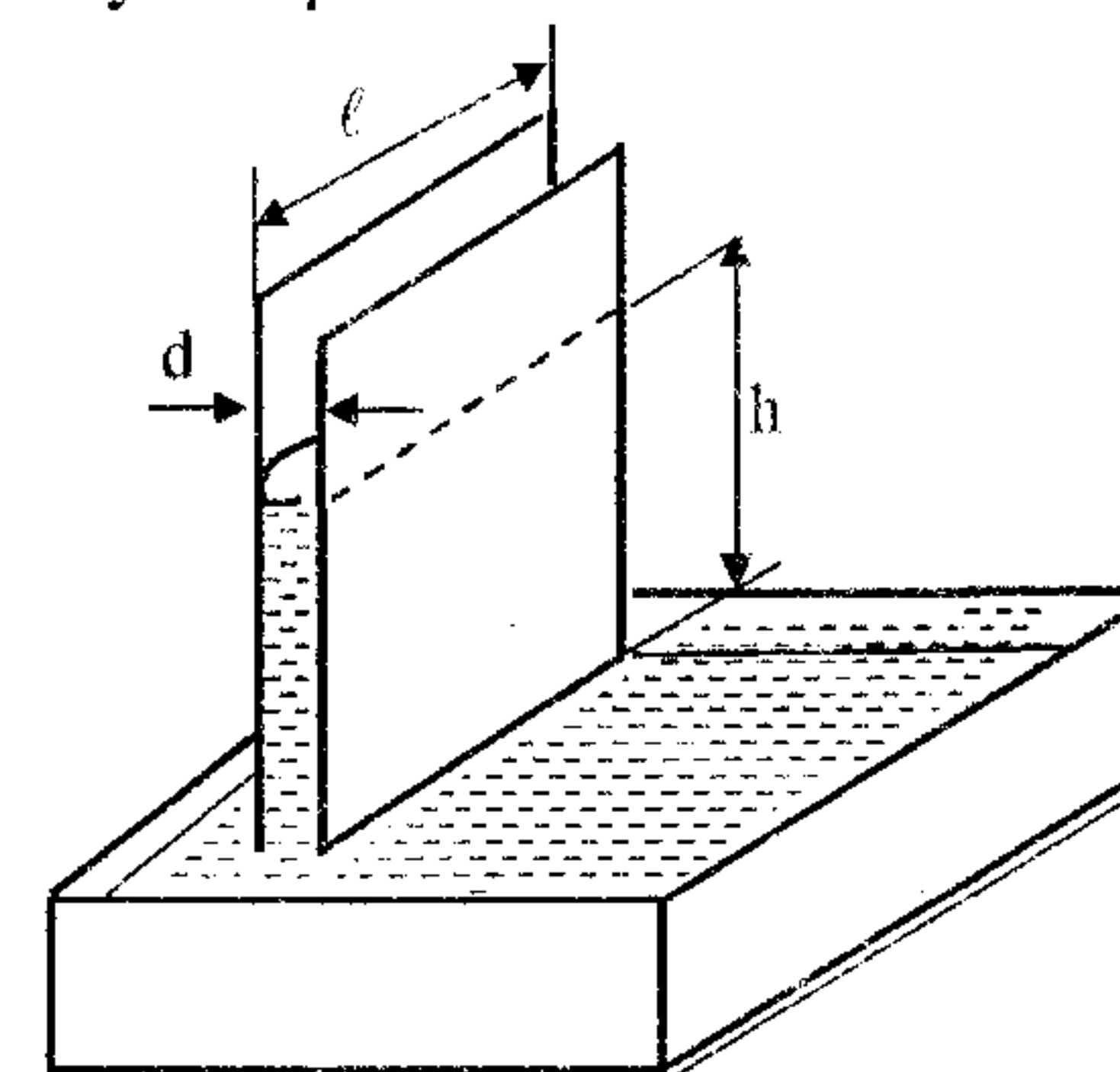
**Приборлар мен материалдар.** Екі шыны пластинка, суы бар ванна, штангенциркуль (су тығыздығы белгілі).

**Орындалуы.** Екі шыны пластинканы сулы ваннаға салып, оларды біріне-біріне жақындатамыз (8.67-сурет). Сонда пластинкалар өзара параллел орналасатындай болуы керек.

Капиллярлық құбылысы негізінде су параллел пластинкалар бойымен  $h$  биіктікке көтеріледі. Сонда тепе-теңдік орындалған кезде  $F_K = F_A$  шарты орындалады. Мұндағы:  $F_K = 2\sigma\ell$ ;  $F_A = mg$ ;  $F_K$  – беттік керілу күші;  $F_A$  – ауырлық күші.  $m = d \cdot \ell \cdot h \cdot \rho$  екендігін ескерсек, онда

$$2\sigma = d \cdot \ell \cdot h \cdot \rho \Rightarrow \sigma = \frac{d \cdot \ell \cdot h \cdot \rho}{2},$$

мұндағы  $\rho$  – су тығыздығы.



8.67-сурет

$$\text{Жауабы: } \sigma = \frac{d \cdot \ell \cdot h \cdot \rho}{2}.$$

### 8.80\*. Тәжірибе басында суға салынған қардың пайыздық үлесін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Калориметр, термометр, мензурка, үй ішіндегі сулы ыдыс, қармен араласқан су, судың меншікті жылу сыйымдылығы белгілі.

**Орындалуы.** Әуелі қар аралас суды калориметрге құямыз, сондан кейін ондағы қар толық ерігенше үй ішілік ыдыстағы судан құямыз, сонда ақтық температура  $t_1 = 0^\circ \text{C}$  болуы керек. Енді, бұған жылу балансының теңдеуін жазсақ, онда

$$m_1 \lambda = cm_3(t_2 - t_1). \quad (1)$$

Мұндағы:  $\lambda$  – мұздың меншікті балку жылуы;  $m_1$  – қар массасы;  $m_2$  – қардағы судың массасы;  $m_3$  – құйылған судың массасы;  $t_2$  – құйылған үй ішілік судың температурасы.

$$(1)\text{-ден } m_1 = \frac{cm_3(t_2 - t_1)}{\lambda} \quad (2). \text{ Судағы қардың пайыздық қатына-}$$

$$\text{сы } k = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot 100\%. \quad (3)$$

$(m_1 + m_2)$ -ні табу үшін калориметрдегі барлық суды мензуркаға құйып, оның массасын табамыз, сонда

$$m = m_1 + m_2 + m_3 \Rightarrow m_1 + m_2 = m - m_3.$$

$$\text{Мұны (3)-ге қойсақ } k = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot 100\%. \text{ Енді (2)-ні ескерсек}$$

$$k = \frac{cm_3(t_2 - t_1)}{(m - m_3)\lambda} \cdot 100\%.$$

$$\text{Жауабы: } k = \frac{cm_3(t_2 - t_1)}{(m - m_3)\lambda} \cdot 100\%.$$

8.81. Калориметр затының меншікті жылу сыйымдылығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Таразы, калориметр, термометр, суы бар ыдыс, қыздырғыш.

**Орындалуы.** Таразыға тартылып анықталған  $m_1$  массалы суды қыздырғышпен  $t_1$  температураға дейін қыздырып, массасы  $m_2$ , ал температурасы  $t_2$  калориметрге құямыз. Енді қоспаның тұрақталған температурасы  $\theta$ -ды өлшейміз. Жылу балансының теңдеуін пайдалансақ

$$c_1 m_1 (t_1 - \theta) = c_2 m_2 (\theta - t_2) \Rightarrow c_2 = \frac{c_1 m_1 (t_1 - \theta)}{m_2 (\theta - t_2)}.$$

Мұндағы,  $c_1$  – судың меншікті жылу сыйымдылығы.

$$\text{Жауабы: } c_2 = \frac{c_1 m_1 (t_1 - \theta)}{m_2 (\theta - t_2)}.$$

8.82. Судың меншікті булану жылуын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Электроплитка, суы бар ыдыс, сағат, термометр, судың меншікті жылу сыйымдылығы белгілі.

**Орындалуы.** Суы бар ыдысты электроплиткаға қойып қыздырамыз, сонда ыдыстың плиткадан бірлік уақыт ішінде алатын  $q$  жылу мөлшері тұрақты деп есептейміз. Енді суды  $80^\circ\text{C}$ -дан  $90^\circ\text{C}$ -қа дейін қыздыруға кеткен  $\tau_1$  уақытты және қайнай бастаған ( $100^\circ\text{C}$ ) мезеттен судың толық буланып болуға кеткен уақыт  $\tau_2$ -ні сағатпен өлшейміз. Осы уақыт ішіндегі плитаның пайдалы жылу бергіштігі  $p_1 = \eta q \tau_1$  және  $p_2 = \eta q \tau_2$  немесе  $p_1 = cm(t_2 - t_1)$  және  $p_2 = mr$  екендігін ескерсек, онда

$$\eta q \tau_1 = cm(t_2 - t_1) \text{ және } \eta q \tau_2 = mr.$$

Осылардан  $r = c(t_2 - t_1) \frac{\tau_2}{\tau_1}$ . Мұндағы:  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ ;  $t_2 = 90^\circ\text{C}$ ;  $r$  – меншікті булану жылуы.

$$\text{Жауабы: } r = c(t_2 - t_1) \frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

8.83. Ас тұзының ( $\text{NaCl}$ ) меншікті араласу жылуын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Таразы, термометр, калориметр, суы бар ыдыс, ас тұзы.

**Орындалуы.** Таразы мен ас тұзының ( $m$ ) және судың ( $M$ ) массалары анықталады. Термометрмен судың бастапқы температурасы  $t_0$  өлшенеді. Енді ас тұзын калориметрдегі суға салып араластырамыз, пайда болған ерітіндінің температурасын ( $t$ ) өлшейміз, сонда  $t < t_0$  шарты орындалады. Жылу балансының теңдеуінен

$$c(m + M)(t_0 - t) = m\lambda,$$

мұндағы  $\lambda$  – тұздың меншікті араласу жылуы. Сонда (1)-ден

$$\lambda = \frac{c(m + M)(t_0 - t)}{m}.$$

$$\text{Жауабы: } \lambda = \frac{c(m + M)(t_0 - t)}{m}.$$

8.84. Судың меншікті булану жылуын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Пенопласт және шыны стакандар, су, қуаты белгісіз қыздырғыш, термометр, секундтық тілі бар сағат, сызғыш, жіп.

**Орындалуы.** Шыны стаканға деңгейі  $h_1$  болатын су құйып, оның  $t_1$  температурасын өлшейміз. Енді оған қыздырғышты салып ( $t_2$ ) қайнағанға дейін қыздырамыз. Сыртқа жылудың шығуын кеміту үшін шыны стаканды пенопласт стакан ішіне орналастырамыз. Қайнау уақыты  $\tau_1$ -ді сағатпен өлшейміз. Енді суды  $\tau_2$  уақыт бойы қайната отырып буландырамыз. Қыздыруды тоқтатып, судың кейінгі  $h_2$  деңгейін өлшеп аламыз.

Қыздырғыштың бірлік уақыттағы жылу бергіштігі  $Q_0$  – тұрақты деп есептесек, онда қайнағанға дейінгі берілген жылу мөлшері

$$Q_1 = m_1 c(t_2 - t_1) \text{ немесе } Q_1 = Q_0 \tau_1. \quad (1)$$

Ал, булануға берілген жылу мөлшері

$$Q_2 = m_2 L \text{ немесе } Q_2 = Q_0 \tau_2. \quad (2) \quad \text{Мұндағы } Q_0 = \frac{Q}{\tau}.$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2} \text{ немесе } \frac{m_1 c(t_2 - t_1)}{\tau_1} = \frac{m_2 L}{\tau_2}. \quad (3)$$

(2) Стакан цилиндр пішінді болғандықтан

$$m_1 = \rho S h_1 \text{ және } m_2 = \rho S(h_1 - h_2). \quad (4)$$

(4)-ті (3)-ге қойып  $L$ -ді табуға болады, сонда

$$L = \frac{c(t_2 - t_1) h_1}{(h_1 - h_2)} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

$$\text{Жауабы: } L = \frac{c(t_2 - t_1) h_1}{(h_1 - h_2)} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

8.85\*. Үлгі жасалған метал затын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Меншікті жылу сыйымдылығы  $C = 896 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$  болатын алюминий және оған ұқсас метал үлгі, термо-

метр немесе термопаралы мультиметр, секундомер, ыстық су құйылған ыдыс, штатив, таразы, миллиметрлік қағаз.

**Орындалуы.** Мұнда белгісіз метал затының меншікті жылу-сыйымдылығын тауып, оны кестелік мәндермен салыстырамыз. Ол үшін метал үлгінің аз ғана  $\Delta t$  уақыт ішіндегі берген жылу мөлшерін табайық, сонда

$$q\Delta t = -c_x m \Delta T. (1)$$

Мұндағы:  $c_x$  – үлгінің меншікті жылу-сыйымдылығы;  $m$  – үлгі массасы;  $\Delta T$  – температура өзгерісі.

Бұл жылу мөлшерін Ньютон заңы арқылы өрнектеуге болады, демек

$$q\Delta t = \alpha(T - T_0)S\Delta t. (2)$$

Мұндағы:  $\alpha$  – жылу беру коэффициенті;  $T$  – сыртқы ортаның температурасы;  $S$  – үлгі бетінің ауданы.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } -c_x m \Delta T = \alpha(T - T_0)S\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta(T - T_0)}{T - T_0} = -\frac{\alpha S}{c_x m} \Delta t.$$

Минус таңбасы үлгі температурасының уақыт өтуімен кемитіндігін білдіреді. Енді екі үлгінің де температурасының уақытқа тәуелділігін өлшей отырып, бұл тәуелділіктердің графигін сызамыз. Осы графиктер арқылы әрбір үлгі үшін  $(T_1 - T_0)$  және  $\Delta t$  шамалардың бірдей мәндерінде  $\Delta(T_1 - T_0)$  мен  $\Delta(T_1 - T_0)_x$  шамаларын анықтаймыз, сөйтіп олардың қатынастары үшін

$$\frac{\Delta(T_1 - T_0)_x}{\Delta(T_1 - T_0)_{Al}} = \frac{cm}{c_x m_x} \Rightarrow c_x = \frac{\Delta(T_1 - T_0)_{Al}}{\Delta(T_1 - T_0)_x} \cdot \frac{cm}{m_x}.$$

Мұндағы:  $m$  – алюминий массасы;  $m_x$  – үлгі массасы.

$$\text{Жауабы: } c_x = \frac{\Delta(T_1 - T_0)_{Al}}{\Delta(T_1 - T_0)_x} \cdot \frac{cm}{m_x}.$$

**8.86.** U-тәрізді манометрге құйылған су бағананың тербеліс периодын анықтаңдар. Табылған нәтижені теориялық жолмен алынған формуламен салыстырыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** U-тәрізді манометр, суы бар ыдыс, резина түтік, секундомер.

**Орындалуы.** Манометрге боялған су құямыз да бір сирағының ұшына резина түтік кигіземіз. Енді резина түтікті сығу арқылы ондағы судың деңгейлерін өзгертеміз (8.68-сурет). Деңгей өзгерісі  $x$ -ті өлшейміз. Егер резина түтікті лезде босатсақ, онда түтіктегі су бағаны тербелмелі қозғалысқа келеді. Сонда су, сұйық деңгейлерінің айырымынан пайда болатын қысым күші әсерінен үдей қозғалады. Бұл күштің шамасы  $F = -2\rho \cdot g \cdot S \cdot x$ . (1)

Мұндағы:  $2x = \ell$  сұйық деңгейі;  $S$  – манометр сирағының кима ауданы; «минус» таңбасы күштің ығысу бағытына қарама-қарсы екендігін білдіреді. Ньютонның екінші заңынан  $F = ma$ . Екінші жағынан  $ma = -kx$ , мұндағы  $k = 2\rho gS$ . (2)

Егер судың қабырғамен үйкелісін ескермесек және де тербелісті гармониялық деп есептесек, онда тербелістің  $T$  периодын табуға болады, яғни

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. (3)$$

(2)-ні және  $m = \rho S \ell$  екендігін ескерсек,

$$\text{онда (3)-ден } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{2g}}. (4) \text{ Енді (4)-пен анықталатын } T \text{ периодгы}$$

тәжірибелік периодпен салыстыруға болады.

**8.87.** Қорғасынның меншікті жылу сыйымдылығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы 0,2 кг шамасындағы қорғасын бытыра, кардон цилиндр, термометр, сызғыш.

**Орындалуы.** Жұмыс қатты дененің пластикалық деформация кезінде қызу құбылысына арналған. Ұзындығы  $h$  кардон цилиндрге бастапқы температурасы  $t_1$  болатын қорғасын бытыра салынады. Енді тік тұрған кардонды өте жылдам  $180^\circ$ -қа аударамыз.  $n$  аударудан кейін бытыраның ақтық температурасы  $t_2$ -ні өлшейміз. Мұнда  $h$  биіктіктен түскен бытыраның энергиясы толығымен оның ішкі энергиясына ауысады деп есептейміз, өйткені кардонның жылу өткізгіштігі нашар және құлау уақыты өте тез болғандықтан.

Сонда  $n$  аудару кезіндегі толық энергия  $E = n \cdot mgh$ , (1) ал ішкі энергияның өзгерісі немесе алған жылу мөлшері  $Q = cm(t_2 - t_1)$ . (2)

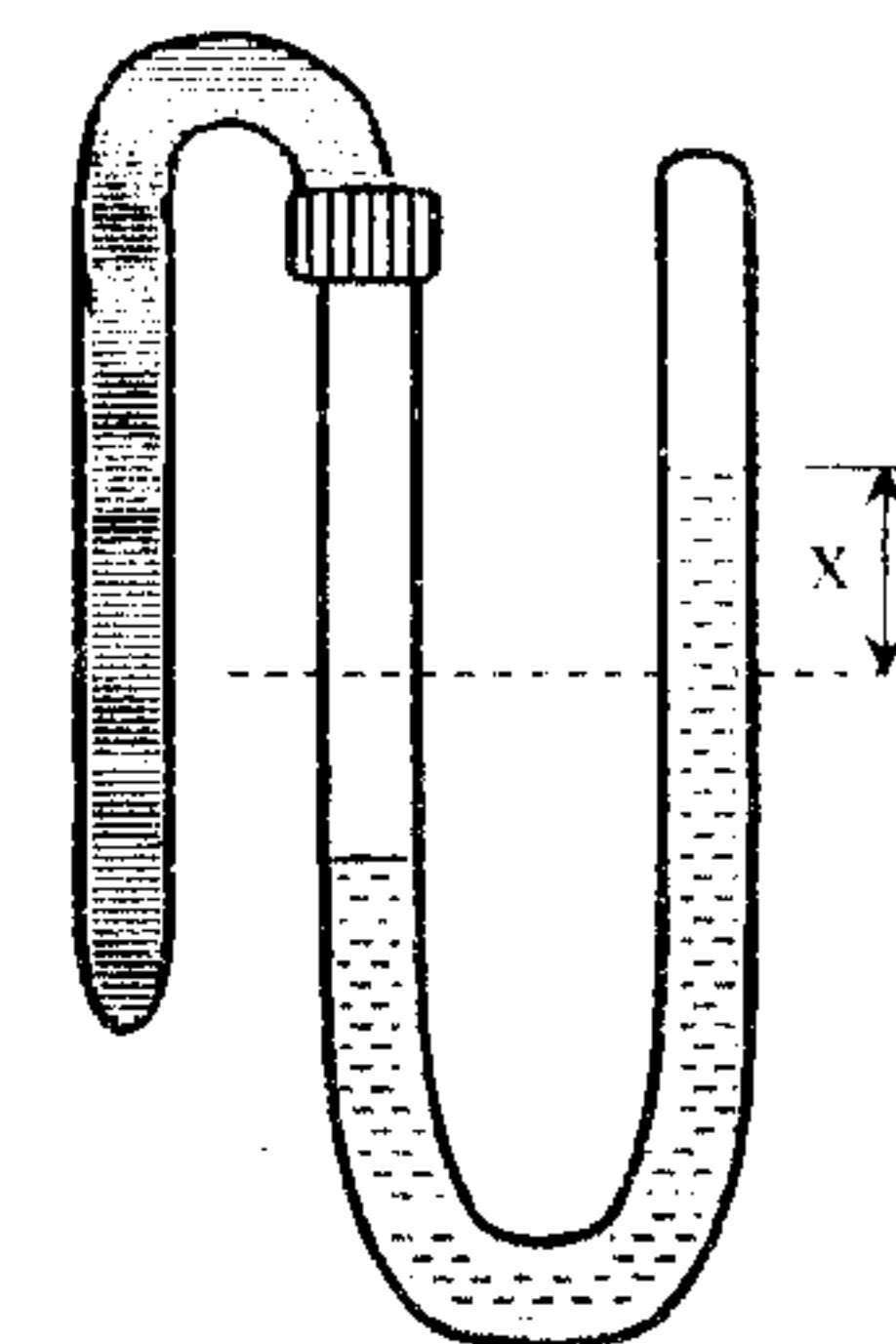
$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } n \cdot mgh = cm(t_2 - t_1) = c = \frac{ngh}{t_2 - t_1}.$$

$$\text{Жауабы: } c = \frac{ngh}{t_2 - t_1}.$$

**8.88.** Эфир молекуласының массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Көлемі  $V$  белгілі шыны ыдыс, манометр, резина түтік, бюретка (эфир және су тығыздығы белгілі).

**Орындалуы.** Тәжірибе жүргізу үшін 8.69-суреттегідей құрылғы құрастырамыз. Енді шыны ыдыс ішіне бюретка кілті арқылы көлемі



8.68-сурет

$V_0 = (2-3 \text{ см}^3)$  сұйық эфир енгіземіз. Сонда эфир буланып, идеал газ заңына бағынатын қанықпаған бу түзеді.

Мұндағы эфир газының көлемі ыдыс көлеміне тең болғандықтан, оның тығыздығы  $\rho_0 = \frac{m_0}{V}$ . (1)

Екінші жағынан эфир газының тығыздығын, оның бір молекуласының массасы  $m_0$  және газ шоғыры  $n_0$  арқылы табуға болады, сонда

$$\rho_0 = m_0 n_0. \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } m_0 = \frac{\rho_0}{V \cdot n_0}. \quad (3)$$

$n_0$ -ді табу үшін идеал газ күйінің молекулалық-кинетикалық теориясының негізгі теңдеуін пайдаланамыз, сонда

$$n_0 = \frac{p}{kT}. \quad (4)$$

Мұндағы:  $p$  – эфир газының парциал қысымы;  $T$  – абсолют температура;  $k$  – Больцман тұрақтысы.

$p$  парциал қысым, манометрдегі сұйық қысымына тең болғандықтан (4)-ден

$$n_0 = \frac{\rho_0 g h}{kT}. \quad (5)$$

Ал,  $m_0 = \rho_0 V_0$  болғандықтан, (4) және (5)-ті ескерсек (3)-ден

$$m_0 = \frac{\rho_0 V_0 kT}{V \cdot \rho_0 g h}.$$

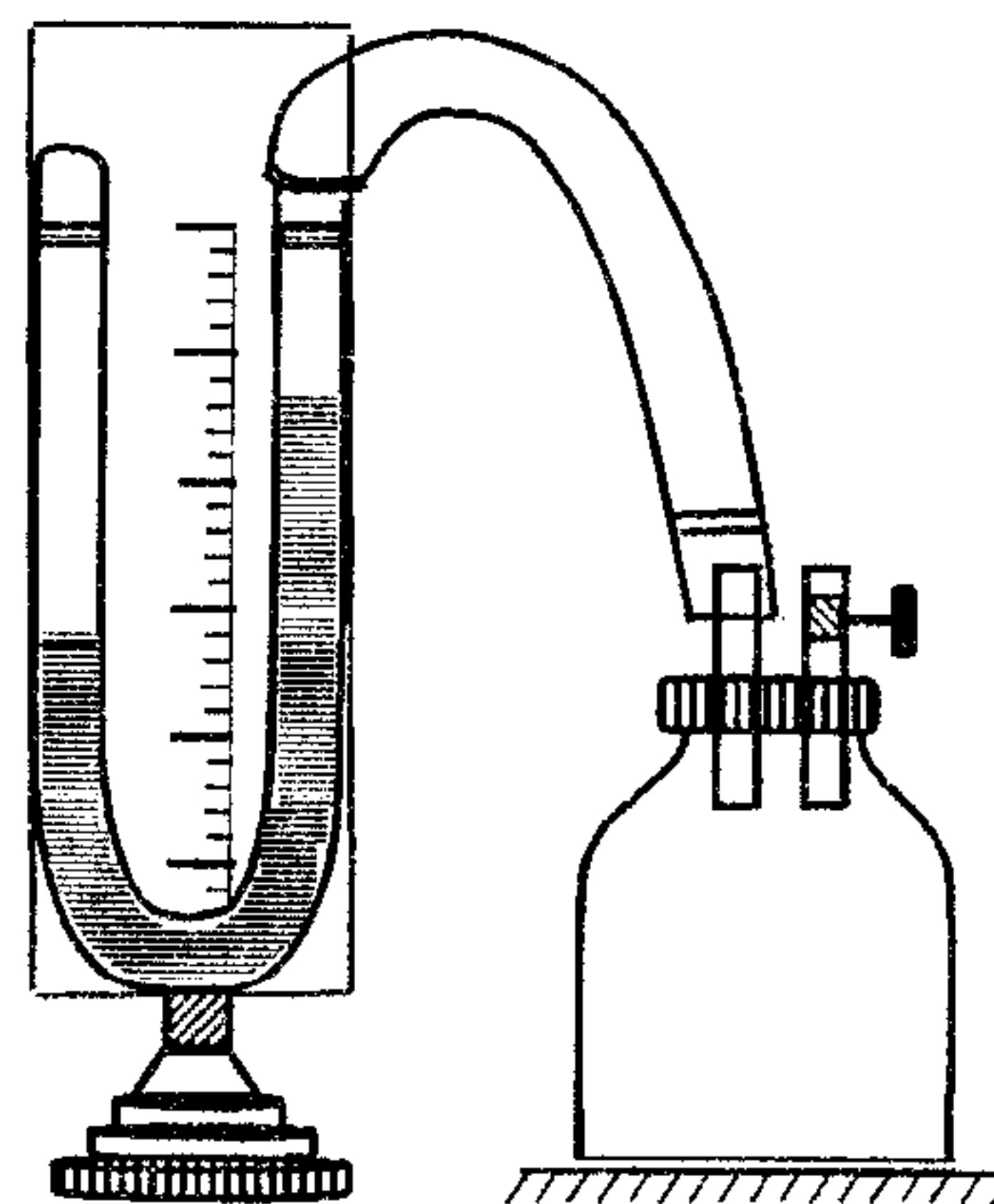
Мұндағы:  $\rho_0$  – сұйық эфир тығыздығы;  $V_0$  – сұйық эфир көлемі;  $\rho$  – су тығыздығы (манометрдегі);  $V$  – эфир газының немесе шыны ыдысының көлемі.

$$\text{Жауабы: } m_0 = \frac{\rho_0 V_0 kT}{V \cdot \rho g h}.$$

**8.89.** Шар ішіндегі ауаны сорғызғаннан кейінгі, оның ішінде қалған ауа қысымын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Комовский сорғысы, ауа салмағын өлшейтін шар, суы бар ыдыс, өлшегіш цилиндр, қысқыш.

**Орындалуы.** Әуелі шыны шардың көлемін өлшейміз, өйткені оның ішіндегі ауа көлемі шар көлеміне тең. Ол үшін шарды сумен толтырып, құйылған су көлемін  $V$  цилиндрмен қайта өлшейміз.



8.69-сурет

Бұдан кейін ауа шары ішіндегі ауаның бір бөлігін сорғымен шығарып, оның түтік жалғанған тесігін жауып тұрып суға қайта батырамыз.

Енді қысқышын ашсақ шар ішіне біршама су енеді. Судың енуі тоқталғаннан кейін суды төгіп, оның көлемін анықтаймыз. Сонда шар ішіндегі қалған ауа көлемі  $V_1 = V - V_0$ , мұндағы  $V_0$  – кейінгі су көлемі. Процесс кезінде температура тұрақты болғандықтан Бойль-Мариотт заңы орындалады

$$pV = p_0(V - V_0).$$

Мұндағы,  $p_0$  – атмосфералық қысым. Сонда жоғарғы формуладан

$$p = \frac{p_0(V - V_0)}{V} \text{ немесе } p = p_0 \left( 1 - \frac{V_0}{V} \right).$$

$$\text{Жауабы: } p = p_0 \left( 1 - \frac{V_0}{V} \right).$$

**8.90.** Ұсақ тиіннің меншікті жылу сыйымдылығын неғұрлым жоғары дәлдікпен анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Ұсақ тиіндер (4-5 дана), таразы, жіп, ыстық және суық су құйылған ыдыстар, 2 термометр.

**Орындалуы.** 5 тиінді бірінің үстіне бірін қойып жіппен байлаймыз да ыстық суы бар ыдысқа саламыз. Біршама күтіп, тиіндерді енді суық суға саламыз. Осындай тасымалдауды  $n$  рет қайталаймыз. Тасымалдау кезінде тиін ауада көп уақыт болмауы керек.

Алғашқы  $n$  тасымалдауда тиін алған жылу мөлшері

$$Q_1 = Q_0 n, \text{ мұндағы } Q_0 = m_0 c_x \Delta t_1, \text{ сонда } Q_1 = m_0 c_x \Delta t_1 n. \quad (1)$$

Мұндағы:  $m_0$  – тиіндердің жалпы массасы;  $c_x$  – тиіннің меншікті жылу сыйымдылығы;  $(\Delta t_1)$  – ыстық судың температурасының өзгерісі.

Осындай екінші  $n$  тасымалдауда алған жылу

$$Q_2 = m_0 c_x \Delta t_2 n.$$

Өлшеу дәлдігін арттыру үшін  $n$  тасымалдау санын да арттыру керек, сонда  $m$  тасымалдаудан кейінгі, жалпы берген жылу мөлшері

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_m \text{ немесе}$$

$$Q = nm_0 c_x (\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_m). \quad (2)$$

Осы кезде суық судың алған жылу мөлшері

$$Q_c = mc_c \Delta t. \quad (3)$$

Мұндағы:  $m$  – суық судың массасы;  $c_c$  – судың меншікті жылу сыйымдылығы;  $\Delta t$  – суық судың тасымалдау кезіндегі температура өзгерісі.

Жылу балансы теңдеуінен  $Q \approx Q_c$  болғандықтан

$$nm_0 c_x (\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_m) = mc_c \Delta t \Rightarrow c_x = \frac{mc_c \Delta t}{nm_0 (\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_m)}.$$

$$\text{Жауабы: } c_x = \frac{mc_e \Delta t}{nm_0(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_m)}$$

8.91\*. Бір цикл ішінде Комовский сорғысымен сорып шығарылатын ауа көлемін және осы кездегі атмосфералық қысымды анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Комовский сорғысы, вакуумдық тарелкі, манометр, сызғыш, математикалық кесте.

**Орындалуы.** Әуелі шыны қалпақ ішіндегі ауа көлемі  $V_0$ -ды математикалық тәсілмен есептеп аламыз. Ал жұмыс барысында ауа температурасы өзгермейді деп есептейміз. Сонда Бойл-Мариотт заңынан екі жүріс үшін

$$p_0 V_0 = p_1 (V_0 - \Delta V) \text{ және } p_1 V_0 = p_2 (V_0 - \Delta V). \quad (1)$$

Мұндағы:  $p_0$  – атмосфералық қысым;  $p_1$  – қалпақ ішіндегі бірінші жүрістен кейінгі,  $p_2$  – екінші жүрістен кейінгі қысымдар;  $\Delta V$  – бір жүрісте шығарылатын ауа көлемі.

Осы теңдеулерден

$$p_2 = \frac{p_1 V_0}{V_0 - \Delta V} \text{ немесе (1)-ді ескерсек } p_2 = p_0 \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^2.$$

$$\text{Ал, } n \text{ жүрістен кейінгі қысым } p_n = p_0 \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^n. \quad (2)$$

Енді  $\Delta V$  және  $p_0$  табу үшін кез келген  $n$  және  $m$  жүрісті таңдап алып, екі белгісізі бар екі теңдеу жазамыз. Осы теңдеулерден белгісіздерді анықтауға болады. Мысалы:  $n=1$  және  $m=2$  дейік, сонда (2)-ден

$$p_1 = p_0 \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right) \text{ және } p_2 = p_0 \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^2. \quad (3)$$

$p_1$  және  $p_2$  манометрмен анықталады, сондықтан кейінгі теңдеуден  $\Delta V = \frac{p_1}{p_2} V_0$  және  $p_0 = \frac{p_1^2}{p_2}$ .

$$\text{Жауабы: } n=1 \text{ және } m=2 \text{ үшін } \Delta V = \frac{p_1}{p_2} V_0; \quad p_0 = \frac{p_1^2}{p_2}.$$

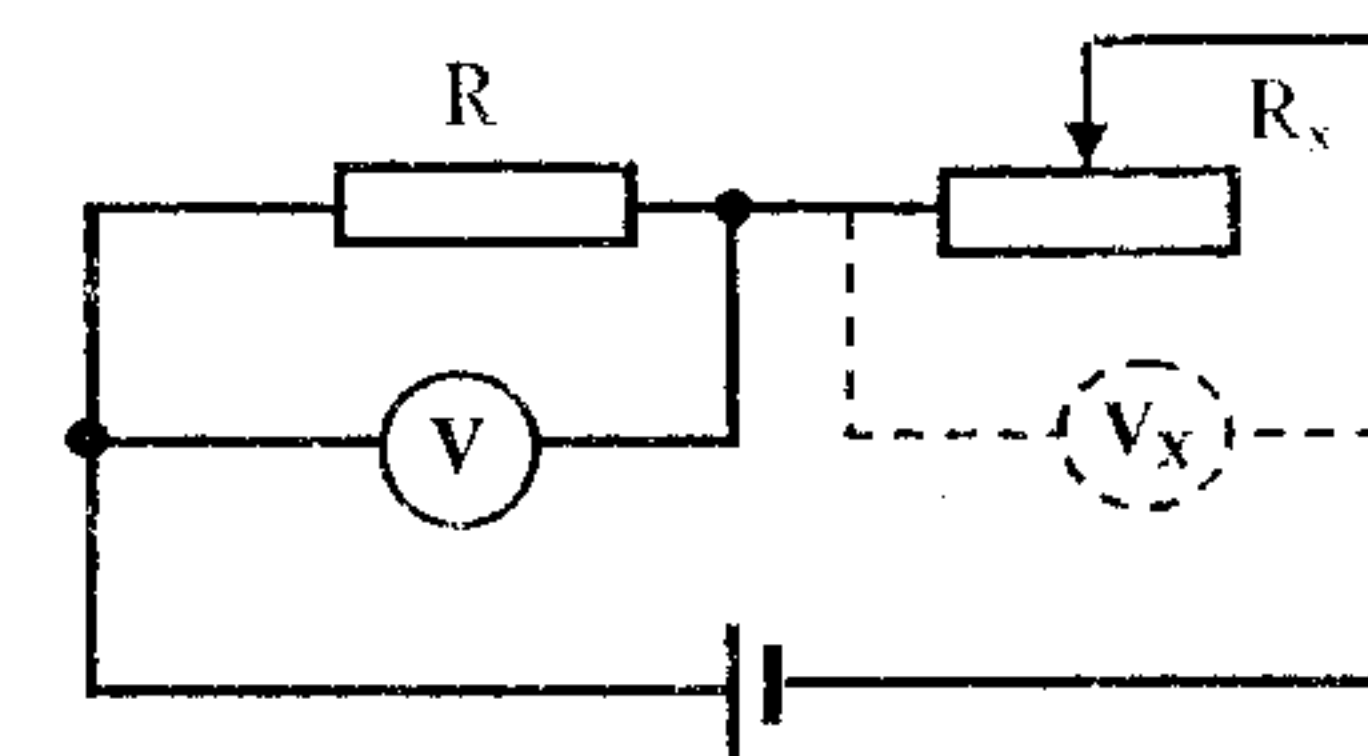
8.92. Реостат кедергісін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Кедергісі белгілі резистор, реостат, ток көзі (батарея), вольтметр, жалғағыш сымдар.

**Орындалуы.** Берілген приборларды пайдаланып 8.70-суреттегідей тізбек құрастырамыз.  $R$  және  $R_x$  тізбектей қосылғандықтан

$$I = I_x \text{ немесе } \frac{U}{R} = \frac{U_x}{R_x} \Rightarrow R_x = \frac{U_x}{U} R.$$

Мұнда:  $R$  – белгілі, ал  $U$  мен  $U_x$  вольтметрмен өлшеніп табылады.



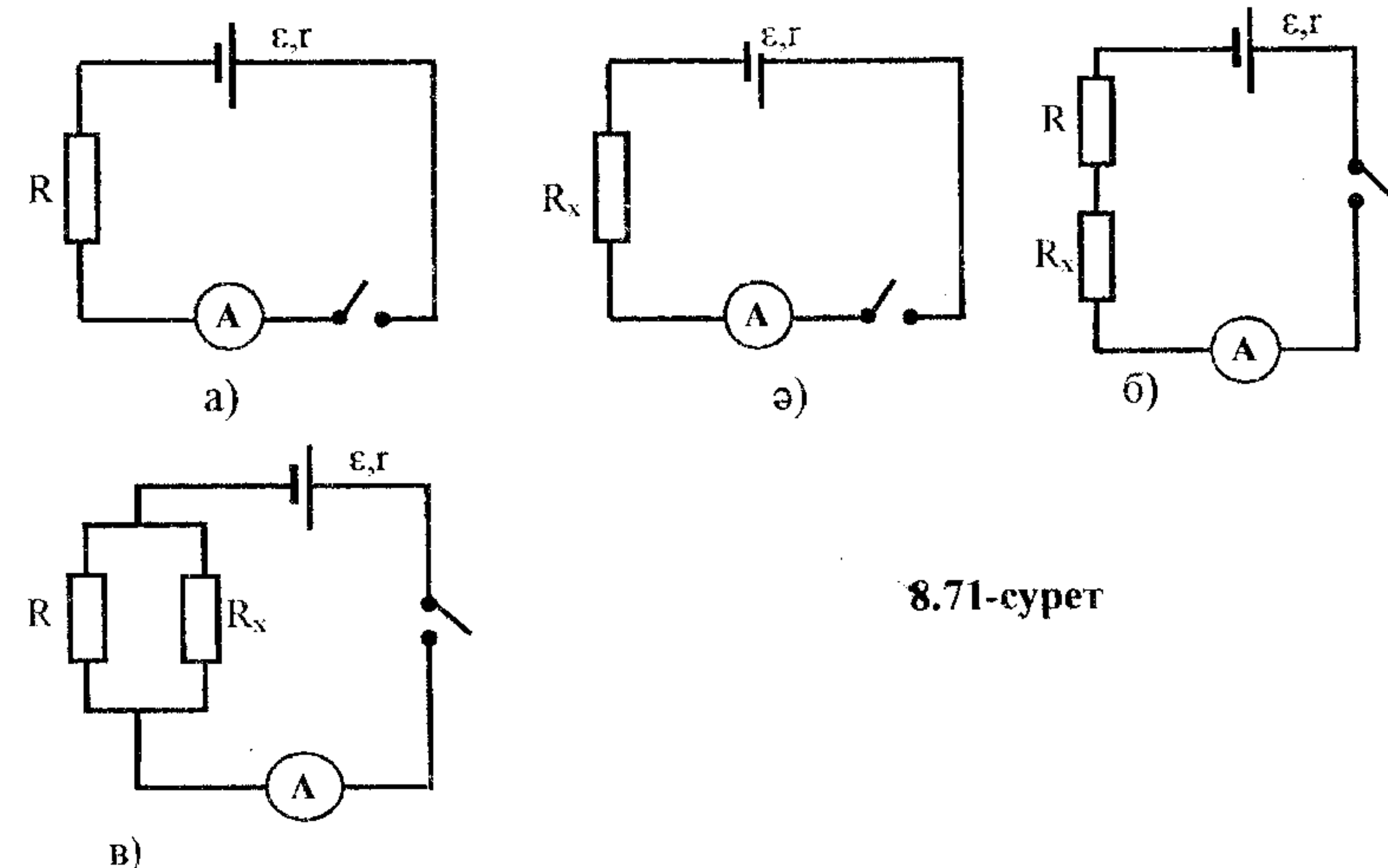
8.70-сурет

$$\text{Жауабы: } R_x = \frac{U_x}{U} R.$$

8.93. Резистордың кедергісін, ток көзінің ЭҚК-ін және оның ішкі кедергісін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі, ішкі кедергісі  $R_a = 0,8$  Ом миллиамперметр, кедергісі белгілі  $R_0$  және кедергісі белгісіз  $R_x$  екі резистор, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.71-суретте көрсетілгендей ретпен төрт түрлі тізбек құрастырамыз.



8.71-сурет

Енді әрбір тізбек үшін Ом заңын жазып, қажетті өлшеулер жүргіземіз, сонда

$$\varepsilon = I_1(r + R_a + R), \quad (1)$$

$$\varepsilon = I_2(r + R_a + R_x), \quad (2)$$

$$\varepsilon = I_3(r + R_a + R + R_x), \quad (3) \quad \varepsilon = I_4 \left( r + R_a + \frac{RR_x}{R + R_x} \right). \quad (4)$$

$$(1), (2) \text{ және } (3)\text{-ден } R_x = \frac{RI_2(I_2 - I_1)}{I_1(I_3 - I_2)}. \quad (5)$$

(1) және (2)-ден (5)-ті ескерсек

$$r = \frac{I_2 R_A - I_1 R_A - I_1 R + \frac{R I_2^2 (I_3 - I_1)}{I_1 (I_3 - I_2)}}{I_1 - I_2}. \quad (6)$$

(6)-ны ескеріп  $\varepsilon$ -ді табуға болады, сонда  $\varepsilon = \frac{(R_x - r) I_1 I_2}{I_1 - I_2}$ .

**Жауабы:**  $R_x = \frac{R I_2 (I_2 - I_1)}{I_1 (I_3 - I_2)}$ ;  $\varepsilon = \frac{(R_x - r) I_1 I_2}{I_1 - I_2}$ ;

$$r = \frac{I_2 R_A - I_1 R_A - I_1 R + \frac{R I_2^2 (I_3 - I_1)}{I_1 (I_3 - I_2)}}{I_1 - I_2}.$$

**8.94\*.** Гальванометрдің белгісіз ішкі кедергісін өлшендер.

**Приборлар мен материалдар.**  $r_1$  және  $r_2$  кедергілері белгілі резисторлар,  $R$  – реохорда, гальванометр, ток көзі, екі кілт, кедергілер жиыны, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Уитсон көпіршесіне ұқсас тізбек құрастырамыз (8.72-сурет). Реохорданың кедергісін өзгерте отырып,  $K_1$  кілтін қосқанда да, ажыратқанда да гальванометр көрсеткіші өзгермейтін қалыпты табамыз. Бұл жағдайда  $K_1$  кілті арқылы ток өтпейді деген сөз, яғни А және В нүктелерінің потенциалы бірдей болғаны, демек

$$\varphi_A = \varphi_B \quad (1) \quad \text{және де}$$

$$\varphi_A = \varphi_D - I_1 R, \quad (2)$$

$$\varphi_B = \varphi_D - I_2 r_2. \quad (3)$$

(1), (2) және (3)-ден

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R}{r_2}. \quad (4) \quad \text{Екінші жағынан } \varphi_A = \varphi_C + I_1 r_1, \quad (5), \text{ мұндағы } r_1 -$$

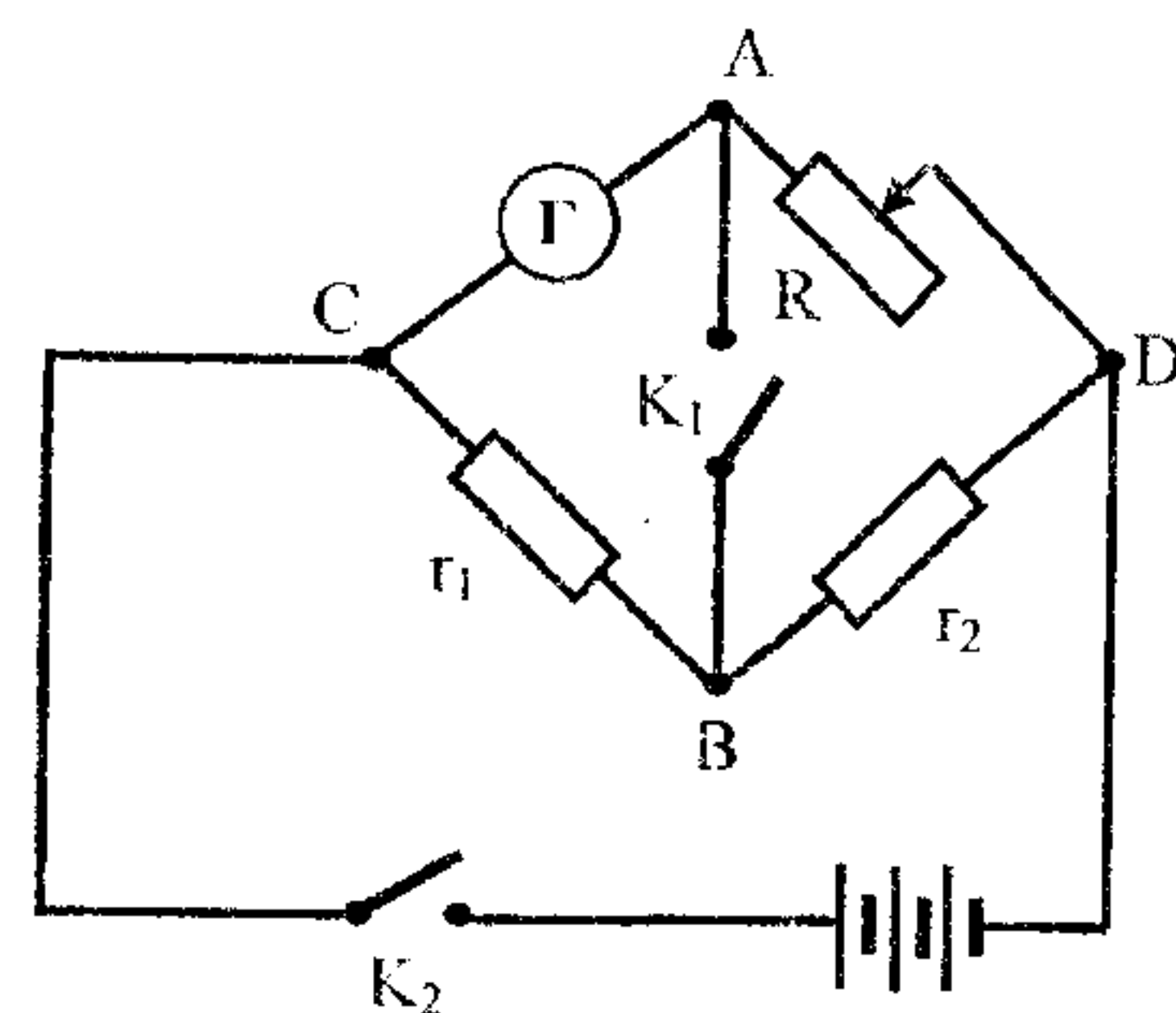
гальванометрдің белгісіз кедергісі. Сонымен бірге  $\varphi_B = \varphi_C + I_2 r_1. \quad (6)$

$$(1), (5) \text{ және } (6)\text{-дан } \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (7)$$

$$(4) \text{ және } (7)\text{-ден } r_1 = \frac{r_1}{r_2} R.$$

**Жауабы:**  $r_1 = \frac{r_1}{r_2} R.$

**Ескерту:** Реохорданың  $R$  кедергісін реохорда тиегіне дейінгі арақашықтығы бойынша анықтаймыз.

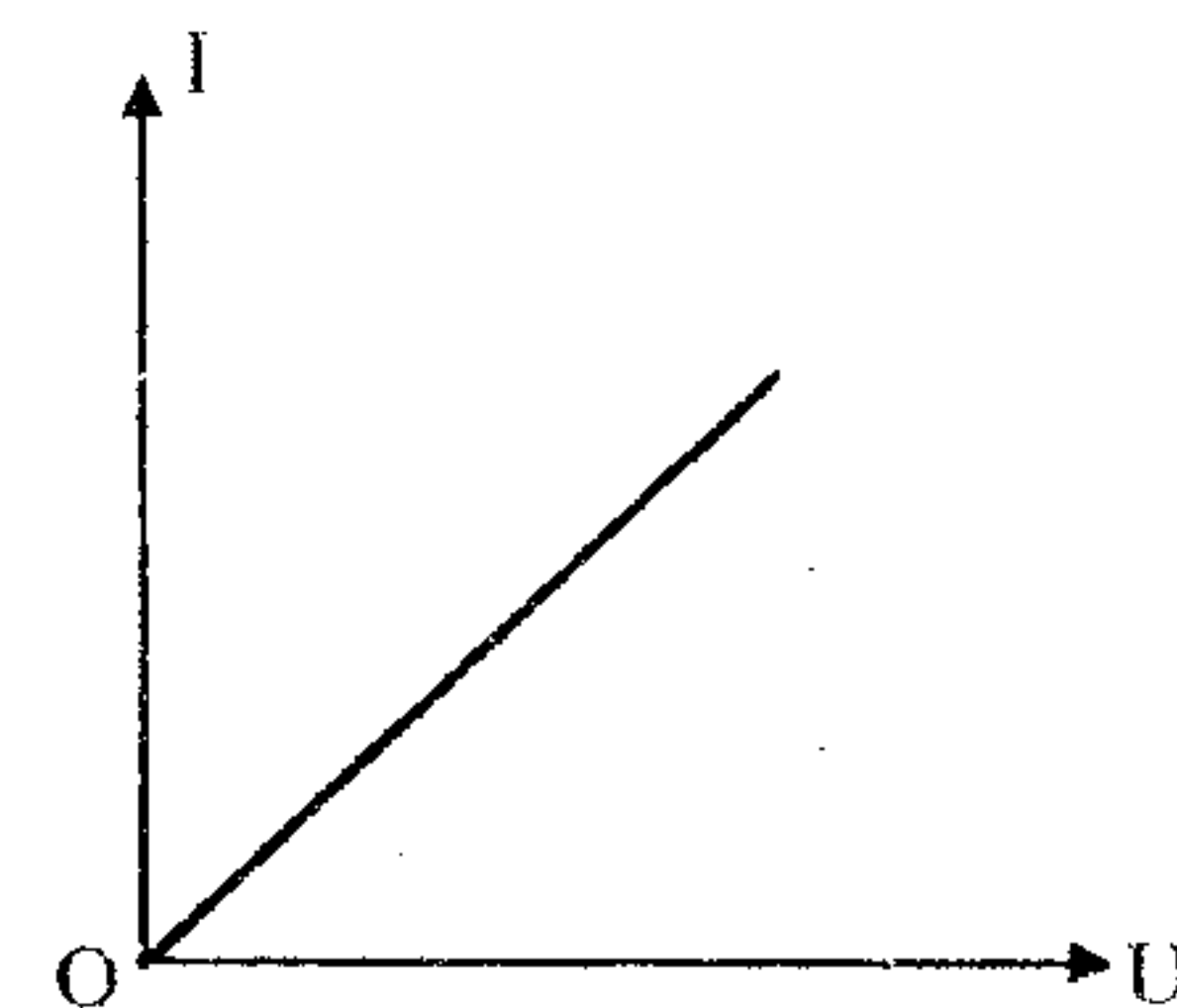


8.72-сурет

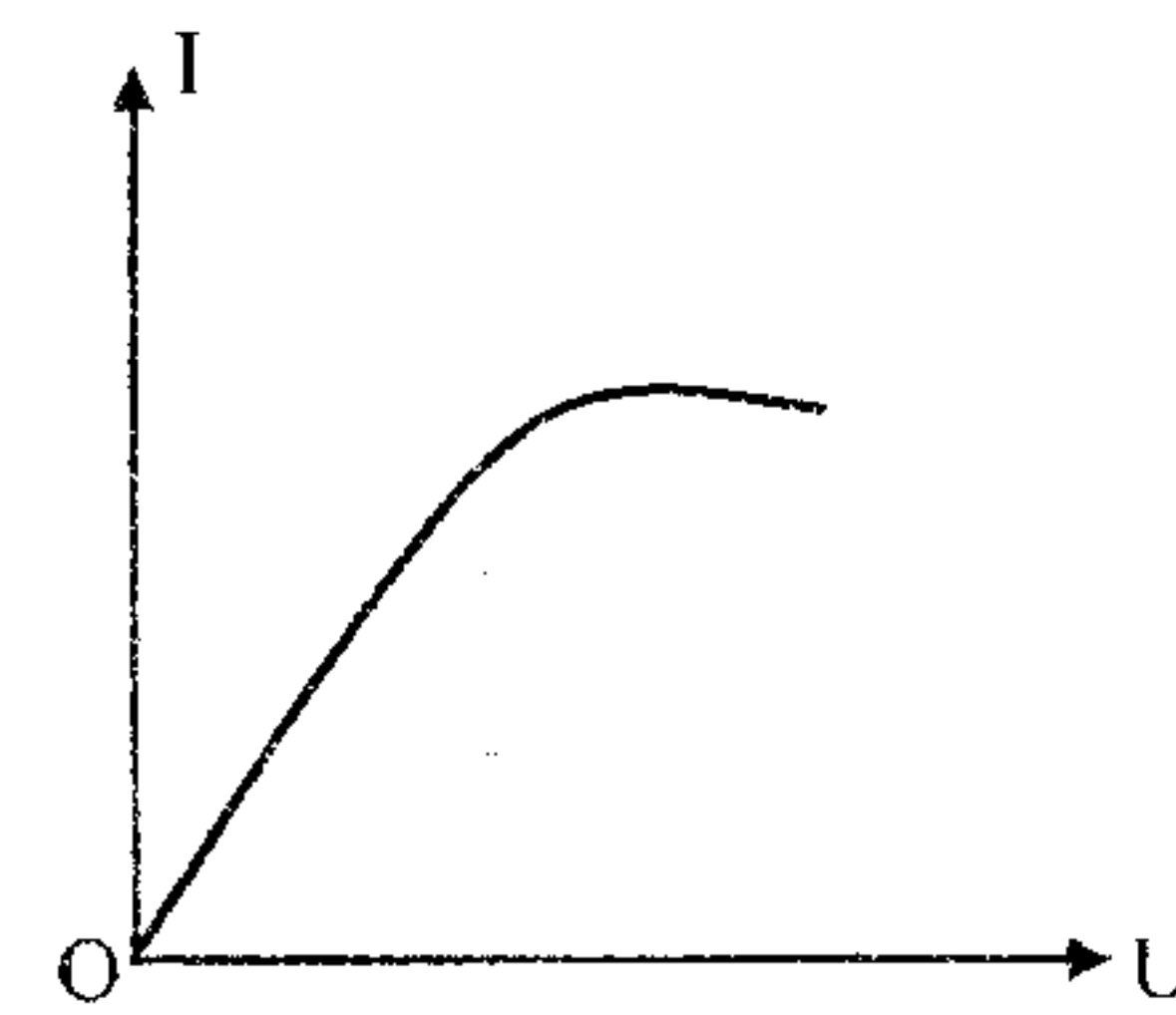
**8.95.** Жабық ыдыстың бірінде қалта фонарының электр шамы, ал екіншісінде резистор бар. Қайсы ыдыста электр шамы бар екендігі қалай анықталады?

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, шығыс қысқыштары бар екі жабық ыдыс, реостат, милливольтметр, екі миллиамперметр, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Жұмысты орындау үшін әрбір жабық ыдыстағы элементтер үшін вольтамперлік сипаттамасын аламыз. Сонда резистордың вольтамперлік сипаттамасы 8.73,а-сурет, ал электр шамыныңкі 8.73,ә-сурет пішінде болады.



а)



ә)

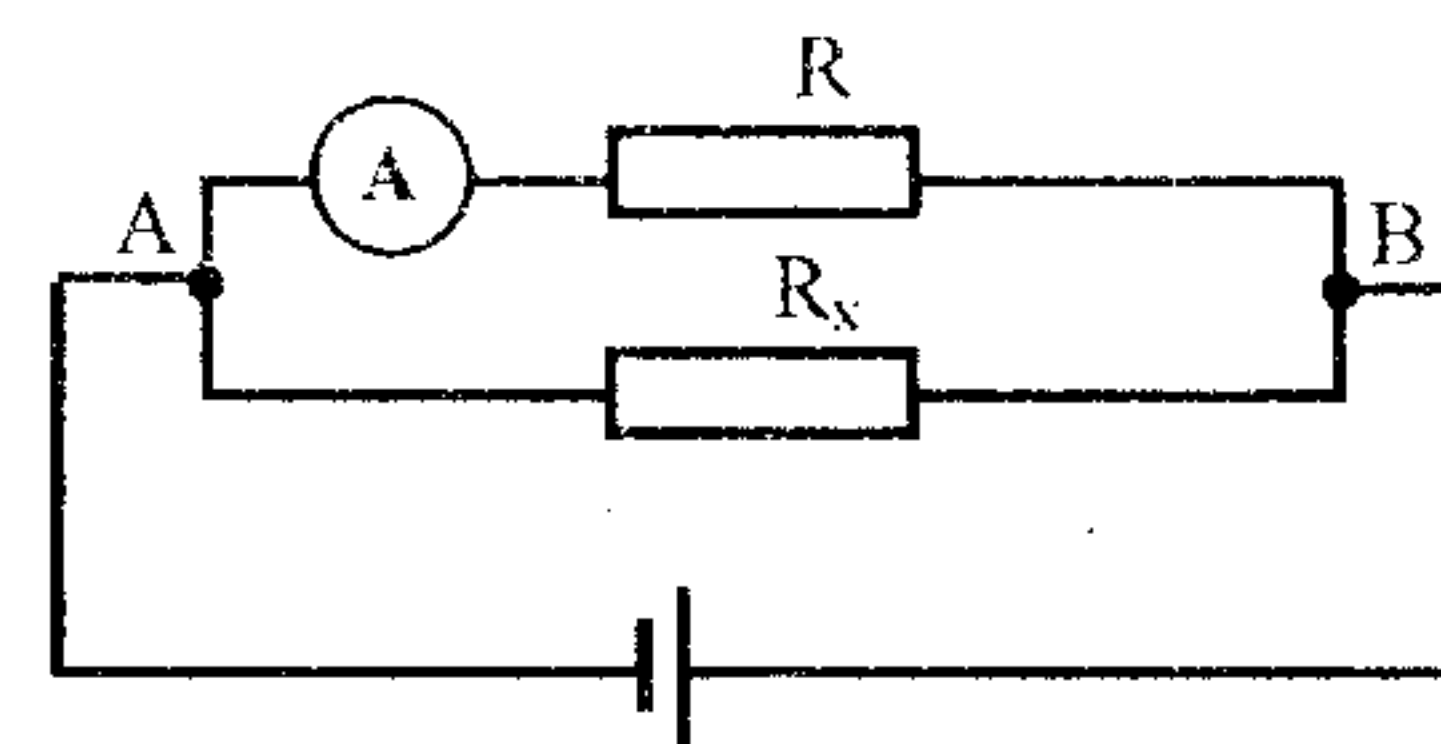
8.73-сурет

**Ескерту:** Электр шамының вольтамперлік сипаттамасының түзу сызық болмауы, шам кедергісінің температураға тәуелділігімен түсіндіріледі.

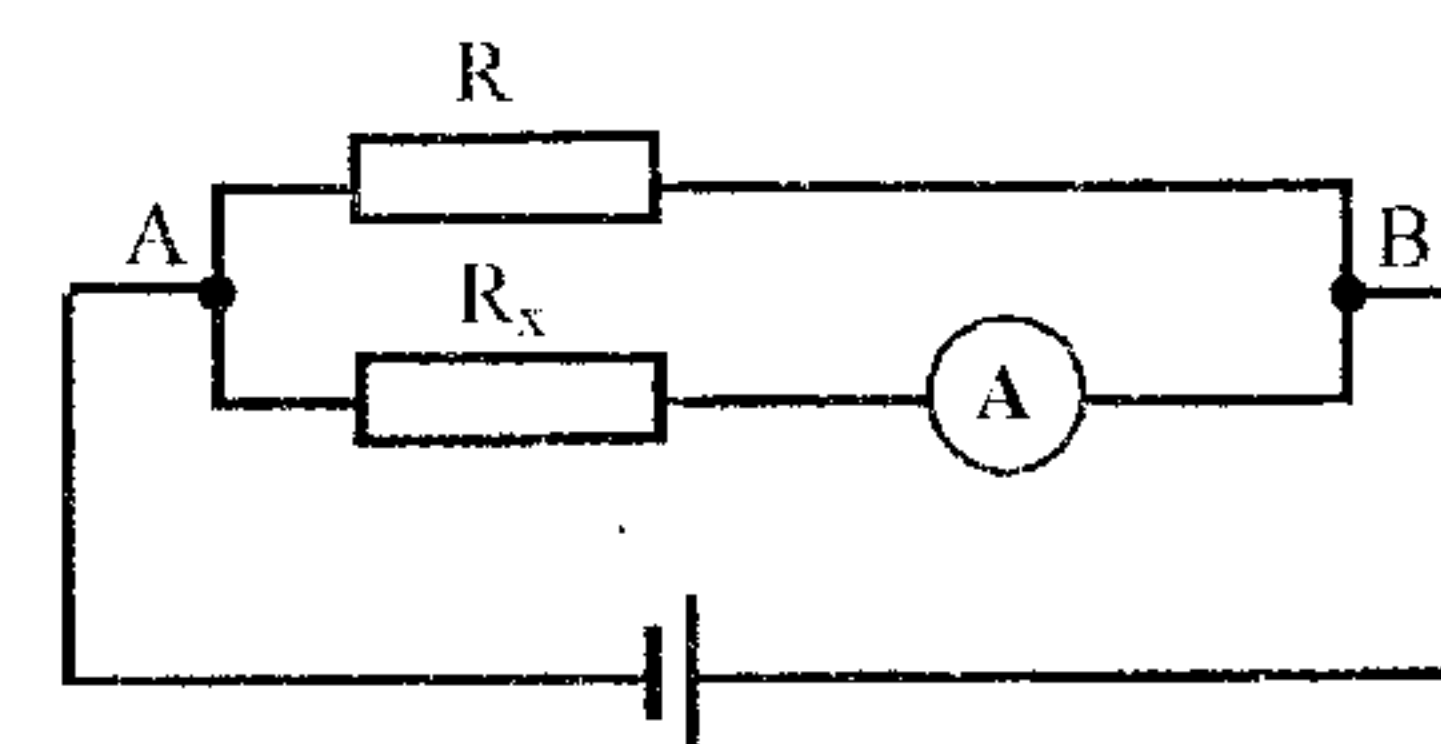
**8.96.** Резистор кедергісін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, резистор, амперметр, кедергісі 4 Ом резистор, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.74-суретте көрсетілгендей тізбектер құрастырып  $I_1$  және  $I_2$  ток күштерін өлшейміз. Мұндағы:  $I_1 - R$  кедергісіндегі,  $I_2 - R_x$  кедергісіндегі ток күштері (а және ә суреттер).



а)



ә)

8.74-сурет

Амперметрдің ішкі кедергісін ескермесек, онда екі жағдайда да жалпы кедергі өзгермей қалады. Онда  $U_{AB} = U_R = U_{R_x}$ , бірақ  $U_R = I_1 R$

және  $U_{R_x} = I_2 R_x$ . Кейінгі екі теңдеуден  $R_x = \frac{RI_1}{I_2}$ .

**Жауабы:**  $R_x = \frac{RI_1}{I_2}$ .

**8.97\*.** Үш өткізгіш өзара «жұлдызша» қосылған. Егер өлшеуіш приборларды О нүктесіне қосуға болмайтын болса, бұл кедергілердің шамасын анықтаңдар (8.75-сурет).

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, амперметр, вольтметр, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.**  $R_1$  және  $R_2$  кедергілері бар тармаққа ток көзімен өлшеуіш приборларды 8.76-суреттегідей түрде жалғаймыз. Сонда өлшеулер нәтижесінде  $I_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$  теңдігін аламыз.

Ескерту: Амперметр кедергісі елеусіз аз деп есептейміз. Енді  $R_2$  және  $R_3$  тармақтары үшін

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2 + R_3}, \quad (2)$$

ал  $R_1$  және  $R_3$  тармақтары үшін

$$I_3 = \frac{U_3}{R_1 + R_3} \quad (3) \text{ аламыз.}$$

(1), (2) және (3)-ден

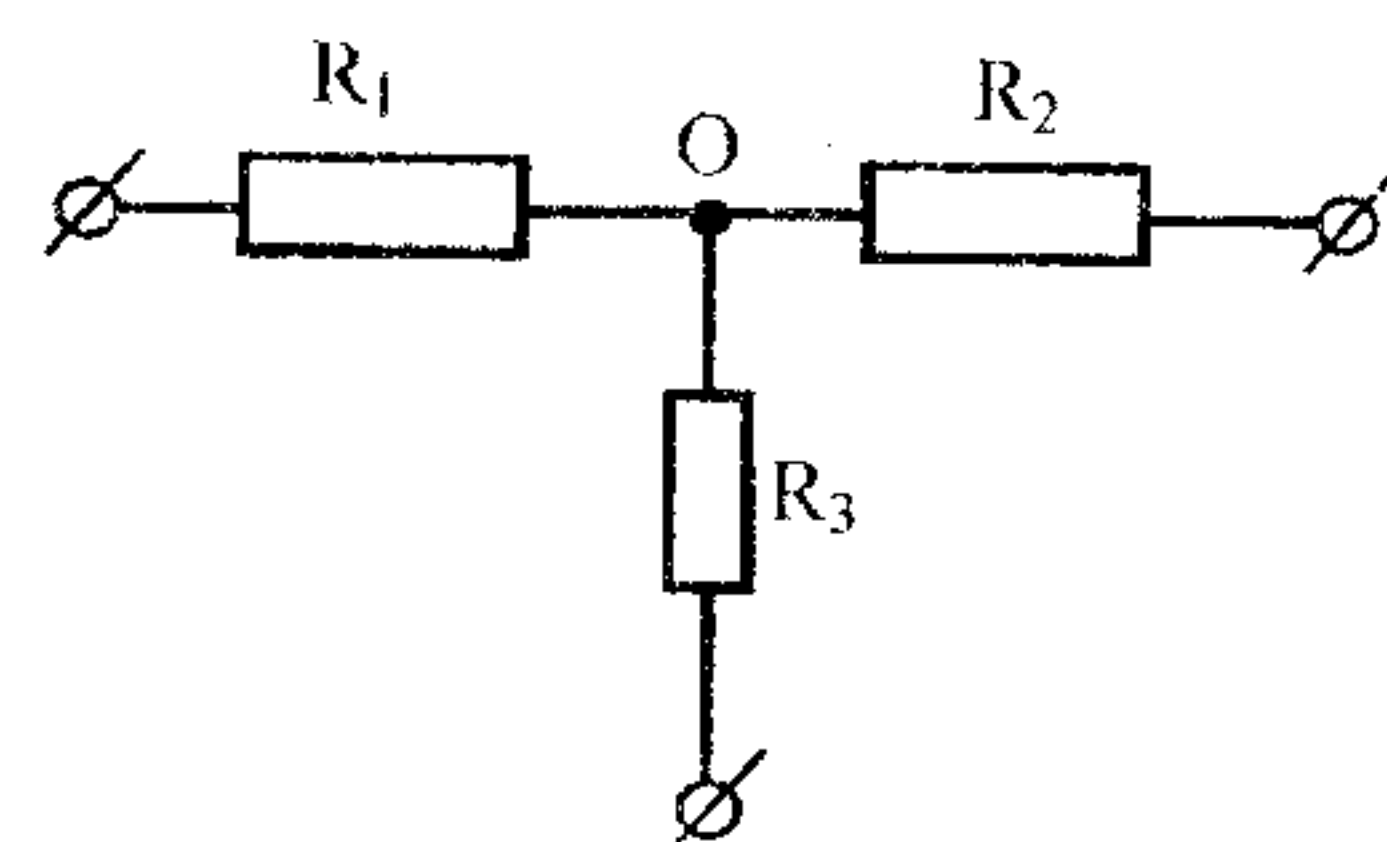
$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \frac{U_1}{I_1}, \\ R_2 + R_3 = \frac{U_2}{I_2}, \\ R_1 + R_3 = \frac{U_3}{I_3}. \end{cases}$$

Бұл теңдеулерді  $R_1, R_2$  және  $R_3$ -ке салыстырғанда шешсек, онда

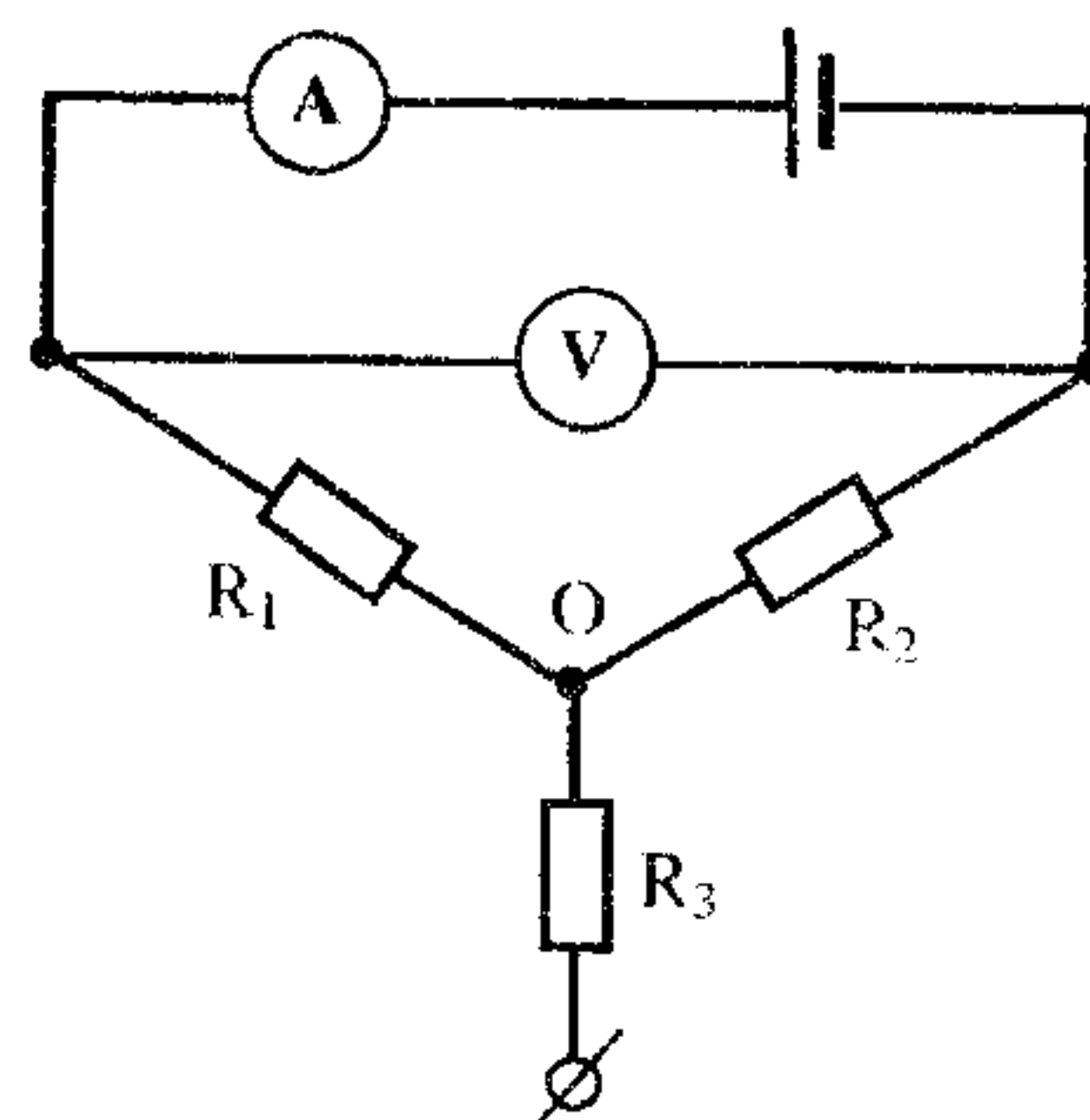
$$R_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_2}{I_2} \right); \quad R_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_3}{I_3} \right); \quad R_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_2}{I_2} + \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_1}{I_1} \right).$$

**Жауабы:**  $R_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_2}{I_2} \right); \quad R_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_3}{I_3} \right);$

$$R_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_2}{I_2} + \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_1}{I_1} \right).$$



8.75-сурет

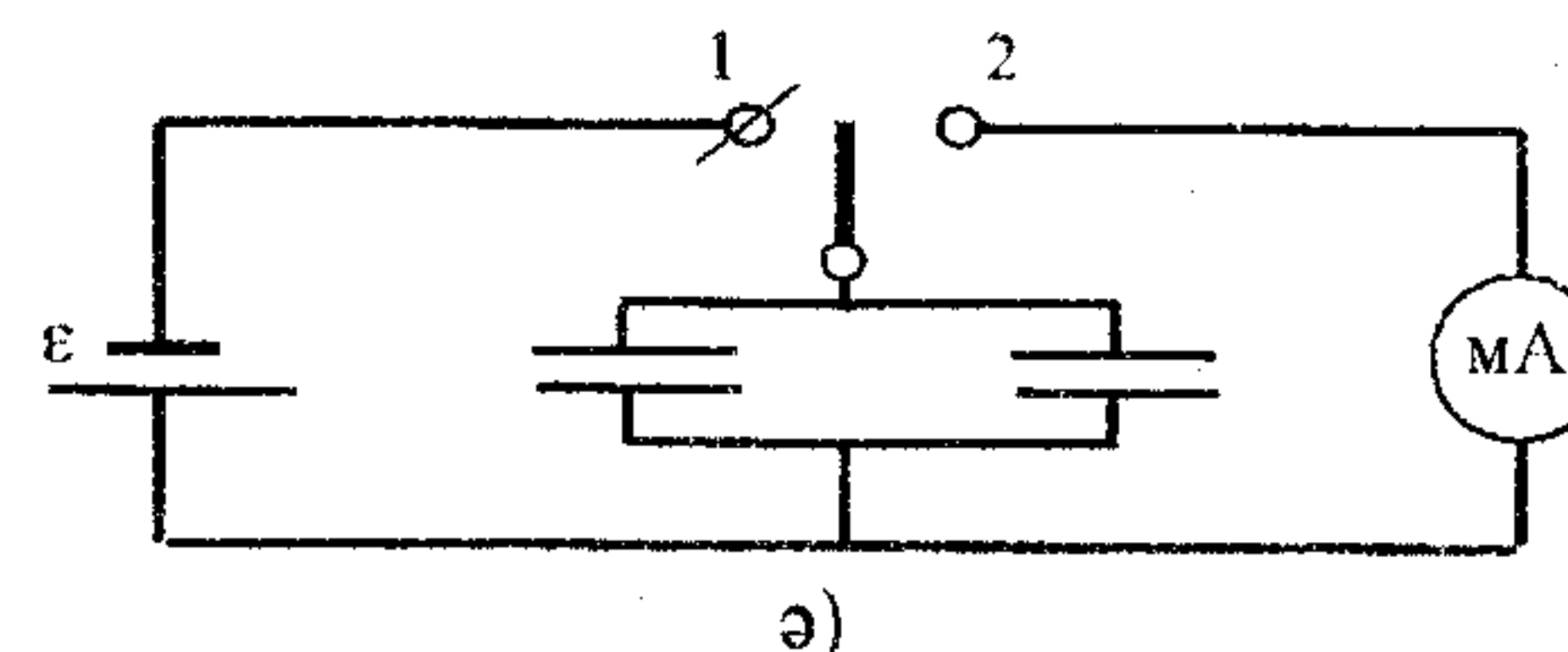
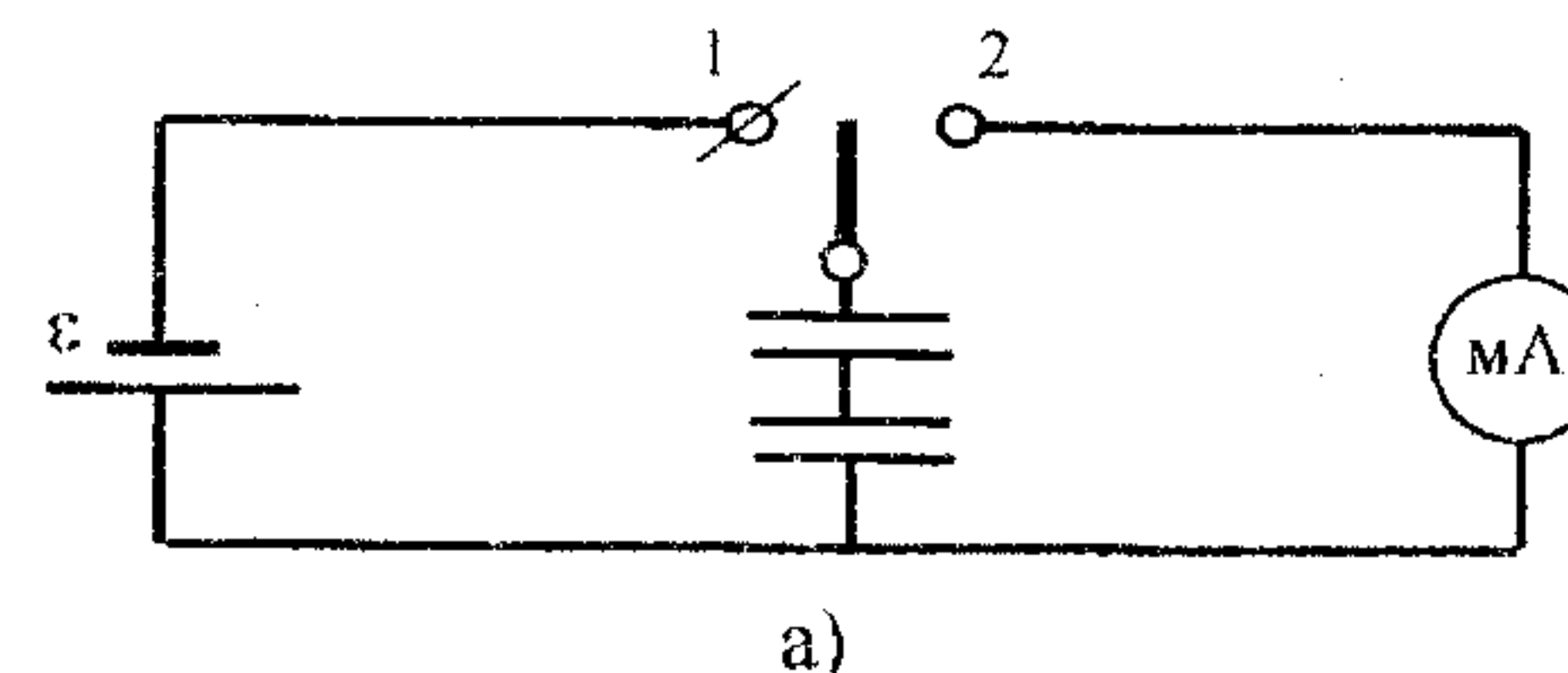


8.76-сурет

**8.98.** Ток көзінің белгісіз электр қозғаушы күшін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** ЭҚК-і белгісіз ток көзі, ЭҚК-і белгілі ток көзі, сыйымдылықтары бірдей екі конденсатор, микроамперметр, қосқыш сымдар, кілттер.

**Орындалуы.** Жұмысты орындау микроамперметр тілшесінің  $n$  секіруі, ол арқылы ағып өтетін  $q$  заряд шамасына пропорционалдығына ( $n \sim q$ ) негізделген. 8.77,а-суретте көрсетілгендей тізбек құрастырамыз.  $\varepsilon$  – ЭҚК-і белгілі ток көзі.



8.77-сурет

Кілтті 1 жағдайға қосып конденсаторды зарядтаймыз (әуелі бір конденсатор), сосын 2 жағдайға қосып миллиамперметр тілшесінің ауытқуын бақылаймыз. Енді екі конденсаторды тізбектей қоссақ, тілше ауытқуы екіге өзгереді. Егер конденсаторларды өзара параллель қоссақ (8.77,б-сурет), онда миллиамперметр тілшесінің ауытқуы  $n_1$ -ге артады.

Оның себебі конденсатор-

лардың жалпы сыйымдылығы сонша есе артқандықтан, демек миллиамперметр арқылы зарядтың да сонша есе артқаны:

$$q_1 = \varepsilon \cdot c, \text{ онда } n_1 = \alpha q_1 = \alpha \cdot \varepsilon \cdot c. \quad (1)$$

Енді ток көзін ЭҚК-і белгісіз ток көзімен алмастырып,

$$n_2 = \alpha q_2 = \alpha \cdot \varepsilon_x \cdot c \quad (2)$$

теңдігін аламыз. Мұндағы,  $\alpha$  – пропорционалдық коэффициенті.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \varepsilon_x = \varepsilon \frac{n_2}{n_1}.$$

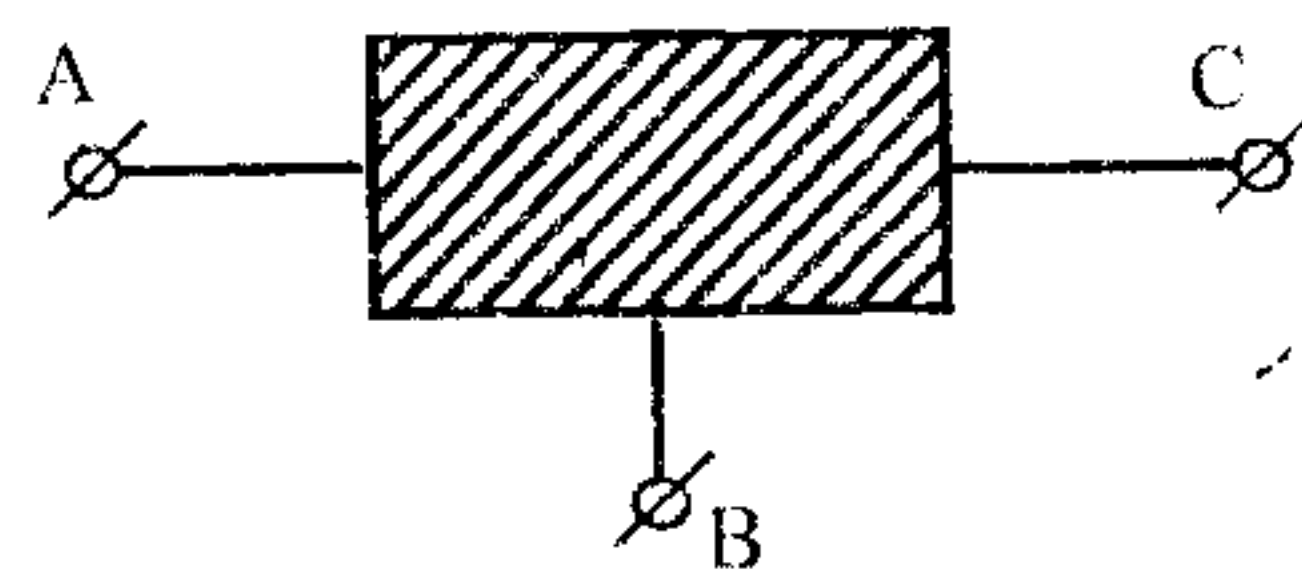
**Жауабы:**  $\varepsilon_x = \varepsilon \frac{n_2}{n_1}.$

**8.99\*.** Мөлдір емес, саңлаусыз жабылған жәшік ішінде кедергілері 1 Ом, 1 Ом және 2 Ом үш резистор бар. Егер жәшіктен үш қысқыш ғана шығарылған болса, олардың өзара қандай қосулар орындауға болатындығын анықтаңдар (8.78-сурет).

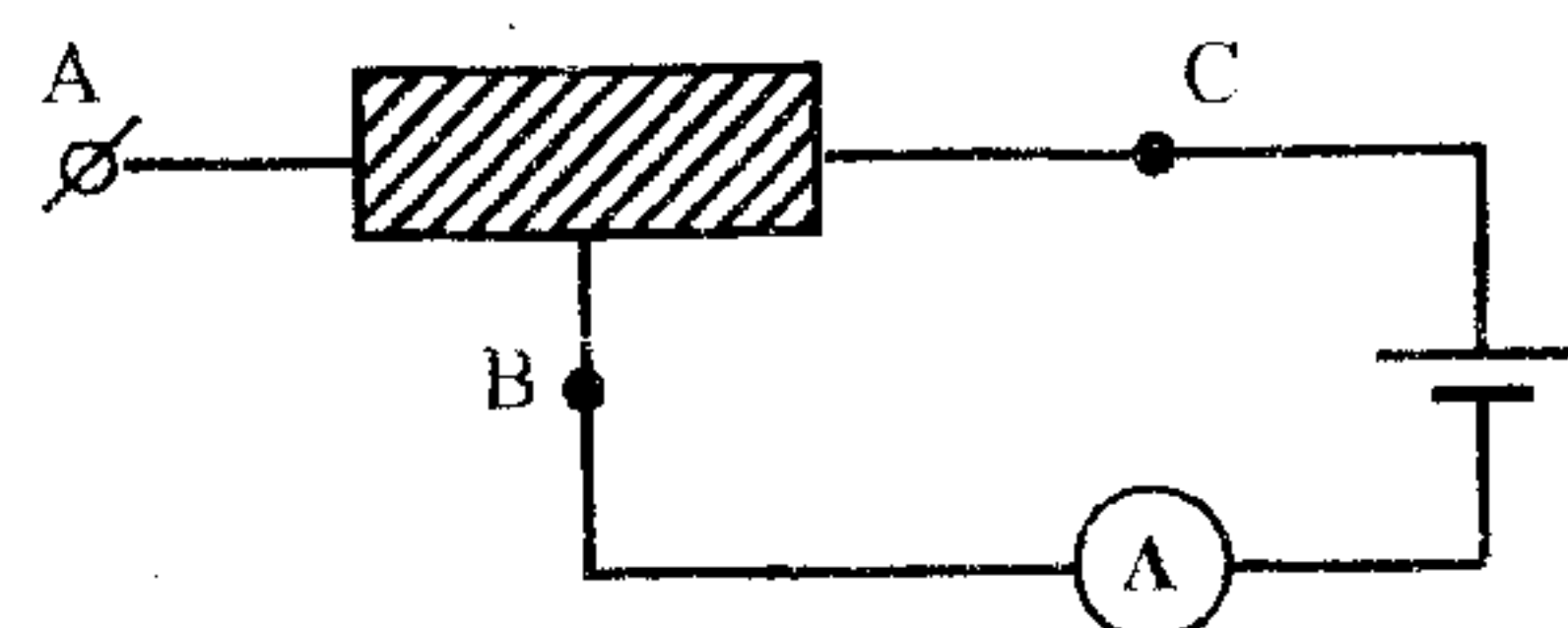
**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, амперметр, вольтметр, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Кез келген АВ, ВС және СА қысқыштарына 8.79-

суреттегідей ток көзімен амперметрді жалғаймыз да, әр жағдай үшін ток күші  $I$ -мен кернеу  $U$ -ды өлшейміз. Сонда әрбір жағдай үшін кедергі мына формуламен табылады  $R = \frac{U}{I}$ .

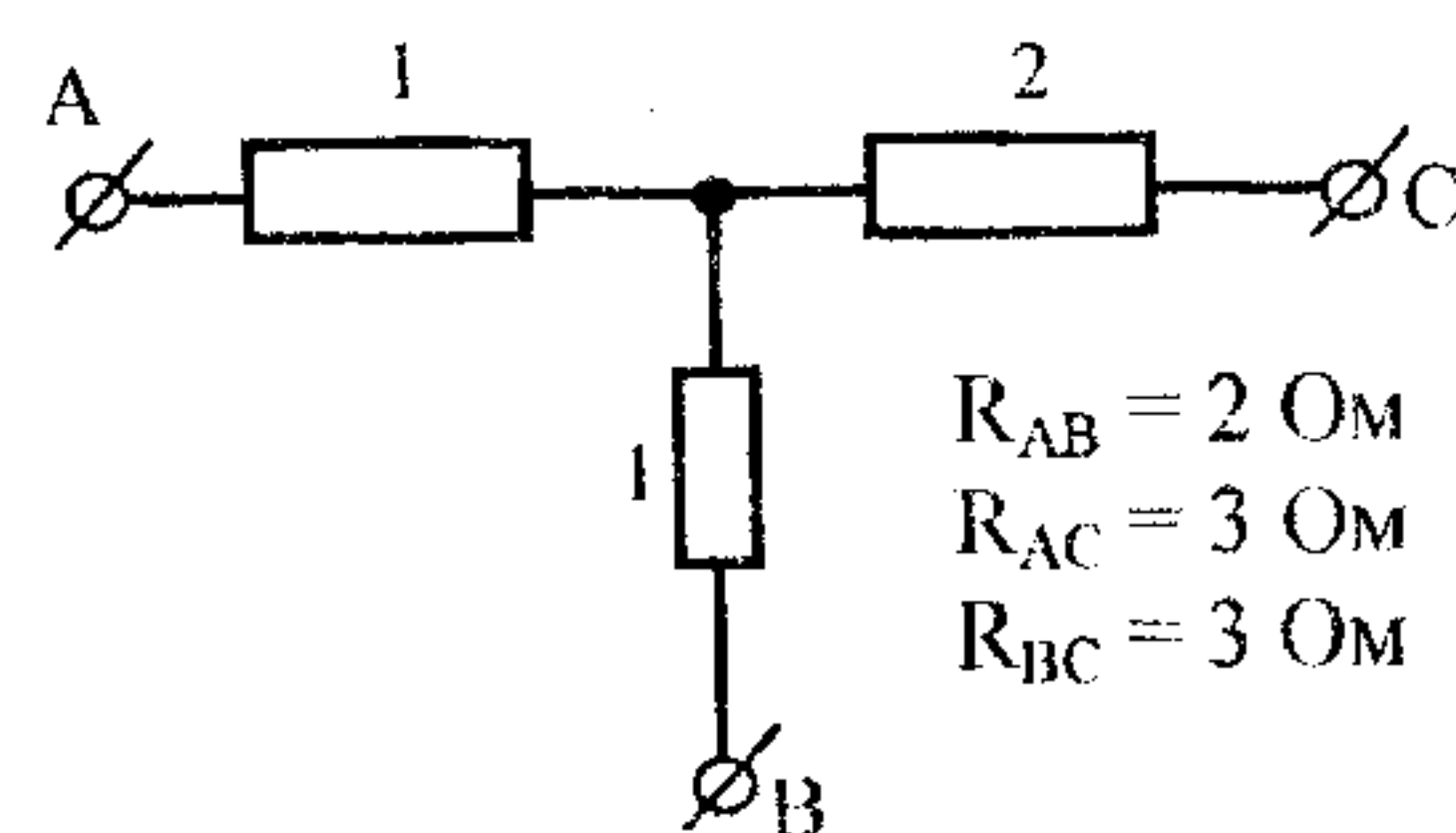


8.78-сурет

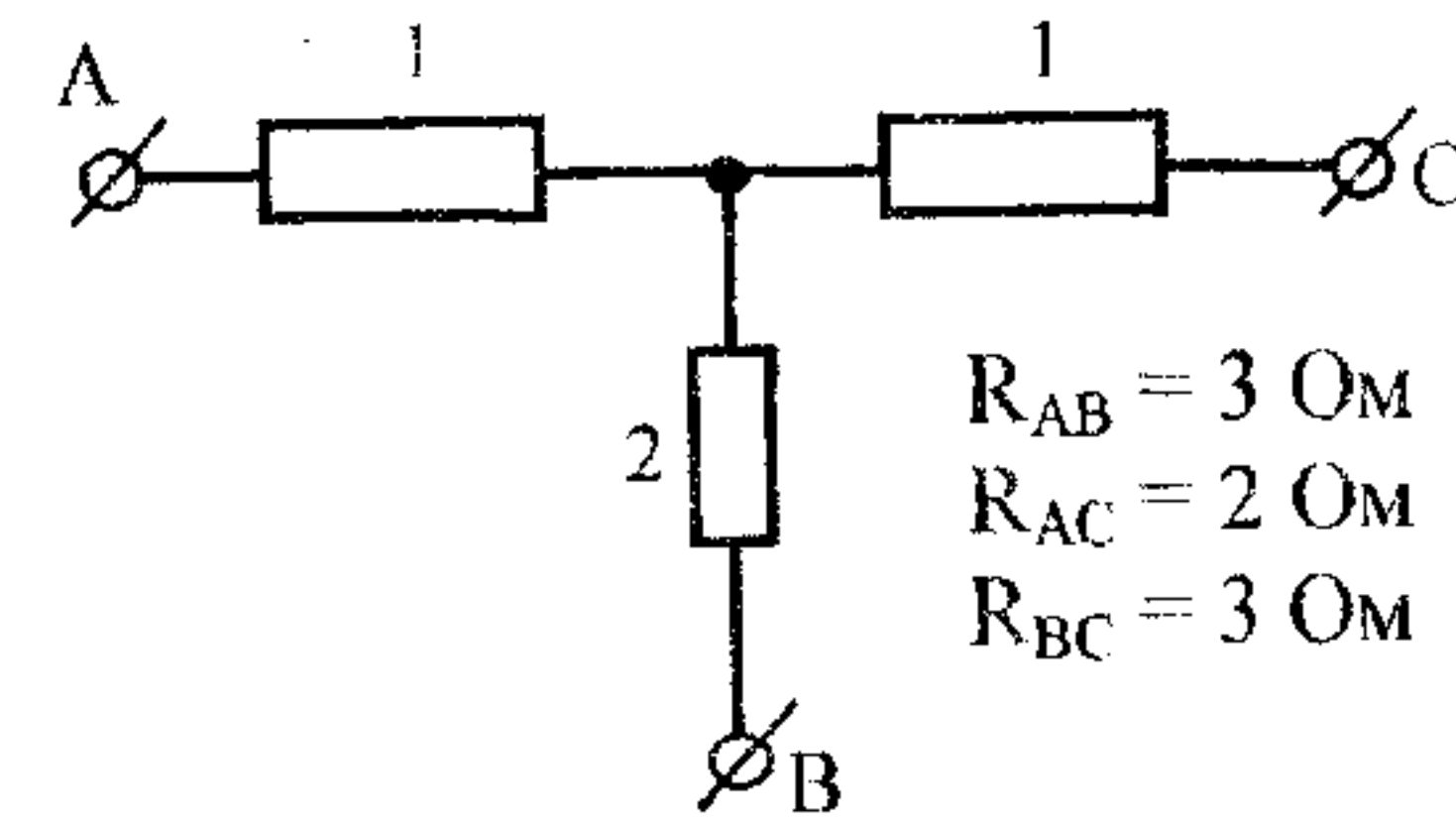


8.79-сурет

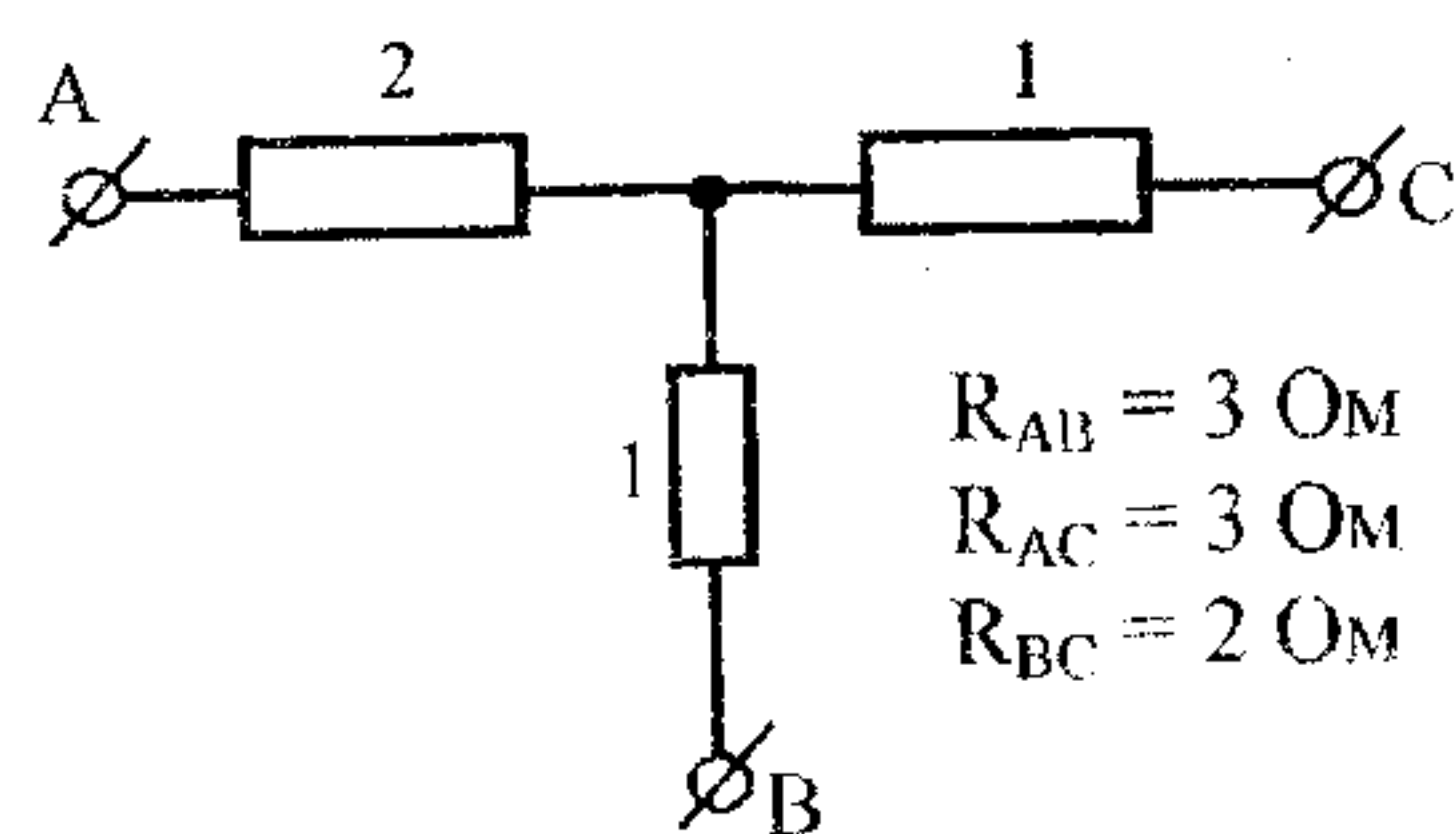
Бұдан мынадай кедергілерді қосуға болатындығын көрсетуге болады (8.80-сурет).



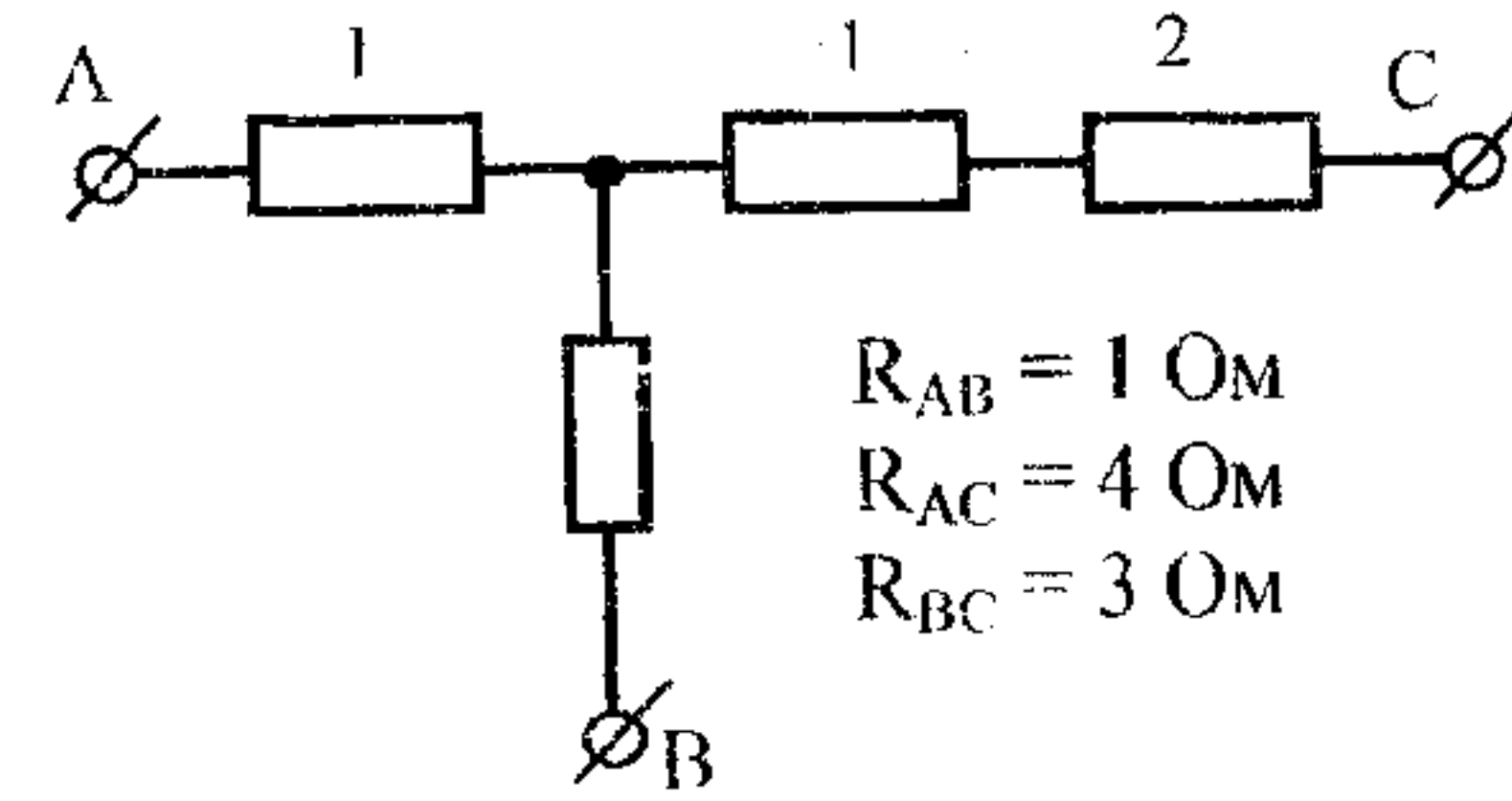
а)



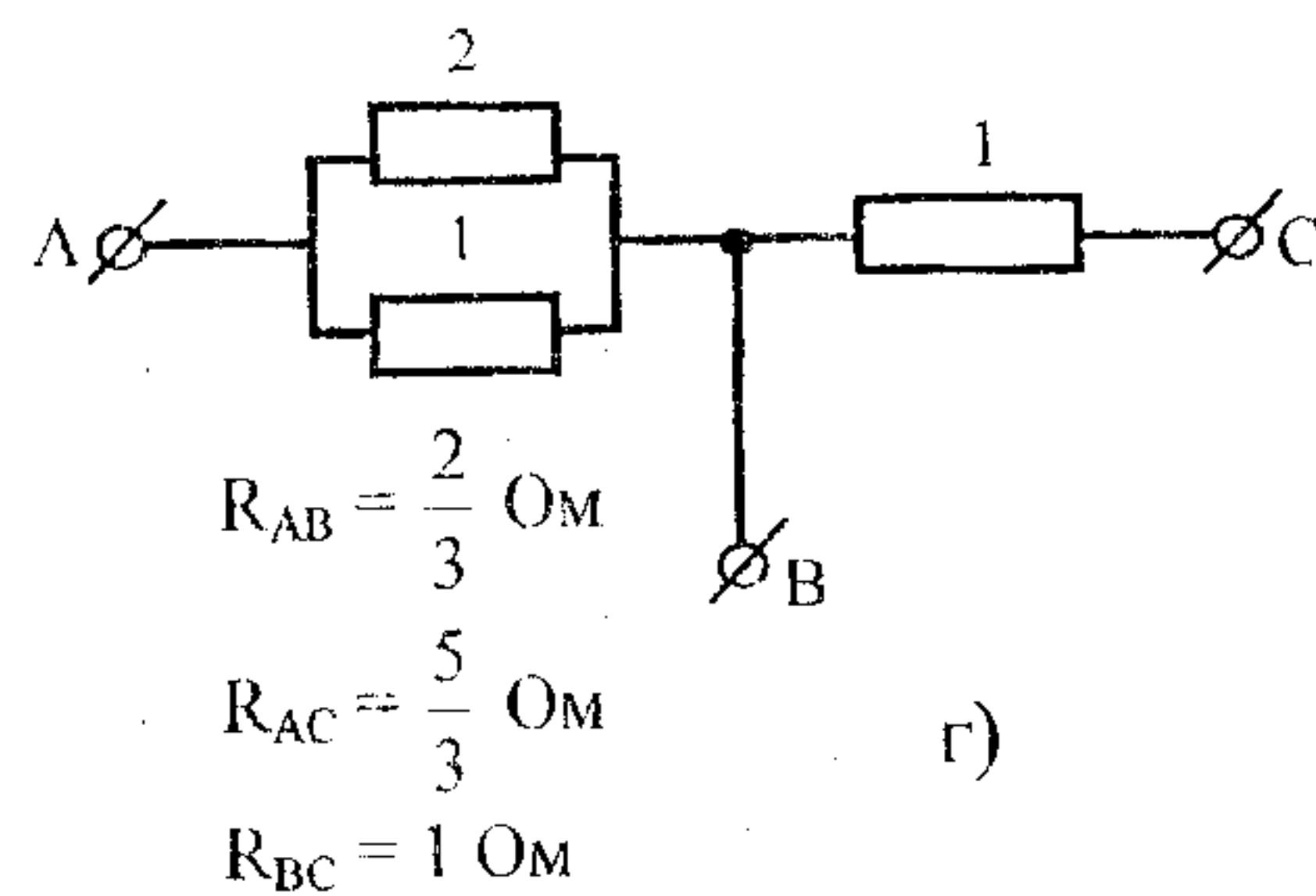
ә)



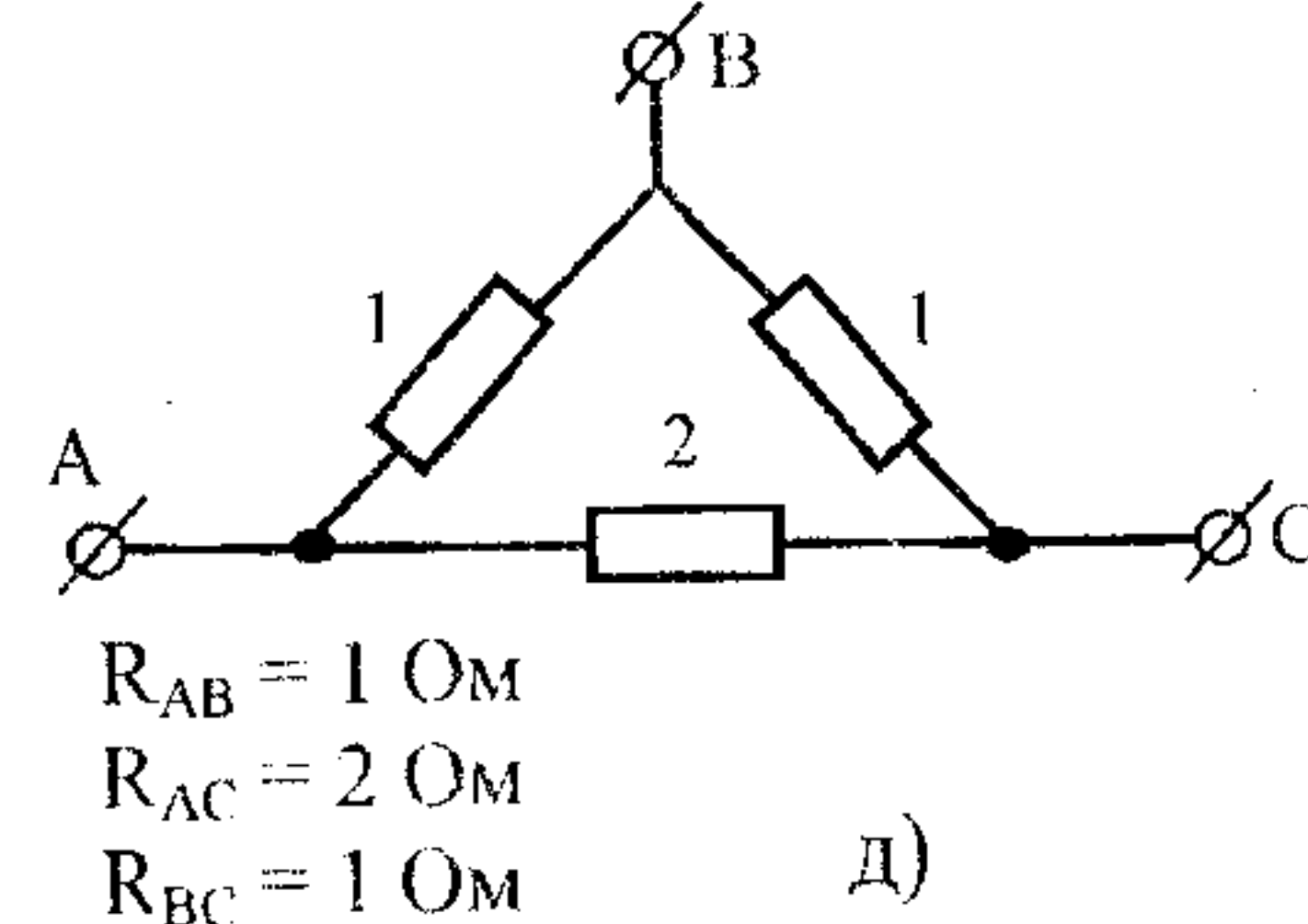
б)



в)



г)



д)

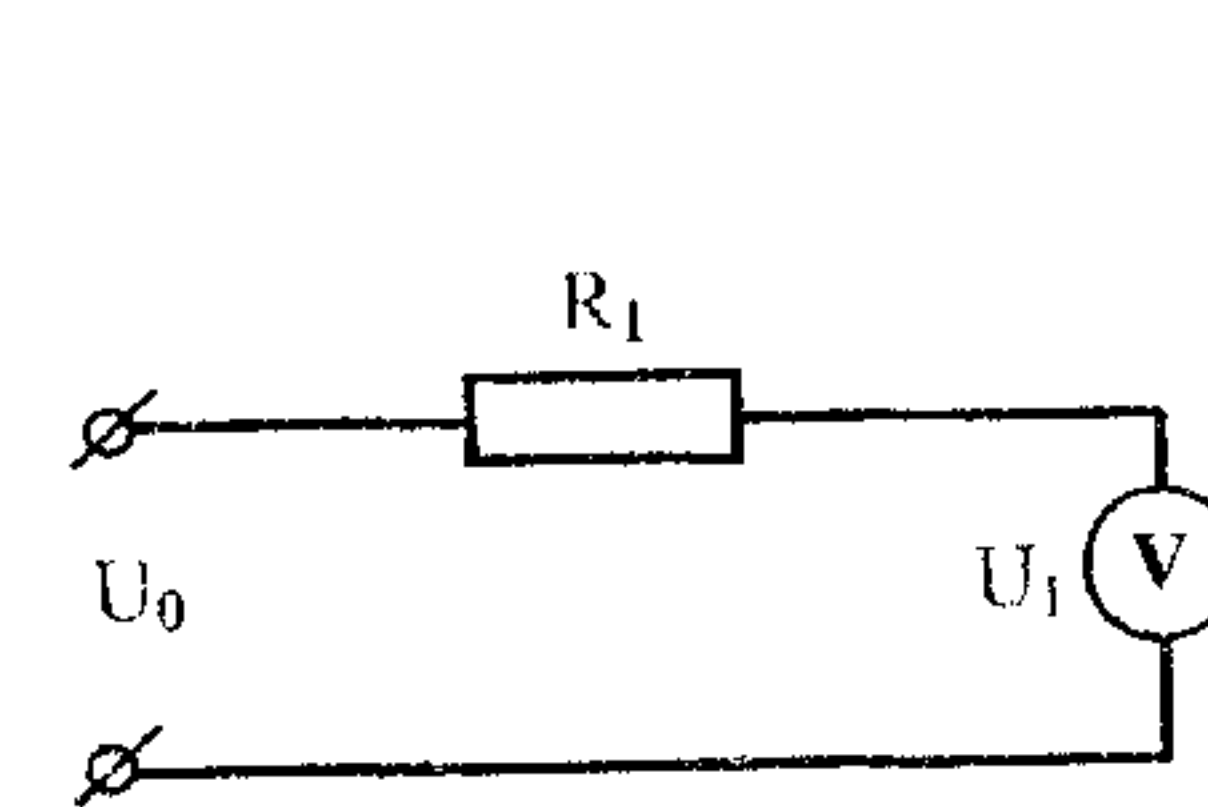
8.80-сурет

**Ескерту:** в), г) және д) қосылыстардың әрқайсысында а), ә) және б) сияқты қосылыстың тағы да екіден мүмкіндіктері бар.

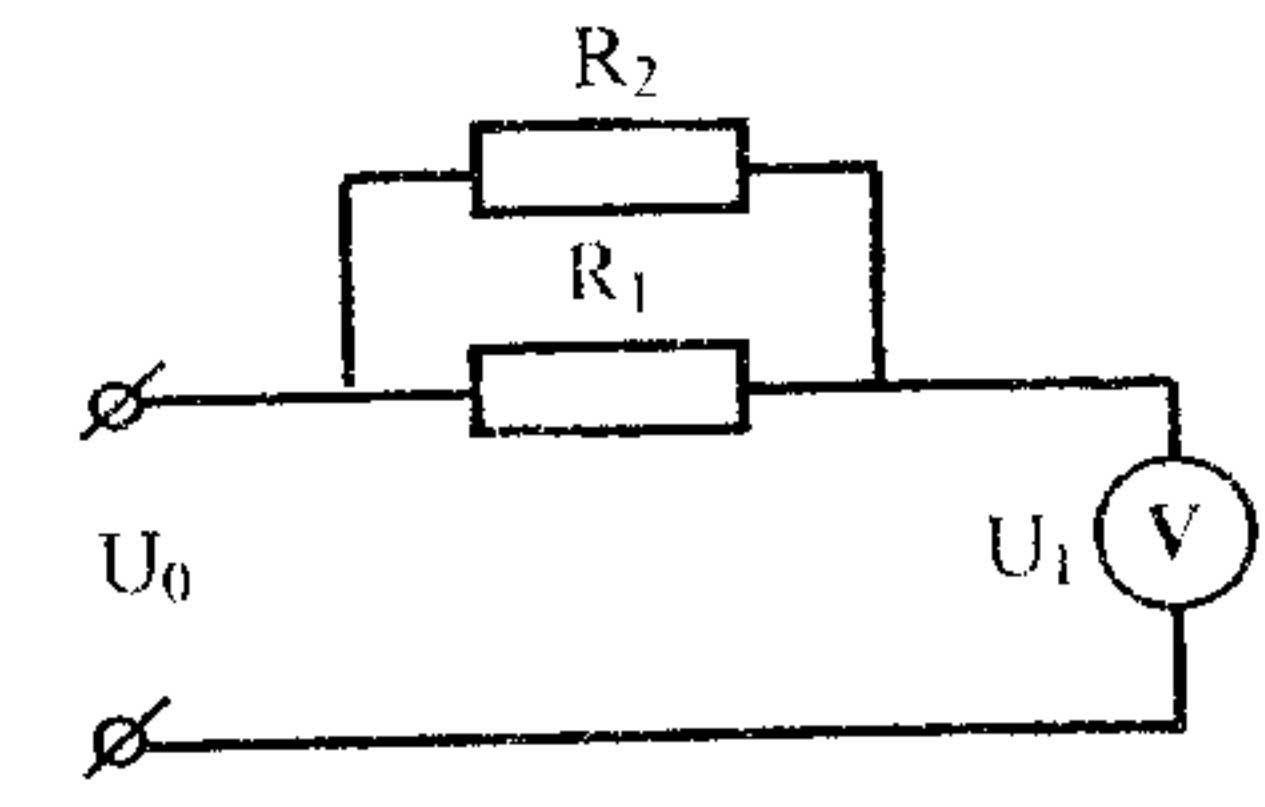
**8.100.** Ішкі кедергісі белгісіз вольтметрдің көмегімен екі резистордың кедергілерінің қатынасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, лабораториялық вольтметр, екі резистор, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Әуелі ток көзінің қысқыштарындағы  $U_0$  кернеуді өлшейміз. Сондай-ақ  $R_1$  және  $R_2$  резисторларын өзара параллель қосқанда  $U_0$  кернеуінің өзгермейтіндігіне көз жеткіземіз. Бұл, ток көзінің ішкі кедергісі резисторлар кедергісіне салыстырғанда елеусіз болғанда орындалады. Енді 8.81-суреттегідей тізбек құрастырып вольтметрдің  $U_1$  көрсетуін өлшеп аламыз. Вольтметрмен резистор тізбектей жалғанғандықтан  $\frac{U_1}{R_V} = \frac{U_0 - U_1}{R_1} \Rightarrow \frac{U_0}{U_1} - 1 = \frac{R_1}{R_V}$ . (1)



8.81-сурет



8.82-сурет

Енді 8.82-суреттегідей тізбек құрастырып, вольтметрдің  $U_2$  көрсетуін табамыз, сонда

$$\frac{U_2}{R_V} = (U_0 - U_2) \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow \frac{U_0}{U_2} - 1 = \frac{R_1 R_2}{R_V (R_1 + R_2)}. \quad (2)$$

(1)-ді (2)-ге мүшелеп бөлсек, күрделі емес түрлендірулерден кейін мынаны аламыз

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U_0(U_2 - U_1)}{U_1(U_0 - U_1)}.$$

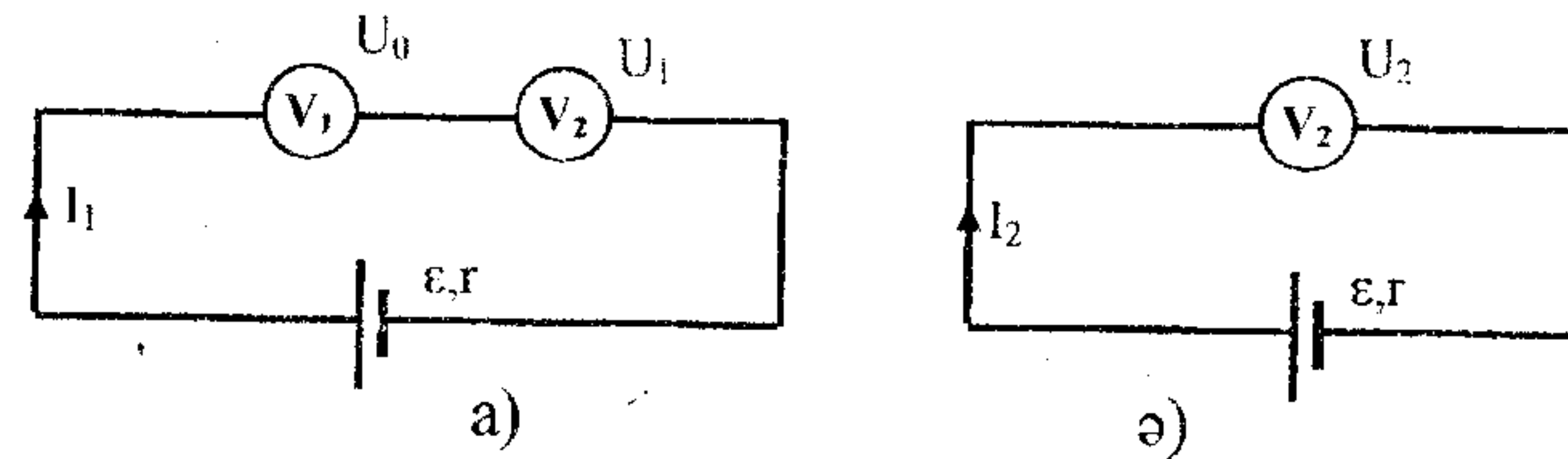
$$\text{Жауабы: } \frac{R_1}{R_2} = \frac{U_0(U_2 - U_1)}{U_1(U_0 - U_1)}.$$

**8.101.** Екіден артық емес электр тізбегін құрастыру жолымен ток көзінің белгісіз электр қозғаушы күшін табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, екі вольтметр, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Ток көзінің ЭҚК-ін анықтау үшін вольтметрді оның қысқыштарына тікелей қосу арқылы өлшеуге болмайды, өйткені вольтметр кедергісі мен ток көзінің ішкі кедергісі шамалас

болуы мүмкін. Сондықтан, 8.83-суреттегідей екі электр тізбегін кезек-кезегімен құрастырамыз.



8.83-сурет

Әрбір тізбек үшін Ом заңын жазамыз, сонда

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_1 R_2 + I_1 r \quad \text{және} \quad \varepsilon = I_2 R_2 + I_2 r.$$

Мұндағы:  $R_1$  және  $R_2$  вольтметрдің кедергілері;  $r$  — ток көзінің ішкі кедергісі.

Жоғарғы екі теңдеуден

$$r = \frac{\varepsilon - I_1 R_1 - I_1 R_2}{I_1} \quad \text{және} \quad r = \frac{\varepsilon - I_2 R_2}{I_2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{I_1 I_2 R_1}{I_2 - I_1}.$$

Бөлшектің аламын да бөлімін де  $R_2$ -ге көбейтсек, онда

$$\varepsilon = \frac{I_1 R_1 I_2 R_2}{I_2 R_2 - I_1 R_2}.$$

Енді  $I_1 R_1 = U_0$ ,  $I_2 R_2 = U_2$ ,  $I_1 R_2 = U_1$  екендігін ескерсек,  $\varepsilon = \frac{U_0 U_2}{U_2 - U_1}$ .

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = \frac{U_0 U_2}{U_2 - U_1}.$$

**8.102\*.** Ток көзінің электр қозғаушы күшін, вольтметрдің кедергісін, резистордың кедергісін және миллиамперметр мен ток көзінің ішкі кедергісінің қосындысын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі (~ 4,5 В), миллиамперметр (~ 50 мА), вольтметр (~ 5 В), кедергісі белгісіз резистор, қосқыш сымдар.

**Ескерту:** Миллиамперметрді резисторсыз ток көзіне параллель қосуға болмайды, өйткені оның кедергісі ток көзінің ішкі кедергісінен бірнеше есе кем.

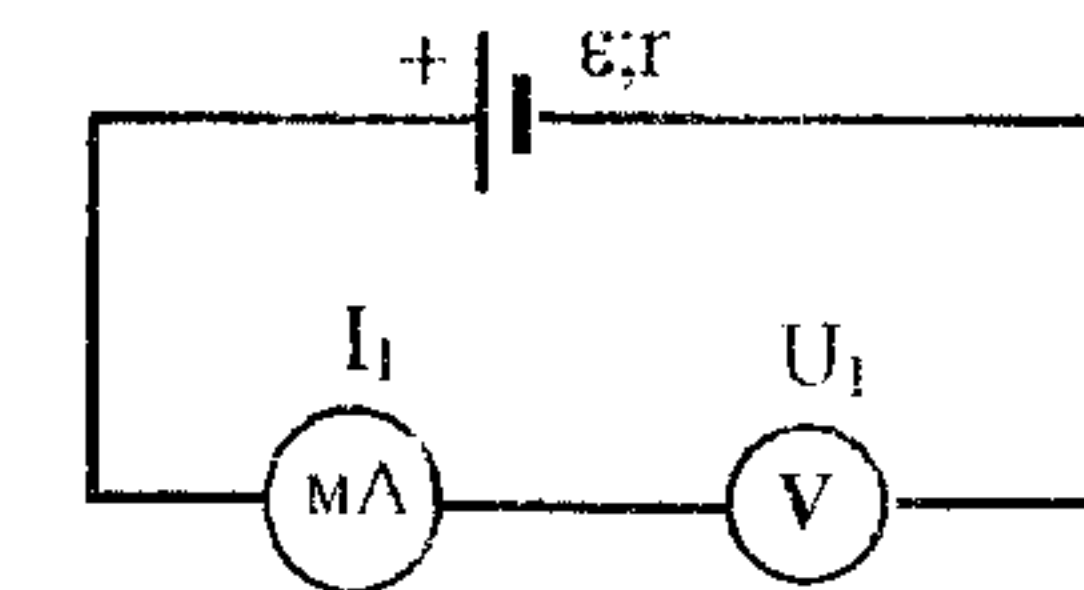
**Орындалуы.** 8.84-суреттегідей тізбек құрастырамыз. Приборлармен  $I_1$  және  $U_1$  өлшейміз.

Сонда  $R_V$  — вольтметрдің кедергісі  $R_V = \frac{U_1}{I_1}$ . (1) Енді 8.85-суреттегідей тізбек құрастырып  $R$  резистордың кедергісін есептеп табамыз  $R_0 = \frac{U_2}{I_2}$ , екінші жағынан  $R$  және  $V$  өзара параллель болғандық-

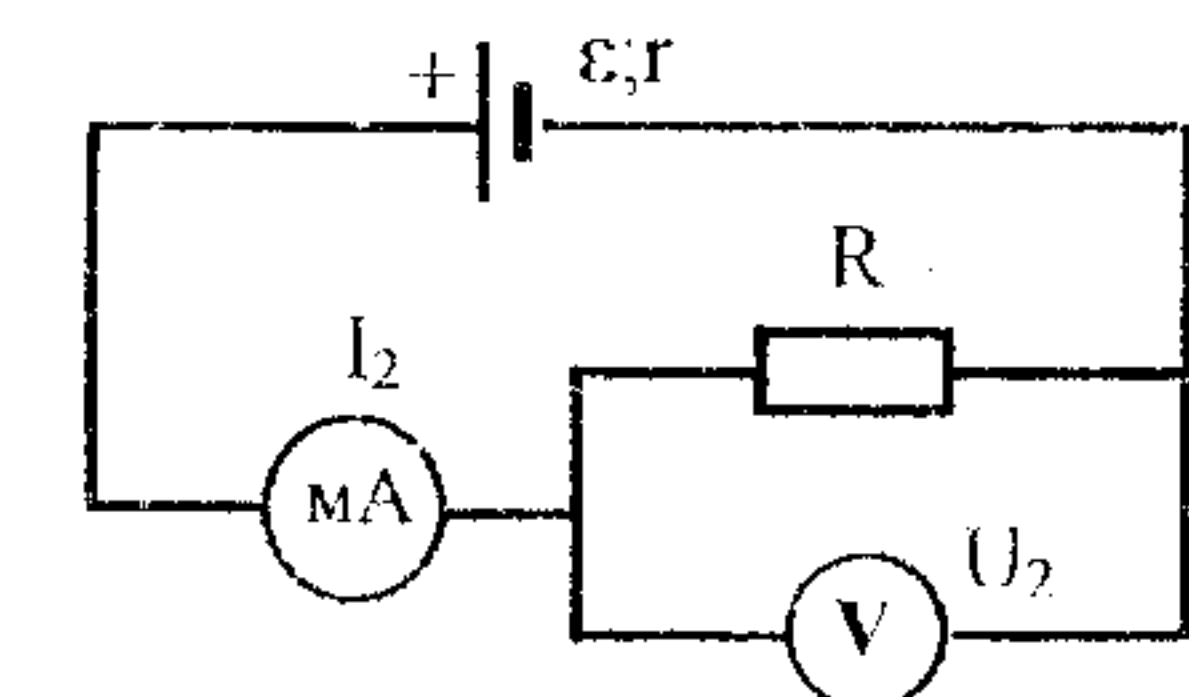
тан жалпы  $R_0$  кедергі былай табылады  $R_0 = \frac{R R_V}{R + R_V}$ . Осы екі теңдеуден

$$\frac{U_2}{I_2} = \frac{R R_V}{R + R_V} \Rightarrow R = \frac{U_2 R_V}{R_V I_2 - U_2}.$$

$$\text{Енді (1)-ді ескерсек } R = \frac{U_1 U_2}{U_1 I_2 - U_2 I_1}. \quad (2)$$

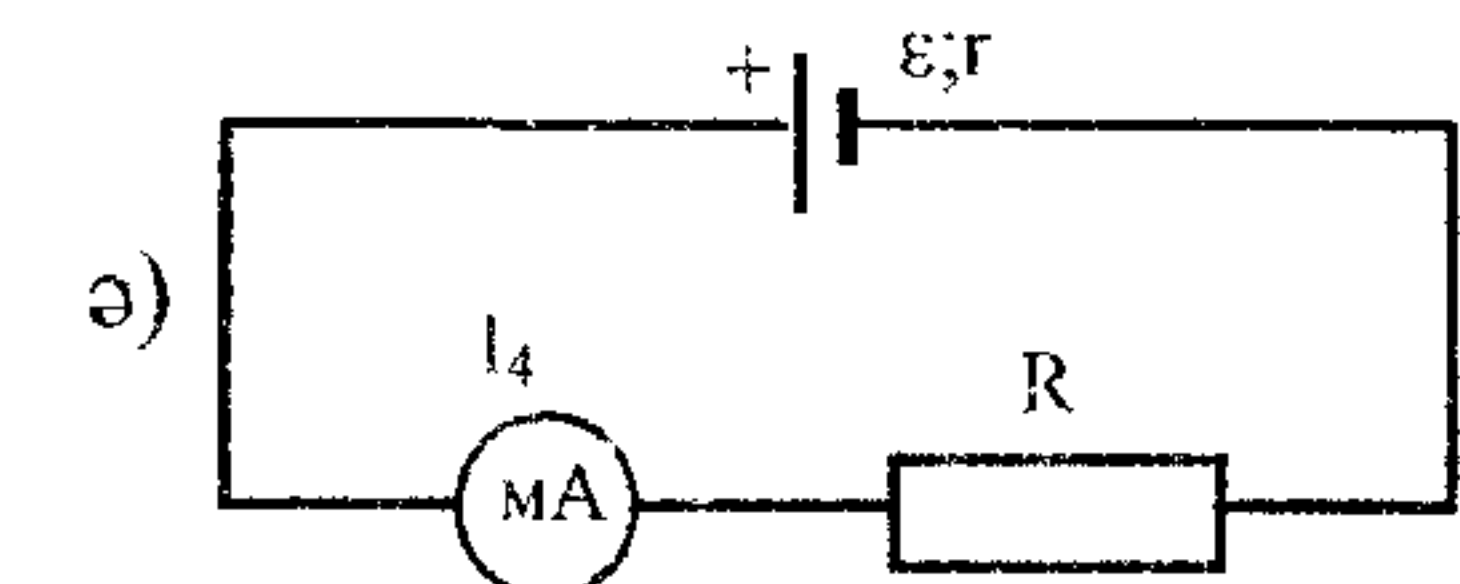
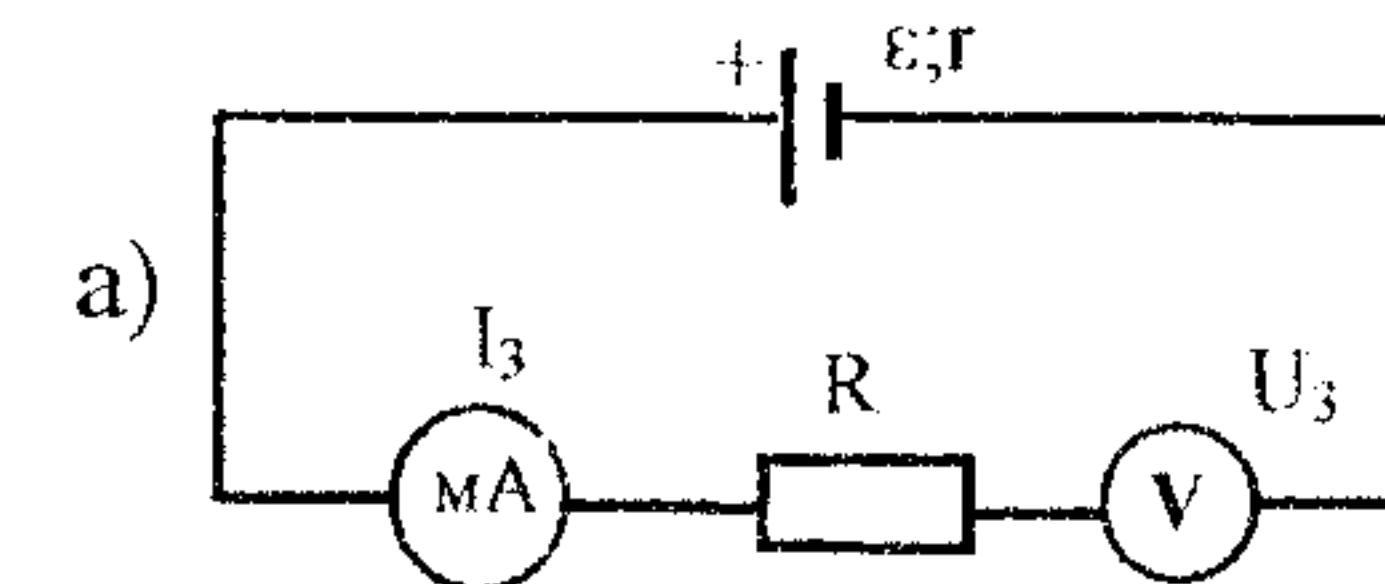


8.84-сурет



8.85-сурет

8.86-суреттегідей тізбектер құрастырып, қажетті өлшеулер жүргізгеннен кейін  $\varepsilon$ -ні табуға болады.



8.86-сурет

8.86,а-суреттен толық тізбек үшін Ом заңы бойынша

$$\varepsilon = I_3 (R_A + r + R + R_V). \quad (3)$$

8.87,б-суреттегі тізбектен  $\varepsilon = I_4 (R + R_A + r)$ . (4)

$$(3) \text{ және } (4)\text{-ден } (R_A + r) = \frac{I_4 R - I_3 (R + R_V)}{I_3 - I_4}. \quad (5)$$

(5)-тің мәнін (4)-ке қойып,  $\varepsilon$ -ні табуға болады, сонда  $\varepsilon = \frac{I_3 I_4 R_V}{I_4 - I_3}$ .

$$\text{Енді (1)-ді ескерсек } \varepsilon = \frac{I_3 I_4 U_1}{I_1 (I_4 - I_3)}. \quad (6)$$

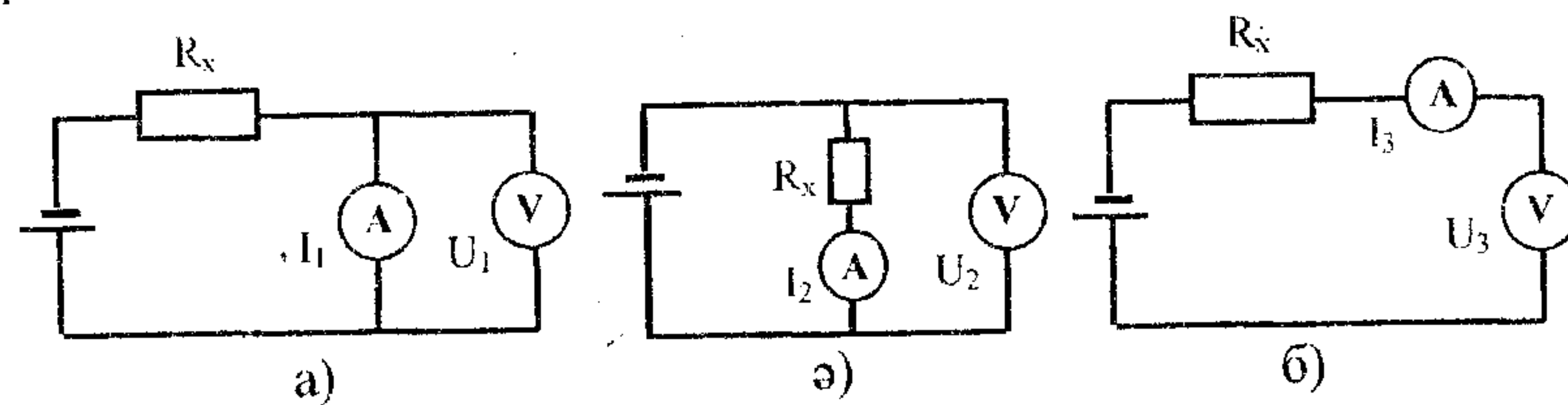
$$\text{Жауабы: } R_V = \frac{U_1}{I_1}; \quad R = \frac{U_1 U_2}{U_1 I_2 - U_2 I_1}; \quad \varepsilon = \frac{I_3 I_4 U_1}{I_1 (I_4 - I_3)};$$

$$(R_A + r) = \frac{I_4 R - I_3 (R + R_V)}{I_3 - I_4}.$$

**8.103.** Резистордың кедергісін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Кедергісі белгісіз резистор, ішкі кедергілері белгісіз амперметр мен вольтметр, ток көзі, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Ретімен 8.87-суреттегідей үш рет тізбек құрастырамыз.



8.87-сурет

Бірінші а) тізбектен амперметрдің ішкі кедергісін анықтаймыз

$$r_A = \frac{U_1}{I_1}. \quad (1)$$

Екінші ә) тізбектен белгісіз резистордың кедергісі табылады.

Расында да,  $R = \frac{U_2}{I_2}$ , мұндағы  $R = R_x + r_A$ , демек

$$\frac{U_2}{I_2} = R_x + r_A \Rightarrow R_x = \frac{U_2}{I_2} - r_A \text{ немесе (1)-ді ескерсек } R_x = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_1}{I_1}.$$

Үшінші б) тізбектен вольтметрдің ішкі кедергісін анықталады

$$r_B = \frac{U_3}{I_3}.$$

$$\text{Жауабы: } R_x = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_1}{I_1}.$$

**8.104.** Нихром симының меншікті кедергісін анықтандар.

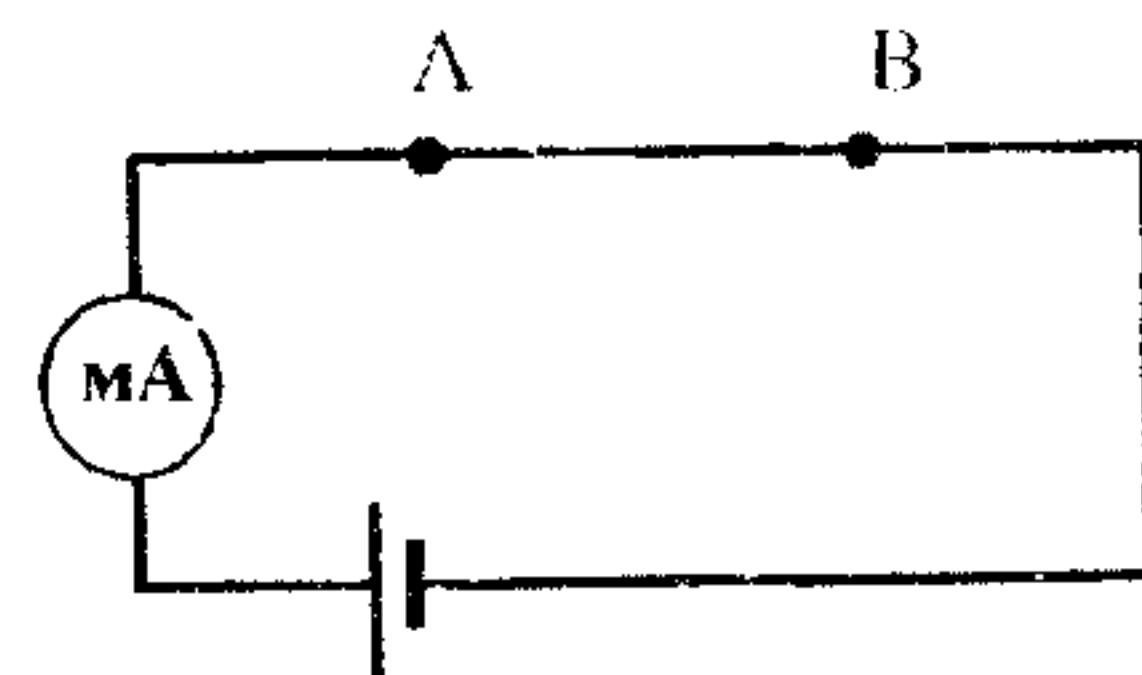
**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі,  $R_0$  кедергісі белгілі резистор, ұзындығы шамамен 30 см нихром сым, ток көзі, миллиамперметр, сызғыш, қалам.

**Орындалуы.** Нихром сымның және резистор кедергісінің ток көзінің ішкі кедергісінен анағұрлым артық болғандықтан, ток көзінің ішкі кедергісін елемеуге болады. Сонда 8.88-суреттегідей тізбек құрастырамыз. Әуелі АВ-ға  $R_0$  резисторды қосып  $I_0$ -ді анықтаймыз  $I_0 = \frac{U}{R_0}$ . (1) Екінші рет АВ-ға нихром сымды жалғаймыз, сонда

$$I_1 = \frac{U}{R_x}. \quad (2)$$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } R_x = \frac{I_0}{I_1} R_0. \quad (3)$$

Екінші жағынан  $R_x = \rho \frac{\ell}{S}$ . Ал

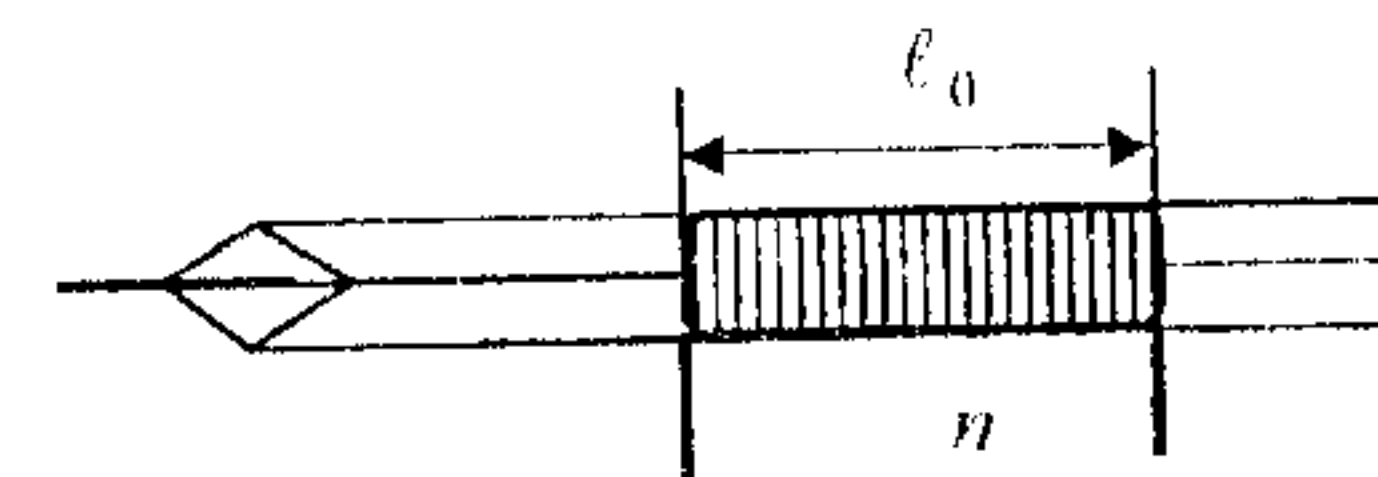


8.88-сурет

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \text{ және } d = \frac{\ell_0}{n} \text{ екендігін ес-}$$

$$\text{керсек, онда (3)-ден } \rho = \frac{\pi \ell_0^2 I_0 R_0}{4 n^2 \ell I_1}.$$

Мұндағы,  $\ell_0$  — қаламға оралған орам ұзындығы,  $n$  — орам саны (8.89-сурет).



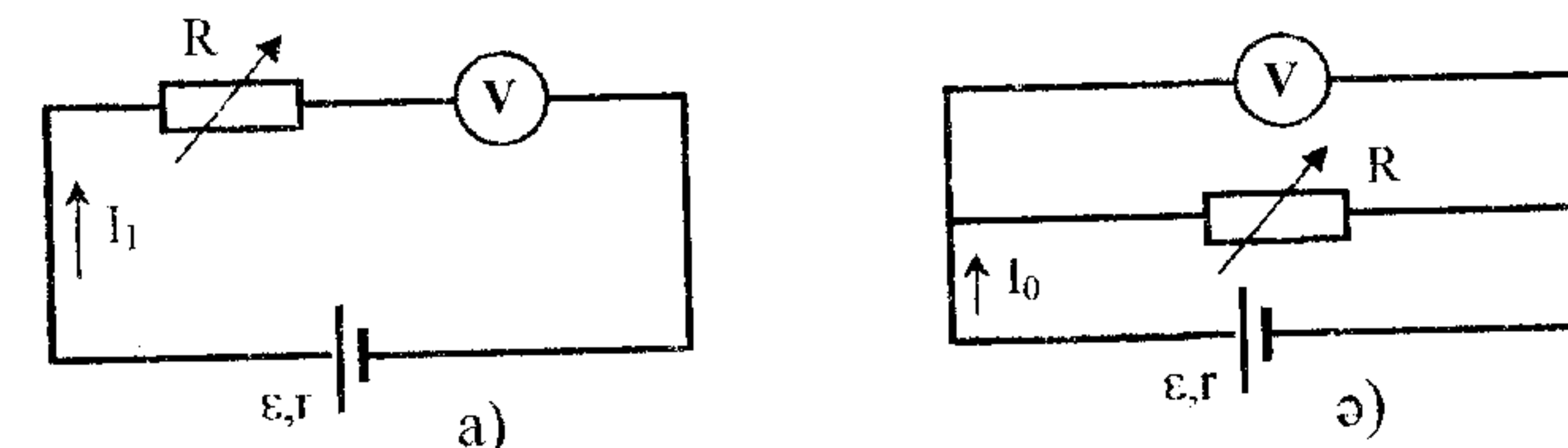
8.89-сурет

$$\text{Жауабы: } \rho = \frac{\pi \ell_0^2 I_0 R_0}{4 n^2 \ell I_1}.$$

**8.105\*.** Ток көзінің ЭҚК-ін, ішкі кедергісін және вольтметр кедергісін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Вольтметр, тұрақты ток көзі, кедергілер магазині, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.90-суретте көрсетілгендей тізбектер құрастырамыз.



8.90-сурет

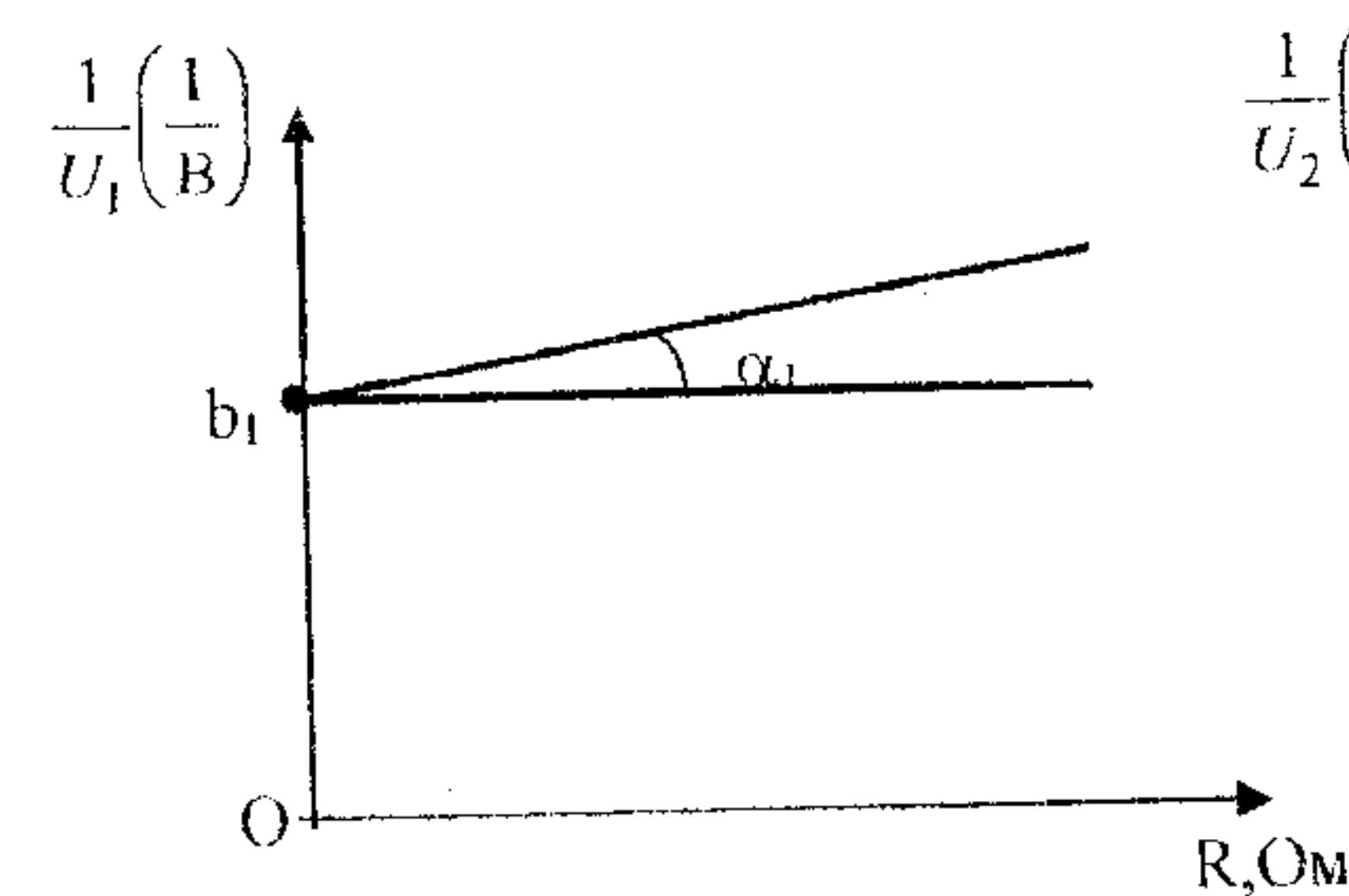
8.90,а — тізбегіндегі вольтметрдің көрсетуінен

$$U_1 = I_1 R_V = \frac{\varepsilon R_V}{R + R_V + r}. \quad (1)$$

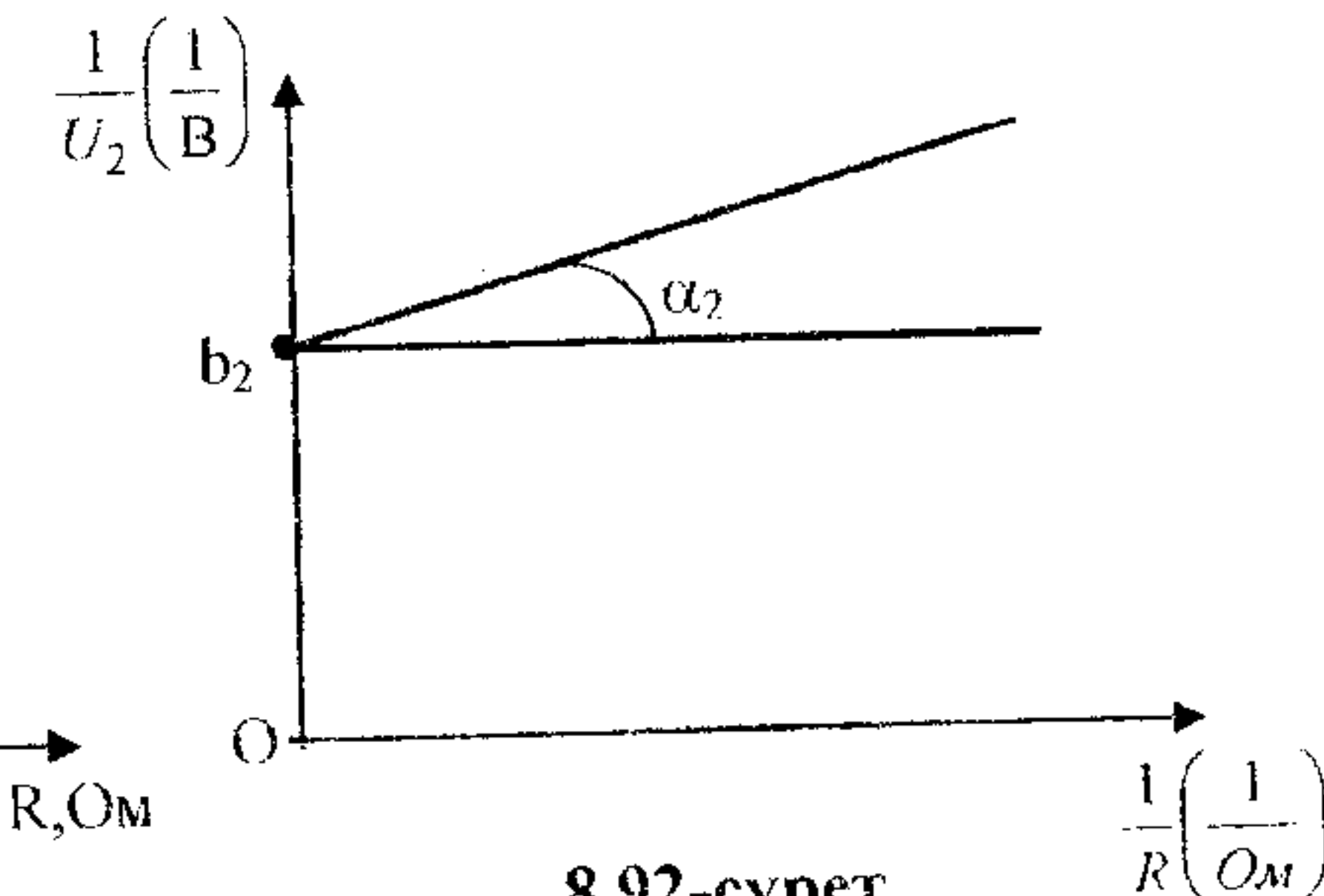
Мұндағы:  $R_V$  — вольтметр кедергісі;  $r$  — ішкі кедергі.

$$(1)\text{-ден } \frac{1}{U_1} = \frac{R + R_V + r}{\varepsilon R_V}. \quad (1a) \quad \frac{1}{U_1}\text{-дің } R\text{-ге тәуелділігінің графи-}$$

гін салайық, бұл сызықтық функция (8.91-сурет).



8.91-сурет



8.92-сурет

Салынған график  $\left(\frac{1}{U_1}\right)$  ордината өсін  $b_1$  нүктесінде қияды, сонда  $b_1 = \frac{R_V + r}{\varepsilon R_V}$ . (2) Ал, түзудің абсцисса өсімен жасайтын бұрышының тангенсі  $\operatorname{tg} \alpha_1 = k_1 = \frac{1}{\varepsilon R_V}$ . (3) 8.90-суреттің ә) тізбегіндегі вольтметрдің көрсетуінен

$$U_2 = I_0 R_0 = \frac{\varepsilon R_0}{R_0 + r} = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{r}{R_0}} = \frac{\varepsilon}{1 + r \left( \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)} \Rightarrow \frac{1}{U_2} = \frac{1 + r \left( \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)}{\varepsilon}. \quad (4)$$

Мұндағы,  $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R}$  (параллел қосу ережесінен).

Енді  $\frac{1}{U_2} = f\left(\frac{1}{R}\right)$  тәуелділігінің графигін сызайық, бұл да сызықтық функция (8.92-сурет). График  $\frac{1}{U_2}$  өсімен  $b_2$  нүктесінде қиылысады, сонда  $b_2 = \frac{R_V + r}{\varepsilon R_V} = b_1$  (5) ((2) формуланы қара).

Ал  $\operatorname{tg} \alpha_2 = k_2 = \frac{r}{\varepsilon}$ . (6) Енді (3), (5) және (6) формулалардан теңдеулер жүйесін жазайық, сонда

$$\begin{cases} k_1 = \frac{1}{\varepsilon R_V}, \\ k_2 = \frac{r}{\varepsilon}, \\ \frac{R_V + r}{\varepsilon R_V} = b; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_V + r) = \frac{b}{k_1}, \\ r R_V = \frac{k_2}{k_1}, \\ \varepsilon = \frac{1}{k_1 R_V}. \end{cases} \quad (7) \quad (8)$$

(7) және (8)-ден Виет теоремасын пайдалансақ, мынадай квадрат теңдеу аламыз

$$R^2 - \frac{b}{k_1} R + \frac{k_2}{k_1} = 0 \Rightarrow k_1 R^2 - b R + k_2 = 0 \Rightarrow R_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}.$$

Бұл  $R_1$  және  $R_2$  түбірдің мәндері вольтметр кедергісі  $R_V$  және ток көзінің ішкі кедергісі  $r$  мәндеріне сәйкес келеді. Енді  $R_1$  мен  $R_2$ -ің қайсысы  $R_V$ -ға, ал қайсысы  $r$ -ге сәйкес келетіндігін анықтайық.

Ток көзінің ЭҚК-ің мүмкін екі мәні болады, олар  $\varepsilon = \frac{1}{k_1 R_1}$  және

$$\varepsilon = \frac{1}{k_1 R_2} \text{ немесе } \varepsilon = \frac{r_1}{k_2} \text{ және } \varepsilon = \frac{r_2}{k_2}. \text{ Егер } R_1 > r \text{ деп есептесек, онда}$$

$$R_V = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}, \quad r = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}, \text{ демек } \varepsilon = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1 k_2}.$$

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1 k_2}; \quad R_V = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1};$$

$$r = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}.$$

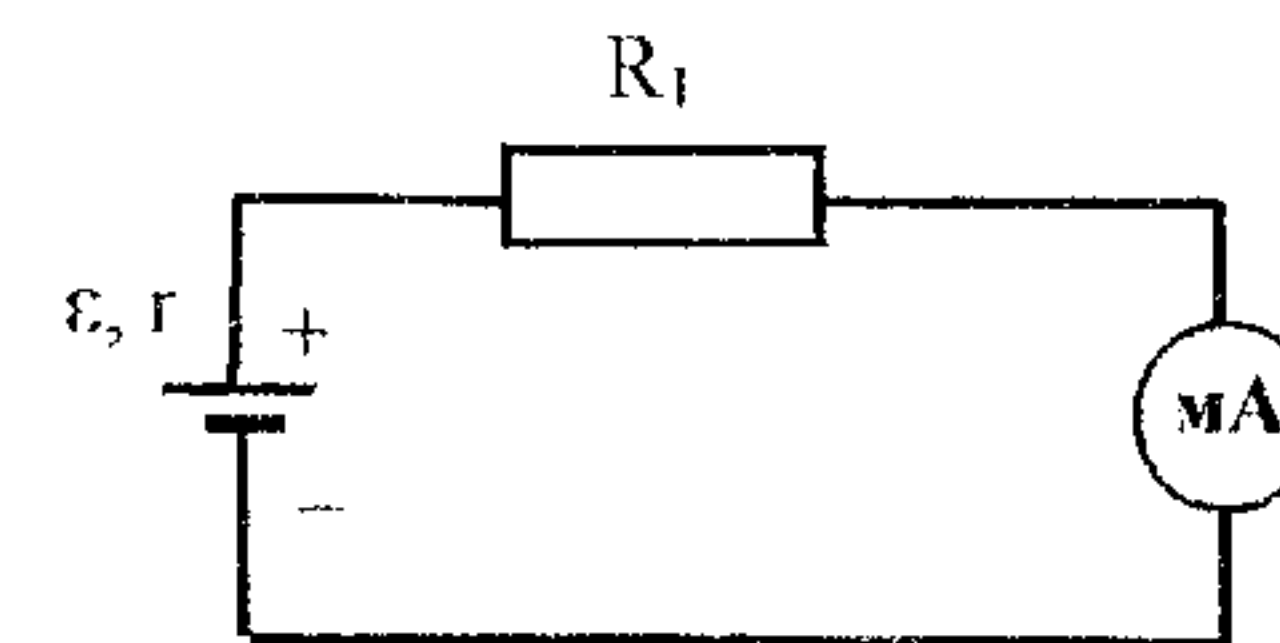
**8.106\*.** Электр шамы вольфрам кылсымының максимал қызуы кезіндегі температурасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** ЭҚК-і және ішкі кедергісі белгісіз ток көзі, ішкі кедергісі белгілі миллиамперметр ( $r_a$ ), кедергілері белгілі екі резисторлар ( $R_1$  мен  $R_2$ , және  $R_1 \approx r_a$ , ал  $R_2 \gg r_a$ ), қалта фонарының шамы, қосқыш өткізгіштер, вольфрам кедергісінің температуралық коэффициенті  $\alpha \approx 0,0048 \frac{1}{K}$  деп алыңдар.

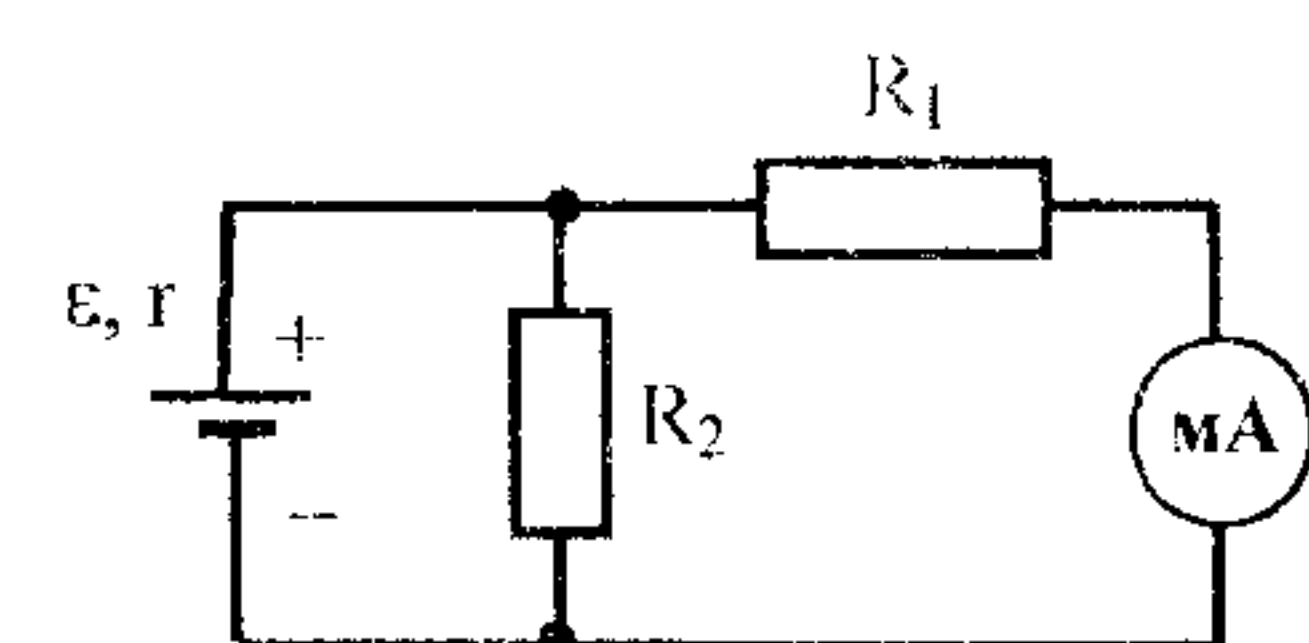
**Орындалуы.** 1. Ток көзінің ЭҚК-ін және ішкі кедергісін анықтаймыз, ол үшін 8.93-суреттегідей тізбектер құрастырып, Ом заңынан  $U_1$  және  $U_2$ -ні анықтаймыз. Сонда 8.93,а-суреттен

$$U_1 = \varepsilon - I_1 r, \text{ ал 8.93,ә-суреттен } U_2 = \varepsilon - r \left( \frac{U_2}{R_2} + I_2 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = U_1 + \frac{I_1(U_2 - U_1)}{I_1 - I_2 - \frac{U_2}{R_2}}, \quad (1) \quad r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2 - \frac{U_2}{R_2}}. \quad (2)$$



а)



ә)

8.93-сурет

2. Енді ә) тізбегіндегі  $R_2$  орнына электр шамын жалғаймыз да  $R_1$ -ді тізбектен ажыратамыз, сойтіп қажетті өлшеулер жүргізіп, әуелі қысқыш ұштарындағы  $U_3$ -ті, содан кейін шамның  $R_V$  кедергісін анықтаймыз, сонда

$$R_t = \frac{U_3}{\left(\frac{\varepsilon - U_3}{r}\right) - I_3} \quad (3)$$

3. Енді барлық кедергілерді өзара тізбектей жалғай отырып, өлшенген  $I_4$ -ті пайдаланып шамның бөлме температурасындағы  $R_0$  кедергісін табамыз, сонда

$$R_0 = \frac{\varepsilon}{I_4} - r - R_1 - R_2 - r_A \quad (4)$$

4.  $R_t = R_0(1 + \alpha T)$  формуласын пайдаланып шам қылсымының ең жоғарғы температурасын табамыз

$$T = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0} \quad (5)$$

Мұндағы:  $R_t$  (3)-пен,  $R_0$  (4)-пен,  $\varepsilon$  (1)-ден, ал  $r$  (2)-ден анықталады.

$$\text{Жауабы: } T = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0}; \quad R_t = \frac{U_3}{\left(\frac{\varepsilon - U_3}{r}\right) - I_3}; \quad R_0 = \frac{\varepsilon}{I_4} - r - R_1 - R_2 - r_A;$$

$$\varepsilon = U_1 + \frac{I_1(U_2 - U_1)}{I_1 - I_2 - \frac{U_2}{R_2}}; \quad r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2 - \frac{U_2}{R_2}}.$$

**8.107. Резистор кедергісін барынша дәл анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі,  $R_1$  кедергісі белгілі резистор,  $R_x$  кедергісі белгісіз резистор, көлемі 100 мл шыны стакан, термометр, сағат, миллиметрлік қағаз, пенопласт бөлігі.

**Орындалуы.** 8.94-суретте көрсетілгендей тізбек құрастырамыз (әуелі  $R_1$  кедергі сұйық ішінде болады).

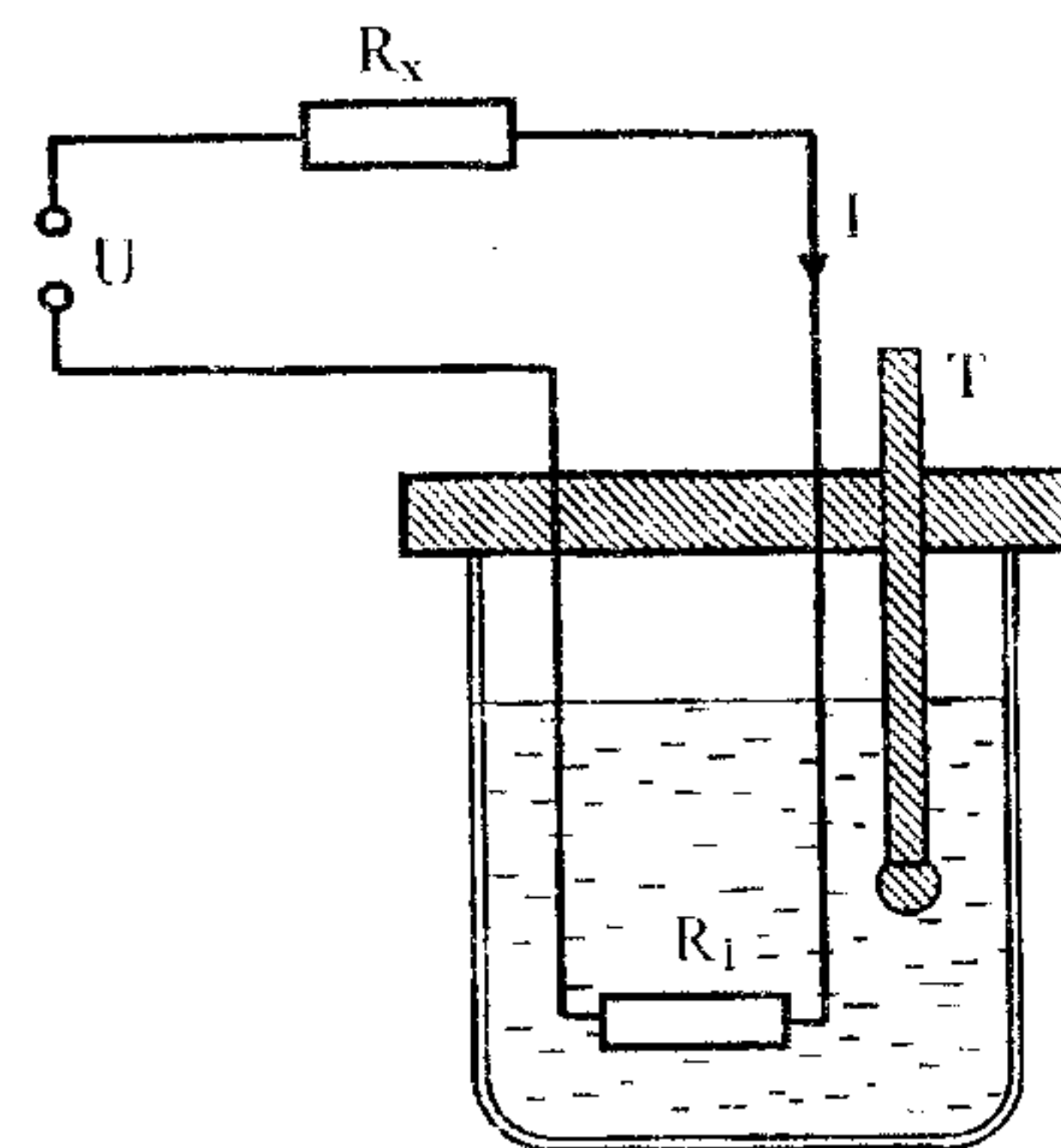
Егер жылу шығынын есепке алмасақ, онда

$$I^2 R_1 \Delta t_1 = cm \Delta T_1 \quad (1)$$

Мұндағы:  $I$  — тізбектегі ток күші;  $\Delta t_1$  — уақыт;  $c$  — судың меншікті жылу сыйымдылығы;  $m$  — су массасы;  $\Delta T_1$  — судың температура өзгерісі.

Енді  $R_x$  резисторын суға саламыз ( $R_1$  — судан шығарылады), сонда ток күші өзгермеген жағдайда

$$I^2 R_x \Delta t_2 = cm \Delta T_2 \quad (2)$$



8.94-сурет

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } R_x = \frac{\Delta T_2 \Delta t_1}{\Delta T_1 \Delta t_2} R_1.$$

Өлшеу дәлдігін арттыру үшін  $\Delta T_1$  және  $\Delta T_2$  температура өзгерістерінің сан мәні өте аз болуы керек.

$$\text{Жауабы: } R_x = \frac{\Delta T_2 \Delta t_1}{\Delta T_1 \Delta t_2} R_1.$$

**8.108. Бөлменің температурасын анықтаңдар.**

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, вольтметр, амперметр, меншікті температуралық кедергісі белгілі орам сым, мұздатқыштан алынған мұз.

**Орындалуы.** Ток көзінен, орам сымнан және амперметрден тізбек құрастырамыз. Тізбекке вольтметрді жалғап орам сымның  $R_t$  кедергісін анықтаймыз  $R_t = \frac{U_1}{I_1}$ . (1)

Енді орам сымды мұзға орап, ери бастағанша  $R_0$  кедергісін тағы есептейміз, сонда  $R_0 = \frac{U_0}{I_0}$ . (2) Өткізгіш кедергісінің температураға тәуелділік формуласын пайдалансақ  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ . (3)

(3)-ден  $t = \frac{R_t - R_0}{R_0 \alpha}$ . Енді (1) және (2)-ден  $R_t$  мен  $R_0$  мәндерін ескерсек, онда  $t = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{I_0 U_1}{U_0 I_1} - 1 \right)$ .

$$\text{Жауабы: } t = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{I_0 U_1}{U_0 I_1} - 1 \right).$$

**8.109. Диэлектриктің (майланған қағаз) диэлектрик өтімділігін анықтаңдар.**

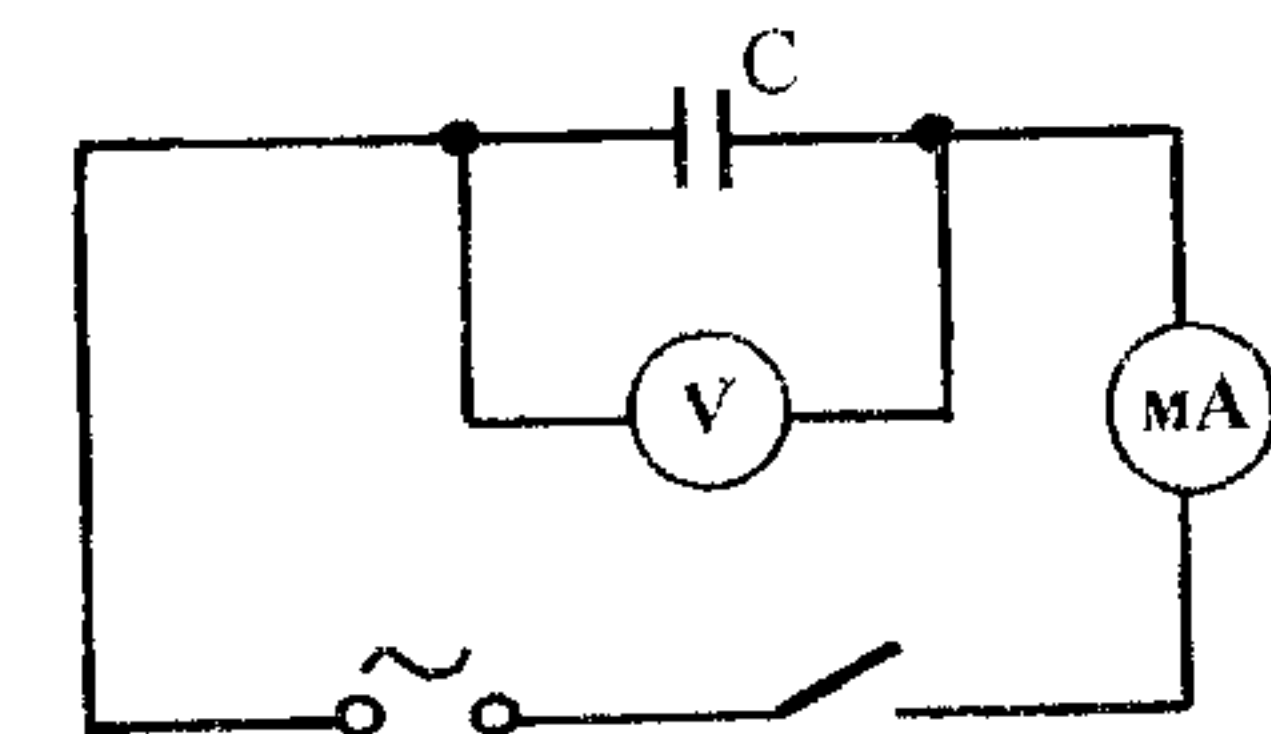
**Приборлар мен материалдар.** Екі металл фольга қабатының арасына салынған майланған қағаз, вольтметр ( $\approx 300$  В), миллиамперметр (ішкі кедергісі өте аз), сызғыш, микрометр, ток көзі (220 В), кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.95-суреттегідей тізбек құрастырамыз. Сонда конденсатор сыйымдылығы

$$C = \frac{I}{2\pi \nu U}, \quad (1) \text{ өйткені } I = \frac{U}{x_C}, \text{ ал}$$

$$x_C = \frac{1}{2\pi \nu C}, \text{ сонда } I = 2\pi U \cdot \nu \cdot C. \text{ Мұндағы, } \nu = 50 \text{ Гц айнымалы ток жиілігі.}$$

Екінші жағынан жазық конденсатордың сыйымдылығы



8.95-сурет

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \quad (2)$$

(1) және (2)-ден  $\varepsilon = \frac{Id}{2\pi v \cdot U \cdot \varepsilon_0 S}$ . Мұндағы:  $d$  – майланған қағаз қалыңдығы;  $S$  – оның бет ауданы.

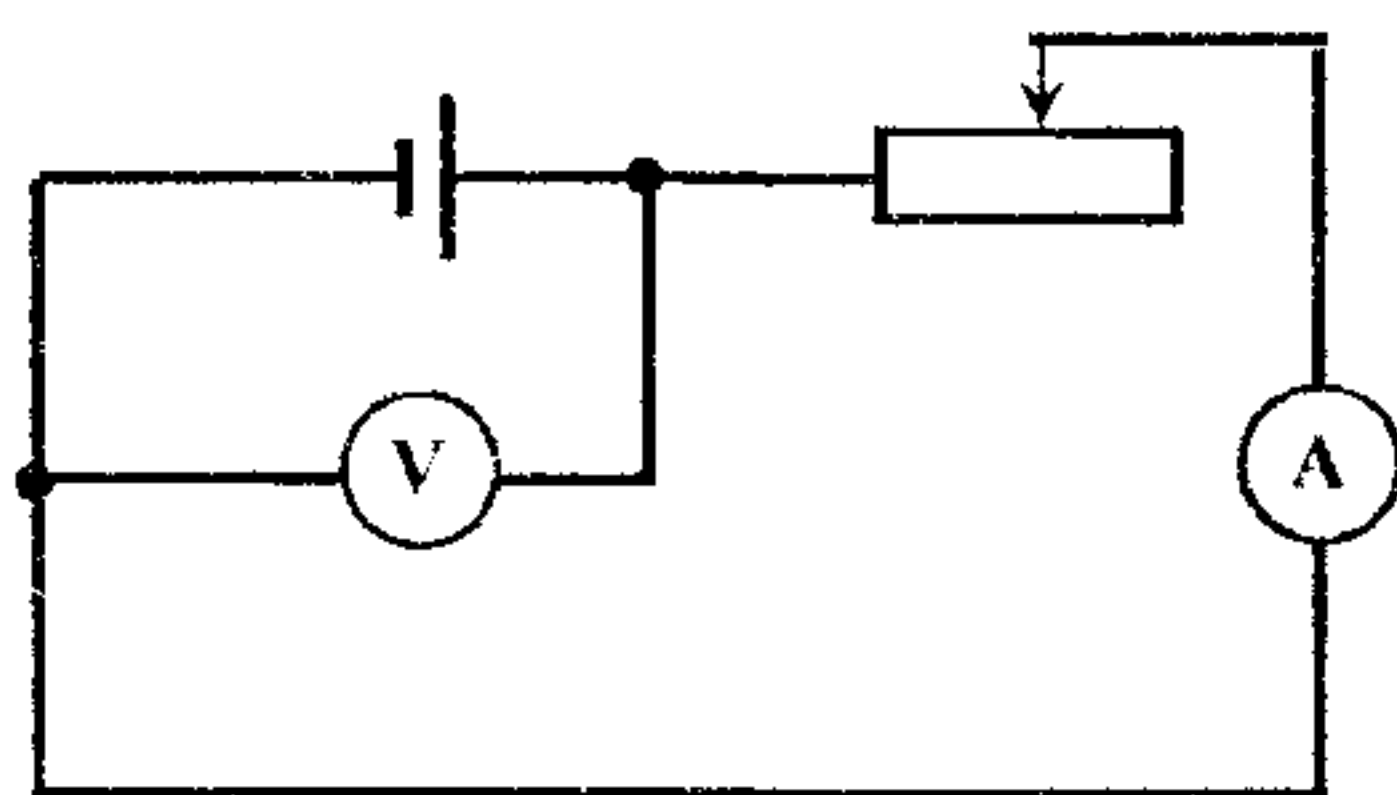
Бұларды тікелей сызғыш және микрометрмен өлшеуге болады.

$$\text{Жауабы: } \varepsilon = \frac{Id}{2\pi v \cdot U \cdot \varepsilon_0 S}$$

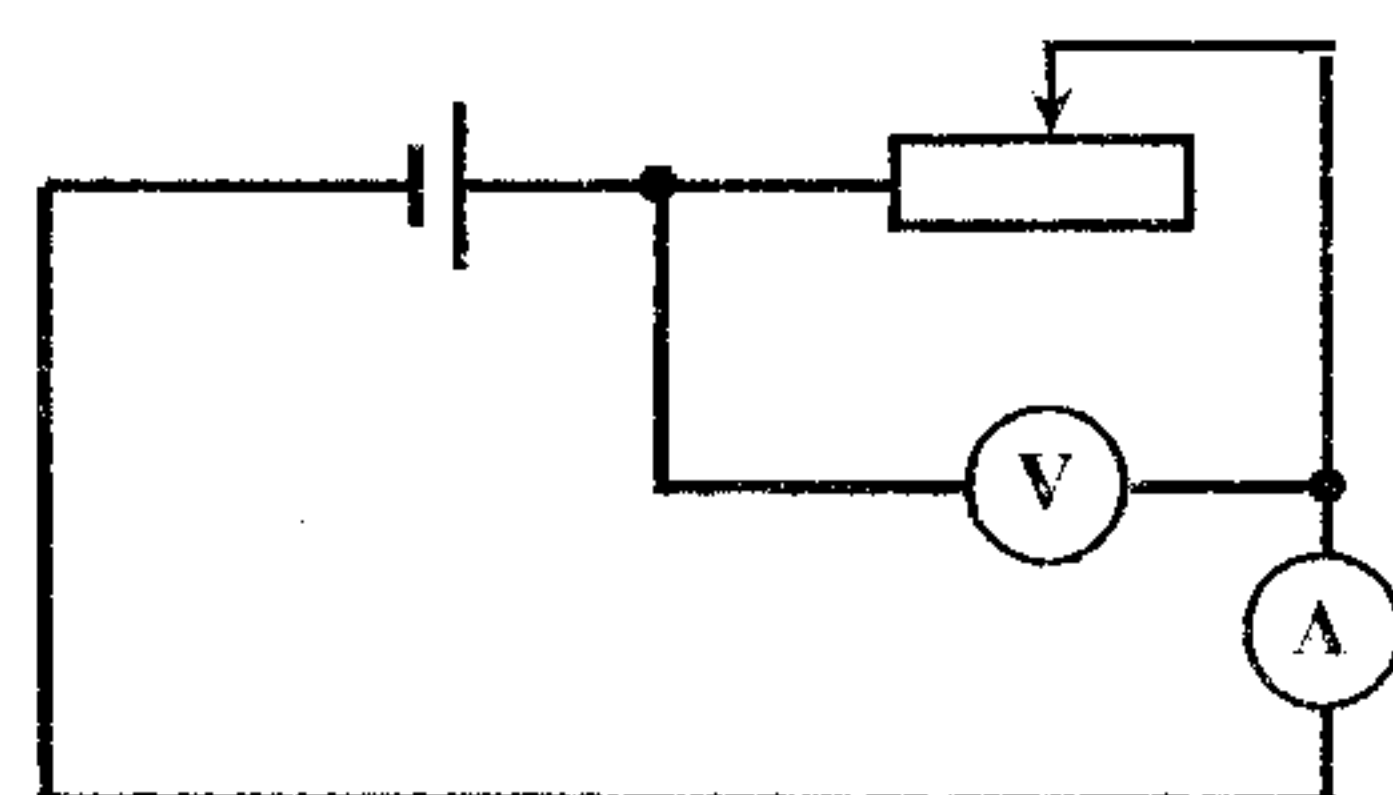
**8.110.** Пайдалы қуаттың тізбектегі ток күшіне тәуелділігін анықтандар. Тұрақты ток көзінің ЭҚК-ін және ішкі кедергісін табындар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі, амперметр, вольтметр, реостат, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.96-суретте көрсеткендей тізбек құрастырылады. Реостат тиегін оңға және солға жылжыта отырып амперметрмен вольтметрдің кейбір мәндері анықталады. Осы мәндер бойынша пайдалы қуат  $P = UI$  мәндері табылып, содан кейін  $P = f(I)$  тәуелділігінің графигі сызылады.



8.96-сурет



8.97-сурет

График бойынша қуаттың ең үлкен мәні анықталады. Қуаттың ең үлкен мәнінің болуы  $P = I(\varepsilon - Ir)$  өрнегін талдау нәтижесінен де шығады. Расында да  $P = I(\varepsilon - Ir)$  функциясының графигі төбесінің координаталары  $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ ;  $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$  болатын парабола болады. Бұл шарт  $R = r$  теңдігі орындалғанда дұрыс болады.

Енді ЭҚК-пен ішкі кедергіні анықтау үшін 8.97-суреттегідей тізбек құрастырып, реостат тиегінің екі түрлі жағдайында тізбектегі ток күшімен кернеуді өлшейміз. Екі жағдайға толық тізбекке арналған Ом заңын қолдансақ

$$\varepsilon = U_1 + I_1 r \text{ және } \varepsilon = U_2 + I_2 r \Rightarrow r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} \text{ және } \varepsilon = \frac{I_1 U_2 - I_2 U_1}{I_1 - I_2}$$

$$\text{Жауабы: } P = I(\varepsilon - Ir); \quad r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}; \quad \varepsilon = \frac{I_1 U_2 - I_2 U_1}{I_1 - I_2}$$

**8.111\*.** Өткізгішті балқытатын ток күшінің өткізгіш диаметріне тәуелділігін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Кернеуі реттеліп отырылатын ток көзі, диаметрлері әртүрлі мыс өткізгіштердің жиыны, амперметр, микрометр.

**Орындалуы.** Жұмыстың негізгі мақсаты  $I = f(d)$  тәуелділігін табу. Мұндағы:  $d$  – өткізгіш диаметрі;  $I$  – өткізгішті балқытатын токтың күші.

Әуелі осы тәуелділікті теориялық жолмен анықтайық. Өткізгіштегі ток күшін біртіндеп арттырсак, онда мына теңдік әрқашан дұрыс болады  $P_1 = P_2$ . Мұндағы:  $P_1$  – өткізгіштен ағатын токтың қуаты;  $P_2$  – қоршаған кеңістіктегі жылулық шығынның қуаты.

Бұл  $P_2$  – шығын қуатының өткізгіш бүйір беті ауданына пропорционал болатындығын аңғаруға болады, яғни

$$P_2 = k \cdot \pi \cdot d \cdot \ell. \quad (1)$$

Мұндағы:  $k$  – пропорционалдық коэффициенті және  $k = f(T)$ ;  $d$  – өткізгіш диаметрі;  $\ell$  – өткізгіш ұзындығы.

Ал, ток қуаты  $P_1 = I^2 R$ , мұндағы  $R = R_0 \alpha T$ . Енді  $R_0 = \rho \frac{\ell}{S}$  және

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \text{ екендігін ескерсек, онда } P_2 = \frac{4\rho \ell I^2 \alpha T}{\pi d^2}. \quad (2)$$

(1) және (2)-ден  $\frac{4\rho \ell I^2 \alpha T}{\pi d^2} = k\pi d \ell \Rightarrow I = \sqrt{\frac{k\pi^2}{4\rho \alpha T}} \cdot \sqrt{d^3}$ . Демек, ток күшінің өткізгіш диаметріне тәуелділігін мына түрде өрнектеуге болады  $I = A\sqrt{d^3}$ . (3) Мұндағы  $A = \sqrt{\frac{k\pi^2}{4\rho \alpha T}}$ .

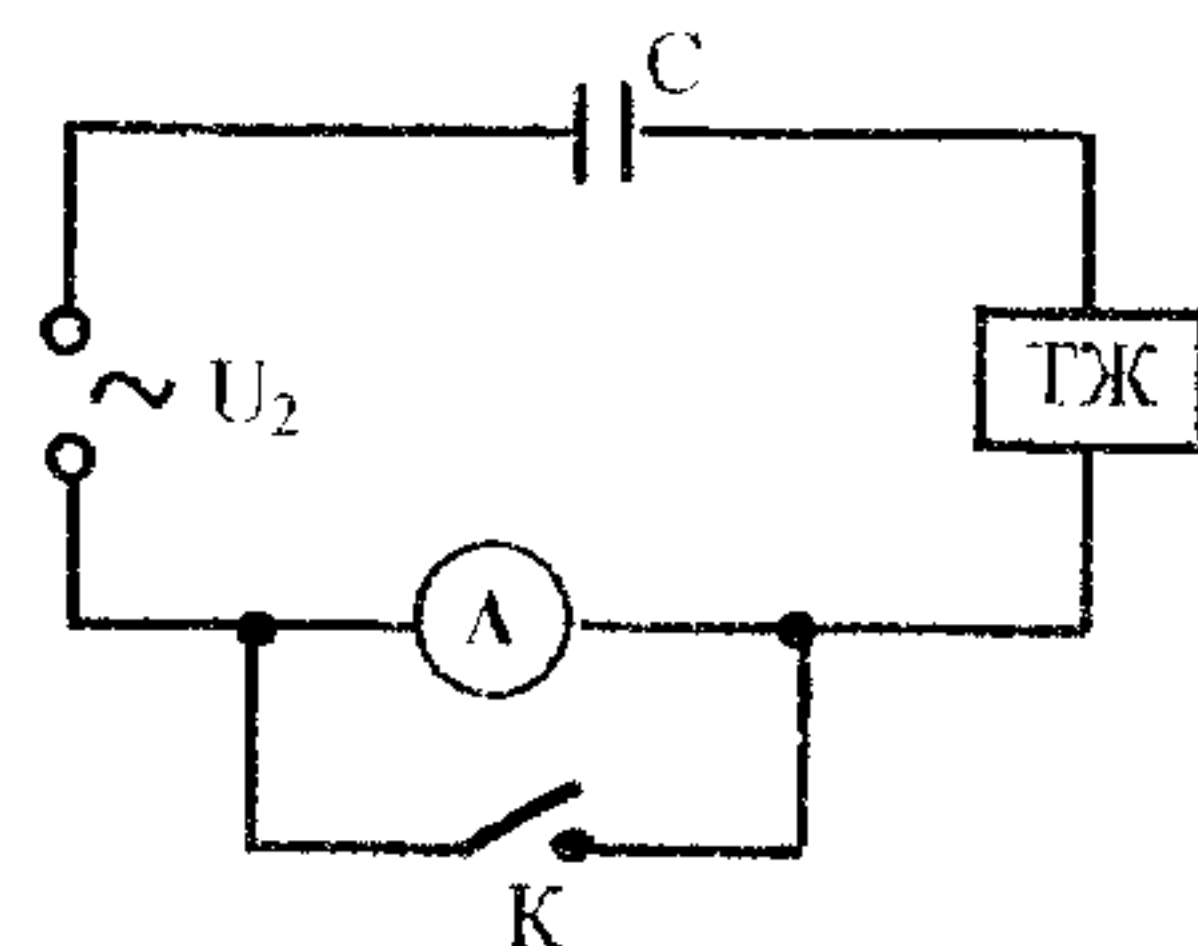
(3) тәуелділігін тәжірибе жүзінде дәлелдеу былай орындалады. Өткізгіш диаметрін микрометрмен өлшеп, ол үзілетін ток күшін анықтаймыз. Бірнеше өлшеулердің нәтижесі бойынша  $I = f(d)$  тәуелділігінің графигін сызамыз. Бұл графиктің (3)-мен анықталатын тәуелділікке сәйкес келетіндігіне көз жеткіземіз.

**8.112.** Электр тізбегі өзара тізбектей жалғанған «тылсым жәшік», конденсатор және айнымалы кернеу көзінен тұрады. «Тылсым жәшік» пайдаланатын қуатты анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** «Тылсым жәшік», конденсатор, айнымалы кернеу көзі, қосқыш сымдар, айнымалы кернеуді ( $\approx 25$  В) және айнымалы токты ( $\approx 50$  мА) өлшеуге арналған авометр (мультиметр).

**Орындалуы.** 8.98-суреттегідей тізбек құрастырамыз. Мұндағы: ТЖ – тылсым жәшік; К – кілт;  $U_2$  – ток көзінің ұштарындағы кернеу; С – конденсатор; А – амперметр режиміндегі авометр.

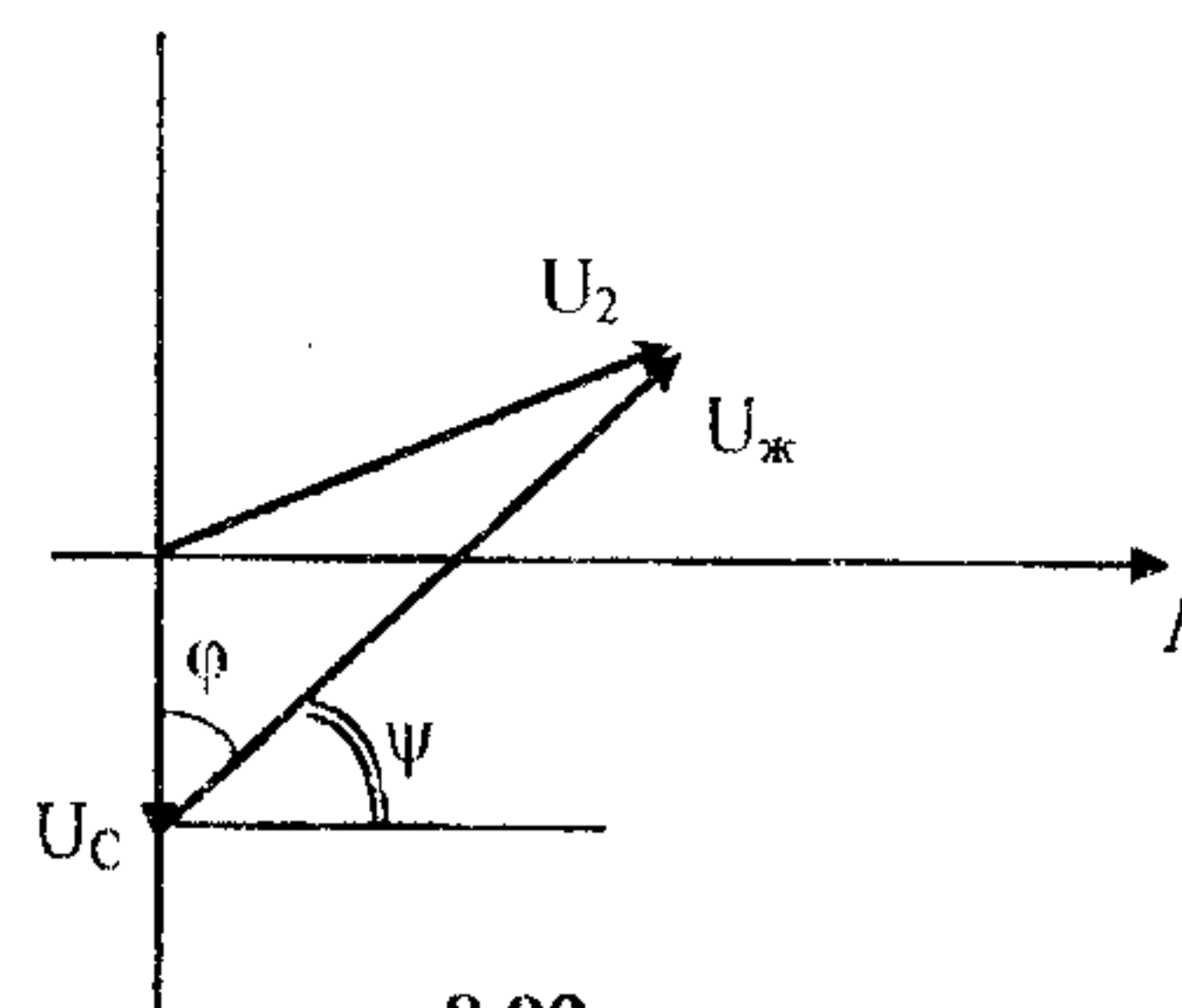
Енді К кілт ашық күйінде тұрғанда амперметрмен  $I$  ток күші өлшенеді (авометр ток күшінің де кернеудің де әсерлік мәнін өлшейді). Енді тізбектен амперметрді (авометрді) алып тастап, К кілтті қосамыз. Аво-метрді кернеуді өлшеу режиміне ауыстырып  $U_2$ -ны, конденсатордағы  $U_C$ -ны және «тылсым жәшіктегі»  $U_{жк}$



8.98-сурет

кернеуді өлшейміз. Өлшеу нәтижелерін пайдаланып  $I$  токпен  $U_{жк}$  кернеу арасындағы фаза ығысуы  $\psi$ -ді табамыз, өйткені «тылсым жәшік» пайдаланатын қуат шамасы  $P = IU_{жк} \cos \psi$  (1) анықталады.

Жалпы ток күші  $I$ -мен кернеу-лердің саналық түрдегі векторлық диаграммасы 8.99-суретте берілген. Мұнда, ток күшінің әсерлік мәні  $I$  көкжиек өсі бойымен, ал конденсатор ұштарындағы кернеу  $U_C$  ток күшінен фазасы бойынша  $\frac{\pi}{2}$ -ге кейін қалады, яғни тік өс бойымен бағытталады. Сонда үш кернеудің векторлық қосындысы  $\vec{U}_C + \vec{U}_{жк} = \vec{U}_2$ . Косинустар теоре-масынан



8.99-сурет

$$U_2^2 = U_C^2 + U_{жк}^2 - 2U_C U_{жк} \cos \varphi. \quad (2)$$

Ток күшімен  $U_{жк}$  арасындағы фазалар ығысуы

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi \text{ (суреттен), сондықтан}$$

$$\cos \psi = \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}. \quad (3)$$

$$(3) \text{ және } (2)\text{-ні ескеріп } (1)\text{-ден } P = IU_{жк} \sqrt{1 - \left( \frac{U_C^2 + U_{жк}^2 - U_2^2}{2U_C U_{жк}} \right)^2}.$$

$$\text{Жауабы: } P = IU_{жк} \sqrt{1 - \left( \frac{U_C^2 + U_{жк}^2 - U_2^2}{2U_C U_{жк}} \right)^2}.$$

8.113\*. Ток көзінің реостатта қалыптасатын пайдалы қуаттың ток күшіне тәуелділігін беретін тізбектің сызбасын салыңдар. Графиктен алынған мәліметтерді пайдаланып:

1) ток көзінің ішкі кедергісін;

2) ток көзінің электр қозғаушы күшін;

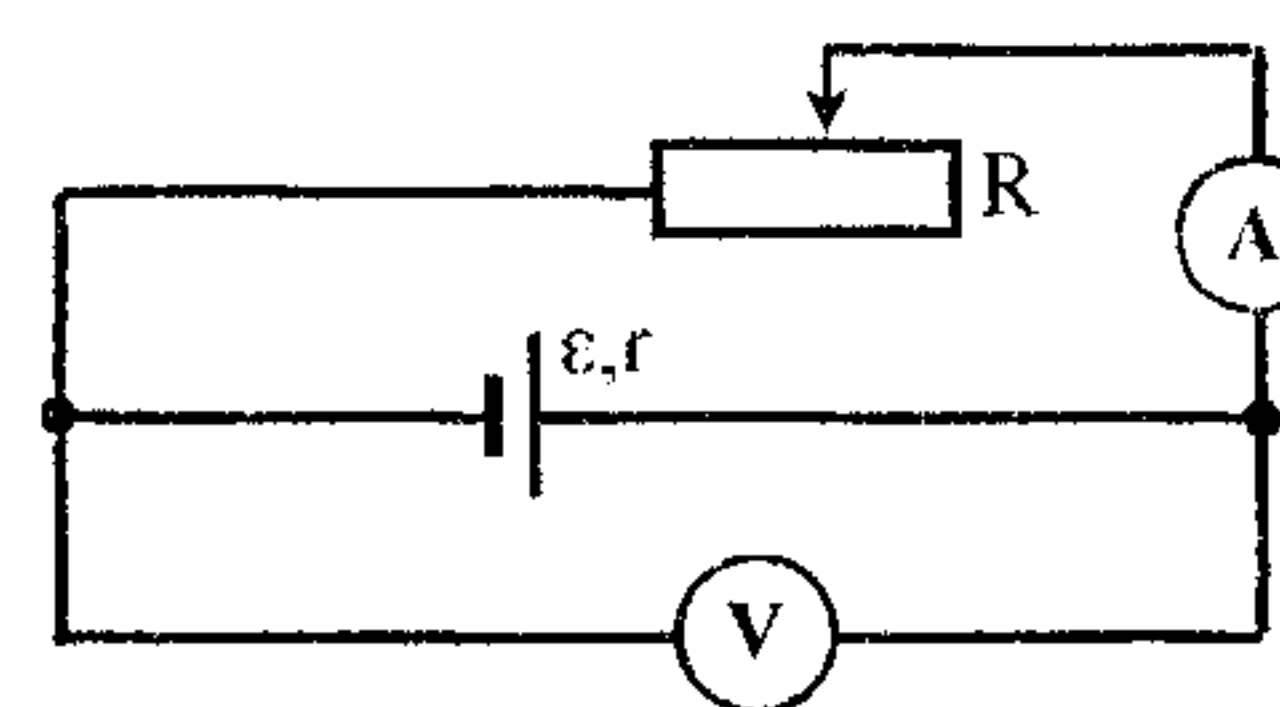
3) пайдалы қуаттың сыртқы кедергіге тәуелділігінің гра-фигін сызыңдар;

4) толық қуаттың сыртқы кедергіге тәуелділігінің графи-гін сызыңдар;

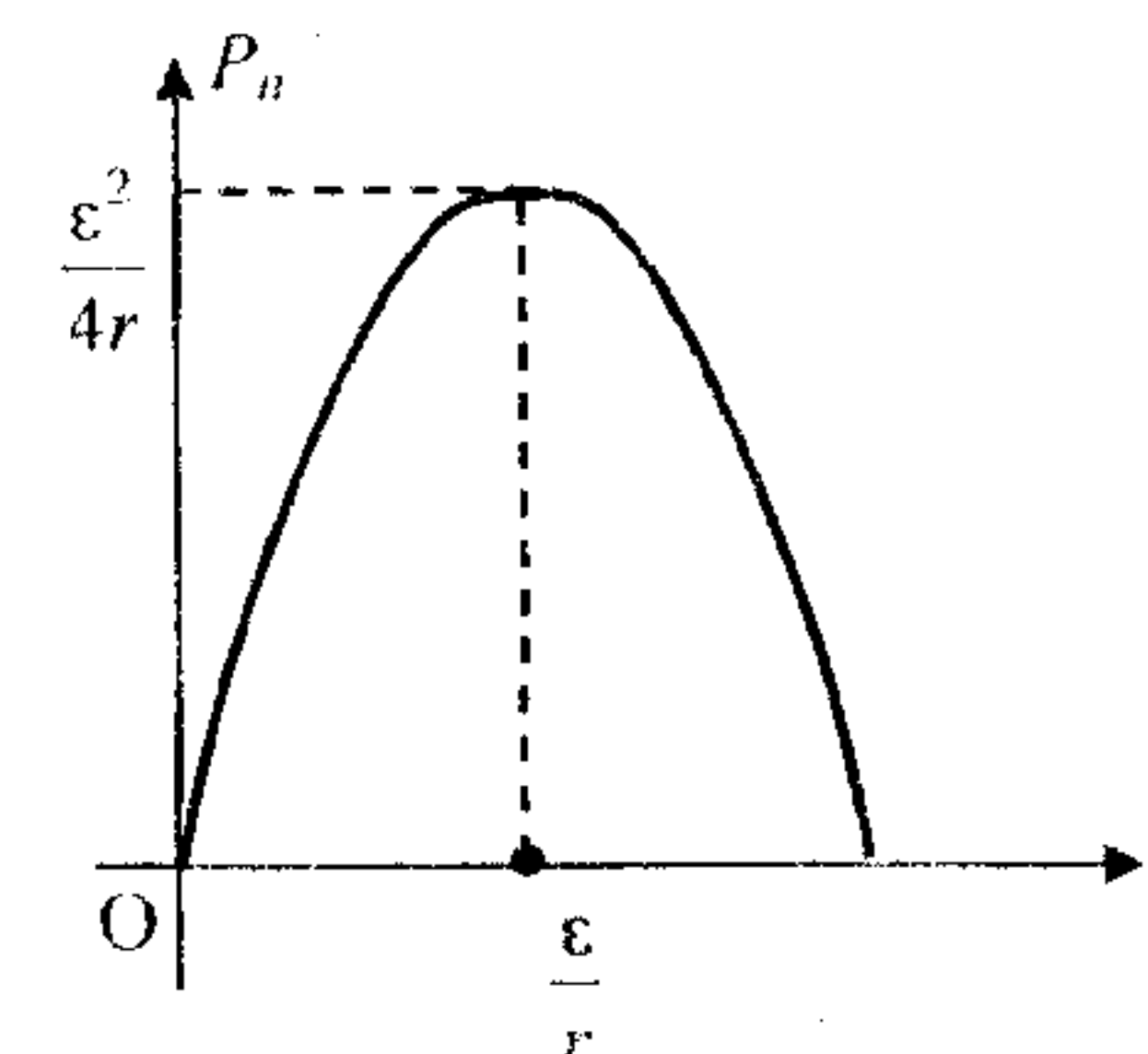
5) берілген ток көзінің ПЭК-ің сыртқы кедергіге тәуел-ділігінің графикін салыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі, амперметр, вольт-метр, реостат, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.100-суреттегідей тізбек құрастырамыз, сонда реостат арқылы сыртқы тізбектің толық кедергісі  $R$ -ді өзгертіп оты-руға болады. Ток күші  $I$ -ді және кернеу  $U$ -ды өлшеп пайдалы қуат  $P_n = IU$  табылады. Мұнда пайдалы қуат деп реостатта және ампер-метрде бөлінетін қуатты есептейміз.



8.100-сурет



8.101-сурет

$P_n = f(I)$  тәуелділігі теориялық тұрғыдан парабола болып табы-лады (8.101-сурет). Расында да  $P_n = IU = I(\epsilon - Ir) = I\epsilon - I^2 r$ .

$P_n$ -ің экстремум мәнін тапсақ,

$$P'_n = (I\epsilon - I^2 r)' = 0 \Rightarrow \epsilon - 2Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{2r}.$$

Сонымен, пайдалы қуат ең үлкен мәніне ток күші  $I = \frac{\epsilon}{2r}$  бол-

ғанда жетеді, яғни  $P_{n, \max} = \frac{\epsilon}{2r} \left( \epsilon - \frac{\epsilon}{2} \right) = \frac{\epsilon^2}{4r}$ .

1-2) График бойынша  $I$  және  $P_{n, \max}$ -дерін белгілеп алып ток көзінің ЭҚК-ін және ішкі кедергісін табуға болады, сонда

$$P_{\max} = I_{\max}^2 r \Rightarrow r = \frac{P_{n, \max}}{I_{\max}^2},$$

$$\epsilon = 2 \cdot I_{\max} r = 2 \cdot I_{\max} \cdot \frac{P_{n, \max}}{I_{\max}^2} = \frac{2P_{n, \max}}{I_{\max}}; \quad \epsilon = \frac{2P_{n, \max}}{I_{\max}}.$$

3) Енді  $P_n$  пайдалы қуаттың сыртқы кедергі  $R$ -ге тәуелділігін көрсетейік. Сонда

$$P_n = IU = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \cdot \frac{R}{R+r} = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \cdot \left( \frac{1}{1+\frac{r}{R}} \right).$$

Пайдалы қуат ең үлкен мәніне  $R=r$  болғанда жетеді, сонда

$$P_{n, \max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \quad (8.102\text{-сурет}).$$

4) Толық қуат  $P_0$ -дың сыртқы кедергі  $R$ -ге тәуелділігін анықтайық

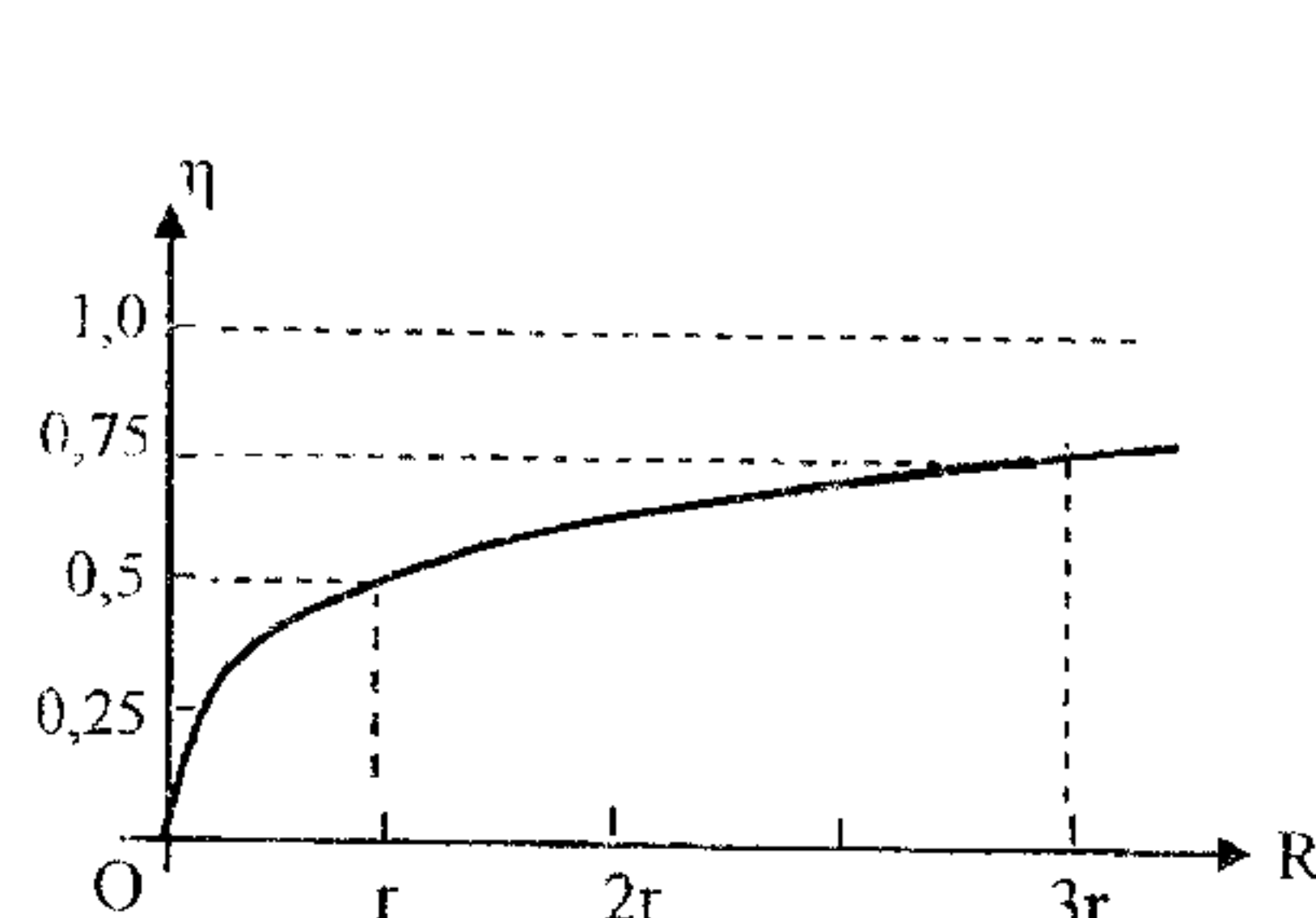
$$P_0 = I\varepsilon = \frac{\varepsilon}{R+r} \cdot \varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r}.$$

Толық қуат өзінің ең үлкен мәніне  $R=0$  болғанда жетеді және одан кейін  $R$  артқанда  $P_0$  кемиді (8.104-сурет).

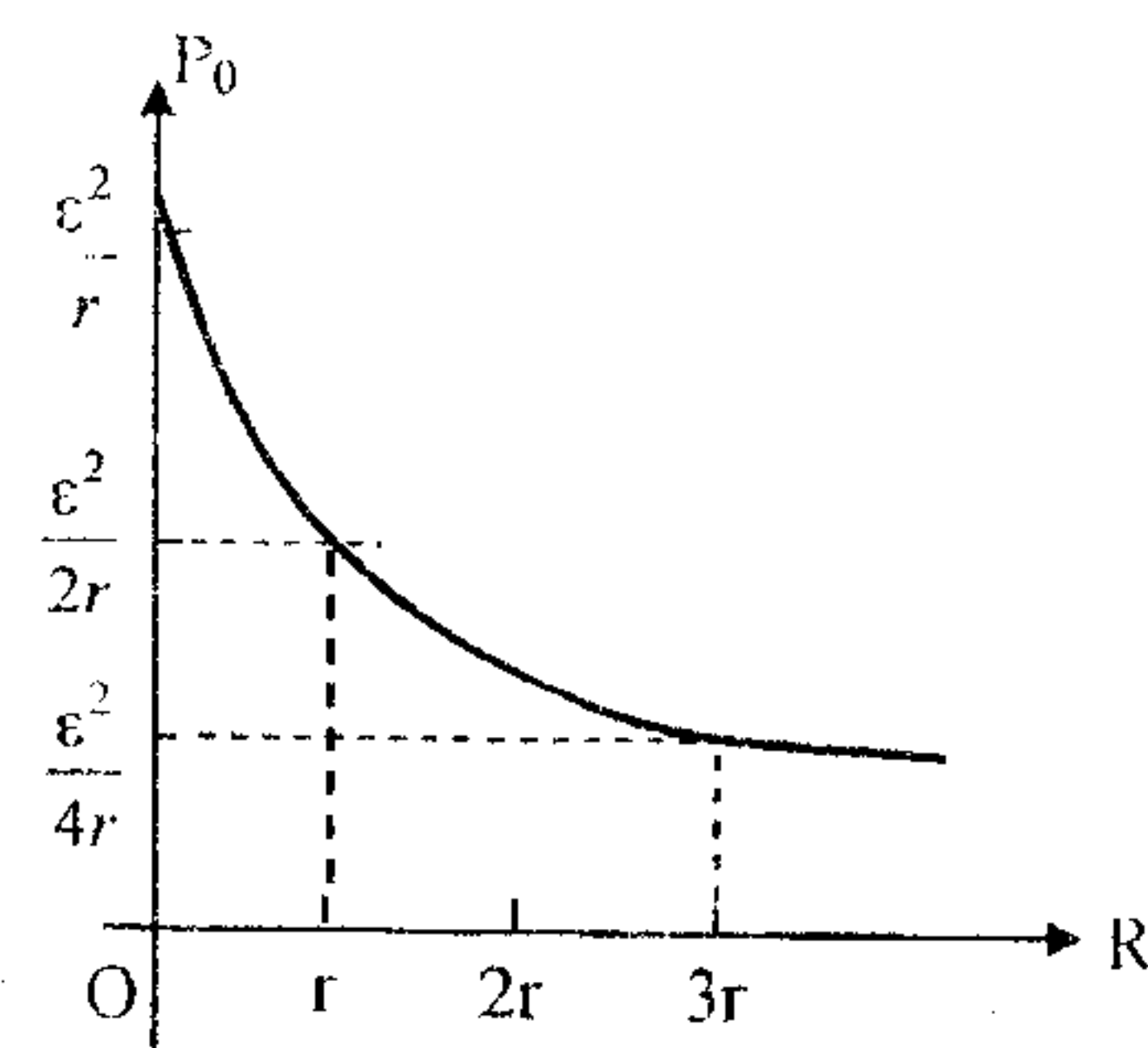
5) Ток көзінің пайдалы әсер коэффициенті сыртқы кедергіге тәуелді болады, расында да

$$\eta = \frac{P_n}{P_0} = \frac{\varepsilon^2 R(R+r)}{(R+r)^2 \varepsilon^2} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1+\frac{r}{R}}.$$

Бұл тәуелділік 8.103-суретте көрсетілген.



8.103-сурет



8.104-сурет

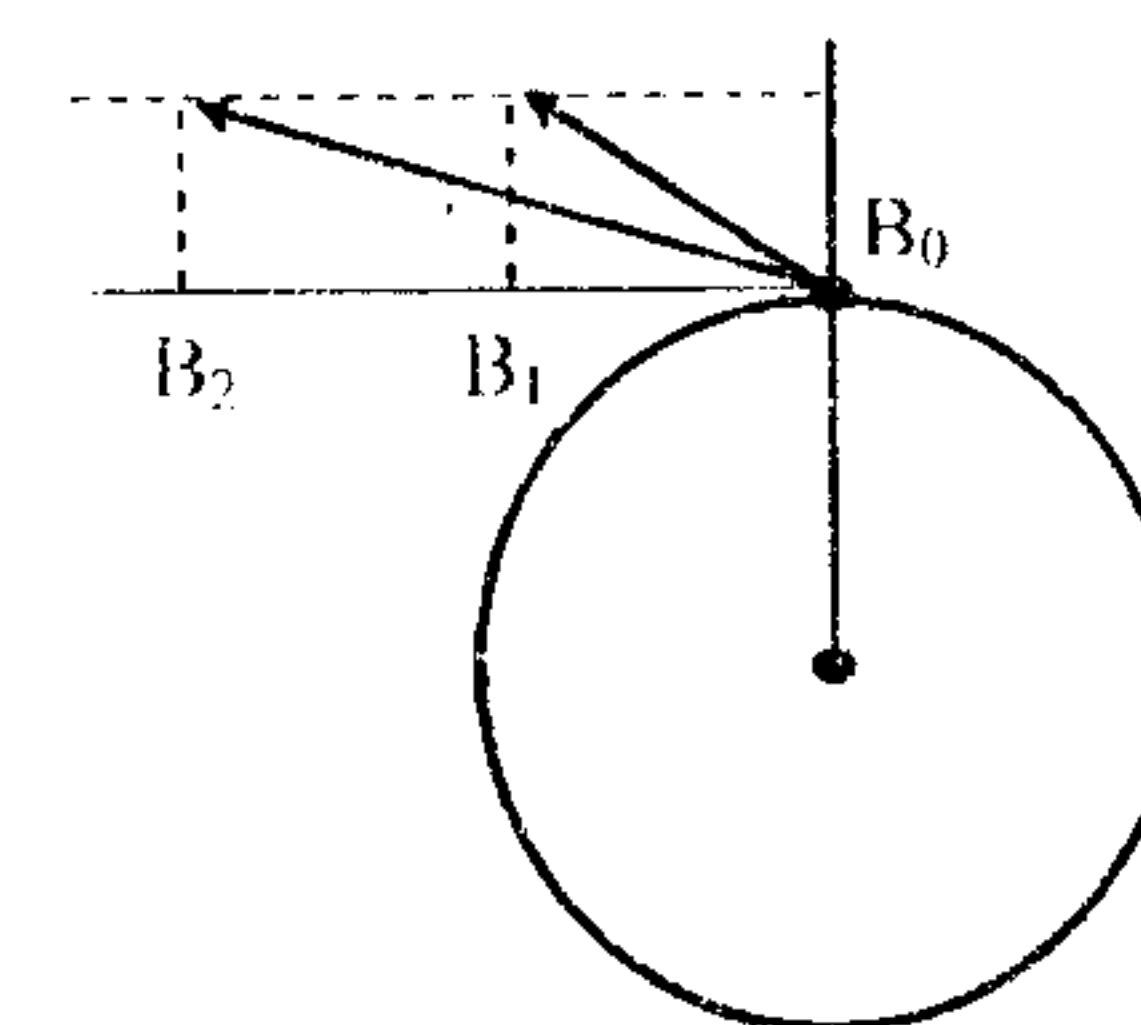
**8.114.** Түзу токтың магнит өрісі индукциясының ток күшімен түзу токқа дейінгі арақашықтыққа тәуелділігін анықтаңдар. Жердің магнит өрісі индукциясының көкжиектік құраушысы  $B_0 = 2,5 \cdot 10^{-5}$  Тл.

**Приборлар мен материалдар.** Магнит тілше, үлкен өткізгіш рамка, ток көзі, реостат, вольтметр, сызғыш.

**Орындалуы.** Магнит тілшесінің солтүстік полюсінің бағыты магнит индукция векторының бағытымен сәйкес келеді. Енді магнит тілшесін өткізгішке перпендикуляр етіп орналастырсақ (8.105-сурет) және өткізгіш арқылы ток жіберетін болсақ, онда магнит тілше магнит меридианы бағытымен бұрыла бастайды, біртіндеп ток айналасын қамтитын дөңгелекке жанама бойына жақындайды.

Тілшенің  $\alpha$  ауытқу бұрышын мына формуламен анықтауға болады  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{B_0}$ . Мұндағы:  $B$  — токтың магнит өрісі индукциясы;  $B_0$  — Жердің магнит өрісінің индукциясының құраушысы.

Егер өткізгіш рамкадағы ток күші  $I$ -ді арттырсақ,  $\alpha$  бұрышы да артады.



8.105-сурет

Ток күшінің  $I$  әртүрлі мәніндегі  $\operatorname{tg} \alpha$ -ның мәндерін есептей отырып, түзу өткізгіштегі электр тогының магнит өрісі индукциясы  $B$  ток күші  $I$ -ге тура пропорционал екендігін дәлелдеуге болады, яғни  $B \sim I$ . Осындай тәсілмен түзу өткізгіштегі электр тогының магнит өрісі индукциясының токқа дейінгі арақашықтыққа тәуелділігін зерттеуге болады. Ол үшін өткізгіштегі ток күшін өзгертпей магнит тілшесінің өткізгіштен әртүрлі қашықтықтағы  $\operatorname{tg} \alpha$ -ның мәндерін табу керек. Сонда  $B \sim \frac{1}{R}$  болатындығына көз жеткіземіз.

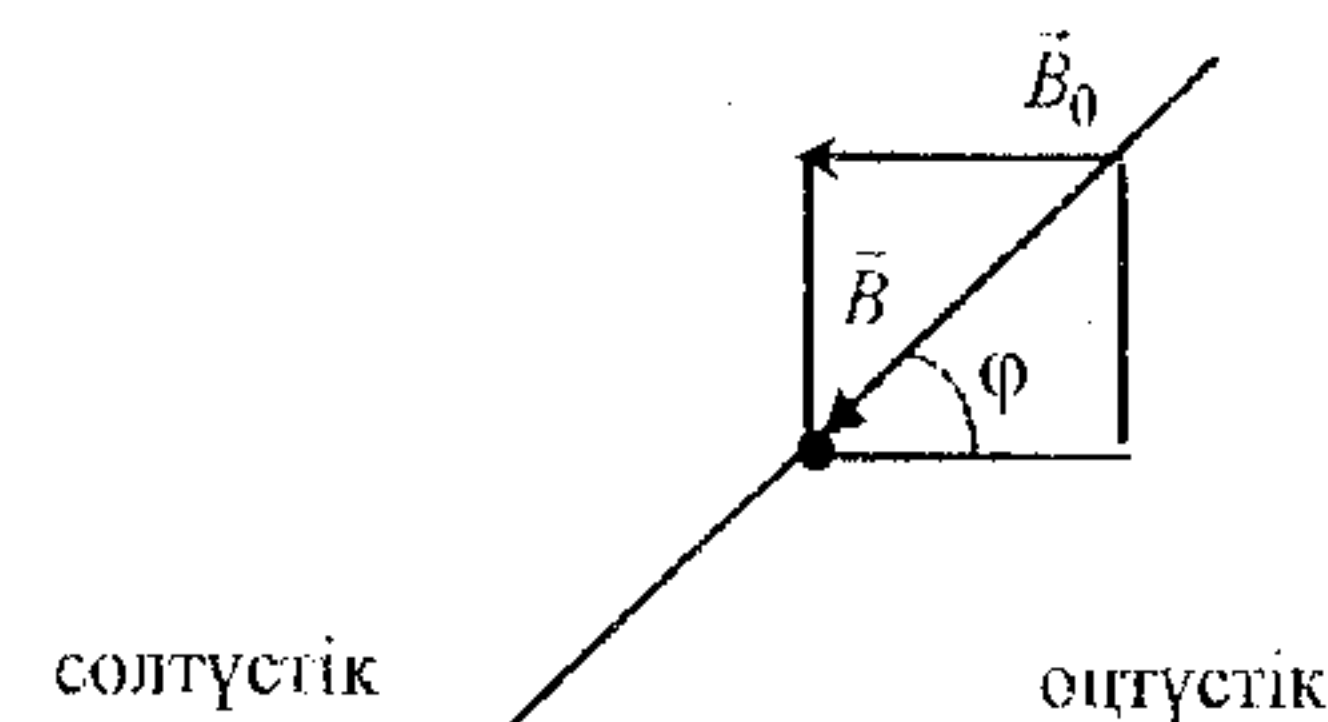
Сонымен, қорыта келгенде  $B \sim \frac{I}{R}$ .

**Жауабы:**  $B \sim \frac{I}{R}$ .

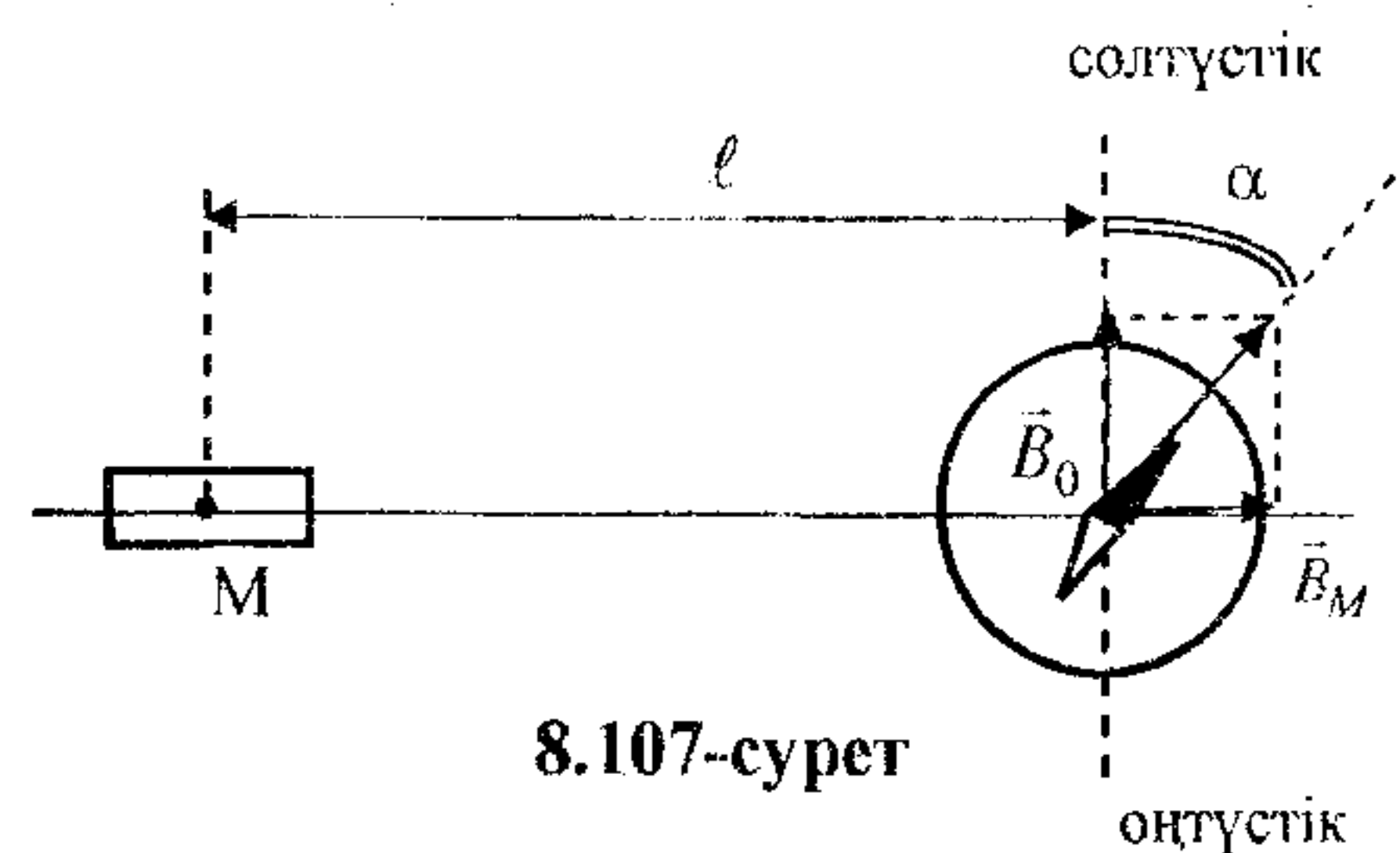
**8.115.** Магниттің орталық сызығынан  $\ell = 30$  см қашықтықтағы магнит өрісінің индукциясын табыңдар. Магнит орналасқан нүктедегі Жердің магнит өрісінің индукциясы  $B \approx 4,1 \cdot 10^{-5}$  Тл және ол көкжиекпен  $\varphi \approx 60^\circ$  бұрыш жасайды.

**Приборлар мен материалдар.** Білеу тәрізді магнит, сызғыш, компас.

**Орындалуы.** Берілген шарттар бойынша Жер өрісінің көкжиектік құраушысын анықтайық (8.106-сурет). Сонда  $B_0 = B \cos \varphi$ . (1) Мұндағы,  $B_0$  — Жердің магнит өрісінің көкжиек құраушысы.



8.106-сурет



8.107-сурет

Енді магнитті, оның өсі «солтүстік-оңтүстік» бағытына перпендикуляр болатындай орналастырайық (8.107-сурет), сонда  $\ell$  қашықтық  $\approx 30$  см болатындай болсын. Магнит тілшесі  $\alpha$  бұрышына бұрылатындықтан  $B_M = B_0 \tan \alpha$ . (2)

(1)-ді ескерсек (2) былай жазылады  $B_M = B \cos \varphi \cdot \tan \alpha$ . Мұндағы,  $B_M$  – тұрақты магниттің ізделінді индукциясы.

**Жауабы:**  $B_M = B \cos \varphi \cdot \tan \alpha$ .

8.116. Әрбір катушканың орам санын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Темір өзекшеге кигізілген орамдары әртүрлі екі катушка, сырты изоляцияланған өткізгіш орамы, өте сезгіш вольтметр, айнымалы ток көзі.

**Орындалуы.** Темір өзекшеге кигізілген екі катушканы трансформатор ретінде қарастыруға болады, сонда мына қатынас

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} \quad (1) \text{ дұрыс болады.}$$

Енді, сырты изоляцияланған өткізгіштен темір өзекшеге  $n$  орам санан ораймыз да, ол үшін  $\frac{U}{n} = \frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2}$  қатынасын жазамыз. Осы қатынастан  $n_1 = \frac{U_1}{U} n$  және  $n_2 = \frac{U_2}{U} n$ .  $U_1, U_2$  және  $U$  вольтметрмен өлшенеді.

**Жауабы:**  $n_1 = \frac{U_1}{U} n$  және  $n_2 = \frac{U_2}{U} n$ .

8.117. Берілген электролиттің меншікті кедергісін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Электролит құйылған ыдыс, ток көзі, амперметр, вольтметр, электродтар, қосқыш сымдар, кілт, сызғыш.

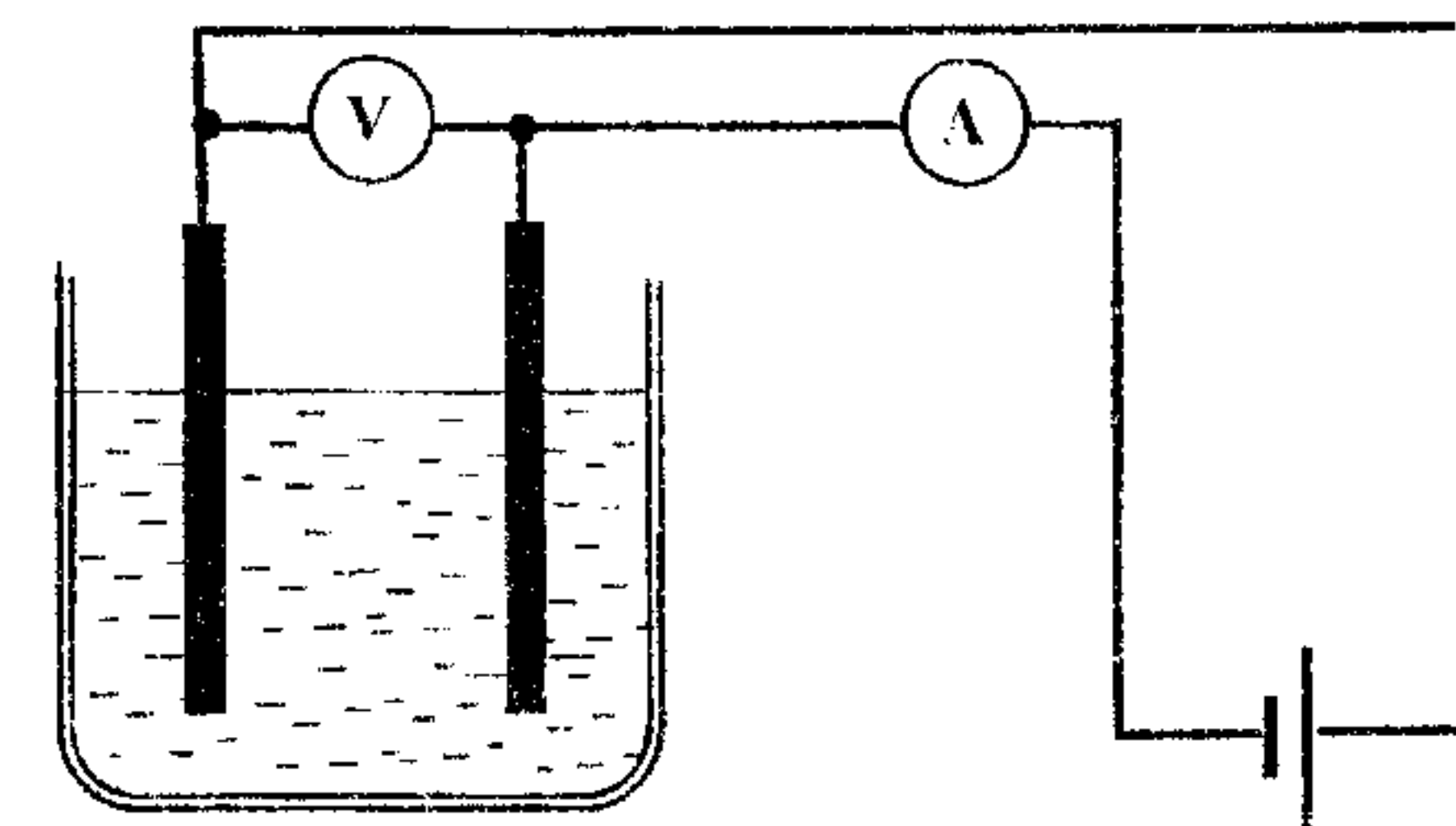
**Орындалуы.** Берілген жабдықтарды пайдаланып 8.108-суреттегідей электр тізбегін құрастырамыз. Сонда электродтар арасындағы электролит кедергісі  $R = \frac{U}{I}$ . Ал, екінші жағынан  $R = \rho \frac{\ell}{S}$ .

Осы екеуінен

$$\frac{U}{I} = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{US}{I\ell}.$$

Мұндағы:  $S$  – электродтардың электролитке батқан бөлігінің ауданы;  $\ell$  – электродтардың арақашықтығы.

**Жауабы:**  $\rho = \frac{US}{I\ell}$ .



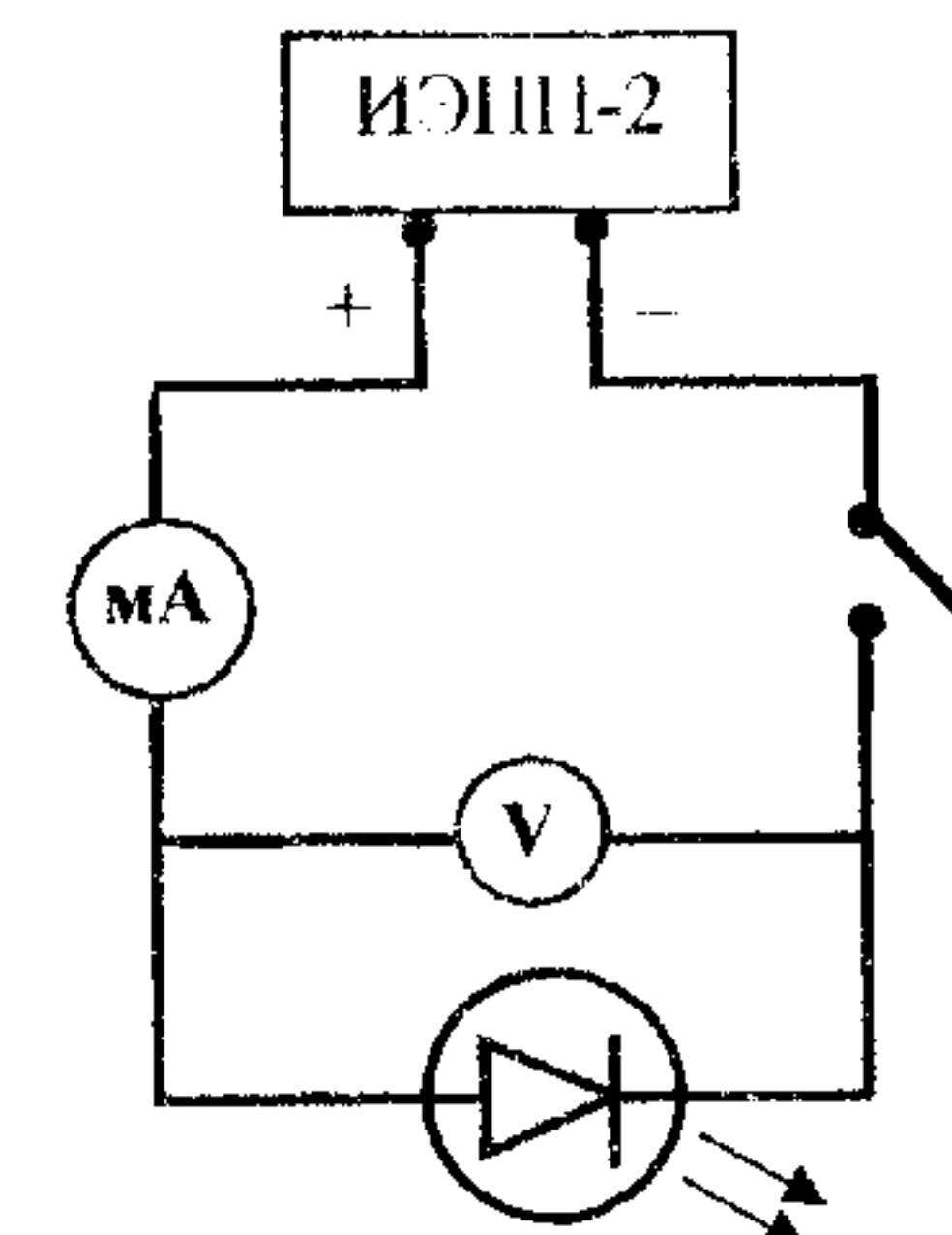
8.108-сурет

8.118. Планк тұрақтысының мәнін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Фотодиод, ИЭПП-2 ток көзі, тұрақты ток миллиамперметр ( $\approx 10 \div 30$  мА), тұрақты ток вольтметр ( $3 \div 6$  В), жарық толқын ұзындығын анықтауға арналған прибор, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Әуелі фотодиодтың вольтамперлік сипаттамасын аламыз, ол үшін 8.109-суреттегідей тізбек құрастырайық. Өлшеулер арқылы алынған вольтамперлік сипаттамадан фотодиодтың ( $p-n$ ) өткеліндегі түйіспелі потенциалдар айырымы  $U_m$  анықталады.

Ал, фотодиодтың жарық шығару жиілігін толқын ұзындығын анықтайтын прибордың көмегімен табамыз.



8.109-сурет

Сонда  $h\nu = eU_m$  немесе  $\frac{hc}{\lambda} = eU_m$  формуласынан  $h = \frac{eU_m \lambda}{C}$ . Мұндағы,  $C$  – жарықтың вакуумдағы жылдамдығы.

**Жауабы:**  $h = \frac{eU_m \lambda}{C}$ .

8.119. Элементар зарядтың шамасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Электролизге қажет жиын, ток көзі, таразы, амперметр, секундомер, қосқыш сымдар.

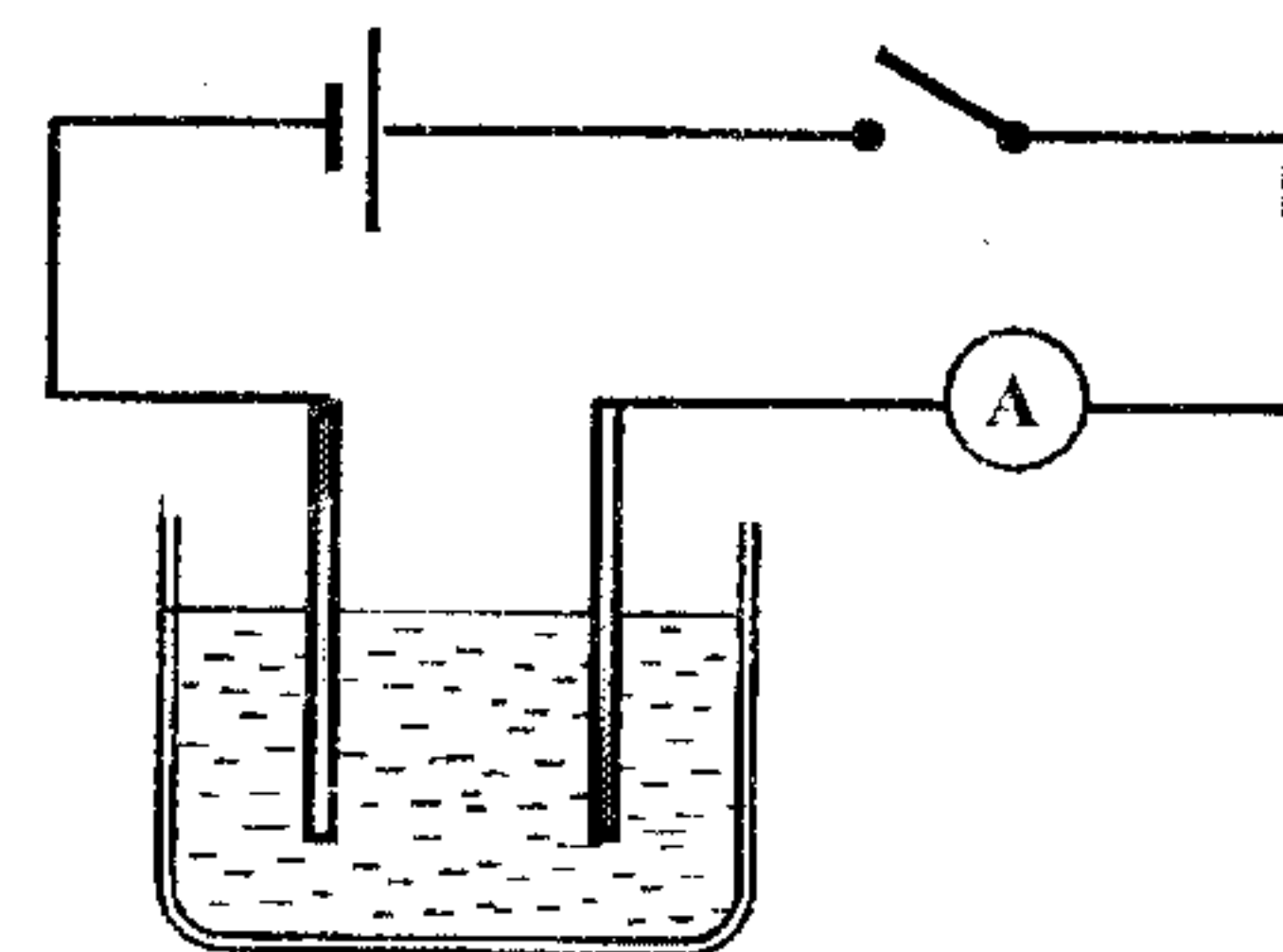
**Орындалуы.** 8.110-суретте көрсетілгендей тізбек құрастырамыз. Электролит арқылы өтетін ток күші  $I$  амперметр арқылы өлшенеді. Токтың ағу уақыты  $\Delta t$  секундомермен анықталады. Сонда электролиттен өтетін заряд шамасы  $q = I\Delta t$ . (1)

Бұдан кейін  $\Delta t$  уақыт ішінде электродта бөлінген зат массасы анықталады  $m = m_2 - m_1$ . (2)

Мұндағы:  $m_1$  – таза электрод массасы;  $m_2$  – электролиз аяқталған

нан кейінгі массасы.

Екінші жағынан элементар зарядты былай анықтауға болады, яғни электродта бөлінген заттағы атом саны  $N = \frac{q}{ne}$  ( $n$  – заттың валенті,  $e$  – элементар заряд). Сондай-ақ,  $N = \frac{m}{M} N_A$  ( $M$  – заттың молдік массасы,  $N_A$  – Авогадро саны).



8.110-сурет

Сонда  $\frac{q}{ne} = \frac{m}{M} N_A \Rightarrow e = \frac{Mq}{mN_A n}$ . (1) және (2)-ні ескерсек, онда  $e = \frac{MI\Delta t}{N_A n (m_2 - m_1)}$ .

Жауабы:  $e = \frac{MI\Delta t}{N_A n (m_2 - m_1)}$ .

8.120. Конденсатордың сыйымдылығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Конденсатор, айнымалы ток көзі, вольтметр, кедергісі белгілі резистор, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.111-суреттегідей тізбек құрастырамыз да вольтметрмен кернесудің әсерлік мәндерін ( $U_C$  – конденсатордағы және  $U_R$  – резистордағы) өлшейміз.  $U_C$  және  $U_R$  мәндерін білсек, онда тізбектегі ток күшінің әсерлік мәндерін есептеп табуға болады, сонда

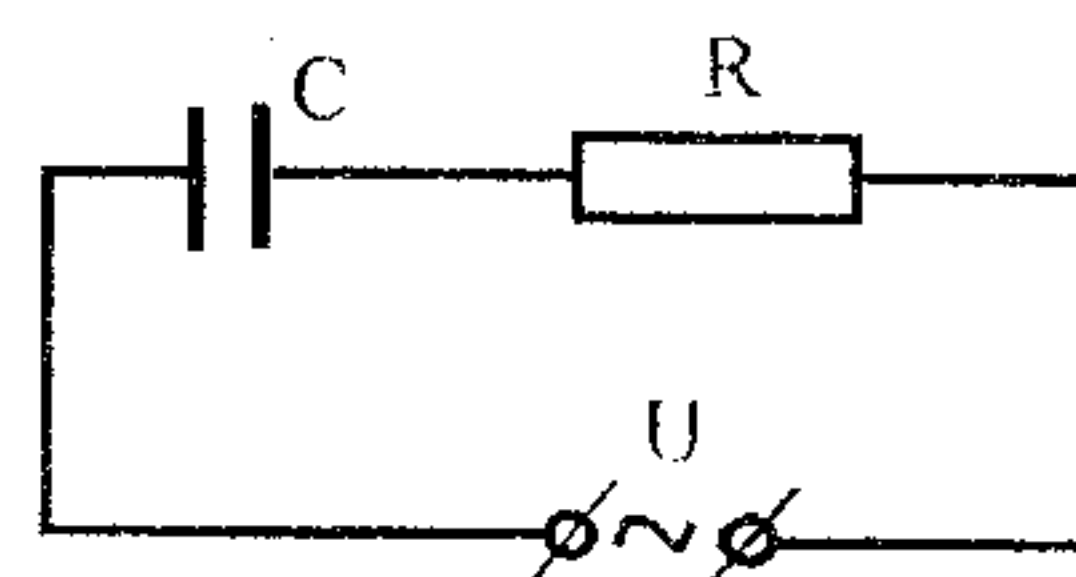
$$I_R = \frac{U_R}{R} \text{ және } I_C = \frac{U_C}{x_C}.$$

Ал,  $R$  және  $C$  өзара тізбектей қосылғандықтан

$$I_R = I_C \text{ немесе } \frac{U_R}{R} = \frac{U_C}{x_C}. \quad (1)$$

Екінші жағынан  $x_C = \frac{1}{\omega C}$  екендігін ескерсек, онда

$$\frac{U_R}{R} = U_C \cdot \omega C \Rightarrow C = \frac{U_R}{\omega U_C R}.$$



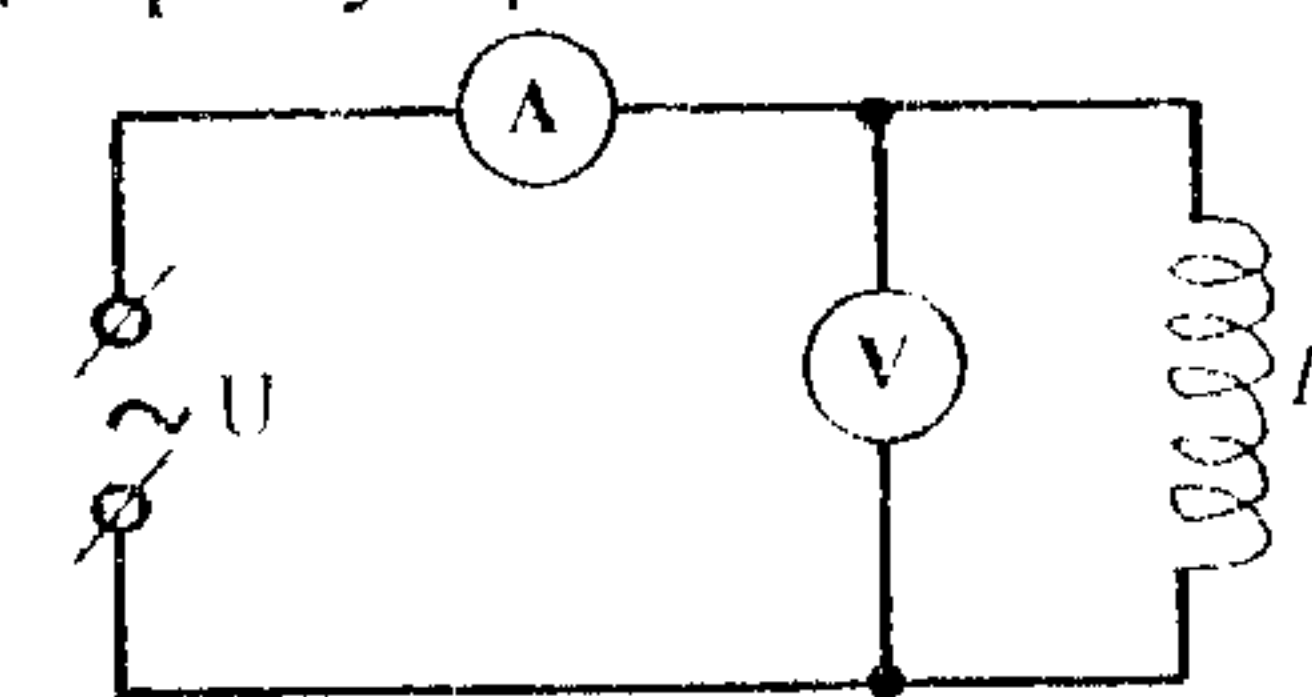
8.111-сурет

Жауабы:  $C = \frac{U_R}{\omega U_C R}$ .

8.121. Катушканың индуктивтігін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Катушка, айнымалы ток көзі, айнымалы ток вольтметрі мен амперметрі, омметр, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.112-суретте көрсетілгендей тізбек құрастырамыз. Амперметр және вольтметрдің көрсетулерін пайдаланып тізбектің жалпы кедергісін анықтаймыз, сонда  $Z = \frac{U}{I}$ . (1) Екінші жағынан  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  (2) екендігін ескерсек, онда (1) және (2)-ден  $X_L = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$ . (3)



8.112-сурет

Ал,  $X_L = 2\pi\nu L$  болғандықтан  $2\pi\nu L = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} \Rightarrow L = \frac{\sqrt{U^2 - R^2}}{2\pi\nu}$ .

Мұнда  $R$  омметрмен өлшенеді.

Жауабы:  $L = \frac{\sqrt{U^2 - R^2}}{2\pi\nu}$ .

8.122. Диод арқылы өтетін ток күшін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Диод (германий), кернеуі белгілі ток көзі, сыйымдылығы белгілі конденсатор, кілт, қосқыш сымдар, сағат, градуировка жасалмаған микроамперметр.

**Орындалуы.** 8.113-суреттегідей тізбек құрастырамыз.

Мұндағы,  $\mu\text{KA}$  – градуировка жасалмаған микроамперметр.

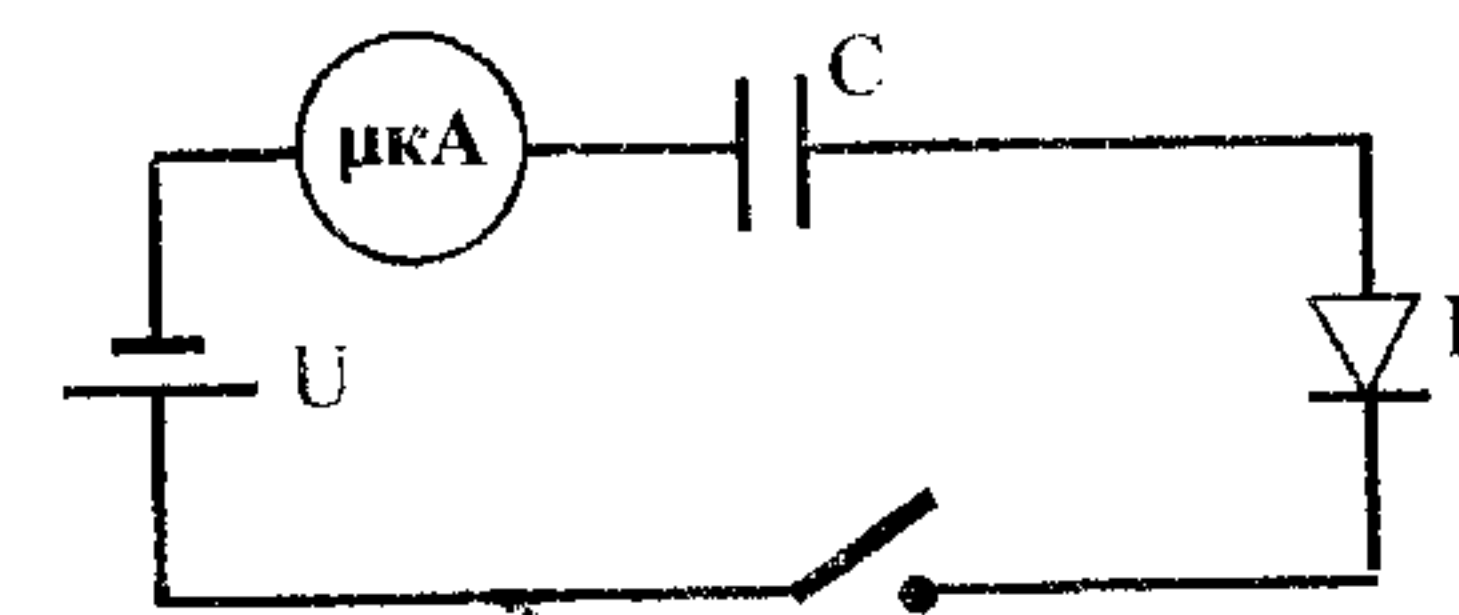
Әуелі кілтті қосып конденсаторды белгілі кернеуге дейін зарядтаймыз. Енді кілтті қосып конденсаторды разрядтаймыз, сонда тізбектен (диодтан) ағатын ток күші

$$I_d = \frac{q}{t}. \quad (1) \text{ Мұндағы, } q \text{ – диод арқылы өтетін заряд мөлшері, } t \text{ –}$$

разрядталу уақыты (сағатпен өлшенеді).

Сонда  $q = CU$  екендігін ескерсек, онда (1)-ден  $I_d = \frac{CU}{t}$ .

Жауабы:  $I_d = \frac{CU}{t}$ .



8.113-сурет

8.123. Фарадей санын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Амперметр, ток көзі, реостат, секундомер, таразы, электролиттік ыдыс, мыс сульфатының қоспасы ( $\text{CuSO}_4$ ).

**Орындалуы.** Мыс сульфатының қоспасы арқылы ток жіберіп,

катодта мыс бөліп аламыз. Сонда бөлінген мыс массасын Фарадей заңдарынан табамыз

$$m = \frac{MIt}{F \cdot n}$$

Мұндағы:  $M = 0,064 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$  — мыстың молдік массасы;  $n = 2$  — мыстың осы қосылыстағы валенттілігі;  $F$  — Фарадей саны;  $I$  — ток күші;  $t$  — токтың ағу уақыты.

Жоғарғы формуладан 
$$F = \frac{MIt}{m \cdot n}$$

Ескеретін жай,  $m$  дегеніміз катодтың тәжірибе басындағы және соңындағы массаларының айырымы, яғни  $m = (m_2 - m_1)$ .

Берілген құралдармен қажетті шамалар өлшеніп  $F$  — Фарадей саны табылады.

Жауабы: 
$$F = \frac{MIt}{m \cdot n}$$

**8.124.** Қасына баруға болмайтын жарық көзінің күшін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Люксметр, сызғыш.

**Орындалуы.** Қасына баруға болмайтын, белгісіз  $x$  қашықтықтағы жарықтың  $E_1$  жарықталуын өлшейміз. Енді бірінші орыннан  $\ell$  қашықтыққа алыстап екінші рет  $E_2$  жарықталу өлшенеді. Сонда екі жағдай үшін жарықталу заңын жазсақ

$$\begin{cases} E_1 = \frac{I}{x^2}, \\ E_2 = \frac{I}{(x + \ell)^2}. \end{cases}$$

**Ескерту:** Өлшеу кезінде люксметр беті жарық көзінен түсетін жарық ағынына перпендикуляр болатындай орналастыру керек.

Теңдеу жүйесінен  $I(E_1 - E_2) - 2E_2\sqrt{E_1}\ell\sqrt{I} - E_1E_2\ell^2 = 0$ . Алынған квадрат теңдеуді  $\sqrt{I}$ -ге салыстырғанда шешсек және  $E_1 > E_2$  деп есептесек, онда

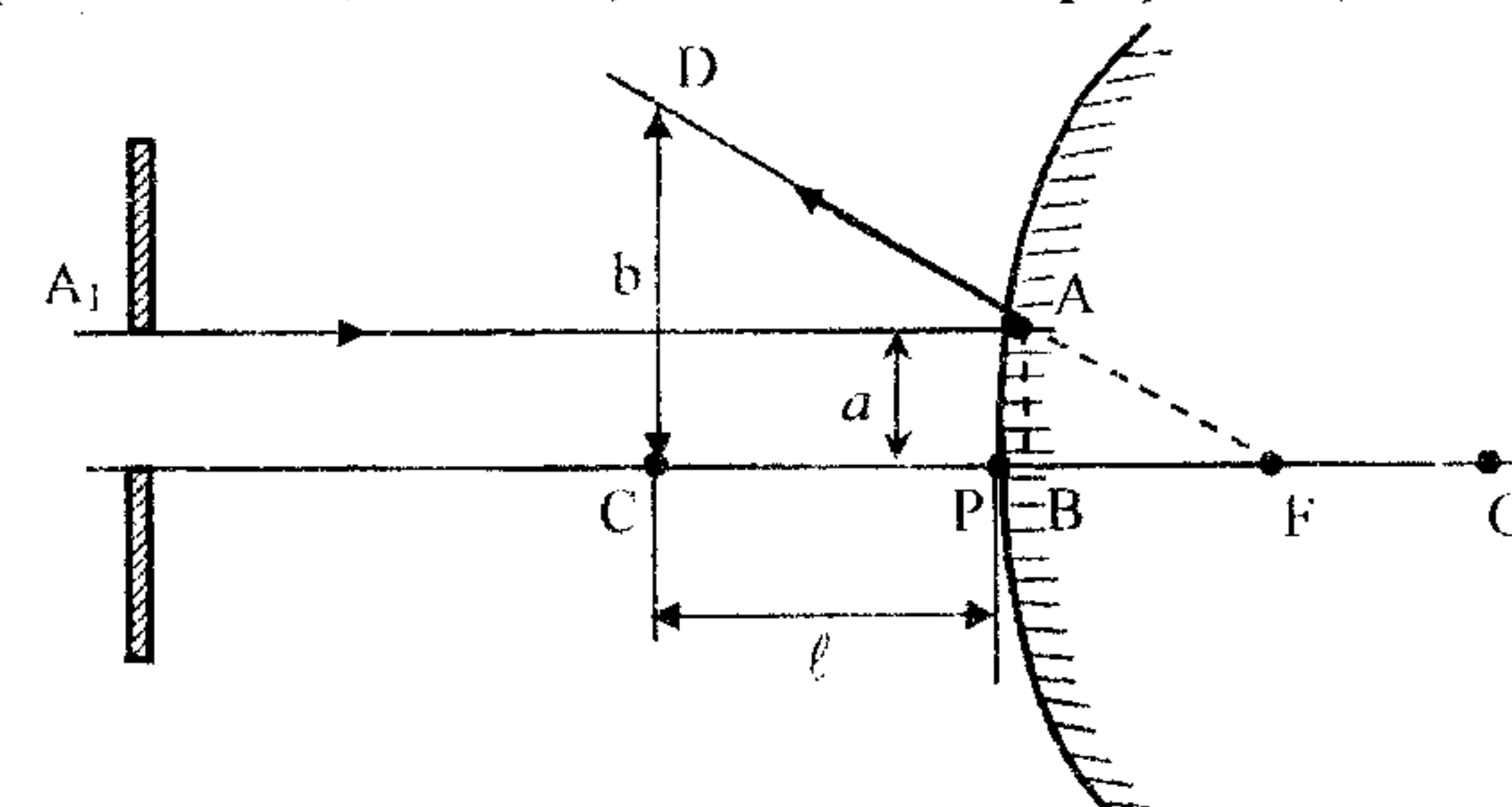
$$\sqrt{I} = \frac{\sqrt{E_1E_2}\ell}{\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2}} \Rightarrow I = \frac{E_1E_2}{(\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2} \ell^2.$$

Жауабы: 
$$I = \frac{E_1E_2}{(\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2} \ell^2.$$

**8.125.** Дөңес айнаның фокус арақашықтығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Дөңес айна, нүктелік емес жарық көзі, керме, екі бөлек кардон, сызғыш.

**Орындалуы.** Екі бөлек кардонның жәрдемімен жарық ағынын жіңішке параллель шоққа бөліп, оны айнаға түсіреміз (8.114-сурет).



8.114-сурет

Шоқтың ең шеткі  $A_1A$  сәулесі айнадан шағылып  $AD$  бағытында кетеді. Айна полюсі  $P$ -ден қалағанымызша  $\ell$  қашықтықта  $C$  нүктесін белгілейік. Осы нүктеден, айна бетінен шағылған сәулемен қиылысқанша  $DC$  перпендикулярын тұрғызамыз. Белгілеулер енгізейік:  $|DC| = b$ ;  $|CP| = \ell$ ;  $|AB| = a$ . Сонда  $ABF$  және  $DCF$  үшбұрыштарының ұқсастығынан  $\frac{|CF|}{|BF|} = \frac{|DC|}{|AB|}$ . (1) Егер жарық ағынын өте

жіңішке деп есептесек,  $|BF| \approx F$ . Онда (1)-ден  $\frac{\ell + F}{F} = \frac{b}{a} \Rightarrow F = \frac{a\ell}{b - a}$ .

Жауабы: 
$$F = \frac{a\ell}{b - a}$$

**8.126.** Шашыратқыш линзаның оптикалық күшін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Шашыратқыш линза, сызғыш, ток көзі, электр шамы, керме, кілт, қосқыш сымдар.

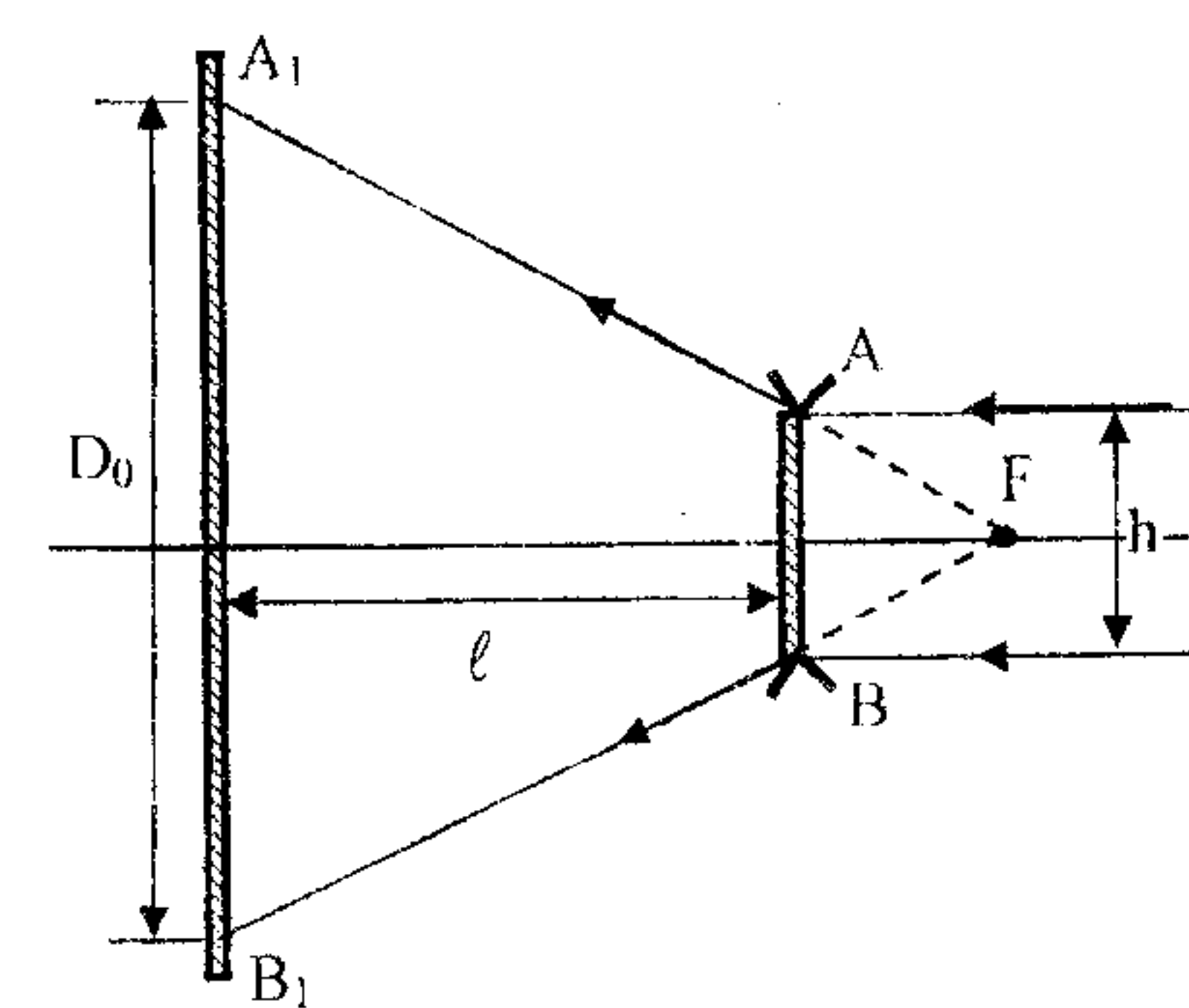
**Орындалуы.** Берілген приборларды пайдаланып 8.115-суреттегідей құрылғы дайындаймыз.

Мұндағы:  $|A_1B_1| = D_0$  — кермедегі дақтың диаметрі;  $\ell$  — линзадан кермеге дейінгі қашықтық;  $h$  — линзаның апертурасы.

Сонда  $FAB$  және  $FA_1B_1$  үшбұрыштарының ұқсастығынан

$$\frac{h}{F} = \frac{D_0}{\ell + F} \Rightarrow F = \frac{h\ell}{D_0 - h}.$$

Ал, линзаның оптикалық күші  $D = \frac{1}{F}$ , демек  $D = \frac{D_0 - h}{h\ell}$ .



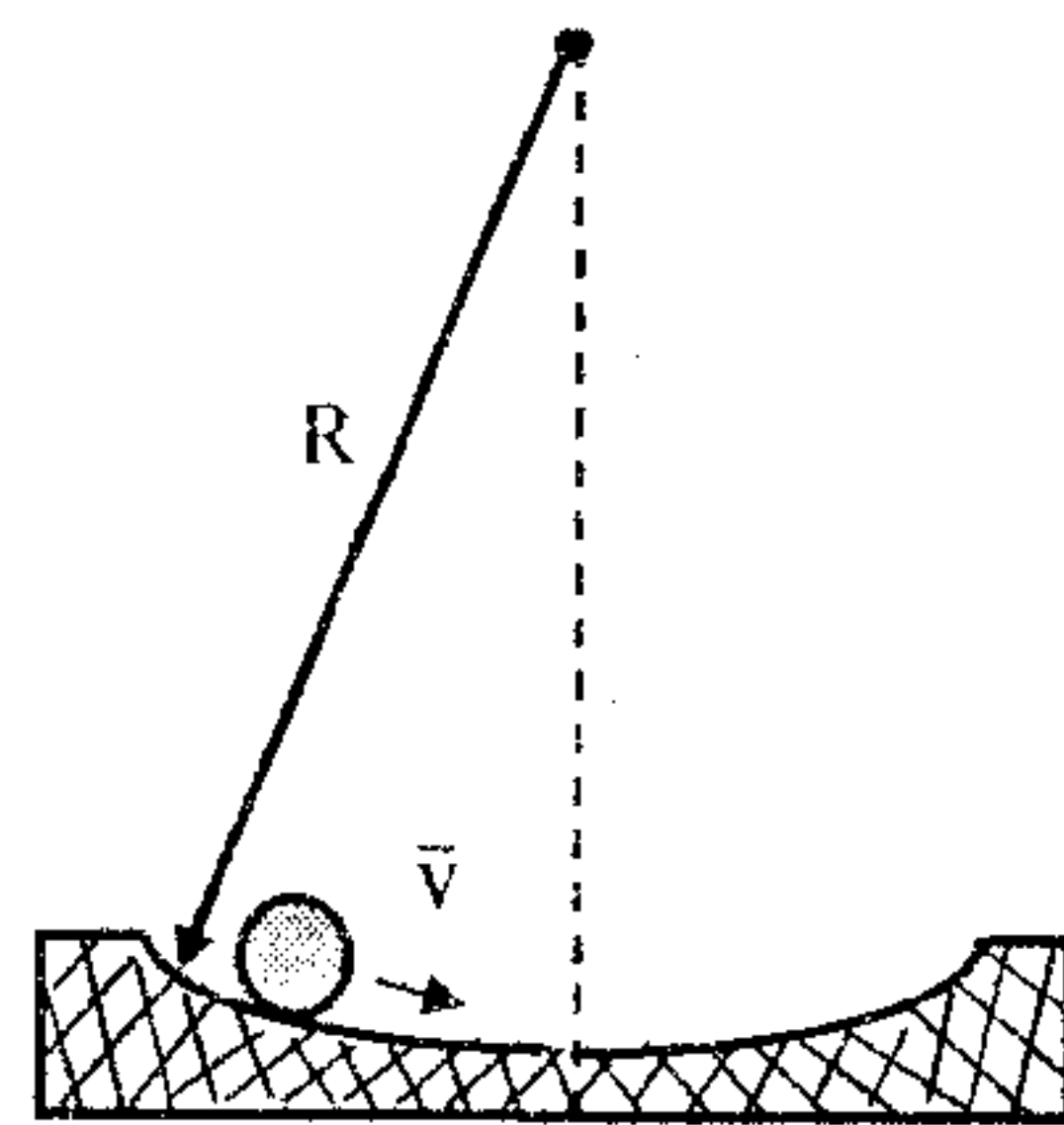
8.115-сурет

Жауабы:  $D = \frac{D_0 - h}{h\ell}$ .

8.127. Сфералық ойыс айнаның қисықтық радиусын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Сфералық ойыс айна, радиусы белгілі ( $r$ ) шарик, секундомер.

**Орындалуы.** Сфералық айнаның ойыс бетін жоғары қаратып үстел бетіне қоямыз. Егер шарикті жоғары деңгейдің кез келген жерінен итеріп жіберсек, ол қайталамалы қозғалыс жасайды. Бұл жағдайда оның қозғалысы, ұзындығы  $(R - r)$  болатын математикалық маятниктің тербелісіне ұқсас болады (8.116-сурет). Сонда оның тербеліс периоды



8.116-сурет

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R-r)}{g}} \Rightarrow R = \frac{gT^2}{4\pi^2} + r.$$

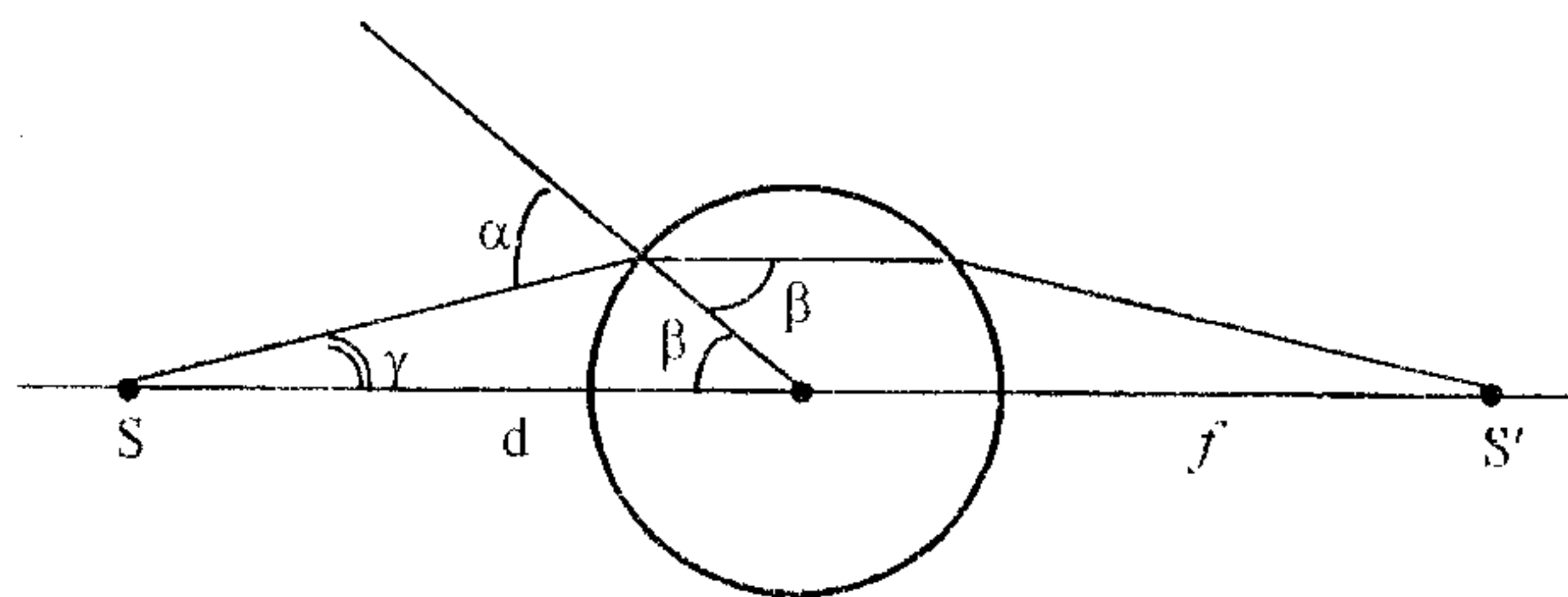
Мұндағы,  $T$  – тербеліс периоды секундомермен анықталады.

Жауабы:  $R = \frac{gT^2}{4\pi^2} + r.$

8.128\*. Стаканға құйылған сұйықтың сындыру коэффициентін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Суы бар стакан, сызғыш, электр шамы, ток көзі, керме, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Сұйықтың сындыру коэффициентін анықтау үшін, стакандағы сұйықты цилиндрлік линза деп қарастырып, сол арқылы шам қыл сымның кермедегі кескінін алу керек. Өлшеу дәлдігін арттыру және есептеулерді жеңілдету үшін шаммен керме стакандағы суға салыстырғанда симметриялы орналасатындай жағдайды қамтамасыз ету керек. Сондағы сәуле жүрісі 8.117-суретте көрсетілген.



8.117-сурет

Бұған геометриялық қатынастарды пайдалансақ (синустар теоремасынан және үшбұрыштың сыртқы бұрышының қасиеті)

$$d\gamma = R\beta \text{ және } \alpha = \gamma + \beta. \quad (1)$$

Мұнда, бұрыш өлшемдері кішкентай болғандықтан тригонометриялық функцияларды бұрыштың өзімен алмастырамыз. Екінші жағынан, сыну заңынан  $\frac{\alpha}{\beta} = n. \quad (2)$

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \beta n = \frac{R\beta}{d} + \beta \Rightarrow n = 1 + \frac{R}{d}.$$

**Ескерту:**  $d = f$  шарты орындалуы керек, яғни сынтап сәуленің ығысуы болмауы тиіс.

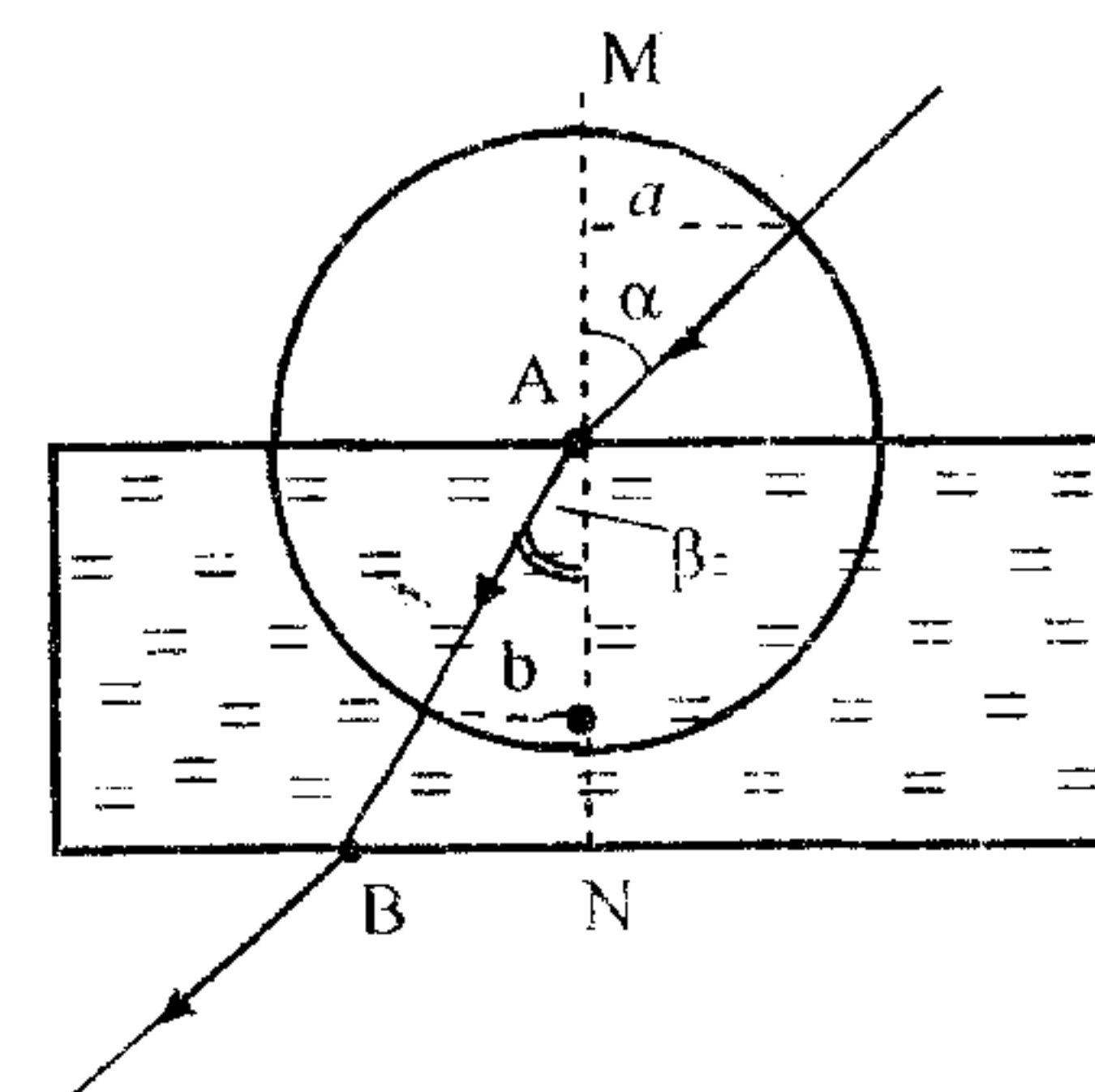
Жауабы:  $n = 1 + \frac{R}{d}.$

8.129. Жазықпараллел пластина затының ауаға салыстырғандағы сындыру көрсеткішін табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Мөлдір жазықпараллел пластина, таза қағаз парағы, циркул, сызғыш.

**Орындалуы.** Жазық параллел пластинканы қағаз бетіне қойып оны карандашпен айналдыра сызамыз. Енді қағаз парағында екі ортаның бөлуші шеғарасына (A) белгілі бір бұрышпен түзу тұрғызамыз (8.118-сурет).

Енді сызғышты пластинаның жоғарғы жағына жүргізілген түзумен бағыттас орнатып, оның кескінін төменгі жағынан бақылап, көрінген нүктесін белгілейміз (B). Сәулелер жолын жүргіземіз де кез келген радиуспен шеңбер саламыз. Енді екі ортаның шеғарасына түсірілген перпендикулярға (MN)  $a$  және  $b$  перпендикулярлар тұрғызамыз. Сындыру көрсеткішінің өрнегі-



8.118-сурет

нен  $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}$ , өйткені  $\sin \alpha = \frac{a}{r}$ ,  $\sin \beta = \frac{b}{r}$ ,  $r$  – шеңбер радиусы.

$a$  және  $b$  мәндерін сызғышпен өлінеп табуға болады.

Жауабы:  $n = \frac{a}{b}.$

8.130. Тікбұрышты шыны білеушенің сындыру көрсеткішін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Шыны білеуше, қағаз парақ, сызғыш.

**Орындалуы.** Тікбұрышты шыны білеуше  $ABCD$ -ны қағаз парақтың үстіне  $KL$  қыры білеушенің  $AD$  қырымен беттеспейтіндей етіп орналастыру керек (8.119-сурет).

Енді  $CD$  қыры жағынан қарап, білеушені орын ауыстыра отырып  $A$  нүктесінің  $K$  нүктесімен беттесуін қамтамасыз етеміз.

Сонда білеушенің жорамал ұзындығы  $KD$ -мен, нақты ұзындығы  $AD$ -ны өлшеп алуға болады. Сындыру көрсеткіші анықтамасынан

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}. \quad (1)$$

Егер  $\alpha$  және  $\beta$  шамалары аз болса, онда

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \quad \text{және} \quad \sin \beta \approx \tan \beta$$

деп алуға болады.

Суреттен көрінгендей  $\tan \alpha = \frac{|MD|}{|AD|}$  және  $\tan \beta = \frac{|MD|}{|KD|}$ . Сонда (1)-

$$\text{ден} \quad n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \approx \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{|AD|}{|KD|}.$$

$$\text{Жауабы: } n = \frac{|AD|}{|KD|}.$$

**8.131\*.** Жазықдөңес линза затының сындыру көрсеткішін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Жазықдөңес линза, штангенциркуль, сызғыш, керме, электр шамы, ток көзі, кілт, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** Жазықдөңес линзаның фокус арақашықтығы мына формуламен анықталады

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (1)$$

Біздің жағдайда  $R_1 = R$ ,  $R_2 = \infty$ , сонда (1) мына түрге келеді

$$\frac{1}{F} = (n-1) \frac{1}{R} \Rightarrow n = \frac{R}{F} + 1. \quad (2)$$

Мұндағы:  $R$  — линзаның дөңестік радиусы;  $F$  — оның фокус арақашықтығы.

Енді  $R$  және  $F$ -ті анықтау керек. Ол үшін жазықдөңес линза қимасынан (8.120-сурет)

$$\Delta ACO \text{-дан } (\angle C = 90^\circ), \quad |AO|^2 = |AC|^2 + |OC|^2.$$

$$\text{Ал, } |AO| = R; \quad |AC| = \frac{\ell}{2}; \quad |OC| = (R - h)$$

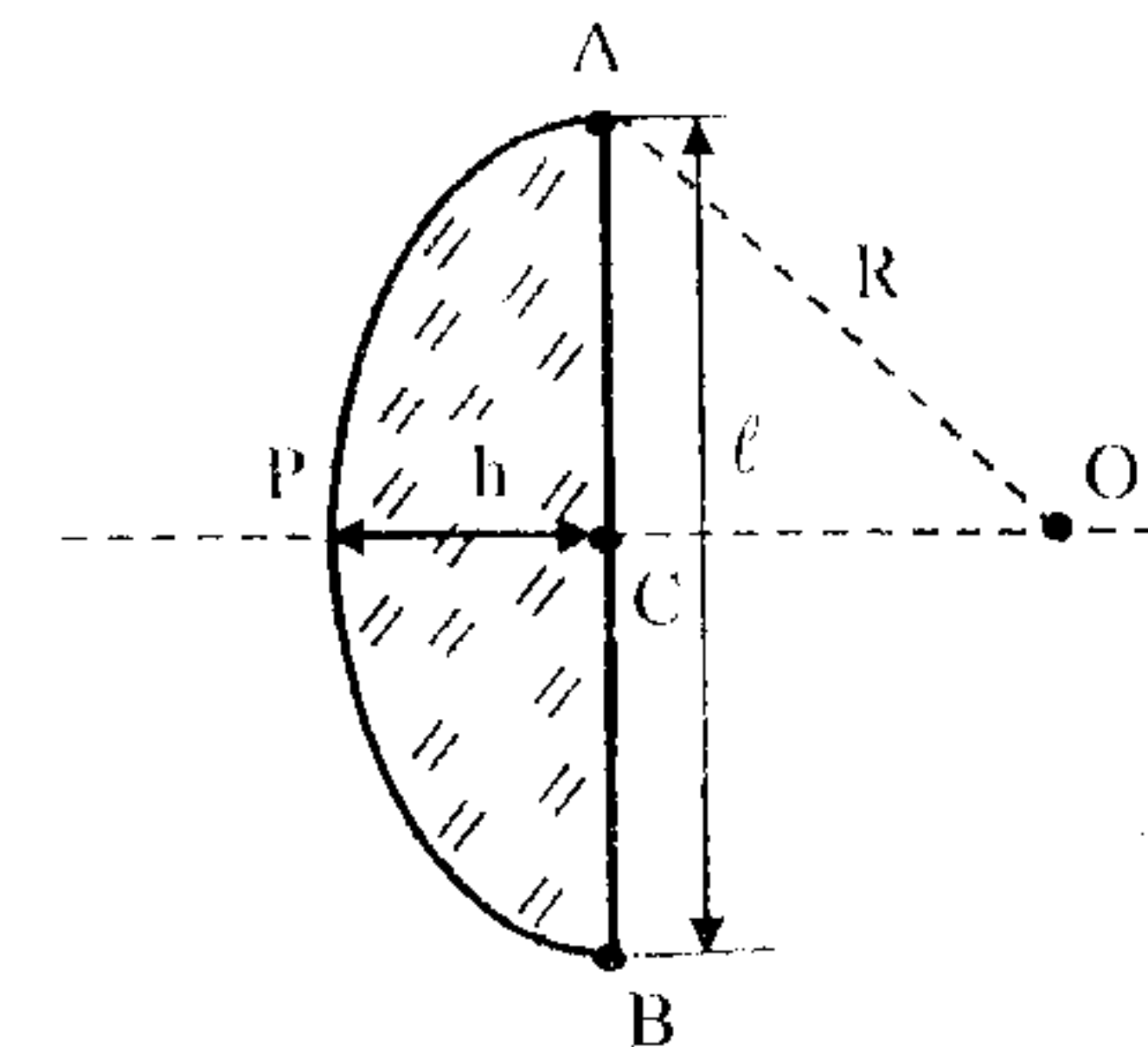
$$\text{болғандықтан } R^2 = \frac{\ell^2}{4} + R^2 - 2Rh + h^2 \Rightarrow R = \frac{\ell^2 + 4h^2}{8h}. \quad (3)$$

$\ell$  және  $h$  өлшеп алынады. Енді жарық көзін (электр шамы), линзаны және кермені пайдаланып линзаның фокус арақашықтығын табамыз, сонда

$$F = \frac{fd}{f+d}. \quad (4)$$

Мұнда,  $f$  және  $d$  өлшеп алынады. (3) және (4)-ті (2)-ге қойсақ,

$$\text{онда } n = \frac{(\ell^2 + 4h^2)(f+d)}{8hfd} + 1.$$



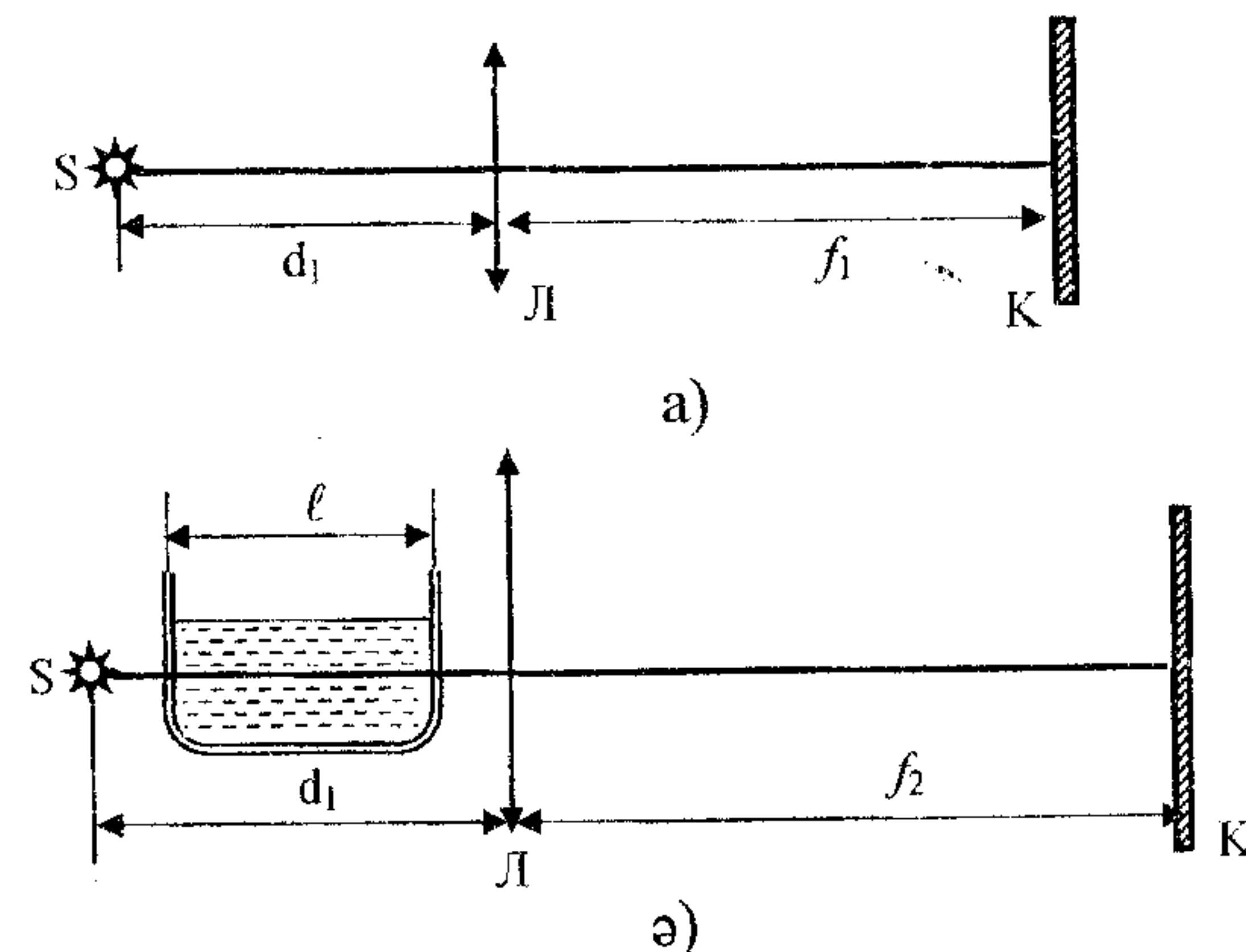
8.120-сурет

$$\text{Жауабы: } n = \frac{(\ell^2 + 4h^2)(f+d)}{8hfd} + 1.$$

**8.132.** Сұйықтың сындыру көрсеткішін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Шыны кюветаға құйылған сұйық, линза, жіңішке саңылауы бар керме, электр шамы, ток көзі, ұзынша миллиметрлік қағаз, түйреуіш, қосқыш сымдар.

**Орындалуы.** 8.121,а-суреттегідей құрылғыны жинақтаймыз. Мұндағы:  $S$  — жарық көзі,  $L$  — линза,  $K$  — керме.



8.121-сурет

Кермеде шамның анық кескінін тапқаннан кейін  $d_1$  және  $f_1$  мәндерін өлшейміз. Линза формуласынан  $F$ -ті есептеп табамыз,

сонда

$$F = \frac{f_1 d_1}{d_1 + f_1}. \quad (1)$$

Енді шаммен линза арасына зерттелетін сұйық құйылған кюветаны орналастырамыз (8.121, ә-сурет).  $d_1$  арақашықтығын өзгертпей, кермені жылжытып ондағы шамның анық кескінін аламыз, сонда кюветаңы ұзындығы  $\ell$  болатын жазықпараллел пластинка деп қарастырамыз. Бұл жағдайда, жарықтың шамнан линзаға дейін жүріп өткен  $d_2$  «әсерлік» қашықтығы мынаған тең болады

$$d_2 = d_1 - \ell + n\ell. \quad (2)$$

Мұндағы,  $n$  – сұйықтың сындыру көрсеткіші.

(2)-де сұйықтықтағы жарық жылдамдығының вакуумдағыдан  $n$  есе кем екендігі есепке алынған. Енді ә) жағдайы үшін (1)-ді қайта жазатын болсақ

$$F = \frac{f_2 d_2}{d_2 + f_2} = \frac{f_2 (d_1 - \ell + n\ell)}{d_1 - \ell + n\ell + f_2} \Rightarrow n = 1 + \frac{F f_2}{(f_2 - F)\ell} - \frac{d_1}{\ell},$$

мұнда  $F$  (1)-мен анықталады.

$$\text{Жауабы: } n = 1 + \frac{F f_2}{(f_2 - F)\ell} - \frac{d_1}{\ell}; \quad F = \frac{f_1 d_1}{d_1 + f_1}.$$

**8.133.** Линза жасалған шыны затының сындыру көрсеткішін және оның сындырғыш беттерінің қисықтық радиусын анықтаңдар ( $n_c$  – судың сыну көрсеткіші белгілі).

**Приборлар мен материалдар.** Екіжақты дөңес линза, сызғыш, суы бар ыдыс, жарық көзі.

**Орындалуы.** Линзаны жұқа деп есептейік. Онда жұқа линзаның оптикалық күші, оның сындырғыш беттерінің оптикалық күштерінің қосындысына тең. Егер:  $n_1$  – линзаның сол жағындағы ортаның,  $n_2$  – оң жағындағы ортаның, ал  $n$  – линза затының сындыру көрсеткіштері;  $r_1$  және  $r_2$  линза бетінің сәйкес қисықтық радиустары болса, онда линзаның оптикалық күші мына формуламен анықталады

$$D = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n - n_2}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n - n_2}{r_2}. \quad (1)$$

Әуелі линзаның судағы оптикалық күшін өлшейміз, сонда (1)-ден

$$D_1 = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (2)$$

**Ескерту:** мұнда  $n_1 = 1$ ;  $n_2 = 1$  деп алынды, өйткені екі жағындағы орталар ауа, ал ауа үшін сындыру көрсеткіші 1-ге тең.

Енді линзаны ештеп бірінші бетімен суға саламыз да, тағы да

оптикалық күші өлшенеді, сонда

$$D_2 = \frac{n - 1}{r_1} + \frac{n - n_c}{r_2}. \quad (3)$$

Линзаны ештеп екінші бетімен қоямыз, сонда

$$D_3 = \frac{n - 1}{r_2} + \frac{n - n_c}{r_1}. \quad (4)$$

(2), (3) және (4) теңдеулерден ізделінді шамалар табылады, сонда  $r_1 = \frac{n_c - 1}{D_1 - D_3}$ ;  $r_2 = \frac{n_c - 1}{D_1 - D_2}$ ;  $n = \frac{D_1(n_c - 1)}{2D_1 - D_2 - D_3} + 1$ .

$$\text{Жауабы: } r_1 = \frac{n_c - 1}{D_1 - D_3}; \quad r_2 = \frac{n_c - 1}{D_1 - D_2}; \quad n = \frac{D_1(n_c - 1)}{2D_1 - D_2 - D_3} + 1.$$

Мұндағы  $D = \frac{1}{F}$  формуласынан анықталады.

**8.134\*.** Сұйықтың сындыру көрсеткішін неғұрлым дәл анықтаңдар.

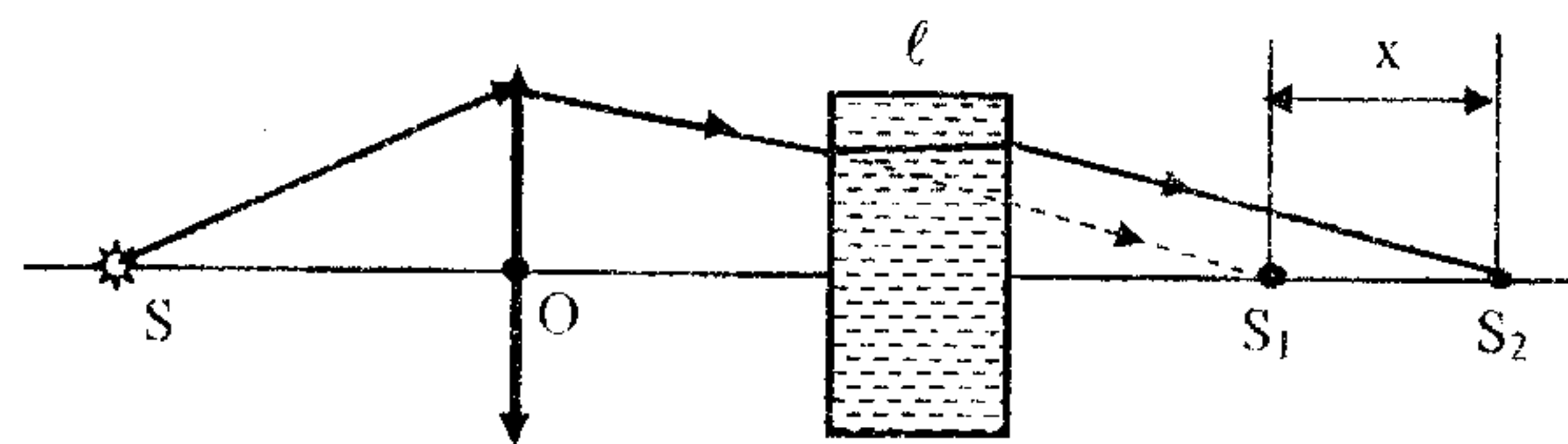
**Приборлар мен материалдар.** Ыдысқа құйылған зерттелетін сұйық, шыны кювета, ток көзі, линза, керме, электр шамы, қосқыш сымдар, миллиметрлік қағаз.

**Орындалуы.** Сұйықтың сындыру көрсеткішін неғұрлым дәл өлшеудің бір тәсілі төмендегідей. Әуелі жинағыш линзамен кермеде электр шамының шын кескіні алынады. Содан кйеін линзамен кескін арасына, ішіне сұйық құйылған ұзындығы  $\ell$  кювета қойылады. Сонда сәуленің кюветадағы сұйықтан қайтара сынуы салдарынан шам кескінінің ығысатынын байқаймыз, өйткені ұзындығы  $\ell$  сұйықты кюветаны параллел пластинка деп қарастыруға болады. Енді кермені  $x$  қашықтыққа орын ауыстыра отырып электр шамының кермедегі анық кескінін аламыз (8.122-сурет). Сонда кескіннің  $x$  ығысуы, сұйықтың сындыру көрсеткішіне тәуелді болады.

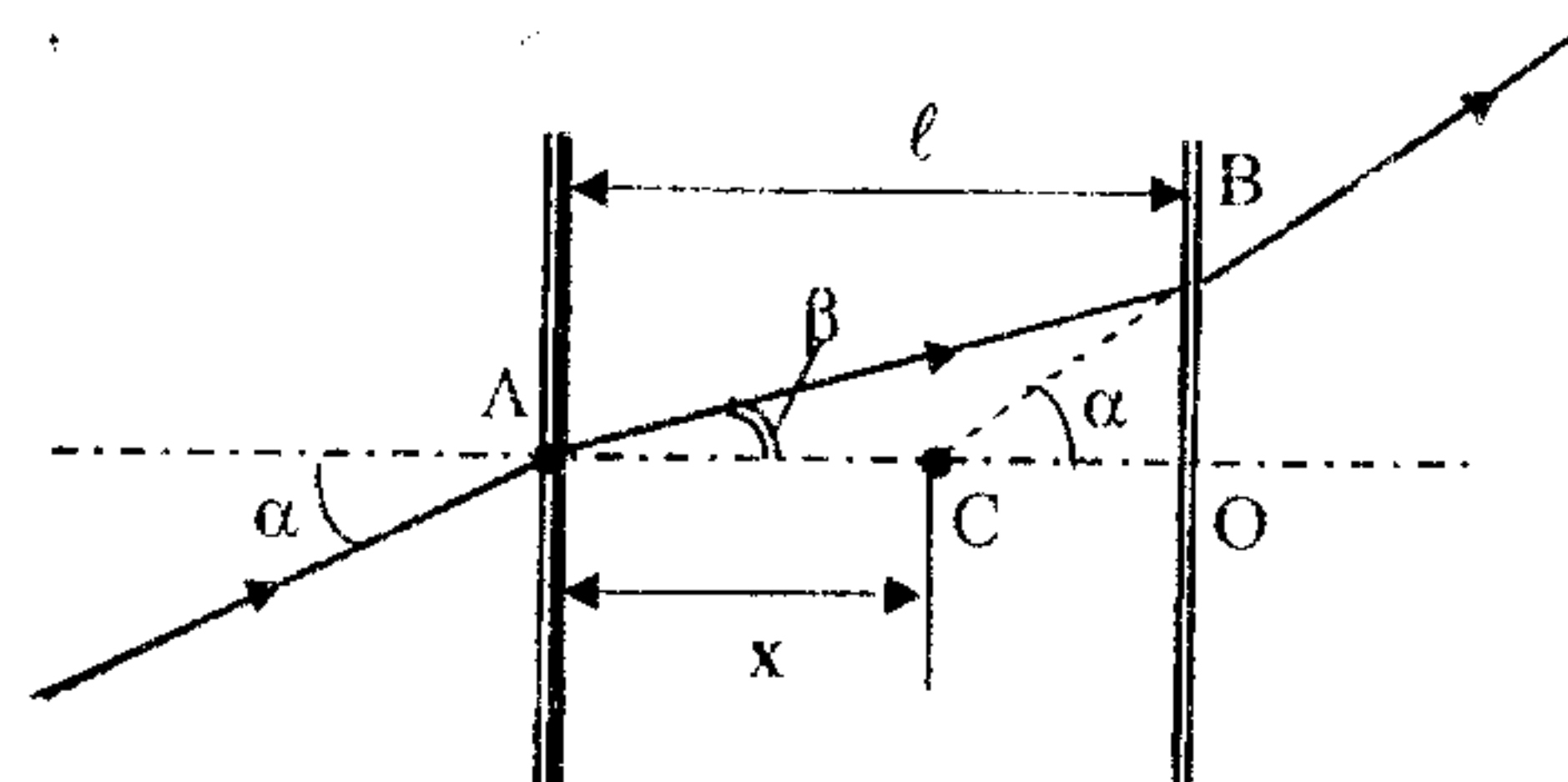
Енді осы байланысты анықтайық, ол үшін 8.123-суретті пайдаланамыз.

Сонда  $\triangle BCO$ -дан  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{|BO|}{|CO|}$ , ал  $\triangle ABO$ -дан  $\operatorname{tg} \beta = \frac{|BO|}{|AO|}$ . Екі теңдіктен  $|AO| \cdot \operatorname{tg} \beta = |CO| \cdot \operatorname{tg} \alpha$ . Екінші жағынан бұрыш шамалары аз болғандықтан  $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$ , демек  $\frac{|OC|}{|AO|} = \frac{1}{n}$  (1), ал  $|AO| = \ell$  болғандықтан  $|OC| = \frac{\ell}{n}$ .  $|AO| = |AC| + |OC|$  немесе  $\ell = x + |OC|$ . (2)

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден } \frac{\ell - x}{1} = \frac{\ell}{n} \Rightarrow n = \frac{\ell}{\ell - x}.$$



8.122-сурет



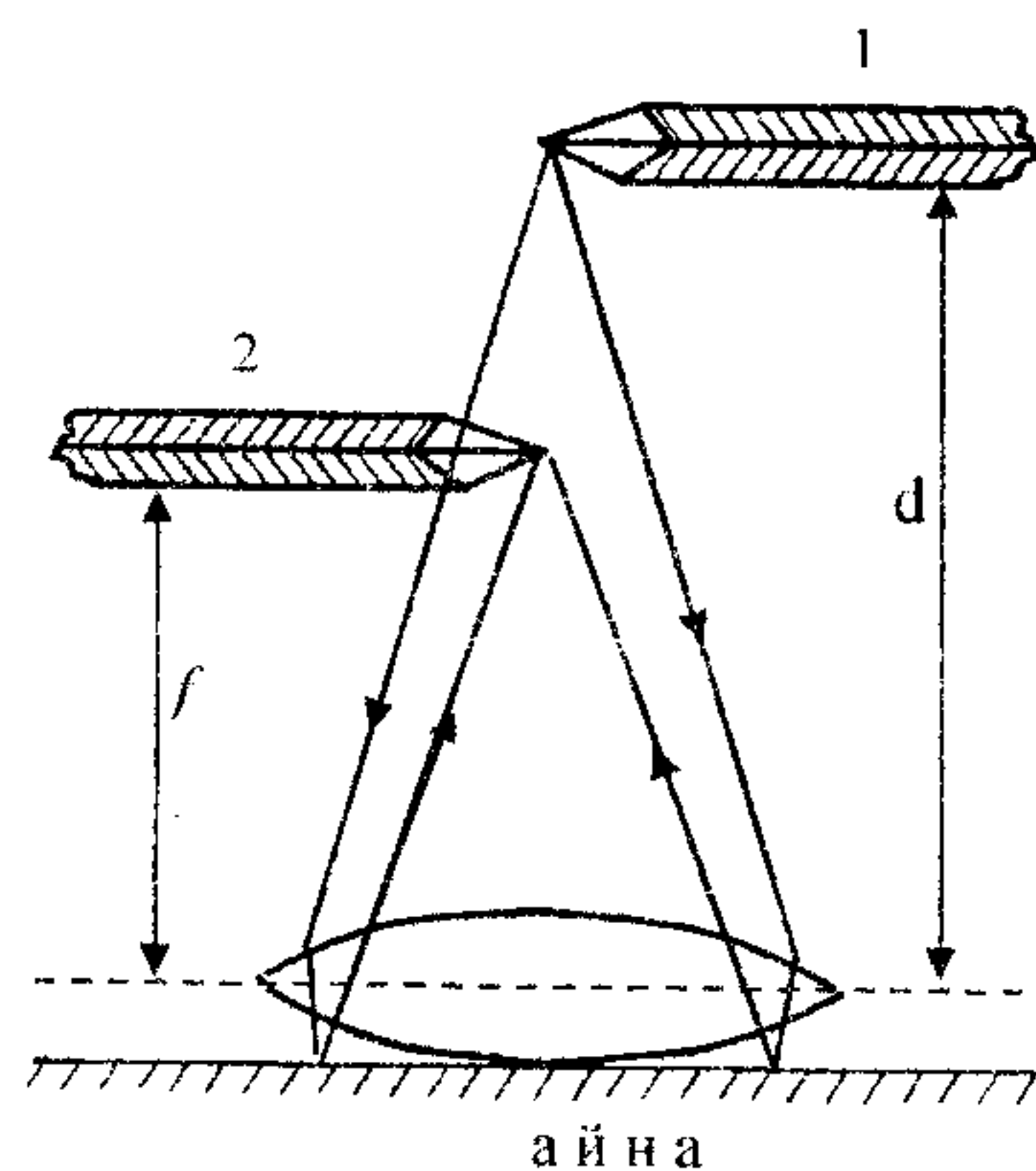
8.123-сурет

Жауабы.  $n = \frac{\ell}{\ell - x}$ .

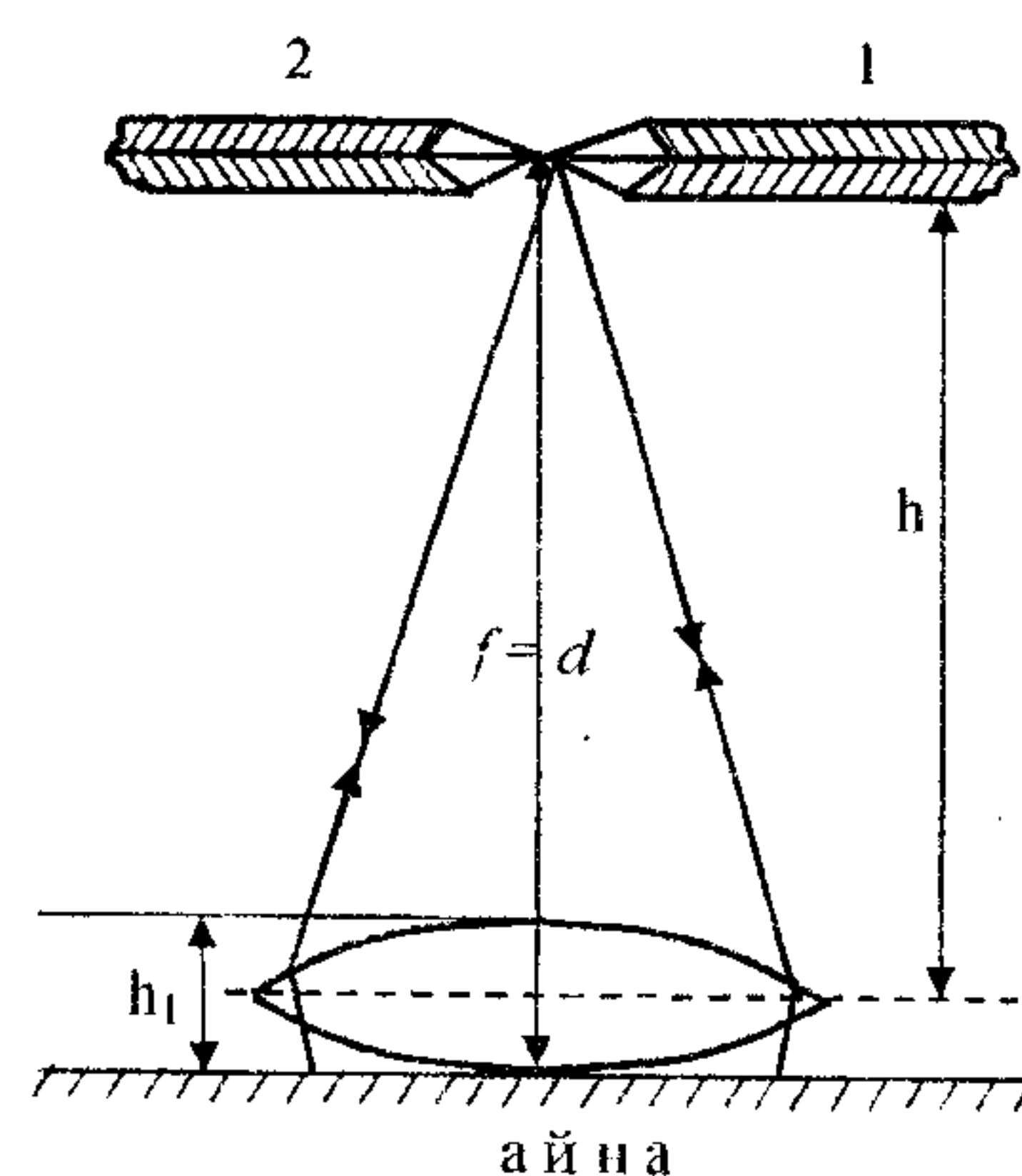
8.135\*. Линзаның фокус арақашықтығын және линза жасалған шыны затының сындыру көрсеткішін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Екіжақты симметриялы линза, жазық айна, су, сызғыш, қалам, муфтасы бар штатив (судың сыну көрсеткіші  $n_c$  белгілі деп есептендер).

**Орындалуы.** Линзаны жазық айна үстіне қойып, оның жоғарғы жағына штативке бекітілген қалам ұшын көлденең орналастырамыз (8.124-сурет).



8.124-сурет



8.125-сурет

1-ші қалам ұшынан шыққан сәуле шоғы линзадан сынып жазық айнаға түседі, одан шағылып линзадан қайта сынады да, параллакс-тық ығысу әдісімен көзбен бақыланады (2-жағдай). Ең дәл өлшеу  $d$  мен  $f$  мәндері бірдей болғанда орындалады, яғни  $d = f$ . Бұл жағдайда бақылаушы көзінің өзгерісі кезінде қалам ұшымен оның кескінінің біріне-бірі салыстырғанда өзгерісі байқалмайды (8.125-сурет). Сонда линза формуласын пайдалансақ

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D. \quad (1)$$

Мұндағы,  $D$  – линзалар жүйесінің оптикалық күші.

$$\text{Ал,} \quad D = D_0 + D_0 = 2D_0 = \frac{2}{F_0}. \quad (2)$$

Мұндағы:  $D_0$  – бір линзаның оптикалық күші;  $F_0$  – линзаның ізделінді оптикалық күші.

$$(1) \text{ және } (2)\text{-ден} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F_0}. \quad (3) \quad d = f \text{ шартын пайдалансақ}$$

$$F_0 = d, \text{ демек } f = F_0.$$

$d$  және  $f$  арақашықтарын өлшегенде, мынаны ескереміз

$$d = h - \frac{1}{2}h_1. \quad (4)$$

Берілген линза екіжақты симметриялы болғандықтан  $r_1 = r_2 = r$ , онда линзаның сындыру көрсеткішін анықтайтын формуладан

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \text{ немесе } \frac{1}{F_0} = (n-1) \frac{2}{r}. \quad (5)$$

Линзаның қисықтық радиусы  $r$ -ді былай анықтаймыз. Айнаға су құйып, оның үстіне линзаны қоямыз. Сонда, біз «екіжақты дөңес шыны линза – жазық ойыс су линза – айна» оптикалық жүйесін аламыз (8.126-сурет).

Бұл жүйе үшін фокус арақашықтығы  $F_{жс}$ -ні тапсақ, онда

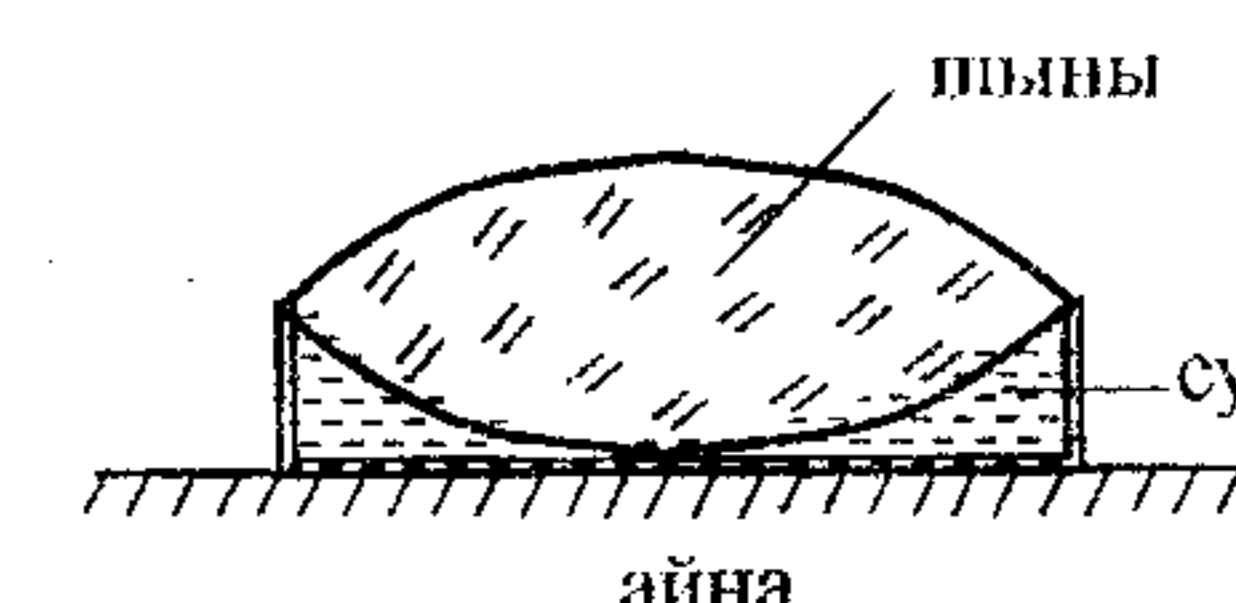
$$D_{жс} = D_C + D_0 \text{ немесе } \frac{1}{F_{жс}} = \frac{1}{F_C} + \frac{1}{F_0}. \quad (6)$$

Екінші жағынан

$$\frac{1}{F_C} = (n_c - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Ал,  $r_1 = -r$  және  $r_2 = \infty$  болған-

$$\text{дыктан } \frac{1}{F_C} = -(n_c - 1) \frac{1}{r}.$$



8.126-сурет

$$(5), (6) \text{ және } (7)\text{-ден } n = \frac{r}{2F_0} + 1, \quad r = \frac{(n_c - 1)F_{жс} \cdot F_0}{2(F_{жс} - F_0)}. \text{ Сонда}$$

$$n = \frac{(n_c - 1)F_{ж}}{2(F_{ж} - F_0)} + 1.$$

$$\text{Жауабы: } F_0 = h - \frac{1}{2}h_1; \quad n = \frac{(n_c - 1)F_{ж}}{2(F_{ж} - F_0)} + 1.$$

### ҚОСЫМША ТАПСЫРМАЛАР

**8.136.** Әтір құйылған флакон ыдысы жасалған шынының көлемін табындар.

*Приборлар мен материалдар.* Қалың қабырғалы цилиндрлік шыны ыдыс, су, сызғыш, әтір флаконы.

$$\text{Жауабы: } V = \pi r^2 (h_2 - h_1).$$

**8.137.** Сұйыққа батпайтын кішкене шариктің диаметрін анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Сұйық, мензурка, кішкене шарик.

$$\text{Жауабы: } d = \sqrt[3]{\frac{6\Delta V}{\pi}}.$$

**8.138.** Мыс сымның массасын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Мыс сым ( $\approx 10-15$  см), қалам, сызғыш, мыс тығыздығы  $\rho = 8,9$  г/см<sup>3</sup>.

$$\text{Жауабы: } M = \frac{\pi \rho \ell \ell_0^2}{4n}.$$

Мұндағы:  $\ell$  — мыс сымның ұзындығы;  $\ell_0$  — қаламға тығыздап оралғандағы орам сымның ұзындығы;  $n$  — орам саны.

**8.139.** Мыс сымның көлденең қимасын анықтаңыздар.

*Приборлар мен материалдар.* Мыс сым (10-15 см), қалам, сызғыш.

**8.140.** Пластилин бөлігінің массасын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Пластилин бөлігі, массасы белгілі жүк, штатив, жіп, миллиметрлік қағаз, сызғыш.

**8.141.** Ыдыс массаларының қатынасын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Бірдей материалдан жасалған мөлдір екі ыдыс, сұйық құйылған үлкен ыдыс, деңгейлерді белгілеуге арналған жабысқақ лента, сұйықты ауыстырып құюға арналған сорғыш.

**8.142.** Әрбір сынақ денесі массасының осы үш сынақ денесі массаларының қосындысына қатынасын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Үш сынақ денесі, градуирленбеген сызғыш, дөңгелек қималы қалам, үш ақ парақ, пышақ, пластилин.

**8.143.** Сызғыш массасын және сызғыш жасалған заттың тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Сызғыш, құны 10 тенгелік екі тиін.

**8.144.** Қатты дененің тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Суы бар ыдыс, пробирка, сызғыш, қатты дене түйіршігі.

**8.145.** Берілген сұйықтың тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Сұйық құйылған ыдыс, су құйылған ыдыс, сызғыш, екі металл білеуше, иінгірек (су тығыздығы  $\rho_0$  белгілі).

$$\text{Жауабы: } \rho_x = \rho_0 \frac{\ell_2(\ell_3 - \ell_1)}{\ell_3(\ell_2 - \ell_1)}, \text{ мұндағы } \rho_0 - \text{судың тығыздығы.}$$

**8.146.** Пластилиннің және органикалық шынының тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Пластилин бөлшегі, органикалық шыны білеуше, пішіндері әртүрлі екі ыдыс, сызғыш, миллиметрлік қағаз, су.

**8.147.** Мыс тотыяйыны ерітіндісінің және ағаш тегін анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Ағаш үлгілерінің әр түрі, өлшегіш цилиндр, суы бар стакан, мыс тотыяйыны құйылған стакан, ілмек, ағаш тектерінің тығыздығы көрсетілген кесте.

**8.148.** Ағаш білеушенің тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Ағаш білеуше, суы бар стакан, сызғыш.

**8.149.** Цилиндр пішінді білеушенің тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Ағаш білеуше, суы бар ыдыс, сызғыш, жіп (су тығыздығы белгілі).

$$\text{Жауабы: } \rho = \rho_c \frac{\ell_1}{\ell}, \text{ мұндағы: } \ell - \text{білеушенің ұзындығы; } \ell_1 - \text{білеушенің суға батқан бөлігінің ұзындығы.}$$

**8.150.** Сусыма зат үйіндісінің тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Сусыма зат (құм, дән, бұршақ), цилиндрлік стакан, миллиметрлік бөлігі бар сызғыш, сулы ыдыс, сукқұйғыш.

**8.151.** Пробирка жасалған шынының тығыздығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Шыны пробирка, мензурка, суы бар ыдыс (су тығыздығы белгілі).

**8.152.** Бұрыс пішінді сұйыққа батпайтын дененің тығыздығын

анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Бұрыс пішінді дене, сұйық, сызғыш.

**8.153.** Болаттың ағаш бетімен сырғанағандағы үйкеліс коэффициентін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Екі ағаш сызғыш, болат шарик.

**8.154.** Ағаш сызғыштың үстел бетімен сырғанау үйкеліс коэффициентін анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Ағаш сызғыш, ұзындығы 1 м берік жіп, металл гайка (үстелді еңкейтуге болмайды).

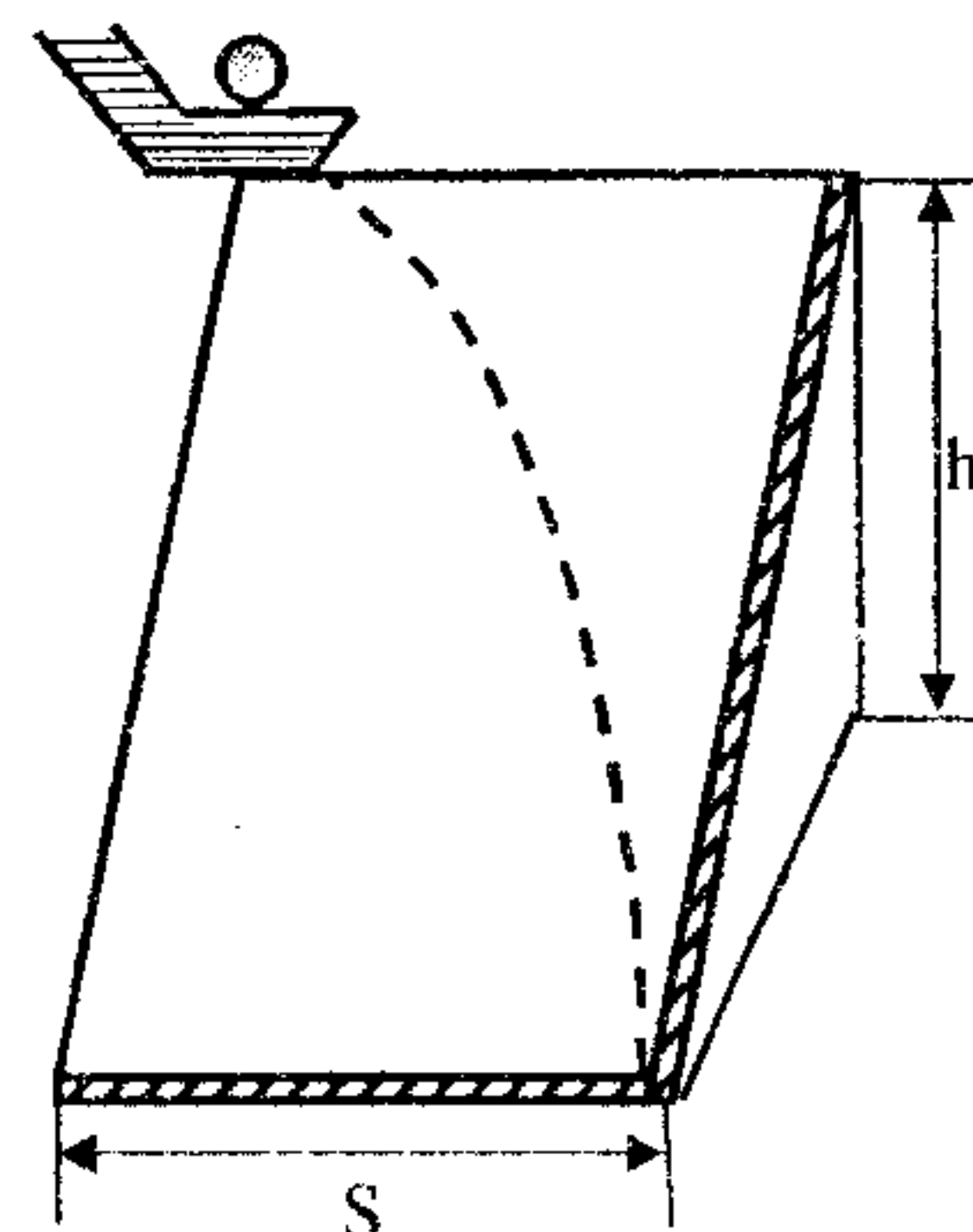
**8.155.** Көлбеу жазықтықта домалаған шариктің  $S$  қашықтауының, көлбеу жазықтық биіктігі  $h$ -қа тәуелділігін зерттеңдер (8.127-сурет).

1)  $S = f(h)$  тәуелділігінің графигін салыңдар.

2) Шариктің науашадан шығып көлбеу жазықтықтан қозғалған кездегі бастапқы жылдамдығын табыңдар.

3) Осы бастапқы жылдамдықты наушада қозғалған жағдайға байланыстырып анықтандар да оны 2) жағдайда табылған жылдамдықпен салыстырыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Штатив, көлбеу жазықтық, науаша, шарик, сызғыш, миллиметрлік қағаз.



8.127-сурет

**8.156.** Су ішіндегі дененің қозғалыс жылдамдығының түтіктің көлбеу бұрышына тәуелділігін зерттеңдер және оның графигін салыңдар. Түтік қабырғасымен дене арасындағы үйкеліс коэффициентін бағаландар. Дененің сұйық ішіндегі қозғалысына кедергі күші жылдамдыққа пропорционал деп есептеп ( $F_{\text{кед}} = \alpha v$ ) пропорционалдық коэффициент  $\alpha$ -ны анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Ішіндегі дене көлемі  $V \approx 10^{-6} \text{ м}^3$ , ал тығыздығы  $\rho = 920 \text{ кг/м}^3$  сұйықтығы бар шыны түтікше, сызғыш, штатив, секундомер, миллиметрлік қағаз, математикалық кесте.

**8.157.** Науашаның жазық ұшында тұрған шарикке қозғалыстағы екінші шариктің соғылуы кезінде энергияның сақталу заңын тәжірибе жүзінде тексеріңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Муфтасы және қысқышы бар штатив, екі металл және екі пластмасса шариктер, доға тәрізді науаша, ақ және көшірме қағаз, сызғыш, таразы.

**Жауабы:**  $m_1 S_1^2 = m_1 S_1'^2 + m_2 S_2'^2$ .

**8.158.** Созылған резеңке таспаның потенциалдық энергиясын анықтандар.

**Приборлар мен материалдар.** Резеңке таспа, массасы белгілі жүк, сызғыш.

**8.159.** Көлбеу жазықтықтың ПӘК-ін анықтандар:

**1-тапсырма.** Динамометр және сызғыш көмегімен көлбеу жазықтықтың ПӘК-ін табу әдісін ұсыныңдар.

**2-тапсырма.** Көлбеу жазықтықтың ПӘК-інің оның биіктігіне тәуелділігін тәжірибе жүзінде зерттеп, осы тәуелділіктің графигін сызыңдар.

**3-тапсырма.** 2-тапсырмада алынған тәуелділікті, ПӘК-тің биіктікке теориялық түрдегі тәуелділігімен салыстырыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Көлбеу жазықтық, білсеуше, динамометр, сызғыш, миллиметрлік қағаз.

**8.160.** Қимасы тіктөртбұрыш белдеу ағаш иілуінің оған әсер ететін күшке, ағаштың ұзындығы мен еніне тәуелділігін зерттеңдер. Белдеу ағаштың бір ұшы қатаң бекітіліп, екінші ұшына ағаш бетіне перпендикуляр күш әсер етеді.

**Приборлар мен материалдар.** Екі ағаш сызғыш, динамометр, миллиметрлік қағаз жолағы.

**Жауабы:**  $y = \frac{4F\ell^3}{Eab^3}$ , мұндағы:  $y$  – белдеу ағаштың иілуі;

$\ell$  – ағаш ұзындығы;  $E$  – Юнг модулі;  $a$  – ағаш ені;  $b$  – қалыңдығы.

**8.161.** Серіппеге ілінген жүктің тербелісі туралы есептеулер:

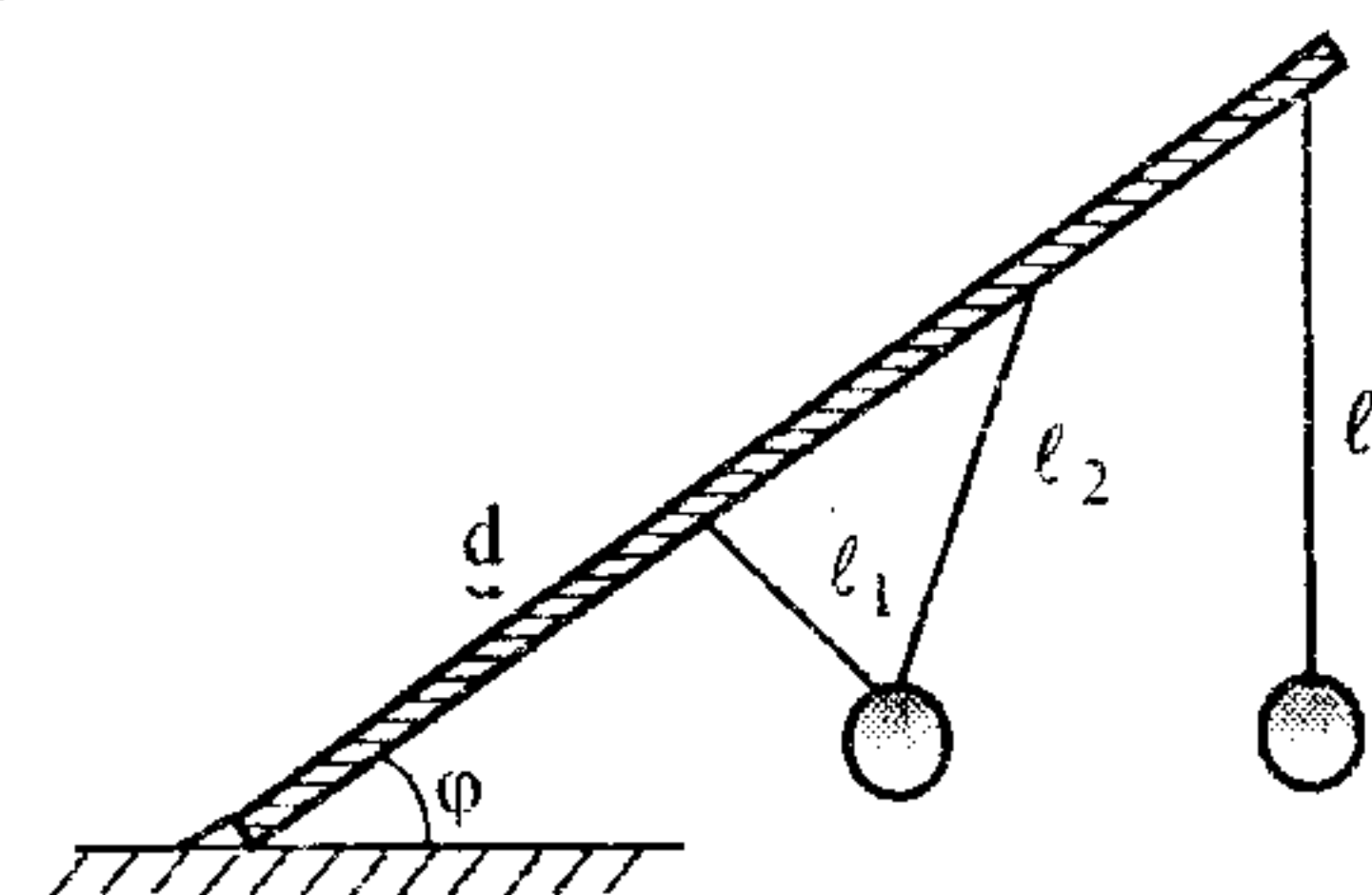
1) Серіппеге ілінген жүктің тербеліс периоды, оның  $m$  массасына тәуелді болады. Осы тәуелділіктің формуласын тағайындап, тәжірибе нәтижелері бойынша графигін сызыңдар. Мұнда серіппені, секундомерді, массалары белгілі жүктер жиынын пайдаланыңыздар.

2) Жүктің белгілі бір массасының мәнінде, серіппенің бойымен тербелістің түрі маятник пішінді болатындығы байқалады. Осы құбылысты зерттеп, оның заңдылығын түсіндіріп беріңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Қысқышы бар штатив, серіппе, жүктер жиыны, секундомер, миллиметрлік қағаз, қаламдар (қара және түрлі түсті), дәптер, сызғыш.

8.162\*. Тұрақты  $\varphi$  бұрыш жасайтын шыбықшаға екі жіппен байланып ілінген жүктің тербелісін тәжірибе жүзінде зерттендер (8.128-сурет). Бұл жүктің тербелісін бір мәнді анықтайтын параметрін математикалық маятниктің (8.128-суретте, оң жағында) тербелісімен салыстырып табындар. Табылған параметрдің жүк тербелісінің периодына байланыстылығын математикалық түрде өрнектендер.

**Приборлар мен материалдар.** Бифильярлы бекітілген маятник, математикалық маятник, сызғыш, миллиметрлік қағаз.



8.128-сурет

8.163\*. 8.129-суретте көрсетілген қос маятникті пайдаланып, анықтаңдар:

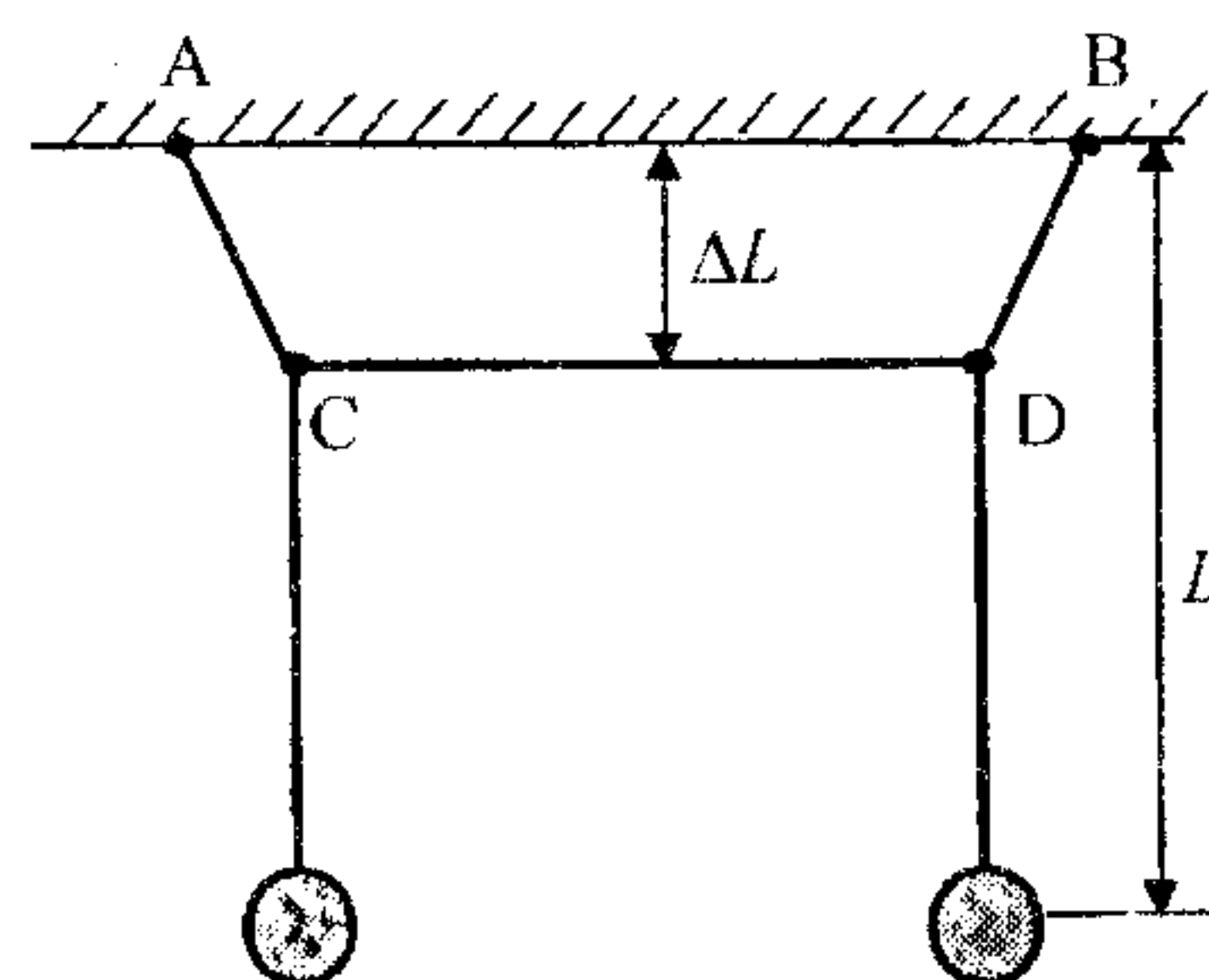
а) Қос маятник қалыпты тербелістің қанша типін жасай алатынын;

ә)  $\beta = \frac{\Delta L}{L}$  қатынасын.

**Түсініктеме:** қалыпты тербеліс деп екі жүктің бірдей жиілікпен гармониялық тербеліс жасауын айтады.

**Приборлар мен материалдар.** Қос маятник.

**Ескерту:** Тәжірибе кезінде сағатты да, сызғышты да пайдалануға болмайды.



8.129-сурет

**Жауабы:** а) Қос маятник қалыпты тербелістің бес типін жасайды.

б)  $\beta = \frac{\Delta L}{L} = \frac{2N+1}{(N+1)^2}$ .

8.164. Жүк массаларының және серіппе қатандықтарының қатынасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Әртүрлі екі жүк, әртүрлі екі серіппе.

8.165. Жүктің салмағын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Штатив, біртекті емес металл білік, мектеп динамометрі, салмағы динамометрдің өлшеу шегінен артық жүк, жіп, миллиметрлік қағаз.

8.166. Құмның кедергі күшінің орташа мәнін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Болат кір, ағаш сына, құм салынған ыдыс, сызғыш, майда тастары бар таразы.

8.167. Геометриялық дұрыс емес пішінді дененің ауырлық центрі табындар.

**Приборлар мен материалдар.** Пішіні геометриялық емес дене, жіп.

8.168. Ойыншық тапаншадан атылған оқтың ұңғыдан шығу жылдамдығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** 1-жағдай: ойыншық тапанша, сызғыш. 2-жағдай: ойыншық тапанша, секундомер.

8.169. Серіппенің қатандығын және болаттың шынымен үйкеліс коэффициентін анықтаңдар. Тігінен қойылған серіппеге құлап түскен болат шариктің бірінші соққысында жоғалтатын энергиясын есептеп табындар. Шариктің алатын үдеуі проекциясының құлау биіктігіне тәуелділігінің ( $a_x = f(h)$ ) графигін салындар.

**Ескерту:** Шарик шыны түтікше ішінде сырғанайды.

**Приборлар мен материалдар.** Массасы белгілі ( $m=12$  г) болат шарикпен серіппе, шыны түтікше, сызғыш, миллиметрлік қағаз.

8.170. Балдардың «ауа» шары ішіндегі ауа қысымының атмосфералық қысымға қатынасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Таразы, «ауа» шары, жіп, сызғыш, термометр.

8.171. Судың меншікті жылу сыйымдылығын біле отырып белгісіз сұйықтың меншікті жылу сыйымдылығын анықтаңдар.

**Ескерту:** Жұмыс кезінде сұйықтарды араластыруға болмайды.

**Приборлар мен материалдар.** Су, белгісіз сұйық, калориметр, таразы, электрқыздырғыш, сүзгі қағаз, меншікті жылу сыйымдылығы белгісіз қатты дене.

8.172. Мұздың меншікті балқу жылуын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Термометр, су, мұз, өлшеуіш цилиндр.

**Жауабы:**  $\lambda = \frac{cm_1(t_1 - t_2)}{M - m_1}$ , мұндағы:  $c$  — судың меншікті жылу сыйымдылығы (белгілі деп есептендер);  $m_1$  — құйылған су массасы;  $M$  — су мен мұздың жалпы массасы;  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ .

8.173. Беттік керілуі белгілі сұйықты пайдаланып екінші сұйықтың беттік керілуін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Сызғыш, иінтірек, екі металл жүкше, екі түрлі сұйық (біреуінің беттік керілуі белгілі), капилляр шыны түтіктер.

**Жауабы:**  $\sigma_x = \sigma_0 \frac{h_2 \rho_x}{h_1 \rho_0}$ , мұндағы:  $\rho_0$  — беттік керілуі белгілі сұйықтың, ал  $\rho_x$  — беттік керілуі белгісіз сұйықтың тығыздықтары.

**8.174.** Керосиннің меншікті жылусыйымдылығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Гирлер жиыны жоқ таразы, құм, меншікті жылусыйымдылығы белгілі калориметр, термометр, электроплитка, су, керосин, екі стакан.

**8.175.** Ауаның молярлық массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ауа салмағын өлшейтін шар, Комовский сорғысы, майда кіртастары бар таразы, резина түтік, қысқыштар, термометр, манометр.

$$\text{Жауабы: } M = \frac{RT(m_1 - m_2)}{(p_1 - p_2)V}.$$

**8.176\*.** Температурасы  $t = 60^\circ\text{C}$  болатын қаныққан су буының қысымын анықтаңдар. Атмосфералық қысым  $p_0$  және үй температурасындағы қаныққан су буының қысымы  $p_1$  белгілі деп есептеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Ыстық су құйылған ( $t = 60^\circ\text{C}$ ) ыдыс, үй температурасындағы суы бар ыдыс, пробирка, тесігі бар тығын, термометр, сызғыш.

$$\text{Жауабы: } p_2 = p_0 \left( 1 - \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \left( \frac{h}{\ell} \right) \right) + \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \left( \frac{h}{\ell} \right) p_1, \text{ мұндағы:}$$

$T_1$  — үй ішіндегі судың абсолют температурасы,  $T_2 = 333 \text{ K}$ ;  $\ell$  — пробирка ұзындығы;  $h$  — пробирканың ауа жиналған биіктігі.

**8.177.** Темір өзекшесі бар дросселдің актив және индуктивтік кедергілерін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Темір өзекшесі бар дроссел, актив кедергі, конденсатор, айнымалы ток вольтметрі, жиілігі 50 герцтік айнымалы кернеу көзі.

**8.178.** Қыздыру шамы қылсымының температурасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, қыздыру шамы, авометр, термометр, қосқыш сымдар.

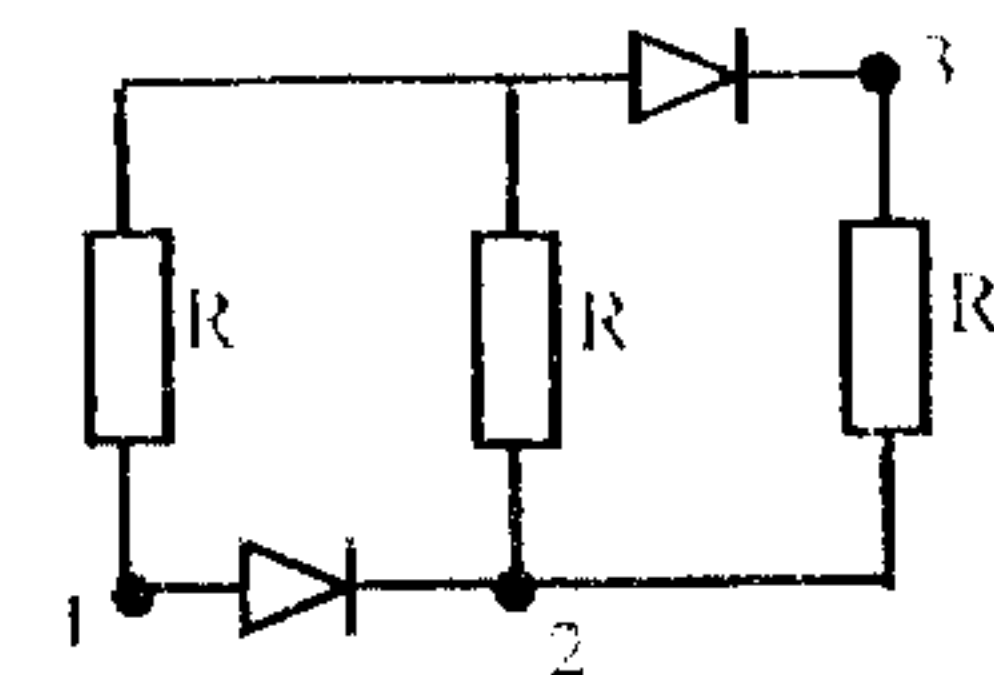
**8.179.** Қыздырғыштың қуатын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі (32 В дейін), мензурка (250 мл), су, қыздырғыш, термометр ( $\sim 100^\circ\text{C}$  дейін), қосқыш сымдар, кілт, секундомер, миллиметрлік қағаз, судың меншікті жылусыйымдылығы белгілі ( $c = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ ).

**8.180\*.** «Тылсым жәшік» ішінде жасырылған тізбектің сызбасын анықтаңдар. Оның ішінде бірдей үш резистор және екі диод бар екендігі белгілі болса, онда резисторлардың кедергісін табыңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Үш шығыс қысқышы бар «тылсым жәшік», М-471 омметрі, диод.

**Жауабы:** «Тылсым жәшік» ішіндегі тізбек сызбасы 8.130-суретте көрсетілген.  $R = 15 \text{ кОм}$ .



8.130-сурет

**8.181.** Индуктивтік катушканың орам санын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Айнымалы ток көзі, өзекшесі бар катушка, реостат (потенциометр), айнымалы ток вольтметрі, өткізгіштер, миллиметрлік қағаз, циркуль, кедергісі белгілі резистор.

**8.182.** «Тылсым жәшік» ішінде қандай электр деталдарының жасырылғандығын және олардың қандай сызбамен қосылғанын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** «Тылсым жәшік», ампервольтметр.

**8.183.** Ішкі кедергісі белгісіз екі вольтметр көмегімен ток көзінің электр қозғаушы күшін анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Екі вольтметр, ток көзі, қосқыш сымдар.

**8.184.** Мыс ионы массасын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі, таразы гирлерімен, амперметр, мыс тотыяйының ерітіндісі, секундомер.

$$\text{Жауабы: } m_0 = \frac{nmF}{N_A It}.$$

**8.185.** Берілген метал өткізгіштің ұзындығын анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Ток көзі, амперметр, вольтметр, кілт, қосқыш сымдар, реостат, метал өткізгіш (өткізгіш металы реостат металымен бірдей).

**8.186.** Тұрақты ток көзінің қысқыштарындағы кернеуді өлшеңдер.

**Приборлар мен материалдар.** Тұрақты ток көзі, өлшеу шегі ток көзінің кернеу шегінен кем екі вольтметр, қосқыш сымдар.

**8.187.** Мыс оралған катушка сымының ұзындығын оны тарқатпай анықтаңдар.

**Приборлар мен материалдар.** Катушка, ток көзі, вольтметр,

амперметр, штангенциркул, қосқыш сымдар ( $\rho$  — мыстың меншікті кедергісі белгілі).

**8.188.** Бөлменің температурасын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Ток көзі, вольтметр, амперметр, меншікті кедергісі белгісіз орам сым, мұздатқыштан алынған мұз, қайнаған су.

*Жауабы:*  $t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \cdot 100$ , мұндағы:  $R_t$  — бөлме температурасындағы сым кедергісі;  $R_0$  — еріген мұз температурасындағы сым кедергісі;  $R_{100}$  —  $100^\circ\text{C}$ -ғы сым кедергісі.

**8.189.** Ток көзінің қысқыштарындағы кернеудің осы көзге қосылған жүктеменің кедергісіне қалай тәуелді болатынын зерттеңіздер.

*Приборлар мен материалдар.* Ток көзі, вольтметр, амперметр, реостат, қосқыш сымдар.

**8.190.** Ток көзінің ЭҚК-ін анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* ЭҚК-і және ішкі кедергісі белгілі ток көзі, зерттелетін ток көзі, меншікті кедергісі көп өткізгіштен жасалған орам, градуирленбеген бірақ өте сезімтал ток күшін өлшейтін прибор, қосқыш сымдар.

**8.191.** Үш резистордың кедергілерін анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Кедергілері  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 1,3$  кОм болатын екі резистор, кедергілері белгісіз үш резистор, ток көзі, миллиамперметр, қосқыш сымдар.

**8.192.** Шашыратқыш линзаның фокус арақашықтығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Шашыратқыш линза, сызғыш, жинағыш линза, керме, 3,5 вольттық электр шамы, ток көзі, қосқыш сымдар.

**8.193.** Жарықтың ауадағы таралу жылдамдығы  $c = 300000$  км/с деп алып, жарықтың судағы жылдамдығын анықтаңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Суы бар стакан, қағаз, жарық көзі, сызғыш, қарандаш.

**8.194.** Екі түрлі жинағыш линзаның оптикалық күштерін салыстырыңдар.

*Приборлар мен материалдар.* Екі жинағыш линза, сызғыш, жанып тұрған электр шамы.

**8.195.** Судың сындыру көрсеткішін өлшендер.

*Приборлар мен материалдар.* Мөлдір емес жайпақ ыдыс, тиін, сызғыш, су.

## ҚОСЫМШАЛАР

### 1. Физикалық және астрономиялық іргелі тұрақты шамалардың жуық мәндері

| Тұрақты шаманың аталуы                     | Белгіленуі     | Шама мәні                                                  |
|--------------------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------|
| Жердің радиусы                             | $R_{\text{ж}}$ | $6,37 \cdot 10^6$ м                                        |
| Жердің массасы                             | $M_{\text{ж}}$ | $5,97 \cdot 10^{24}$ кг                                    |
| Жерден Күнге дейінгі қашықтық              | $R_0$          | $1,5 \cdot 10^{11}$ м                                      |
| Күн массасы                                | $M_0$          | $1,97 \cdot 10^{30}$ кг                                    |
| Күн тұрақтысы                              | $J_c$          | $1,37 \cdot 10^3$ Вт/м <sup>2</sup>                        |
| Ай массасы                                 | $M_A$          | $7,3 \cdot 10^{22}$ кг                                     |
| Қалыпты еркін түсу үдеуі                   | $g$            | 9,81 м/с <sup>2</sup>                                      |
| Гравитациялық тұрақты                      | $\gamma$       | $6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> ) |
| Вакуумдағы жарық жылдамдығы                | $c$            | $3 \cdot 10^8$ м/с <sup>2</sup>                            |
| Қалыпты атмосфералық қысым                 | $H_0$          | $1,01 \cdot 10^5$ Па                                       |
| Авагадро тұрақтысы                         | $N_A$          | $6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>                    |
| Қалыпты жағдайдағы 1 моль идеал газ көлемі | $V_0$          | $22,4 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль                  |
| Әмбебап газ тұрақтысы                      | $R$            | 8,31 Дж/(моль·К)                                           |
| Лошмидт тұрақтысы                          | $N_L$          | $2,7 \cdot 10^{25}$ м <sup>-3</sup>                        |
| Больцман тұрақтысы                         | $k$            | $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К                                 |
| Магниттік тұрақты                          | $\mu_0$        | $4\pi \cdot 10^{-2}$ Гн/м                                  |
| Электрлік тұрақты                          | $\epsilon_0$   | $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м                                  |
| Электрон массасы                           | $m_e$          | $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг                                    |
| Протон массасы                             | $m_p$          | $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг                                   |
| Нейтрон массасы                            | $m_n$          | $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг                                   |
| Массаның атомдық бірлігі                   | м.а.б.         | $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг                                   |
| Элементар заряд                            | $e$            | $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл                                    |
| Фарадей тұрақтысы                          | $F$            | $9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль                                  |
| Планк тұрақтысы                            | $h$            | $6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с                                 |
| Стефан-Больцман тұрақтысы                  | $\sigma$       | $5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )  |
| Вин тұрақтысы                              | $b$            | 0,0029 м·К                                                 |
| Ридберг тұрақтысы                          | $R_{\infty}$   | $10973731$ м <sup>-1</sup>                                 |
| Бірінші Бор орбитасы радиусы               | $a_0$          | $0,529 \cdot 10^{-10}$ м                                   |

## 2. Халықаралық жүйедегі физикалық шама бірліктері

### 2.1 Негізгі бірліктер

| Ш а м а     |            | Бірлігі        | Жүйеден тыс бірлікпен байланысы                                                                             |
|-------------|------------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| аты         | белгіленуі |                |                                                                                                             |
| Ұзындық     | $\ell$     | метр (м)       | $1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$<br>$1 \text{ км} = 10^{-3} \text{ м}$                                    |
| Масса       | $m$        | килограмм (кг) | $1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$<br>$1 \text{ ц} = 10^2 \text{ кг}$<br>$1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$    |
| Уақыт       | $t$        | секунд (с)     | $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$<br>$1 \text{ сағ.} = 3600 \text{ с}$<br>$1 \text{ тәулік} = 86400 \text{ с}$ |
| Температура | $T$        | кельвин (К)    | $t^{\circ}\text{C} = (T - 273,15) \text{ К}$                                                                |
| Ток күші    | $I$        | ампер (А)      |                                                                                                             |
| Жарық күші  | $J$        | канделла (кд)  |                                                                                                             |
| Зат мөлшері | $\mu$      | моль           | $1 \text{ кмоль} = 10^3 \text{ моль}$                                                                       |

### 2.2 Қосымша бірліктер

|               |                                                      |                |                                                                                                                                                    |
|---------------|------------------------------------------------------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Жазық бұрыш   | $\varphi$<br>$\left(\varphi = \frac{\ell}{R}\right)$ | радиан (рад)   | $1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ рад}$<br>$1' = \frac{\pi}{108} \cdot 10^{-2} \text{ рад}$<br>$1'' = \frac{\pi}{648} \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ |
| Денелік бұрыш | $\Omega$<br>$\Omega = \frac{S}{R^2}$                 | стерадиан (ср) |                                                                                                                                                    |

## 8. Физикалық шама бірліктерін кішірейту және үлкейту жалғаулары

| Үлкейту   | Жалғауы |           | Кішірейту  | Жалғауы |           |
|-----------|---------|-----------|------------|---------|-----------|
|           | атауы   | белгілеуі |            | атауы   | белгілеуі |
| $10^{12}$ | тера    | T         | $10^{-1}$  | деци    | д         |
| $10^9$    | гига    | G         | $10^{-2}$  | санти   | с         |
| $10^6$    | мега    | M         | $10^{-3}$  | милли   | м         |
| $10^3$    | кило    | к         | $10^{-6}$  | микро   | мк        |
| $10^2$    | гекто   | г         | $10^{-9}$  | нано    | н         |
| $10^1$    | дека    | да        | $10^{-12}$ | пико    | п         |
|           |         |           | $10^{-15}$ | фемто   | ф         |
|           |         |           | $10^{-18}$ | атто    | а         |

## 4. Кейбір химиялық элементтер атомының массалары

| Атом     | Атом массасы          |          | Атом      | Атом массасы          |          |
|----------|-----------------------|----------|-----------|-----------------------|----------|
|          | $10^{-27} \text{ кг}$ | м.а.б.   |           | $10^{-27} \text{ кг}$ | м.а.б.   |
| Азот     | 23,2                  | 14,0067  | Қалайы    | 197                   | 118,69   |
| Алюминий | 44,8                  | 26,9815  | Платина   | 324                   | 195,09   |
| Сутегі   | 1,67                  | 1,0079   | Сынап     | 333                   | 200,59   |
| Вольфрам | 305                   | 183,85   | Қорғасын  | 334                   | 207,2    |
| Гелий    | 6,64                  | 4,0026   | Күкірт    | 53,2                  | 32,06    |
| Темір    | 92,8                  | 55,847   | Күміс     | 179                   | 107,868  |
| Алтын    | 327                   | 196,9665 | Көміртегі | 12,011                | 12,011   |
| Калий    | 64,9                  | 39,098   | Уран      | 395                   | 238,029  |
| Кальций  | 66,5                  | 40,08    | Фосфор    | 51,4                  | 30,97376 |
| Оттегі   | 26,6                  | 15,9994  | Хлор      | 58,9                  | 35,453   |
| Мыс      | 103                   | 63,546   | Мырыш     | 109                   | 65,38    |
| Натрий   | 38,1                  | 22,98977 |           |                       |          |

## 5. Атом және ядро массалары

| Изотоп           | Масса, МэВ |         | Изотоп          | Масса, МэВ |          |
|------------------|------------|---------|-----------------|------------|----------|
|                  | атом       | ядро    |                 | атом       | ядро     |
| $^1\text{H}$     | 938,77     | 938,26  | $^{11}\text{B}$ | 10254,93   | 10252,38 |
| $^2\text{H}$     | 1876,09    | 1875,58 | $^{10}\text{C}$ | 9330,44    | 9327,37  |
| $^3\text{H}$     | 2809,38    | 2808,87 | $^{11}\text{C}$ | 10256,91   | 10253,84 |
| $^6\text{Li}$    | 5602,96    | 5601,42 | $^{12}\text{C}$ | 11177,74   | 11174,67 |
| $^7\text{Li}$    | 6535,25    | 6533,72 | $^{13}\text{C}$ | 12112,33   | 12109,26 |
| $^8\text{Li}$    | 7472,77    | 7471,24 | $^{14}\text{C}$ | 13043,71   | 13040,64 |
| $^6\text{Be}$    | 5607,23    | 5605,19 | $^{15}\text{C}$ | 13982,04   | 13978,97 |
| $^7\text{Be}$    | 6536,12    | 6534,07 | $^{16}\text{C}$ | 14917,34   | 14914,27 |
| $^8\text{Be}$    | 7456,76    | 7454,72 | $^{14}\text{N}$ | 13043,55   | 13039,97 |
| $^9\text{Be}$    | 8394,65    | 8392,61 | $^{15}\text{N}$ | 13972,27   | 13968,69 |
| $^8\text{B}$     | 7474,75    | 7472,20 | $^{16}\text{O}$ | 14898,91   | 14894,82 |
| $^9\text{B}$     | 8395,72    | 8393,17 | $^{17}\text{O}$ | 15834,32   | 15830,23 |
| $^{10}\text{Be}$ | 9326,83    | 9324,28 | $^{17}\text{F}$ | 15837,08   | 15832,48 |

6. Кейбір радиоактивті изотоптардың жартылай ыдырау периоды

| Белгі-ленуі               | Элемент атауы   | Жартылай ыдырау периоды | Белгі-ленуі              | Элемент атауы | Жартылай ыдырау периоды |
|---------------------------|-----------------|-------------------------|--------------------------|---------------|-------------------------|
| ${}^3_1\text{H}$          | сутегі (тритий) | 12,3 жыл                | ${}^{152}_{63}\text{Eu}$ | европий       | 12,7 жыл                |
| ${}^{11}_6\text{C}$       | көміртегі       | 20 мин                  | ${}^{192}_{77}\text{Ir}$ | иридий        | 74 тәулік               |
| ${}^{14}_6\text{C}$       | көміртегі       | 5600 жыл                | ${}^{90}_{39}\text{Y}$   | иттрий        | 64 сағат                |
| ${}^{32}_{15}\text{P}$    | фосфор          | 14,3 тәулік             | ${}^{244}_{96}\text{Cm}$ | кюрий         | 17,6 жыл                |
| ${}^{35}_{16}\text{S}$    | күкірт          | 87 тәулік               | ${}^{54}_{25}\text{Mn}$  | марганец      | 303 тәулік              |
| ${}^{40}_{19}\text{K}$    | калий           | $1,3 \cdot 10^9$ жыл    | ${}^{22}_{11}\text{Na}$  | натрий        | 2,6 жыл                 |
| ${}^{42}_{19}\text{K}$    | калий           | 12,5 сағат              | ${}^{113}_{50}\text{Sn}$ | калайы        | 115 тәулік              |
| ${}^{45}_{20}\text{Ca}$   | кальций         | 165 тәулік              | ${}^{147}_{61}\text{Pm}$ | прометей      | 2,62 жыл                |
| ${}^{51}_{24}\text{Cr}$   | хром            | 28 тәулік               | ${}^{75}_{34}\text{Se}$  | селен         | 120 тәулік              |
| ${}^{59}_{26}\text{Fe}$   | темір           | 45 тәулік               | ${}^{35}_{16}\text{S}$   | күкірт        | 87,9 тәулік             |
| ${}^{60}_{27}\text{Co}$   | кобальт         | 5,3 жыл                 | ${}^{124}_{51}\text{Sb}$ | сурьма        | 61 тәулік               |
| ${}^{89}_{38}\text{Sr}$   | стронций        | 50,5 жыл                | ${}^{204}_{73}\text{Tl}$ | таллий        | 3,81 жыл                |
| ${}^{110}_{47}\text{Ag}$  | күміс           | 270 тәулік              | ${}^{170}_{69}\text{Tm}$ | тулий         | 130 тәулік              |
| ${}^{131}_{53}\text{I}$   | иод             | 8 тәулік                | ${}^{14}_6\text{C}$      | көміртегі     | 5730 жыл                |
| ${}^{234}_{92}\text{U}$   | уран            | $1,6 \cdot 10^7$ жыл    | ${}^{134}_{55}\text{Cs}$ | цезий         | 2 жыл                   |
| ${}^{235}_{92}\text{U}$   | уран            | $7,1 \cdot 10^8$ жыл    | ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ | цезий         | 30 жыл                  |
| ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  | плутоний        | $24,4 \cdot 10^4$ жыл   | ${}^{144}_{58}\text{Ce}$ | церий         | 284 тәулік              |
| ${}^{238}_{94}\text{Pu}$  | плутоний        | 86 жыл                  | ${}^{65}_{30}\text{Zn}$  | мырыш         | 245 тәулік              |
| ${}^{157}_{100}\text{Fm}$ | фермий          | 79 тәулік               | ${}^{210}_{85}\text{At}$ | астат         | 8,3 сағат               |
| ${}^{223}_{87}\text{Fr}$  | франций         | 21 минут                | ${}^{98}_{43}\text{Tc}$  | технеций      | $2,6 \cdot 10^8$ жыл    |

7. Кейбір ядролардың байланыс энергиясы

| Белгі-ленуі         | Элемент атауы     | Ядроның байланыс энергиясы |         |
|---------------------|-------------------|----------------------------|---------|
|                     |                   | $10^{-13}$ Дж              | МэВ     |
| ${}^1_1\text{H}$    | сутегі            | -                          | -       |
| ${}^2_1\text{H}$    | сутегі (дейтерий) | 3,5632                     | 2,2241  |
| ${}^3_1\text{H}$    | сутегі (тритий)   | 13,569                     | 8,4820  |
| ${}^3_2\text{He}$   | гелий             | 12,375                     | 7,7243  |
| ${}^4_2\text{He}$   | гелий             | 45,329                     | 28,2937 |
| ${}^6_3\text{Li}$   | литий             | 51,246                     | 31,9870 |
| ${}^7_3\text{Li}$   | литий             | 62,865                     | 39,239  |
| ${}^9_4\text{Be}$   | бериллий          | 98,167                     | 58,153  |
| ${}^{10}_5\text{B}$ | бор               | 103,73                     | 64,744  |
| ${}^{11}_5\text{B}$ | бор               | 122,07                     | 76,192  |
| ${}^{12}_6\text{C}$ | көміртегі         | 147,64                     | 92,156  |
| ${}^{13}_6\text{C}$ | көміртегі         | 155,57                     | 97,102  |
| ${}^{14}_7\text{N}$ | азот              | 167,66                     | 104,653 |
| ${}^{15}_7\text{N}$ | азот              | 185,02                     | 115,485 |
| ${}^{16}_8\text{O}$ | оттегі            | 204,49                     | 127,612 |
| ${}^{17}_8\text{O}$ | оттегі            | 211,08                     | 121,754 |
| ${}^{18}_8\text{O}$ | оттегі            | 233,96                     | 139,789 |

8. Уран-235 ядросының біреуі ыдырағанда бөлінетін энергия балансы

| P/№ | Ыдырау бөлшектері бойынша                          | $10^{-12}$ Дж | МэВ |
|-----|----------------------------------------------------|---------------|-----|
| 1   | Ыдырау «жарықшақтарының» кинетикалық энергиясы     | 27,1          | 169 |
| 2   | «Жарықшақтар»-дың радиоактивті сәулелену энергиясы | 2,9           | 18  |
| 3   | Нейтрондардың кинетикалық энергиясы                | 0,8           | 5   |
| 4   | Нейтрино әкететін энергия                          | 1,8           | 11  |
|     | Бөлінетін энергия қосындысы                        | 32,6          | 203 |

### 9. Негізгі элементар бөлшектер

| Бөлшектер               | Белгілеуі  |                  | Массасы             |       | Заряды (элементар зарядпен) |             | Омір сүру уақыты, с                            |
|-------------------------|------------|------------------|---------------------|-------|-----------------------------|-------------|------------------------------------------------|
|                         | бөлшек     | анти-бөлшек      | электрон массасымен | МэВ   | бөлшек                      | анти-бөлшек |                                                |
| Фотон                   | $\gamma$   |                  | 0                   |       | 0                           |             | тұрақты                                        |
| <b>Лептондар</b>        |            |                  |                     |       |                             |             |                                                |
| Электрон, позитрон      | $e^-$      | $e^+$            | 1                   | 0,511 | -1                          | +1          | тұрақты                                        |
| Электрондық нейтрино    | $\nu_e$    | $\bar{\nu}_e$    | 0 (?)               | 0 (?) | 0                           | 0           | тұрақты                                        |
| Мюон                    | $\mu^-$    | $\mu^+$          | 207                 | 106   | -1                          | +1          | $2,2 \cdot 10^{-8}$                            |
| Мюондық нейтрино        | $\nu_\mu$  | $\bar{\nu}_\mu$  | 0 (?)               | 0 (?) | 0                           | 0           | тұрақты                                        |
| $\tau$ -лептон          | $\tau^-$   | $\tau^+$         | 3487                | 1782  | -1                          | +1          | $3,4 \cdot 10^{-13}$                           |
| $\tau$ -нейтрино        | $\nu_\tau$ | $\bar{\nu}_\tau$ | <128                | <250  | 0                           | 0           | ?                                              |
| <b>Мезондар</b>         |            |                  |                     |       |                             |             |                                                |
| $\pi$ -нол мезон        | $\pi^0$    | $\pi^0$          | 264                 | 135   | 0                           | 0           | $0,83 \cdot 10^{-16}$                          |
| $\pi$ -плюс мезон       | $\pi^+$    | $\pi^-$          | 274                 | 140   | +1                          | -1          | $2,6 \cdot 10^{-8}$                            |
| $K$ -нол мезон          | $K^0$      | $\bar{K}^0$      | 975                 | 498   | 0                           | 0           | $0,89 \cdot 10^{-10}$ ,<br>$5,2 \cdot 10^{-8}$ |
| $K$ -плюс мезон         | $K^+$      | $K^-$            | 267                 | 494   | +1                          | -1          | $1,2 \cdot 10^{-8}$                            |
| $\eta$ -мезон           | $\eta$     | $\eta$           | 1074                | 549   | 0                           | 0           | $7 \cdot 10^{-19}$                             |
| $D$ -плюс мезон         | $D^+$      | $D^-$            | 3656                | 1868  | +1                          | -1          | $8 \cdot 10^{-13}$                             |
| $D$ -нол мезон          | $D^0$      | $\bar{D}^0$      | 3646                | 1863  | 0                           | 0           | $4 \cdot 10^{-13}$                             |
| <b>Бариондар</b>        |            |                  |                     |       |                             |             |                                                |
| Протон                  | $p$        | $\bar{p}$        | 1836,1              | 238,3 | +1                          | -1          | тұрақты                                        |
| Нейтрон                 | $n$        | $\bar{n}$        | 1838,5              | 239,6 | 0                           | 0           | 918 (еркін нейтрон)                            |
| $\lambda$ -гиперон      | $\lambda$  | $\bar{\lambda}$  | 2184                | 1116  | 0                           | 0           | $2,6 \cdot 10^{-10}$                           |
| $\Sigma$ -плюс-гиперон  | $\Sigma^+$ | $\bar{\Sigma}^-$ | 2328                | 1189  | +1                          | -1          | $0,8 \cdot 10^{-10}$                           |
| $\Sigma$ -нол-гиперон   | $\Sigma^0$ | $\bar{\Sigma}^0$ | 2334                | 1192  | 0                           | 0           | $5,8 \cdot 10^{-20}$                           |
| $\Sigma$ -минус-гиперон | $\Sigma^-$ | $\bar{\Sigma}^+$ | 2343                | 1197  | -1                          | +1          | $1,5 \cdot 10^{-10}$                           |
| $\Xi$ -нол-гиперон      | $\Xi^0$    | $\bar{\Xi}^0$    | 2573                | 1315  | 0                           | 0           | $2,9 \cdot 10^{-10}$                           |
| $\Xi$ -минус-гиперон    | $\Xi^-$    | $\bar{\Xi}^+$    | 2586                | 1321  | -1                          | +1          | $1,6 \cdot 10^{-10}$                           |
| $\Omega$ -минус-гиперон | $\Omega^-$ | $\bar{\Omega}^+$ | 3273                | 1672  | -1                          | +1          | $0,8 \cdot 10^{-10}$                           |

### 10. Кварктар және антикварктар сипаттамасы

| Типі «хонисі» | Электр заряды  | Барондық заряды | «Әсемдегі» | Спині         | «Таңдаларлығы» | «Ғажалтығы» | «Түсі»                |
|---------------|----------------|-----------------|------------|---------------|----------------|-------------|-----------------------|
| u             | $+\frac{2}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | сары, көк, қызыл      |
| d             | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | сары, көк, қызыл      |
| s             | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | -1             | 0           | сары, көк, қызыл      |
| c             | $+\frac{2}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | +1             | 0           | сары, көк, қызыл      |
| d             | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | +1          | сары, көк, қызыл      |
| t             | $+\frac{2}{3}$ | $+\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | сары, көк, қызыл      |
| $\bar{d}$     | $+\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | күлгін, сарғыш, жасыл |
| $\bar{s}$     | $+\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | +1             | 0           | күлгін, сарғыш, жасыл |
| $\bar{c}$     | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | -1             | 0           | күлгін, сарғыш, жасыл |
| $\bar{b}$     | $+\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$  | -1         | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | күлгін, сарғыш, жасыл |
| $\bar{t}$     | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$  | 0          | $\frac{1}{2}$ | 0              | 0           | күлгін, сарғыш, жасыл |

### 11. Күштер табиғаты

| Озара әсерлесуі  | Әсер ету радиусы         | $10^{-13}$ см қашықтықта күшті әсермен салыстыру | Әсерді жеткізуші       | Тыныштық массасы (ГэВ)                 | Спині       | Электр заряды | Ескерту                  |
|------------------|--------------------------|--------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------|-------------|---------------|--------------------------|
| Гравитациялық    | шексіз үлкен             | $10^{-38}$                                       | гравитон               | 0                                      | 2           | 0             | жорамал бөлшек           |
| Электромагниттік | шексіз үлкен             | $10^{-2}$                                        | фотон                  | 0                                      | 1           | 0             | тікелей бақыланады       |
| Әлсіз            | $10^{-16}$ артық емес    | $10^{-13}$                                       | аралық векторлық бозон | $W^\pm - 81$<br>$W - 81$<br>$Z^0 - 93$ | 1<br>1<br>1 | 0<br>0<br>0   | тікелей бақыланады       |
| Күшті            | $10^{-13}$ см артық емес | 1                                                | глюон                  | 0                                      | 1           | 0             | еркін күйде бақыланбайды |

## 12. Әлемнің химиялық құрамы

| Реттік саны | Химиялық элементтің аты | Массалық үлесі (%) |
|-------------|-------------------------|--------------------|
| 1           | Сутегі                  | ≈69,7              |
| 2           | Гелий                   | ≈29,3              |
| 3           | Басқа элементтер        | ≈1                 |

## 13. Жер туралы кейбір мәліметтер

### 13.1 Түрлі тереңдіктегі Жер затының тығыздығы

| P/№ | Жер кабаттары | Тереңдік аралығы (км) | Тығыздық аралығы (кг/м³) |
|-----|---------------|-----------------------|--------------------------|
| 1   | Жер қабығы    | 0-33                  | 2700-3000                |
| 2   | Жер мантиясы  | 33-2900               | 3300-5600                |
| 3   | Сыртқы ядросы | 2900-5000             | 10600-11500              |
| 4   | Ішкі ядросы   | 5000-6371             | 11500-12500              |

### 13.2 Түрлі тереңдіктегі Жер қойнауының температурасы

| Тереңдік (км) | Температура (К) | Тереңдік (км) | Температура (К) | Тереңдік (км) | Температура (К) |
|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
| 0             | 287             | 800           | 2800            | 3500          | 5000            |
| 10            | 460             | 1000          | 3000            | 4000          | 5500            |
| 33            | 700             | 1500          | 3500            | 4500          | 5800            |
| 100           | 1200            | 2000          | 3800            | 5000          | 6000            |
| 200           | 1700            | 2500          | 4100            | 5500          | 6200            |
| 300           | 2000            | 2900          | 4300            | 6000          | 6300            |
| 600           | 2500            | 3000          | 4500            | 6371          | 6400            |

### 13.3 Жердің химиялық құрамы

| Химиялық элемент | Массалық үлесі (%) | Химиялық элемент | Массалық үлесі (%) |
|------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| Темір            | 39,8               | Никель           | 3,5                |
| Оттегі           | 27,7               | Кальций          | 2,3                |
| Кремний          | 14,5               | Алюминий         | 1,8                |
| Магний           | 8,7                | Басқа элементтер | 1,7                |

## 13.4 Жер атмосферасының химиялық құрамы

| Химиялық элемент | Массалық үлесі (%) | Химиялық элемент | Массалық үлесі (%) |
|------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| Азот             | 75,53              | Криптон          | 0,0029             |
| Оттегі           | 23,14              | Ксенон           | 0,00004            |
| Аргон            | 1,28               | Сутегі           | 0,000003           |
| Көміртегі оксиді | 0,045              | Азот оксиді      | 0,000008           |
| Неон             | 0,0012             | Озон             | 0,00007            |
| Гелий            | 0,000073           | Метан            | 0,000084           |

### 13.5 Жер атмосферасының құрылымы

| Сфераның аталуы | Сфераның орташа қалыңдығы (км) | Температураның тік бағытта өзгеруі (°C) |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------------------------|
| Тропосфера      | 0-8                            | 1 км сайын 6,5°C-қа төмендейді          |
| Стратосфера     | 8-55                           | ≈(-2,5) ÷ (-12) °C                      |
| Мезосфера       | 55-85                          | 1 км сайын 3,5°C-ке төмендейді          |
| Термосфера      | 85-900                         | (+60°C) ÷ (+700°C)                      |
| Экзосфера       | 900-ден жоғары                 | температура артады                      |

## МАЗМҰНЫ

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| Алғы сөз .....                                             | 3   |
| <b>V-бөлім</b> Салыстырмалылық теориясының элементтері.... | 4   |
| Қосымша есептер.....                                       | 37  |
| <b>VI-бөлім.</b> Атом және атом ядросы физикасы .....      | 40  |
| 6.1 Атом физикасы.....                                     | 40  |
| Қосымша есептер .....                                      | 69  |
| 6.2 Атом ядросы және элементар бөлшектер физикасы.....     | 71  |
| Қосымша есептер.....                                       | 125 |
| <b>VII-бөлім.</b> Астрономия.....                          | 128 |
| 7.1 Астрономияның практикалық негіздері.....               | 128 |
| Қосымша есептер .....                                      | 188 |
| 7.2 Жұлдыздар. Әлем құрылымы және эволюциясы.....          | 191 |
| Қосымша есептер.....                                       | 228 |
| <b>VIII-бөлім.</b> Тәжірибелік есептер.....                | 232 |
| Қосымша тапсырмалар.....                                   | 330 |
| <b>Қосымшалар</b> .....                                    | 339 |

Ә.Ж. Көшеров

# ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ

III том

Салыстырмалылық теориясының элементтері.  
Атом және атом ядросы. Астрофизика.  
Тәжірибелік есептер

Әдістемелік көмекші құрал

Редакторы - Көшеров Ә.Ж.  
Компьютерде теріп, беттеген - Жумабаева А.С.

Басуға 20.04.2010ж. қол қойылды.  
Қағазы А4. Ризографиялық басылыс.  
Көлемі 21,75 шартты баспа табақ.  
Таралымы 1000 дана.

«Нұрлы Бейне» баспасы. Тапсырыс №0502.  
Шымкент қаласы, А. Байтұрсынов көшесі, 15«Б»